1

En el método de busqueda lineal, se busca una dirección (p_k) y un tamaño de paso (α_k) efectivos.

Si se lo explicamos a un niño de 5 años:

Imagina que estás en Guitar Center de Nueva York y quieres encontrar una guitarra Gibson Les Paul para probarla. Al entrar a la tienda eliges una dirección en la cual te vas a mover para encontrar la guitarra, le puedes preguntar a un empleado o ver un letrero que te indique en qué dirección están las guitarras eléctricas, y así elegir una dirección

Una vez que decides la dirección que te vas a mover, tienes que decidir qué tanto te mueves a lo largo de esta dirección (el tamaño de paso). Para decidir qué tanto te mueves es importante que al avanzar en esta dirección en el paso elegido, la distancia entre tu y la guitarra se disminuya considerablemente.

Una vez que te mueves a lo largo de la primera distancia elegida, vuelves a buscar el letrero y eliges una dirección y una longitud de paso apropiado. Vas a repetir este proceso hasta que estés lo suficientemente cerca de la guitarra para poder agarrarla

continúa

② Buscamos α t.q. $f(x_k+\alpha p_k)$ sea mínima

$$\Rightarrow \min_{\alpha} \frac{1}{2}(x_k+\alpha p_k)^T Q (x_k+\alpha p_k) - b^T(x_k+\alpha p_k)$$

$$= \frac{1}{2}(x_k^T+\alpha p_k^T)(Qx_k+\alpha Q p_k) - b^T x_k - \alpha b^T p_k$$

$$= \frac{1}{2}\left(x_k^T Q x_k + \alpha x_k^T Q p_k + \alpha p_k^T Q x_k + \alpha^2 p_k^T Q p_k\right) - b^T x_k - \alpha b^T p_k$$

$$= \frac{1}{2}\alpha^2 p_k^T Q p_k + \frac{1}{2}\alpha x_k^T Q p_k + \frac{1}{2}\alpha p_k^T Q x_k - \alpha b^T p_k + \frac{1}{2} x_k^T Q x_k - b^T x_k$$

Derivando con respecto a α, e igualando a cero, resulta que:

$$\cancel{\frac{1}{2}}(\cancel{2})\alpha p_k^T Q p_k + \frac{1}{2} x_k^T Q p_k + \frac{1}{2} p_k^T Q x_k - b^T p_k = 0$$

$$\Rightarrow \alpha p_k^T Q p_k + \frac{1}{2} x_k^T Q p_k + \frac{1}{2}(p_k^T Q x_k)^T - b^T p_k = 0$$

$$\Rightarrow \alpha p_k^T Q p_k + \frac{1}{2} x_k^T Q^T p_k + \frac{1}{2} x_k^T Q^T p_k - b^T p_k = 0$$

(f convexa $\Rightarrow$ Q simétrica, positiva definida)

$$\Rightarrow \alpha p_k^T Q p_k + x_k^T Q^T p_k - b^T p_k = 0$$

$$\Rightarrow \alpha p_k^T Q p_k + (x_k^T Q^T - b^T) p_k = 0$$

$$\Rightarrow \alpha p_k^T Q p_k + (Qx_k - b)^T p_k = 0 \quad (*)$$

Observemos que

$$\nabla f = Qx - b$$

Donde se sigue que

$$\alpha p_k^T Q p_k + \nabla f^T p_k = 0$$

Despejando α obtenemos

$$\alpha = \frac{-\nabla f^T p_k}{p_k^T Q p_k} \quad //$$