181158 Maya Denti

1.1 ELI5 (20 puntos)

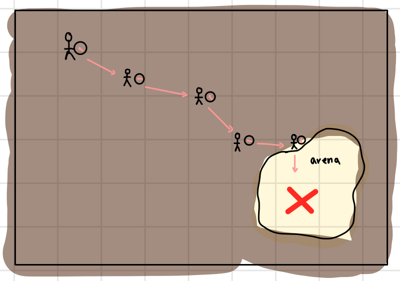
Explícame como si tuviera 5 años. Es un subreddit muy popular donde se explican conceptos muy interesantes de maneras muy sencillas. Richard Feynman tenía una metodologia de aprendizaje que involucra explicar conceptos complejos a un niño. Por ende para esta parte del examen tenemos lo siguiente:

- Explica el algoritmo de búsqueda lineal a un niño de 5 años.

Búsqueda Lineal

Piensa en el juego de encontrar el tesoro pero en este caso no tenemos un mapa. Para encontrar el tesoro tenemos una brújula que nos indica hacia donde está el tesoro y sabemos que el tesoro está enterrado en arena. Entonces ¿cómo lo vamos a encontrar?

1. Antes de avanzar checamos la dirección que indica la brújula
2. Avanzas los pasos que creas necesarios hacia la dirección de la brújula
3. Checas que el color de la tierra se esta aclarando (para eventualmente ser de color arena)



Ahora tienes que tomar en cuenta que si el color de la tierra se va aclarando estas acercándote y que cada vez que avanzas la dirección de la brújula puede cambiar dependiendo de tu posición

Como no puedes ir viendo la brújula mientras caminas porque te puedes caer tienes que ir decidiendo cuánto avanzas para no hacer tan largo el camino y poder encontrar el tesoro antes que todos.

Si sigues al pie de la letra las instrucciones eventualmente llegaras a la arena y aunque no hayas llegado exactamente a la cruz estarás lo suficientemente cerca de ella para verla, escabar y encontrar el tesoro.

1.2 Demostración (20 puntos)

Si tenemos f una cuadrática convexa $f(x) = \frac{1}{2}x^T Qx - b^T x$. Demuestra que el minimizador de una dimensión sobre la linea $x_k + \alpha p_k$ es:

$$\alpha_k = -\frac{\nabla f_k^T p_k}{p_k^T Q p_k}$$

Suponga que p es una función de descenso. Definimos $\phi(\alpha) = f(x + \alpha p)$ $\alpha \geq 0$

Un minimizador α^* de ϕ cumple $\phi'(\alpha^*) = \nabla f(x+\alpha p)^T \cdot p = 0$ por regla de la cadena (1)

Ahora $f(x) = \frac{1}{2} x^T Q x + b^T x$ es convexa $Q > 0$ y $\nabla f(x) = Qx + b$ (2)

Vemos ahora que como el mínimo de una dimensión es único (convexidad) entonces por (2) y (1) nos queda que el mínimo de f sobre $x_k + \alpha p_k$ cumple $[Q(x_k + \alpha^* p_k) + b]^T p = 0$

Entonces $[Qx_k + b]^T p_k + \alpha^* p_k^T Q p_k = 0$

$$\nabla f(x_k)^T p_k + \alpha^* p_k^T Q p_k = 0$$

$$\alpha^* = \frac{-\nabla f(x_k)^T p_k}{p_k^T Q p_k} = -\frac{\nabla f_k^T p_k}{p_k^T Q p_k}$$

Así pues el minimizador sobre la línea $x_k + \alpha p_k$ es: $\alpha^* = \frac{-\nabla f_k^T p_k}{p_k^T Q p_k}$ ∎