1. Teoría

Mario Sosa
151767

1.1. ELIS

· Busqueda lineal:

Imagina que tienes que hacer una tarea para cada materia. Tienes que terminar la tarea de todas tus materias sin desperdiciar tiempo porque se entregan al día siguiente. Entonces proponemos una función $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ donde x_i es el tiempo que te tardas en la tarea i y f mide el tiempo total que te toma hacer la tarea de todas las materias.

Tienes que encontrar el tiempo que debes tomar para hacer cada tarea de manera que te tardes lo menos posible.

Para determinar los tiempos en cada tarea pasas un tiempo pensando cuanto necesitas en cada tarea y te das cuenta que puedes moverlos para acortar el tiempo total.

Entonces decides cambiar tu tiempo P las veces que sea necesario hasta que veas que no cambia o no cambia lo suficiente para que valga la pena seguir contando.

Dem.

f cuadrática convexa:

$$f(x) = \frac{1}{2} x^T Q x - b^T x \quad ;$$

P.01 el minimizador de una dimensión sobre $x_k + \alpha p_k$ está dado por

$$\alpha_k = - \frac{\nabla f_k^T p_k}{p_k^T Q p_k}$$

dem:

Como f cuadrática convexa entonces Q es positiva definida, sabiendo esto, el problema nos dice:

$$\min_{\alpha} f(x_k + \alpha p_k) = \phi(\alpha)$$

Entonces: (tomando derivada):

$$\frac{d}{d\alpha} \phi(\alpha) = \frac{d}{d\alpha} f(x_k + \alpha p_k).$$

$$= \nabla f(x_k + \alpha p_k)^T p_k$$

Igualando a cero

$$\nabla f(x_k + \alpha p_k)^T p_k = 0 \quad \dots (1)$$

$$y \quad \nabla f(x_k + \alpha p_k) = Qx - b \quad \dots (2)$$

Sustituimos (2) @ (1)

$$[Q(x_k + \alpha p_k) - b]^T p_k = 0$$

$$\Rightarrow \nabla f(x_k)^T p_k + \alpha_k p_k^T Q p_k = 0$$

$$\Rightarrow \alpha_k = \frac{-\nabla f(x_k)^T p_k}{p_k^T Q p_k} \quad \text{(por } Q \text{ p.d.)}$$

Por las hipótesis de f, α es mínimo.