2022-12-22

1) Givet:

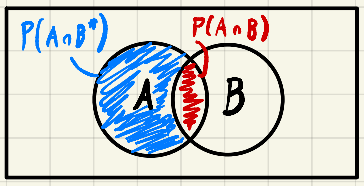
$P(A|B) = 0,6$

$P(A \cup B) = 0,9$

$P(A \cap B^*) = 0,4$

Sökt:

$P(A)$



Vi ser här att:

$P(A \cap B^*) + P(A \cap B) = P(A)$

Vi tar nu fram:

$P(B) = P(A \cup B) - P(A \cap B^*) = 0,9 - 0,4 = 0,5$

$$P(A|B) = \frac{P(B \cap \underset{(= P(A \cap B))}{A})}{P(B)} \Rightarrow P(A|B)P(B) = P(B \cap A) = 0,6 \cdot 0,5 = 0,3$$

$P(A \cap B^*) + P(A \cap B) = P(A)$ ger... $P(A) = 0,4 + 0,3 = 0,7$ //

Svar: C

2) Givet:

$E(X) = \frac{1}{6}$

Sökt:

a

$E(X)$ av $f_X(x)$ ges av:

(=1 då 1^x alltid blir 1 oavsett x)

$$\int_0^1 x C x^{a-1}(1-x)\,dx = \int_0^1 C x^a - C x^{a+1}\,dx = C\left[x^a - x^{a+1}\right]_0^1 = C\left(\frac{1^{a+1}}{a+1} - \frac{1^{a+2}}{a+2} + 0\right) = C\left(\frac{1}{a+1} - \frac{1}{a+2}\right) =$$

$$= C\left(\frac{(a+2)}{(a+1)(a+2)} - \frac{(a+1)}{(a+2)(a+1)}\right) = C\left(\frac{1}{(a+1)(a+2)}\right) = \frac{1}{6}$$

3) Kovariansen ges av:

$C(X,Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$

$E(X) = 1(0,1 + 0,3) = 0,4$

$E(Y) = 1(0,2 + 0,1) + 2(0,3 + 0) = 0,9$

$E(XY) = 1 \cdot 1 \cdot 0,1 + 1 \cdot 2 \cdot 0 = 0,1$

Vilket innebär att:

$C(X,Y) = E(XY) - E(X)E(Y) = 0,1 - 0,4 \cdot 0,9 = -0,26$

Svar: B

4) Givet:

5 tomtar

4 grisar

$$\frac{\overbrace{\binom{5}{2}+\binom{4}{2}}^{\text{(gynsamma)}}}{\binom{9}{2}} = 0,4444....$$

Svar: C

5) Givet:

$D(X) = 1,8$

2,9 kartonger/vecka

50 butiker

Be om hjälp på nästa övning

6) Givet:

$P(P|T) = 0,69$

$P(P^*|T^*) = 0,92$

$P(T) = 0,02$

Sökt:

$P(T^*|P^*)$

$P(T^*) = 1 - P(T) = 1 - 0,02 = 0,98$

$P(P^*|T) = 1 - P(P|T) = 0,31$

Vi använder Bayes sats enligt:

$$P(T^*|P^*) = \frac{P(P^*|T^*)P(T^*)}{P(P^*|T^*)P(T^*) + P(P^*|T)P(T)} = \frac{0,92 \cdot 0,98}{0,92 \cdot 0,98 + 0,31 \cdot 0,02} \approx 0,993$$

Svar: D

7) Givet:

$$\begin{cases} \text{Poissonfördelning} \\ E(X) = \mu \\ V(X) = \mu \end{cases}$$

Väntevärdesriktighet:

$E(\mu^*) = \frac{1}{3}(E(X_1) + E(X_2)) = \frac{1}{3}(\mu + 2\mu) = \frac{3\mu}{3} = \mu$ ☑

$E(\hat{\mu}) = \frac{1}{2}\left(E(X_1) + \frac{1}{2}(E(X_2))\right) = \frac{1}{2}\left(\mu + \frac{1}{2}(2\mu)\right) = \mu$ ☑

Både μ^* o $\hat{\mu}$ är väntevärdesriktiga.

Vilken skattning som är mest effektiv ges av varianserna; desto mindre desto effektivare:

$$V(\mu^*) = \frac{1}{3^2}\left(V(X_1) + V(X_2)\right) = \frac{1}{9}(\mu + 2\mu) = \frac{3\mu}{9} = \frac{\mu}{3}$$

$$V(\hat{\mu}) = \frac{1}{2^2}\left(V(X_1) + V\left(\frac{1}{2}(X_2)\right)\right) = \frac{1}{4}\left(V(X_1) + \frac{1}{2^2}V(X_2)\right) = \frac{1}{4}\left(\mu + \frac{1}{4}(2\mu)\right) = \frac{1}{4}\left(\frac{3\mu}{2}\right) = \frac{3\mu}{8}$$

Då $V(\mu^*) < V(\hat{\mu})$ $\left(\frac{\mu}{3} < \frac{8\mu}{3}\right)$ vet vi att μ^*_{obs} är mest effektiv.

Svar: A

8) Givet:

$X_1 \in Exp(\lambda)$, $x_1 = 7,3$

$X_2 \in Exp(3\lambda)$, $x_2 = 2,6$

$X_3 \in Exp(4\lambda)$, $x_3 = 1,6$

$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ (Exp.)

$$L(\lambda) = \left(\lambda e^{-7,3\lambda}\right)\left(3\lambda e^{-7,8\lambda}\right)\left(4\lambda e^{-6,4\lambda}\right) = 12\lambda^3 e^{-21,5\lambda}$$

$$\ln(L(\lambda)) = \ln(12) + 3\ln\lambda - 21,5\lambda$$

$$(\ln(L(\lambda)))' = 0 + \frac{3}{\lambda} - 21,5 = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{3}{21,5} \approx 0,14$$

Svar: A

9) Givet:

$\bar{x} = 49,2$ $\quad s_x^2 = 8,8$ $\quad n_x = 6$

$\bar{y} = 37,4$ $\quad s_y^2 = 3,04$ $\quad n_y = 12$

$$\left.\begin{array}{l} X_i \in N(\mu_x, \sigma) \\ Y_i \in N(\mu_y, \sigma) \end{array}\right\} \text{Samma varians } (\sigma = \sigma)$$

Sökt:

Undre gräns för $I_{\mu_x - \mu_y}$

Räknare: STAT → TESTS → 10: 2-SampTInt

Mata in värden; OBS $S_x = \sqrt{S_x^2}$, $S_y = \sqrt{S_y^2}$

Pooled: Yes

Vi får den undre gränsen till: 8,59

Svar: B

11) Vi vet att $Q = 7,98$ och att $f = \text{kategorier} - 1 = 3 - 1 = 2$ (A, B och felfria)

Om vi nu kollar i TAB. 4 i tabellsamlingen ser vi att:

$\chi^2_{0,05}(2) = 5,99$

$\chi^2_{0,025}(2) = 7,38$

Om Q är större än något värde kan Q förkastas för det värdet (risknivå)

Dock i det här fallet så är:

$5,99 < 7,98 \longrightarrow \chi^2_{0,05}(2) < Q$ $\quad \chi^2_{0,05}(2)$ förkastas!

$7,38 < 7,98 \quad\quad\;\; \chi^2_{0,025}(2) < Q$ $\quad \chi^2_{0,025}(2)$ förkastas!

Svar: B

12) Givet:

$$\beta^* = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$

$$\alpha = \bar{Y} - \beta^* \cdot \bar{x}$$

Räknare: STAT → TESTS → F: LinRegTTest

a och b ger α^*_{obs} och β^*_{obs}

$$y(x) = e^{\alpha^*_{obs} + \beta^*_{obs} x_i} = e^{4,0762 + 2,6356 \cdot 20} = 4,6 \cdot 10^{24}$$

Vi ser nu att: $10^{24} < 4,6 \cdot 10^{24} < 10^{25}$

Svar: C