

## SF1624: Algebra och Geometry

### Inlämningsuppgift 5

**Deadline: Mån. 04-10-2021, kl 8:00**

Dessa 3 uppgifter ska lämnas in via Canvas på kurshemsidan. **Sent inlämnade uppgifter beaktas ej.**

**För poäng på en uppgift** krävs att lösningen är välpresenterad och lätt att följa. Det innebär att lösningarna ska vara prydligt skrivna med en handstil som är lätt att läsa. Det innebär också att införda beteckningar ska definieras, att den logiska strukturen tydligt beskrivs i ord eller symboler och att resonemangen är väl motiverade och tydligt förklarade. **Alla steg i alla beräkningar** ska finnas redovisade och vara lätta att följa. Även en person som inte är insatt i problemet i förväg ska lätt kunna läsa och förstå dina lösningar. Rita figurer, förklara alla beteckningar som införs, använd vårt svenska språk för att förklara hur du resonerar. Lösningar och svar utan korrekta, utförliga och tydliga motiveringar i alla steg ger ingen poäng.

Det är tillåtet att samarbeta och diskutera med andra när du löser uppgifterna, men det är inte tillåtet att skriva av en lösning eller lämna in en lösning som man inte arbetat med själv. Det räknas som fusk att lämna in avskrivna lösningar. Om vi misstänker fusk får studenterna ingen poäng utan ytterligare diskussion. Läs mer om bedömning på kurshemsidan.

Inlämningsuppgifterna ska skickas in via Canvas (som en PDF-fil; skicka in samtliga uppgifter i EN fil) under "Uppgifter" i vänsterspalten på kurshemsidan. Observera att man måste vara kursregistrerad för att kunna skicka in sina lösningar.

**Glöm inte att kontrollera din pdf-fil efter uppladdning!**

---

**Uppgift 1.** Den linjära avbildningen  $L : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$  är definierad genom  $L(\vec{x}) = A\vec{x}$ , där  $A$  är matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 4 & 3 & -3 \end{bmatrix}.$$

- (a) Bestäm en bas  $\mathcal{B}$  för *bildrummet*  $\text{Im}(L)$  till  $L$ . Förklara varför  $\mathcal{B}$  är en bas för  $\text{Im}(L)$ .
- (b) Är  $\mathcal{B}$  en bas för  $\mathbb{R}^3$ ? Om så är fallet, förklara hur du ser det; om inte, lägg till vektorer till  $\mathcal{B}$  för att bilda en bas  $\mathcal{B}'$  för  $\mathbb{R}^3$ .

**Uppgift 2.** Låt  $W = \text{Ker}(A)$  vara nollrummet till matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 2 & 5 \\ 2 & -2 & 4 & -1 & -3 \\ 3 & 2 & -4 & 0 & 4 \end{bmatrix}.$$

- (a) Bestäm en ortonormal bas för  $W$ .
- (b) Verifiera att basen i (a) är ortonormal.

---

**Uppgift 3.** Vid ett experiment fick man mätdata presenterad i följande tabell:

$x$	-1	-1	0	1	-1	1	2	0
$y$	-2	0	1	-1	1	1	-3	2
$z$	1	4	-3	1	-4	-2	1	-1

Enligt den teoretiska modellen är storheten  $z$  relaterad till variablerna  $x$  och  $y$  enligt  $z = f(x, y) = ax^2 + by + c$ , där  $a$ ,  $b$  och  $c$  är konstanter.

- (a) Vad är det bästa valet av parametrarna  $(a, b, c)$  enligt minstakvadratmetoden? Förklara.
- (b) Blir det ett annat bästa val av parametrarna  $(a, b, c)$  (enligt minstakvadratmetoden) om man istället för att använda hela tabellen endast använder första halvan av tabellen (dvs. första 4 mätningar)? Förklara.