



### Inlämningsuppgifter till Seminarium 1, period 3

Lösningar på dessa uppgifter (1-5 nedan) ska lämnas in via canvas i form av en pdf-fil senast måndagen den 24 januari 2022 kl 8:00. Lösningar som lämnas in för sent och lösningar som lämnas in på annat sätt än via canvas kommer ej att beaktas. Lösningarna ska vara väl motiverade och tydligt skrivna. Även en person som inte är insatt i problemet i förväg ska lätt kunna läsa och förstå dina lösningar. Rita figur, förklara alla beteckningar som införs och förklara hur du resonerar. Alla beräkningar förväntas vara korrekta. Kontrollera dina räkningar innan du lämnar in dina lösningar.

Det är tillåtet att samarbeta och diskutera med andra när du löser uppgifterna, men det är inte tillåtet att skriva av en lösning eller lämna in en lösning som du inte arbetat med själv. Det räknas som fusk att lämna in avskrivna lösningar.

Inlämningsuppgifterna ska skickas in via canvas (som en PDF-fil; skicka in samtliga uppgifter i EN fil) under "Uppgifter" i menyn på canvassidan. Observera att man måste vara kursregistrerad för att kunna skicka in sina lösningar.

**Uppgift 1.** Skissera följande mängder. Ange vilka deras randpunkter är. Avgör om mängderna är öppna eller slutna eller varken eller.

- (a)  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y^2 < x < 1\}$
- (b)  $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 2x + y^2 - 6y = 6\}$

**Uppgift 2.** Beskriv följande mängder med polära, cylindriska eller sfäriska koordinater.

- (a)  $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2 \text{ och } x \leq 0\}$
- (b)  $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 3 \text{ och } x \geq 0, y \geq 0\}$
- (c)  $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y^2 + z^2 \leq 4 \text{ och } |x| \leq 1\}$

**Uppgift 3.** En partikel rör sig längs en ellips i planet så att dess position vid tidpunkten  $t$  sekunder efter starten ges av

$$\mathbf{r}(t) = (1 + 2 \cos 2\pi t, \sin 2\pi t).$$

- (a) Bestäm en ekvation för ellipsen på formen  $\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1$ .
- (b) Bestäm partikelns hastighet och acceleration vid tidpunkten  $t = 1/8$  s. Enheten på koordinataxlarna är meter.
- (c) Gör en enkel skiss av ellipsen, markera punkten  $\mathbf{r}(1/8)$  och rita i figuren in dina svar på uppgift (b)
- (d) Bestäm den maximala fart som partikeln uppnår.

**Uppgift 4.** Ange och skissa definitionsmängden samt ange och skissa några nivåkurvor till dessa funktioner:

(a)  $f(x, y) = \ln(2 + 2x + y)$

(b)  $g(x, y) = e^{\sqrt{x^2 - y^2}}$

**Uppgift 5.** I vilka punkter är nedanstående funktioner kontinuerliga?

(a)  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x+y)^2}{\sqrt{x^2+y^2}}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

(b)  $g(x, y) = \begin{cases} \frac{y^2 + x^3 + x^4}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

### Extra arbetsmaterial till Seminarium 1

Vid Seminarium 1 kommer lösningarna till inlämningsuppgifterna ovan att diskuteras. Dessutom kan några av nedanstående uppgifter behandlas. Lösningar på dessa ska dock inte lämnas in i förväg.

**Uppgift 6.** Parametrisera den kurva i tredimensionella rummet som utgörs av snittet av cylindern med ekvation  $x^2 + y^2 = 2$  och planet med ekvation  $2x + y + z = 1$ .

**Uppgift 7.** En partikel färdas längs en bana i rummet. Positionen för partikeln vid tidpunkten  $t$  sekunder efter starten ges av  $\mathbf{r}(t) = (t, \cos 2t, \sin 2t)$ . Enheten på koordinatlarna är meter.

(a) Beräkna partikelns hastighet och acceleration vid en godtycklig tidpunkt  $t > 0$ . Är hastighet och acceleration vinkelräta mot varandra?

(b) Hur långt färdas partikeln under den första sekunden efter starten?

**Uppgift 8.** Bestäm definitionsmängderna till nedanstående funktioner.

(a)  $f(x, y) = \ln |xy|$

(b)  $g(x, y) = \frac{1}{x^2 - y}$

(c)  $h(x, y) = \sqrt{|x - y|}$

**Uppgift 9.** Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 - y \sin y^2}{y - \sin x}$$

eller visa att det inte existerar.