# ERROS

— Definimos como "erro" "absoluto" a diferença entre o valor exato de um número $\underline{x}$ e de seu valor aproximado.

$$\bar{x} : EA_x = x - \bar{x}$$

— Em geral, apenas o valor $\bar{x}$ é conhecido, e neste caso, é impossível obter o valor exato do "erro absoluto". O que se faz é obter um limitante superior ou uma estimativa para o módulo do erro absoluto.

**Exemplo:** Sabendo que $\pi \in (3{,}14\,;\,3{,}15)$ tomaremos para $\bar{\pi}$ um valor dentro deste intervalo e teremos então,

$$|EA_\pi| = |\pi - \bar{\pi}| < 0{,}01.$$

— Seja agora o número $\underline{x}$ representado por $\bar{x} = 2112{,}9$ de tal forma que $|EA_x| < 0{,}1$, ou seja, $x \in (2112{,}8\,;\,2113)$, e seja o número $\underline{y}$ representado por $\bar{y} = 5{,}3$ de tal forma que $|EA_y| < 0{,}1$ ou $y \in (5{,}2\,;\,5{,}4)$

— Os limitantes superiores para os erros absolutos são os mesmos.

— Podemos dizer que ambos os números estão representados com a mesma precisão?

— É preciso comparar a ordem de grandeza de $\underline{x}$ e $\underline{y}$. Feito isto, é fácil concluir que o primeiro resultado é mais preciso que o segundo, pois a ordem de grandeza de $\underline{x}$ é maior que a ordem de grandeza de $\underline{y}$.

— Então, dependendo da ordem de grandeza dos números envolvidos, o erro absoluto não é suficiente para descrever a precisão de um cálculo.

— Por esta razão, o erro relativo é amplamente empregado.

— O "erro relativo" é definido como o erro absoluto dividido pelo valor aproximado:

$$ER_x = \frac{EA_x}{\bar{x}} = \frac{x - \bar{x}}{\bar{x}}$$

– Do exemplo anterior, temos:

$$|ER_x| = \frac{|EA_x|}{|\bar{x}|} < \frac{0,1}{2112,9} \cong 4,7 \times 10^{-5} //$$

$$|ER_y| = \frac{|EA_y|}{|\bar{y}|} < \frac{0,1}{5,3} \cong 0,02$$

– Confirmando, portanto, que o número $x$ é representado com maior precisão que o número $y$.

– ERRO DE TRUNCAMENTO:

– Qdo um modelo matemático envolve, por exemplo, a avaliação de uma série infinita, cometemos erro de truncamento ao avaliar esta série utilizando um número finito de termos. No processo de linearização de uma função, também estaremos cometendo um erro de truncamento pois a linearização corresponde a desenvolver a função em série de Taylor, tomando somente os termos lineares.

- ERRO DE ARREDONDAMENTO:

- Na execução de um método numérico, são utilizados, normalmente, computadores, máquinas de calcular, etc. Todos esses instrumentos de auxílio trabalham com a representação dos números na forma decimal, com quantidade fixa de algarismos significativos. Entretanto, o resultado de uma operação aritmética qualquer não pode ser representado necessariamente desta forma, obrigando o seu arredondamento. O efeito do arredondamento pode ser significante quando temos um grande número de operações.

- ERRO NOS DADOS:

- Frequentemente os dados necessários são obtidos através de medidas experimentais, portanto, sujeitos a imprecisões.

— Além disso, os erros nos dados podem ser ocasionados pela necessidade de se arredondar um dado de entrada, por exemplo, por este ser um número irracional, dízima periódica, ou mesmo não ser possível de representação no sistema adotado.

— <u>Sistemas Numéricos</u>: <u>(Binário)</u> (<u>Base 2</u>)

| $2^7$ | $2^6$ | $2^5$ | $2^4$ | $2^3$ | $2^2$ | $2^1$ | $2^0$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

Base 2

Ex: Transformar para decimal o binário $(11110110000)_2$ ?

$$
\begin{aligned}
0 \times 2^0 &= 0 \\
0 \times 2^1 &= 0 \\
0 \times 2^2 &= 0 \\
0 \times 2^3 &= 0 \\
1 \times 2^4 &= 16 \\
1 \times 2^5 &= 32 \\
0 \times 2^6 &= 0 \\
1 \times 2^7 &= 128 \\
1 \times 2^8 &= 256 \\
1 \times 2^9 &= 512 \\
1 \times 2^{10} &= 1024 \\
\hline
&(1968)_{10}
\end{aligned}
$$

## Sistema decimal (Base 10)

| $10^9$ | $10^8$ | $10^7$ | $10^6$ | $10^5$ | $10^4$ | $10^3$ | $10^2$ | $10^1$ | $10^0$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |

Ex: Transformar $(1968)_{10}$ para binário!

1968 | 2
16 — 984 | 2
08 — 18 — 492 | 2
(0) — 04 — 09 — 246 | 2
(0) — 12 — 04 — 123 | 2
(0) — 06 — 03 — 61 | 2
(0) — (1) — (1) — 30 | 2
(0) — 15 | 2
(1) — 7 | 2
(1) — 3 | 2
(1) — 1 | 2
(1) — 0

R: $(11110110000)_2$

## Sistema hexadecimal: (Base 16)

| $16^7$ | $16^6$ | $16^5$ | $16^4$ | $16^3$ | $16^2$ | $16^1$ | $16^0$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

... -- - | 65536 | 4096 | 256 | 16 | 1 |

Obs: O sistema hexadecimal além dos dígitos de 1 a 9 usa as letras A, B, C, D, E e F, que representam, 10, 11, 12, 13, 14, 15, respectivamente.

## - Conversão de Hexadecimal para Binário

| | |
|---|---|
| 0 | 0000 |
| 1 | 0001 |
| 2 | 0010 |
| 3 | 0011 |
| 4 | 0100 |
| 5 | 0101 |
| 6 | 0110 |
| 7 | 0111 |

| | |
|---|---|
| 8 | 1000 |
| 9 | 1001 |
| A | 1010 |
| B | 1011 |
| C | 1100 |
| D | 1101 |
| E | 1110 |
| F | 1111 |

- Converter $(4A38)_{16}$ em Binário

| 4 | A | 3 | 8 |
|---|---|---|---|
| 0100 | 1010 | 0011 | 1000 |

- Converter $(7EF)_{16}$ para base 10.

| 256 | 16 | 1 |
|---|---|---|
| 7 | E | F |

$$256 \times 7 + 14 \times 16 + 1 \times 15 = 2031$$
$$1792 + 224 + 15 = 2031$$

• Converter $(293)_{10}$ para a base hexadecimal.

| 4096 | 256 | 16 | 1 |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 5 |

$$293 \,\underline{|256}\quad (37)\ 1 \qquad 37\,\underline{|16}\quad (5)\ 2 \qquad 5\,\underline{|1}\quad (0)\ 5$$

Exercícios:

1) Converter o número $(10110011)_2$ binário em hexadecimal e decimal.

2) Converter o número $(863)_{10}$ decimal em binário e hexadecimal.

3) Converter o número $(37D2)_{16}$ em binário e decimal.