

# Emulação Quântica em Arquiteturas Configuráveis: Algoritmo de Deutsch-Jozsa

**Abstract**—Este trabalho apresenta a emulação de algoritmos quânticos em FPGAs, utilizando o algoritmo Deutsch-Jozsa como estudo de caso. Devido às limitações atuais do hardware quântico, foi utilizada a Linguagem de Descrição de Hardware (HDL) para simular o comportamento quântico em plataformas clássicas. A arquitetura desenvolvida em HDL permitiu uma análise detalhada e uma compreensão profunda das operações quânticas, destacando a aplicabilidade dos sistemas digitais para emulação quântica. O algoritmo Deutsch-Jozsa foi implementado para processar cálculos quânticos, focando em um sistema de 2 qubits. Os resultados mostraram que, para funções constantes e balanceadas, a emulação reproduziu o comportamento esperado, com uma taxa de acerto de 50% em 1.000 interações. Conclui-se que, para pequenas quantidades de qubits, a emulação em FPGA é eficaz e reproduz fielmente o padrão previsto para sistemas quânticos, oferecendo uma plataforma robusta para o avanço da computação quântica.

**Index Terms**—computação quântica; arquiteturas reconfiguráveis; emulação; Deutsch-Jozsa.

## I. INTRODUCTION

A indústria de semicondutores se aproxima das limitações físicas, com transistores chegando à escala nanométrica, o que pode estagnar o crescimento exponencial [1]. Para superar esses desafios, Richard Feynman propôs em seu artigo "Simulating Physics with Computers" [2] a ideia de um computador que utiliza a mecânica quântica em vez da teoria da informação clássica. Esse conceito, aprofundado por David Deutsch [3], demonstrou formalmente as vantagens dos computadores quânticos sobre os clássicos. Essas inovações levaram pesquisadores a identificar vários problemas em que a computação quântica oferece uma vantagem significativa.

Os computadores quânticos utilizam fenômenos de superposição e entrelaçamento para processamento. A superposição permite que a unidade básica de informação quântica (qubits) exista em múltiplos estados simultaneamente, proporcionando um paralelismo intrínseco. O entrelaçamento facilita a comunicação e transferência de estados quânticos, assim é caracterizado pela correlação de partículas quânticas a distâncias arbitrárias.

Essas propriedades são especialmente vantajosas para aplicações em inteligência artificial, redes neurais [4] e simulações químicas [5]. Um algoritmo quântico que oferece uma vantagem exponencial sobre algoritmos clássico é Deutsch-Jozsa. Esse método quântica disponibiliza um espaço de estados para cálculos de complexidade bem maiores que os clássicos e sem precisar de aproximações.

Nesse contexto para executar algoritmos em computadores quânticos existe um obstáculo que a engenharia atual ainda não conseguiu resolver que é o custo e a acessibilidade

dessas máquinas. Como meio de contornar esse problema, as simulações tornaram-se ferramentas essenciais para a pesquisa em computadores quânticos, permitindo que pesquisadores se familiarizem com conceitos e algoritmos quânticos. No entanto, a simulação nem sempre é o método ideal para aprendizado e pesquisa, devido ao seu nível de abstração e à sua ineficiência em capturar o paralelismo inerente aos computadores quânticos. Em contraste, emulações voltadas para o hardware, podem oferecer vantagens significativas como melhor entendimento dos algoritmos e também vantagens de desempenho [6].

A emulação de circuitos quânticos apresenta um desafio computacional significativo devido à intrincada natureza quântica. Uma solução promissora para este desafio reside nas *Field Programmable Gate Arrays* (FPGAs). Estes dispositivos, compostos por blocos lógicos configuráveis (CLBs) interligados através de canais igualmente configuráveis [7], oferecem flexibilidade e poder computacional.

Este trabalho propõe desenvolver emulação de computadores quânticos em FPGA. Inicialmente, projeta-se uma arquitetura para a emulação de computadores quânticos em FPGAs. Na FPGA é implementado um algoritmos para geração de portas quânticas por meio de um processo automatizado. Enquanto na emulação é testado quantos qubits é permitido na arquitetura escolhida. Por fim é analisado o desempenho de processamento do algoritmo Deutsch-Jozsa na emulação.

## II. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### A. Circuitos Quânticos

Os circuitos quânticos são fundamentais na computação quântica, representando a maneira como os algoritmos quânticos são implementados. Diferentemente dos circuitos clássicos que usam bits e portas lógicas como AND, OR e NOT, os circuitos quânticos operam com qubits e utilizam portas quânticas como Hadamard, Pauli, e outras. Estas portas permitem a realização de operações complexas, explorando superposição e entrelaçamento, características intrínsecas à mecânica quântica [8].

1) *Bits quânticos*: é a unidade fundamental de informação, também conhecido como qubit. Ao contrário dos bits clássicos, que assumem valores de 0 ou 1, os qubits podem existir em uma combinação desses estados, representando assim um contínuo espectro de estados entre 0 e 1.

A informação contida em um qubit é representada por um vetor em um espaço de Hilbert complexo. A notação do físico Paul Dirac é comumente utilizada para representar esses vetores. Um estado genérico,  $\psi$ , é denotado por  $|\psi\rangle$ . Os

estados base,  $|0\rangle$  e  $|1\rangle$ , servem como equivalentes quânticos dos estados clássicos binários 0 e 1, e constituem a base padrão do espaço de Hilbert [9]. Qualquer estado neste espaço pode ser descrito como uma combinação linear dos estados base, conforme demonstrado em (1).

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad (1)$$

em que os coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$  são números complexos e precisam obedecer à relação de normalização:  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ .

A Fig. 1 ilustra a representação da esfera de Bloch, a qual proporciona uma representação visual intuitiva de um qubit. Neste modelo, qualquer estado quântico arbitrário de um qubit é ilustrado por um vetor unitário, que é posicionado sobre a superfície da esfera. Os estados bases  $|0\rangle$  e  $|1\rangle$  correspondem aos polos norte e sul da esfera, respectivamente. Assim, qualquer superposição desses estados é representada por um ponto na superfície da esfera, com suas coordenadas refletindo a combinação linear dos estados básicos.

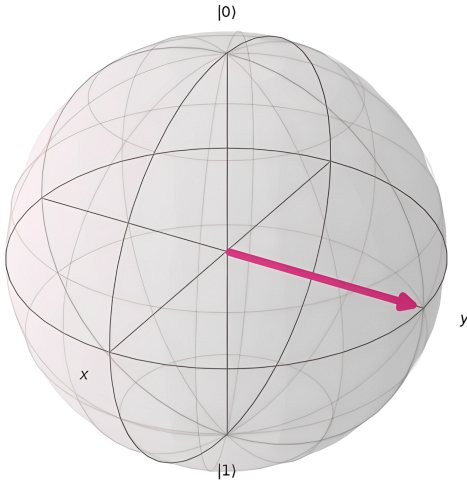


Fig. 1. Esfera de Bloch  $|\psi\rangle$ .

Para sistemas compostos por múltiplos qubits, trabalha-se em um espaço de Hilbert de dimensão maior. Em (2) é representação do vetor de estado.

$$|\Psi\rangle = \bigotimes_{i=0}^n |\psi_i\rangle \quad (2)$$

em que  $\otimes$  denota o produto tensorial e  $n$  é o número de qubits no sistema.

Esse modelo, que representa estados em espaços de Hilbert de dimensões maiores, é benéfico para emulação, uma vez que é possível armazenar coeficientes na memória de uma FPGA e utilizá-los para processamento subsequente.

2) *Portas quânticas*: são os componentes fundamentais de um circuito quântico e permitem a realização de operações em qubits. Operações quânticas são governadas por operadores unitários [9]. A natureza unitária assegura a conservação da totalidade da probabilidade em sistemas quânticos.

Matematicamente, um operador  $U$  é considerado unitário se, e somente se, o produto do operador e sua adjunta (conjugada transposta) é a matriz identidade:

$$UU^\dagger = U^\dagger U = I \quad (3)$$

em que  $U^\dagger$  é a adjunta de  $U$  e  $I$  é a matriz identidade.

Dada esta definição, as transformações quânticas, representadas por matrizes unitárias, garantem que os estados quânticos permaneçam normalizados após a operação. Esta representação matricial é vital para emulações quânticas em computadores clássicos, já que permite simulações detalhadas de circuitos quânticos.

3) *Portas de entrada única*: atuam sobre um único qubit e são cruciais para a manipulação de estados individuais em um sistema quântico.

Dentre as portas de entrada única, destacam-se as Portas Pauli, comumente conhecida como Porta NOT quântica, realiza uma inversão de bit nos estados do qubit, trocando  $|0\rangle$  com  $|1\rangle$  e vice-versa [10]. Matematicamente, é representada pela seguinte matriz e sua composição em um circuito:

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

enquanto no circuito quântico, esta porta é simbolizada em uma caixa, indicando a operação de inversão aplicada ao qubit, conforme demonstrado abaixo:

$$|q\rangle \text{ --- } \boxed{X} \text{ ---} \quad (5)$$

Em (6) representa a porta Pauli-Y, que realiza uma rotação no espaço de Bloch que inclui uma fase imaginária.

$$Y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

no circuito quântico é representada como:

$$|q\rangle \text{ --- } \boxed{Y} \text{ ---} \quad (7)$$

Em (8) representa a porta Pauli-Z, que introduz uma fase de  $\pi$  ao estado  $|1\rangle$  e é matematicamente descrita por:

$$Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

no circuito quântico é representada como:

$$|q\rangle \text{ --- } \boxed{Z} \text{ ---} \quad (9)$$

Porém, dentre todas as portas de entrada única, a porta Hadamard merece destaque especial. A capacidade de criar superposições de estados é um recurso essencial da computação quântica, e a porta Hadamard permite esta transformação. Através dela, um qubit inicialmente em um estado base, como  $|0\rangle$  ou  $|1\rangle$ , pode ser transformado em uma combinação linear destes estados, permitindo o processamento direto das amplitudes. A matriz que representa a porta Hadamard é:

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

no circuito quântico é representada como:

$$|q\rangle \text{ --- } \boxed{H} \text{ ---} \quad (11)$$

4) *Portas quânticas de entradas múltiplas:* desempenham um papel fundamental na manipulação conjunta e no controle de estados quânticos. Essas portas, diferentemente das de entrada única, são capazes de introduzir correlações quânticas entre qubits, fenômeno conhecido como emaranhamento. Tomando a porta CNOT como exemplar dessa categoria, ela opera em dois qubits: um qubit controlador e um qubit alvo [11]. A operação é condicional, de modo que a porta aplica uma transformação (no caso, uma operação NOT ou Pauli-X) no qubit alvo apenas quando o qubit controlador está no estado  $|1\rangle$ . Matematicamente, a Porta CNOT é representada por:

$$CNOT = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

no circuito quântico é representada como:

$$\begin{array}{ccc} |c\rangle & \text{---} \bullet & |c\rangle \\ & | & \\ |t\rangle & \text{---} \oplus & |t \oplus c\rangle \end{array} \quad (13)$$

em que  $|c\rangle$  é o qubit de controle e  $|t\rangle$  é o qubit alvo. A saída do qubit de controle permanece inalterada, enquanto o estado do qubit alvo é invertido condicionalmente, baseando-se no estado do qubit de controle, representado pela operação XOR.

5) *Medições de estados quânticos:* é produzido com base nas entradas do circuito e na distribuição de probabilidade induzida pelas portas [12]. Assim, os resultados da computação não podem ser determinados com precisão a cada vez que as saídas são medidas, introduzindo uma probabilidade de erro na medição.

A medição em sistemas quânticos é um ato irreversível, uma vez que a extração de informações de um sistema quântico destrói o próprio sistema que está sendo medido. Após a medição, o qubit deixa de estar em superposição e é medido em um dos estados da base computacional.

O diagrama a seguir ilustra a medição de um qubit em estado geral:

$$|\psi\rangle \text{ --- } \boxed{\text{Medição}} \text{ ---} \quad (14)$$

6) *Algoritmo Deutsch-Jozsa:* utiliza propriedade quântica da superposição, medindo se aplicações complexas são constantes ou balanceadas. A questão central gira em torno de uma função booleana  $f$ , que aceita um bit como entrada e retorna um valor binário dentro do conjunto  $\{0,1\}$  [13]. Existem duas categorias possíveis para esta função: ela pode ser constante, caso todas as suas saídas sejam iguais, ou balanceada, se

apresentar uma quantidade igual de saídas 0 e 1. O desafio é determinar a qual categoria a função  $f$  pertence.

Enquanto um computador clássico necessitaria de duas consultas para definir essa categoria, a abordagem quântica alcança o mesmo objetivo com apenas uma consulta. O circuito quântico implementado para este algoritmo é o seguinte:

$$\begin{array}{c} |0\rangle \text{ --- } \boxed{H} \text{ --- } \boxed{U_f} \text{ --- } \boxed{H} \text{ --- } \boxed{\text{Medição}} \text{ ---} \\ |0\rangle \text{ --- } \boxed{X} \text{ --- } \boxed{H} \text{ --- } \boxed{U_f} \text{ ---} \end{array} \quad (15)$$

No circuito,  $U_f$  representa o oráculo quântico, uma estrutura que implementa a função booleana em questão. A análise do resultado se dá pela medição do primeiro qubit. Se este estiver no estado  $|0\rangle$ , concluímos que  $f$  é constante; caso contrário, se  $|1\rangle$  for observado, determina-se que  $f$  é balanceada.

### B. Field Programmable Gate Arrays

As FPGAs são compostas por uma matriz de blocos lógicos configuráveis (CLBs) interligados por uma rede programável de interconexões, como mostrado na Fig. 2. Estes CLBs podem realizar várias funções lógicas, desde operações básicas, como AND, OR e NOT, até funções mais complexas. A flexibilidade na interconexão permite que os FPGAs sejam reconfigurados para uma ampla variedade de tarefas, tornando-os adequados para aplicações que requerem adaptabilidade e reconfiguração em tempo real [7].

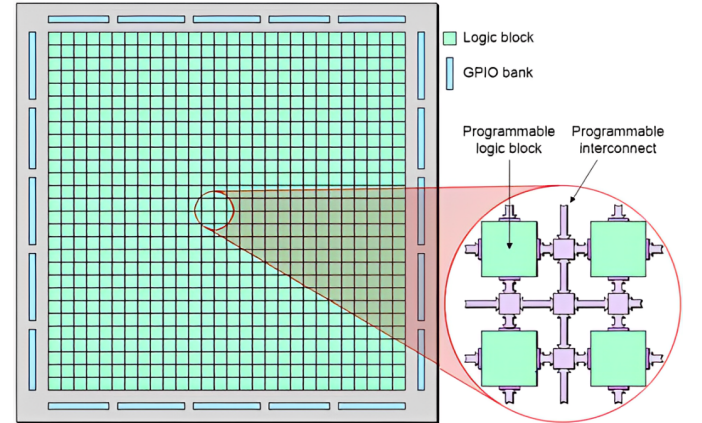


Fig. 2. CLBs em uma FPGA [14].

Com o avanço da tecnologia e a crescente demanda por soluções flexíveis, os FPGAs têm encontrado aplicações em diversos domínios, desde processamento de sinal e sistemas embarcados até data centers e pesquisa em computação quântica [15].

## III. TRABALHOS RELACIONADOS

Em [16] é ressaltado que grande parte da pesquisa em computação quântica baseia-se em simulações, cuja implementação demanda operadores unitários representados como tensores. À medida que o número de qubits aumenta,

a multiplicação desses tensores se torna um desafio significativo. FPGAs, apesar de suas limitações de memória, são identificados como uma solução promissora para essas multiplicações. Como alternativa, sugere-se a representação de sistemas quânticos por meio de redes tensoriais, o que otimiza o uso de memória e acelera as simulações.

Na implementação, a ferramenta quimb é utilizada para definir circuitos quânticos e gerar as Tensor Networks (TNs), responsáveis em fornecer uma abordagem eficaz para fatorar tensores de alta ordem em redes de ordens menores, tornando a computação mais gerenciável. Foram conduzidas simulações de circuitos com variados qubits e rodadas [16].

Os autores [16] investigaram a utilização de redes tensoriais em FPGAs com a intenção de acelerar simulações de circuitos quânticos. A pesquisa propôs representar contrações tensoriais como multiplicação de matrizes, optando por arrays sistólicos e multiplicação matricial ingênua. Apesar das limitações, as conclusões sugerem a eficácia da otimização bayesiana e dos arrays sistólicos em comparação com abordagens tradicionais.

O trabalho em [6] propôs um emulador FPGA com memória de alta largura de banda para a Quantum Fourier Transform (QFT), componente essencial em muitos algoritmos quânticos. Este emulador é dito ser notavelmente escalável em termos de velocidade de processamento e número de qubits, sendo ainda extensível a múltiplas FPGAs. Através de experimentos, o emulador demonstrou capacidade para realizar emulações de QFT de até 30 qubits usando duas FPGAs, alcançando uma aceleração de 23,6 a 24,5 vezes comparado a um emulador de CPU de 24 núcleos otimizado.

É abordado a arquitetura de memória das placas FPGA, distinguindo entre subsistemas de memória DDR3/DDR4 e High-Bandwidth Memory (HBM). Enquanto DDR3/DDR4 possui um espaço de endereço unificado, a HBM opera com espaços separados, exigindo especificação precisa de sua utilização. O desafio da otimização da HBM é evidente devido à sua estrutura única e à necessidade de alocar dados corretamente para maximizar a largura de banda. Utilizando um ambiente de design OpenCL, amplamente usado em projetos FPGA, a pesquisa propõe uma otimização de acesso à memória, priorizando a eficiência e redução da duplicação de dados [6].

Em [6] duas implementações foram desenvolvidas: uma usando uma única FPGA e outra com múltiplas FPGAs. O tempo de computação, influenciado pelo tempo de execução do kernel e transferências de dados, mostrou que a implementação de um FPGA é mais rápida para menos qubits, enquanto a de múltiplos FPGAs é mais eficaz para mais qubits devido à distribuição de dados e transferências paralelas. O aumento no número de qubits resulta em duplicação do uso de DRAM, restringindo emulações a 29 qubits em um FPGA. No entanto, com dois FPGAs, o consumo de DRAM é reduzido pela metade.

Enquanto [16] foca na utilização de redes tensoriais em FPGAs para acelerar simulações de circuitos quânticos, tendo como principal estratégia a representação de sistemas quânticos através destas redes. Embora este trabalho ofereça uma abordagem alternativa para otimizar o uso de memória,

ele não aborda especificamente a emulação em uma aplicação específica.

Por outro lado, [6] propõe um emulador FPGA especificamente para a transformada quântica de Fourier, um componente crucial em muitos algoritmos quânticos. A pesquisa apresenta um enfoque técnico na otimização da memória e destaca a eficiência da sua abordagem, mas novamente não detalha aplicações diretas.

Na proposta deste trabalho, busca-se abordar a emulação de computadores quânticos em FPGAs, preenchendo uma lacuna que os trabalhos citados não abordam especificamente.

Já em [17] é proposta uma arquitetura, emulada em FPGA, que opera com base em somente uma porta de entrada, para qualquer número de qubits usados no circuito, além de pular o cálculo e a transferência de dados. Como resultado, o processo de multiplicação na simulação de um QFT de 20 qubits foi reduzido em 79,2%.

Na Tabela I, apresentamos um resumo das características encontradas nos trabalhos relacionados e uma comparação com a proposta deste trabalho.

TABLE I  
TABELA COMPARATIVA - COMPUTAÇÃO QUÂNTICA EM FPGAS

Papers	Mitigação de Cálculos	Geração de código HDL	Otimização de Memória
[16]	Sim	Não	Parcialmente
[6]	Não	Não	Sim
[17]	Sim	Não	Sim
Our paper	Sim	Sim	Sim

## IV. EXPERIMENTOS

### A. Projeto da arquitetura em FPGA

A elaboração de uma arquitetura em FPGA destinada à emulação de computadores quânticos, constitui um desafio que junta rigor científico e precisão técnica. O cerne desse processo reside no mapeamento do mundo quântico para o digital, realizando a descrição completa de portas e estados por meio de HDL, permitindo assim que a arquitetura desenvolvida seja executável em uma FPGA e sempre buscando minimizar a quantidade de recursos utilizados em equilíbrio com a busca da melhor eficácia.

### B. Modelagem do estados

A representação dos estados quânticos, ou qubits, em uma plataforma digital como FPGA é uma tarefa que exige a transposição de conceitos matemáticos para estruturas de dados manipuláveis em um ambiente de hardware. A transição desta representação para um ambiente de descrição de hardware, contudo, apresenta desafios significativos. O HDL não oferece suporte nativo para tipos de dados complexos ou para aritmética de ponto flutuante, ambos essenciais para a simulação fiel de sistemas quânticos. Portanto, é imperativo desenvolver abstrações e estruturas de dados que contornem essas limitações, ao mesmo tempo em que preservem a precisão e a fidelidade dos estados quânticos.

### C. Implementação das Portas Quânticas

As portas quânticas são representadas por matrizes unitárias que descrevem a operação a ser aplicada no vetor de estado, conforme discutido na seção II-A2. A implementação dessas matrizes visa minimizar o número de operações complexas. Por exemplo, as matrizes de Pauli, mencionadas na seção II-A3, são mais simplificadas, permitindo que suas operações sejam executadas por meio de simples permutações nas amplitudes de probabilidade. Portas mais complexas, como Hadamard vão ser um desafio pelo fator das operações com números complexos. As portas que devem ser implementadas são as de Pauli, Hadamard, CNOT e outras portas customizáveis.

### D. Medições em Circuitos Quânticos

Após a execução de um circuito quântico, obtemos um vetor de estado. Para interpretar esse vetor como uma saída legível, é realizada uma medição, escolhendo uma base específica, conforme detalhado na seção 2.1.3. Dada a natureza probabilística da mecânica quântica, essa medição requer a geração pseudoaleatória de números. Esses números atuam como parâmetros de escolha para determinar a *string* de bits resultante, que representa a saída do algoritmo quântico.

### E. Implementação do Algoritmo Deutsch-Jozsa

A escolha do algoritmo Deutsch-Jozsa deve-se à sua relevância dos princípios básicos da computação quântica e à sua relativa simplicidade em comparação com algoritmos de maior complexidade. A implementação bem-sucedida do Deutsch-Jozsa proporcionou informações valiosas sobre o escopo e os desafios associados ao desenvolvimento de algoritmos quânticos, estabelecendo uma base sólida para abordagens subsequentes voltadas para o VQE.

O algoritmo implementado foi direcionado para um sistema de 2 qubits e utilizando o circuito (15). Com ele, as portas implementadas foram a Hadamard e Pauli-X, também a construção do oráculo quântico que foi deduzido sua matriz pela tabela verdade de cada função possível.

- Porta IX – a porta IXGate é responsável por aplicar a operação de identidade no primeiro qubit e a porta Pauli-X no segundo.
- Porta Hadamard – as entidades HadamardXHadamard e HadamardXIdentity asseguram a aplicação adequada da operação de Hadamard, seja em ambos os qubits ou de forma individual.
- Oráculo quântico – elemento central do algoritmo Deutsch-Jozsa, o QuantumOracle simula o oráculo quântico, realizando a função oculta que mapeia entradas em saídas.

A simulação das medições quânticas segue a natureza probabilística deste processo. Para isso, utilizou-se a entidade Linear Feedback Shift Register (LFSR), que gera números pseudoaleatórios. Inicializado com um valor de semente, o LFSR fornece um número inteiro de 13 bits. Os números gerados são utilizados pela entidade Measurement, que simula o processo de medição quântica ao selecionar um estado, com

base nas probabilidades definidas pelas amplitudes dos estados quânticos.

## V. RESULTADOS

A eficácia do algoritmo foi avaliada por meio de um teste-bench, simulando o comportamento quântico. Esta abordagem incluiu a geração de números pseudoaleatórios pelo LFSR e a utilização da entidade Measurement para determinar o estado quântico resultante.

O processo de estímulo `stim_proc` configura o estado quântico inicial e executa uma série de medições (1.000, neste caso). Os resultados de cada medição são registrados em um arquivo. Os dados do arquivo foram processados em Python para a elaboração de um histograma. Esse histograma oferece uma visão visual da distribuição de frequência dos resultados de medição, permitindo uma análise qualitativa e quantitativa da implementação do algoritmo. Os histogramas obtidos com a implementação do algoritmo Deutsch-Jozsa são apresentados para as funções  $f(x) = 0$ ,  $f(x) = 1$ ,  $f(x) = x$ , e  $f(x) = 1 - x$  na Fig. 3.

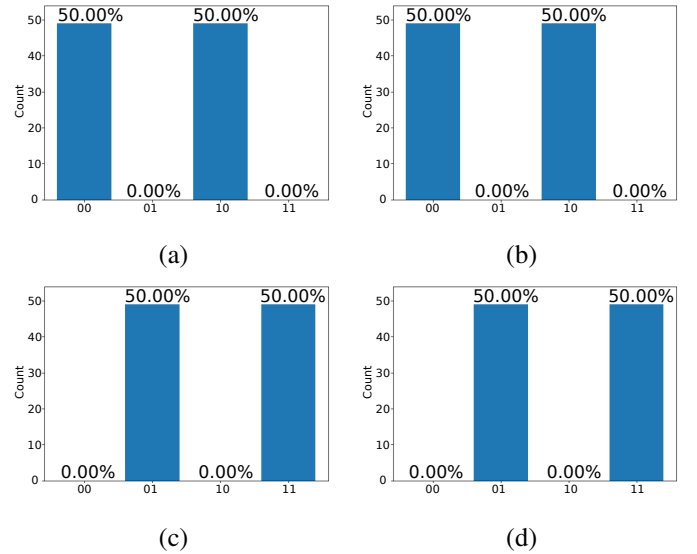


Fig. 3. Histograma dos resultados de diferentes funções  $f(x) = 0$  (a),  $f(x) = 1$  (b),  $f(x) = x$  (c) e  $f(x) = 1 - x$  (d).

Nestes casos, observa-se que o bit menos significativo do resultado é 0 para as funções constantes  $f(x) = 0$  e  $f(x) = 1$ , conforme ilustrado nas Fig. 3(a) e (b). Por outro lado, para as funções balanceadas  $f(x) = x$  e  $f(x) = 1 - x$ , ilustradas nas Fig. 3(c) e (d), o bit menos significativo apresentado é 1, em conformidade com as previsões do algoritmo.

## VI. CONCLUSÃO

Este trabalho explorou a emulação de algoritmos quânticos utilizando FPGAs, com foco no algoritmo de Deutsch-Jozsa. Através do desenvolvimento de uma arquitetura baseada em HDL, foi possível simular o comportamento quântico em plataformas clássicas, proporcionando uma ferramenta valiosa

para a análise e compreensão das operações quânticas. Os resultados da implementação demonstraram que a emulação pode capturar eficientemente a essência dos cálculos quânticos, apresentando o comportamento esperado para funções constantes e balanceadas. Esta pesquisa confirma que, apesar das limitações da tecnologia de hardware quântico atual, a emulação em FPGAs oferece uma alternativa poderosa e flexível para explorar e validar algoritmos quânticos.

- [17] Y. Hong, S. Jeon, S. Park, and B.-S. Kim, "Quantum circuit simulator based on fpga," in *2022 13th International Conference on Information and Communication Technology Convergence (ICTC)*, 2022, pp. 1909–1911.

## REFERENCES

- [1] N. Thompson and S. Spanuth, "The decline of computers as a general purpose technology: Why deep learning and the end of moore's law are fragmenting computing," <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3287769>, 2018, disponível em SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3287769>.
- [2] R. P. Feynman, "Simulating physics with computers," *International Journal of Theoretical Physics*, vol. 21, no. 6, pp. 467–488, 1982. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1007/BF02650179>
- [3] D. Deutsch and R. Penrose, "Quantum theory, the church-turing principle and the universal quantum computer," *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, vol. 400, no. 1818, pp. 97–117, 1985. [Online]. Available: <https://royalsocietypublishing.org/doi/abs/10.1098/rspa.1985.0070>
- [4] S. B. Ramezani, A. Sommers, H. K. Manchukonda, S. Rahimi, and A. Amirlatifi, "Machine learning algorithms in quantum computing: A survey," in *2020 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN)*, 2020, pp. 1–8.
- [5] Y. Cao, J. Romero, J. P. Olson, M. Degroote, P. D. Johnson, M. Kieferová, I. D. Kivlichan, T. Menke, B. Peropadre, N. P. D. Sawaya, S. Sim, L. Veis, and A. Aspuru-Guzik, "Quantum chemistry in the age of quantum computing," *Chemical Reviews*, vol. 119, no. 19, pp. 10856–10915, 2019, pMID: 31469277. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1021/acs.chemrev.8b00803>
- [6] H. M. Waidyasooriya, H. Oshiyama, Y. Kurebayashi, M. Hariyama, and M. Ohzeki, "A scalable emulator for quantum fourier transform using multiple-fpgas with high-bandwidth-memory," *IEEE Access*, vol. 10, pp. 65 103–65 117, 2022.
- [7] XILINX, "What is an fpga?" 2023, accessed: October 09, 2023. [Online]. Available: <https://www.xilinx.com/products/silicon-devices/fpga/what-is-an-fpga.html>
- [8] I. L. Chuang and Y. Yamamoto, "Simple quantum computer," *Physical Review A*, vol. 52, no. 5, pp. 3489–3496, nov 1995. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1103/physreva.52.3489>
- [9] M. Nielsen and I. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information: 10th Anniversary Edition*. Cambridge University Press, 2010.
- [10] M. Aminian, M. Saeedi, M. S. Zamani, and M. Sedighi, "Fpga-based circuit model emulation of quantum algorithms," in *2008 IEEE Computer Society Annual Symposium on VLSI*. IEEE, 2008, pp. 399–404.
- [11] A. Khalid, Z. Zilic, and K. Radecka, "Fpga emulation of quantum circuits," in *IEEE International Conference on Computer Design: VLSI in Computers and Processors, 2004. ICCD 2004. Proceedings.*, 2004, pp. 310–315.
- [12] T. Haner, D. S. Steiger, M. Smelyanskiy, and M. Troyer, "High performance emulation of quantum circuits," in *SC16: International Conference for High Performance Computing, Networking, Storage and Analysis*. IEEE, Nov 2016. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1109/sc.2016.73>
- [13] D. Deutsch and R. Jozsa, "Rapid solution of problems by quantum computation," *Proc. R. Soc. Lond. A*, vol. 439, pp. 553–558, 1992. [Online]. Available: <http://doi.org/10.1098/rspa.1992.0167>
- [14] L. Semiconductor, "What is an fpga?" 2023, available from: <https://www.latticesemi.com/What-is-an-FPGA>. [Online]. Available: <https://www.latticesemi.com/What-is-an-FPGA>
- [15] T. S. Humble, A. McCaskey, D. I. Lyakh, M. Gowrishankar, A. Frisch, and T. Monz, "Quantum computers for high-performance computing," *IEEE Micro*, vol. 41, no. 5, pp. 15–23, Sept.-Oct. 2021.
- [16] M. Levental, "Tensor networks for simulating quantum circuits on fpgas," 2021. [Online]. Available: <https://arxiv.org/abs/2108.06831>