ESTADÍSTICA APLICADA II

Tarea No. 1 Dr. Víctor M. Guerrero

Ago-Dic, 2021

1. En los siguientes modelos, el término ε_i representa el error aleatorio y se supone que se cuenta con una muestra de n datos, de manera que i = 1,..., n. **Determine:** (i) ¿Cuáles son lineales en los parámetros β_0 y β_1? (ii) ¿Cuáles son lineales en las variables Y y X? (iii) ¿Cuáles podrían considerarse modelos de regresión lineal simple? (posiblemente con variables transformadas).

(a) $Y_i = \beta_0 + \beta_1/X_i + \varepsilon_i$

(b) $Y_i = \beta_0 + \beta_1 \log(X_i) + \varepsilon_i$

(c) $Y_i = \beta_0 X_i^{\beta_1}$

(d) $\log(Y_i) = \log(\beta_0) + \beta_1 \log(X_i) + \varepsilon_i$

(e) $Y_i = \beta_0 + \beta_1 \varepsilon_i$

2. **Demuestre** que el estimador mínimo-cuadrático de β_1 en un modelo de regresión lineal simple, se puede escribir como

$$b_1 = \frac{\sum (X_i - \overline{X})(Y_i - \overline{Y})}{\sum (X_i - \overline{X})^2}$$

y que

$$\sum (Y_i - \hat{Y}_i)\hat{Y}_i = 0 .$$

3. A partir de una muestra de n = 200 parejas de observaciones, se calcularon las siguientes cantidades:

$$\sum X_i = 11.34,\ \ \sum Y_i = 20.72,\ \ \sum X_i^2 = 12.16,\ \ \sum Y_i^2 = 84.96\ \text{ y }\ \sum X_i Y_i = 22.13$$

Con base en estas cantidades, **estime** las dos regresiones

$$\hat{Y}_i = b_0 + b_1 X_i \qquad \text{y} \qquad \hat{X}_i = a_0 + a_1 Y_i .$$

Deduzca una recta estimada para Y a partir de la segunda ecuación.
Grafique las dos rectas estimadas de Y en la misma gráfica y **comente** acerca de ellas, en particular acerca de cómo se podrían interpretar las mismas y por qué difieren.

ESTADÍSTICA APLICADA II

Tarea No. 1 Dr. Víctor M. Guerrero

Ago-Dic, 2021

1. En los siguientes modelos, el término ε_i representa el error aleatorio y se supone que se cuenta con una muestra de n datos, de manera que i = 1,..., n. **Determine:** (i) ¿Cuáles son lineales en los parámetros β_0 y β_1? (ii) ¿Cuáles son lineales en las variables Y y X? (iii) ¿Cuáles podrían considerarse modelos de regresión lineal simple? (posiblemente con variables transformadas).

(a) $Y_i = \beta_0 + \beta_1/X_i + \varepsilon_i$

i) $Y_i = \beta_0 + \frac{\beta_1}{X_i} + \varepsilon_i$

$\frac{\partial Y_i}{\partial \beta_0} = 1$ $\frac{\partial Y_i}{\partial \beta_1} = 1$

$\therefore$ es lineal en los parámetros.

ii) $Y_i = \beta_0 + \frac{\beta_1}{X_i} + \varepsilon_i$ no es lineal entre las variables

iii) Si es un modelo de regresión lineal simple.
Lineal porque es lineal en los parámetros
y es simple con la transformación $z_i = \frac{1}{X_i}$ $\forall i = 1, \dots, n$

(b) $Y_i = \beta_0 + \beta_1 \log(X_i) + \varepsilon_i$

i) $Y_i = \beta_0 + \beta_1 \log(X_i) + \varepsilon_i$

$\frac{\partial Y_i}{\partial \beta_0} = 1$ $\frac{\partial Y_i}{\partial \beta_1} = \ln(X_i)$

$\therefore$ es lineal en los parámetros.

ii) $Y_i = \beta_0 + \beta_1 \log(X_i) + \varepsilon_i$

es lineal entre las variables

iii) Si es un modelo de regresión lineal simple.
Lineal porque es lineal en los parámetros
y es simple con la transformación $z_i = \ln(X_i)$ $\forall_1, \dots, n$

(c) $Y_i = \beta_0 X_i^{\beta_1}$

i) $Y_i = \beta_0 X_i^{\beta_1}$

$\frac{\partial Y_i}{\partial \beta_0} = X_i^{\beta_1}$ $\frac{\partial Y_i}{\partial \beta_1} = \beta_0 \beta_1 X_i^{\beta_1 - 1}$

$\therefore$ no es lineal en los parámetros.

ii) $Y_i = \beta_0 X_i^{\beta_1}$

no es lineal entre las variables

iii) No es modelo de regresión lineal simple porque no hay linealidad en los parámetros.

(d) $\log(Y_i) = \log(\beta_0) + \beta_1 \log(X_i) + \varepsilon_i$

i) $\ln(Y_i) = \ln(\beta_0) + \beta_1 \ln(X_i) + \varepsilon_i$

$\frac{\partial \ln(Y_i)}{\partial \beta_0} = \frac{1}{\beta_0}$ $\frac{\partial \ln(Y_i)}{\partial \beta_1} = \ln(X_i)$

$\therefore$ no es lineal en sus parámetros

ii) $\ln(Y_i) - \ln(\beta_0) + \beta_1 \ln(X_i) + \varepsilon_i$

no es lineal entre las variables

iii) No es regresión lineal simple, porque no hay linealidad

no estoy segura.

(e) $Y_i = \beta_0 + \beta_1 \varepsilon_i$

i) $Y_i = \beta_0 + \beta_1 \varepsilon_i$

$\frac{\partial Y_i}{\partial \beta_0} = 1$ $\frac{\partial Y_i}{\partial \beta_1} = \varepsilon_i$ NO SÉ

ii) $Y_i = \beta_0 + \beta_1 \varepsilon_i$