

Teme za diplomske radove za ak. godinu 2018/2019

PMF–Matematički odsjek

Popis tema

Arambašić Ljiljana: Konačni Parsevalovi bazni okviri	1
Bakić Damir: Potpuno razgranati konačni bazni okviri	2
Bakić Damir: Sažeto uzorkovanje	3
Bakić Damir: Banachove i C^* –algebre	4
Basrak Bojan: Blackwellov teorem obnavljanja	5
Basrak Bojan: Pristranost po veličini	6
Bašić Matija: Prostori konfiguracija i operade malih kocaka	7
Bašić Matija: Konačne geometrije i primjene	8
Berić Tomislav: Ortogonalnost u normiranim prostorima	9
Bosner Nela: Točnost sumacijskih algoritama	10
Bosner Nela: Prepoznavanje uzoraka pomoću neuronskih mreža	11
Bosner Nela: Metode dekompozicije domene	12
Bosner Nela: Paralelni algoritmi za QR faktORIZACIJU	13
Bosner Nela: Blokirani algoritmi za QR faktORIZACIJU	14
Bosner Nela: Inverzni problemi velikih dimenzija kod obrade slika	15
Bosner Tina: Usporedba metoda za promjenu razlučivosti slike	16
Brückler Franka Miriam: Starogrčka geometrijska algebra	17
Brückler Franka Miriam: Podjela na jednake dijelove pomoću origamija	18
Brückler Franka Miriam: Matematički magični trikovi s brojevima	19
Brückler Franka Miriam: Vjerojatnosne razdiobe u nogometu	20
Bujanović Zvonimir: Klijentske web-aplikacije i biblioteka React	21
Bujanović Zvonimir: Razvoj web-aplikacija baziran na testiranju	22

Bujanović Zvonimir: Progresivne web-aplikacije	23
Čačić Vedran: Turing–izračunljivost na prirodnim brojevima	24
Čačić Vedran: Programski jezik C0	25
Čačić Vedran: Binarni RAM–strojevi	26
Došlić Tomislav: Mjere nebipartitnosti u grafovima	27
Došlić Tomislav: Prebrojavanje savršenih sparivanja u nekim klasama benzenoidnih grafova	28
Drmač Zlatko: Aktivni potprostori - algoritmi i primjene	29
Drmač Zlatko: Koopmanov operator i numerička spektralna analiza dinamičkih sustava	30
Drmač Zlatko: Tenzorske dekompozicije za prepoznavanje radnje	31
Drmač Zlatko: Metoda potpornih vektora s primjenama u ekstrakciji informacije	32
Drmač Zlatko: Rijetka reprezentacija u dubokom strojnom učenju	33
Drmač Zlatko: Analiza algoritama za rijetku reprezentaciju signala	34
Dujella Andrej: Faktorizacija velikih prirodnih brojeva	35
Dujella Andrej: Primjena pametnih kartica u bankarstvu i financijama	36
Dujella Andrej: Savršena sigurnost u kriptografiji	37
Dujella Andrej: Statistički testovi za polialfabetske šifre	38
Erceg Marko: Linearno programiranje	39
Erceg Marko: Primjena teorije grafova u proučavanju mreža javnog prijevoza	40
Erceg Marko: Matematički modeli klavira i simulacije	41
Filjar Renato: Određivanje pomorskih plovidbenih koridora zasnovano na statističkom učenju na zapisima automatskog sustava za identifikaciju plovila	42
Filjar Renato: Primjena Niellove funkcije u modelu troposferskog kašnjenja satelitskog signala za određivanje položaja	43
Franušić Zrinka: Diofantske jednadžbe višeg stupnja	44
Franušić Zrinka: Algoritmi elementarne teorije brojeva i neke njihove primjene	45
Franušić Zrinka: Teorija brojeva i glazba	46
Gogić Ilja: O epimorfnoj slici centra C^* –algebre	47

Goldstein Pavle: Varijante semantičkog indeksiranja i klasifikacija dokumenata	48
Goldstein Pavle: Tehnike učenja i statistika semantičkog indeksiranja	49
Goldstein Pavle: Pretraživanje, usporedba i klasifikacija	50
Goldstein Pavle: Tehnike učenja za klasifikaciju bioloških nizova	51
Goldstein Pavle: Preciznost i klasifikacija	52
Goldstein Pavle: Analiza točnosti pretraživanja	53
Grubišić Luka: Numeričko računanje na Android platformi	54
Grubišić Luka: Nenegativne matrične faktorizacije	55
Grubišić Luka: Metode adaptivnog generiranja mreže zadane CAD modelom	56
Grubišić Luka: Rudarenje podataka o znanstvenoj suradnji iz baze google scholar	57
Grubišić Luka: Metode strojnog učenja u predviđanju najniže svojstvene vrijednosti Laplaceovog operatora	58
Horvatić Davor: Mjere kompleksnosti fizioloških signala	59
Huzak Miljenko: Osnovni koncepti teorije nepreciznih vjerojatnosti	60
Huzak Miljenko: Rekurentne neuronske mreže	61
Huzak Miljenko: Algoritmi za uvjetno uzorkovanje u skrivenim Markovljevima modelima	62
Igaly Goran: Razvoj aplikacije za virtualnu stvarnost	63
Igaly Goran: Primjena virtualne stvarnosti u nastavi matematike	64
Igaly Goran: Upotreba digitalnih obrazovnih sadržaja u nastavi i analiza sadržaja iz matematike	65
Igaly Goran: Primjena PhET simulacija u nastavi matematike i fizike	66
Ilišević Dijana: Neke primjene linearne algebre u prirodnim znanostima i tehnicima	67
Ilišević Dijana: Sličnost matrica	68
Ilišević Dijana: Djeljivost cijelih brojeva	69
Iljazović Zvonko: Topološki prostori izračunljivog tipa	70
Iljazović Zvonko: Konvergencija i redovi potencija	71
Iljazović Zvonko: Elementarni aspekti integrabilnosti	72
Iljazović Zvonko: Hiperbolički brojevi	73

Iljazović Zvonko: Izračunljive strukture	74
Iljazović Zvonko: Konstruktabilni brojevi	75
Iljazović Zvonko: Uređeni prsteni	76
Jazbec Anamarija: Grupiranje srednjoškolaca i studenata prema njihovim interesima, fobijama i navikama klsterskom analizom	77
Jazbec Anamarija: Analiza interesa srednjoškolaca i studenata eksplorativnom faktorskom analizom	78
Jurak Mladen: Programiranje video igara u biblioteci SFML	79
Jurak Mladen: Qt5 aplikacija za vizualizaciju podataka	80
Jurak Mladen: Programiranje video igara u biblioteci Qt5	81
Jurak Mladen: Detekcija kolizija	82
Kazalicki Matija: Kriptografija temeljena na grafovima izogenija supersingularnih eliptičkih krivulja	83
Kovač Vjekoslav: Točke ekstrema nekih geometrijskih izraza vezanih uz trokut	84
Kovač Vjekoslav: Otkrivanje kolinearnosti karakterističnih točaka trokuta programom GeoGebra	85
Krčadinac Vedran: Pfaffijan i savršena sparivanja	86
Krčadinac Vedran: Mrežno kodiranje	87
Krčadinac Vedran: Erdős–Ko–Rado teorem	88
Krčadinac Vedran: Generalizirani poligoni	89
Krnić Mario: Analitička geometrija u kompleksnoj ravnini	90
Krnić Mario: Cjelobrojne funkcije i primjene	91
Krnić Mario: Realni i kompleksni produkt kompleksnih brojeva i primjene u geometriji trokuta	92
Krnić Mario: Opća svojstva konveksnog četverokuta	93
Manger Robert: Anonimizacija podataka	94
Manger Robert: Povezivanje objekata s relacijama	95
Manger Robert: Održavanje baze podataka	96
Manger Robert: Sinkroni mrežni algoritmi	97
Manger Robert: Formalna verifikacija softvera metodom provjere modela	98
Marušić-Paloka Eduard: Fredholmova alternativa	99

Marušić-Paloka Eduard: Picardova metoda i primjene	100
Milin Šipuš Željka: Cikloidne krivulje	101
Milin Šipuš Željka: Istraživanja pravilnosti u nastavi matematike: mnogo- kutni brojevi	102
Milin Šipuš Željka: Geometrija za nadarene učenike u osnovnoj školi	103
Milin Šipuš Željka: Integrali funkcija jedne varijable u srednjoškolskoj nas- tavi matematike	104
Milin Šipuš Željka: Linearna regresija u srednjoškolskoj nastavi matematike	105
Milin Šipuš Željka: Linearno programiranje u srednjoškolskoj nastavi ma- tematike	106
Milin Šipuš Željka: Sustavi linearnih jednadžbi u srednjoškolskoj nastavi matematike	107
Nakić Ivica: Izrada progresivnih web aplikacija	108
Nakić Ivica: Digitalna obrada signala u glazbi	109
Nakić Ivica: Web aplikacija za vizualizaciju hijerarhijskih podataka	110
Nakić Ivica: Izrada web aplikacija pomoću okruženja Phoenix i program- skog jezika Elixir	111
Nogo Goranka: Analiza rješenja natjecateljskih zadataka za osnovnu školu iz predmeta Informatika	112
Nogo Goranka: Digitalni alati za izradu nastavnih materijala u osnovnoj školi	113
Nogo Goranka: Usklađenost nastavnih sadržaja iz predmeta Matematika i Informatika o osnovnoj školi	114
Nogo Goranka: Izrada alata za učenje programiranja	115
Nogo Goranka: Kontekstualni zadaci u nastavi informatike u osnovnoj školi	116
Paar Dalibor: Suvremena nastava fizike: mehanički valovi	117
Paar Dalibor: Problemski orijentirana nastava fizike: mobilni uređaji kao laboratoriji	118
Paar Dalibor: Suvremena nastava fizike: učeničke miskonceptije o tempe- raturi i toplini	119
Pažanin Igor: Tok mikropolarnog fluida	120
Pejković Tomislav: Wolstenholmeov teorem	121
Pejković Tomislav: Grafički prikaz binarnih kvadratnih formi	122
Pejković Tomislav: Razlomački skupovi	123

Perše Ozren: Moduli nad domenama glavnih ideala	124
Podobnik Boris: VAR pristup: Credit Metrics	125
Podobnik Boris: Redefinirani Fama French Three model za istočno-evropske narode EU	126
Pokaz Dora: Obla geometrijska tijela u školskoj matematici	127
Pokaz Dora: Platonova tijela	128
Poljak Nikola: Kolotur promjenjivog momenta inercije	129
Poljak Nikola: Ljudsko tijelo kao vodljivi spoj	130
Poljak Nikola: Leidenfrost efekt	131
Rajić Rajna: Primjene matrica u ravninskoj geometriji	132
Singer Saša: Programski jezici u nastavi informatike u osnovnoj školi	133
Singer Saša: Razvoj računalnih igara u alatu Unity	134
Singer Saša: Verifikacija potpisa	135
Singer Saša: Duboke neuronske mreže	136
Singer Saša: Algoritmi za kompresiju podataka	137
Slijepčević Siniša: Spektralni teorem za normalne operatore i primjena u ergodskoj teoriji	138
Slijepčević Siniša: Atraktori beskonačno dimenzionalnih disipativnih sustava	139
Slijepčević Siniša: Korištenje regresijskih metoda u kreditnom scoringu	140
Slijepčević Siniša: Linearna regresija u aktuarstvu	141
Starčević Maja: Jednadžbe i funkcije s realnim parametrom	142
Starčević Maja: Primjena grafičkih metoda u nastavi matematike	143
Starčević Maja: Koordinatni sustavi	144
Sunko Denis: Valne funkcije identičnih čestica	145
Sušac Ana: Učeničko razumijevanje vektora u različitim kontekstima	146
Sušac Ana: Učeničko razumijevanje oblika, pretvorbe i očuvanja energije	147
Šiftar Juraj: Pravokutni trokuti s racionalnim stranicama zadane površine	148
Šikić Hrvoje: Benfordov zakon i Fourierovi redovi	149
Šikić Hrvoje: Ovisnost uređaja vektora rizika i portfelja	150

Šikić Hrvoje: Model dvostrukog smanjenja	151
Šikić Hrvoje: Ekvilibrij u financijskoj teoriji u diskretnom vremenu	152
Šikić Tomislav: Kontekstualizacija nastave matematike u o okviru projekta Večer matematike	153
Šikić Tomislav: Kvadratne forme i krivulje i plohe drugog reda	154
Škoda Zoran: Intuicionistička i homotopska teorija tipova	155
Šmuc Tomislav: Interpretabilnost modela dubokog učenja	157
Šmuc Tomislav: Algoritmi strojnog učenja za analizu preživljenja	158
Šmuc Tomislav: Probabilistički programski sustav za izvođenje upita o im- plikacijama u podacima	159
Šmuc Tomislav: Strojno učenje u uvjetima neuravnoteženih podataka	161
Štimac Sonja: Šarkovskijev teorem	162
Štimac Sonja: Dinamika Hénonovih preslikavanja	163
Varošanec Sanja: Vektorska metoda u stereometriji	164
Varošanec Sanja: Nekoliko pristupa krivuljama drugog reda	165
Varošanec Sanja: Pravilni mnogokuti i njihove konstrukcije	166
Varošanec Sanja: Koordinatna metoda u stereometriji	167
Vondraček Zoran: Slučajne šetnje na grafovima	168
Vondraček Zoran: Procesi obnavljanja u teoriji rizika	169
Vondraček Zoran: Modeli volatilnosti i frakcionalno Brownovo gibanje	170
Vrankić Ilko: Upravljanje tržišnim rizikom u bankarskom sektoru primje- nom moderne teorije portfelja i CAPM modela	171
Vrankić Ilko: Ravnoteža na tržištu kredita u uvjetima asimetrično raspodi- jeljenih informacija	172
Vrankić Ilko: Modeliranje osiguranja likvidnosti pomoću kreditnih linija	173
Vrankić Ilko: Modeliranje odnosa poslovanja profitnih poduzeća i neprofit- nih organizacija na tržištu društvenih dobara	174
Vrdoljak Marko: Metoda kaznenih funkcija u uvjetnoj optimizaciji	175
Vrdoljak Marko: Metoda unutrašnje točke u kvadratičnom programiranju	176
Vrdoljak Marko: Nužni i dovoljni uvjeti optimalnosti	177

Mentor: Arambašić Ljiljana

Konačni Parsevalovi bazni okviri

Područje: Linearna algebra

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: Vektorski prostori

Opis teme: Bazni okvir za konačnodimenzionalni unitarni prostor H je niz $(x_n)_{n=1}^m$ u H takav da postoje konstante $A, B > 0$ tako da za sve $x \in H$ vrijedi $A\|x\|^2 \leq \sum_{n=1}^m |(x|x_n)|^2 \leq B\|x\|^2$. Ako je $A = B = 1$ tada kažemo da je $(x_n)_{n=1}^m$ Parsevalov bazni okvir za H . Očito su ortonormirane baze za H primjeri Parsevalovih baznih okvira za H . Obrat ne vrijedi, a to se može zaključiti već iz činjenice da nulvektor može biti član (Parsevalovog) baznog okvira. Svaki vektor iz H se može rekonstruirati pomoću vektora baznog okvira $(x_n)_{n=1}^m$, to jest, postoji bazni okvir $(y_n)_{n=1}^m$ tako da je $x = \sum_{n=1}^m (x|y_n)x_n$ za sve $x \in H$; svaki takav bazni okvir (y_n) nazivamo dualom od (x_n) . Parsevalovi bazni okviri su upravo oni bazni okviri koji su sami sebi dualni. U ovom radu proučavat ćemo svojstva Parsevalovih baznih okvira u konačnodimenzionalnim unitarnim prostorima.

Literatura:

- O. Christensen, *An introduction to frames and Riesz bases*, Birkhauser Boston, Inc., Boston, MA, 2003.
 O. Christensen, *Frames and bases: An introductory course*, Birkhauser Boston, Inc., Boston, MA, 2008.
 D. Han, K. Kornelson, D. Larson, E. Weber, *Frames for undergraduates*, Providence, AMS, 2007.

Mentor: Bakić Damir

Potpuno razgranati konačni bazni okviri

Područje: Funkcionalna analiza, Linearna algebra

Prikladno za studij: Teorijska matematika, Primijenjena matematika

Preduvjeti: nema

Opis teme: U radu će se dati pregled osnovnih rezultata o baznim okvirima konačnodimenzionalnih Hilbertovih prostora. Posebna pažnja će se posvetiti svojstvima baznih okvira otpornih na smetnje ili djelomične gubitke u prijenosu podataka. U tom kontekstu potpuno razgranati (tzv. *full spark*) bazni okviri predstavljaju jednu od najvažnijih klasa pa će se u radu opisati svojstva i neke metode konstrukcije takvih baznih okvira.

Literatura:

C. Heil, *A basis theory primer*, Birkhäuser, 2011.

O. Christensen, *An introduction to frames and Riesz bases*, Birkhäuser, 2003.

P. G. Casazza, G. Kutyniok (eds.), *Finite frames - Theory and applications*, Birkhäuser, 2013.

D. Bakić, *Notes on frames*, skripta (dostupno u elektroničkom izdanju)

Mentor: Bakić Damir

Sažeto uzorkovanje

Područje: Funkcionalna analiza

Prikladno za studij: Teorijska matematika, Primijenjena matematika

Preduvjeti: nema

Opis teme: Osnovna zadaća u procesiranju signala je rekonstrukcija signala iz izmjerenih podataka. Ako je veza linearna potrebno je riješiti jednadžbu $Ax = y$, gdje je $x \in M_N$, $A \in M_{mN}$ i $y \in M_m$. Ako je $m < N$ elementaran rezultat linearne algebre nam govori da je ovaj sistem "neodređen", tj. da postoji beskonačno mnogo rješenja x . Drugim riječima, bez nekih dodatnih informacija nemoguće je u tom slučaju jednoznačno rekonstruirati signal x iz podataka y . Jedna od takvih dodatnih pretpostavki pod kojima je rekonstrukcija ne samo moguća, nego za nju postoje i efektivni algoritmi je pretpostavka da je signal rijedak. Signal zovemo rijetkim ako je većina njegovih komponenti jednaka 0. Metode koje se bave rješavanjem problema ovakve vrste poznate su pod zajedničkim imenom sažeto uzorkovanje.

U radu će se izložiti osnove ove teorije. Nakon toga opisat će se neki od standardnih algoritama za rješavanje neodređenih sustava uz dodatnu pretpostavku rijetkosti signala koje rekonstruiramo.

Literatura:

C. Heil, *A basis theory primer*, Birkhäuser, 2011.

S. Foucart, H. Rauhaut, *A mathematical introduction to compressive sensing*, Birkhäuser, 2013.

D. Bakić, *Normirani prostori*, skripta (dostupno u elektroničkom izdanju)

Mentor: Bakić Damir

Banachove i C^* -algebre

Područje: Funkcionalna analiza

Prikladno za studij: Teorijska matematika, Primijenjena matematika

Preduvjeti: nema

Opis teme: U radu će se izložiti temeljni rezultati teorije Banachovih i C^* -algebri. Posebno, opisat će se Geljandova transformacija i funkcionalni račun te će se dati pregled svojstava pozitivnih funkcionala na C^* -algebrama i njima pridruženih reprezentacija.

Literatura:

R. G. Douglas, *Banach algebra techniques in operator theory*, Academic Press, 1972.

G. J. Murphy, *C^* -algebras and operator theory*, Academic Press, 1990.

G. K. Pedersen, *C^* -algebras and their automorphism groups*, Academic Press, 1979.

D. Bakić, *Normirani prostori*, skripta (dostupno u elektroničkom izdanju)

Mentor: Basrak Bojan

Blackwellov teorem obnavljanja

Područje: Slučajni procesi

Prikladno za studij: Teorijska matematika, Primijenjena matematika, Matematička statistika, Računarstvo i matematika, Financijska i poslovna matematika

Preduvjeti: Slučajni procesi

Opis teme: Proces obavljanja je jedan od glavnih modela u primjenama teorije slučajnih procesa. Uveden je kako bi modelirao vremena pristizanja događaja između kojih protiču međusobno nezavisna i jednako distribuirana *međudolazna vremena*. Uz određene uvjete na razdiobu međudolaznih vremena očekivani broj dolazaka (obnavljanja) u intervalu $(t, t + h]$ asimptotski je proporcionalan duljini intervala $h \geq 0$ za $t \rightarrow \infty$. Ovaj rezultat se naziva Blackwellovim teoremom obnavljanja. Može se pokazati da je taj teorem ekvivalentan s prividno jačim tzv. *ključnim teoremom obnavljanja*. Cilj diplomskog rada je prikazati ove rezultate i diskutirati njihove dokaze, te ukazati na neke njihove primjene.

Literatura:

S. M. Ross, *Introduction to probability models*, Academic press, 2014.

S. I. Resnick, *Adventures in stochastic processes*, Springer, 2013.

Mentor: Basrak Bojan

Pristranost po veličini

Područje: Slučajni procesi

Prikladno za studij: Teorijska matematika, Primijenjena matematika, Matematička statistika, Računarstvo i matematika, Financijska i poslovna matematika

Preduvjeti: Slučajni procesi

Opis teme: U statistici i teoriji vjerojatnosti važnu ulogu imaju tzv. razdiobe slučajnih varijabli koje su uzorkovane pristrano po veličini, odn. engl. *size-biased*. Poznato je npr. da se ovaj fenomen pojavljuje u uzorkovanju nekih stvarnih populacija, kao i u tzv. paradoksu čekanja u teoriji slučajnih procesa. Posebno, pojam ima zanimljive posljedice za teoriju beskonačno–djeljivih razdioba te za neke konkretne modele slučajnih procesa kao npr. Galton–Watsonov model odn. jednostavni model grananja. Cilj diplomskog rada je precizno definirati pojam pristranosti po veličini, te na nizu primjera istražiti njegovu ulogu u vjerojatnosti, posebno u teoriji slučajnih procesa. Diplomski rad bi trebao prikazati i neke od osnovnih teorijskih rezultata u ovom području.

Literatura:

R. Arratia, L. Goldstein, *Size bias, sampling, the waiting time paradox, and infinite divisibility: when is the increment independent?*, 2010., arXiv:1007.3910.
R. Arratia, L. Goldstein, F. Kochman, *Size bias for one and all*, 2013., arXiv:1308.2729.
N. Sarapa, *Teorija vjerojatnosti*, Školska knjiga, Zagreb, 2003.

Mentor: Bašić Matija**Suvoditelj:** Gogić Ilja

Prostori konfiguracija i operade malih kocaka

Područje: Algebarska topologija.**Prikladno za studij:** Teorijska matematika**Preduvjeti:** -**Opis teme:** Neka je X topološki prostor. Prostor konfiguracija n točaka u X je prostor

$$Conf_n(X) = \{(x_1, \dots, x_n) : x_i \neq x_j, i \neq j\}$$

s topologijom podskupa produkta X^n . Ovi prostori su direktno povezani s operadom malih kocaka E_k jer su prostori $E_k(n)$ homotopski ekvivalentni prostoru $Conf_n([0, 1]^k)$. Operade E_k imaju primjenu u karakterizaciji više-strukih prostora petlji, kvantizaciji Poissonovih mnogostrukosti, proučavanju prostora ulaganja mnogostrukosti i teoriji uzlova. Predviđeno je da student opiše osnovna svojstva prostora konfiguracija i operade malih kocaka u terminima kompaktifikacije prostora konfiguracija, kohomologije, te dodatnih struktura na kohomologiji (Gerstenhaber). Ovisno o afinitetima, student će prikazati neke od navedenih primjena iz suvremenih znanstvenih publikacija.

Literatura:W. Dwyer, K. Hess, B. Knudsen, *Configuration spaces of products*, arXiv:1710.05093P. Lambrechts, I. Volić, *Fomality of the little N -disks operad*, AMS 2014.R. Longoni, P. Salvatore, *Configuration spaces are not homotopy invariant*, Topology 44, 2005.P. May, *The geometry of iterated loop spaces*, Lecture Notes in Math., vol. 271, Springer-Verlag, 1972.

Mentor: Bašić Matija

Suvoditelj: Krčadinac Vedran

Konačne geometrije i primjene

Područje: Kombinatorika.

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: -

Opis teme: Konačne geometrije su geometrijski sustavi s konačno mnogo točaka, poput konačne afine i projektivne ravnine. Vrlo korisna generalizacija su blok dizajni, čije primjene se koriste u dizajniranju eksperimenata i teoriji kodiranja. U diplomskom radu će se prvo obraditi osnovna svojstva konačnih polja potrebna za konstrukciju konačnih sustava poput projektivnih ravnina. Nakon toga će se analizirati strukturna teorija blok dizajna (Bruck-Ryser teorem), neke posebne klase (npr. Steinerovi sustavi) i opisati nekoliko primjena. Budući da su primjene raznolike i zanimljive, potencijalno će se diskutirati na koji način prilagoditi primjere i metodički uvesti pojedine koncepte u radu s učenicima u srednjoj školi.

Literatura:

T. W. Hungerford, *Algebra*, Springer, 2003.

V. Krčadinac, J. Šiftar, *Konačne geometrije*, skripta, ak. god. 2012/13.

D. R. Stinson, *Combinatorial designs, construction and analysis*, Springer, 2004.

Mentor: Berić Tomislav

Ortogonalnost u normiranim prostorima

Područje: Funkcionalna analiza

Prikladno za studij: Teorijska matematika, Primijenjena matematika

Preduvjeti: Normirani prostori

Opis teme: Za dva vektora iz unitarnog prostora kažemo da su ortogonalni ako je njihov skalarni produkt jednak nuli. Na normiranim prostorima na kojima nemamo skalarni produkt, ortogonalnost se može definirati na razne načine koji se podudaraju sa standardnom ortogonalnošću u slučaju unitarnih prostora. U ovom radu će se proučiti neka od tih poopćenja, poput Birkhoff–Jamesove i Robertsove ortogonalnosti. Izložiti će se karakterizacije tih ortogonalnosti i istražiti njihova svojstva.

Literatura:

J. Alonso, H. Martini, S. L. Wu, *On Birkhoff orthogonality and isosceles orthogonality in normed linear spaces*, Aequationes Mathematicae, vol. 83 (2012), no. 1–2, 153–189
J. Sikorska, *Orthogonalities and functional equations*, Aequationes Mathematicae, vol. 89 (2015), no. 2, 215–277

Mentor: Bosner Nela

Točnost sumacijskih algoritama

Područje: Numerička analiza; Znanstveno računanje; Aritmetika konačne preciznosti;

Prikladno za studij: Primijenjena matematika, Računarstvo i matematika, Financijska i poslovna matematika

Preduvjeti: Numerička matematika

Opis teme: Sumacije brojeva s pomičnom točkom prisutne su po svuda u znanstvenom računanju. Pojavljuju se kod izvrednjavanja skalarnih produkata, srednjih vrijednosti, varijanci, normi, i raznih nelinearnih funkcija. Postoji mnogo algoritama za računanje sumacija, koji koriste razne redoslijede sumiranja. Neki algoritmi su fokusirani na visoku točnost izračunatog rezultata, dok su drugi pogodni za brzo i efikasno paralelno izvršavanje. U ovoj radnji dala bi se analiza grešaka nekih sumacijskih algoritama, kao i neke opće smjernice kod odabira pogodnog algoritma u pojedinim slučajevima. Na kraju bi se teorija ilustrirala konkretnim primjerima izrađenim u MATLABu.

Literatura:

N. J. Higham, *Accuracy and Stability of Numerical Algorithms*, Second edition, SIAM, Philadelphia, 2002.

Mentor: Bosner Nela

Prepoznavanje uzoraka pomoću neuronskih mreža

Područje: Optimizacija; Računarstvo

Prikladno za studij: Primijenjena matematika, Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Numerička matematika

Opis teme: U ovom radu dao bi se pregled osnovnih pojmova vezanih uz neuronske mreže i pravila po kojima one uče. Naglasak bi bio na matematičku analizu mreža, na opis metoda za njihovo treniranje i njihova primjena na prepoznavanje uzoraka. U uvodu opisale bi se osnovne arhitekture neuronskih mreža, s osvrtom na to kako se one mogu koristiti kod rješavanja problema prepoznavanja uzoraka. Zatim bi se uveli algoritmi učenja, kao i neka osnovna pravila učenja. U radu bismo se koncentrirali na klasu učenja kod kojeg se mreža trenira tako da optimizira svoje izvođenje. Takvo učenje obuhvaća neke osnovne optimizacijske metode, koje nastoje smanjiti indeks izvođenja. Najprije bi se obradile mreže sa jednim slojem, a zatim i one sa više slojeva. Naposljetku bi se opisala njihova primjena na prepoznavanju uzoraka u kojemu želimo da mreža klasificira ulazne podatke po kategorijama.

Literatura:

M. T. Hagan, H. B. Demuth, M. H. Beale, O. De Jesus, *Neural Network Design*, 2nd Edition, <http://hagan.okstate.edu/NNDesign.pdf>

Mentor: Bosner Nela

Metode dekompozicije domene

Područje: Numerička matematika; Znanstveno računanje;

Prikladno za studij: Primijenjena matematika

Preduvjeti: Numerička matematika, a poželjno znanje iz kolegija Numerička analiza 1 i 2, Znanstveno računanje 1 i 2.

Opis teme: Metode dekompozicije domene su primarno razvijene za numeričko rješavanje parcijalnih diferencijalnih jednačbi u 2 ili 3 dimenzije. Koriste se u slučaju kad je domena jednačbi komplicirana i može se podijeliti na više poddomena jednostavnije geometrije. To znači da se takve metode baziraju na principu podijeli pa vladaj. Metode dekompozicije metode kao diskretizacijske metode za rješavanje diferencijalnih jednačbi rezultiraju rješavanju jednog ili više sustava linearnih jednačbi, čije rješavanje može iskoristiti današnju multiprocesorsku tehnologiju paralelnog izvršavanja zadataka. Ove metode kombiniraju ideje iz područja parcijalnih diferencijalnih jednačbi, linearne algebre, matematičke analize, i tehnike iz teorije grafova. Na kraju bi se metode ilustrirala konkretnim primjerima izrađenim u MATLABu.

Literatura:

Y. Saad, *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*, Second Edition,
https://www-users.cs.umn.edu/~saad/IterMethBook_2ndEd.pdf

Mentor: Bosner Nela

Paralelni algoritmi za QR faktorizaciju

Područje: Numerička linearna algebra; Numerička analiza; Znanstveno računanje;

Prikladno za studij: Primijenjena matematika, Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Numerička matematika, a poželjno znanje iz kolegija Numerička analiza 1 i 2, Znanstveno računanje 1 i 2

Opis teme: QR faktorizacija matrice jako je važan alat u numeričkoj linearnoj algebri, zato je bitno da se algoritam za njeno računanje implementira na efikasan način. Standardni serijski algoritmi bazirani su na blokiranju Householderovih reflektora i Givensovih rotacija, na način da optimiziraju komunikaciju između brze cache memorije i sporije RAM memorije na CPU. Ovaj rad obradio bi paralelne algoritme za računanje QR faktorizacije na višejezgrenim arhitekturama ili grafičkim karticama (GPU). Kod paralelnih algoritama optimizacija komunikacije među procesima ili dretvama, kao i među nivoima složene hijerarhije memorije od presudne je važnosti. Zbog toga bi se opisale varijante QR algoritma koje reorganiziraju cijeli postupak u podzadatke koji se mogu neovisno i paralelno odvijati. Glavna ideja je što više podzadataka izvršiti paralelno ili minimizirati količinu podataka koja se šalje između procesora kao i prema globalnoj memoriji. Algoritmi bi se implementirali u C-u sa CUDA sučeljem, a njihova bi se efikasnost zatim usporedila sa efikasnošću standardnih algoritama.

Literatura:

- J. W. Demmel, L. Grigori, M. F. Hoemmen, J. Langou, *Communication-optimal parallel and sequential QR and LU factorizations*, LAPACK Working Notes #204, 2008.
- B. Hadri, H. Ltaief, E. Agullo, J. Dongarra, *Enhancing parallelism of tile QR factorization for multicore architectures*, LAPACK Working Notes #222, 2009.
- M. Anderson, G. Ballard, J. Demmel, K. Keutzer, *Communication-avoiding QR decomposition for GPUs*, LAPACK Working Notes #240, 2011.
- A. R. Benson, D. F. Gleich, J. Demmel, *Direct QR factorizations for tall-and-skinny matrices in MapReduce architectures*, <https://arxiv.org/abs/1301.1071>
- J. J. Modi, M. R. B. Clarke, *An alternative Givens ordering*, Numerische Mathematik 43 (1984), 83–90
- M. Hofmann, E. J. Kontoghiorghes, *Pipeline Givens sequences for computing the QR decomposition on a EREW PRAM*, Parallel Computing 32 (2006), 222–230

Mentor: Bosner Nela

Blokirani algoritmi za QR faktorizaciju

Područje: Numerička linearna algebra; Numerička analiza; Znanstveno računanje;

Prikladno za studij: Primijenjena matematika, Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Numerička matematika, a poželjno znanje iz kolegija Numerička analiza 1 i 2, Znanstveno računanje 1 i 2.

Opis teme: QR faktorizacija matrice jako je važan alat u numeričkoj linearnoj algebri, zato je bitno da se algoritam za njeno računanje implementira na efikasan način. Standardni način računanja QR faktorizacije je primjena niza elementarnih ortogonalnih transformacija na matricu, i to Householderovih reflektora ili Givensovih rotacija. Međutim, njihova primjena je prilično neefikasna jer se bazira na BLAS 1 i BLAS 2 operacijama. Ovaj rad obradio bi blokirane verzije QR algoritama koji se oslanjaju na BLAS 3 operacije i efikasno koriste brzu cache memoriju. To znači da se algoritam mora restrukturirati na način da se stupci organiziraju u blokove koji se najprije obrade, a tek onda se ostatak matrice ažurira korištenjem matrično-matričnog množenja. Na taj način smanjuje se komunikacija između brze cache memorije i sporije RAM memorije. Za algoritam baziran na Householderovim reflektorima opisat će se dvije verzije blokiranja: pomoću WY reprezentacije produkta reflektora, i pomoću VTV reprezentacije produkta koji koristi manje memorije od WY. Za algoritam baziran na Givensovim rotacijama, također će se opisati generiranje akumuliranih rotacija u obliku matrica malih dimenzija. Na kraju bi se teorija ilustrirala konkretnim primjerima izrađenim u C-u, i uspoređivanjem vremena izvršavanja neblokiranih i blokiranih verzija algoritma.

Literatura:

- C. Bischof, C. F. van Loan, *The WY representation for products of Householder matrices*, SIAM Jou. Sci. Stat. Comput., 8 (1987), 2–13
 R. Schreiber, C. F. van Loan, *A storage-efficient WY representation for products of Householder transformations*, SIAM Jou. Sci. Stat. Comput. 10 (1989), 53–57
 B. Lang, *Using level 3 BLAS in rotation-based algorithms*, SIAM Jou. Sci. Comput. 19 (1998), 626–634

Mentor: Bosner Nela

Inverzni problemi velikih dimenzija kod obrade slika

Područje: Znanstveno računanje; Numerička analiza; Obrada slika

Prikladno za studij: Primijenjena matematika, Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Poželjno znanje iz kolegija Numerička analiza 1 i 2, Znanstveno računanje 1 i 2.

Opis teme: Inverzni problemi velikih dimenzija pojavljuju se u različitim primjenama u sklopu obrade slika. Zbog numeričke osjetljivosti rješavanja takvih problema, efikasne metode regularizacije su potrebne kako bi se izračunala suvisla rješenja. Ovaj rad dao bi pregled nekoliko uobičajenih matematičkih modela, uključujući linearni model, separabilan nelinearan model, i općeniti nelinearan model. Razmotrit će se tehnike regularizacije i implementacije problema velikih dimenzija, sa posebnim fokusom na algoritme koje mogu iskoristiti specifičnu strukturu problema. Mogućnosti i potencijal opisanih algoritama ilustrirat će se primjerima iz dekonvolucije slika, sljepe dekonvolucije slika sa više okvira, i tomosinteze. Na kraju bi se teorija ilustrirala konkretnim primjerima izrađenim u MATLABu.

Literatura:

O. Scherzer (ed.), *Handbook of Mathematical Methods in Imaging*, Second edition, Springer, New York, 2015.

Mentor: Bosner Tina

Usporedba metoda za promjenu razlučivosti slike

Područje: Računarstvo i numerička matematika

Prikladno za studij: Primijenjena matematika, Računarstvo i matematika, Matematika i informatika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: Numerička matematika ili Primijenjena matematička analiza

Opis teme: Često je potrebno promijeniti razlučivost slike, i postoji puno metoda koje se koriste u tu svrhu. Pošto se očekuje da se ovakvi algoritmi izvršavaju u realnom vremenu, oni moraju biti brzi i efikasni. Ovaj diplomski rad će se uglavnom fokusirati na metode bazirane na interpolaciji i histopolaciji, te usporediti njihovu efikasnost na konkretnim primjerima.

Literatura:

H. S. Hou, H. C. Andrews, *Cubic Splines for image Interpolation and Digital Filtering*, IEEE Trans Acoust, 26 (6) (1978)

R. G. Keys, *Cubic Convolution Interpolation for Digital Image Processing*, IEEE Trans Acoust, 29 (6) (1981)

I. J. Schoenberg, *Splines and histograms*, Spline Function and Approximation Theory, 21 (1973) of ISNM, Birkhäuser 630 Verlag Basel und Stuttgart, 277–358

Mentor: Brückler Franka Miriam

Starogrčka geometrijska algebra

Područje: Povijest matematike

Prikladno za studij: Matematika; smjer: nastavnički, Matematika i informatika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: Povijest matematike

Opis teme: Antički Grci postavili su temelje matematike kao egzaktne znanosti, posebice disciplina aritmetike i geometrije, no nisu još raspolagali algebrom. Danas bismo mnoge starogrčke geometrijske rezultate mogli izraziti algebarski, te je ta skupina antičkih matematičkih rezultata postala poznata pod nazivom 'geometrijska algebra'. Najznačajnije djelo s mnogim rezultatima iz geometrijske algebre su Euklidovi *Elementi*, te će u ovom radu tim propozicijama biti posvećena posebna pažnja. Uz *Elemente* obradit će se i drugi poznati primjeri starogrčke geometrijske algebre, uključivo izvornog pristupa trima klasičnim problemima i Apolonijeve teorije konika.

Literatura:

T. Heath, *A History of Greek Mathematics, Vol. I*, Clarendon Press, 1965.

T. Heath, *A History of Greek Mathematics, Vol. II*. Clarendon Press, 1965.

D. Desmore (ed.), *Euclid's Elements: all thirteen books complete in one volume*, Green Lion Press, Santa Fe, New Mexico, 2010.

Mentor: Brückler Franka Miriam

Podjela na jednake dijelove pomoću origamija

Područje: Popularizacija matematike, Metodika nastave matematike, Geometrija

Prikladno za studij: Matematika; smjer: nastavnički, Matematika i informatika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: Elementarna geometrija, Konstruktivne metode u geometriji

Opis teme: U posljednjim desetljećima otkrivene su mnogi netrivialni matematički aspekti origamija, odnosno savijanja papira bez rezanja i lijepljenja. Među ostalim, otkriveno je kako se savijanjem u skladu s jednostavnim pravilima i aksiomima mogu na jednake dijelove (bilo egzaktno bilo aproksimativno) podijeliti dužine, pravokutnici (posebice kvadrati) i kutovi (posebice pravi kutovi) na dva ili više jednakih dijelova. Možda najpoznatiji među takvim rezultatima je trisekcija kuta, koja nije rješiva unutar Euklidovog sustava aksioma, ali jest unutar sustava aksioma origamija. U ovom će se radu detaljno obraditi takvi rezultati, opisati konstrukcije i dati potrebni dokazi te komentirati njihove veze sa standardnim školskim sadržajima.

Literatura:

T. Hull, *Project Origami*, CRC Press, 2013.

J. Montroll, *Origami Polyhedra Design*, A. K. Peters, 2009.

R. Lang, *Origami and Geometric Constructions*

<http://whitemyth.com/sites/default/files/downloads/Origami/OrigamiTheory/RobertJ.Lang-OrigamiConstructions.pdf>.

C. Fuchs, *Angle Trisection with Origami and Related Topics*,

<http://fuchscsbg.ac.at/publ/origat2.pdf>.

R. Thomas, *Trisecting an Angle with Origami*, Plus Magazine

<https://plus.maths.org/content/trisecting-angle-origami>

Mentor: Brückler Franka Miriam

Matematički magični trikovi s brojevima

Područje: Popularizacija matematike

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: Metodika nastave matematike 1, 2

Opis teme: Matematička magija, kraće matemagija, posljednjih je pedesetak godina raširen oblik popularizacije matematike, kako unutar nastave matematike, tako i izvan nje. U ovom će se diplomskom radu obraditi niz što jednostavnijih što zahtjevnijih trikova u kojima se koriste brojevi, a u čijoj pozadini je aritmetika, teorija brojeva ili algebra. Svi trikovi će biti pažljivo opisani i analizirani, te komentirani iz perspektive njihove primjene u nastavi matematike.

Literatura:

K. Fulves, *Self-working number magic*, Dover Publ., 2012.

P. McOwan, M. Parker, *The Manual of Mathematical Magic*

http://www.mathematicalmagic.com/docs/mathsmagic_full.pdf

M. Gardner, *Mathematical Magic Show*, Penguin Books, 1985.

E. Behrends, *The mystery of the number 1089 – how Fibonacci numbers come into play*, Elem. Math. 70 (2015), 1–9

Mentor: Brückler Franka Miriam

Vjerojatnosne razdiobe u nogometu

Područje: Popularizacija matematike, Vjerojatnost i statistika

Prikladno za studij: Matematika; smjer: nastavnički, Matematika i informatika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: Vjerojatnost i statistika

Opis teme: Popularni sport nogomet pruža niz mogućnosti primjena vjerojatnosti i statistike na analizu i predviđanje rezultata nogometnih utakmica. Najveću ulogu u tome imaju modeli temeljeni na binomnoj, Poissonovoj, normalnoj i logističkoj distribuciji. U ovom će se radu kroz konkretne primjere opisati osnovne primjene tih distribucija na analizu nogometnih utakmica i prvenstava, predviđanje rezultata pojedinih utakmica te rangiranje momčadi u prvenstvima. Posebna pažnja bit će dana sadržajima prikladnim za upotrebu u nastavi i popularizaciji matematike.

Literatura:

J. Wesson, *The Science of Soccer*, IOP Publishing Ltd, 2002.

J. A. Gardner, *Modeling and Simulating Football Results*

<https://www1.maths.leeds.ac.uk/~voss/projects/2010-sports/JamesGardner.pdf>

R. B. Olesen, *Assessing the number of goals in soccer matches*

[https://projekter.aau.dk/projekter/files/14466581/](https://projekter.aau.dk/projekter/files/14466581/AssessingTheNumberOfGoalsInSoccerMatches.pdf)

[AssessingTheNumberOfGoalsInSoccerMatches.pdf](https://projekter.aau.dk/projekter/files/14466581/AssessingTheNumberOfGoalsInSoccerMatches.pdf)

S. G. Stenerud, *A Study on Soccer Prediction using Goals and Shots on Target*, Master of Science in Physics and Mathematics Thesis, Norwegian Univ. of Science and Technology, 2015.

A. Heuer, *Der Perfekte Tipp – Statistik des Fußballspiels*, Wiley-WCH, 2013.

R. Pollard, *Goal-Scoring and the Negative Binomial Distribution*, Math. Gazette 69 (1985), 45–47

F. M. Brückler, *Nogometna matematika i fizika*, Školska knjiga, Zagreb, 2008.

Mentor: Bujanović Zvonimir

Klijentske web-aplikacije i biblioteka React

Područje: Računarstvo

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: poznavanje programskog jezika JavaScript

Opis teme: React je biblioteka za programski jezik JavaScript čija je glavna svrha izrada korisničkog sučelja (UI), odnosno, fokusirana je na klijentsku stranu web-aplikacije. Razvoj web-aplikacije pomoću React-a svodi se na definiranje pojedinih komponenti sučelja, svaka od kojih ima određeno stanje i reagira na događaje. No kako se programska logika se kod modernih web-aplikacija sve više premješta sa serverske na klijentsku stranu, tako i uloga razvojnih okvira poput React-a postaje puno više od same izrade UI. Tipična aplikacija koja koristi React tako implementira i usmjeravanje (eng. *routing*), te koristi dodatke poput Redux-a za pohranjivanje stanja ili GraphQL-a za upite na server.

Cilj ovog diplomskog rada je opisati razvojni okvir React i pripadni ekosustav alata za izradu web-aplikacija koje prenose aplikacijsku logiku na klijentsku stranu. Student će demonstrirati mogućnosti ovog razvojnog okvira izradom odgovarajuće složenije web-aplikacije.

Literatura:

Web stranice razvojnog okvira React, <https://reactjs.org/>

A. Mardan, *React Quickly: Painless web apps with React, JSX, Redux, and GraphQL*, Manning Publications, 2017.

R. Wieruch, *The Road to learn React: Your journey to master plain yet pragmatic React.js*, 2017.

Mentor: Bujanović Zvonimir

Razvoj web-aplikacija baziran na testiranju

Područje: Računarstvo

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: nema

Opis teme: Razvoj imalo složenijih aplikacija zahtijeva iscrpno testiranje korektnosti implementacije prije objavljivanja. Moderna metodologija razvoja softvera stoga nalaže da se testiranje funkcionalnosti obavlja istovremeno sa samim razvojem, pisanjem tzv. jediničnih testova (eng. *unit testing*). Razvoj softvera baziran na testiranju (eng. *test-driven development*) ovdje ide u krajnost: prvo se napišu jedinični testovi koje ciljana funkcionalna cjelina koda mora prolaziti, a tek onda se prelazi na samu implementaciju te cjeline, koja završava tek kada napisani kod prolazi sve testove. U ovom diplomskom radu bit će opisan razvoj web-aplikacija baziran na testiranju. Svaka od posebnosti web-aplikacija, poput model-view-controller arhitekture, validacije korisničkih unosa, pa i samog korisničkog sučelja, zahtijeva poseban pristup prilikom izrade jediničnih testova. Student će opisati i analizirati ove pristupe, te pomoću ove metodologije izraditi složeniju web-aplikaciju.

Literatura:

H. J. W. Percival, *Test-Driven Web Development with Python*, O'Reilly Media, 2nd edition, 2017.

Dokumentacija razvojnog okvira Django:

<https://docs.djangoproject.com/en/2.1/>

Mentor: Bujanović Zvonimir

Progresivne web–aplikacije

Područje: Računarstvo

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: poznavanje programskog jezika JavaScript

Opis teme: Web-aplikacije imaju brojne komparativne prednosti u odnosu na tradicionalne aplikacije: ne zahtijevaju instalaciju, korisnik ima uvijek aktualnu verziju, te se mogu izvoditi na svakom operativnom sustavu bez potrebe za ikakvom prilagodbom izvornog koda. Stoga je u zadnje vrijeme prisutna tendencija da se i moderne *desktop* i mobilne aplikacije razvijaju pomoću web-tehnologija, radi lakšeg održavanja i iskorištavanja navedenih prednosti.

U ovom diplomskom radu bit će dan pregled tehnologija za izradu tzv. progresivnih web-aplikacija. Riječ je aplikacijama prvenstveno namijenjenim mobilnim uređajima, a koje su zapravo klasične web-aplikacije proširene mogućnostima standardnih mobilnih aplikacija: mogu se instalirati, mogu raditi bez konekcije s Internetom, mogu prosljeđivati obavijesti korisniku. Student će, uz opis progresivnih web-aplikacija, demonstrirati tehnologije za njihovu izradu implementacijom odgovarajuće složene aplikacije.

Literatura:

T. Ater, *Building Progressive Web Apps*, O'Reilly Media, 2017.

Google, Podrška za razvoj progresivnih web-aplikacija, <https://developers.google.com/web/progressive-web-apps/>

Mozilla, Progresivne web-aplikacije, <https://developer.mozilla.org/en-US/docs/Web/Apps/Progressive>

Mentor: Čačić Vedran

Turing–izračunljivost na prirodnim brojevima

Područje: Teorijsko računarstvo

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Izračunljivost, Interpretacija programa

Opis teme: Turingov stroj, osmišljen 1936. godine, jedan je od prvih modela opće izračunljivosti, realizirane kroz izračunljivost funkcija na riječima nad nekom abecedom. U modernoj teoriji izračunljivosti, obično se radi s funkcijama na prirodnim brojevima, koje realiziraju model (parcijalno) rekurzivnih funkcija koji je osmislio S. Kleene. Iako je intuitivno jasno da kroz unarne zapise Turingovi strojevi mogu raditi i s prirodnim brojevima, dokaz da oni doista mogu u potpunosti simulirati Kleenejev model nije sasvim trivijalan.

U diplomskom radu će se dokazati taj rezultat, uz razvoj posebnih tehnika za zapis proizvoljno (konačno) mnogo prirodnih brojeva na traci Turingovog stroja, što će služiti za pamćenje međurezultata pri računanju.

Literatura:

V. Čačić, *Izračunljivost za računarce*, nastavni materijali, PMF-MO, Zagreb, 2018.

H. Rogers, *Theory of Recursive Functions and Effective Computability*, MIT Press, 1987.

Mentor: Čačić Vedran

Programski jezik C0

Područje: Računarstvo

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Interpretacija programa

Opis teme: C0 je programski jezik razvijen na Sveučilištu Carnegie Mellon, za potrebe kolegija 15-122: Principles of Imperative Computation. Radi se o sigurnom podskupu funkcionalnosti programskog jezika C, obogaćenom specifikacijskim ugovorima (contracts). Pišući u jeziku C0 studenti stječu osnovne vještine imperativnog programiranja, ne izlažući se previše platformskim zavisnostima, sistemskim greškama i nedefiniranom ponašanju.

Cilj diplomskog rada je razviti funkcionalni kompajler za C0, uz dodatak pokazivačke aritmetike i rukovanja izuzecima, koristeći tehnologiju LLVM koja predstavlja trenutno najmoderniji oblik sučelja za izradu visoko optimiziranih kompajlera.

Literatura:

F. Pfenning, *C0 Reference*, 2018.

LLVM Language Reference Manual, 2018.

V. Čačić, *Vježbe iz kolegija Interpretacija programa*, 2018.

N. Matsakis, A. Turon, *The Rust Programming Language*, 2018.

Mentor: Čačić Vedran

Binarni RAM–strojevi

Područje: Računarstvo

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Izračunljivost

Opis teme: RAM-strojevi su standardni model opće izračunljivosti na prirodnim brojevima, koji je po snazi ekvivalentan Kleenejevom modelu parcijalno rekurzivnih funkcija. Ipak, nisu pogodni za promatranje složenosti, jer efektivno rade na unarnim zapisima prirodnih brojeva, koji su eksponencijalno lošiji od uobičajenih pozicijskih zapisa (npr. binarnog).

Svrha diplomskog rada je definirati generalizirani "binarni" RAM-stroj, sa skupom instrukcija specijalno prilagođenih radu s binarno zapisanim podacima, te dokazati da se mnoge uobičajene operacije na prirodnim brojevima (specijalno, zbrajanje i množenje) mogu izvesti u polinomnom vremenu na binarnom RAM-stroju.

Literatura:

V. Čačić, *Izračunljivost za računarce*, nastavni materijali, PMF-MO, Zagreb, 2018.

Mentor: Došlić Tomislav

Suvoditelj: Dujella Andrej

Mjere nebipartitnosti u grafovima

Područje: Diskretna matematika

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis teme: Graf je *bipartitan* ako mu se skup vrhova može podijeliti u dvije klase tako da svaki brid ima jedan kraj u jednoj i drugi kraj u drugoj klasi te particije. Klasični rezultat kaže da je graf bipartitan ako i samo ako ne sadrži neparan ciklus. Intuitivno je jasno da nisu svi nebipartitni grafovi jednako daleko od udovoljavanja tom kriteriju. Cilj rada bio bi prikazati i usporediti različite mjere odstupanja od bipartitnosti za neke klase grafova.

Literatura:

D. Veljan, *Kombinatorna i diskretna matematika*, Algoritam, Zagreb, 2001.

Mentor: Došlić Tomislav

Suvoditelj: Dujella Andrej

Prebrojavanje savršenih sparivanja u nekim klasama benzenoidnih grafova

Područje: Diskretna matematika

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis teme: Benzenoidni grafovi su matematički modeli važne klase kemijskih spojeva poznatih kao policiklički aromatički ugljikovodici. Poznato je da je stabilnost tih spojeva korelirana s brojem savršenih sparivanja u odgovarajućim grafovima. Cilj rada bio bi izvesti eksplicitne formule za broj savršenih sparivanja u raznim klasama benzenoidnih grafova.

Literatura:

D. Veljan, *Kombinatorna i diskretna matematika*, Algoritam, Zagreb, 2001.

Mentor: Drmač Zlatko

Aktivni potprostori - algoritmi i primjene

Područje: Primijenjena matematika i znanstveno računanje

Prikladno za studij: Primijenjena matematika, Računarstvo i matematika

Preduvjeti: nema

Opis teme: U primjenama se često koriste simulacije visoke rezolucije, što znači da se numerički algoritmi izvršavaju u prostorima velike dimenzije. Zbog toga je nužno originalne modele zamijeniti surogatima puno niže dimenzije, ali tako da su osnovna (bitna) svojstva originalnog modela sačuvana do na kontroliranu pogrešku. Jedna od pomoćnih zadaća u tom procesu je aproksimacija klase (npr. parametarski zadanih) funkcija više varijabli. Aktivni potprostori su nova metoda koja se pokazala izuzetno uspješnom; procjenom gradijenata se uče smjerovi najveće varijabilnosti, što se koristi za konstrukciju nižedimenzionalnih potprostora iz kojih će se konstruirati globalne aproksimacije.

U radnji će biti obrađena teorija aktivnih potprostora, a numerički algoritmi će biti testirani na odabranim primjerima iz primjena.

Literatura:

P. Constantine, *Active Subspaces*, SIAM 2015.

P. Constantine, E. Dow, Q. Wang, *Active subspace methods in theory and practice: applications to kriging surfaces*, SIAM Journal on Scientific Computing, 2015.

Odabrani recentni znanstveni radovi.

Mentor: Drmač Zlatko

Koopmanov operator i numerička spektralna analiza dinamičkih sustava

Područje: Primijenjena matematika i znanstveno računanje

Prikladno za studij: Teorijska matematika, Primijenjena matematika, Matematička statistika

Preduvjeti: nema

Opis teme: Kompleksne nelinearne dinamičke sustave se u primjenama može linearizirati tzv. Koopmanovim operatorom koji originalni nelinearni problem prebacuje u beskonačno-dimenzionalni linearni dinamički sustav. Nakon toga se originalnu dinamiku analizira pomoću svojstvenih vrijednosti i vektora Koopmanovog operatora. U realnim primjenama je često informacija o sustavu dostupna samo preko mjerenja (eksperiment, simulacija) tako da je sva analiza bazirana samo na podacima (*data driven*.)

U predloženoj temi će biti obrađeni elementi teorije diskretnih dinamičkih sustava, ergodičke teorije, spektralne teorije Koopmanovog operatora, te moderne numeričke metode, koje će biti testirane na odabranim primjerima.

Literatura:

J. Ding, A. Zhou, *Statistical Properties of Deterministic Systems*, Springer, 2009.

J. N. Kutz, S. L. Brunton, B. W. Brunton, J. L. Proctor, *Dynamic Mode Decomposition*, SIAM, 2016.

S. Klus, P. Koltai, Ch. Schütte, *On the numerical approximation of the Perron-Frobenius and Koopman operator*, Journal of Computational Dynamics 3 (2016)

Mentor: Drmač Zlatko

Tenzorske dekompozicije za prepoznavanje radnje

Područje: Primijenjena matematika i znanstveno računanje

Prikladno za studij: Primijenjena matematika, Računarstvo i matematika

Preduvjeti: nema

Opis teme: Prepoznavanje akcije/radnje koja se odvija na snimljenoj sceni je zadaća koja se javlja u širokom spektru primjena i koja je motivirala razvoj netrivialnih numeričkih algoritama. U ovoj radnji će biti proučavane metode bazirane na tenzorskoj (multilinearnoj) algebri. Dat će se pregled numeričkog računanja s tenzorima, pregled tenzorskih dekompozicija, te iz njih izvedenih metoda tenzorskog učenja prepoznavanja radnje na snimljenoj sceni. Proučavane metode će biti implementirane i testirane na slobodno dostupnim podacima.

Literatura:

J. Zhang, Y. Han, J. Jiang, *Tucker decomposition-based tensor learning for human action recognition*, 2015.

T. Kolda, B. Bader, *Tensor decompositions and applications*, SIAM Review, 2009.

Odabrani recentni znanstveni radovi

Mentor: Drmač Zlatko

Metoda potpornih vektora s primjenama u ekstrakciji informacije

Područje: Primijenjena matematika i znanstveno računanje

Prikladno za studij: Primijenjena matematika, Matematička statistika, Računarstvo i matematika

Preduvjeti: nema

Opis teme: U ovoj radnji će biti obrađena metoda potpornih vektora koja je jednostavan ali moćan alat u strojnom učenju. Posebno će biti obrađena regresijska varijanta, te nelinearni klasifikatori tehnikom uvođenja jezgri. U radnji će biti temeljito obrađeni matematički aspekti metode, a implementirani algoritmi će biti primijenjeni na probleme ekstrakcije informacije iz tekstualnih podataka.

Literatura:

T-M. Huang, V. Kecman, I. Kopriva, *Kernel Based Algorithms for Mining Huge Data Sets*, Studies in Computational Intelligence 17, Springer 2006.

A. Smola, B. Schölkopf, *A tutorial on Support Vector Regression*, 1998.

J. Mikelin, *Named entity recognition using support vector machines*, 2013.

Odabrani recentni znanstveni radovi.

Mentor: Drmač Zlatko

Rijetka reprezentacija u dubokom strojnom učenju

Područje: Primijenjena matematika i znanstveno računanje

Prikladno za studij: Primijenjena matematika, Matematička statistika

Preduvjeti: nema

Opis teme: Opis problema rijetke reprezentacije je prilično jednostavan – pododređeni sustav linearnih jednadžbi treba riješiti tako da rješenje ima što više komponenti jednako nuli. S druge strane, matematičko (numeričko, algoritamsko) rješavanje sadrži iznenađujuće puno netrivialnih poteškoća, a lista mogućih primjena u inženjerstvu/industriji je spektakularna.

U ovoj predloženoj temi će biti obrađene primjene rijetke reprezentacije u dubokom strojnom učenju, posebno za probleme klasifikacije i ekstrakcije značajki. Proučavane metode će biti testirane na odabranim problemima analize teksta.

Literatura:

M. Elad, *Sparse and Redundant Representations – From Theory to Applications in Signal and Image Processing*, Springer, 2010.

Y. Li, *Sparse Representation for Machine Learning, Advances in Artificial Intelligence*, 2013.

V. Pappas, Y. Romano, J. Sulam, M. Elad, *Theoretical Foundations of Deep Learning via Sparse Representations*, 2018.

Odabrani recentni znanstveni radovi

Mentor: Drmač Zlatko

Analiza algoritama za rijetku reprezentaciju signala

Područje: Primijenjena matematika i znanstveno računanje

Prikladno za studij: Teorijska matematika, Primijenjena matematika, Matematička statistika

Preduvjeti: nema

Opis teme: Opis problema rijetke reprezentacije je prilično jednostavan – pododređeni sustav linearnih jednadžbi treba riješiti tako da rješenje ima što više komponenti jednako nuli. S druge strane, matematičko (numeričko, algoritamsko) rješavanje sadrži inenađujuće puno netrivialnih poteškoća, a lista mogućih primjena u inženjerstvu/industriji je spektakularna.

U predloženoj temi će biti obrađeni elementi teorije rijetkih reprezentacija, te će se detaljno analizirati *state of the art* algoritme i njihove performance u odabranim aplikacijama. Cilj je istražiti mogućnosti poboljšanja nekih algoritama.

Literatura:

M. Elad, *Sparse and Redundant Representations – From Theory to Applications in Signal and Image Processing*, Springer, 2010.

Odabrani recentni znanstveni radovi

Mentor: Dujella Andrej

Faktorizacija velikih prirodnih brojeva

Područje: Teorija brojeva, Kriptografija

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis teme: Prikazat će se klasične i moderne metode za faktorizaciju velikih prirodnih brojeva.

Literatura:

N. Smart, *Cryptography Made Simple*, Springer, 2016.

D. M. Bressoud, *Factorization and Primality Testing*, Springer-Verlag, 1988.

S. S. Wagstaff, *The Joy of Factoring*, American Mathematical Society, 2013.

Mentor: Dujella Andrej

Primjena pametnih kartica u bankarstvu i financijama

Područje: Kriptografija

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis teme: Obradit će se primjena pametnih kartica u bankarstvu i financijama, te kriptografski algoritmi koji se koriste u tim primjenama.

Literatura:

K. E. Mayes, K. Markantonakis (Eds.), *Smart Cards, Tokens, Security and Applications*, Springer, 2017.
W. Rankl, W. Effing, *Smart Card Handbook*, Wiley, 2003.
M. Hendry, *Smart Card Security and Applications*, Artech House, 2001.

Mentor: Dujella Andrej

Savršena sigurnost u kriptografiji

Područje: Kriptografija

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis teme: Obradit će se pojam savršene sigurnosti u kriptografiji, te prikazati Vernamova šifra "jednokratna bilježnica".

Literatura:

J. Rothe, *Complexity Theory and Cryptography. An Introduction to Cryptocomplexity*, Springer, Berlin, 2005.

J. Katz, Y. Lindell, *Introduction to Modern Cryptography*, CRC Press, Boca Raton, 2007.

S. M. Bellovin, *Frank Miller: Inventor of the One-Time Pad*, *Cryptologia* 35 (2011), 203–222.

Mentor: Dujella Andrej

Statistički testovi za polialfabetske šifre

Područje: Kriptografija

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis teme: Prikazat će se napadi na klasične polialfabetske šifre koji su zasnovani na nekim statističkim svojstvima jezika. Obradit će se i druge primjene statističkih testova u kriptanalizi.

Literatura:

A. G. Konheim, *Computer Security and Cryptography*, Wiley, 2007.

F. L. Bauer, *Decrypted Secrets. Methods and Maxims of Cryptology*, Springer-Verlag, 2000.

W. F. Friedman, *Military Cryptanalysis*, Aegean Park Press, 1980.

Mentor: Erceg Marko

Linearno programiranje

Područje: linearna algebra, optimizacija

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: nema

Opis teme: U radu će se proučavati osnovni problemi linearnog programiranja. Preciznije, cilj je pronaći optimalnu (minimalnu ili maksimalnu) vrijednost promatrane funkcije (funkcija troška) na konveksnom skupu određenom linearnim nejednakostima. Problemu će se pristupiti na tri načina: geometrijski, algoritamski (simpleks metoda) i algebarski (teorija dualnosti).

Literatura:

L. Brickman, *Mathematical introduction to linear programming and game theory*, Springer, 1989.

L. Čaklović, *Geometrija linearnog programiranja*, Element, 2010.

G. Strang, *Linear algebra and its applications*, Thompson Brooks/Cole, 2006.

P. R. Thie, G. E. Keough, *An introduction to linear programming and game theory*, John Wiley & Sons, 2008.

Mentor: Erceg Marko

Primjena teorije grafova u proučavanju mreža javnog prijevoza

Područje: teorija grafova

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis teme: Teorija grafova omogućava matematički prikaz mreže javnog prijevoza. U ovom radu će se proučavati i klasificirati grafovi pridruženi mrežama (podzemnih) željenica nekoliko gradova. Usporedba među grafovima vršit će se promatranjem tri skupine indikatora: topološki (stupanj povezanosti vrhova), geografski (duljina bridova) i tehnološki (brzina i učestalost vlakova).

Literatura:

- J. A. Bondy, U. S. R. Murty, *Graph theory with applications*, North-Holland, 1976.
A. Musso, V. R. Vuchic, *Characteristics of metro networks and methodology for their evaluation*, Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, No. 1162 (1988), 22–33
J.-P. Rodrigue, C. Comtois, B. Slack, *The geography of transport systems*, Routledge, 2017.
S. Stoilova, V. Stoev, *An application of the graph theory which examines the metro networks*, Transport problems 10(2) (2015), 35–48

Mentor: Erceg Marko

Matematički modeli klavira i simulacije

Područje: parcijalne diferencijalne jednačbe, harmonijska analiza

Prikladno za studij: Primijenjena matematika

Preduvjeti: nema

Opis teme: Razvojem računala započeo je i razvoj softverskih alata za simuliranje glazbenih instrumenata. Unatoč mnogobrojnim dostupnim alatima, idealno rješenje još uvijek nije postignuto tako da je istraživanje i dalje otvoreno. Svi softverski alati za podlogu imaju određeni matematički model promatranog glazbenog instrumenta. U ovom radu će se proučavati neki noviji matematički modeli klavira, te će se napraviti analiza nekih dostupnih softverskih simulatora.

Literatura:

J. Chabassier, A. Chaigne, P. Joly, *Modeling and simulation of a grand piano*, J. Acoust. Soc. Am. 134(1) (2013), 648–665

J. Chabassier, *Modélisation et simulation numérique d'un piano par modèles physiques*, Ecole doctorale de l'Ecole Polytechnique, 2012.

J. S. Walker, G. W. Don, *Mathematics and music. Composition, perception and performance*, CRC Press, 2013.

Mentor: Filjar Renato

Suvoditelj: Grubišić Luka

Određivanje pomorskih plovidbenih koridora zasnovano na statističkom učenju na zapisima automatskog sustava za identifikaciju plovila

Područje: računarstvo, statističko učenje, numerička matematika, statistička analiza i modeliranje prostornih podataka, oblikovanje i analiza algoritama

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: poželjno znanje iz kolegija: Numerička matematika, Primijenjena statistika, Oblikovanje i analiza algoritama, Strojno učenje

Opis teme: Automatski sustav za identifikaciju plovila (AIS) omogućuje razmjenu navigacijskih podataka između plovila u ograničenom prostoru određenom obilježjima propagacije VHF radiovalova. Isti podatci mogu se prikupljati mrežom obalnih opažачkih stanica u zapise te procesirati s ciljem dobivanja svijesti o situaciji, popravaka i ponovnog određivanja pomorskih koridora te detekcije anomalija u kretanju individualnih plovila. U ovom radu potrebno je razviti metodu određivanja pomorskih plovidbenih koridora zasnovanu na statističkom učenju na zadanom skupu AIS zapisa te odrediti mjerila uspješnosti metode. Razvijenu metodu primijeniti u programskom okruženju za statističko računarstvo R te demonstrirati uspješnost metode uz primjenu eksperimentalnog skupa AIS zapisa.

Literatura:

G. Pallotta, M. Vespe, K. Bryan, *Vessel Pattern Knowledge Discovery from AIS Data: A Framework for Anomaly Detection and Route Prediction*. *Entropy*, 15(6) (2013), 2218–2245

<https://doi.org/10.3390/e15062218>

B. L. Young, *Predicting vessel trajectories from AIS data using R*, doktorska disertacija, Naval Postgraduate School. Monterey, CA

Dostupno na: <https://calhoun.nps.edu/handle/10945/55564>

M. Hadzagic i dr., *Maritime traffic data mining using R*, Proc. of 16th Int. Conf. on Information Fusion, Istanbul, Turkey, 2013.

Dostupno na: <https://bit.ly/2Bhp7Z2>

Mentor: Filjar Renato**Suvoditelj:** Grubišić Luka

Primjena Niellove funkcije u modelu troposferskog kašnjenja satelitskog signala za određivanje položaja

Područje: računarstvo i matematika**Prikladno za studij:** Primijenjena matematika, Računarstvo i matematika**Preduvjeti:** poželjno znanje iz kolegija: Numerička matematika, Primijenjena statistika, Oblikovanje i analiza algoritama

Opis teme: Satelitsko određivanje položaja zahtijeva ispravke učinaka utjecajnih veličina na mjerenje pseudoudaljenosti, kao ulazne veličine postupka procjene položaja. Troposfersko kašnjenje satelitskog signala je jedan od uzroka pogreške procjene položaja. Ispravak učinaka troposferskog kašnjenja signala sustava GPS obavlja se kombiniranim pristupom koji obuhvaća primjenu Niellove funkcije preslikavanja i Saastamoinenovog fizikalnog modela kašnjenja. U radu je potrebno analizirati problem troposferskog kašnjenja i njegovog modeliranja, proučiti Niellovu funkciju preslikavanja i Saastamoinenov model te razmotriti numeričku stabilnost Niellove funkcije u algoritamskoj izvedbi u programskom okruženju za statističko računarstvo R. Diskutirati primjere pojednostavljenja Niellove funkcije preslikavanja za potrebe računalne izvedbe.

Literatura:

F. Kleijer, *Troposphere Modelling and Filtering for Precise GPS Leveling*, doktorska disertacija, Delft University of Technology. Delft, the Netherlands, 2004.

Dostupno na: <https://bit.ly/2qJMYdH>

A. E. Niell, *Global mapping functions for the atmosphere delay at radio wavelengths*, *Jou. of Geoph. Res.*, 101(B2) (2006), 3227–3246

Dostupno na: <https://bit.ly/2MFt02f>

I. Rumora, O. Jukić, M. Filić, R. Filjar, *A study of GPS positioning error associated with tropospheric delay during Numa Mediterranean cyclone*, *Int. Jou. for Transp. and Traff. Eng.*, 8(3) (2018), 282–293

Dostupno na: <https://bit.ly/2umGAeD>

Mentor: Franušić Zrinka

Diofantske jednadžbe višeg stupnja

Područje: Teorija brojeva

Prikladno za studij: Matematika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: -

Opis teme: Algebarska diofantska jednadžba višeg stupnja je oblika $f(x_1, \dots, x_n) = 0$, pri čemu je f polinom sa cjelobrojnim koeficijentima stupnja većeg od 1, a rješenje se traži u skupu \mathbb{Z}^n . U temu ovog rada spada proučavanje rješivosti nekih diofantskih jednadžbi i opis skupa rješenja te predstavljanje nekih klasičnih (koje uključuju faktORIZACIJU, modularnu aritmetiku, matematičku indukciju) i naprednih metoda (koje uključuju Gaussove cijele brojeve i kvadratna polja) rješavanja.

Literatura:

T. Andreescu, D. Andrica, I. Cucurezeanu, *An Introduction to Diophantine Equations*, Springer, 2010.

L. Costica, *Methods of solving Diophantine equations in secondary education in Romania*, <https://pdfs.semanticscholar.org/df29/73681593ffa1e19a487f0f36ff3ade85be7e.pdf>

T. Nagell, *Introduction to Number Theory*, John Wiley and Sons, NY, 1952.

Mentor: Franušić Zrinka

Algoritmi elementarne teorije brojeva i neke njihove primjene

Područje: Teorija brojeva

Prikladno za studij: Matematika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: nema

Opis teme: U radu će se neke klasične tvrdnje teorije brojeva opisati algoritamski. Obradit će se niz važnih i fundamentalnih algoritama kao što su Euklidov algoritam, algoritam za Kineski teorem o ostacima, algoritmi za modularne operacije, algoritmi za razvoj broja u verižni razlomak te opisati njihove primjene (traženje prostih brojeva i ispitivanje prostosti, rješavanje nekih diofantskih jednažbi, kriptografija javnog ključa).

Literatura:

E. Bach, J. Shallit, *Algorithmic Number Theory, Volume I: Efficient Algorithms*, The MIT Press, 1996.

J. Buhler, S. Wagon, *Basic algorithms in number theory*, Algorithmic Number Theory MSRI Publications, Volume 44, 2008.

H. M. Edwards, *Higher arithmetic: an algorithmic introduction to number theory*, AMS, 2008.

Mentor: Franušić Zrinka

Teorija brojeva i glazba

Područje: Teorija brojeva

Prikladno za studij: Matematika; smjer: nastavnički, Matematika i informatika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: nema

Opis teme: U radu će se istražiti poveznice između pojmova iz teorije brojeva i algebre (modularna aritmetika, grupa, jedinstvenost faktORIZACIJE prirodnog broja, Fibonaccijevi brojevi, Eulerova funkcija) i pojmova iz glazbene teorije (ritam, ton, interval, ljestvica, ugađanje). Glazba će se matematički analizirati kroz njenu horizontalnu (ritam, melodija) i vertikalnu (interval) komponentu. No, s druge strane pokazat će se i kako neki matematički algoritmi (Euklidov algoritam) mogu generirati zanimljive ritmove.

Literatura:

J. H. David Jr., *The Mathematics of Music*,

<http://jackh david.thehouseof david.com/papers/math.html>,

Z. Šikić, Z. Šćekić, *Matematika i muzika*, Profil, 2013.

G. Toussaint, *The Euclidean Algorithm Generates Traditional Musical Rhythms*,

<http://cgm.cs.mcgill.ca/~godfried/publications/banff.pdf>

D. Wright, *Mathematics and Music*, AMS, 2009.

Mentor: Gogić Ilja

O epimorfnoj slici centra C^* -algebre

Područje: funkcionalna analiza

Prikladno za studij: Teorijska matematika

Preduvjeti: Operatori na normiranim prostorima

Opis teme: Neka su A i B unitalne (ili općenitije kvazicentralne) C^* -algebre s centrima Z_A i Z_B . Ako je $\phi : A \rightarrow B$ $*$ -epimorfizam tada je svakako $\phi(Z_A) \subseteq Z_B$. Osnovni cilj ovog diplomskog rada je dokazati Vesterstrømov teorem koji daje nužne i dovoljne uvjete na A tako da za svaki $*$ -epimorfizam $\phi : A \rightarrow B$ vrijedi $\phi(Z_A) = Z_B$.

Literatura:

J. Vesterstrøm, *On the homomorphic image of the center of a C^* -algebra*, Math. Scand. 29 (1971), 134–136

I. Raeburn, D. P. Williams, *Morita equivalence and continuous-trace C^* -algebras*, Mathematical Surveys and Monographs, vol. 60, American Mathematical Society, Providence, RI, 1998.

G. J. Murphy, *C^* -algebras and operator theory*, Academic Press Inc., Boston, MA, 1990.

I. Gogić, *Potpuno ograničeni operatori i subhomogene C^* -algebre*, Disertacija, PMF-MO, Zagreb, 2010.

Mentor: Goldstein Pavle

Varijante semantičkog indeksiranja i klasifikacija dokumenata

Područje: Statistika

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: Bioinformatika, Statistika

Opis teme: U radu će se, tehnikama iterativnog pretraživanja i semantičkog indeksiranja, provesti klasifikacija dokumenata iz različitih područja

Literatura:

L. Aimin, Z. Junying, Z. Zhongyin, *PLEK: a tool for predicting long non-coding RNAs and messenger RNAs based on an improved k -mer scheme*, BMC Bioinformatics 2014, 15:311

G. Salton, C. Buckley, *Term-weighting approaches in automatic text retrieval*, In Information Processing & Management, 24 (5) (1988)

Y. Li, C. Y. Chen, W. W. Wasserman, *Deep Feature Selection: Theory and Application to Identify Enhancers and Promoters*, Jou. Comput. Biol. 2016 May;23(5):322–336

Mentor: Goldstein Pavle

Tehnike učenja i statistika semantičkog indeksiranja

Područje: Statistika

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: Bioinformatika, Statistika

Opis teme: U radu će se tehnikama semantičkog indeksiranja i strojnog učenja provesti klasifikacija dokumenata iz različitih područja, posebno bioloških nizova.

Literatura:

- A. Li, J. Zhang, Z. Zhou, *PLEK: a tool for predicting long non-coding RNAs and messenger RNAs based on an improved k -mer scheme*, BMC Bioinformatics, 2014 15:311
- G. Salton, C. Buckley, *Term-weighting approaches in automatic text retrieval*, In Information Processing & Management, 24 (5) (1988)
- Y. Li, C. Y. Chen, W. W. Wasserman, *Deep Feature Selection: Theory and Application to Identify Enhancers and Promoters*, Jou. Comput. Biol. 23(5) (2016), 322–336
- N. Cristianini, J. Shawe-Taylor, *An Introduction to Support Vector Machines and Other Kernel-based Learning Methods*, Cambridge University Press, 2013.

Mentor: Goldstein Pavle

Pretraživanje, usporedba i klasifikacija

Područje: Statistika

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: Bioinformatika, Statistika

Opis teme: U radu će se promatrati tehnike izrade vreće riječi i njihova točnost u klasifikaciji.

Literatura:

Durbin et al, *Biological Sequence Analysis*

A. Li, J. Zhang, Z. Zhou, *PLEK: a tool for predicting long non-coding RNAs and messenger RNAs based on an improved k -mer scheme*, BMC Bioinformatics 2014 15:311

Mentor: Goldstein Pavle

Tehnike učenja za klasifikaciju bioloških nizova

Područje: Statistika

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: Bioinformatika, Statistika

Opis teme: Koristit će se razne tehnike učenja - posebno SVM - za klasifikaciju bioloških nizova.

Literatura:

A. Li, J. Zhang, Z. Zhou, *PLEK: a tool for predicting long non-coding RNAs and messenger RNAs based on an improved k -mer scheme*, BMC Bioinformatics 2014 15:311

G. Salton, C. Buckley, *Term-weighting approaches in automatic text retrieval*, In Information Processing & Management, 24 (5) (1988)

N. Cristianini, J. Shawe-Taylor, *An Introduction to Support Vector Machines and Other Kernel-based Learning Methods*, Cambridge University Press, 2013.

Mentor: Goldstein Pavle

Preciznost i klasifikacija

Područje: Statistika

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: Bioinformatika, Statistika

Opis teme: U radu će se analizirati preciznost tehnika uspoređivanja bioloških nizova s ciljem klasifikacije.

Literatura:

A. Li, J. Zhang, Z. Zhou, *PLEK: a tool for predicting long non-coding RNAs and messenger RNAs based on an improved k -mer scheme*, BMC Bioinformatics 2014 15:311

G. Salton, C. Buckley, *Term-weighting approaches in automatic text retrieval*, In Information Processing & Management, 24(5) (1988)

Mentor: Goldstein Pavle

Analiza točnosti pretraživanja

Područje: Statistika

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: Bioinformatika, Statistika

Opis teme: U radu će se raznim statističkim tehnikama pokušati poboljšati točnost nekih tehnika pretraživanja bioloških nizova.

Literatura:

A. Li, J. Zhang, Z. Zhou, *PLEK: a tool for predicting long non-coding RNAs and messenger RNAs based on an improved k -mer scheme*, BMC Bioinformatics 2014 15:311

S. F. Altschul, W. Gish, W. Miller, E. W. Myers, D. J. Lipman, *Basic local alignment search tool*. *Journal of Molecular Biology*, 215(3) (1990), 403–410

Mentor: Grubišić Luka

Numeričko računanje na Android platformi

Područje: računarstvo

Prikladno za studij: Primijenjena matematika, Računarstvo i matematika

Preduvjeti: nema

Opis teme: U ovoj temi potrebno je prikazati metode za realizaciju metode konačnih elemenata na Android platformi, te razviti vlastito rješenje koristeći postojeće softverske elemente.

Literatura:

ONELAB android <https://play.google.com/store/apps/details?id=org.geuz.onelab>

ONELAB Source <http://onelab.info/>

Mentor: Grubišić Luka

Nenegativne matrične faktORIZACIJE

Područje: Strojno učenje, primijenjena linearna algebra, računarstvo

Prikladno za studij: Primijenjena matematika, Matematička statistika, Računarstvo i matematika

Preduvjeti: poželjno znanje iz kolegija: Numerička matematika, Primijenjena statistika, Oblikovanje i analiza algoritama

Opis teme: U ovoj temi proučavat ćemo primjenu nenegativnih matričnih faktORIZACIJA na problem predviđanja novog lika u društvenoj mreži. Primijenit ćemo metodu na mrežu koautorstava povučenu s baza znanstvenih publikacija kao što su CROSBİ ili Google Scholar.

Literatura:

Non-negative Matrix Factorization for Intelligent Data Analysis

<https://sites.google.com/site/cilabuniba/research/nmf4ida>

Non-negative Matrix Factorization: A Short Survey on Methods and Applications

https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-34289-9_37

Link prediction based on non-negative matrix factorization

<https://journals.plos.org/plosone/article?id=10.1371/journal.pone.0182968>

Mentor: Grubišić Luka

Metode adaptivnog generiranje mreže zadane CAD modelom

Područje: Računalna grafika

Prikladno za studij: Primijenjena matematika, Računarstvo i matematika

Preduvjeti: nema

Opis teme: U ovoj temi bavit ćemo se algoritmima za korekciju CAD modela tankostijene strukture u postupku automatskog generiranja žičanog modela modeliranog tijela. CAD modeli često bivaju formirani u obliku kolekcije tankih CAD isječaka koji uzrokuju poteškoće algoritmima za automatsko generiranje mreže. U ovom radu bavit ćemo se metodama ponovnog generiranje mreže.

Literatura:

Mmg Platform <https://www.mmgttools.org/>

J.-F. Remacle, C. Geuzaine, G. Compère, E. Marchandise, *Highquality surface remeshing using harmonic maps*, International Journal for Numerical Methods in Engineering 83(4) (2010), 403–425

E. Marchandise, C. Carton de Wiart, W. G. Vos, C. Geuzaine, J.-F. Remacle, *High quality surface remeshing using harmonic maps*, Part II: surfaces with high genus and of large aspect ratio, International Journal for Numerical Methods in Engineering 86(11) (2011), 1303–1321

E. Marchandise, J.-F. Remacle, C. Geuzaine, *Optimal parametrizations for surface remeshing*. *Engineering with Computers*, December 2012, 1–20

Mentor: Grubišić Luka

Rudarenje podataka o znanstvenoj suradnji iz baze google scholar

Područje: Strojno učenje, primijenjena linearna algebra, računarstvo

Prikladno za studij: Primijenjena matematika, Matematička statistika, Računarstvo i matematika

Preduvjeti: nema

Opis teme: U ovoj temi bavit ćemo se metodama konstrukcije citatnih mreža suradnje među znanstvenicima kao i razvojem metoda prikupljanja i analiziranja podataka o znanstvenim radovima iz baze google scholar. Baza google scholar je odabrana kao relativno široko rasprostranjena baza podataka o znanstvenom radu. U radu treba prikazati osnove teorije kompleksnih mreža te alate numeričke linearne i multilinearne algebre koji se koriste.

Literatura:

scholar: Analyse Citation Data from Google Scholar

<https://cran.r-project.org/web/packages/scholar/index.html>

M. Newman, *The Structure and Function of Complex Networks*, SIAM Review, Vol. 45, No. 2, 167–256

Z. Huang, B. Yuan, *Mining Google Scholar Citations: An Exploratory Study*, Lecture Notes in Computer Science book series, 7389

Mentor: Grubišić Luka

Metode strojnog učenja u predviđanju najniže svojstvene vrijednosti Laplaceovog operatora

Područje: numerička analiza i optimizacija

Prikladno za studij: Teorijska matematika, Primijenjena matematika, Računarstvo i matematika

Preduvjeti: nema

Opis teme: Korištenjem rezultata iz članka [1] potrebno je napraviti model koji će za dani trokut predviđati vrijednosti vlastitog vektora (funkcije) najniže svojstvene vrijednosti Dirichletovog Laplaceovog operatora u danoj numeričkoj mreži. Koristite metodu konačnih elemenata ili konačnih razlika za aproksimiranje svojstvenih vrijednosti Laplaceovog operatora. Nakon toga, pretpostavljajući da su dva vrh trokuta fiksna treba naći onaj trokut čija je najmanja Dirichletova svojstvene vrijednost najmanja. Nakon toga treba poopćiti algoritam na slučaj kada su dva vrha slobodna, te razmotriti što bi se dogodilo da tražimo optimalni četverokut ili peterokut.

Literatura:

- [1] K. Mills, M. Spanner, I. Tamblin, *Deep learning and the Schrödinger equation*, arXiv:1702.01361
- [2] R. S. Laugesen, B. A. Siudeja, *Dirichlet eigenvalue sums on triangles are minimal for equilaterals*
- [3] C. Audet, J. E. Dennis jr., *Mesh adaptive direct search algorithms for constrained optimization*, SIAM Jou. Optim.

Mentor: Horvatić Davor

Mjere kompleksnosti fizioloških signala

Područje: Fizika, biofizika

Prikladno za studij: Matematika i fizika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: nema

Opis teme: Električni signali proizvedeni u ljudskom organizmu (EKG, EEG, CTG) danas su dio standardne medicinske dijagnostike. No, fizikalni potpis uzroka tih signala ima veći doseg od onog koji se koristi trenutno. Ideja diplomskog rada je istražiti potencijal varijabli izvedenih iz analize vremenskih serija navedenih fizioloških potpisa (npr. približna entropija i entropija uzorka kao mjera kompleksnosti vremenskog niza).

Literatura:

S. M. Pincus, *Approximate entropy as a measure of system complexity*, Proceedings of the National Academy of Sciences, 88 (6) (1991), 2297–2301

Costa, Goldberger, Peng, *Multiscale entropy analysis of biological signals*, Phys. Rev. E 71, 2005.

Mentor: Huzak Miljenko

Osnovni koncepti teorije nepreciznih vjerojatnosti

Područje: Teorija vjerojatnosti

Prikladno za studij: Matematička statistika, Financijska i poslovna matematika

Preduvjeti: Predznanje iz "Teorije vjerojatnosti 1 i 2"

Opis teme: Teorija nepreciznih vjerojatnosti (Imprecise probability theory) je zajednički naziv za više međusobno povezanih teorija koje se mogu shvatiti kao svojevrsno poopćenje teorije vjerojatnosti. Teorija nepreciznih vjerojatnosti, za razliku od (klasične) teorije vjerojatnosti koja događajima pridružuje jedinstven broj između 0 i 1, dopušta "manju preciznost" (odakle i naziv "neprecizna") te događajima pridružuje čitav skup vjerojatnosti koje oni mogu poprimiti, konkretno segmente brojeva između 0 i 1. U radu će se iznijeti motivacija za proučavanje te teorije, obraditi osnovni pojmovi i koncepti, usporediti s teorijom vjerojatnosti, te će se teorija ilustrirati nekim primjerima primjene.

Literatura:

T. Augustin, F. P. A. Coolen, G. de Cooman, M. C. M. Trofaes (eds.), *Introduction to Impecise Probabilities*, Wiley, New York, 2014.

P. Walley, *Statistical Reasoning with Impecise Probabilities*, Monographs on Statistics and Applied Probability 42, Chapman & Hall, London, 1991.

Mentor: Huzak Miljenko

Rekurentne neuronske mreže

Područje: Primijenjena i računarska statistika

Prikladno za studij: Matematička statistika

Preduvjeti: Predznanje iz "Primijenjene statistike" i "Računarske statistike"

Opis teme: U ovom radu će se uvesti pojam neuronskih mreža, opisati njihova matematička pozadina i primjenjivost. Fokus će biti na tzv. rekurentne neuronske mreže. Opisat će se njihova arhitektura, načini treniranja i teškoće povezane s tim zadatkom. Razmatrat će se prikladnost primjene rekurentnih neuronskih mreža za rješavanje konkretnih problema. Također će se opisati i neka poboljšanja arhitektura rekurentnih neuronskih mreža, poput relacijskih rekurentnih neuronskih mreža.

Literatura:

D. P. Mandic, J. A. Chambers, *Recurrent Neural Networks for Prediction*, Wiley, Chichester, 2001.

F. M. Bianchi, E. Maiorino, M. C. Kampffmeyer, A. Rizzi, R. Jenssen, *Recurrent Neural Networks for Short-Term Load Forecasting. An Overview and Comparative Analysis*, Springer, 2017.

H. Cardot, R. Boné (eds.), *Recurrent Neural Networks for Temporal Data Processing*, In-Tech, Rijeka, 2011.

Mentor: Huzak Miljenko

Algoritmi za uvjetno uzorkovanje u skrivenim Markovljevima

Područje: Primijenjena statistika i slučajni procesi

Prikladno za studij: Matematička statistika

Preduvjeti: Predznanje iz "Markovljevih lanaca", "Statističkog praktikuma 1" i "Primijenjene statistike"

Opis teme: Skriveni Markovljevi modeli koriste se za modeliranje statističkih podataka kojima su zakoni razdioba funkcije Markovljevog modela čija stanja ne opažamo. U radu će se obrađivati Monte Carlo algoritmi za uzorkovanje iz neopažanog Markovljevog procesa. Pri tome se metoda Monte Carlo bazira na algoritmima za procjenu distribucije prijelaznih vjerojatnosti neopažanih stanja Markovljevog procesa (tzv. algoritmi za izgladivanje).

Literatura:

O. Cappé, E. Moulines, and T. Rydén, *Inference in Hidden Markov Models*, Springer-Verlag, New York, 2005.

Mentor: Igaly Goran

Razvoj aplikacije za virtualnu stvarnost

Područje: Virtualna stvarnost, Mobilne aplikacije, Računarstvo

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Računarski praktikum 1, Strukture podatka i algoritmi, Objektno orijentirano programiranje, Multimedijski sustavi

Opis teme: U prvom dijelu će se prikazati tehnologije koje će se koristiti u izradi aplikacije za virtualnu stvarnost, a odnose se na uređaj Oculus Rift i razvojno okruženje za računalne igre Unity. Na temelju ovih tehnologija, oblikovat će se i programski osvariti aplikacija za virtualnu stvarnost. Uz to će se izraditi odgovarajući programski proizvod te dokumentirati proces izrade. Dokumentacija obuhvaća opis povezivanja uređaja, potrebne specifikacije, način izrade te prikaz konačnog proizvoda uz moguće smjerove budućeg razvoja.

Literatura:

Unity | Documentation - Unity User Manual,

<https://docs.unity3d.com/Manual/>, 5.11.2018.

Unity | Scripting Reference - Scripting API,

<http://docs.unity3d.com/ScriptReference/>, 5.11.2018.

Oculus | Design - Virtual Reality Best Practices,

<https://developer.oculus.com/design/latest/concepts/book-bp/>, 5.11.2018.

Oculus | Documentation - Oculus Unity Getting Started Guide,

<https://developer.oculus.com/documentation/unity/latest/concepts/book-unity-gsg/>

The Best VR Headset of 2018, Will Greenwald, September 18, 2018,

<https://www.pcmag.com/article/342537/the-best-virtual-reality-vr-headsets>

Mentor: Igaly Goran

Primjena virtualne stvarnosti u nastavi matematike

Područje: Nastava matematike i informatike

Prikladno za studij: Matematika i informatika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: Računarski praktikum 1, Strukture podatka i algoritmi, Metodika nastave informatike 1 i 2

Opis teme: Virtualna stvarnost je računalno simulirano okruženje koje kod osobe stvara privid da se nalazi na nekom mjestu koje se razlikuje od njegove stvarne fizičke lokacije. To se ostvaruje pomoću posebnih uređaja (naočala) koji mogu biti samostalni, spajati se na računalo, ili koristiti mobilni uređaj. U ovom radu proučit će se i prikazati mogućnosti primjene takve tehnologije u nastavi matematike, posebice u području stereometrije. Opisat će se osnove rada uređaja, način postavljanja, potrebna oprema i dodaci. Također će se prikazati mogućnosti osnovne izrade vlastitih sadržaja primjenjivih u nastavi matematike.

Literatura:

J. Martín-Gutiérrez, C. Efrén Mora, B. Añorbe-Díaz, A. González-Marrero, Virtual Technologies Trends in Education, EURASIA Journal of Mathematics Science and Technology Education, 2017.

Oculus Rift User Guide,

<https://support.oculus.com/guides/rift/>, 08.11.2018.

Oculus Rift Documentation,

<https://developer.oculus.com/>, 08.11.2018.

GeoGebra Mixed Reality,

https://store.steampowered.com/app/880270/GeoGebra_Mixed_Reality/, 08.11.2018.

S. Janeš, I. Katalenac, Z. Martinec, T. Soucie, R. Svedrec, Digitalni obrazovni sadržaji: Matematika za 8. razred osnovne škole,

<https://edutorij.e-skole.hr>, 08.11.2018.

A. Brmbota, K. Brleković, M. Njerš, S. Loparić, Digitalni obrazovni sadržaji: Matematika za 2. razred srednje škole,

<https://edutorij.e-skole.hr>, 08.11.2018.

Mentor: Igaly Goran

Upotreba digitalnih obrazovnih sadržaja u nastavi i analiza sadržaja iz matematike

Područje: Nastava matematike i informatike

Prikladno za studij: Matematika i informatika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: Metodika nastave matematike 1, 2, 3 i 4, Metodika nastave informatike 1 i 2, Primjena računala u nastavi matematike

Opis teme: U sklopu nacionalnog pilot projekta „e-Škole: Uspostava sustava razvoja digitalno zrelih škola“ kojeg pod pokroviteljstvom Ministarstva znanosti i obrazovanja provodi Hrvatska akademska i istraživačka mreža - CARNET s partnerima, razvijeni su digitalni obrazovni sadržaji (DOS-ovi) iz predmeta Matematika, za 7. i 8. razred osnovnih škola te za 1. i 2. razred srednjih škola. Digitalni obrazovni sadržaj (DOS) je sadržaj namijenjen korištenju u obrazovanju za učenje i poučavanje, a koji je pohranjen na računalu, elektroničkom mediju ili je objavljen na Internetu. S obzirom da je u školama sve veća primjena digitalne tehnologije, u ovom radu analizirat će se način izrade DOS-a, usklađenost sadržaja s predmetnim kurikulumom i načini korištenja sadržaja u nastavi. Prikazat će se i mogućnosti prilagodbe interaktivnih elemenata kako bi ih nastavnici uspješno uskladili s nastavnim satom.

Literatura:

Digitalni obrazovni sadržaji - e-Škole,

<https://edutorij.e-skole.hr/share/page/dos-eskole>, 5.11.2018.

Usluge izrade otvorenih digitalnih obrazovnih sadržaja (DOS),

<https://bit.ly/2RAJRAq> (skraćeni izvorni URL), 5.11.2018.

Digitalni obrazovni sadržaji u projektu e-Škole,

<https://mzo.hr/hr/digitalni-obrazovni-sadrzaji-u-projektu-e-skole>, 5.11.2018.

Nacionalni kurikulum nastavnog predmeta Matematika (prijedlog),

<http://www.kurikulum.hr/wp-content/uploads/2016/03/Matematika.pdf>, 5.11.2018.

S. Rodek, *Novi mediji i nova kultura učenja*. Napredak, 152 (1) (2011), 9–28

Mentor: Igaly Goran

Primjena PhET simulacija u nastavi matematike i fizike

Područje: Nastava matematike i fizike

Prikladno za studij: Matematika i fizika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: Računarski praktikum 1 i 2, Primjena računala u nastavi matematike, Metodika nastave matematike 1 i 2

Opis teme: Izvođenjem pokusa u nastavi učenicima se nudi mogućnost stjecanja iskustva o pojavama na temelju kojih oni otkrivaju određene zakonitosti i pravila. Jedna od najvećih prepreka izvođenju pokusa je nedostatak opreme i prostora te nedostatak vremena. Simulacije nude dobru alternativu, a jedna od kvalitetnijih platformi sa simulacijama koje se mogu koristiti u nastavi je PhET. U ovom diplomskom radu će biti kritički prikazane određene simulacije iz osnovnoškolske i srednjoškolske nastave fizike i matematike, a ponudit će se model kako uklopiti simulacije u nastavu.

Literatura:

B. Dakić, N. Elezović, Matematika 1/2/3/4, udžbenik i zbirka zadataka za 1./2./3./4. razred gimnazije, 1.dio, Element, Zagreb, 2008.

B. Dakić, N. Elezović, Matematika 1/2/3/4, udžbenik i zbirka zadataka za 1./2./3./4. razred gimnazije, 2.dio, Element, Zagreb, 2008.

Udžbenici iz Fizike za 1.-4. razred srednje škole.

PhET - Interactive simulations for science and math,

<https://phet.colorado.edu/>, 2.11.2018.

The Use of Simulations in a Teacher Education Program: The Impact on Student Development, Hawaii International Conference On Education, January 3-6, 2004,

<https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED490383.pdf>, 2.11.2018.

Teaching with Simulations,

<https://serc.carleton.edu/sp/library/simulations>, 2.11.2018.

PhET Development Overview,

<https://docs.google.com/document/d/1Ys1EiwnqQGYuzG0cQSr4uXDes35mF1v1XhMZI110nk8>, 5.11.2018.

Mentor: Ilišević Dijana

Neke primjene linearne algebre u prirodnim znanostima i tehnici

Područje: Linearna algebra

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis teme: Različiti problemi u prirodnim znanostima i tehnici rješavaju se primjenom linearne algebre. Zadatak ovog diplomskog rada je pokazati neke takve probleme, stavljajući naglasak na matematički aparat potreban za njihovo rješavanje.

Literatura:

D. Bakić, *Linearna algebra*, Školska knjiga, Zagreb, 2008.

D. Cvetković, *Kombinatorna teorija matrica*, Naučna knjiga, Beograd, 1980.

J. Ferguson, *Introduction to Linear Algebra in Geology*, Chapman & Hall, London, 1994.

K. Horvatić, *Linearna algebra*, Golden Marketing, Zagreb, 2004.

Mentor: Ilišević Dijana

Sličnost matrica

Područje: Linearna algebra

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis teme: Za matrice $A, B \in M_n(\mathbb{F})$ kažemo da su slične (nad \mathbb{F}) ako postoji regularna matrica $P \in M_n(\mathbb{F})$ takva da je $P^{-1}AP = B$. U ovom diplomskom radu će se izložiti različiti nužni i dovoljni uvjeti za sličnost dviju matrica.

Literatura:

D. Bakić, *Linearna algebra*, Školska knjiga, Zagreb, 2008.

S. K. Berberian, *Linear Algebra*, Dover Publications, New York, 2014.

K. Horvatić, *Linearna algebra*, Golden Marketing, Zagreb, 2004.

Mentor: Ilišević Dijana

Djeljivost cijelih brojeva

Područje: Elementarna matematika

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis teme: Pojam djeljivosti je jedan od osnovnih pojmova u teoriji brojeva. U ovom diplomskom radu će se izložiti najvažniji rezultati vezani uz djeljivost cijelih brojeva, ilustrirajući njihovu primjenu na rješavanje raznovrsnih zadataka, s posebnim naglaskom na zadatke s različitim razina učeničkih natjecanja.

Literatura:

A. Dujella, *Uvod u teoriju brojeva*, skripta, PMF-MO, Sveučilište u Zagrebu

<http://web.math.hr/~duje/utb/utblink.pdf>

A. Engel, *Problem-Solving Strategies*, Springer-Verlag, New York, 1998.

B. Pavković, B. Dakić, Ž. Hanjš, P. Mladinić, *Male teme iz matematike*, Element, Zagreb, 1994.

M. S. Popadić, *Djeljivost celih brojeva*, Elektrotehnički fakultet Univerziteta u Beogradu, Beograd, 1959.

Mentor: Iljazović Zvonko

Topološki prostori izračunljivog tipa

Područje: Izračunljivost i topologija.

Prikladno za studij: Teorijska matematika

Preduvjeti: nema

Opis teme: U ovom diplomskom radu će se proučavati problem izračunljivosti poluizračunljivih skupova u izračunljivim metričkim prostorima. U tom smislu će se proučavati topološki prostori Δ koji imaju svojstvo da svako smještenje od Δ u izračunljiv metrički prostor koje ima poluizračunljivu sliku ima izračunljivu sliku.

Literatura:

V. Brattka, G. Presser, *Computability on subsets of metric spaces*, Theoretical Computer Science, 305:43–76, 2003.

K. Weihrauch, *Computable Analysis*, Springer, Berlin, 2000.

M. B. Pour-El, I. Richards, *Computability in Analysis and Physics*, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1989.

V. Brattka, *Plottable real number functions and the computable graph theorem*, SIAM J. Comput., 38(1):303–328, 2008.

K. Weihrauch, T. Grubba, *Elementary Computable Topology*, Journal of Universal Computer Science, 15(6), 1381–1422, 2009.

Mentor: Iljazović Zvonko

Konvergencija i redovi potencija

Područje: Analiza.

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis teme: U ovom diplomskom radu proučavat će se neki temeljni pojmovi vezani za konvergenciju redova potencija. Cilj je precizno dokazati razne činjenice s tim u vezi, a ujedno i dati širi kontekst proučavanja.

Literatura:

S. Mardešić, *Matematička analiza 1*, Školska knjiga, Zagreb, 1991.

B. Pavković, D. Veljan, *Elementarna matematika 1*, Tehnička knjiga, Zagreb, 1992.

S. Kurepa, *Matematička analiza 2*, Školska knjiga, Zagreb, 1997.

Mentor: Iljazović Zvonko

Elementarni aspekti integrabilnosti

Područje: Analiza.

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis teme: Cilj ovog diplomskog rada jest proučiti neke aspekte integrabilnosti te u tom smisli dati i širi kontekst potreban za to. Pri tome je cilj preciznim matematičkim metodama uvesti pojmove koji se promatraju te dokazati razne činjenice vezane za Riemannov integral.

Literatura:

S. Kurepa, *Matematička analiza 2*, Školska knjiga, Zagreb, 1997.

S. Mardešić, *Matematička analiza 1*, Školska knjiga, Zagreb, 1991.

B. Pavković, D. Veljan, *Elementarna matematika 1*, Tehnička knjiga, Zagreb, 1992.

Mentor: Iljazović Zvonko

Hiperbolički brojevi

Područje: Analiza i algebra.

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis teme: U ovom radu će se proučavati određene algebarske strukture koje proširuju polje realnih brojeva. Između ostalog, proučavat će se hiperbolički brojevi.

Literatura:

F. Catoni, D. Boccaletti, R. Cannata, V. Catoni, P. Zampetti, *Hyperbolic Numbers, Geometry of Minkowski Space–Time*, Springer, Berlin, Heidelberg 2011.

S. Mardešić, *Matematička analiza 1*, Školska knjiga, Zagreb, 1991.

G. Sobczyk, *The Hyperbolic Number Plane*

https://www.researchgate.net/publication/228559618_The_Hyperbolic_Number_Plane

Mentor: Iljazović Zvonko

Izračunljive strukture

Područje: Izračunljivost.

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis teme: U ovom diplomskom radu će se proučavati neki elementarni aspekti izračunljivosti, ali i određene strukture na kojima se mogu uvesti koncepti izračunljivosti. Između ostalog, proučavat će se izračunljivi brojevi.

Literatura:

K. Weihrauch, *Computable Analysis*, Springer, Berlin, 2000.

M. B. Pour-El, I. Richards, *Computability in Analysis and Physics*, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1989.

Mentor: Iljazović Zvonko

Konstruktibilni brojevi

Područje: Geometrija i algebra

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis teme: U ovom diplomskom radu će se proučavati konstruktibilni brojevi. Cilj je u tom smislu dati i geometrijski i algebarski aspekt konstruktibilnih brojeva.

Literatura:

B. Pavković, D. Veljan, *Elementarna matematika 1*, Tehnička knjiga, Zagreb, 1992.

H. S. M. Coxeter, *Introduction to Geometry*, J. Wiley, New York, 1969.

Mentor: Iljazović Zvonko

Uređeni prsteni

Područje: Analiza i algebra.

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis teme: U ovom radu će se proučavati uređene grupe, prsteni i polja. Cilj je proučiti na koji način se takve strukture mogu proširiti do struktura na kojima uređaj zadovoljava aksiom potpunosti.

Literatura:

S. Kurepa, *Matematička analiza 1*, Školska knjiga, Zagreb, 1997.

S. Mardešić, *Matematička analiza 1*, Školska knjiga, Zagreb, 1991.

B. Pavković, D. Veljan, *Elementarna matematika 1*, Tehnička knjiga, Zagreb, 1992.

Mentor: Jazbec Anamarija

Grupiranje srednjoškolaca i studenata prema njihovim interesima, fobijama i navikama klusterskom analizom

Područje: Statistika

Prikladno za studij: Matematička statistika

Preduvjeti: nema

Opis teme: Izradio bi se upitnik koji bi sadržavao pitanja vezana za interese srednjoškolaca i studenata. Pitanja bi bila vezana za interes o muzici, filmovima, njihovim fobijama te zdravstvenim navikama. Upitnik bi putem weba popunjavali srednjoškolci i studenti. Hijerarhijskom i particijskom klusterskom analizom analizirati grupe srednjoškolaca i studenata koje su najbližije prema promatranim varijablama tj. prema svojim interesima, fobijama i zdravstvenim navikama.

Literatura:

https://support.sas.com/documentation/cdl/en/statug/63033/HTML/default/viewer.htm#statug_cluster_sect002.htm

<http://digre.pmf.unizg.hr/5298/1/Diplomski%20rad%20Tea%20Ungaro.pdf>

<http://www.math.wpi.edu/saspdf/stat/chap8.pdf>

Mentor: Jazbec Anamarija

Analiza interesa srednjoškolaca i studenata eksplorativnom faktorskom analizom

Područje: Statistika

Prikladno za studij: Matematička statistika

Preduvjeti: nema

Opis teme: Izradio bi se upitnik koji bi sadržavao pitanja vezana za interese srednjoškolaca i studenata. Pitanja bi bila vezana za interes o muzici, filmovima, sportu, zdravlju itd. Upitnik bi putem weba popunjavali srednjoškolci i studenti. Eksplorativnom faktorskom analizom utvrdilo bi se koje se mjerene, manifestne varijable međusobno grupiraju tj. pokušati naći manji broj pozadinskih, latentnih varijabli.

Literatura:

Tabachnick B.G., Fidell L.S. (2001) Using Multivariate Statistics, Allyn-Bacon

https://support.sas.com/documentation/cdl/en/statug/63347/HTML/default/viewer.htm#statug_factor_sect029.htm

Mentor: Jurak Mladen

Programiranje video igara u biblioteci SFML

Područje: Računarstvo

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: nema

Opis teme: SFML je biblioteka namjenjena programiranju video igara u 2D s kojom smo se djelomično upoznali na kolegiju OOP(C++). U ovoj radnji je potrebno napraviti detaljniji opis biblioteke i mogućnosti koje nudi za objektno orijentirano programiranje video igara.

Svladano znaje treba demonstrirati implementacijom jedne igre. To može biti neka varijacija neke igre iz referenci [1], [2] i [5], ili pak klon bilo koje druge 2D igre.

U radu treba opisati osnovnu strukturu igre te oblikovne obrasce koji se pri tome najčešće koriste. Za općenite informacije o strukturi igre vidjeti referencu [6]. Za oblikovne obrasce vidjeti reference [7] i [8]. Služiti se resursima na web-u i dopuniti ovdje zadanu literaturu.

Literatura:

- [1] A. Moreira, H. V. Hansson, J. Haller, *SFML Game Developement*, Pact Publishing, 2013.
- [2] R. Pupius, *SFML Game Developement By Example*, Pact Publishing, 2015.
- [3] M. G. Milchev, *SFML Essentials*, Pact Publishing, 2015.
- [4] M. Barbier, *SFML Blueprints*, Pact Publishing, 2015.
- [5] J. Horton, *Beginning C++ Game Programming*, Pact Publishing, 2016.
- [6] J. Gregory, *Game Engine Architecture*, Wellesley, Massachusetts, 2009.
- [7] R. Nystrom, *Game Programming Patterns*, Genever Benning, 2014.
- [8] E. Gamma, R. Helm, R. Johnson, J. Vlissides, *Elements of Reusable Object-Oriented Software*, Addison-Wesley, 1994.

Mentor: Jurak Mladen

Qt5 aplikacija za vizualizaciju podataka

Područje: Računarstvo

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: nema

Opis teme: U ovoj radnji treba proučiti Qt5 biblioteku za razvoj programa s grafičkim sučeljem. Pri tome je dovoljno promatrati dio Qt biblioteke bazirane na Qt Widget-ima (bez Qt Quick-a i QML jezika). Treba opisati bitne dijelove biblioteke i razviti aplikaciju za vizualizaciju podataka. Aplikacija treba biti u stanju prikazati grafove funkcija jedne varijable u različitim stilovima. Inspirirati se aplikacijom QCustom-Plot, <https://www.qcustomplot.com/> i s Matplotlib, Pythonovom 2D bibliotekom za vizualizaciju, <https://matplotlib.org/>.

Potrebno je opisati dizajn aplikacija sa stanovišta objektno orijentirane tehnike programiranja i korištene oblikovne obrasce.

Za Qt5 biblioteku koristiti literaturu [1], [2] i [3], te Qt web-stranicu <https://www.qt.io/> i resurse na njoj. Za objektno orijentirano programiranje i oblikovne obrasce vidjeti stranicu kolegija OOP(C++) i literaturu tamo navedenu. Koristiti resurse na web-u.

Literatura:

- [1] Lee Zhi Eng, *Hands-On GUI Programming with C++ and Qt5*, Pact Publishing, 2018.
- [2] G. Lazar, R. Penea, *Mastering Qt5*, Pact Publishing, 2016.
- [3] N. Sherriff, *Learn QT 5*, Pact Publishing

Mentor: Jurak Mladen

Programiranje video igara u biblioteci Qt5

Područje: Računarstvo

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: nema

Opis teme: Potrebno je savladati osnove biblioteke Qt5 za grafičke aplikacije, uključujući programiranje sa Qt Quick-om. Zatim treba savladati infrastrukturu koju Qt5 nudi za programiranje 2D video igara. Pri tome koristiti reference [1] i [2] te resurse na web-u, prije svega resurse na službenoj Qt stranici <https://www.qt.io/>.

Svladano znaje treba demonstrirati implementacijom jedne igre. To može biti neka varijacija igre iz reference [1] ili klon bilo koje druge 2D igre.

U radu treba opisati osnovnu strukturu igre te oblikovne obrasce koji se pri tome najčešće koriste. Za općenite informacije o strukturi igre vidjeti referencu [3]. Za oblikovne obrasce vidjeti reference [4] i [5]. Služiti se resursima na web-u i dopuniti ovdje zadanu literaturu.

Literatura:

- [1] P. Strahov, W. Wysota, L. Haas, *Game Programming Using Qt. Beginners Guide*, second edition, Pact Publishing, 2016.
- [2] G. Lazar, R. Penea, *Mastering Qt5*, Pact Publishing, 2016.
- [3] J. Gregory, *Game Engine Architecture*, Wellesley, Massachusetts, 2009.
- [4] R. Nystrom, *Game Programming Patterns*, Genever Benning, 2014.
- [5] E. Gamma, R. Helm, R. Johnson, J. Vlissides, *Elements of Reusable Object-Oriented Software*, Addison-Wesley, 1994.

Mentor: Jurak Mladen

Detekcija kolizija

Područje: Računarstvo

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: nema

Opis teme: Detekcija kolizija je izuzetno važna u robotici i video igrima gdje su razvijeni različiti algoritmi veće ili manje složenosti/efikasnosti za detekciju kolizija i pridružene probleme (računanje udaljenosti, vremena prvog kontakta i slično).

U ovoj radnji treba opisati osnovne algoritme za detekciju kolizija na osnovu osmog poglavlja u knjizi [1]. Polazeći od [1] treba pronaći i citirati relevantnu literaturu, napraviti kratak pregled cijelog područja i zatim se koncentrirati na bazičnim algoritmima (na primjer u 2D).

S praktične strane potrebno je demonstrirati primjenu bazičnih algoritama u 2D pomoću SFML grafičke biblioteke (<https://www.sfml-dev.org/>) i biblioteke Box2D (<https://box2d.org/>) za fiziku igre. To uključuje uvod u bazično korištenje ovih biblioteka i implementacija odgovarajućih programa koji će ilustrirati primjenu opisanih algoritama.

Literatura:

[1] D. E. Eberly, *3D Game Engine Design*, CRC Press, 2007.

Mentor: Kazalicki Matija

Kriptografija temeljena na grafovima izogenija supersingularnih eliptičkih krivulja

Područje: kriptografija

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis teme: Cilj ovog diplomskog rada je opisati post-kvantne kriptografske algoritme temeljene na svojstvima grafa izogenija supersingularnih eliptičkih krivulja. U prvom dijelu rada će se obraditi teorija eliptičkih krivulja nad konačnim poljima koja će se onda primijeniti na opis protokola za razmjenu ključeva SIDH (supersingular isogeny Diffie-Hellman key exchange).

Literatura:

L. de Feo, *Mathematics of Isogeny Based Cryptography*,

<https://arxiv.org/pdf/1711.04062.pdf>

S. D. Galbraith, F. Vercauteren, *Computational problems in supersingular elliptic curve isogenies*,

<https://eprint.iacr.org/2017/774.pdf>

Mentor: Kovač Vjekoslav

Točke ekstrema nekih geometrijskih izraza vezanih uz trokut

Područje: Euklidska geometrija

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: nema

Opis teme: Za neke geometrijske izraze je poznato da se njihov minimum ili maksimum po svim točkama trokuta postiže u nekim posebnim točkama. Najpoznatiji primjeri su:

- zbroj kvadrata udaljenosti od vrhova minimum postiže u težištu;
- produkt udaljenosti od stranica maksimum postiže u težištu;
- zbroj udaljenosti od vrhova minimum postiže u tzv. Fermat–Torricellijevoj točki;
- zbroj kvadrata udaljenosti od stranica minimum postiže u tzv. Lemoineovoj točki.

Dokazi tih tvrdnji nalaze se u mnogim klasičnim knjigama iz planimetrije, poput [2], dok se neki napredniji primjeri mogu naći u knjizi [1]. Glavni cilj diplomskog rada je dokazati gornje tvrdnje i još nekoliko tvrdnji istog tipa. Svaki od dokazanih rezultata ilustrirat će se programom GeoGebra [3] te će se osmisliti heuristički postupak kojim bi učenik sam mogao doći do odgovora, prije nego pronađe rigorozni dokaz.

Literatura:

- [1] T. Andreescu, O. Mushkarov, L. Stoyanov, *Geometric Problems on Maxima and Minima*, Birkhäuser, Boston, 2006.
- [2] D. Palman, *Trokut i kružnica*, Element, Zagreb, 1994.
- [3] Programski paket *GeoGebra*, dostupan na <https://www.geogebra.org/>

Mentor: Kovač Vjekoslav

Otkrivanje kolinearnosti karakterističnih točaka trokuta programom GeoGebra

Područje: Euklidska geometrija

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: nema

Opis teme: U ovom diplomskom radu promatrat će se prvih 30-ak karakterističnih točaka trokuta iz enciklopedije ETC [1] i one će se unijeti u radnu bilježnicu programa GeoGebra [3]. Na taj će se način vizualno detektirati potencijalne skupove međusobno kolinearnih točaka među njima. Potom će se u radu definirati spomenute karakteristične točke te navesti njihova osnovna svojstva i relevantne povijesne komentare. Konačno će se rigorozno dokazati uočene kolinearnosti koristeći elementarne metode euklidske geometrije, poput onih iz klasične knjige [2].

Literatura:

[1] C. Kimberling, *Encyclopedia of Triangle Centers — ETC*, dostupno na

<http://faculty.evansville.edu/ck6/encyclopedia/ETC.html>

[2] D. Palman, *Trokut i kružnica*, Element, Zagreb, 1994.

[3] Programski paket GeoGebra, dostupan na <https://www.geogebra.org/>

Mentor: Krčadinac Vedran

Pfaffijan i savršena sparivanja

Područje: Kombinatorika

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis teme: Neka je $A = [a_{ij}]$ antisimetrična matrica reda $2n$. Pfaffijan od A definira se slično kao determinanta:

$$\text{pf}(A) = \frac{1}{2^n n!} \sum_{\sigma \in S_{2n}} \text{sgn}(\sigma) \prod_{i=1}^n a_{\sigma(2i-1), \sigma(2i)}.$$

Prema rezultatima Kasteleynija iz 1960-tih, broj savršenih sparivanja planarnog grafa je Pfaffijan odgovarajuće orijentirane matrice susjedstva, što omogućuje izračunavanje u polinomijalnom vremenu. To je iznenađujuće jer je izračunavanje broja savršenih sparivanja općeg grafa $\#P$ -potpun problem, za koji nije poznat polinomijalni algoritam. U diplomskom će se obraditi Pfaffijan, njegova svojstva i veze sa savršenim sparivanjima.

Literatura:

C. D. Godsil, *Algebraic combinatorics*, CRC Press, 1993.

L. Lovász, M. D. Plummer, *Matching theory*, North-Holland, 1986.

Mentor: Krčadinac Vedran

Mrežno kodiranje

Područje: Teorija kodiranja

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis teme: Mrežno kodiranje je elegantna nova tehnika kodiranja podataka, razvijena početkom tisućljeća, kojoj je svrha poboljšati prijenos putem komunikacijske mreže. Umjesto da se paketi šalju odvojeno, kao kod tradicionalnog 'routing' pristupa, čvorovi mreže prosljeđuju linearne kombinacije primljenih paketa. Takvim miješanjem podataka postižu se veće brzine i bolja robustnost u slučaju pogrešaka pri prijenosu. Cilj diplomskog je obraditi osnovne ideje i rezultate o mrežnom kodiranju prema knjigama navedenim u literaturi.

Literatura:

C. Fragouli, E. Soljanin, *Network coding fundamentals*, now Publishers Inc., 2007.

R. Yeung, S.-Y.R. Li, N. Cai, Z. Zhang, *Network coding theory*, now Publishers Inc., 2006.

Mentor: Krčadinac Vedran

Erdős–Ko–Rado teorem

Područje: Kombinatorika

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis teme: Neka je S n -člani skup i \mathcal{F} familija k -članih podskupova od S takva da svaka dva skupa iz \mathcal{F} imaju neprazan presjek. Ako je $n \geq 2k$, onda je $|\mathcal{F}| \leq \binom{n-1}{k-1}$. Štoviše, ako je $n > 2k$, jednakost se dostiže ako i samo ako se \mathcal{F} sastoji od svih k -članih podskupova kroz zadanu točku iz S . Ovaj poznati teorem Erdősa, Koa i Radoa iz 1961. doživio je jako puno dokaza, generalizacija i srodnih rezultata. Cilj ovog diplomskog rada je prikazati neke od njih.

Literatura:

C. Godsil, K. Meagher, *Erdős–Ko–Rado theorems: algebraic approaches*, Cambridge University Press, 2016.

Mentor: Krčadinac Vedran

Generalizirani poligoni

Područje: Kombinatorika

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis teme: Generalizirani poligon je bipartitni graf promjera d i najvećeg mogućeg struka $2d$. Za $d = 3$ riječ je o konačnoj projektivnoj ravnini ("generaliziranom trokutu"), a za $d = 4$ o incidencijskoj strukturi poznatoj kao generalizirani četverokut. Ako su svi elementi stupnja barem 3, pokazuje se da su točke i pravci istog stupnja. Takve generalizirane poligone nazivamo debelim, a svi ostali dobivaju se od njih subdivizijom. U diplomskom radu bit će prikazani osnovni rezultati i konstrukcije generaliziranih poligona prema 5. poglavlju knjige navedene u literaturi.

Literatura:

C. Godsil, G. Royle, *Algebraic graph theory*, Springer, 2001.

Mentor: Krnić Mario

Suvoditelj: Bombardelli Mea

Analitička geometrija u kompleksnoj ravnini

Područje: geometrija, kompleksni brojevi

Prikladno za studij: Matematika; smjer: nastavnički, Matematika i informatika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: Elementarna geometrija, Analitička geometrija, Osnove matematičke analize

Opis teme: Cilj ovog diplomskog rada je sustavan prikaz analitičke geometrije u kompleksnoj ravnini. U radu će se proučavati osnovni objekti euklidske geometrije (točka, dužina, pravac, kut, trokut, kružnica) i njihovi međusobni odnosi u terminima kompleksnih brojeva. Na takav način, mnogi geometrijski problemi elegantno će se riješiti pomoću kompleksnih brojeva.

Literatura:

T. Andreescu, D. Andrica, *Complex Numbers from A to Z*, Birkhauser, 2006.

Mentor: Krnić Mario

Suvoditelj: Bombardelli Mea

Cjelobrojne funkcije i primjene

Područje: Kombinatorna i diskretna matematika

Prikladno za studij: Matematika; smjer: nastavnički, Matematika i informatika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: Kombinatorna i diskretna matematika, Osnove matematičke analize

Opis teme: U ovom diplomskom radu proučavaju se važna svojstva i primjene cjelobrojnih funkcija *pod* i *strop*. Posebna pažnja bit će posvećena identitetima, jednačinama, sumama i rekurzivnim relacijama u kojima se pojavljuju funkcije *pod* i *strop*. Nadalje, u radu će se riješiti i velik broj problemskih zadataka s matematičkih natjecanja koji uključuju cjelobrojne funkcije.

Literatura:

R. L. Graham, D. E. Knuth, O. Patashnik, *Concrete mathematics*, Addison–Wesley Publishing Company, 1988.

Mentor: Krnić Mario

Suvoditelj: Bombardelli Mea

Realni i kompleksni produkt kompleksnih brojeva i primjene u geometriji trokuta

Područje: geometrija, kompleksni brojevi

Prikladno za studij: Matematika; smjer: nastavnički, Matematika i informatika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: Elementarna geometrija, Analitička geometrija, Osnove matematičke analize

Opis teme: U ovom radu uvest će se operacije realnog i kompleksnog produkta kompleksnih brojeva kao analogoni uobičajenih operacija skalarnog i vektorskog produkta vektora. Upotreba tih operacija daje efikasno sredstvo za rješavanje brojnih geometrijskih problema. Primjenom navedenih operacija, u radu će se izvesti neki važni teoremi o trokutu.

Literatura:

T. Andreescu, D. Andrica, *Complex Numbers from A to Z*, Birkhauser, 2006.

Mentor: Krnić Mario

Suvoditelj: Bombardelli Mea

Opća svojstva konveksnog četverokuta

Područje: geometrija

Prikladno za studij: Matematika; smjer: nastavnički, Matematika i informatika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: Elementarna geometrija

Opis teme: Cilj ovog diplomskog rada je proučavanje općenitih svojstava bilo kojeg konveksnog četverokuta. U radu će se obraditi svojstva nekih osobitih točaka u konveksnom četverokutu. Nadalje, u radu će se izvesti i neke metričke relacije koje vrijede za bilo koji konveksan četverokut.

Literatura:

A. Marić, *Četverokut – definicije, konstrukcije, jednadžbe, poučci*, Element, Zagreb, 2006.
O. T. Pop, N. Minculete, M. Bencze, *An Introduction to Quadrilateral Geometry*, Editura Didactica Si Pedagogica, R. A., Bucuresti, 2013.
H. S. M. Coxeter, S. L. Greitzer, *Geometry revisited*, Mathematical Association of America, 1967.

Mentor: Manger Robert

Anonimizacija podataka

Područje: Baze podataka

Prikladno za studij: Matematička statistika, Računarstvo i matematika

Preduvjeti: nema

Opis teme: U današnjem društvu sve više jača potreba za javno dostupnim podacima koji bi se koristili za istraživanje ili donošenje odluka. S druge strane, raspoložive baze podataka obično u sebi uključuju osobne podatke koje je potrebno štititi. Ovaj problem nastoji se riješiti kako u okvirima statistike tako i unutar računarstva. Razvijene su razne metode tzv. anonimizacije podataka. Riječ je o metodama kojima se zbirke podataka prerađuju tako da one i dalje ostanu upotrebljive za razne primjene, makar se iz njih više ne mogu reproducirati osobni podaci. U radu je potrebno opisati nekoliko pristupa anonimizaciji te ih ilustrirati primjerima. Rad treba sadržavati studentski primjer gdje se odabrane metode anonimizacije primjenjuju na odabranu zbirku podataka te se dokazuje svrsishodnost provedenih zahvata.

Literatura:

B. Raghunathan, *Complete Book Of Data Anonymization - From Planning To Implementation*, CRC Press, Boca Baton FL, 2013.

J. Domingo-Ferrer, D. Sanchez, J. Soria-Comas, *Database Anonymization - Privacy Models, Data Utility, and Microaggregation-based Inter-model Connections*, Morgan & Claypool Publishers, San Rafael CA, 2016.

Mentor: Manger Robert

Povezivanje objekata s relacijama

Područje: Baze podataka

Prikladno za studij: Matematička statistika, Računarstvo i matematika

Preduvjeti: nema

Opis teme: Današnji aplikacijski program u pravilu je pisan u objektno orijentiranom programskom jeziku kao što je C++, Java ili C#. S druge strane, podaci koje taj program koristi obično se nalaze u relacijskoj bazi podataka. To znači da je prilikom povezivanja programa i baze potrebno obavljati pretvorbu objekata u relacije i obratno. Ujedno je potrebno postići i perzistentnost objekata, dakle da se objekti spremaju u bazu kod prestanka rada programa te se učitaju iz baze kod ponovnog pokretanja programa. Opisane radnje obuhvaćene su engleskom pojmom "object/relational mapping" (ORM). Budući da je riječ o radnjama koje su za programere mukotrpne, danas postoje softverski alati koji ih olakšavaju te ih automatski ugrađuju u program. U diplomskom radu treba opisati problematiku ORM te obraditi barem jedan alat za ORM. Praktični dio diplomskog rada treba se sastojati od razvoja vlastite aplikacije i baze te njihovog povezivanja odabranim alatom za ORM.

Literatura:

C. Bauer, G. King, *Java Persistence with Hibernate*, Manning Publications, Shelter Island NY, 2015.

V. P. Mehta, *Pro LINQ Object Relational Mapping with C# 2008*, Apress, New York NY, 2010.

Mentor: Manger Robert

Održavanje baze podataka

Područje: Baze podataka

Prikladno za studij: Matematička statistika, Računarstvo i matematika

Preduvjeti: nema

Opis teme: Nakon što je baza podataka ušla u upotrebu, ona se mora održavati. Osoba koja se bavi tim održavanjem obično se naziva administrator baze podataka (DBA). Uobičajeni poslovi koje DBA obavlja su: praćenje i podešavanje performansi, osiguravanje dostupnosti baze korisnicima, čuvanje sigurnosti podataka, stvaranje rezervnih kopija baze, oporavak baze u slučaju njezinog oštećenja, osiguravanje integriteta podataka. U radu treba opisati sve ove poslove te alate koji omogućuju njihovo efikasno obavljanje. Rad treba sadržavati studijski primjer gdje se uz pomoć odabranog softvera najprije stvara pogodna demo baza podataka, a zatim se na njoj testiraju dostupni alati za održavanje.

Literatura:

C. S. Mullins, *Database Administration - The Complete Guide to DBA Practices and Procedures*, Second Edition, Addison–Wesley, Upper Saddle River NJ, USA, 2012.

P. Berzukov, *Understanding database Administration*. CreateSpace, Independent Publishing Platform, North Charleston, SC, USA, 2010.

A. Jorgensen, B. Ball, S. Wort, R. LoForte, B. Knight, *Professional Microsoft SQL Server 2014 Administration*, John Wiley and Sons, Indianapolis IN, USA, 2014.

Mentor: Manger Robert

Sinkroni mrežni algoritmi

Područje: Distribuirani procesi, oblikovanje i analiza algoritama

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: nema

Opis teme: Sinkrona mreža je računalna mreža u kojoj postoji gornja ograda za vrijeme potrebno za slanje i primanje poruke. Sinkroni mrežni algoritmi su distribuirani algoritmi predviđeni za rad na sinkronoj mreži. Njihova korektnost ili efikasnost zasniva se na pretpostavci da je mreža na kojoj rade zaista sinkrona. Rad sinkronog algoritma na asinkronoj mreži moguć je jedino onda ako uključimo tzv. sinkronizator – softver koji simulira sinkronu mrežu nad asinkronom. U radu je najprije potrebno opisati model sinkrone mreže i sinkronog računanja. Zatim treba oblikovati i analizirati nekoliko sinkronih algoritama, npr. za traženje minimalnog razapinjućeg stabla u grafu, traženje najkraćih putova u grafu, izbor vođe, konsenzus u situaciji kad su moguće greške u radu pojedinih procesa ili pojedinih komunikacijskih kanala, itd. Barem dva algoritma treba implementirati i testirati na stvarnoj mreži uz korištenje odgovarajućeg sinkronizatora.

Literatura:

N. A. Lynch, *Distributed Algorithms*. Morgan Kaufmann, San Francisco CA, USA, 1997.
A. D. Kshemkalyani, M. Singal, *Distributed Computing – Principles, Algorithms and Systems*, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2011.
M. Raynal, *Distributed Algorithms for Message-Passing Systems*, Springer, Berlin, Germany, 2013.

Mentor: Manger Robert

Formalna verifikacija softvera metodom provjere modela

Područje: Softversko inženjerstvo

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: nema

Opis teme: Provjera modela (*model checking*) jedna je od tehnika formalne verifikacije softvera. Kod provjere modela, softver koji želimo verificirati najprije prikazuje-mo odgovarajućim modelom, npr. konačnim automatom ili logičkim izrazom. Zatim provjeravamo da taj model ima neko poželjno svojstvo. Provjera se obično svodi na sistematsku provjeru svih mogućnosti, npr. prolazak svim putovima kroz konačni automat ili generiranje svih kombinacija vrijednosti varijabli u logičkom izrazu. Rezultat provjere je ili potvrda da svojstvo vrijedi ili protuprimjer koji pokazuje da svojstvo ne vrijedi. U radu treba izložiti teoriju o provjeri modela. U praktičnom dijelu rada treba verificirati korektnost odabranog netrivialnog programa služeći se tehnikom provjere modela i dostupnim softverskim alatom, tzv. *model checker*-om.

Literatura:

C. Baier, J.-P. Katoen, K. G. Larsen, *Principles of Model Checking*, The MIT Press, Cambridge MA, USA, 2008.

B. Berard et al, *Systems and Software Verification – Model–Checking Techniques and Tools*, Springer, Berlin, 2010.

Mentor: Marušić-Paloka Eduard

Fredholmova alternativa

Područje: Matematička analiza

Prikladno za studij: Teorijska matematika, Primijenjena matematika

Preduvjeti: Matematička analiza 1, 2 i 3. Normirani prostori. Obične diferencijalne jednačbe. Parcijalne diferencijalne jednačbe,

Opis teme: Fredholmove integralne jednačbe. Integralni operatori konačnog ranga i Fredholmova alternativa. Generalizacija na opći slučaj.

Literatura:

P. J. Collins, *Differential and integral equations*, Oxford UP, 2006.

Mentor: Marušić-Paloka Eduard

Picardova metoda i primjene

Područje: Matematička analiza

Prikladno za studij: Teorijska matematika, Primijenjena matematika, Matematika; smjer: nastavnički, Matematika i informatika; smjer: nastavnički, Matematika i fizika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: Mat.analiza 1, 2, 3 i ODJ ili Primijenjena matematička analiza i Osnove mat.analize

Opis teme: Picardova iterativna metoda koristi se, prvenstveno, za rješavanje integralnih jednažbi. Kako se Cauchyjev i rubni problem za ODJ svode na integralne jednažbe Volterrinog, odnosno Fredholmovog tipa, pomoću Picardovih iteracija dokazuju se i teoremi egzistencije za ODJ. Cilj teme je opisati metodu, ne koristeći alate iz funkcionalne analize i ilustrirati je primjerima.

Literatura:

W. E. Boyce. R. C. DiPrima, *Elementary differential equations*, Willey, 9–th edition, 2009.

Mentor: Milin Šipuš Željka

Cikloidne krivulje

Područje: Diferencijalna geometrija.

Prikladno za studij: Matematika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: Diferencijalna geometrija.

Opis teme: Cikloidne krivulje su ravninske krivulje koje opisuje točka kružnice koja se kotrlja po drugoj kružnici ili pravcu. Cilj ovog rada je izvesti njihove jednačbe, istražiti temeljne tipove (epicikloide i hipocikloide), prikazati ih koristeći softver dinamičke geometrije te ispitati svojstva. Među svojstvima, posebno će se istražiti opis tih krivulja kao projekcija tzv. sfernih krivulja konstantnog nagiba, odnosno općenitije, krivulja konstantnog nagiba na rotacijskim kvadrikama.

Literatura:

E. Abbena, S. Salamon, A. Gray, *Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with Mathematica*, Chapman and Hall, CRC, 2006.

Mentor: Milin Šipuš Željka

Istraživanja pravilnosti u nastavi matematike: mnogokutni brojevi

Područje: Metodika nastave matematike.

Prikladno za studij: Matematika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: nema

Opis teme: U suvremenim matematičkim kurikulumima posebno se promiče istraživanje i samostalno otkrivanje matematičkih pojmova i postupaka od strane učenika. Tema o mnogokutnim brojevima omogućuje istraživanje njihovih svojstava kroz slikovno prikazivanje, zatim sustavno prebrojavanje, te konačno generaliziranje i formalno dokazivanje metodama dostupnim učenicima. Cilj ovog rada je osmisliti realizaciju matematičkih sadržaja vezanih uz mnogokutne brojeve koristeći strategije aktivne, odnosno heurističke nastave.

Literatura:

J. A. García Cruz, A. Martínón, *Números poligonales*, Educación Matemática (1998), 103–108

Mentor: Milin Šipuš Željka

Geometrija za nadarene učenike u osnovnoj školi

Područje: Metodika nastave matematike.

Prikladno za studij: Matematika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: nema

Opis teme: Nadareni učenici i učenici zainteresirani za matematiku veliki su izazov za nastavnika matematike kojemu je cilj poduprijeti njihovo zanimanje i kreativnost. Upravo područje geometrije, kroz slikovni prikaz, pruža nastavniku velike mogućnosti osmisliti prikladne izazovne zadatke za takve učenike. Cilj ovog rada je ispitati istraživački potencijal za samostalan učenički rad izabranih geometrijskih zadataka.

Literatura:

Zadaci s natjecanja iz matematike za osnovnu školu

N. Lukač (ed.), *Matematičko natjecanje "Klokan bez granica"*, 1999–2004, HMD, Zagreb, 2005.

N. Lukač, (ed.), *Matematičko natjecanje "Klokan bez granica"*, 2005–2008, HMD, Zagreb, 2009.

N. Lukač, (ed.), *Matematičko natjecanje "Klokan bez granica"*, 2009–2011, HMD, Zagreb, 2012.

D. Glasnović Gracin, J. Burušić, *Elementi STEM kreativnosti*, Poučak 27 (2018), 9–14

Mentor: Milin Šipuš Željka

Integrali funkcija jedne varijable u srednjoškolskoj nastavi matematike

Područje: Metodika nastave matematike.

Prikladno za studij: Matematika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: Obavezni predmeti.

Opis teme: Integrali funkcija jedne varijable u srednjoškolskoj nastavi matematike predstavljaju temu koja se realizira na samom kraju srednjoškolskog matematičkog obrazovanja. Razvoj pojma kod učenika najviše je posvećen samoj njegovoj ideji, te u vrlo maloj mjeri tehnikama integriranja. Cilj ovog rada je osmisliti učeničke aktivnosti za uvođenje integrala kao antiderivacije i integrala kao ukupne promjene, promovirajući strategije aktivne nastave.

Literatura:

Z. Šikić, *Diferencijalni i integralni račun*, Profil International, 2008.
Gimnazijski udžbenici iz matematike

Mentor: Milin Šipuš Željka

Linearna regresija u srednjoškolskoj nastavi matematike

Područje: Metodika nastave matematike.

Prikladno za studij: Matematika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: Obavezni predmeti.

Opis teme: U srednjoškolskoj nastavi, posebno u nastavi prirodnoslovnih predmeta, linearna regresija se često koristi. Njeno korištenje je poduprto jednostavnom primjenom tehnologije koja ipak ne omogućava razumijevanje same ideje linearne regresije. Stoga je cilj ovog diplomskog rada osmisliti realizaciju matematičke pozadine linearne regresije primjereno učenicima srednje škole, te izraditi niz primjera njene primjene.

Literatura:

D. C. Lay, *Linear Algebra and Its Applications*, 5th Edition, Pearson, 2016.

Mentor: Milin Šipuš Željka

Linearno programiranje u srednjoškolskoj nastavi matematike

Područje: Metodika nastave matematike.

Prikladno za studij: Matematika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: nema

Opis teme: U srednjoškolskoj nastavi matematike problemi kojima je u pozadini linearno programiranje mogu se prirodno pojaviti. Ti problemi obuhvaćaju sustave linearnih nejednadžbi i linearnu funkciju kojoj je potrebno odrediti ekstrem na skupu opisanom navedenim nejednadžbama. Cilj ovog rada je osmisliti realizaciju matematičke pozadine te teme i pristupe u rješavanju primjereno učenicima srednje škole, s posebnim naglaskom na tzv. geometrijskom pristupu.

Literatura:

C. Rorres, H. Anton, *Applications of Linear Algebra*, John Wiley & Sons, 1977.

Linearno programiranje, nastavni materijal projekta "STEM za svakoga", Gimnazija Bjelovar.

Mentor: Milin Šipuš Željka

Sustavi linearnih jednadžbi u srednjoškolskoj nastavi matematike

Područje: Metodika nastave matematike.

Prikladno za studij: Matematika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: nema

Opis teme: Cilj rada je osmisliti realizaciju tema iz linearne algebre primjereno učenicima srednjih škola, vezano uz sustave linearnih jednadžbi. Naglasak će biti na primjerima sustava s dvije ili tri jednadžbe i s dvije ili tri nepoznanice, njihovom matricnom zapisu, ispitivanju postojanja i jedinstvenosti rješenja, rješavanju pomoću metode Gaussovih eliminacija, te traženju najboljeg aproksimativnog rješenja u slučaju kada jednadžbe nisu konzistentne te rješenje ne postoji. Navedene teme u srednjoškolskoj nastavi matematike realizirale bi se koristeći strategije aktivne nastave.

Literatura:

D. C. Lay, *Linear Algebra and Its Applications*, 5th Edition, Pearson, 2016.

Mentor: Nakić Ivica

Izrada progresivnih web aplikacija

Područje: Računarstvo

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: znanje programiranja u Javascriptu

Opis teme: Cilj diplomskog rada je ilustrirati kako se korištenjem modernih Javascript tehnologija mogu izraditi složene web aplikacije koje izgledom i funkcionalnošću odgovaraju uobičajenim *desktop* aplikacijama. U diplomskom radu bit će dan pregled popularnih tehnologija za izradu PWA kao što su React, Preact, Vue.js, Angular i Ionic. Korištenje tih tehnologija biti će ilustrirano izradom jedne složenije aplikacije.

Literatura:

T. Ater, *Building Progressive Web Apps*, O'Reilly Media, 2017.

D. A. Hume, *Progressive Web Apps*, Manning Publications, 2017.

C. Love, *Progressive Web Application Development by Example*, Packt, 2018.

D. Sheppard, *Beginning Progressive Web App Development: Creating a Native App Experience on the Web*, Apress, 2017.

Mentor: Nakić Ivica

Digitalna obrada signala u glazbi

Područje: Obrada signala, računarstvo

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: poznavanje programskog jezika Python

Opis teme: Cilj diplomskog rada je dati uvod u digitalnu obradu signala u vremenskoj domeni s naglaskom na audio signale i računalnu glazbu. Teorijski rezultati trebaju biti ilustrirani u programskom jeziku Python.

Literatura:

T. H. Park, *Introduction to Digital Signal Processing: Computer Musically Speaking*, World Scientific, 2009.

V. Lazzarini, *Computer Music Instruments: Foundations, Design and Development*, Springer, 2017.

Mentor: Nakić Ivica

Web aplikacija za vizualizaciju hijerarhijskih podataka

Područje: Računarstvo

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika, Matematika i informatika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: poznavanje odgovarajućih web tehnologija

Opis teme: Hijerarhijski podaci su podaci međusobno povezani strogim hijerarhijskim vezama, koji se često modeliraju pomoću jednostavnih grafova.

Cilj diplomskog rada je napraviti web aplikaciju koja bi služila za izradu te vizualizaciju grafova dobijenih iz hijerarhijskih podataka. Aplikacija bi trebala imati mogućnost unosa i izvoza grafova u standardnim formatima te izvoz vizualizacija kao slika. U aplikaciji bi također bila implementirana izrada stabala podataka te pronalaženje putova među njima.

Literatura:

D. B. Copeland, *Rails, Angular, Postgres, and Bootstrap - Powerful, Effective, Efficient, Full-Stack Web Development*, 2. izdanje, The Pragmatic Bookshelf, 2017.

A. Freeman, *Pro Angular 6*, Apress, treće izdanje, 2018.

<http://js.cytoscape.org/>

Mentor: Nakić Ivica

Izrada web aplikacija pomoću okruženja Phoenix i programskog jezika Elixir

Područje: Računarstvo

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika, Matematika i informatika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: nema

Opis teme: Cilj diplomskog rada je opisati Phoenix, okruženja za izradu web aplikacija napisanu u programskom jeziku Elixir. Korištenje okruženja Phoenix treba biti ilustrirano izradom jedne aplikacije.

Literatura:

L. Holvorsen, *Functional Web Development with Elixir, OTP, and Phoenix*, The Pragmatic Bookshelf, 2017.

U. Almeida, *Learn Functional Programming with Elixir*, The Pragmatic Bookshelf, 2018.

S. St. Laurent, J. Eisenberg, *Introducing Elixir*, O'Reilly Media, drugo izdanje, 2017.

<https://hexdocs.pm/phoenix/Phoenix.html>

Mentor: Nogo Goranka

Analiza rješenja natjecateljskih zadataka za osnovnu školu iz predmeta Informatika

Područje: Metodika nastave informatike

Prikladno za studij: Matematika i informatika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: Nema

Opis teme: U radu će se analizirati natjecateljski zadaci iz predmeta Informatika za osnovnu školu, s naglaskom na nastavne sadržaje potrebne za njihovo rješavanje i složenost rješenja. Od studentice se očekuje da detaljno prouči zadatke koji se pojavljuju u kategorijama LOGO i Primjena algoritama za OŠ na školskim i županijskim natjecanjima i njihova rješenja te predloži, u slučajevima kada je to moguće, jednostavnija rješenja.

Literatura:

Obvezni udžbenici i pripadajuća dopunska nastavna sredstva iz matematike i informatike za osnovnu školu

Zadaci dostupni na <https://informatika.azoo.hr>

Mentor: Nogo Goranka

Digitalni alati za izradu nastavnih materijala u osnovnoj školi

Područje: Metodika nastave informatike

Prikladno za studij: Matematika i informatika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: Nema

Opis teme: Današnjim učiteljima je dostupan veliki broj digitalnih alata koji mogu poslužiti za izradu nastavnih materijala. Tako izrađeni materijali mogu se koristiti kako u nastavi tako i za samostalno učenje. U radu se analiziraju i kritički vrednuju digitalni alati za izradu nastavnih materijala u nastavi u osnovnoj školi. Od studentice se očekuje da obrazloži odabir alata i izradi primjere obrazovnih materijala za neke nastavne jedinice u nastavi informatike.

Literatura:

K. Dyer, *The ultimate list - 65 Digital Tools and Apps to Support Formative Assessment Practices*, 2018,

<https://www.nwea.org/blog/2018/the-ultimate-list-65-digital-tools-and-apps-to-support-formative-assessment-practices/>

I. Levin, D. Tsybulsky, *Optimizing STEM Education With Advanced ICTs and Simulations*, IGI Global, 2017

Digitalne tehnologije kao potpora praćenju i vrednovanju, CARNet, Zagreb, 2018

Mentor: Nogo Goranka

Usklađenost nastavnih sadržaja iz predmeta Matematika i Informatika o osnovnoj školi

Područje: Metodika nastave informatike

Prikladno za studij: Matematika i informatika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: Nema

Opis teme: U važećim kurikulumima nastavnih predmeta Matematika i Informatika naglašena je usklađenost s drugim predmetima smislu da se od učitelja očekuje da "... kreativno planira proces poučavanja i vremenski ga usklađuje s drugim predmetima". No, to je ponekad teško izvodivo. Od studentice se očekuje da temeljito prouči nastavne sadržaje oba predmeta, ukaže na nastavne cjeline/teme u kojima se javlja vremenska neusklađenost sadržaja, navede moguće probleme koji proizlaze iz toga te predloži rješenja.

Literatura:

Obvezni udžbenici i pripadajuća dopunska nastavna sredstva iz matematike i informatike za osnovnu školu

Mentor: Nogo Goranka

Izrada alata za učenje programiranja

Područje: Metodika nastave informatike

Prikladno za studij: Matematika i informatika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: Nema

Opis teme: U radu će se prvo analizirati neki od postojećih alata za učenje programiranja. Od studentice se očekuje da samostalno razvije i kritički vrednuje okruženje za učenje programiranja, bez kodiranja u nekom programskom jeziku. Okruženje će služiti kao podrška pomoću koje početnici u programiranju usvajaju osnovne koncepte programiranja.

Literatura:

Obvezni udžbenici i pripadajuća dopunska nastavna sredstva iz matematike i informatike za osnovnu školu

Mentor: Nogo Goranka

Kontekstualni zadaci u nastavi informatike u osnovnoj školi

Područje: Metodika nastave informatike

Prikladno za studij: Matematika i informatika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: Nema

Opis teme: Prema važećem kurikulumu nastavnoga predmeta Informatika najsnažniji čimbenik koji utječe na učenje je motivacija. Motivacija se, između ostaloga, može postići i uključivanjem zanimljivoga, realnoga konteksta. Od studenta se očekuje da detaljno prouči zadatke u odobrenim udžbenicima s naglaskom na sadržaj i tehnike rješavanja te predloži poboljšanja.

Literatura:

Obvezni udžbenici i pripadajuća dopunska nastavna sredstva iz informatike za osnovnu školu

Mentor: Paar Dalibor

Suvremena nastava fizike: mehanički valovi

Područje: Fizika

Prikladno za studij: Matematika i fizika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: nema

Opis teme: Znanstveno obrazovanje 21. stoljeća naglasak stavlja na problemski orijentiranu nastavu. U radu ćemo detaljno obraditi vrlo zahtjevnu temu iz nastave fizike - mehanički valovi. Koristeći suvremene metode i pristupe koji se grade oko fizikalnog pokusa kao centralnog dijela znanstvene metode pokazati ćemo kako se može postići puno bolje razumijevanje i kako se tema može interdisciplinarno povezati u svrhu stjecanja znanja i vještina koje su potrebne za zanimanja 21. stoljeća.

Literatura:

J. D. Cutnell, K. W. Johnson, *Physics*, 8th edition, J.Wiley&Sons, 2009.

Mentor: Paar Dalibor

Problemski orijentirana nastava fizike: mobilni uređaji kao laboratoriji

Područje: Fizika

Prikladno za studij: Matematika i fizika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: nema

Opis teme: Suvremeni obrazovni sustavi težište sa same teme poučavanja stavljaju na metode i vještine. To diskusije kada će neka tema biti prezentirana učeniku stavlja u drugi plan. U okviru nastave fizike danas imamo na raspolaganju širi spektar metoda i opreme kao što su mobilni uređaji koji omogućuju izvedbu učenicima zanimljive i poticajne problemski orijentirane nastave. U okviru ovog rada na konkretnim primjerima iz nastave fizike pokazat ćemo kako ju možemo učiniti zanimljivom, a učenici kroz istraživanja mogu steći praktična znanja i vještine.

Literatura:

J. D. Cutnell, K. W. Johnson, *Physics*, 8th edition, J.Wiley&Sons, 2009.

Mentor: Paar Dalibor

Suvremena nastava fizike: učeničke miskoncepcije o temperaturi i toplini

Područje: Fizika

Prikladno za studij: Matematika i fizika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: nema

Opis teme: Znanstveno obrazovanje 21. stoljeća naglasak stavlja na problemski orijentiranu nastavu. U radu ćemo detaljno obraditi učeničke miskoncepcije o temperaturi i toplini. Koristeći suvremene metode i pristupe koji se grade oko fizikalnog pokusa kao centralnog dijela znanstvene metode pokazati ćemo kako se može postići puno bolje razumijevanje i kako se tema može interdisciplinarno povezati u svrhu stjecanja znanja i vještina koje su potrebne za zanimanja 21. stoljeća.

Literatura:

J. D. Cutnell, K. W. Johnson, *Physics*, 8th edition, J. Willey & Sons, 2009.

Mentor: Pažanin Igor

Tok mikropolarnog fluida

Područje: Parcijalne diferencijalne jednačbe

Prikladno za studij: Primijenjena matematika

Preduvjeti: nema

Opis teme: Model mikropolarnog fluida osnovno je poopćenje klasičnog Navier–Stokesovog modela koji uzima u obzir i mikrostrukturu samog fluida te je kao takav iznimno važan sa stanovišta primjena. Polazeći od temeljnih zakona sačuvanja, u ovom radu izveli bi osnovne jednačbe koje opisuju tok mikropolarnog fluida te diskutirali pripadne rubne uvjete. Također, kako bi ilustrirali efekte mikrostrukture na tok fluida, bavili bi se i primjerima jednostavnih tokova za koje je moguće odrediti neka specijalna stacionarna rješenja.

Literatura:

G. Lukaszewicz, *Micropolar Fluids: Theory and Applications*, Birkhauser, 1999.

G. P. Galdi, *An Introduction to the Mathematical Theory of the Navier–Stokes Equations*, Vol I, Springer, 1997.

I. Aganović, *Uvod u rubne zadaće mehanike kontinuuma*, Element, 2003.

Mentor: Pejković Tomislav

Wolstenholmeov teorem

Područje: Teorija brojeva

Prikladno za studij: Teorijska matematika, Matematika; smjer: nastavnički, Matematika i informatika; smjer: nastavnički, Matematika i fizika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: nema

Opis teme: U radu će biti dokazan Wolstenholmeov teorem vezan uz kongruencije u kojima je modul potencija prostog broja. Bit će obrađene i neke generalizacije ovog teorema.

Literatura:

E. Alkan, *Variations on Wolstenholme's theorem*, Amer. Math. Monthly 101 (1994), no. 10, 1001–1004

R. Meštrović, *Wolstenholme's theorem: Its Generalizations and Extensions in the last hundred and fifty years (1862–2012)*,

<https://arxiv.org/abs/1111.3057>

V. Trevisan, K. Weber, *Testing the converse of Wolstenholme's theorem*, Mat. Contemp. 21 (2001), 275–286

Mentor: Pejković Tomislav

Grafički prikaz binarnih kvadratnih formi

Područje: Teorija brojeva

Prikladno za studij: Matematika; smjer: nastavnički, Matematika i informatika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: nema

Opis teme: J. H. Conway je uveo pojam topografa, binarnog stabla s oznakama koje omogućuje vizualni pristup kvadratnim formama. U ovom radu će se korištenjem tog pristupa proučiti osnovna svojstva definitnih, semidefinitnih i indefinitnih binarnih kvadratnih formi s cjelobrojnim koeficijentima.

Literatura:

D. A. Buell, *Binary quadratic forms. Classical theory and modern computations*, Springer-Verlag, New York, 1989.

J. H. Conway, *The sensual (quadratic) form*, With the assistance of Francis Y. C. Fung. Carus Mathematical Monographs, 26. Mathematical Association of America, Washington, 1997.

M. H. Weissman, *An illustrated theory of numbers*, American Mathematical Society, Providence, 2017.

Mentor: Pejković Tomislav

Razlomački skupovi

Područje: Teorija brojeva

Prikladno za studij: Teorijska matematika, Matematička statistika, Računarstvo i matematika, Matematika; smjer: nastavnički, Matematika i informatika; smjer: nastavnički, Matematika i fizika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: nema

Opis teme: Razlomački skup dobivamo uzevši kvocijent svakog para elemenata danog podskupa skupa prirodnih brojeva. U radu će biti promatrani uvjeti potrebni da razlomački skup bude gust u polju realnih brojeva ili u polju p -adskih brojeva za neki prost broj p .

Literatura:

B. Brown, M. Dairyko, S. R. Garcia, B. Lutz, M. Someck, *Four quotient set gems*, Amer. Math. Monthly 121 (2014), no. 7, 590–599

S. R. Garcia, Y. X. Hong, F. Luca, E. Pinsky, C. Sanna, E. Schechter, A. Starr, *p -adic quotient sets*, Acta Arith. 179 (2017), no. 2, 163–184

Mentor: Perše Ozren

Moduli nad domenama glavnih ideala

Područje: Algebra

Prikladno za studij: Teorijska matematika, Primijenjena matematika, Matematička statistika, Računarstvo i matematika, Financijska i poslovna matematika, Matematika; smjer: nastavnički, Matematika i fizika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: nema

Opis teme: U radu se planiraju obraditi osnovni strukturni teoremi za module nad domenama glavnih ideala.

Literatura:

J. J. Rotman, *Advanced Modern Algebra*, Prentice Hall, 2003.

Mentor: Podobnik Boris

VAR pristup: Credit Metrics

Područje: Financijska matematika

Prikladno za studij: Matematička statistika, Financijska i poslovna matematika

Preduvjeti: nema

Opis teme: Otkako je Banka za međunarodna poravnavanja u Baselu definirala zahtjeve na kapitalne pričuve, VAR metodologija postaje sve važnija u bankovnoj praksi. Od diplomskog rada se očekuje da izloži osnovne VAR koncepte. Posebnu pažnju poklonit će se Credit Metricsu originalno predloženom od strane J. P. Morgana u suradnji s drugim institucijama kao što su Moody.

Credit Metrics predstavlja korisno pomagalo u VAR modeliranju kreditiranja. Diplomski rad će primijeniti koncepte kao što su Generalizirana Pareto distribucija s teškim repovima, rating migracije kreditnih rejtinga, procjena neočekivanih gubitaka primjenom teorije ekstremne vrijednosti, da spomenemo neke.

Literatura:

A. Saunders, L. Allen, *Credit Risk Measurement*, John Wiley & Sons, Inc. Hoboken, New Jersey, 2010.

Mentor: Podobnik Boris

Redefinirani Fama French Three model za istočno-evropske narode EU

Područje: Financijska matematika

Prikladno za studij: Matematička statistika, Financijska i poslovna matematika

Preduvjeti: nema

Opis teme: Ovaj diplomski rad će koristiti verziju tro-faktorskog Fama French (FF) modela primjenjivog za EU zemlje koje su pristupile Uniji nakon 2004. Diplomski rad će pokazati kako standardni FF model pokazuje slabe rezultate kad se primijeni na ovaj set zemalja čime se potvrđuje da ekonomski modeli ne pokazuju univerzalnost i samim time ovise o stupnju razvoja pojedine zemlja. U redefiniranom modelu tržišnu vrijednost imovine zamijenit ćemo s nekim drugim članovima koji se koriste kao proksiji u računovodstvu. Pokazat ćemo kako ovaj redefinirani FF bolje objašnjava prinose nego standardni FF model.

Literatura:

J. Foye, D. Mramor, M. Pahor, Marko, *A Respecified Fama French Three Factor Model for the Eastern European Transition Nations* (March 4, 2016).

Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2742170> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2742170>

Mentor: Pokaz Dora**Suvoditelj:** Varošanec Sanja

Obla geometrijska tijela u školskoj matematici

Područje: geometrija**Prikladno za studij:** nastavnički studiji**Preduvjeti:** nema

Opis teme: U ovom diplomskom radu prikazat će se povijesni presjek pristupa oblim geometrijskim tijelima od stare Grčke do kompjuterskog modeliranja. Radi se o nastavnom sadržaju zastupljenom od 1. razreda osnovne škole kako u redovnoj tako i u dodatnoj nastavi matematike za nadarene učenike. Neizostavno je osvrnuti se i na broj π te na kuglu kao idealno tijelo iz davnih vremena. Također, obradit će se i Cavalierijev princip računanja obujma.

Literatura:

G. I. Gleizer, *Povijest matematike za školu*, Školske novine i HMD, Zagreb, 2003.

S. Gorjanc, E. Jurkin, I. Kodrnja, H. Koncul, *Deskriptivna geometrija*, Sveučilišni web-udžbenik, 2018.

www.grad.hr/geometrija/udzbenik

D. Palman, *Stereometrija*, Element, Zagreb, 2005.

Udžbenici i zbirke za srednje škole

Mentor: Pokaz Dora**Suvoditelj:** Varošanec Sanja

Platonova tijela

Područje: geometrija**Prikladno za studij:** nastavnički studiji**Preduvjeti:** nema

Opis teme: U podjeli geometrijskih tijela na oble i uglate, Platonova tijela čine važnu skupinu uglatih. Radi se o tetraedru, heksaedru, oktaedru, dodekaedru i ikosaedru. Ta posebna tijela poznata iz davnine obradit će se i uz pomoć moderne tehnologije. Također, pokazat će se na koji način se uvodi Cavalierijev princip računanja obujma na nivou srednje škole. Iako se heksaedar ili kocka nalazi u velikom broju dječjih i društvenih igara te se uvodi u nastavi matematike u prvom razredu osnovne škole, svakodnevno smo svjedoci da prevelik dio populacije ne razlikuje nazive kocke i kvadrata. Dio rada posvetit će se zato uvođenju uglatih geometrijskih tijela u školskoj matematici i istražiti će se radi li se o premalom udjelu geometrije u nastavnom planu i programu.

Literatura:

G. I. Gleizer, *Povijest matematike za školu*, Školske novine i HMD, Zagreb, 2003.

S. Gorjanc, E. Jurkin, I. Kodrnja, H. Koncul, *Deskriptivna geometrija*, Sveučilišni web—udžbenik, 2018.

www.grad.hr/geometrija/udzbenik

D. Palman, *Stereometrija*, Element, Zagreb, 2005.

Udžbenici i zbirke za srednje škole

Mentor: Poljak Nikola

Kolotur promjenjivog momenta inercije

Područje: Mehanika, Opća fizika

Prikladno za studij: Matematika; smjer: nastavnički, Matematika i fizika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: nema

Opis teme: Idealizirani klasični kolotur se sastoji od diska kroz čiji centar mase je provučena osovina oko koje disk može slobodno rotirati i jedan je od šest jednostavnih strojeva poznatih od davnina. Mehanika realnih kolotura uglavnom se razlikuje od idealiziranih u tome što realni koloturi često nemaju jednoliku raspodjelu mase. U diplomskom radu će student odrediti jednadžbe gibanja realnih kolotura kojima osovina ne prolazi kroz centar mase. Predviđene jednadžbe gibanja pokušat će se eksperimentalno provjeriti tako da se izradi kolotur promjenjivog momenta inercije i promjenjivog položaja centra mase. U zaključku rada će se vidjeti postoje li sustavi u kojima realni koloturi mogu pružiti mehaničku prednost u odnosu na idealizirane.

Literatura:

H. D. Young, R. A. Freedman, A. L. Ford, F. W. Sears, *Sears and Zemansky's university physics: With modern physics*, San Francisco, Pearson Addison Wesley, 2004.

arXiv 1707.00032: *A 3D printed wheel with constant mass and variable moment of inertia for lab and demonstration*

Mentor: Poljak Nikola

Ljudsko tijelo kao vodljivi spoj

Područje: Elektronika, Elektricitet, Opća fizika

Prikladno za studij: Matematika; smjer: nastavnički, Matematika i fizika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: nema

Opis teme: Jedan od osnovnih zakona koji opisuju vođenje struje je Ohmov zakon, koji govori da je iznos struje direktno proporcionalan naponu nanesenom na krajeve nekog vodiča. Za veliku većinu modernih elektroničkih elemenata ovaj zakon ne vrijedi. U diplomskom radu će se dizajnirati i izraditi elektronički sklop u kojem jedan tranzistor propušta struju kroz žarulju čak i na vrlo mali kontakt, koji će se ostvariti preko ruku neke osobe. Ovo je u direktnoj kontradikciji s klasičnim mišljenjem da je ljudsko tijelo slab vodič. Da bi se dodatno demonstriralo kako za takav sklop ne vrijedi Ohmov zakon, pokazat će se kako intenzitet svjetlosti žarulje ovisi o tome koliko osoba ostvaruje kontakt i pokušat se karakterizirati I-V karakteristika sklopa.

Literatura:

H. D. Young, R. A. Freedman, A. L. Ford, F. W. Sears, *Sears and Zemansky's university physics: with modern physics*, San Francisco, Pearson Addison Wesley, 2004.

<https://learn.sparkfun.com/tutorials/transistors/>

<http://www.easternvoltagegearch.com/bodylight10.html>

Mentor: Poljak Nikola

Leidenfrost efekt

Područje: Termodinamika, Opća fizika

Prikladno za studij: Matematika; smjer: nastavnički, Matematika i fizika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: nema

Opis teme: Ako se na tavu ugrijanu na 100 do 150 stupnjeva Celzija stavi kap vode, ona počne naglo isparavati i cijela kap naglo prolazi kroz fazni prijelaz u vodenu paru. No, ako se tava najprije ugrije na 200 do 250 stupnjeva Celzija i tad se stavi kap vode, donji sloj kapi naglo ispari i stvori sloj izolacije između ostatka kapi i tave. Ova pojava naziva se Leidenfrost efekt. Nakon stvaranja sloja pare, prijenos topline između tave i kapi postaje ograničen i kap počinje lebđiti na komadiću vodene pare. Temeljem ovog efekta fakiri mogu hodati po vrućem ugljenu ili je, npr., moguće na kratko vrijeme staviti ruku u tekuće olovo bez da se osoba ozlijedi. U diplomskom radu će student objasniti i reproducirati efekt tako što će izraditi aluminijsku posudica na tokarskom stroju pomoću koje će se voda zagrijavala na peći. Uz izradu, odredit će se funkcionalna ovisnost postizanja efekta o razlici temperatura vode i tave te toplinskoj vodljivosti tave.

Literatura:

D. Willey, *The Physics Behind Four Amazing Demonstrations*, Skeptical Inquirer 23 (6), 1999.

J. R. Welty, C. E. Wicks, R. E. Wilson, G. L. Rorrer, *Fundamentals of Momentum, Heat and Mass transfer*, 5th edition, John Wiley and Sons, Page 327

Mentor: Rajić Rajna

Primjene matrica u ravninskoj geometriji

Područje: Linearna algebra

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: Nema preduvjeta.

Opis teme: U diplomskom radu proučile bi se realne matrice reda 2 kojima se opisuju osnovne geometrijske transformacije ravnine kao što su rotacija oko ishodišta za dani kut, ortogonalna i kosa projekcija na pravac, zrcaljenje s obzirom na dani pravac, linearna izometrija ravnine i sl. Pokazalo bi se kako se matrice reda 2 primjenjuju pri svođenju jednadžbi konika na njihov kanonski oblik. Rezultati bi se potkrijepili brojnim primjerima.

Literatura:

V. Pop, O. Furdui, *Square Matrices of Order 2*, Springer International Publishing AG, 2017.

O. Bretscher, *Linear Algebra with Applications*, 5th Edition, Pearson, London, 2013.

T. Bedeković, B. Jandras, D. Žubrinić, *Matrične transformacije ravnine*, Math.e 1 (2004)

Mentor: Singer Saša

Programski jezici u nastavi informatike u osnovnoj školi

Područje: Metodika nastave informatike

Prikladno za studij: Matematika i informatika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: Metodika nastave informatike

Opis teme: U važećem kurikulumu nastavnog predmeta Informatika, Računalno razmišljanje i programiranje je jedna od četiri domene kojima se realiziraju ciljevi predmeta. Od studentice se očekuje da analizira programske jezike u udžbenicima za osnovnu školu te kritički vrednuje doprinos sadržaja odgojno-obrazovnim ciljevima predmeta Informatika.

Literatura:

Obvezni udžbenici i pripadajuća dopunska nastavna sredstva iz informatike za osnovnu školu.

Mentor: Singer Saša

Razvoj računalnih igara u alatu Unity

Područje: Umjetna inteligencija

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Umjetna inteligencija

Opis teme: Računalne igre nastale su zajedno s prvim računalima i, od prvog dana, imaju bitnu ulogu u razvoju raznih područja umjetne inteligencije. Analgono, gotovo svaki napredak u umjetnoj inteligenciji odmah se reflektira u računalnim igrama, tako da je umjetna inteligencija postala jedan od najzahtjevnijih i najzanimljivijih segmenata u razvoju računalnih igara.

Cilj rada je razviti jednu računalnu igru po izboru studenta, te opisati korištene algoritme umjetne inteligencije i razvojni alat Unity. Unity je pokretač igara (engl. game engine) kojeg je razvila tvrtka Unity Technologies, a namijenjen je razvoju videoigara i simulacija za različite platforme. Podržava 2D i 3D grafiku, “drag and drop” funkcionalnosti, te skriptiranje kroz programski jezik C#.

Literatura:

S. J. Russell, P. Norvig, *Artificial Intelligence: A Modern Approach*, Third ed., Prentice Hall (Pearson Education, Inc.), Upper Saddle River, New Jersey, 2010.

S. Blackman, *Beginning 3D Game Development with Unity 4: All-in-one, multiplatform game development*, Second ed., Apress, 2013.

Mentor: Singer Saša

Verifikacija potpisa

Područje: Umjetna inteligencija, strojno učenje

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Umjetna inteligencija

Opis teme: Verifikacija potpisa jedan je od čestih zadataka u forenzičkoj analizi dokumenata. Problem najčešće rješavaju posebno trenirani ispitivači dokumenata, koji odgovaraju na pitanje: *Podudara li se dani potpis Q s već poznatim potpisima K osobe A .* Trening takvih ispitivača traje godinama te jedino oni mogu donositi zaključke direktno promatrajući već poznate potpise nekog subjekta.

U ovom diplomskom promatrat će se mogućnost automatizacije tog procesa, koja bi, na kraju, trebala dati veću preciznost nego čovjek. Brzina treninga algoritma je daleko veća nego u ljudi, a sam algoritam bi trebao biti u mogućnosti sagraditi više slojeva apstrakcije za razumijevanje problema verifikacije potpisa. Također, automatizacijom možemo dodavati nove potpise te time povećati skup poznatih potpisa nekog subjekta, čime će se povećati preciznost predloženih modela.

Literatura:

R. Plamondon (ed.), *Progress in Automatic Signature Verification*, World Scientific Publishing Co., River Edge, NJ, USA, 1994.

<https://www.worldscientific.com/worldscibooks/10.1142/2440>

M. Mohri, A. Rostamizadeh, A. Talwalkar, *Foundations of Machine Learning*, MIT Press, Second Edition, 2018.

<https://cs.nyu.edu/~mohri/mlbook/>

CS231n: *Convolutional Neural Networks for Visual Recognition*, Stanford University, Spring 2017, Course Notes, Module 2,

<http://cs231n.github.io/convolutional-networks/>

I. Goodfellow, Y. Bengio, A. Courville, *Deep Learning*, Online book (Amazon), MIT Press, Dec 2016.

<http://www.deeplearningbook.org/>

PyTorch, open source platforma za duboko učenje,

<https://pytorch.org/>

Mentor: Singer Saša

Duboke neuronske mreže

Područje: Umjetna inteligencija

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Umjetna inteligencija

Opis teme: Duboke neuronske mreže su neuronske mreže s tri ili više slojeva. U ovom diplomskom radu će se usporediti razne arhitekture takvih mreža i analizirati njihova primjena te pripadajući algoritmi učenja.

Student će u sklopu rada riješiti neki od problema po izboru, pogodan za primjenu dubokih neuronskih mreža, koristeći programski jezik Python i pripadajuće biblioteke.

Literatura:

I. Goodfellow, Y. Bengio, A. Courville, *Deep Learning*, Online book (Amazon), MIT Press, Dec 2016.

<http://www.deeplearningbook.org/>

TensorFlow, biblioteka za implementaciju neuronskih mreža

<https://www.tensorflow.org/tutorials/>

Mentor: Singer Saša

Algoritmi za kompresiju podataka

Područje: Oblikovanje i analiza algoritama

Prikladno za studij: Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Oblikovanje i analiza algoritama

Opis teme: Algoritmi za kompresiju podataka nastoje ulazne podatke kodirati u nekom obliku koji sadrži manje bitova od podataka u originalnom obliku. Razlikujemo algoritme koji komprimiraju podatke bez gubitaka originalnih informacija i one kod kojih gubimo neku količinu informacija, koja nije bitna za odgovarajuću primjenu. Također, razlikujemo algoritme za opću kompresiju i algoritme za kompresiju specifičnih formata.

U ovom diplomskom radu naglasak će biti na algoritmima za opću kompresiju. Rad bi se sastojao od dva dijela. U prvom dijelu, cilj je napraviti kraći pregled teorije kompresije, a zatim, pregled algoritama za opću kompresiju podataka. Uz to, bit će opisani i praktično uspoređeni algoritmi za kompresiju jednog odabranog specifičnog formata.

Literatura:

G. E. Blelloch, *Introduction to Data Compression*, Computer Science Department, Carnegie Mellon University, 2013.

<https://www.cs.cmu.edu/afs/cs/project/pscico-guyb/realworld/www/compression.pdf>

S. Deorowicz, *Universal lossless data compression algorithms*, PhD thesis, Silesian University of Technology, Gliwice, Poland, 2003.

<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.128.6840&rep=rep1&type=pdf>

Data compression (i literatura na toj stranici),

https://en.wikipedia.org/wiki/Data_compression

Mentor: Slijepčević Siniša

Spektralni teorem za normalne operatore i primjena u ergodskoj teoriji

Područje: Dinamički sustavi, Funkcionalna analiza

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis teme: U radu će se obraditi spektralni teorem za normalne operatore i primjene na ergodske teoreme.

Literatura:

T. Eisner, B. Farkas, M. Haase, R. Nagel, *Operator Theoretic Aspects of Ergodic Theory*, Springer, 2015.

Mentor: Slijepčević Siniša

Atraktori beskonačno dimenzionalnih disipativnih sustava

Područje: Dinamički sustavi

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis teme: U radu će se obraditi osnove teorije atraktora beskonačno dimenzionalnih disipativnih sustava, uključujući kao primjere nekoliko evolucijskih parcijalnih diferencijalnih jednažbi.

Literatura:

I. D. Chueshov, *Introduction to the Theory of Infinite Dimensional Dissipative Systems*, Acta Scientific Publishing House, Kharkiv, Ukraine, 2002.

Mentor: Slijepčević Siniša

Korištenje regresijskih metoda u kreditnom skoringu

Područje: Financijska matematika, statistika

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis teme: U radu će se obraditi (ponoviti) osnove višeparametarske linearne regresije te vezani rezultati iz statistike. Nakon toga obradit će se osnove kreditnog skoringa u bankarstvu, te primjene metoda linearne regresije na kreditni skoring.

Literatura:

L. C. Thomas, D. B. Edelman, J. N. Crook, *Credit Scoring and its Applications*, SIAM, 2002.

Mentor: Slijepčević Siniša

Linearna regresija u aktuarstvu

Područje: Financijska matematika, statistika

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: nema

Opis teme: U radu će se obraditi statistički teorijski temelji višeparametarske regresije. Nakon toga će se na primjerima proučiti primjena linearne regresije u aktuarstvu.

Literatura:

E. W. Frees, *Regression Modelling with Actuarial and Financial Applications*, Cambridge University Press, Cambridge, 2010.

Mentor: Starčević Maja

Jednadžbe i funkcije s realnim parametrom

Područje: Algebra, analiza

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: -

Opis teme: Algebra i funkcije matematički je sadržaj koji se pojavljuje već u 2. obrazovnom ciklusu, točnije u 6. razredu osnovne škole i dio je matematičkog obrazovanja sve do kraja srednje škole. Na kraju srednjoškolskog obrazovanja, vezano uz ovaj matematički sadržaj, očekujemo da će učenici moći:

- prepoznati i razumjeti zakonitosti, odnose, ovisnosti, veze i funkcije u matematici i realnom svijetu, te generalizirati na temelju njih;
- prikazati i analizirati matematičke situacije i strukture upotrebom algebarskih simbola i notacije, te grafova i dijagrama;
- spretno rabiti algebarske izraze pri rješavanju praktičnih problema;
- rabiti matematičke modele za prikazivanje i razumijevanje kvantitativnih odnosa;
- analizirati promjene u različitim kontekstima.

U ostvarivanju navedenih učeničkih postignuća veliku ulogu ima razumijevanje koeficijenata i parametara jednadžbi i funkcija. Tema ovog diplomskog rada je kako primjena računala u nastavi matematike može pomoći u lakšem razumijevanju rješenja jednadžbi, sustava jednadžbi te ponašanja funkcija, odnosno grafova funkcija u ovisnosti o parametrima. Konkretno, različiti matematički zadaci riješit će se u programu Geogebra, te će se osmisliti odgovarajući pristup poučavanja kako bi učenici što lakše sami uočili i razumjeli važnost parametara u jednadžbama i funkcijama.

Literatura:

G. Paić, Ž. Bošnjak, B. Čulina, *Matematički izazovi* 6, 7, 8; udžbenici i zbirke zadataka, Alfa, Zagreb, 2014.
B. Dakić, N. Elezović, *MATEMATIKA* 1, 2, 3, 4; udžbenici i zbirke zadataka za prirodoslovne gimnazije, Element, Zagreb, 2006.

Mentor: Starčević Maja

Primjena grafičkih metoda u nastavi matematike

Područje: Geometrija, algebra, analiza

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: -

Opis teme: Iako je opće poznato da se mnoge informacije lakše usvajaju uz pomoć vizualizacije, u podučavanju matematike ta se činjenica često zanemaruje te se prednost daje algebarskim metodama nad grafičkim. U ovom radu opisat će se primjena grafičkih metoda pri rješavanju problema iz raznih područja matematike kroz osnovno i srednjoškolsko obrazovanje. Kroz spektar tema od prvog razreda do državne mature usporedit će se efikasnost i metodička korisnost grafičke metode s obzirom na druge metode te će se razmotriti nove primjene i mogućnosti. Cilj rada je nastavnicima dati uvid u razne primjene grafičkih metoda te ih potaknuti na njihovo korištenje tijekom poučavanja i planiranja aktivnosti.

Literatura:

- P. Mladinić, *Grafičko računalo ili(ti) grafičko rješavanje problema*, HMD, 1999.
 D. Jelenčić, M. Starčević, *Grafičko rješavanje sustava jednadžbi s apsolutnim vrijednostima*, Poučak 17 (2016), br. 66, 14–23
 B. Rosken, K. Rolka, *A picture is worth a 1000 words - The role of visualization in mathematics learning*,
www.emis.de/proceedings/PME30/4/457.pdf
 J. Hoven, B. Garelick, *Singapore Math: Simple or Complex?*, Educational Leadership 65 (2007), br. 3, 28–31
 Udžbenici za osnovnu i srednju školu

Mentor: Starčević Maja

Koordinatni sustavi

Područje: Geometrija, analiza

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: -

Opis teme: U radu će biti prikazane osnove različitih vrsta koordinatnih sustava, način zapisivanja koordinata, prikaz jednadžbi nekih vrsta krivulja te zapis nekih operatora u tim sustavima, kao i moguće primjene. Osim pravokutnog sustava potrebno je obraditi i cilindrički, sferni i kosokutni sustav, te neke manje poznate koordinatne sustave kao što su npr. parabolički, elipsoidalni, konički sustav ili pak Boyer-Lindquistov, Brinkmannov, Lemaitreov, Rindlerov sustav...

Literatura:

L. P. Eisenhart, *Coordinate geometry*, Dover publications, 1967.
P. C. Matthews, *Vector calculus*, Springer, 1998.

Mentor: Sunko Denis

Valne funkcije identičnih čestica

Područje: Funkcionalna analiza, kombinatorika, algebarska geometrija

Prikladno za studij: Matematika i fizika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: nema

Opis teme: Valne funkcije se obično shvaćaju sa stajališta funkcionalne analize, kao vektori u Hilbertovom prostoru kvantnih stanja. Međutim, čim je broj identičnih čestica veći od jedan, pojavi se i specifična algebarska struktura, koja isti Hilbertov prostor generira kao graduiranu algebru nad prstenom simetričnih polinoma. Već i veoma mali primjeri 2–4 čestice otvaraju niz zanimljivih pitanja međuodnosa ta dva načina gledanja. Ovisno o afinitetu i predznanju studenta, u diplomskom radu bi se načelo neko od tih pitanja, možda i na razini samo jednog konkretnog primjera. Moguća pitanja uključuju: (1) klasifikaciju generatora algebre s obzirom na permutacije (preimenovanja) Kartezijevih osi; (2) korištenje algebarske strukture za nalaženje "dobrih" varijacionih funkcija; (3) vizualizaciju nodalnih hiperploha, tj. geometrijskih mjesta točaka gdje mnogočestična valna funkcija iščezava.

Literatura:

J. J. Sakurai, *Modern Quantum Mechanics*, Revised Edition, Addison–Wesley 1994., poglavlja 2.3, 5.4 i 6.

D. J. Griffiths, *Introduction to Quantum Mechanics*, Prentice Hall 1995., poglavlja 2.3, 5 i 7.

Mentor: Sušac Ana

Učeničko razumijevanje vektora u različitim kontekstima

Područje: Edukacijska istraživanja u fizici

Prikladno za studij: Matematika i fizika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: nema

Opis teme: Edukacijska istraživanja u fizici pokazala su da učenici imaju značajne poteškoće u razumijevanju vektora. Prijašnja istraživanja također su pokazala da strategije u rješavanju zadataka često ovise o kontekstu zadatka. Cilj je ovog diplomskog rada istražiti učeničko konceptualno i proceduralno razumijevanje osnovnih pojmova vezanih uz vektore na primjeru izomorfnih zadataka iz matematike i fizike.

Literatura:

P. Barniol, G. Zavala, *Test of understanding of vectors: A reliable multiple-choice vector concept test*, Phys. Rev. ST Phys. Educ. Res. 10 (2014), 010121.

P. Barniol, G. Zavala, *Force, velocity, and work: The effects of different contexts on students' understanding of vector concepts using isomorphic problems*, Phys. Rev. ST Phys. Educ. Res. 10 (2014), 020115.

Mentor: Sušac Ana

Učeničko razumijevanje oblika, pretvorbe i očuvanja energije

Područje: Edukacijska istraživanja u fizici

Prikladno za studij: Matematika i fizika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: nema

Opis teme: Energija je jedan od temeljnih koncepata u fizici i razvoj učeničkog razumijevanja različitih aspekata energije važan je cilj nastave fizike u osnovnoj i srednjoj školi. Cilj je ovog diplomskog rada istražiti razumijevanje različitih oblika energije, pretvorbe i prijenosa energije te očuvanja energije kod učenika osnovnih i srednjih škola.

Literatura:

K. Neumann, T. Viering, W. J. Boone, H. E. Fischer, *Towards a learning progression of energy*, Jou. Res. Sci. Teach. 50 (2) (2013), 162–188

S. T. Opitz, U. Harms, K. Neumann, K. Kowalzik, A. Frank, *Students' energy concepts at the transition between primary and secondary school*, Res. Sci. Educ. 45(5) (2015), 691–715

Mentor: Šiftar Juraj

Pravokutni trokuti s racionalnim stranicama zadane površine

Područje: Geometrija, teorija brojeva

Prikladno za studij: Matematika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: nema

Opis teme: Istraživanje mogućih vrijednosti površine pravokutnog trokuta sa cjelobrojnim, odnosno racionalnim duljinama stranica, u povijesti matematike seže sve do Diofanta pa preko arapskih matematičara u 10. stoljeću i Fibonaccija u 13. stoljeću do formuliranja veze s teorijom eliptičkih krivulja u suvremenoj matematici. U ovom diplomskom radu prikazat će se jedan noviji pristup, blizak elementarnoj geometriji, kojim se pokazuje kako se iterativno može konstruirati beskonačno mnogo pravokutnih trokuta s racionalnim duljinama stranica i zadanom vrijednosti površine A , i to za svaku vrijednost A za koju postoji barem jedan odgovarajući trokut (tzv. kongruentni broj A). Problem će se razmatrati i u kontekstu eliptičkih krivulja, gdje se dokazuje da je skup svih promatranih trokuta površine A konačno generiran, u smislu aritmetike na eliptičkoj krivulji.

Literatura:

S. Chan, *Rational Right Triangles of a Given Area*, Amer. Math. Monthly 125(8) (2018), 689–703

J. H. Silverman, J. T. Tate, *Rational Points on Elliptic Curves*, Undergraduate Texts in Mathematics, Springer, 2015.

J. Brown, *Congruent Numbers and Elliptic Curves*,

<http://www.math.clemson.edu/~jimlb/congruentnumberslong.pdf>

Mentor: Šikić Hrvoje

Benfordov zakon i Fourierovi redovi

Područje: Primijenjena matematika

Prikladno za studij: Primijenjena matematika, Matematička statistika, Računarstvo i matematika, Financijska i poslovna matematika, Matematika i informatika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: Fourierovi redovi i primjene, Vjerojatnost i statistika

Opis teme: Cilj rada je proučiti Benfordov zakon i njegove primjene. Pristup zakonu će biti putem Fourierovih redova. Pokazani će biti neki teorijski rezultati poput ekvidistribuiranosti nizova i Benfordovog zakona za prve znamenke potencija nekih brojeva. Jednom kad je zakon izveden navedene će biti neke primjene poput onih u ekonomiji i astronomiji.

Literatura:

A. Berger, T. Hill, *An introduction to Benford's law*, Princeton (N.J.), Princeton University Press, 2015.

M. Nigrini, *Benford's Law: Applications For Forensic Accounting, Auditing, And Fraud Detection*, John Wiley and Sons, 2012.

H. Šikić, *Fourierovi redovi i primjene: bilješke s predavanja i vježbi*, PMF, Matematički odsjek, Zagreb, 2017.

Mentor: Šikić Hrvoje

Ovisnost uređaja vektora rizika i portfelja

Područje: Financijska i poslovna matematika

Prikladno za studij: Matematička statistika, Financijska i poslovna matematika

Preduvjeti: Financijsko modeliranje 1 i 2, Slučajni procesi

Opis teme: U ovom radu bavimo se konveksnim rizikom združenog realnog portfelja u diskretnom modelu. Rizik ćemo definirati preko uređaja, a ne kao stohastički slučajni vektor, odnosno promatrati ćemo rizik portfelja sa strane ovisnosti uređaja te promotriti strukturu ovisnosti unutar iste Fréchet-ove klase. Na tako definirani rizik, s teorijske strane, moguće je promatrati utjecaj konveksnog rasta marginalnih distribucija te problem povećanja pozitivne ovisnosti što nam s pozicije primjene daje uvid u povećanje rizičnosti portfelja.

Literatura:

L. Rüschendorf, *Mathematical Risk Analysis*, Springer Verlag, Berlin Heidelberg, 2013.
G. Kimeldorf, R. A. Sampson, *A framework for positive dependance*, Annals of the Institute of Statistical Mathematics, Volume 41, 1989.

Mentor: Šikić Hrvoje

Model dvostrukog smanjenja

Područje: Aktuarska matematika

Prikladno za studij: Matematička statistika, Financijska i poslovna matematika

Preduvjeti: Uvod u aktuarsku matematiku

Opis teme: Većina polica životnog osiguranja prvenstveno se odnosi na slučaj smrti neovisno o uzroku smrti. Postoje police koje sadrže dopunske klauzule o isplati većeg iznosa nakon smrti osiguranika ako do smrti nije došlo prirodnim putem već je smrt posljedica određenog nesretnog slučaja, npr. posljedica automobilske nesreće. U takvim policama struktura isplata i premije ovise o vremenu do smrti i uzroku smrti. Model doživljenja koji uključuje dva slučajna mehanizma, vrijeme do smrti i uzrok smrti poznat je kao model višestrukog smanjenja.

U ovom radu najprije će se definirati osnovni pojmovi modela dvostrukog smanjenja (model višestrukog smanjenja koji razmatra samo dva uzroka smrti). Nakon toga, izložit će se osnovne činjenice o strukturi i konstrukciji tablica dvostrukog smanjenja. Na kraju će se izvesti formula za premiju u modelu dvostrukog smanjenja.

Literatura:

N. L. Bowers Jr., H. U. Gerber, J. C. Hickman, D. A. Jones, C. J. Nesbitt, *Actuarial mathematics* (2nd ed.), The Society of Actuaries, 1997.

S. R. Deshmukh, *Multiple Decrement Models in Insurance: an Introduction Using R*, Springer India, 2012.

Mentor: Šikić Hrvoje

Ekvilibrij u financijskoj teoriji u diskretnom vremenu

Područje: Financijska i poslovna matematika

Prikladno za studij: Matematička statistika, Financijska i poslovna matematika

Preduvjeti: Financijsko modeliranje 1 i 2, Vjerojatnost i statistika

Opis teme: U ovoj radnji bavimo se matematičkom teorijom financijskog tržišta. Ono se može opisati aksiomatski koristeći vektorsku i matričnu analizu. Takav pristup omogućuje i opis stanja kada se tržište nalazi u ekvilibriju. S pozicija primjene to je poželjno stanje, jer u njemu, barem u teorijskom modelu, imamo kontrolu osnovnih financijskih veličina vezanih uz tržište. Ako tržište nije u ekvilibriju ta saznanja se gube i u primjeni to odgovara stanju krize na tržištu. Modeliranje u neprekidnom vremenu je tehnički vrlo zahtjevno, ali se mnoge pojave mogu dobro razumjeti i u pojednostavljenom modelu, kod kojeg imamo diskretno vrijeme.

Literatura:

RoseAnne Dana, M. Jeanblanc, *Financial Markets in Continuous Time*, Springer Verlag, Berlin Heidelberg, 2003.

I. Gjenero, *Arrow Debreu general equilibrium model*, The lecture presented at the Mathematical Colloquium in Osijek organized by Croatian Mathematical Society Division Osijek, 1995.

D. Cass, *Incomplete Financial Markets and Indeterminacy of Competitive Equilibrium*, University of Pennsylvania.

Mentor: Šikić Tomislav

Kontekstualizacija nastave matematike u okviru projekta Večer matematike

Područje: Metodika nastave matematike, Popularizacija matematike

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: Metodika nastave 1 i 2

Opis teme: Večer matematike je skup interaktivnih radionica koje potiču izgradnju pozitivnog stava prema matematici. Sudjelovanje u zabavnim aktivnostima otkriva često zaboravljenu zabavnu stranu matematike, stvara nove ideje o tome što matematika jest i čime se bavi te dokazuje da matematičke probleme mogu modelirati i učenici u najmlađoj dobi. Spomenuti projekt traje već šest godina i u tom razdoblju nastao je, između ostalog, i veliki broj kontekstualnih primjera i zadataka. U sklopu ovog diplomskog rada kandidatkinja će proučiti i sistematizirati sve takve dostupne primjere. Posebice će biti obrađena poveznica između kontekstualizacije i trajne motivacije za učenje matematike kod učenika osnovnih škola.

Literatura:

E. Anderman, L. H. Anderman, *Classroom motivation*, second edition, Merrill, 2010.
E. Behrends, N. Crato, J. F. Rodrigues, *Raising Public Awareness of Mathematics*, Springer Science & Business Media, 2012.

<https://web.math.pmf.unizg.hr/nastava/metodika/materijali.php>

<http://www.vecermatematike.hr/materijali-i-zadaci/>

Mentor: Šikić Tomislav

Kvadratne forme i krivulje i plohe drugog reda

Područje: Primijenjena matematika, Teorija operatora, Metodika nastave matematike

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: Linearna algebra 1 i 2

Opis teme: U uvodnom djelu bit će dan kratak presjek definicija i teorema vezanih uz koordinatizaciju linearnih operatora na dvodimenzionalnim i trodimenzionalnim vektorskim prostorima. Također će biti obrađeni osnovni pojmovi algebre kvadratnih matrica. Bit će objašnjena poveznica između nultočaka polinoma drugog stupnja dviju i triju varijabli te krivulja i ploha 2. stupnja. Uvođenjem pojmova kvadratne forme i njene definitnosti klasificirat će se krivulje i plohe 2. reda.

Literatura:

S. Kurepa, *Uvod u linearnu algebru*, Školska knjiga, Zagreb, 1975.

N. Elezović, *Linearna algebra*, Element, Zagreb, 1995.

L. Čaklović, *Zbirka zadataka iz linearne algebre*, Školska knjiga, Zagreb, 1985.

A. Aglič, N. Elezović, *Linearna algebra - Zbirka zadataka*, Element, Zagreb, 2006.

Mentor: Škoda Zoran

Intuicionistička i homotopska teorija tipova

Područje: matematička logika, topologija, teorija kategorija

Prikladno za studij: Teorijska matematika

Preduvjeti: nema

Opis teme: Teorija tipova je pristup u simboličkoj logici u kojem svaki term ima određeni tip (primjerice, ako je \mathbf{R} tip realnih brojeva, tada $r : \mathbf{R}$ označava da je r tipa realnih brojeva). U jednom proširenju tog pristupa, teoriji zavisnih tipova, moguće je da tip C zavisi o elementima nekog drugog tipa A , odnosno da postuliramo za svaki x tipa A tip $C(x)$. Tipovi su korisni u računarstvu (teorija programskih jezika, sustavi formalne verifikacije) i zasnivanju matematike, gdje teoriju skupova možemo zamijeniti adekvatnom teorijom tipova. Intuicionistička matematika je jedan od konstruktivnih pristupa matematici. U njoj Heytingove algebre preuzimaju ulogu koju Booleove algebre imaju u klasičnoj logici. Osim kod zasnivanja matematike, intuicionistička logika se pojavljuje i kao logika inducirana nekim praktičnim matematičkim konstrukcijama. Tako je unutarnja logika Grothendieckovih toposa, važne klase kategorija s geometrijskom interpretacijom, intuicionistička. Unutarnji jezik toposa je Mitchell–Benabouov jezik koji ima tzv. Kripke–Joyalovu semantiku. Intuicionistička teorija tipova konstruktivna je varijanta teorije zavisnih tipova koju je uveo Martin–Löf. Nedavno je nađena nova interpretacija intuicionističke teorije tipova u homotopskoj teoriji. Voevodsky je dodao i novi aksiom univalentnosti. Studij intuicionističke teorije tipova, često s dodanim aksiomima kao što je aksiom univalentnosti, nazivamo homotopskom teorijom tipova. Zanimljivo je da modeli homotopske teorije tipova uključuju homotopske analogone toposa. Prema Voevodskom, homotopska teorija tipova može se shvaćati kao novi pristup zasnivanju moderne matematike gdje su elementi skupova zamijenjeni komponentama povezanosti novih objekata u koje su principi homotopije ugrađeni od samog početka. Cilj diplomskog rada je napraviti pregled osnovnih ideja homotopske teorije tipova, kategorijskog tumačenja njenih aksioma, njene geneze u intuicionističkoj logici, teoriji toposa i homotopskoj teoriji. Poželjno je izložiti poneki primjer matematičkih konstrukcija koje su jednostavnije u tom pristupu nego u tradicionalnom pristupu matematici.

Literatura:

Homotopy Type Theory: Univalent Foundations of Mathematics, Princeton, Institute for Advanced Studies, 2013.

nLab, wiki za teoriju kategorija u matematici, fizici i filozofiji,

<https://ncatlab.org>

I. Moerdijk, S. MacLane, *Sheaves in geometry and logic*, Springer 1992.

A. Joyal, *A crash course in topos theory*, 4 lekcije November 2015, IHÉS (video youtube.com)

Mentor: Šmuc Tomislav

Interpretabilnost modela dubokog učenja

Područje: Strojno učenje

Prikladno za studij: Matematička statistika, Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Poželjno predznanje iz kolegija Strojno učenje

Opis teme: Upotreba dubokih neuronskih mreža za zahtjevne probleme postaje sve veća i veća. U zadnjih par godina imali smo prilike svjedočiti njihovim vrlo dobrim performansama u različitim primjenama, a koje sustižu i sposobnosti samih ljudskih eksperata. No još uvijek se u najčešćem broju primjena ti modeli smatraju crnom kutijom za koje često ni sam autor ne može dovoljno dobro objasniti kako i zašto funkcionira. S obzirom na primjene ovih tehnika u područjima kao što su autonomna vozila ili medicinska dijagnostika, gdje je poznavanje pouzdanosti modela i rizika u njihovoj primjeni od iznimne važnosti, postoji i velika potreba za tehnikama koje će na ljudski razumljiv način interpretirati modele, odnosno omogućiti ljudsku/ekspertsku procjenu njihove robustnosti. U ovom radu ćemo se baviti proučavanjem tih tehnika, uključujući vizualizaciju i dijagnostiku naučenih reprezentacija dubokih modela, s naglaskom na interpretabilnosti i objašnjenju funkcionalnosti konvolucijskih neuronskih mreža.

Literatura:

Q. Zhang, S. Zhu, *Frontiers Inf Technol Electronic Eng* (2018) 19: 27

<https://doi.org/10.1631/FITEE.1700808>

Q. Zhang, Y. N. Wu, S. C. Zhu, *Interpretable convolutional neural networks*, arXiv preprint, 2017, arXiv:1710.00935, 2(3), 5.

B. Kim, M. Wattenberg, J. Gilmer, C. Cai, J. Wexler, F. Viegas, *Interpretability beyond feature attribution: Quantitative testing with concept activation vectors (tcav)* In International Conference on Machine Learning, 2018., 2673–2682

CVPR18: Tutorial: Part 1: Interpretable Machine Learning for Computer Vision,

<https://interpretablevision.github.io/>

Mentor: Šmuc Tomislav

Algoritmi strojnog učenja za analizu preživljenja

Područje: Strojno učenje

Prikladno za studij: Matematička statistika, Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Matematička statistika, Strojno učenje

Opis teme: Točno predviđanje vremena pojavljivanja nekog događaja od interesa osnovni je problem u longitudinalnoj analizi podataka. Jedan od glavnih izazova u tom kontekstu jesu primjeri kod kojih se događaj od interesa ne može promatrati nakon određenog vremena, ili se on uopće nije dogodio tijekom razdoblja praćenja. Ovaj se fenomen naziva cenzuriranje, a analitičke tehnike kojima se učinkovito rješavaju takvi problemi, analize preživljenja. Tradicionalno se u takvim analizama koriste statistički pristupi kako bi se riješio problem cenzuriranja, no u novije vrijeme neki su od algoritama strojnog učenja prilagođeni da se mogu učinkovito primijeniti na podatke o preživljenju, odnosno longitudinalne podatke sličnog karaktera. Cilj diplomskog rada jest dati pregled tradicionalnih statističkih metoda i tehnika strojnog učenja koje se koriste u analizi preživljenja. Također, rad bi trebao rezultirati primjenom ovih metoda u jednoj ili više različitih domena iz realnog svijeta.

Literatura:

P. Wang, Y. Li, C. K. Reddy, *Machine Learning for Survival Analysis: A Survey*, ACM Comput. Surv. 1(1), Article 1, 2017.

D. G. Kleinbaum, M. Klein, *Survival Analysis A Self-Learning Text*, 3rd Edition, 2012.

Mentor: Šmuc Tomislav

Probabilistički programski sustav za izvođenje upita o implikacijama u podacima

Područje: Strojno učenje

Prikladno za studij: Matematička statistika, Računarstvo i matematika, Matematika i informatika; smjer: nastavnički

Preduvjeti: Vjerojatnost i statistika, Strojno učenje

Opis teme: Dvije trenutno najčešće polazišne metodologije za razvoj naprednih sustava umjetne inteligencije su duboko učenje, te Bayesovo ili probabilističko strojno učenje. Nagli uspon primjene modela dubokog učenja uvelike je potaknut dostupnošću programskih okvira koji omogućuju automatsku diferencijaciju i izračunavanje gradijenata za proces optimizacije funkcije cilja dubokih modela, koji je jedna od osnovnih sastavnica njihovog učenja. S druge strane, opis i rješavanje različitih problema nadziranog, polunadziranog i nenadziranog zaključivanja unutar probabilističkog strojnog učenja pruža probabilističko programiranje, čija je osnovna ideja oblikovanje probabilističkog modela kroz računalni program korištenjem određenog programskog jezika. Probabilistički programski sustav BayesDB omogućuje korisniku izravno provođenje upita o implikacijama u podacima bez potrebe za programiranjem probabilističkih modela, tako pružajući jedinstveno sučelje između modela probabilističkog strojnog učenja i same baze podataka. U ovom radu opisat će se struktura i implementacija probabilističkih modela unutar sustava BayesDB. Za postavljanje upita koristi se BQL (jezik sličan SQL-u). Pokazat će se kako sustav BayesDB automatski izgrađuje viševarijantne generativne modele iz podataka kroz ugrađenu sintezu probabilističkih programa kao i mogućnost njihovog proizvoljnog oblikovanja. Cilj je pokazati sveobuhvatnu primjenu BayesDB sustava kroz više studija slučaja.

Literatura:

BayesDB, <http://probcomp.csail.mit.edu/bayesdb/>

Ghahramani, Zoubin, *Probabilistic machine learning and artificial intelligence*, Nature 521.7553 (2015): 452.

J. W. Van de Meent, B. Paige, H. Yang, F. Wood, *An Introduction to Probabilistic Programming*, 2018., arXiv preprint arXiv:1809.10756.

F. Saad, V. A. Mansinghka, *Probabilistic Programming Approach To Probabilistic Data Analysis*, In Advances in Neural Information Processing Systems (NIPS). 2016.

F. Saad, V. Mansinghka, *Detecting dependencies in sparse, multivariate databases using probabilistic programming and non-parametric Bayes*, In Artificial Intelligence and Statistics (AISTATS). 2017.

Mentor: Šmuc Tomislav

Strojno učenje u uvjetima neuravnoteženih podataka

Područje: Strojno učenje

Prikladno za studij: Matematička statistika, Računarstvo i matematika

Preduvjeti: Poželjno predznanje iz kolegija Strojno učenje

Opis teme: Tradicionalna pretpostavka u klasifikacijskim problemima strojnog učenja jest da je broj primjera u različitim klasama podjednak. Nasuprot tome u većini realnih problema distribucija primjera po klasama znatno odstupa od ove osnovne pretpostavke: neke klase primjera znatno su zastupljenije od drugih. Neuravnotežena distribucija klasa predstavlja poteškoću algoritmima strojnog učenja, jer će tipično naučeni klasifikator biti pristran većinskoj klasi. Nasuprot tome, upravo je manjinska klasa ta koja je od interesa zbog problema koje takvi primjeri mogu stvarati u nekom scenariju, bilo s aspekta otkrivanja kritičnih događaja ili otkrivanja novog znanja u znanstvenim domenama. Druga posljedica neravnoteže klasa, npr. u domeni znanosti, vezana je uz nesrazmjer označenih i neoznačenih primjera. Troškovi eksperimentalnog anotiranja primjera tipično su vezani uz skupe metode, ili dugotrajan ljudski rad. U tim postavkama označavanje svih dostupnih primjeraka tipično nije praktično izvedivo zbog ograničenih resursa. Također, tipične mjere poput točnosti ili AUROC, nisu prikladne za ove scenarije. Cilj diplomskog rada je istražiti suvremene pristupe i algoritme za koji su optimirani za učenje u ovakvim uvjetima, te primjeniti i usporiditi neke od tih metoda na primjerima podataka iz realnog svijeta.

Literatura:

B. Krawczyk, *Prog. Artif. Intell.* (2016) 5: 221

<https://doi.org/10.1007/s13748-016-0094-0>

M. Galar, et al, *A Review on Ensembles for the Class Imbalance Problem: Bagging-, Boosting-, and Hybrid-Based Approaches*, IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews), 42(4) (2012)

H. He, E. A. Garcia, *Learning from imbalanced data*, IEEE Trans. Knowl. Data Eng. 21(9) (2009), 1263–1284

N. Japkowicz, S. Stephen, *The class imbalance problem: a systematic study*, Intell. Data Anal. 6(5) (2002), 429–449

Mentor: Štimac Sonja

Šarkovskijev teorem

Područje: Dinamički sustavi

Prikladno za studij: Teorijska matematika, Primijenjena matematika, Matematička statistika, Financijska i poslovna matematika

Preduvjeti: nema

Opis teme: Nelinearni diskretni dinamički sustavi su zanimljivo i važno područje matematike. Ova tema je namijenjena studentima koji se žele upoznati s osnovama tog područja. Posebna pažnja bila bi posvećena periodičnim točkama u jednodimenzionalnoj dinamici. Cilj rada bio bi dokazati Šarkovskijev teorem koji daje određenu vrstu hijerarhije među periodičnim točkama.

Literatura:

R. L. Devaney, *An Introduction to Chaotic Dynamical Systems*, The Benjamin/Cummings Publishing Co., 1986.

Mentor: Štimac Sonja

Dinamika Hénonovih preslikavanja

Područje: Dinamički sustavi

Prikladno za studij: Teorijska matematika, Primijenjena matematika, Matematička statistika, Financijska i poslovna matematika

Preduvjeti: Nelinearni dinamički sustavi

Opis teme: Cilj ove teme bio bi proširiti i produbiti znanja stečena na kolegiju *Nelinearni dinamički sustavi*. Kolegij se bavi jednodimenzionalnom dinamikom, a diplomski rad bi se bavio dvodimenzionalnom dinamikom. Posebna pažnja bila bi posvećena proučavanju dinamike Hénonovih preslikavanja. Hénonova preslikavanja $H_{a,b} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ su dvoparametarska familija preslikavanja ravnine dana sa $H_{a,b}(x, y) = (a - by - x^2, x)$, $a, b \in \mathbb{R}$. Njena dinamika posjeduje mnoga svojstva koja se pojavljuju u višedimenzionalnoj dinamici kao što su hiperbolički skupovi, homokliničke točke, bifurkacije, potkove, čudni atraktori i još puno više. Hénonova familija preslikavanja je također važna tema istraživanja, jer postoje mnogi parametri za koje se dinamika slabo razumije. Zato je ova diplomatska tema ujedno i dobar početak budućeg istraživanja u dinamičkim sustavima.

Literatura:

R. L. Devaney, *An Introduction to Chaotic Dynamical Systems*, The Benjamin/Cummings Publishing Co., 1986.

Mentor: Varošaneć Sanja

Vektorska metoda u stereometriji

Područje: geometrija

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: nema

Opis teme: Definirati vektorski prostor V^3 i dokazati osnovna svojstva. Različite geometrijske teoreme i matematičke probleme stereometrije dokazati vektorskom metodom.

Literatura:

A. Marić, *Vektori*, Element, Zagreb, 1997.

B. Pavković, D. Veljan, *Elementarna matematika 1,2*, Zagreb, 1992.

Knjižice Matematička natjecanja (razne godine), Element, Zagreb

Mentor: Varošanec Sanja

Nekoliko pristupa krivuljama drugog reda

Područje: geometrija

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: nema

Opis teme: Definirati na nekoliko načina krivulje drugog reda (primjerice, definicija pomoću fokusa i poluosi, Papp-Boškovićeve, algebarska, kao presjek stožaste plohe). Diskutirati ekvivalentnost definicija. Dokazati svojstva krivulja drugog reda. Osvrnuti se na položaj i ulogu konika u srednjoškolskom obrazovanju.

Literatura:

B. Pavković, D. Veljan, *Elementarna matematika 1,2*, Zagreb, 1992.

D. Palman, *Nacrtna geometrija*, Element, Zagreb, 2001.

Knjižice Matematička natjecanja (razne godine), Element, Zagreb

Mentor: Varošanec Sanja

Pravilni mnogokuti i njihove konstrukcije

Područje: geometrija

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: nema

Opis teme: Razmatrat će se problem konstruktibilnosti pravilnih mnogokuta. Osim opisa konstrukcija nekoliko pravilnih mnogokuta s manjim brojem vrhova, opisat će se i približne konstrukcije onih mnogokuta koji su, prema Gaussovom teoremu, nekonstruktibilni.

Literatura:

- B. Pavković, D. Veljan, *Elementarna matematika 1,2*, Zagreb, 1992.
- D. Palman, *Nacrtna geometrija*, Element, Zagreb, 2001.
- D. Palman, *Geometrijske konstrukcije*, Element, Zagreb, 1996.

Mentor: Varošaneć Sanja

Koordinatna metoda u stereometriji

Područje: geometrija

Prikladno za studij: nastavnički studiji

Preduvjeti: nema

Opis teme: U uvodnom poglavlju opisati ideju i povijest koordinatizacije ravnine i prostora, a onda različite geometrijske teoreme i matematičke probleme stereometrije dokazati koordinatnom metodom.

Literatura:

B. Pavković, D. Veljan, *Elementarna matematika 2*, Zagreb, 1992.

D. Palman, *Stereometrija*, Element, Zagreb, 2005.

Knjižice Matematička natjecanja (razne godine), Element, Zagreb

Mentor: Vondraček Zoran

Slučajne šetnje na grafovima

Područje: Slučajni procesi

Prikladno za studij: Matematička statistika, Financijska i poslovna matematika

Preduvjeti: Markovljevi lanci, Slučajni procesi

Opis teme: Jedno od najvažijih pitanja vezano uz slučajne šetnje na grafovima je pitanje povratnosti odnosno prolaznosti. Ta dva fundamentalna svojstva ovise o geometriji grafa, usko su vezana uz pripadajuće električne mreže i mogu se proučavati na razne načine. Cilj diplomskog rada je upoznati se s nekim od metoda dokazivanja povratnosti odnosno prolaznosti.

Literatura:

M. T. Barlow, *Random walks and heat kernels on graphs*, Cambridge University Press, 2017.

Mentor: Vondraček Zoran

Procesi obnavljanja u teoriji rizika

Područje: Slučajni procesi, Financijsko modeliranje

Prikladno za studij: Matematička statistika, Financijska i poslovna matematika

Preduvjeti: Markovljevi lanci, Slučajni procesi

Opis teme: U diplomskom radu će se proučavati upotreba procesa obnavljanja u teoriji rizika. Naglasak će biti na modeliranju procesa dolazaka šteta, procesa ukupnih šteta, te teoriju propasti.

Literatura:

T. Mikosch, *Non-life Insurance Mathematics: An Introduction with Stochastic Processes*, Springer, 2006.

Mentor: Vondraček Zoran

Modeli volatilnosti i frakcionalno Brownovo gibanje

Područje: Financijsko modeliranje

Prikladno za studij: Financijska i poslovna matematika

Preduvjeti: Markovljevi lanci, Slučajni procesi, Financijsko modeliranje 1, Financijsko modeliranje 2

Opis teme: Procjena iz podataka visoke frekvencije pokazuju da volatilnost nije glatka. Zato ima smisla modelirati volatilnost pomoću frakcionalnog Brownovog gibanja. Cilj diplomskog rada je objasniti model volatilnosti zasnovan na frakcionalnom Brownovom gibanju s malim Hurstovim parametrom, te provesti statističku analizu modela.

Literatura:

J. Gatheral, T. Jaisson, M. Rosenbaum, Volatility is rough, *Quantitative Finance* **18**, 2018.

<https://doi.org/10.1080/14697688.2017.1393551>

E. Neuman, M. Rosenbaum, *Fractional Brownian motion with zero Hurst parameter: a rough volatility viewpoint*, arXiv:1711.00427v3 (2018).

Mentor: Vrankić Ilko**Suvoditelj:** Grubišić Luka

Upravljanje tržišnim rizikom u bankarskom sektoru primjenom moderne teorije portfelja i CAPM modela

Područje: Matematičko modeliranje ekonomskih fenomena**Prikladno za studij:** Financijska i poslovna matematika**Preduvjeti:** Mikroekonomika 1, Mikroekonomika 2, Financijska tržišta

Opis teme: Tržišni rizik utječe na portfelje utržive imovine i obveze kod banaka. U ovom radu analizira se moderna teorija portfelja i CAPM model (Model vrednovanja kapitalne imovine). Cilj ovog diplomskog rada je primjena CAPM modela na modeliranje ponašanja banaka te se pokazuje kako analiza prosječne varijance može pružiti odgovarajući alat za modeliranje tržišnim rizikom od strane banaka. To se pokazuje Pyle-Hart-Jeff pristupom koji pretpostavlja da su tržišta za imovinu i obveze konkurentna i da je rizik izričito uzet u obzir. Kao rezultat razvijenog modela, analizira se ponašanje banaka kod nedostatka regulative solventnosti te ponašanje nakon uvođenja regulacije solventnosti.

Literatura:

- X. Freixas, J. C. Rochet, *Microeconomics of banking*, 2. izdanje, The MIR Press, 2008.
W. Sharpe, *Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk*, Journal of Finance, 1964.
J. E. Ingersoll, Jr., *Theory of Financial Decision Making*, Yale University
D. Kim, A. Santomero, *Risk in banking and Capital Regulation*, Journal of Finance, 1988.
H. Markowitz, *Portfolio Selection*, Journal of Finance, 1952
A. F. Perold, *The Capital Asset Pricing Model*, Journal of Economic Perspectives, 2004.

Mentor: Vrankić Ilko

Suvoditelj: Grubišić Luka

Ravnoteža na tržištu kredita u uvjetima asimetrično raspodijeljenih informacija

Područje: Matematičko modeliranje ekonomskih fenomena

Prikladno za studij: Financijska i poslovna matematika

Preduvjeti: Mikroekonomika 1, Mikroekonomika 2, Financijska tržišta

Opis teme: Uobičajena grafička analiza parcijalne ravnoteže koja se zasniva na presjeku krivulja ponude i potražnje na tržištu kredita nije prikladna zbog posebnih svojstava funkcije ponude kredita. U ovom se radu opisuje ravnoteža na tržištu kredita kada je potražnja za kreditima veća od ponude. Cilj rada je analizirati kreditno raciniranje u uvjetima asimetrično raspodijeljenih informacija. Posebno se analiziraju svojstva ravnoteže u modelima zasnovanim na nepovoljnoj selekciji, moralnom hazardu, Townsendovoj CSV paradigmi i heterogenim klijentima.

Literatura:

- X. Freixas, J. C. Rochet, *Microeconomics of banking*, 2. izdanje, The MIR Press, 2008.
G. Clemenz, *Credit markets with asymmetric information*, Springer, Berlin, 1986.
D. De Meza, D. Webb, *Too much investment: A problem of asymmetric information*, Quarterly Journal of Economics, 1987.
T. Devinney, *Rationing in a theory of the banking firm*, Springer, Berlin, 1986.
D. Gale, M. Hellwig, *Incentive-compatible debt contracts: The one-period problem*, Reviews of Economic Studies, 1985.

Mentor: Vrankić Ilko

Suvoditelj: Grubišić Luka

Modeliranje osiguranja likvidnosti pomoću kreditnih linija

Područje: Matematičko modeliranje ekonomskih fenomena

Prikladno za studij: Financijska i poslovna matematika

Preduvjeti: Mikroekonomika 1, Mikroekonomika 2

Opis teme: Banke često koriste kreditne linije kao sredstvo kojim mogu pratiti i nadzirati upravljanje likvidnošću raznih poduzeća. Cilj ovog rada je analizirati proširenja standardnog Holmstrom Trioleovog modela i opisati njegove nove implikacije. Te su implikacije empirijski provjerljive i mogu se svrstati u dvije glavne skupine. Prva skupina bavi se odnosom između rizika likvidnosti i upravljanja likvidnošću, a druga odnosom između potreba za osiguranjem od rizika, upravljanja likvidnošću i sporazuma o kreditnim linijama i opozivu.

Literatura:

V. V. Acharya, H. Almeida, F. Ippolito, A. Perez, *Credit lines as monitored liquidity insurance: theory and evidence*, 2013.

B. Holmstrom, J. Tirole, *Private and Public Supply of Liquidity*, *Journal of Political Economy* 106 (2008), 1–40

X. Freixas, J. C. Rochet, *Microeconomics of banking*, 2. izdanje, The MIR Press, 2008

Mentor: Vrankić Ilko**Suvoditelj:** Grubišić Luka

Modeliranje odnosa poslovanja profitnih poduzeća i neprofitnih organizacija na tržištu društvenih dobara

Područje: Matematičko modeliranje ekonomskih fenomena**Prikladno za studij:** Financijska i poslovna matematika**Preduvjeti:** Mikroekonomika 1, Mikroekonomika 2, Dinamički sustavi u ekonomiji

Opis teme: U današnjem poslovnom svijetu poduzeća se susreću s dva velika izazova. To su održivost profita te društveno odgovorno poslovanje. Održivi profit osigurava rast i razvoj poduzeća dok društveno odgovorno poslovanje doprinosi razvoju cijelog društva i uspješnijem poslovanju, stoga poduzeća nastoje postići ravnotežu između navedenih ciljeva. Iako se ranija istraživanja temelje na konfliktu interesa dioničara i stakeholdera, ovaj diplomski rad nastoji pokazati kako i interesi navedenih strana ne moraju biti oprječni. Štoviše, analizom konkurencije profitnih poduzeća i neprofitnih organizacija na tržištu društvenih dobara, zaključujemo da profitne organizacije mogu istovremeno maksimizirati profit i poslovati društveno odgovorno samo ako je njihov rad efikasniji od neprofitnih organizacija u istom području poslovanja (poduzeća imaju mogućnost pribavljanja dodatnih resursa, troškovnu prednost proizvodnje socijalnih dobara unutar glavnog poslovanja, iskorištavanje asimetričnosti informacija). Ako to nije slučaj, DOP može i dalje biti profitabilan dioničarima, ali ne i stakeholderima. Model kojeg obrađujemo navodi specifične uvjete u kojima je društveno odgovorno poslovanje Pareto optimalno za dioničare, stakeholdere i korisnike društvenih dobara.

Literatura:

K. Assem, L. Jiao, *The economic case for CSR: The competitive advantage of for-profit firms in the market of social goods*, 2015.

<https://doi.org/10.1002/smj.2705>

B. Cheng, I. Ioannou, G. Serafeim, *Corporate social responsibility and access to finance*, *Strategic Management Journal*, 35(1), 2015., 1–23

R. E. Freeman, *Strategic Management: A Stakeholder Approach*, Pitman, Boston, 1984.

J. Galaskiewicz, M. S. Colman, *Collaboration between corporations and nonprofit organizations. The Nonprofit Sector. A Research Handbook*, 2nd edition, 2006., 180–204

Mentor: Vrdoljak Marko

Metoda kaznenih funkcija u uvjetnoj optimizaciji

Područje: Optimizacija

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: Poželjno predznanje kolegija Uvod u optimizaciju

Opis teme: Cilj diplomskog rada je obraditi metodu kaznenih funkcija u problemu nelinearnog programiranja, s uvjetima tipa jednakosti i nejednakosti. Dokazat će se rezultati o egzaktnim kaznenim funkcijama. Kao poseban slučaj izučit će se metoda proširene Lagrangeove funkcije. Metoda će se demonstrirati na zanimljivim primjerima iz prakse.

Literatura:

D. P. Bertsekas, *Constrained optimization and Lagrange multiplier methods*, Athena Scientific, 1996.

E. G. Birgin, J. M. Martínez, *Practical augmented Lagrangian methods for constrained optimization*, SIAM, 2014.

M. Bartholomew-Biggs, *Nonlinear optimization with financial applications*, Kluwer, 2005.

Mentor: Vrdoljak Marko

Metoda unutrašnje točke u kvadratičnom programiranju

Područje: Optimizacija

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: Poželjno predznanje kolegija Uvod u optimizaciju

Opis teme: Cilj rada je izvesti rezultat dualnosti za kvadratično programiranje, uvjete optimalnosti i opisati metode unutrašnje točke. Posebna pažnja će se posvetiti primarno-dualnoj metodi centralnog puta.

Literatura:

G. Cornuejols, R. Tutuncu, *Optimization methods in finance*, Cambridge University Press, 2007.

Y. Nesterov, A. Nemirovskii, *Interior-Point Polynomial Algorithms in Convex Programming*, SIAM, 1995.

Mentor: Vrdoljak Marko

Nužni i dovoljni uvjeti optimalnosti

Područje: Optimizacija

Prikladno za studij: svi studiji

Preduvjeti: Poželjno predznanje kolegija Uvod u optimizaciju

Opis teme: U radu će se obraditi pitanje nužnih i dovoljnih uvjeta optimalnosti u zadacima optimizacije s uvjetima tipa jednakosti i nejednakosti. U uvjetima prvog reda izučit će se različite pretpostavke na funkcije uvjeta koje onemogućuju degeneraciju uvjeta optimalnosti. Proučit će se nužni i dovoljni uvjeti drugog reda dani u terminima različitih konusa pridruženih dopustivom skupu.

Literatura:

Andreasson, Evgrafov, Patriksson, *An introduction to continuous optimization.. Foundations and fundamental algorithms*, Studentlitteratur AB, 2007.

G. Giorgi, A. Guerraggio, J. Thierfelder, *Mathematics of optimization*, Elsevier, 2004.