

3. A partir de una muestra de $n = 200$ parejas de observaciones, se calcularon las siguientes cantidades:

$$\sum X_i = 11.34, \sum Y_i = 20.72, \sum X_i^2 = 12.16, \sum Y_i^2 = 84.96 \text{ y } \sum X_i Y_i = 22.13$$

Con base en estas cantidades, **estime** las dos regresiones

$$\hat{Y}_i = b_0 + b_1 X_i \quad \text{y} \quad \hat{X}_i = a_0 + a_1 Y_i.$$

Deduzca una recta estimada para Y a partir de la segunda ecuación.

Grafique las dos rectas estimadas de Y en la misma gráfica y **comente** acerca de ellas, en particular acerca de cómo se podrían interpretar las mismas y por qué difieren.

Sabemos que para obtener b_1 , debemos calcular

$$b_1 = \frac{S_{xy}}{S^2_x}$$

$$\text{Donde } S_{xy} = \frac{\sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i / n}{n-1} \quad \text{Cov. muestral de } X \text{ y } Y$$

$$\text{y } S^2_x = \frac{\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2 / n}{n-1} \quad \text{Varianza muestral de } X$$

\Rightarrow con los datos que nos proporcionan

$$S_{xy} = \frac{(22.13) - (11.34)(20.72)/200}{200-1} = 0.105302392$$

$$S^2_x = \frac{(12.16) - (11.34)^2/200}{200-1} = 0.05739031156$$

$$b_1 = \frac{0.105302392}{0.05739031156} = 1.834846146$$

y para calcular $b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{X}$

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{n} = \frac{20.72}{200} = 0.1036$$

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{11.34}{200} = 0.0567$$

$$b_0 = 0.1036 - 1.834846146 (0.0567) = 0.0004357764782$$

$$\Rightarrow \hat{y}_i = b_0 + b_1 X_i$$

$$\therefore \underline{\hat{y} = 0.0004357764782 + 1.834846146 X_i} \quad (1)$$

Ahora para calcular a_0 y a_1 necesitamos

$$a_1 = \frac{S_{xy}}{S^2_y}$$

Donde,

$$S^2_y = \frac{\sum Y_i^2 - (\sum Y_i)^2 / n}{n-1} \quad \text{Varianza muestral de } Y$$

$$= \frac{84.96 - \frac{(84.96)^2}{200}}{200-1} = 0.2455728241$$

$$a_1 = \frac{0.105302392}{0.2455728241} = 0.4287933748$$

$$\text{Y para calcular } a_0 = \bar{X} - a_1 \bar{Y}$$

$$\Rightarrow a_0 = 0.0567 - 0.4287933748(0.1036)$$

$$= 0.0567 - 0.04442299363 = 0.01227700637$$

$$\Rightarrow \hat{X}_i = a_0 + a_1 \hat{y}_i$$

$$\therefore \underline{\hat{X} = 0.01227700637 + 0.4287933748 \hat{y}}$$

Ahora deducamos la recta para \hat{y} , despejando

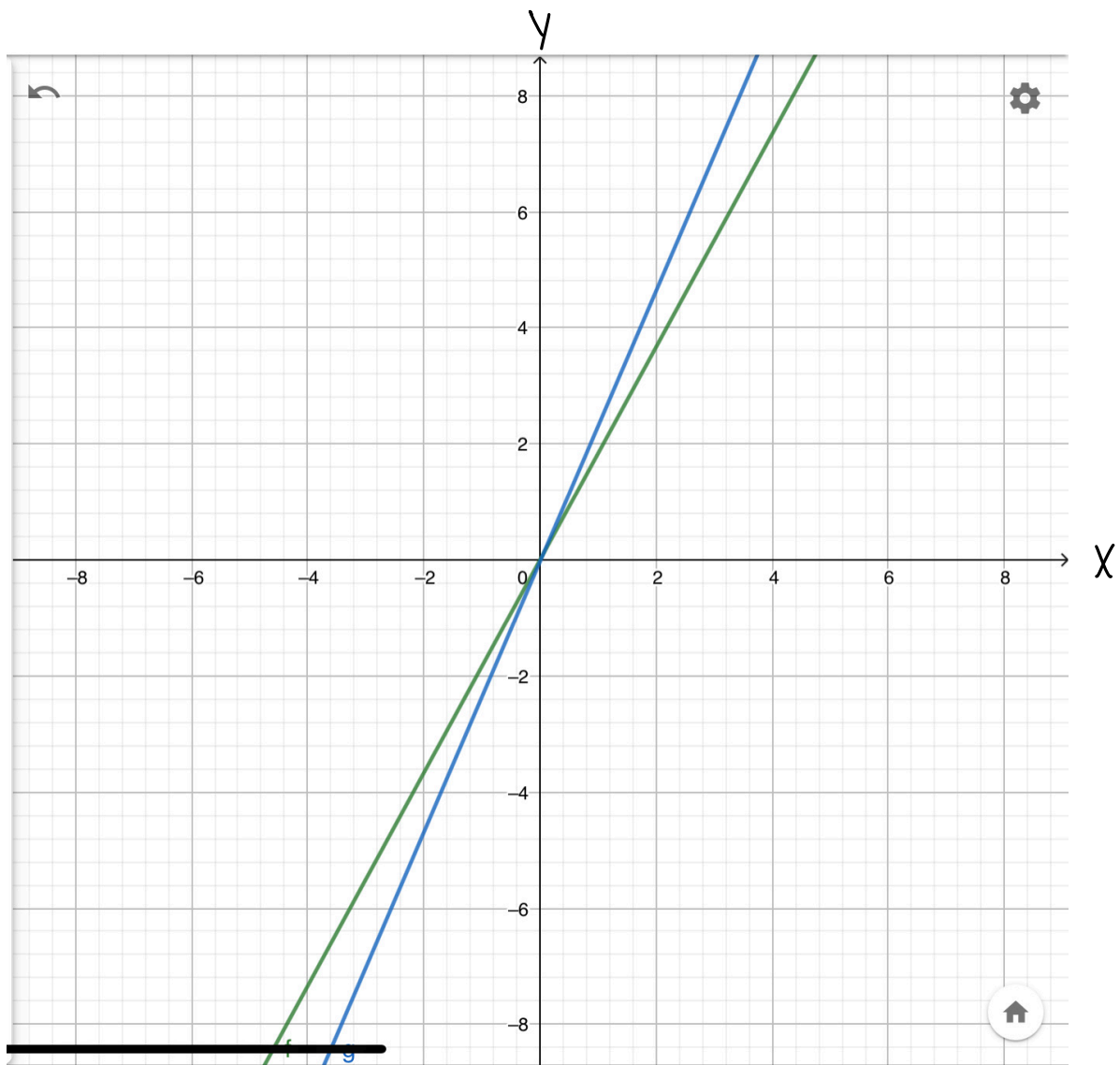
$$0.4287933748 \hat{y} = \hat{x} - 0.01227700637$$

$$\hat{y} = \frac{\hat{x} - 0.01227700637}{0.4287933748} \quad (2)$$

Ahora graficamos las dos rectas de \hat{y} ① y ② en la misma gráfica

● $\hat{y} = 0.0004357764782 + 1.834846146 \bar{x} \quad (1)$

● $\hat{y} = \frac{\hat{x} - 0.01227700637}{0.4287933748} \quad (2)$



A partir de la gráfica anterior podemos decir que

- Se interpretan como:

- Difieren porque: