Carlos Iván León Covas 131008
Examen Parcial Análisis Aplicado

1. Teoría

1.1. Explica el algoritmo de Búsqueda lineal

Imagina que a la hora del recreo vas a jugar un nuevo juego llamado "Que te quien" el objetivo del juego es encontrar con los ojos vendados un objeto que tus amigos enterraron en el patio.
Sabes que el objeto se encuentra enterrado en la parte más baja del patio pero ya que estás con los ojos vendados no puedes ver hacia donde caminar.
Por suerte tu profe de mate decide aplicar un algoritmo de optimización para ayudarte:

1. Te colocas en un lugar del patio (x_0)
2. Con tu pie te ayudas para tantear el terreno y definir hacia que dirección decenderías más rápido ($\vec{p}$)
3. Una vez definida la dirección debes calcular la medida del paso (α), de tal forma que tu descenso sea el máximo
4. Ahora te encuentras en un nuevo lugar y más cerca de encontrar el objeto.
5. Repite los pasos hasta que llegues a un punto en el cual ya no exista una dirección hacia la cual desciendas

1.2 Si tenemos f una cuadrática convexa $f(x) = \frac{1}{2} x^T Q x - b^T x$. Demuestra que el minimizador de una dimensión sobre la línea $x_k + \alpha p_k$ es:

$$\alpha_k = - \frac{\nabla f_k^T p_k}{p_k^T Q p_k}$$

Demos →

Sea p una dirección de descenso t.q.

$$\phi(\alpha) = f(x + \alpha p), \quad \alpha > 0$$

Sabemos que el minimizador α^* de $\phi(\alpha)$ satisface

$$\phi'(\alpha^*) = \nabla f(x + \alpha^* p)^T p = 0$$

y sabemos que

$$f(x) = \frac{1}{2} x^T Q x + b^T x, \quad Q > 0$$

$$\Rightarrow \nabla f(x) = Qx + b$$

Dado que la función es convexa el minimizador es único

$$\Rightarrow \phi'(\alpha^*) = [Q(x + \alpha^* p) + b]^T p = 0$$

$$\Rightarrow [Qx + b]^T p + [Q\alpha^* p]^T p = 0$$

$$\Rightarrow \nabla f^T(x) p + \alpha^* p^T Q p = 0$$

$$\Rightarrow \alpha^* = - \frac{\nabla f^T(x) p}{p^T Q p}$$

■

2. La función de Rosenbrok es una función que se usa bastante para poder probar algoritmos de optimización

La función se define

$$f(x,y) = (a-x)^2 + b(y-x^2)^2$$

Podemos ver que si $a,b>0$

$\Rightarrow f(x,y) \geq 0 \quad \therefore$ su mínimo lo alcanza cuando $f(x,y)=0$

y esto sucede si $x=a$, $y=a^2$ ya que esto hará cero ambos sumandos

Código

El método de Newton y Newton sin alpha funcionaron y lograron encontrar el mínimo.

El método de Máximo descenso se quedó iterando pero nunca logró encontrar el mínimo.

Al analizar la gráfica podemos notar que la función tiene un valle muy plano y es por ello que se hace difícil encontrar el mínimo, ya que el descenso al entrar al valle es mínimo.