Kombinatorik

	Med återläggning	Utan återläggning
Med ordning	n^k	$n(n-1)\cdots(n-k+1)$
Utan ordning	$\binom{n+k-1}{k}$	$\binom{n}{k}$

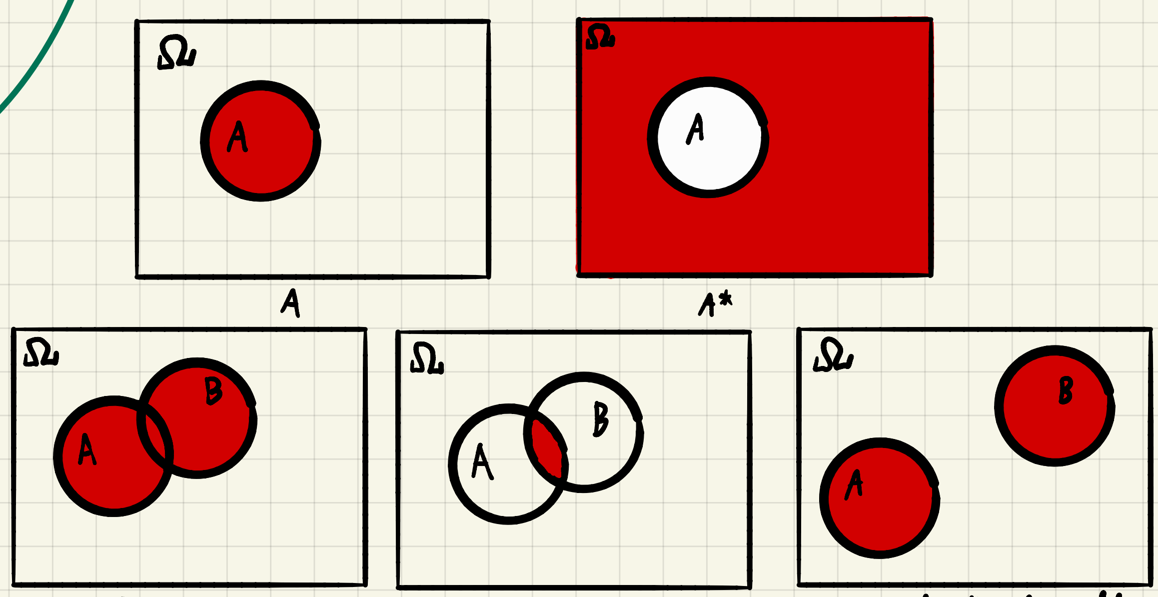
($n \rightarrow$ Antal element i en mängd
$k \rightarrow$ Antal element som dras ur en mängd.)

- $$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$ (OBS! Ej permutation; kombination!)

Betingad Sannolikhet

(Sannolikheten att B händer givet att A händer)

- $$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$
- $P(A \cap B) = P(A)\,P(B|A)$
- $P(A \cap B) = P(B)\,P(A|B)$
- $P(B^*|A) = 1 - P(B|A)$



A　　A*

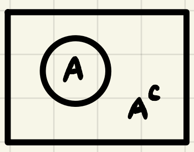
$A \cup B$　　$A \cap B$　　A och B disjunkta

Bayes Sats

Låt $A_1, \ldots, A_n$ vara n disjunkta händelser...

- $$P(A_i|B) = \frac{P(B|A_i)\,P(A_i)}{\sum_{j=1}^{n} P(B|A_j)\,P(A_j)}$$
- $$P(A|B) = \frac{P(B|A)\,P(A)}{P(B)}$$ ← (Om $n=1$, specialfall)

Komplement

- $P(A) = 1 - P(A^c)$ 
- $P(A \cup B) = P(A) + P(A^c \cap B)$

Additionssatsen

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Oberoende

- $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ (Om A & B är oberoende)
- $P(B|A) = P(B)$
- Om A & B är oberoende så är även A^c och B det.

Disjunkta

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- $A \cap B = \emptyset$

Stokastiska variabler

Poissonfördelning

- Diskret fördelning som ofta används när något utspelar sig över en tidsperiod
- Sannolikhetsfunktionen för en stokastisk variabel $X \in Po(\mu)$ ges av:

$$p_X(k) = \frac{\mu^k}{k!} e^{-\mu}$$

där $k = 0, 1, 2, \ldots$ och $; \mu > 0$

Väntevärde: $E(X) = \mu$

Varians: $V(X) = \mu$

Täthetsfunktion $f_X(x)$

- Om X är en kontinuerlig stokastisk variabel gäller:

$$P(a < X \leq b) = \int_a^b f_X(x)\,dx$$

- Allmänt gäller:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x)\,dx = 1$$ (då totala sannolikheten alltid är 1)

$$0 \leq f_X(x) \leq 1$$

- För kontinuerliga stokastiska variabler gäller även:

$$f(a) \neq P(X = a)$$

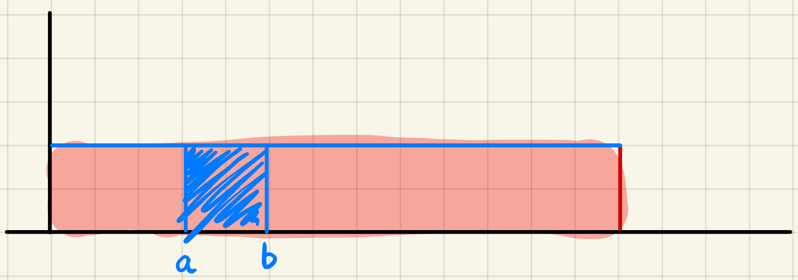
$$P(a \leq X \leq b) = P(a < X < b)$$

- Likformig fördelning

$\int_a^b f_X(x)\,dx$ där...

$$\boxed{f_X(x) = \frac{1}{(b-a)}}$$

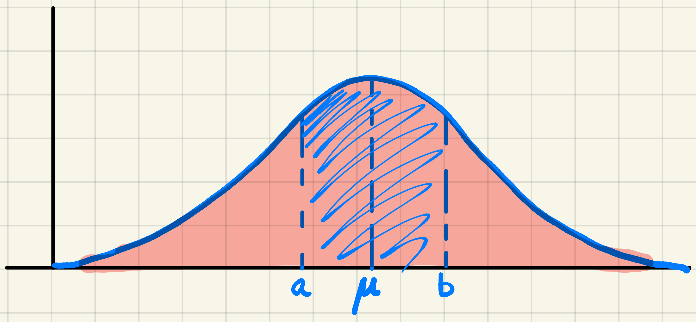
$(a < x < b)$



- Normalfördelning

$\int_a^b f_X(x)\,dx$ där...

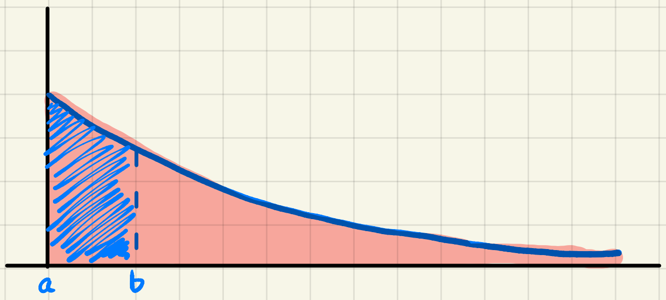
$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\mu - x)^2}{2\sigma^2}}$$



- Exponentialfördelning

$\int_a^b f_X(x)\,dx$ där...

$$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}$$



Bionimal fördelning

- Vi vet hur många försök n vi ska göra ☑
- Försöken är oberoende av varandra ☑
- Det finns endast två möjliga utfall (per försök); p och p-1 ☑

- Samolikhetsfunktion:

$$p_X(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$ där n är antalet försök och $0 \le p \le 1$

- Väntevärde:

$$E(X) = np$$

- Varians:

$$V(X) = np(1-p)$$

Miniräknare

- 2ND → VARS (DISTR) →
  - A: binompdf(n, p, k) (Används om man söker sannolikheten för ett specifikt värde e.g. $P(X = A)$)
  - B: binomcfd (n, p, k) (Används om man söker sannolikheten för ett specifikt värde eller något mindre e.g. $P(X \le A)$)

För $P(X > A)$ kan man nyttja $P(X > A) = 1 - P(X \le A)$

Multinomial Fördelning

- Vi vet hur många försök n vi ska göra ☑
- Försöken är oberoende av varandra ☑
- Det finns mer än två möjliga utfall (per försök); p och p-1 ☑

- Samolikhetsfunktion:

$$p_{X_1,\dots,X_r}(k_1,\dots,k_r) = \frac{n!}{k_1!\cdots k_r!} p_1^{k_1}\cdots p_r^{k_r}$$ (Varje försök kan resultera i r möjliga utfall)

- $\sum_{i=1}^{r} p_i = 1$ (Summan av sannolikheten av alla utfall är 1)
- $\sum_{i=1}^{r} k_i = n$ (Summan av samtliga utfall är n)

Fördelningsfunktion $F_X(x)$

- Fördelningsfunktionen för en kontinuerlig stokastisk variabel ges av:

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt$$

Varians

- $V(X) = E((x-\mu)^2)$
- $V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$

Standardavvikelse

- $\sigma = \sqrt{V(X)}$
- $V(X) = \sigma^2$

Sannolikhetsfunktion

- Om X är en diskret stokastisk variabel gäller:

$$P(a \leq X \leq b) = \sum_{k=a}^{b} P_X(k) \quad \left(\text{där } P_X(k) \geq 0 \text{ för alla } k \text{ och } \sum_{k=0}^{\infty} P_X(k) = 1\right)$$