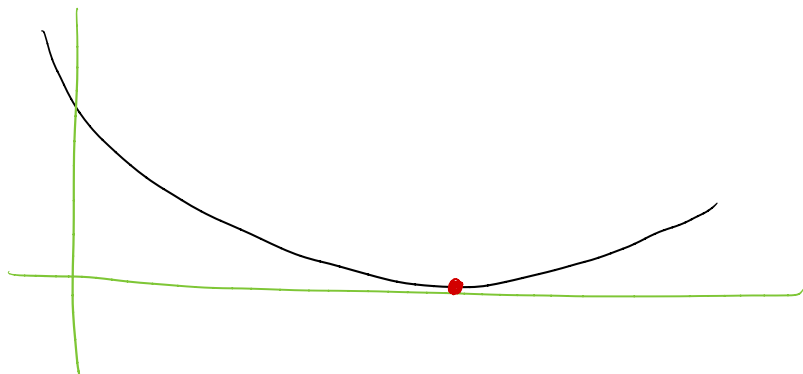


1.1

El algoritmo de búsqueda lineal es una serie de pasos que intenta encontrar el punto en el que una curva vale menos. Por ejemplo, si se tiene la siguiente curva:



Este algoritmo va a tratar de encontrar el punto rojo y a decirnos, en ese punto, qué condiciones hay.

Como a veces es muy difícil ver la altura de la línea en todos los lugares, este método busca ver como solo ve unos y aún así sabe cuál es el menor.

Inicia al pararse en algún lugar de la curva, y a partir de ahí, ver qué tan grandes son los pasos que le conviene dar para sí encontrar el mínimo.

A veces durante el camino puede cambiar el tamaño de los pasos o la dirección a la cual caminar, y así es como se busca llegar al lugar más bajo, y saber que es el lugar más bajo.

1.2

Sea p una dirección de descenso, definimos a ϕ :

$$\phi(\alpha_k) = f(x_k + \alpha_k p_k)$$

Entonces para minimizar f sobre la línea $x_k + \alpha_k p_k$, necesitamos que:

$$\phi'(\alpha_k) = \nabla f(x_k + \alpha_k p_k)^T p_k = 0 \quad (\text{A})$$

Pero por la f definida, tenemos que:

$$\nabla f(x) = Qx - b \quad (+)$$

Entonces, al sustituir $(+)$ en (A) tenemos:

$$0 = [Q(x_k + \alpha_k p_k) - b]^T p_k$$

$$\Rightarrow 0 = Q(x_k - b)^T p_k + \alpha_k p_k^T Q p_k$$

$$\Rightarrow Q(x_k - b)^T p_k = -\alpha_k p_k^T Q p_k$$

$$\Rightarrow \alpha_k = - \frac{Q(x_k - b)^T p_k}{p_k^T Q p_k} \quad (+)$$

$$\Rightarrow \alpha_k = - \frac{\nabla f_k^T p_k}{p_k^T Q p_k}$$