# Note log leaders et minimisation de covariance

Leo Davy

April 20, 2022

$$\hat{x}(y;\Lambda) \in Arg\min_x ||y-\Phi x||_W^2 + ||U_\Lambda x||_q^q \tag{1}$$

## 1 log-leaders

$$l_{j,n} = lg(\mathcal{L}_{j,n}) = v_n + jh_n + \zeta_{j,n} \tag{2}$$

où $\zeta_{j,n}$ suit une loi normale centrée (de variance inconnue (?)). Par hypothèse, si $n_1$ et $n_2$ sont de la même texture, alors $v_{n_1} = v_{n_2}$ et $h_{n_1} = h_{n_2}$.

$$(\hat{h},\hat{v}) = arg\min_{h,v} \sum_{j_1}^{j_2} ||jh+v-l_j||_2^2 \quad (+\lambda TV(v,h)) \tag{3}$$

Au sein d'une même texture, $h$ et $v$ vont tendre vers la moyenne de $l_j$, mais en tout point, $jh_n + v_n - l_{j,n}$ suit une loi normale, même si $h_n$ et $v_n$ ont exactement les bonnes valeurs.
N'est-ce pas plus précis, une fois que l'on sait qu'un ensemble de points fait partie de la même texture de remplacer $l_{j,n}$ par la valeur moyenne de $l_j$ sur cette texture ?

## 2 Minimisation de la "covariance" dans une texture

En définissant la "covariance" intra texture

$$Cov(\Omega_{m,j}) = \frac{1}{|\Omega_m|^2} \sum_{n_1,n_2\in\Omega_m} (jh_m + v_m - l_{n_1,j})(jh_m + v_m - l_{n_2,j}) \tag{4}$$

où $\Omega_m$ est un ensemble de points.
Est-ce que la segmentation de textures, donne une partition de l'ensemble de points $\Omega_1, \cdots, \Omega_M$ qui minimise cette quantité ?
La minimisation peut être dans le sens suivant : $\forall n_i \in \Omega_i, n_i \notin \Omega_m$, alors

$$Cov(\Omega_m \cup \{n_i\}) + Cov(\Omega_i \backslash \{n_i\}) \geq Cov(\Omega_m) + Cov(\Omega_i) \tag{5}$$