

MAPAS

ENRIQUE PLANCHART
CENAMEC-USB

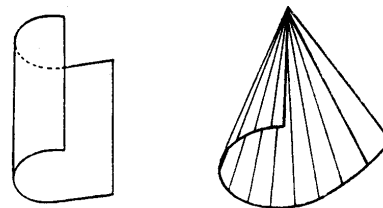


El hombre se ha visto en la necesidad de representar la Tierra sobre una superficie plana, a la que se le da el nombre de carta geográfica o mapa. El problema de hacer un mapa de la Tierra o de parte de ella, es construir una biyección entre parte de la esfera y un plano. Por experiencia sabemos que esto no se puede hacer sin romper o deformar la esfera y aquí radica la riqueza matemática del problema. Hay que sacrificar alguna propiedad o relación en la esfera y lo que sacrifiquemos depende de lo que se quiera hacer con el mapa. Idealmente quisiéramos un mapa isométrico, que conserve todas las distancias y las propiedades geométricas. Como esto no es posible, podemos contentarnos con un mapa que conserve las geodésicas (una geodésica es la línea que señala el camino más corto entre dos puntos). En la esfera, las geodésicas son los arcos de circunferencia máxima; en el plano, son los segmentos de rectas.

Un mapa producido por proyección desde el centro de la Tierra sobre un plano tangente conserva las geodésicas.



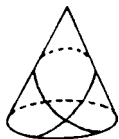
Hay superficies que se pueden aplicar sobre el plano conservando sus propiedades métricas. Por ejemplo, el cono y el cilindro se pueden desenrollar sobre un plano conservando las distancias y las geodésicas.



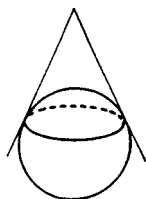
Es fácil darse cuenta de que las geodésicas de los cilindros son sólo las circunferencias (c), hélices (h) y generatrices (g),



Se pueden hacer experimentos interesantes de dibujar rectas en el plano y luego enrollarlas en un cono a ver qué se obtiene como geodésica.

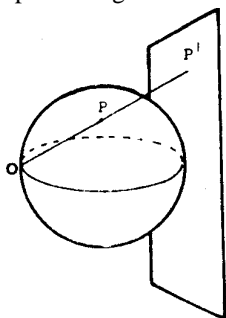


Otra manera de hacer mapas es por proyecciones cónicas o cilíndricas. Se proyecta desde el eje de un cono o cilindro tangente a la esfera sobre la superficie del cono o cilindro, luego se desenrolla.



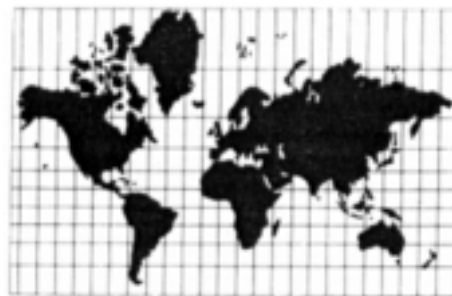
Una de las propiedades que se quieren conservar al hacer un mapa es la medida de los ángulos. Tales mapas se llaman conformes, porque conservan la forma de las cosas (países, continentes, mares). Son muy útiles en navegación, a un barco o a un avión que se encuentre en medio del Atlántico le puede interesar más la dirección que debe tomar para llegar a Caracas que una posición exacta y esto se logra con las llamadas cartas conformes.

Una manera de obtener una aplicación conforme es por proyección estereográfica: proyección desde la antípoda de un plano tangente.



Esta proyección permite representar toda la Tierra, menos el punto de proyección, sobre un plano infinito, pero sirve para hacer mapas conformes de regiones menores.

Si queremos un mapa conforme de toda la Tierra se puede componer la proyección estereográfica con el logaritmo complejo: considerando cada punto del plano como un número complejo Z , el logaritmo complejo es $\log Z = \ln|Z| + i\text{Arg}Z$. Esta composición es la conocida proyección Mercator que es la que existe en casi todos los mapamundi de las escuelas.



Proyección Mercator o Cilíndrica

Pueden construirse mapas que conserven las áreas, aunque no conserven ni los ángulos ni las geodésicas, estos mapas se obtienen por transformaciones llamadas simplécticas. (E)



Tomado de CALENDARIO MATEMÁTICO CENAMEC 1992

