SF1624: Algebra och Geometry

Inlämningsuppgift 4

Deadline: Mån. 27-09-2021, kl 8:00

Dessa 3 uppgifter ska lämnas in via Canvas på kurshemsidan. **Sent inlämnade uppgifter beaktas ej.**

För poäng på en uppgift krävs att lösningen är välpresenterad och lätt att följa. Det innebär att lösningarna ska vara prydligt skrivna med en handstil som är lätt att läsa. Det innebär också att införda beteckningar ska definieras, att den logiska strukturen tydligt beskrivs i ord eller symboler och att resonemangen är väl motiverade och tydligt förklarade. **Alla steg i alla beräkningar** ska finnas redovisade och vara lätta att följa. Aven en person som inte är insatt i problemet i förväg ska lätt kunna läsa och förstå dina lösningar. Rita figurer, förklara alla beteckningar som införs, använd vårt svenska språk för att förklara hur du resonerar. Lösningar och svar utan korrekta, utförliga och tydliga motiveringar i alla steg ger ingen poäng.

Det är tillåtet att samarbeta och diskutera med andra när du löser uppgifterna, men det är inte tillåtet att skriva av en lösning eller lämna in en lösning som man inte arbetat med själv. Det räknas som fusk att lämna in avskrivna lösningar. Om vi misstänker fusk får studenterna ingen poäng utan ytterligare diskussion. Läs mer om bedömning på kurshemsidan.

Inlämningsuppgifterna ska skickas in via Canvas (som en PDF-fil; skicka in samtliga uppgifter i EN fil) under "Uppgifter"i vänsterspalten på kurshemsidan. Observera att man måste vara kursregistrerad för att kunna skicka in sina lösningar.

Glöm inte att kontrollera din pdf-fil efter uppladdning!

Uppgift 1. Låt $\vec{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^2$. Den linjära avbildningen $S\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ är spegling i linjen som spänns upp av $\vec{v}_1$. Den linjära avbildningen $R\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ är rotation moturs med $30°$.

(a) Bestäm standardmatrisen A till S.
(b) Bestäm standardmatrisen B till R.
(c) Stämmer det att $S \circ R = R \circ S$? Förklara.
(d) Beskriv den linjära avbildningen som representeras av matrisen $B^{-12}A^3$.

Uppgift 2. Den linjära avbildningen $R\colon \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ är rotation kring vektorn $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$ med vinkel $\frac{1}{4}\pi$ enligt högerhandregeln. Den linjära avbildningen $S\colon \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ är spegling i planet $x + y + z = 0$. Låt $T = S \circ R$.

(a) Bestäm standardmatrisen A till T. Bestäm även matrisen $A^T A$ (här A^T står för transponat av A).
(b) Bestäm nollrummet (kärnan) till T. Vad har det för dimension? Förklara.
(c) Bestäm bildrummet till T. Vad har det för dimension? Förklara.

Uppgift 3. Låt

$$\vec{u_1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \ \vec{u_2} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \vec{u_3} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \ \vec{u_4} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix},$$

(a) Finns det någon **linjär** avbildning L så att $L(\vec{u_1}) = \vec{u_2}$ och $L(\vec{u_3}) = \vec{u_4}$? Om ja: Hur många sådana L finns det? Ange en sådan matris L. Om svaret är nej: Förklara.

(b) Finns det någon **linjär** avbildning L så att $L(\vec{u_1}) = \vec{u_2}$ och $L(\vec{u_3}) = \vec{u_4}$, och så att L dessutom bildar planet $x + 2z = 0$ på planet $x + y + z = 0$? Förklara.