Tarea #1

67/100

EQUIPO #3

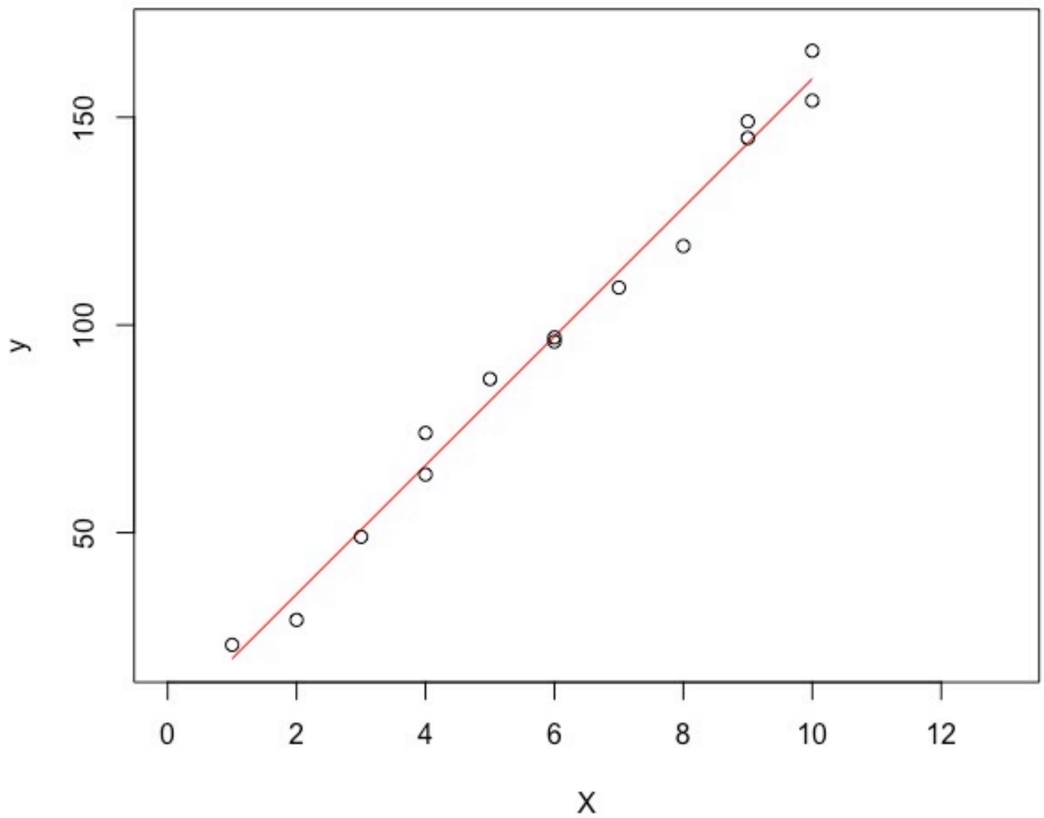
Sofía Alejandra Díaz Miranda 172360
David Isaac López Romero 173993
Sofia Oliva Ruiz 164595
Adriana Alavez Lujano 163480
Diego Carlos Krafft de Silva 173246

Compo-nentes	1	2	3	4	4	5	6	6	7	8	9	9	10	10
Tiempo	23	29	49	64	74	87	96	97	109	119	149	145	154	166

a) **Haga** un diagrama de dispersión e **indique** por qué un modelo de regresión lineal simple podría ser útil para explicar el Tiempo de Servicio en función del Número de Componentes reparadas.

```
X <- c(1,2,3,4,4,5,6,6,7,8,9,9,10,10)
Y <- c(23,29,49,64,74,87,96,97,109,119,149,145,154,166)
Xm <- mean(X)
Ym <- mean(Y)

b1xy<-{length(Y)*sum(Y*X)-sum(Y)*sum(X)}/{length(X)*sum(X^2)-{sum(X)}^2}
b0xy<- Ym-b1xy*Xm
Yg <- b0xy + b1xy*X
plot(X,Yg,type = "l", col ="red",
     ylab = "y",
     xlim = c(0, 13),
     ylim = c(20, 170))
points(X, Y,type = "p")
```

¿Por qué un modelo de regresión lineal simple podría ser útil en este caso? -3



b) **Realice** la estimación de los parámetros involucrados en el modelo, **interprete** los valores e **indique** el porcentaje de variabilidad que se haya logrado explicar.

$$SCT = SCR + SCE$$

$$\Sigma(Y_i - \bar{Y})^2 = \Sigma(Y_i - \hat{Y}_i)^2 + \Sigma(\hat{Y}_i - \bar{Y})^2$$

$$SCT \simeq 27768.3571428571$$

$$SCR = 348.848370927318$$

$$SCE = 27419.5087719298$$

No veo los valores estimados de los parámetr

Existe una tendencia lineal y se cumple que $SCE > SCR$ por lo que la parte explicada por el modelo es mayor que la no explicada

$$R^2 = \frac{SCE}{SCT} \simeq 0.98743719806 2074$$

Por lo que el coeficiente de determinación nos indica que la proporción de variabilidad de y que se puede explicar con el modelo es alta

c) **Obtenga** un intervalo de 95% de confianza para la pendiente de la recta de regresión.

Un intervalo de 95% de confianza para β_1 estará dado por

$$\beta_1 \in \{ b_1 \pm t_{(n-2),\alpha/2}\, \hat{ee}(b_1) \} \qquad \alpha = 0.05$$

$$\hat{ee}(b_1) = S\sqrt{\frac{1}{\Sigma x_i^2}}$$

$$S^2 = \frac{SCE}{12} = \frac{27419.5087719298}{12} = 2,284.96$$

$$S = \sqrt{\frac{SCE}{12}} = 47.801245$$

$$Var(b_1) = \frac{S^2}{(x_i - \bar{x})^2} = \frac{2{,}284.96}{114} = 20.04$$

$$\hat{ee}(b_1) = S\sqrt{\frac{1}{\Sigma x_i^2}} = 4.47699682$$

$$b_1 = \frac{S_{xy}}{S^2 x} = \frac{\Sigma X_i Y_i - \Sigma X_i \Sigma Y_i / n}{\Sigma x_i^2 - (\Sigma X_i)^2 / n}$$

$\Sigma X_i = 84$

$\Sigma Y_i = 1361$

$\Sigma X_i Y_i = 9934$

$\Sigma X_i^2 = 618$

$b_1 = 15.5087193$

$b_0 = 4.161654$

Este intervalo está equivocado, debe ser (14.4085, 16.6090).   -8

$\beta_1 \in (15.0897055, 15.9277605)$

X	6
Y	97

	X	Y		XiYi	Xi^2	Yi^2	(Xi-X)	(Yi-Y)	(Xi-X)(Yi-Y)	(Xi-X)^2	(Yi-Y)^2
	1	23		23	1	529	-5	-74	371	25	5,507.760
	2	29		58	4	841	-4	-68	273	16	4,653.189
	3	49		147	9	2401	-3	-48	145	9	2,324.617
	4	64		256	16	4096	-2	-33	66	4	1,103.189
	4	74		296	16	5476	-2	-23	46	4	538.903
	5	87		435	25	7569	-1	-10	10	1	104.332
	6	96		576	36	9216	0	-1	0	0	1.474
	6	97		582	36	9409	0	0	0	0	0.046
	7	109		763	49	11881	1	12	12	1	138.903
	8	119		952	64	14161	2	22	44	4	474.617
	9	149		1341	81	22201	3	52	155	9	2,681.760
	9	145		1305	81	21025	3	48	143	9	2,283.474
	10	154		1540	100	23716	4	57	227	16	3,224.617
	10	166		1660	100	27556	4	69	275	16	4,731.474
SUMA	84	1361	0	9934	618	160077	0	0	1768	114	27,768.36

d) **Calcule** los valores estimados por el modelo y los residuos. **Verifique** que la suma de los residuos sea igual a cero.

$$b_1 = 15.50877193$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x} = 97 - 15.50877193(6) = 4.161654135$$

Estimados	ei			
^Y	(Yi-^Yi)	(Yi-^Yi)^2	(^Yi-Y)	(^Yi-Y)^2
20	3	11	-78	6,013.05016928286
35	-6	38	-62	3,848.35210834103
51	-2	3	-47	2,164.69806094183
66	-2	5	-31	962.08802708526
66	8	61	-31	962.08802708526
82	5	28	-16	240.52200677131
97	-1	1	0	0.00000000000
97	0	0	0	0.00000000000
113	-4	14	16	240.52200677131
128	-9	85	31	962.08802708526
144	5	28	47	2,164.69806094183
144	1	2	47	2,164.69806094183
159	-5	28	62	3,848.35210834103
159	7	46	62	3,848.35210834103
Suma = 1361	0	348.8483709	0	27,419.51

Sabemos que los residuos $e_i = y_i - \hat{y}_i$

y podemos verificar en la tabla que la suma de los residuos es igual a 0

i	Yi+b1(Xi-X)
1	19.67042607
2	35.17919799
3	50.68796992
4	66.19674185
5	66.19674185
6	81.70551378
7	97.21428571
8	97.21428571
9	112.7230576
10	128.2318296
11	143.7406015
12	143.7406015
13	159.2493734
14	159.2493734

Bien

e) **Pronostique** el Tiempo de Servicio que se llevaría reparar una PC con 4 componentes en mal estado y **calcule** el error estándar del pronóstico.

$$y_i = \bar{y} + b_1(x_i - \bar{x})$$

No veo el valor del pronóstico. -4

Ya que y_i pronostica el valor medio de y, en este caso para $x = 4$

$$Var(\hat{Y}_0) = 243.385364$$

$$Var(e_0) = 2528.34$$

$$\hat{ee}(e_0) = \sqrt{var(e_0)} = 50.2$$

El error estándar del pronóstico debe ser 5

f) El gerente de la compañía esperaría que el incremento en tiempo, para cada componente adicional que requiere reparación, fuera de 12 minutos. ¿Es razonable este valor?, **explique** por qué sí o por qué no lo es.

$$B_1 = 12$$

Nivel de significancia $\alpha = 5\%$

$$t_{(12), 0.025} \qquad \frac{\alpha}{2} = \frac{0.5}{2}$$

B1 no está en el intervalo de confianza, por lo que no es razonable

Bien

$$B_1 \in (15.0897833, 15.92776053)$$

2. El problema de seleccionar una determinada forma funcional en el modelo de regresión es crucial para interpretar la relación que existe entre las variables del modelo.

Dentro de los modelos lineales (en los parámetros) se encuentra la familia de modelos dictada por la siguiente ecuación, que involucra variables transformadas y que puede considerarse básica

$$Y^{(\lambda_1)} = \beta_0 + \beta_1 X^{(\lambda_2)} + \varepsilon .$$

En esta ecuación aparecen variables transformadas del tipo genérico

$$Z^{(\lambda)} = \begin{cases} \dfrac{Z^{\lambda} - 1}{\lambda} & \text{si } \lambda \neq 0 \\ \log(Z) & \text{si } \lambda = 0 \end{cases}$$

en donde la variable debe ser real y positiva, o sea, $Z > 0$.

Con los siguientes valores de λ_1 y λ_2, **realice** las gráficas de Y *vs*. X para las funciones descritas por la ecuación básica, en el **supuesto de que el error es 0,** NOTE QUE AMBAS VARIABLES DEBEN SER POSITIVAS.

Haga explícito el **papel que juegan** los parámetros β_0 y β_1 en tales funciones.

a) $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$;

b) $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$;

c) $\lambda_1 = 1,\ \lambda_2 = 0$;

d) $\lambda_1 = 1,\ \lambda_2 = -1$;

e) $\lambda_1 = 0,\ \lambda_2 = 1$;

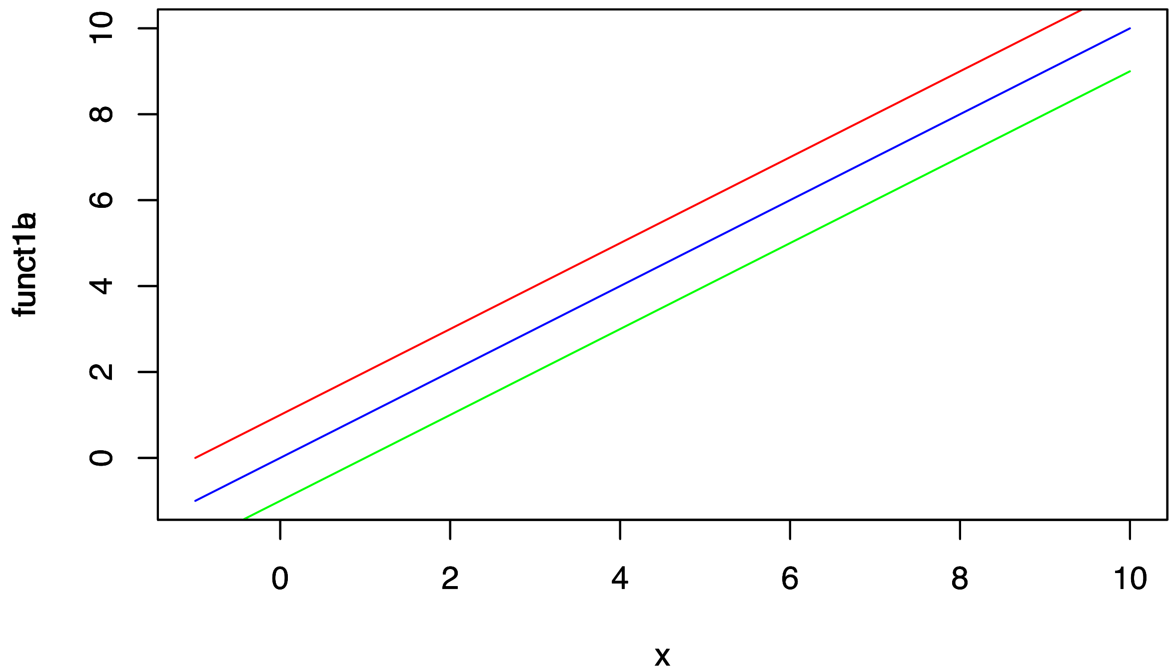
f) $\lambda_1 = 0,\ \lambda_2 = -1$

Inciso a)

```r
b0 <- NULL
b1 <- NULL

b0 <- 1
b1 <- 1
funct1a <- function(x){1 + b0 - b1 + b1*x}

plot(funct1a,from=-1,to=10,ylim=c(-1,10),col="red")
par(new=TRUE)



b0 <- 0
b1 <- 1
funct1b <- function(x){1+b0-b1 + b1*x}

plot(funct1b,from=-1,to=10,ylim=c(-1,10),col="blue")
par(new=TRUE)



b0 <- -1
b1 <- 1
funct1c <- function(x){1+b0-b1 + b1*x}

plot(funct1c,from=-1,to=10,ylim=c(-1,10),col="green")
```

β_1 : pendiente

β_0 : factor que hace la traslación vertical




```
par(new=TRUE)
```

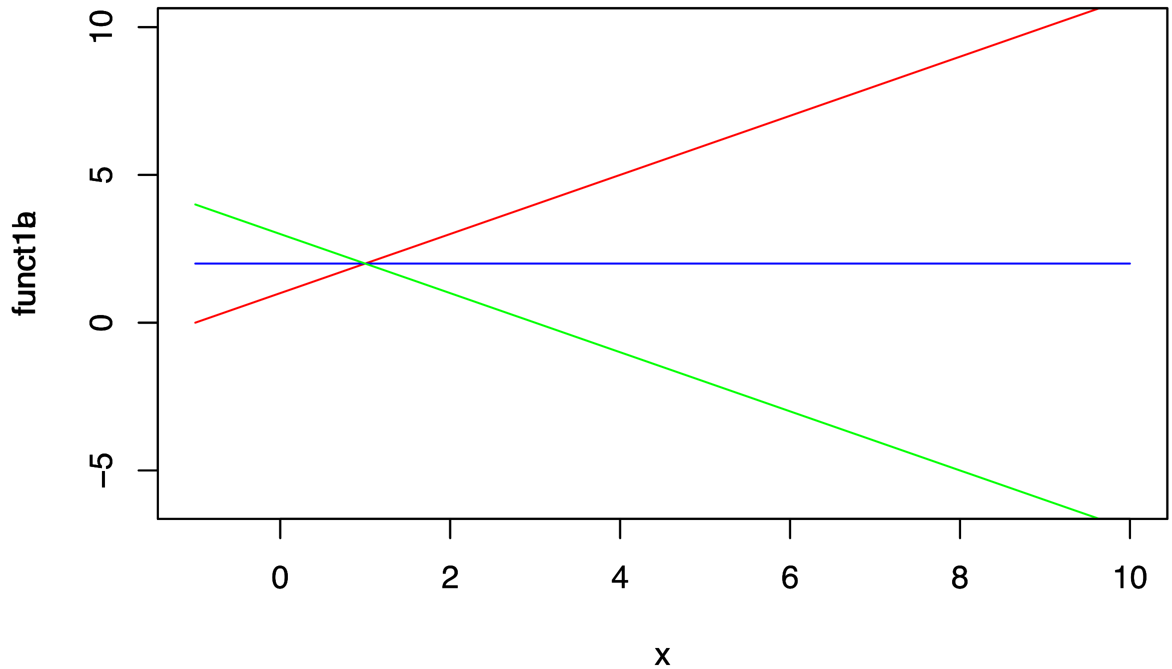
Ahora variamos valores de β_1 y dejamos fijo a β_0

```
b0 <- NULL
b1 <- NULL

b0 <- 1
b1 <- 1
funct1a <- function(x){1 + b0 - b1 + b1*x}

plot(funct1a,from=-1,to=10,ylim=c(-6,10),col="red")
par(new=TRUE)



b0 <- 1
b1 <- 0
funct1b <- function(x){1+b0-b1 + b1*x}

plot(funct1b,from=-1,to=10,ylim=c(-6,10),col="blue")
par(new=TRUE)



b0 <- 1
b1 <- -1
```

Bien, aunque se pidió la gráfica en el cuadrante superior derecho.

β_1: factor que hace tendencia vertical

β_0: ordenada al origen




```
par(new=TRUE)
```

Inciso b)

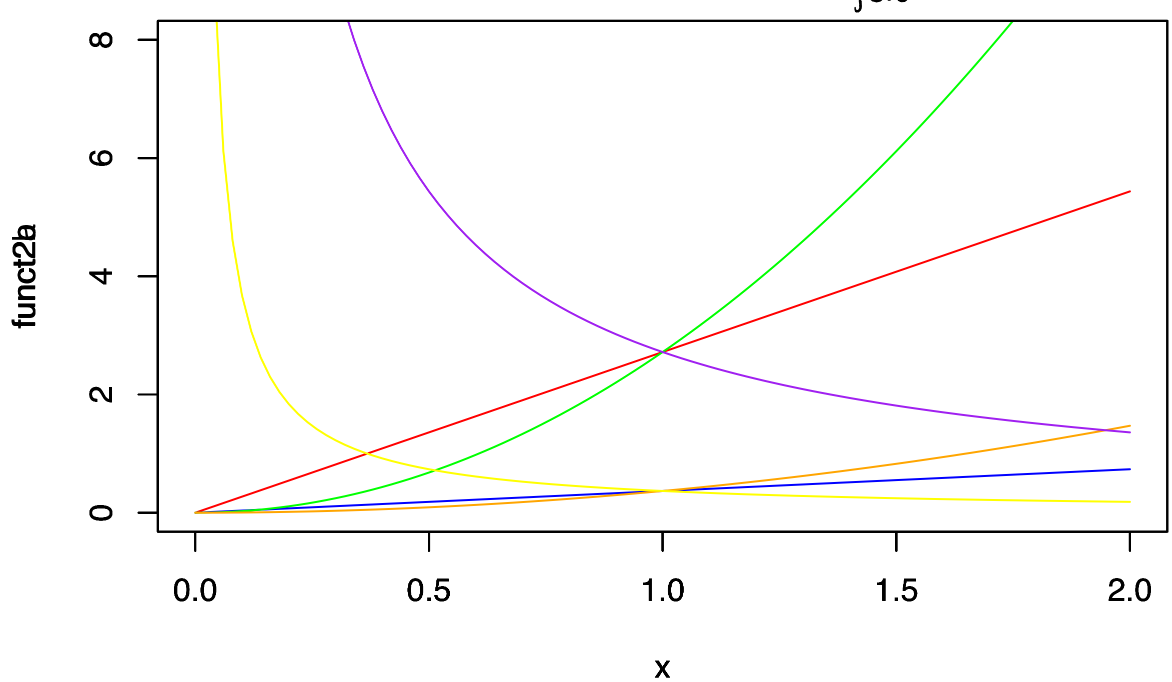
```
b0 <- 1
b1 <- 1
funct2a <- function(x) {exp(b0) * x^(b1)}
plot(funct2a, from = 0, to = 2, ylim=c(0,8), col="red")
par(new=TRUE)


b0 <- -1
b1 <- 1
funct2b <- function(x){exp(b0)*x^{b1}}
plot(funct2b, from = 0, to = 2, ylim=c(0,8), col = "blue")
par(new=TRUE)



b0 <- 1
b1 <- 2
funct2c <- function(x){exp(b0)*x^{b1}}
plot(funct2c, from = 0, to = 2, ylim=c(0,8), col = "green")
```

```r
par(new=TRUE)

b0 <- -1
b1 <- 2
funct2d <- function(x){exp(b0)*x^{b1}}
plot(funct2c, from = 0, to = 2, ylim=c(0,8), col = "orange")
par(new=TRUE)

b0 <- 1
b1 <- -1
funct2e <- function(x){exp(b0)*x^{b1}}
plot(funct2c, from = 0, to = 2, ylim=c(0,8), col = "purple")
par(new=TRUE)

b0 <- -1
b1 <- -1
funct2f <- function(x){exp(b0)*x^{b1}}
plot(funct2c, from = 0, to = 2, ylim=c(0,8), col = "yellow")
```

β_1: potencia

β_0: dirección de crecimiento si es positivo, decrecimiento si es negativo.

Bien



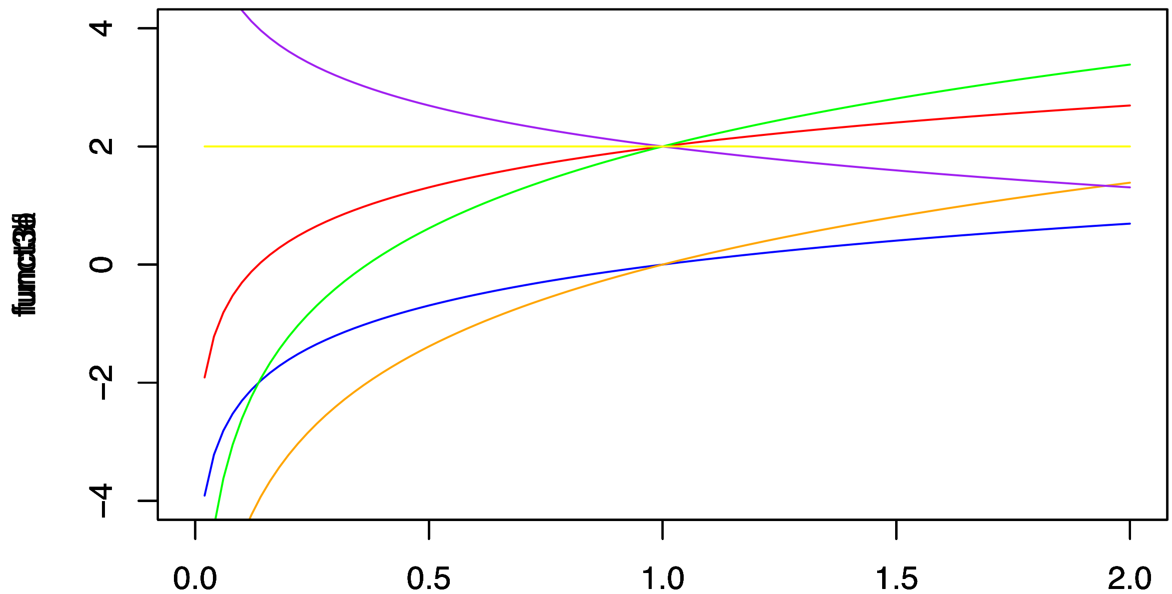

```r
par(new=TRUE)
```

Inciso c)

```
b0 <- 1
b1 <- 1
funct3a <- function(x) {1+b0+b1 *log(x)}
plot(funct3a, from = 0, to = 2, ylim=c(-4,4), col="red")
par(new=TRUE)



b0 <- -1
b1 <- 1
funct3b <- function(x){1+b0+b1 *log(x)}
plot(funct3b, from = 0, to = 2, ylim=c(-4,4), col = "blue")
par(new=TRUE)



b0 <- 1
b1 <- 2
funct3c <- function(x){1+b0+b1 *log(x)}
plot(funct3c, from = 0, to = 2, ylim=c(-4,4), col = "green")
par(new=TRUE)

b0 <- -1
b1 <- 2
funct3d <- function(x){1+b0+b1 *log(x)}
plot(funct3d, from = 0, to = 2, ylim=c(-4,4), col = "orange")
par(new=TRUE)

b0 <- 1
b1 <- -1
funct3e <- function(x){1+b0+b1 *log(x)}
plot(funct3e, from = 0, to = 2, ylim=c(-4,4), col = "purple")
par(new=TRUE)

b0 <- 1
b1 <- 0
funct3f <- function(x){1+b0+b1 *log(x)}
plot(funct3f, from = 0, to = 2, ylim=c(-4,4), col = "yellow")
```

β_0: factor de transición vertical

β_1: dirección de crecimiento si es positivo, decrecimiento si es negativo.



Una buena parte de lo que se ve en esta gráfica está fuera del cuadrante de interés. -3

```
par(new=TRUE)
```

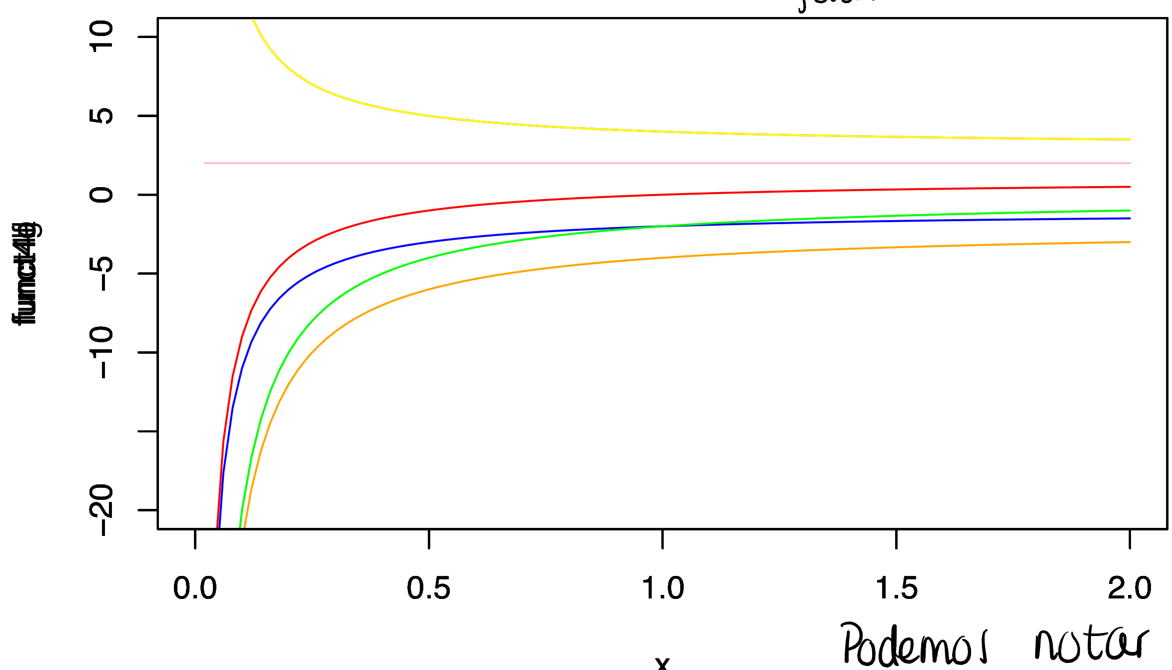
Inciso d)

```
b0 <- 1
b1 <- 1
funct4a <- function(x) {1+b0-b1 - (b1/x)}
plot(funct4a, from = 0, to = 2, ylim=c(-20,10), col="red")
par(new=TRUE)



b0 <- -1
b1 <- 1
funct4b <- function(x){1+b0-b1 - (b1/x)}
plot(funct4b, from = 0, to = 2, ylim=c(-20,10), col = "blue")
par(new=TRUE)



b0 <- 1
b1 <- 2
funct4c <- function(x){1+b0-b1 - (b1/x)}
plot(funct4c, from = 0, to = 2, ylim=c(-20,10), col = "green")
par(new=TRUE)

b0 <- -1
```

```r
b1 <- 2
funct4d <- function(x){1+b0-b1 - (b1/x)}
plot(funct4d, from = 0, to = 2, ylim=c(-20,10), col = "orange")
par(new=TRUE)

b0 <- 1
b1 <- -1
funct4e <- function(x){1+b0-b1 - (b1/x)}
plot(funct4e, from = 0, to = 2, ylim=c(-20,10), col = "purple")
par(new=TRUE)

b0 <- 1
b1 <- -1
funct4f <- function(x){1+b0-b1 - (b1/x)}
plot(funct4f, from = 0, to = 2, ylim=c(-20,10), col = "yellow")
par(new=TRUE)

b0 <- 1
b1 <- 0
funct4g <- function(x){1+b0-b1 - (b1/x)}
plot(funct4g, from = 0, to = 2, ylim=c(-20,10), col = "pink")
```

β_0: factor de transición vertical

β_1: dirección de crecimiento si es positivo, decrecimiento si es negativo.



Podemos notar que hay una asíndota en $x=0$

```r
par(new=TRUE)
```

De nuevo, en la gráfica se usan valores de Y negativos. -4

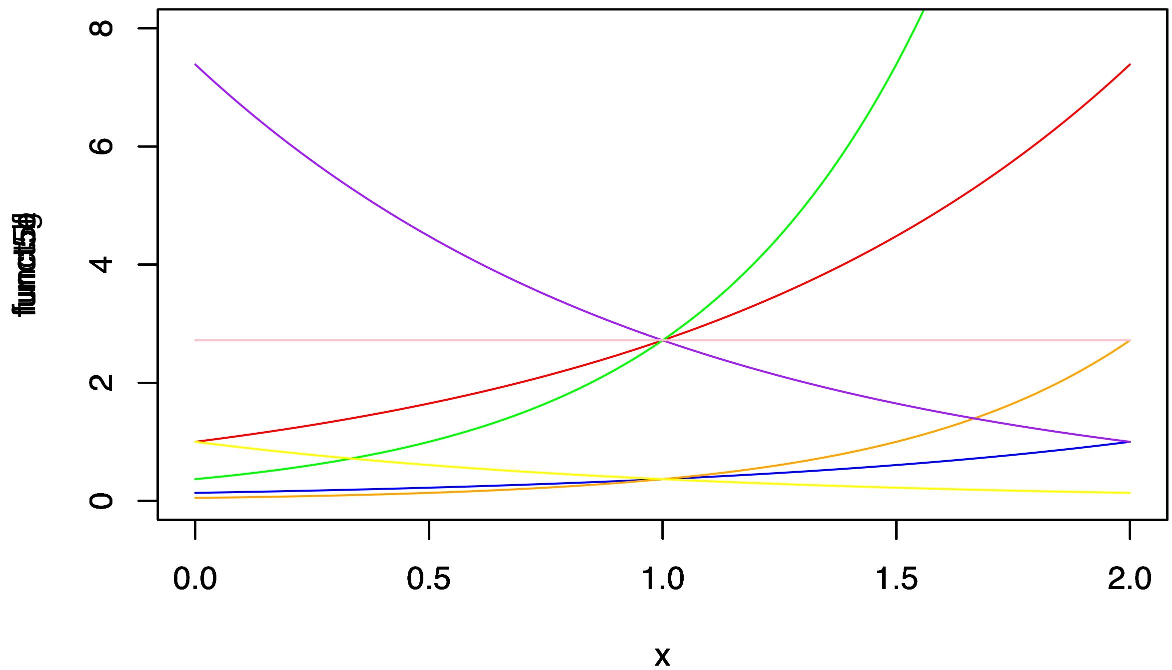
Inciso e)

```r
b0 <- 1
b1 <- 1
funct5a <- function(x) {exp(b0-b1) * exp(b1*x)}
plot(funct5a, from = 0, to = 2, ylim=c(0,8), col="red")
par(new=TRUE)



b0 <- -1
b1 <- 1
funct5b <- function(x){exp(b0-b1) * exp(b1*x)}
plot(funct5b, from = 0, to = 2, ylim=c(0,8), col = "blue")
par(new=TRUE)



b0 <- 1
b1 <- 2
funct5c <- function(x){exp(b0-b1) * exp(b1*x)}
plot(funct5c, from = 0, to = 2, ylim=c(0,8), col = "green")
par(new=TRUE)

b0 <- -1
b1 <- 2
funct5d <- function(x){exp(b0-b1) * exp(b1*x)}
plot(funct5d, from = 0, to = 2, ylim=c(0,8), col = "orange")
par(new=TRUE)


b0 <- 1
b1 <- -1
funct5e <- function(x){exp(b0-b1) * exp(b1*x)}
plot(funct5e, from = 0, to = 2, ylim=c(0,8), col = "purple")
par(new=TRUE)

b0 <- -1
b1 <- -1
funct5f <- function(x){exp(b0-b1) * exp(b1*x)}
plot(funct5f, from = 0, to = 2, ylim=c(0,8), col = "yellow")
par(new=TRUE)

b0 <- 1
b1 <- 0
funct5g <- function(x){exp(b0-b1) * exp(b1*x)}
plot(funct5g, from = 0, to = 2, ylim=c(0,8), col = "pink")
```

Bien

β_0: factor de transición vertical

β_1: dirección de crecimiento si es positivo, decrecimiento si es negativo.




```r
par(new=TRUE)
```

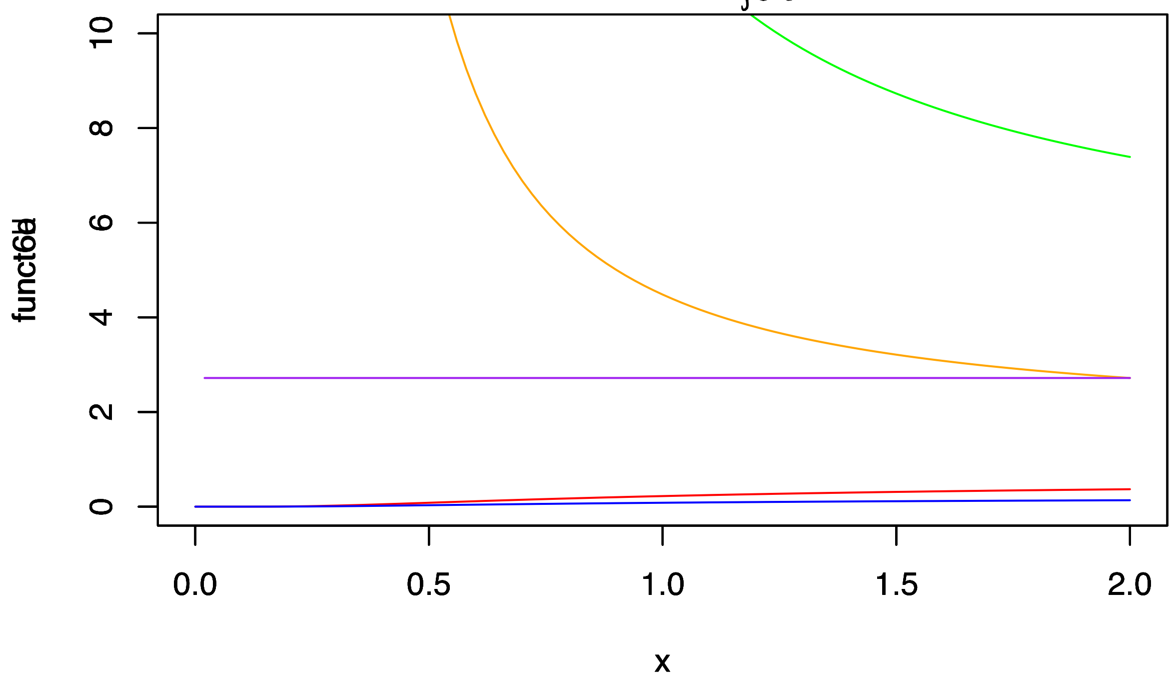
Inciso f)

```r
b0 <- 0.5
b1 <- 1
funct6a <- function(x) {exp(b0-b1) * exp(-b1/x)}
plot(funct6a, from = 0, to = 2, ylim=c(0,10), col="red")
par(new=TRUE)



b0 <- -0.5
b1 <- 1
funct6b <- function(x){exp(b0-b1) * exp(-b1/x)}
plot(funct6b, from = 0, to = 2, ylim=c(0,10), col = "blue")
par(new=TRUE)



b0 <- 0.5
b1 <- -1
funct6c <- function(x){exp(b0-b1) * exp(-b1/x)}
plot(funct6c, from = 0, to = 2, ylim=c(0,10), col = "green")
par(new=TRUE)

b0 <- -0.5
```

```r
b1 <- -1
funct6d <- function(x){exp(b0-b1) * exp(-b1/x)}
plot(funct6d, from = 0, to = 2, ylim=c(0,10), col = "orange")
par(new=TRUE)

b0 <- 1
b1 <- 0
funct6e <- function(x){exp(b0-b1) * exp(-b1/x)}
plot(funct6e, from = 0, to = 2, ylim=c(0,10), col = "purple")
```

β_0: factor de transición vertical

β_1: dirección de crecimiento si es positivo, decrecimiento si es negativo.




```r
par(new=TRUE)
```

Por la escala que usaron para Y no se alcanza a apreciar el patrón sig