2021-10-22

1) Givet:

1, 1, 2, 2, 3, 3

$$P = \overbrace{\frac{2}{6}\cdot\frac{4}{5}}^{\text{Dra 3:a sen 1 eller 2}} + \underbrace{\frac{2}{6}\cdot\frac{2}{5}}_{\text{Dra 2:a sen 1}} = \frac{2}{5}$$

Svar: C

2) Vi tar fram sannolikhetsfunktionen:

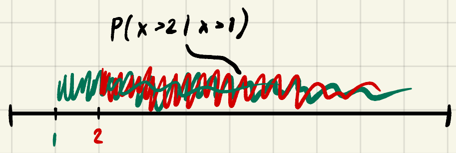
$$F_x = \int \frac{x^2}{9}\,dx = \frac{x^3}{3\cdot 9} = \frac{x^3}{27}$$

Detta ger...

$$P(X>2) = 1 - \overbrace{P(X<2)}^{f_x = \frac{x^2}{9} \rightarrow \text{kontinuerlig...}} = 1 - F_x(2) = 1 - \frac{2^3}{27} = \frac{19}{27}$$

$$P(X>1) = 1 - P(X<1) = 1 - F_x(1) = 1 - \frac{1}{27} = \frac{26}{27}$$

Vi vet även att:



$$P(X>2 \mid X>1) = \frac{P(X>2 \cap X>1)}{P(X>1)} \longrightarrow$$ Vi ser tydligt här att $P(X>2 \cap X>1) = P(X>2)$

...detta ger:

$$P(X>2 \mid X>1) = \frac{P(X>2)}{P(X>1)} = \frac{\left(\frac{19}{27}\right)}{\left(\frac{26}{27}\right)} = \frac{19}{26}$$

3) Givet:

$V(X) = 4, \quad V(Y) = 1, \quad V(Z) = 2$

Detta ger...

$$D(2X - 4Y + 3Z) = \sqrt{V(2X) + V(-4Y) + V(3Z)} = \sqrt{4V(X) + 16V(Y) + 9V(Z)} = \sqrt{50} \approx 0{,}707$$

Svar: 7,07

4) Vi vet att:

$$C(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$$

...och:

$$E(X) = 0\cdot(0{,}1+0{,}2) + 1\cdot(0{,}3+0{,}4) = 0{,}7$$

$$E(Y) = 0\cdot(0{,}1+0{,}3) + 1\cdot(0{,}2+0{,}4) = 0{,}6$$

$$E(XY) = 0\cdot 0\cdot 0{,}1 + 0\cdot 1\cdot 0{,}2 + 1\cdot 0\cdot 0{,}3 + 1\cdot 1\cdot 0{,}4 = 0{,}4$$

4 forts) Alltså:

$$C(X,Y) = E(XY) - E(X)E(Y) = 0,4 - 0,7 \cdot 0,6 =$$

5) Vi vet att $D(X-5) = D(X)$, alltså:

Vi standardiserar normalfördelningen:

$N(5,\ D(X-5))$ ger... $P(X<0) = \Phi\left(\frac{0-5}{D(X-5)}\right) = 0,05$ $\quad \frac{-5}{D} = 1,6\ldots$

Vi ser i tabell 1 att $\Phi(1,6449) = 0,05$ då $P(X > \lambda_\alpha) = \alpha$ men vi har $P(X<0)$ och måste därmed sätta $\Phi(-1,6449) = 0,95$, alltså:

$$\Phi\left(\frac{0-5}{D(X-5)}\right) = \Phi(-1,6449) \Rightarrow \frac{-5}{D(X-5)} = -1,6449 \Rightarrow \frac{-5}{-1,6449} = D(X-5) \approx 3,04$$

Svar: A

6) Givet:

$X \in P_o(2)$

$Y \in P_o(2)$

$P(\max(X,Y) \geq 2) = 1 - P(X \leq 1)P(Y \leq 1)$ (se eget formelblad)

Vi får nu...

(Poisson = diskret fördelning)

$$P(Z \geq 2) = P(\max(X,Y) \geq 2) = 1 - P(X \leq 1)P(Y \leq 1) = 1 - 0,40601 \cdot 0,40601 \approx 0,835$$

Svar: C

7) Vi börjar med att ta fram täthetsfunktionen f_x med derivata:

$$F_x' = f_x = ax^a$$

Nu tar vi fram ML-Skattningen:

$$L(a) = \left(a(0,873)^{a-1}\right)\left(a(0,910)^{a-1}\right)\left(a(0,820)^{a-1}\right) = a^3 \cdot 0,873^{a-1} \cdot 0,910^{a-1} \cdot 0,820^{a-1}$$

Vi tar nu fram $\ln(L(a))$ för att förenkla derivering i nästa steg:

$$\ln(L(a)) = 3 \cdot \ln(a) + (a-1)\ln(0,873) + (a-1)\ln(0,910) + (a-1)\ln(0,820) = 3\ln(a) + a\ln(0,873) - \ln(0,873)$$

$$+ a\ln(0,910) - \ln(0,910) + a\ln(0,820) - \ln(0,820)$$

Detta blir vid derivering:

$$\ln(L(a))' = \frac{3}{a} + \ln(0,873) + \ln(820) + \ln(0,910) \Rightarrow a = \frac{3}{-\left(\ln(0,873) + \ln(820) + \ln(0,910)\right)} \approx 7$$

Svar: D

8) Vi tar fram $D(\mu^*_{obs})$ enligt:

$$D = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\mu^*_{obs}}$$

Då vi av uppgiften vet att $\mu^* = x$ får vi alltså:

$$D = \sqrt{\mu^*_{obs}} = \sqrt{x}$$ //

Svar: D

9) Givet:

$$p = \frac{x}{n} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$$

$$n = 30$$

$$x \in Bin(\underset{(n)}{30}, \underset{(p)}{\tfrac{2}{3}})$$

Vi använder approximativa metoden:

$$I = p^*_{obs} \pm D^*_{obs} \cdot \lambda_{\frac{\alpha}{2}} \quad \text{där} \quad D^*_{obs} = \sqrt{V\left(\frac{X}{n}\right)} = \sqrt{\frac{V(X)}{n^2}} = \sqrt{\frac{np^*_{obs}(1-p^*_{obs})}{n^2}} = \sqrt{\frac{p^*_{obs}(1-p^*_{obs})}{n}} = \sqrt{\frac{\frac{2}{3}(1-\frac{2}{3})}{n}} = \frac{\sqrt{\frac{2}{9}}}{\sqrt{n}} \quad \ldots \text{och} \quad \frac{\alpha}{2} = \frac{1-0{,}9}{2} = 0{,}05$$

$(n = 30\ldots)$

Vi får alltså:

(Undre gräns)

$$I = \frac{2}{3} \pm \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)}{\sqrt{30}} \cdot \lambda_{0{,}05} \approx (0{,}525,\ 0{,}808) \quad \text{där} \quad 0{,}525 \approx 0{,}53$$

10) Vi får:

$X \in P_o(\mu) = P_o(7)$ vid H_1

$$P(X \geq 7) = 1 - \underbrace{P(X \leq 6)}_{P_o(\mu) \text{ är diskret...}} = 1 - 0{,}44971 \approx 0{,}55$$

Svar: C

11) Då σ och μ är okända använder vi t-metoden:

$$I_\mu = \bar{x} \pm \frac{s}{\sqrt{n}} \cdot t_{\frac{\alpha}{2}}$$

$$\bar{x} = \frac{5{,}72 + 5{,}62 + 6{,}02 + 6{,}34 + 4{,}97 + 5{,}02}{6} = 5{,}615$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{6-1}\left((5{,}72-5{,}615)^2 + (5{,}62-5{,}615)^2 + (6{,}02-5{,}615)^2 + (6{,}34-5{,}615)^2 + (4{,}97-5{,}615)^2 + (5{,}02-5{,}615)^2\right)} \approx 0{,}542356$$

$$\frac{\alpha}{2} = \frac{1-0{,}99}{2} = \frac{0{,}01}{2} = 0{,}005$$

Vi får alltså:

(Övre gräns...)

$$I_\mu = 5{,}615 \pm \frac{0{,}542356}{\sqrt{6}} \cdot \underbrace{t(6-1)_{0{,}005}}_{=4{,}03} \approx (4{,}723,\ 6{,}51)$$

Svar: C

12) Då modellen ges av $y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$, $i = 1, .., 5$ och försäljningen går nedåt (kolla angiven tabell) vet vi att skattade lutningen β måste vara negativ. Det finns i sin tur bara ett alternativ där β är negativ.

Svar: B