

1.1. ELI5

El método de Búsqueda Lineal computa de manera iterativa una dirección de búsqueda p_k y después se decide qué tan grande dar el paso en esa dirección.

La iteración está dada por:

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k p_k$$

donde el escalar positivo α_k es el tamaño del paso.

La mayoría de los algoritmos de Búsqueda Lineal requieren que p_k sea una dirección de descenso, esto es que se cumpla:

$$p_k^T \nabla f_k < 0$$

Esta propiedad garantiza que el valor de la función se reduzca en esta dirección.

NOTAS PREVIAS

- Se busca minimizar una función
- Una función es un valor que depende de otra variable
- Una iteración es una repetición del método
- Una dirección es ~~una~~ como una flecha, tiene una magnitud y un giro

1.2 Demostración

Si tenemos f una cuadrática convexa

$f(x) = \frac{1}{2} x^T Q x - b^T x$. Demuestra que el minimizador de una dimensión sobre la línea $x_k + \alpha p_k$ es

$$\alpha_k = - \frac{\nabla f_k^T p_k}{p_k^T Q p_k}$$

dem

$$\Phi(\alpha) = f(x_k + \alpha p_k) = \frac{1}{2} (x_k + \alpha p_k)^T Q (x_k + \alpha p_k) - b^T (x_k + \alpha p_k)$$

derivamos respecto a α e igualamos a 0

$$\Phi'(\alpha) = \nabla f_k^T p_k + p_k^T Q p_k \alpha = 0$$

$$\Leftrightarrow \alpha_k = - \frac{\nabla f_k^T p_k}{p_k^T Q p_k}$$

