Parcial Análisis Aplicado

14 Abril 2021
Arturo André González Téllez
151135

1 Teoría

1.1 ELIS

- Explica el algoritmo de búsqueda lineal a un niño de 5 años.

Supón que estas en tu nueva alberca y tu hermanito menor quiere nadar contigo. Te interesa entonces saber cual es el punto más profundo de la alberca para que tu hermanito no se vaya a ahogar.

Tú no puedes alcanzar a ver el piso, pero imaginemos que el agua no te tapa por completo, entonces comienzas en un punto que tu crees profundo, y después eliges una dirección para dar un paso; si al dar el paso caminaste a un punto más profundo, das otro paso en esa misma dirección. Al contrario, si diste un paso hacia un lugar menos profundo, regresas al lugar anterior y cambias un poco la dirección en la que caminas o el tamaño de tu paso. Así continuamos hasta que logres encontrar un lugar en el que sin importar hacia donde caminos, no encuentres otro más profundo. Este será el lugar que en un principio estabas buscando y el que le dirás a tu hermanito que evite.

1.2 Demostración

Si tenemos f una cuadrática convexa $f(x) = \frac{1}{2} x^T Q x - b^T x$. Demuestra que el minimizador de una dimensión sobre la linea $x_n + \alpha p_n$ es
$$a_n = -\frac{\nabla f_n^T p_n}{p_n^T Q p_k}$$

De f tenemos que $\nabla f(x) = Qx + b$ (*)

Ahora, supongamos que p es una dirección de descenso, entonces para $f(x+\alpha p)$, cualquier α^* que minimice $f(x+\alpha p)$ satisface

$$\nabla f(x+\alpha^* p]^T p = 0 \quad (**)$$

Así, el minimizador de una dimensión es único y por (**) $[Q(x+\alpha^* p)+b]^T p = 0$ sustituyendo en (*)

$$\Rightarrow (Qx+b)^T p + \alpha^* p^T Q p = 0$$ despejando α^*

$$\alpha^* = \frac{-(Qx+b)^T p}{p^T Q p} \quad \text{y por (*)} \quad = \frac{-\nabla f(x)^T p}{p^T Q p} \; /.$$