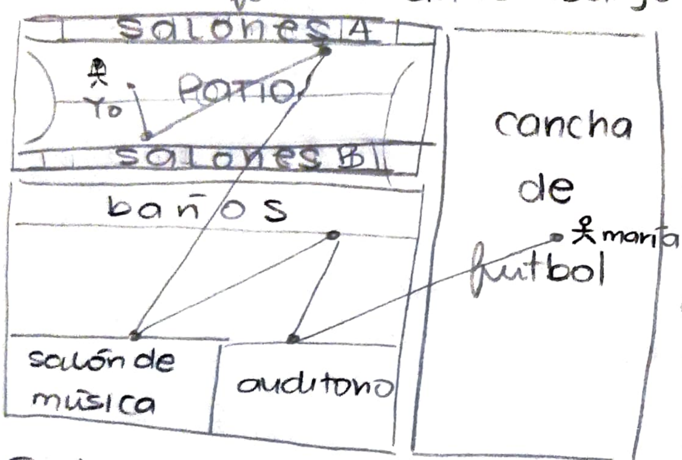
Examen Parcial 157045

1. Explica el algoritmo de búsqueda lineal a un niño de 5 años

Objetivo: Estamos jugando a las escondidas con nuestra amiga María y queremos encontrarla. Nos encontramos en el patio de la escuela, y después de jugar muchas veces con ella conocemos la zona donde se esconde.

El chiste del juego es encontrarla lo más rápido posible con el menor número de pasos

Sabemos que María suele esconderse en la cancha de fútbol, sin embargo hay que buscar siempre en todos lados, ya que queremos ganar



Hay cinco lugares en los que debemos buscar, salones A, salones B, salón de música, baños y auditorio, pero sabemos que si nos acercamos lo suficiente a cada lugar alcanzamos a ver si María está ahí

Corremos en línea recta hacia la puerta de cada lugar, asomándonos por la ventana buscando a María si la vemos dejamos de correr, de lo contrario corremos en dirección del próximo lugar.

Demostración

f cuadrática convexa $f(x)=\frac{1}{2}x^T\Phi x - b^Tx$. Demuestra que el minimizador de una dimensión sobre la línea $x_k+\alpha p_k$ es:

$$\alpha_k = -\frac{\nabla f_k^T p_k}{p_k^T \Phi p_k}$$

Sea p_k una dirección de descenso

Tenemos que

$$\phi(\alpha)=f(x+\alpha p_k) \qquad \alpha \geq 0$$

Cualquier minimizador α^* de $\phi(\alpha)$ satisface

$$\phi'(\alpha)=\nabla f(x+\alpha^* p_k)^T p_k = 0 \quad \ldots\ (1)$$

Por hipótesis $f(x)=\frac{1}{2}x^T\Phi x - b^Tx$

$$\Rightarrow \nabla f(x) = \Phi x + b \qquad (2)$$

por (1) y (2) tenemos

$$\nabla f(x+\alpha^* p_k)^T p_k = [\Phi(x+\alpha^* p_k)+b]^T p_k = 0$$

luego

$$(\Phi x + b)^T p_k + \alpha^* p_k^T \Phi p_k = 0$$

Despejando el minimizador α^* obtenemos

$$\alpha^* = -\frac{(\Phi x+b)^T p_k}{p_k^T\Phi p_k} = -\frac{\nabla f(x)^T p_k}{p_k^T \Phi p_k}$$

$\blacksquare$