Supongamos que estamos en un bosque montañoso y que hay un lago en la parte más baja del bosque al que queremos llegar. Podríamos caminar en todas direcciones para encontrarlo, pero eso podría tomarnos mucho tiempo y esfuerzo.

Supongamos que tenemos una brújula que apunta hacia el lago. Podríamos seguir esa dirección, pero podría suceder que en esa trayectoria bajemos y subamos varias veces antes de llegar.  Entonces podríamos mejor dar cierto número de pasos en una dirección que nos evite subir de más. Podríamos, por ejemplo, rodear la montaña  dando cierto número de pasos en una dirección y luego otro número de pasos en otra dirección de manera que estemos evitando subir lo más posible y al mismo tiempo acercarnos al lago. Repetimos este procedimiento hasta bajar lo suficientemente hacia el lago.

1.2 163029

$$f(x)=\frac{1}{2}x^TQx-b^Tx$$

supongamos $p_k$ dirección de descenso y sea $\phi(\alpha)=f(x_k+\alpha p_k)$

$$\Rightarrow \phi'(\alpha)=\nabla f(x_k+\alpha p_k)^T p_k \quad (1)$$

además $f(x)=\frac{1}{2}x^TQx-b^Tx$

$$\Rightarrow \nabla f(x)=Qx-b \quad (2)$$

usando (1) y (2) tenemos que el minimizador (existe y es único por convexidad) es tal que

$$\begin{aligned}0=\phi'(\alpha^*)&=(\nabla f(x_k+\alpha^* p_k))^T p_k\\&=(Q(x_k+\alpha^* p_k)-b)^T p_k\\&=(Qx_k+\alpha^* Qp_k-b)^T p_k\\&=(Qx_k-b)^T p_k+\alpha^* p_k^T Q^T p_k\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \alpha^*=\frac{-(Qx_k-b)^T p_k}{p_k^T Q p_k}=\frac{-\nabla f(x_k)^T p_k}{p_k^T Q p_k}=\frac{-\nabla f_k^T p_k}{p_k^T Q p_k}$$

//