



### Inlämningsuppgifter till Seminarium 3

Lösningar på dessa uppgifter (1-5 nedan) ska lämnas in i form av en pdf-fil via canvas senast måndagen den 7 februari 2022 kl 08:00. Lösningar som lämnas in för sent eller som lämnas in på något annat sätt än via canvas kommer ej att beaktas. Lösningarna ska vara väl motiverade och tydligt skrivna. Även en person som inte är insatt i problemet i förväg ska lätt kunna läsa och förstå dina lösningar. Rita figur, förklara alla beteckningar som införs och förklara hur du resonerar. Alla beräkningar förväntas vara korrekta. Kontrollera dina räkningar innan du lämnar in dina lösningar.

Det är tillåtet att samarbeta och diskutera med andra när du löser uppgifterna, men det är inte tillåtet att skriva av en lösning eller lämna in en lösning som du inte arbetat med själv. Det räknas som fusk att lämna in avskrivna lösningar.

Inlämningsuppgifterna ska skickas in via canvas (som en PDF-fil; skicka in samtliga uppgifter i EN fil) under "Uppgifter" i menyn på canvassidan. Observera att man måste vara kursregistrerad och inloggad för att kunna skicka in sina lösningar.

**Uppgift 1.** Gör en skiss av den plana mängd  $D$  som ges av olikheterna  $x^2 \leq y \leq 1$ . Finns det säkert ett största och ett minsta värde av  $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy - y$  när  $(x, y)$  varierar i mängden  $D$ ? I vilka punkter skulle största och minsta värdet i så fall kunna antas? Bestäm största och minsta värdet, om de finns.

**Uppgift 2.** Avgör om ekvationen  $x^2 + y^3 + z^3 - 2x^2yz = 12$  implicit definierar  $z$  som funktion av  $(x, y)$  i en omgivning av punkten  $(1, 2, -1)$  och om den gör det, beräkna  $\frac{\partial z}{\partial x}(1, 2)$  och  $\frac{\partial z}{\partial y}(1, 2)$ .

**Uppgift 3.** Låt  $f(x, y) = y^3 + x^2 - 2x - 3y$ . Bestäm alla kritiska (stationära) punkter till  $f$  och avgör med hjälp av Taylorutveckling om några av dem är lokala extrempunkter. Antar  $f$  något största eller minsta värde?

**Uppgift 4.** Avgör om  $f(x, y, z) = x^2 + y + z$  antar något största respektive minsta värde när  $(x, y, z)$  ligger på enhetssfären  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ . Bestäm i så fall största och minsta värdet.

**Uppgift 5.** Bestäm största och minsta värdet, om de finns, av  $f(x, y) = \frac{1}{x+y} + xy$  när  $(x, y)$  uppfyller att  $x > 0$  och  $y > 0$ .

### Extra arbetsmaterial till Seminarium 3

Vid Seminarium 3 kommer lösningarna till inlämningsuppgifterna ovan att diskuteras. Dessutom kan några av nedanstående uppgifter behandlas. Lösningar på dessa ska dock inte lämnas in i förväg.

**Uppgift 6.** Bestäm största och minsta värdet, om de finns, av  $f(x, y) = xy - x$  på området  $2x^2 + y^2 \leq 1$ .

**Uppgift 7.** Bestäm max och min av  $f(x, y) = xy^2$  på cirkelskivan  $x^2 + y^2 \leq 3$ .

**Uppgift 8.** Låt  $f(x, y) = x^3 + x^2y - y^2$ . Bestäm alla kritiska (stationära) punkter till  $f$  och avgör med hjälp av Taylorutveckling om några av dem är lokala extrempunkter.

**Uppgift 9.** Avgör om sambandet  $x^4 + y^4 - 4xy = 9$  definierar  $x$  som kontinuerligt deriverbar funktion av  $y$  i någon omgivning av  $(1, 2)$  och beräkna i så fall  $dx/dy$  i punkten  $y = 2$ .

**Uppgift 10.** Låt  $\mathbf{F}(x, y) = \begin{bmatrix} x^2y \\ y^2 - 2x \end{bmatrix}$ .

- (a) Bestäm den linjära approximationen av  $\mathbf{F}$  kring punkten  $(1, 2)$  och beräkna med hjälp av den ett närmevärde till  $\mathbf{F}(1.1, 1.9)$ .
- (b) Avgör om  $\mathbf{F}$  är inverterbar i någon omgivning av  $(1, 2)$