

7) Explicale a un niño de 5 años el algoritmo de búsqueda lineal.

Búsqueda lineal es un algoritmo. Un algoritmo es una serie de instrucciones que la computadora va a realizar para cumplir cierto objetivo.

El objetivo que "Búsqueda lineal" intenta cumplir es minimizar una función. Minimizar significa "hacer ~~lo~~ más chiquito posible" y función es un mecanismo que convierte un número (o grupo de números llamado vector) en otro número (o vector).

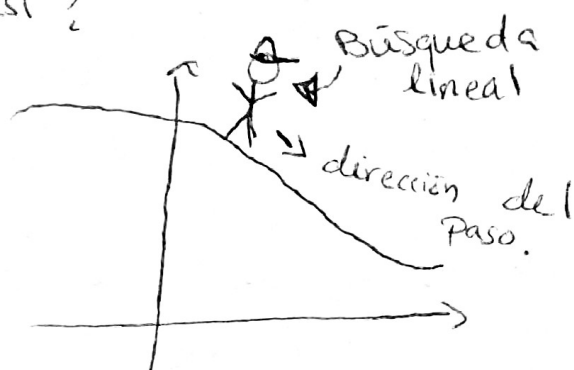
Pero, ¿Cómo encontramos el número que, si se lo damos a la función, nos devuelve el resultado más chiquito de todos?

Es aquí donde "Búsqueda lineal" hace su trabajo.  
Primero tenemos que decirte cuál es el primer paso.

Primero tenemos que decirte cuál es la función que queremos minimizar, y tenemos que darle un punto en donde empezar a buscar.

Después vamos a indicarle cómo encontrar el siguiente punto, para ver si este nos devuelve un resultado más chiquito. Este siguiente punto lo encuentra tomando el último punto que ~~che~~<sup>CO</sup> Búsqueda lineal, y de ese punto ~~la~~<sup>Búsqueda lineal</sup> da un pasito en ~~esta~~ la dirección que haga más chiquito el resultado.

Supongamos que hacemos un dibujo en el que juntamos todos los resultados que nos da la función y que se ve así:



Hay muchas formas en las que Búsqueda lineal puede encontrar la dirección del paso que tiene que dar.

Pero lo importante es que como sea que encuentre esta dirección, el siguiente resultado que encuentre va a ser más chiquito que el anterior.

Ya que sabe hacia dónde tiene que dar el paso, Búsqueda lineal tiene que decidir qué tan largo tiene que ser este. Porque si da un paso muy chiquito, se va a tardar mucho tiempo en encontrar el resultado más chiquito.

Pero si da un paso muy grande, puede pasarse de largo y empezar a subir, esto pondría muy triste a

Búsqueda lineal, porque a él no le gusta subir.

Para decidir entonces la longitud del paso, Búsqueda lineal tiene que checar 2 cosas: Primero, que ese paso sí lo haga bajar por los resultados. Segundo, su paso no debe de ser muy chiquito.

Una vez que Búsqueda lineal haya dado el paso checa si el resultado que encontró es el más chiquito o si se parece tanto al resultado anterior que no los puede

distinguir. Si su respuesta es sí, entonces Búsqueda lineal ya cumplió con su trabajo.

Si la respuesta fue no, entonces Búsqueda lineal tiene que dar un nuevo paso hasta que la respuesta sea sí.

1.2 Si tenemos  $f$  una cuadrática convexa

$f(x) = \frac{1}{2} x^T Q x - b^T x$ . Demuestre que el minimizador de una dimensión sobre la línea  $x_k + \alpha p_k$  es:

$$\alpha_k = - \frac{\nabla f_k^T p_k}{p_k^T Q p_k}$$

Sea  $g(\alpha) = f(x_k + \alpha p_k)$ , la cual derivaremos para minimizar

$$\Rightarrow g'(\alpha) = f'(x_k + \alpha p_k) \cdot p_k = \nabla f(x_k + \alpha p_k) \cdot p_k$$

Regla de la cadena

Pero  $f(x) = \frac{1}{2} x^T Q x - b^T x$

$$\Rightarrow f'(x) = Qx - b^T \quad (*)$$

$$\Rightarrow f'(x_k + \alpha p_k) = Q(x_k + \alpha p_k) - b$$

$$\Rightarrow g'(\alpha) = [Q(x_k + \alpha p_k) - b] p_k = (Qx_k + \alpha Qp_k - b)^T p_k$$

$$= [(Qx_k)^T + \alpha P_k^T Q^T - b^T] \cdot P_k = x_k^T Q^T P_k + \alpha P_k^T Q^T P_k - b^T P_k$$

$= 0 \leftarrow$  porque queremos encontrar el mínimo.

$\Rightarrow$  Despejamos  $\alpha$

$$\alpha P_k^T Q^T P_k = (b^T - x_k^T Q^T) P_k$$

$$\Rightarrow \alpha^* = \frac{(b^T - x_k^T Q^T) P_k}{P_k^T Q^T P_k} \quad \text{Como } P_k^T Q^T P_k = c \text{ con } c \in \mathbb{R}$$

Notemos que  $b^T - x_k^T Q^T = - (x_k^T Q^T - b^T) = - \nabla_{f_k}^T$

$$\Rightarrow \alpha^* = \frac{- \nabla_{f_k}^T \cdot P_k}{P_k^T Q^T P_k} \quad \text{q.e.d.}$$