Detección de colinealidad

Se parte de la Descomposición Espectral de $X'X$, que está dada por

$$X'X = \sum_{i=1}^{p} \lambda_i \underset{\sim}{p}_i \underset{\sim}{p}_i' \quad \text{con } \lambda_1, \ldots, \lambda_p \text{ los valores propios}$$

o eigenvalores de $X'X$ y $\underset{\sim}{p}_i$ los correspondientes vectores propios. Entonces, como $Var(\underset{\sim}{b}) = \sigma^2 (X'X)^{-1}$ se tiene

$$tr[Var(\underset{\sim}{b})] = \sigma^2 tr[(X'X)^{-1}] = \sigma^2 \sum_{i=1}^{p} \lambda_i^{-1}$$

que es una medida de varianza generalizada. Si existe colinealidad, algunos λ_i's serán cercanos a cero, lo que implica que dicha medida será muy grande.

Para detectar colinealidad se usa el coeficiente de determinación múltiple R_j^2, que se obtiene al explicar a la variable X_j con las otras variables independientes. Entonces, se define el Factor de Inflación de la Varianza como

$$FIV_j = \frac{1}{1 - R_j^2}$$

de manara que una R_j^2 cercana a 1 implica que el

FIV_j será muy grande. Los valores que comúnmente se utilizan para indicar colinealidad son para $FIV_j > 10$, es decir, para $R_j^2 > 0.9$.

Asimismo se acostumbra utilizar el Número de Condición de la matriz, que está definido como

$$K = \frac{\lambda_{máx}}{\lambda_{mín}}$$

con el cual se determina lo siguiente:

$$K \leq 100 \Rightarrow \text{No colinealidad}$$

$$100 < K \leq 1000 \Rightarrow \text{Posible colinealidad}$$

$$1000 < K \Rightarrow \text{Colinealidad.}$$