

1.1

Supongamos que estamos con un niño de 5 años.

Para que entiendas el algoritmo de BLS imaginemos lo siguiente.

Imagina todos los juguetes que tienes todos todos todos.

Ahora, imagina que tienes un tío al que le gusta molestarte escondiendo todos tus juguetes en su mansión de 100 o más cuartos. Cuando vas a jugar con tu primo te gustaría jugar con todos tus juguetes entonces quisieras encontrarlos todos pero si buscas en cada una de las recámaras

te tardarás todo el día y no podrías jugar con tu primo y te recogerán tus papás. Por tanto, como eres un niño muy inteligente inventas una estrategia para encontrar la mayor cantidad de juguetes y aun así tener tiempo de jugar con tu primo. Lo que haces es escoger de la forma más conveniente los cuartos para

empezar a buscar ~~los~~ tus juguetes (los cuartos serían las múltiples direcciones P_k ^{a las} que puedes dirigirte) pero también tomas en cuenta la rapidez o tamaño de pasos que das dentro de la habitación que escogiste investigar. Esto lo haces así porque no es necesario recorrer cada centímetro del cuarto, basta con abarcar unos cuantos pasos o segundos (tamaño del paso α_k en el algoritmo).

Al final, puede que no encuentres todos tus juguetes pero seguro sí muchos porque a medida que continúes

investigando los cuartos que decidiste investigar y que ajustes tus pasos dentro de cada cuarto irás mejorando el # de juguetes encontrados y por tanto podrás divertirte jugando con tu primo.

1.2 Escribamos el problema de opt. en términos de α

~~Resolva~~ $\min_{\alpha} f(x_k + \alpha p_k) = \phi(\alpha)$

obteniendo C.P.O.

$$\phi'(\alpha) = f'(x_k + \alpha p_k) \cdot p_k = \nabla f(x_k + p_k \alpha) \cdot p_k = 0$$

~~$\Leftrightarrow \nabla f(x_k + p_k \alpha) = 0$~~

~~o~~

luego por la forma de f tenemos que el gradiente es

$$\nabla f(x) = Qx - b$$

usando esta expresión del gradiente en la C.P.O. tenemos

$$(Q(x_k + \alpha p_k) - b)^T p_k = 0 \Leftrightarrow (Qx_k + \alpha Q p_k - b)^T p_k$$

$$\Leftrightarrow (Qx_k - b + \alpha Q p_k)^T p_k = 0$$

$$\Leftrightarrow [(Qx_k - b)^T + \alpha p_k^T Q^T] p_k = 0$$

$$\Leftrightarrow (Qx_k - b)^T p_k + \alpha p_k^T Q^T p_k = 0$$

$$\Leftrightarrow \alpha = \frac{-(Qx_k - b)^T p_k}{p_k^T Q p_k} = \frac{\nabla f_k^T p_k}{p_k^T Q p_k}$$

y como estamos tratando con una función convexa su Hessiano es def. posit.

por tanto es un mínimo.