

ANÁLISE DA VARIÂNCIA (ANOVA)

A ANOVA consiste na decomposição da variação total (dos graus de liberdade), de um conjunto heterogêneo, em partes atribuídas a causas conhecidas e independentes, além da parte residual de origem desconhecida e de natureza aleatória. Com essa técnica testamos a hipótese de nulidade de que as médias testadas não diferem entre si.

A análise da variância pode ser usada para testar as diferenças entre médias. Supondo-se que essas médias sejam tomadas de populações que tenham distribuição aproximadamente normal e que sejam homocedásticas.

Parcela ou unidade experimental tem um significado bastante geral, e é a unidade em que se colhe a informação pode ser: uma pessoa, um objeto, etc. O termo tratamento tem um significado amplo, é o que será testado como por exemplo: comparações entre métodos, produtos diversos, etc.

O conceito da anova foi mostrado por FISHER (1890-1962), bem como os princípios básicos para sua utilização. Então, para a validação dos resultados analisados, é necessário atender a princípios básicos que são:

1 – **Repetição** é necessária para que possamos ter uma estimativa do erro aceitável, isto é, que as diferenças entre as medidas resultantes possam ser atribuídas ao acaso. O número de repetições que deve ser usadas pode ser calculado com uso de fórmulas. Porém, para isso é necessário o conhecimento de informações estatísticas anteriores, o que nem sempre é possível. Quanto mais homogêneo for o espaço amostral, menor será o número de repetições necessário para mostrar com clareza o efeito de um tratamento. Na prática, o número de repetições tem como limitador os recursos disponíveis, bem como a facilidade de obtenção do objeto de estudo, para a formação das parcelas experimentais. O tamanho deve ser, em princípio, o usual para a característica que se vai medir.

2 – **Casualização**, significa distribuir os tratamentos nas diferentes unidades experimentais ao acaso, evitando que algum tratamento seja privilegiado,

3 – **Controle local**, refere-se a procedimentos para controlar a influência de fatores intrínsecos e conhecidos das parcelas experimentais, nem sempre é necessário. Será usado quando for necessário dividir um conjunto heterogêneo, em subconjuntos homogêneos. Os tratamentos dentro dos subconjuntos devem ser distribuídos ao acaso, objetivando reduzir o erro experimental.

MODELO MATEMÁTICO

O uso de modelos permite a sistematização das informações colhidas. Um modelo é uma expressão matemática que supostamente representa um fenômeno que se deseja estudar. Modelos são, então, uma representação do fenômeno real. Em geral quanto mais simples o modelo, mais longe ele está da realidade, porém, mais fácil é seu manuseio e mais claras são as conclusões dele tiradas. Quanto mais complexo o modelo, mais próximo ele está da realidade, porém, mais difícil é seu manuseio e mais confusas são as conclusões obtidas.

A análise da variância baseia-se em modelos lineares, que refletem uma série de suposições sobre a natureza dos dados, que se destinam a explicar a respeito da sua variação. Por exemplo, num experimento inteiramente ao acaso o modelo é:

$$Y_{ij} = \mu + t_i + e_{ij}$$

Y_{ij} → Valor relativo a parcela que recebeu o tratamento i na repetição j

μ → Média geral

t_i → Efeito do tratamento i , considerado independente do erro e

e_{ij} → Efeito do erro é parte da variação atribuída ao acaso ou devida a fatores não controláveis, com distribuição normal e independentemente distribuído.

Neste modelo supõe-se que o valor de uma unidade experimental Y_{ij} é a soma de uma média geral mais um efeito do tratamento recebido pela parcela, e mais um erro experimental.

Os efeitos presentes em um modelo podem ser fixos, quando representam variações arbitradas pelo experimentador, ou aleatórios, quando representam uma amostra da variação presente em uma população. A consideração sobre efeitos fixos ou aleatórios é muito importante em alguns modelos, pois determina a expressão usada no teste F. Na maioria dos experimentos, onde se objetiva apenas comparar tratamentos, os efeitos, com exceção do erro, são todos considerados fixos.

Para determinar a existência ou não de um efeito se usa o teste F. A hipótese testada é a de que todos os efeitos de um tipo são idênticos, por exemplo $t_1 = t_2 = t_3 = \dots = t_n$ (hipótese nula). Caso isso seja verdade σ^2_t , a variância do efeito tratamento, é zero. Neste caso, o QM_{Trat} não deve diferir de σ^2_e (variância do erro). Caso contrário, $QM_{\text{Trat}} > QM_{\text{erro}}$, indicando que pelo menos uma das médias difere das demais. Uma vez que se determinou que os efeitos são diferentes de zero ou significativos, é necessário determinar quais deles são diferentes entre si, usando testes para comparações entre as médias. O teste de médias a serem usado deve ser estabelecido “a priori”. Os testes de médias serão estudados posteriormente.

MODELO INTEIRAMENTE CASUALIZADO

Quando o conjunto de parcelas é similar (homogêneo), o delineamento adequado é o inteiramente casualizado, onde a condição básica é um conjunto homogêneo de parcelas. Cada parcela receberá um dos tratamentos de forma casualizada.

Como já vimos o modelo matemático deste delineamento é: $Y_{ij} = \mu + t_i + e_{ij}$.

É o modelo mais simples, pois a única fonte de variação sistemática atuando são os tratamentos, que neste modelo os tratamentos podem ter um número desigual de observações.

QUADRO DA ANOVA

FV	GL	SQ	QM	F
TOTAL	IJ - 1	$SQ_{Total} = \sum y_{ij}^2 - \frac{(\sum y_{ij})^2}{IJ}$		
TRATAMENTO	I - 1	$SQ = \left(\frac{1}{j} \sum t_i^2 \right) - C = \left(\frac{t_1^2 + t_2^2 + \dots + t_I^2}{j} \right) - \frac{(\sum y_{ij})^2}{IJ}$	$\frac{SQ_{Trat}}{GL_{Trat}}$	$\frac{QM_{Trat}}{QM_{erro}}$
ERRO	I(J - 1)	$SQ_{Total} - SQ_{Tratamentos}$	$\frac{SQ_{erro}}{GL_{erro}}$	

Supondo o quadro abaixo com os resultados de um experimento inteiramente casualizado, com I tratamentos e J repetições por tratamento:

TABELA DE DUPLA ENTRADA
(i linhas e j colunas)

TRATAMENTOS (i)	REP j=1	REP j=2	REP j=...	REP j=J	TOTAL
1	Y_{11}	Y_{12}	...	Y_{1J}	$t_1 = Y_{11} + Y_{12} + \dots + Y_{1J}$
2	Y_{21}	Y_{22}	...	Y_{2J}	$t_2 = Y_{21} + Y_{22} + \dots + Y_{2J}$
...					
I	Y_{I1}	Y_{I2}	...	Y_{IJ}	$t_I = Y_{I1} + Y_{I2} + \dots + Y_{IJ}$
					$T = t_1 + t_2 + \dots + t_I$

O valor de F calculado deve ser comparado com o valor de F crítico ou tabelado, com α ao nível de 0,05 ou 0,01 de probabilidade (mais usuais).

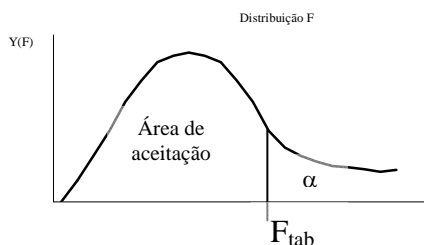
TABELA DE F (CASOS DE $F > 1$)

$\alpha = 0,05$		GL DE TRATAMENTO									
		1	2	3	4	5	6	7	8	...	∞
GL DE ERRO	1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	236,0	238,9	...	254,3
	2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37	...	19,50
	3	10,13	9,55							...	8,53
	4	7,71	6,94							...	5,63
	5	6,61	5,79							...	4,36
	6	5,99	5,14							...	3,67
	7	5,59	4,74							...	3,23
	8	5,32	4,46							...	2,93
	
	∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	...	1,00

Teste:

Caso $F_c < F_t$ a hipótese de nulidade é aceita. Diz-se que a diferença entre as médias testadas foi não significativa. Caso $F_c \geq F_t$ a hipótese nula deve ser rejeitada. Neste caso, as diferenças entre os tratamentos são significativas, ou pelo menos um contraste entre tratamentos é significativo.

A curva da Distribuição de F é assimétrica e depende de dois graus de liberdade. Os valores de F tem tal distribuição que a área correspondente a alfa, para a prova da hipótese de nulidade é à direita na cauda da curva de distribuição F.



Exemplo, suponha-se um experimento com três tratamentos (1, 2 e 3) com quatro repetições, cujos resultados encontram-se no quadro abaixo.

Trat _i	REPETIÇÕES				j	$\sum t_i$	$(\sum t_i)^2$	MÉDIAS
1	18	10	13	16	4	57	3249	14,25
2	19	21	35	37	4	112	12544	28,00
3	27	30	29	22	4	108	11664	27,00

$$\sum y_{ij} = 277$$

$$\sum y_{ij}^2 = 7199$$

QUADRO DA ANÁLISE DA VARIÂNCIA

FV	GL	SQ	QM	F _C	F _{α=0,05egl:2e9}	PROB
TRATAMENTOS	2	470,17	235,0833	6,320388	4,256492	0,019291
ERRO	9	334,75	37,1944			
TOTAL	11	804,97				

DETALHAMENTO DOS CÁLCULOS

$$C = \frac{(\sum y_{ij})^2}{IJ} = \frac{277^2}{3.4} = 6394,0833$$

$$SQ_{TOTAL} = 7199 - C = 804,9167$$

$$SQ_{TRAT.O} = \frac{77^2 + 112^2 + 108^2}{4} - C = \frac{3249 + 12544 + 11664}{4} - C = 470,1667$$

$$SQ_{erro} = 804,9167 - 7790,1667 = 334,7480$$

$$QM_{trat} = \frac{470,1667}{2} = 235,0834$$

$$QM_{erro} = \frac{334,7480}{9} = 37,1942$$

$$F = \frac{QM_{trat.}}{QM_{erro}} = \frac{235,0834}{37,1942} = 6,3204$$

Como $F_c (6,3204) > F_t (4,256492)$ a hipótese nula é rejeitada. Então concluímos que ao menos uma das médias difere das demais, o indicado neste caso, é a aplicação de um teste de médias.

MODELO EM BLOCOS CASUALIZADOS

Se ao planejar um experimento, constatar-se que a área ou espaço destinado ao experimento não poder ser considerado homogêneo, pelo contrário pode-se localizar nas mesmas diferenças ambientais que poderão causar mudanças nos valores a serem obtidos dos tratamentos e assim contribuir para a variação total, será então necessário o controle local, ou seja, separar na área total as subáreas consideradas homogêneas. Neste caso o delineamento adequado é o de blocos casualizados, onde a condição básica é que dentro de cada bloco haja um conjunto homogêneo de parcelas. Cada parcela dentro de um bloco receberá um dos tratamentos de forma casualizada, de modo que cada bloco conterà uma repetição completa de todos os tratamentos.

O modelo matemático este delineamento é:

$$Y_{ij} = \mu + T_i + B_j + e_{ij}$$

Onde:

Y_{ij} é o valor da parcela do bloco de ordem j que recebeu o tratamento i ;

μ é a media geral, considerada fixa;

T_i é o efeito do tratamento i , que pode ser fixo ou aleatório, e é considerado independente do erro e ou B_j ;

B_j é o efeito do bloco j , que em geral é considerado aleatório e independente de T_i ou e_{ij} ;

e_{ij} é o efeito do erro considerado aleatório, com distribuição normal e independentemente distribuído.

Este modelo inclui duas fontes de variação sistemática atuando, os tratamentos, que neste modelo, podem ser fixos ou aleatórios, não alterando o teste F, o os blocos. O modelo não permite número desigual de observações por tratamento.

Supondo o quadro abaixo com os resultados de um experimento em blocos casualizados, com I tratamentos e J repetições por tratamento, tem-se as seguintes fórmulas para a sua análise:

FÓRMULAS:

TRATAMENTOS	B_1	B_2		B_J	TOTAL
1	Y_{11}	Y_{12}	...	Y_{1J}	$t_1 = Y_{11} + Y_{12} + \dots + Y_{1J}$
2	Y_{21}	Y_{22}	...	Y_{2J}	$t_2 = Y_{21} + Y_{22} + \dots + Y_{2J}$
...					
I	Y_{I1}	Y_{I2}	...	Y_{IJ}	$t_I = Y_{I1} + Y_{I2} + \dots + Y_{IJ}$
	b_1	b_2		b_J	$T = t_1 + t_2 + \dots + t_I$

$$b_1 = Y_{11} + Y_{21} + \dots + Y_{I1}$$

$$b_2 = Y_{12} + Y_{22} + \dots + Y_{I2}$$

$$b_J = Y_{1J} + Y_{2J} + \dots + Y_{IJ}$$

A ANÁLISE DA VARIÂNCIA SERÁ:

FONTES DE VARIAÇÃO	GRAU DE LIBERDADE	SOMA DE QUADRADOS	QUADRADO MÉDIO	F
BLOCOS	J-1	$(1/I)\sum b_j^2 - T^2/IJ$	SQB/GLB	QMB/QME
TRATAMENTOS	I-1	$(1/J)\sum t_i^2 - T^2/IJ$	SQT/GLT	QMT/QME
ERRO	(I-1)(J-1)	SQT - SQB - SQTr	SQE/GLE	
TOTAL	IJ-1	$\sum Y_{ij}^2 - T^2/IJ$		

$$CV = (QME)^{1/2}/M$$

O valor de F calculado deve ser comparado com o valor de F tabelado, pelo grau de liberdade de tratamento, grau de liberdade do resíduo e pelo nível de significância.

Caso $F_c \leq F_t$ a hipótese de nulidade é aceita. Diz-se então que as diferenças entre os tratamentos são não significativas. Caso $F_c > F_t$ a hipótese nula deve ser rejeitada. Diz-se nesse caso que as diferenças entre os tratamentos são significativas, ou que pelo menos um contraste entre tratamentos é significativo.

Note-se que neste caso o número de graus de liberdade do erro fica diminuído do número de graus de liberdade de blocos. Isso equivale dizer que o erro experimental será avaliado com menor precisão, com reflexos negativos no teste F. Por outro lado uma parte da variação ambiental está sendo controlada e isolada do erro, com reflexos positivos no teste F. Portanto só há vantagem na análise por este modelo se a diminuição do QME obtida compensar a perda de graus de liberdade no erro.

Um outro problema deste delineamento é que o bloco não pode ser muito grande, para manter a homogeneidade, assim os experimentos não podem ter muitos tratamentos.

Caso o F para blocos seja não significativo é lícito ignorar a fonte blocos, juntando a SQB com SQE e adicionando os graus de liberdade de blocos ao grau de liberdade do erro, analisando então como se fosse inteiramente casualizado.

Exemplo, abaixo no quadro de resultados de um experimento fictício em blocos casualizados, com 6 repetições e 5 tratamentos, com a respectiva análise da variância.

TRATAMENTOS	BLOCOS						TOTAL	MÉDIA
	I	II	III	IV	V	VI		
1	12	13	14	11	12	9	71	11,833
2	11	11	13	10	11	10	66	11,000
3	13	14	14	12	13	13	79	13,167
4	10	11	10	11	10	12	64	10,667
5	11	12	13	9	12	10	67	11,167
TOTAL	57	61	64	53	58	54	347	

ANÁLISE DA VARIÂNCIA

FONTES DE VARIAÇÃO	GL	SQ	QM	F	SIG
REPETIÇÕES	5	17,367	3,473	3,394	*
TRATAMENTOS	4	23,533	5,883	5,749	**
ERRO (OU RESÍDUO)	20	20,467	1,023		
TOTAL	29	61,367			

CV = 8,75%

Neste caso, $F_c > F_t$ a hipótese nula é rejeitada. Então se considera que os tratamentos têm efeitos diferentes, ou que pelo menos um contraste entre tratamentos é significativo.

EXPERIMENTOS FATORIAIS

Nos modelos estudados até aqui apenas um fator (tipo de tratamento) foi considerado. No entanto freqüentemente deseja-se estudar dois ou mais fatores simultaneamente. Este tipo de estudo dá respostas mais gerais do que o estudo de um fator de cada vez. Por exemplo, se forem testadas diferentes cultivares para tolerância a uma doença, com o uso de um único isolado, a conclusão possível é de que certo cultivar é a mais tolerante quando se usa este isolado. Se, no entanto, são usados diferentes isolados, as conclusões possíveis são mais amplas.

Assim, se quisermos estudar os efeitos de dois ou mais tipos de tratamentos (fatores) no mesmo experimento, o delineamento é chamado fatorial. Este tipo de experimento se presta para o estudo das interações entre os fatores.

Num fatorial completo os diversos níveis de cada fator são combinados de todas as formas para formar os tratamentos. Estes podem ser dispostos em um experimento inteiramente casualizado ou em blocos ao acaso (ou ainda qualquer outro delineamento). O que caracteriza um fatorial então é a forma como os tratamentos são obtidos.

O uso de fatoriais é de grande utilidade, mas é restrito pelo número de fatores, já que com o aumento deste o número de tratamentos aumenta rapidamente. Além disso, fatoriais com muitos fatores são de difícil interpretação, das as múltiplas combinações possíveis.

Suponha que estejamos montando um experimento no qual se quer comparar dois fatores, T_1 , com níveis 1, 2, ..., I, e T_2 , com níveis 1, 2, ..., J. Assim, teremos IJ combinações ou tratamentos, que deverão ser colocados em um experimento em blocos ao acaso, com K repetições. O modelo adequado é:

$$Y_{ijk} = \mu + T_{1i} + T_{2j} + B_k + TT_{ij} + e_{ijk}$$

Onde:

Y_{ijk} é o valor da parcela do bloco de ordem k, que recebeu o tratamento T_{1i} ; combinado com o tratamento T_{2j}

μ é a media geral, considerada fixa;

T_{1i} é o efeito do tratamento 1 de ordem i, que pode ser fixo ou aleatório, e é considerado independente do erro, de T_{2j} e B_k ;

T_{2j} é o efeito do tratamento 2, de ordem j, que pode ser fixo ou aleatório, e é considerado independente do erro, de T_{1i} e B_k ;

B_k é o efeito do bloco k, que em geral é considerado aleatório e independente dos tratamentos ou e_{ij} ;

e_{ij} é o efeito do erro considerado aleatório, com distribuição normal e independentemente distribuído.

O QUADRO DE RESULTADOS PODE SER RESUMIDO COMO:

TRATAMENTOS	BL 1	BL 2	...	BL K		
T_a	T_b					
1	1	Y_{111}	Y_{112}	...	Y_{11k}	$t_{11} = Y_{111} + Y_{112} + \dots + Y_{11k}$
1	2	Y_{121}	Y_{122}	...	Y_{12k}	$t_{12} = Y_{121} + Y_{122} + \dots + Y_{12k}$
1	...					
1	J	Y_{1J1}	Y_{1J2}	...	Y_{1Jk}	$t_{1J} = Y_{1J1} + Y_{1J2} + \dots + Y_{1Jk}$ $t_{a1} = t_{11} + t_{12} + \dots + t_{1J}$
2	1	Y_{211}	Y_{212}	...	Y_{21k}	$t_{21} = Y_{211} + Y_{212} + \dots + Y_{21k}$
2	2	Y_{221}	Y_{222}	...	Y_{22k}	$t_{22} = Y_{221} + Y_{222} + \dots + Y_{22k}$
2	...					
2	J	Y_{2J1}	Y_{2J2}	...	Y_{2Jk}	$t_{2J} = Y_{2J1} + Y_{2J2} + \dots + Y_{2Jk}$ $t_{a2} = t_{21} + t_{22} + \dots + t_{2J}$
...	...					
I	1	Y_{I11}	Y_{I12}	...	Y_{I1k}	$t_{I1} = Y_{I11} + Y_{I12} + \dots + Y_{I1k}$
I	2	Y_{I21}	Y_{I22}	...	Y_{I2k}	$t_{I2} = Y_{I21} + Y_{I22} + \dots + Y_{I2k}$
I	...					
I	J	Y_{IJ1}	Y_{IJ2}	...	Y_{IJk}	$t_{IJ} = Y_{IJ1} + Y_{IJ2} + \dots + Y_{IJk}$ $t_{aI} = t_{I1} + t_{I2} + \dots + t_{IJ}$
		b_1	b_2	...	b_k	$T = t_{a1} + t_{a2} + \dots + t_{aI}$

Ainda : $t_{b1} = t_{11} + t_{21} + \dots + t_{I1}$; $t_{b2} = t_{12} + t_{22} + \dots + t_{I2}$; $t_{bJ} = t_{1J} + t_{2J} + \dots + t_{IJ}$

$$e C = T^2/IJK$$

ANÁLISE DA VARIÂNCIA

FONTES DE VARIAÇÃO	G L	SOMA DE QUADRADOS	QUADR. MÉDIO	F
BLOCOS	K-1	$(1/IJ)\sum b_k^2 - C$	SQB/GLb	QMB/QME
TRATAMENTO A	I-1	$(1/JK)\sum t_{ai}^2 - C$	$SQT_a/GLta$	$QMTa/QME$
TRATAMENTO B	J-1	$(1/IK)\sum t_{bj}^2 - C$	$SQT_b/GLtb$	$QMTb/QME$
INTERAÇÃO $T_A \times T_B$	(I-1)(J-1)	$SQTr - SQT_a - SQT_b$	SQI/GL_I	QMI/QME
TRATAMENTOS	IJ-1	$(1/K)\sum t_{ij}^2 - C$	$SQTr/GLtr$	$QMTTr/QME$
ERRO	(IJ-1)(K-1)	$SQT - SQB - SQTTr$	SQE/GLe	
TOTAL	KIJ-1	$\sum Y_{ijk}^2 - C$		

$$CV = (QME)^{1/2}/M$$

Neste modelo o F depende de premissas sobre os fatores (se são fixos ou aleatórios) , assim

F. V.	TODOS FIXOS	TODOS ALEATÓRIOS	A FIXO B ALEATÓRIO	A ALEATÓRIO B FIXO
TRATAMENTO A	$QMTa/QME$	$QMTa/QMI$	$QMTa/QMI$	$QMTa/QME$
TRATAMENTO B	$QMTb/QME$	$QMTb/QMI$	$QMTb/QME$	$QMTb/QMI$
INTERAÇÃO $T_A \times T_B$	QMI/QME	QMI/QME	QMI/QME	QMI/QME
TRATAMENTOS	$QMTTr/QME$	$QMTTr/QME$	$QMTTr/QME$	$QMTTr/QME$

Exemplo 1:

Foi feito um experimento para determinar o efeito do cycocel no desenvolvimento de dois cultivares de arroz. Os dados de altura de plantas encontram-se na tabela abaixo.

TRATAMENTOS					
VARIEDADES	DOSES	BL 1	BL 2	BL 3	
IAC-25	0	88,0	85,5	80,0	253,5
IAC-25	50	81,9	77,6	81,3	240,8
IAC-25	100	71,4	74,6	73,2	219,2
IAC-25	150	75,8	72,3	72,3	220,7
IAC-47	0	75,4	78,7	78,5	232,6
IAC-47	50	70,9	73,4	72,8	217,1
IAC-47	100	64,6	66,2	66,1	196,9
IAC-47	150	68,3	69,5	69,1	206,9
Total		596,3	597,1	593,3	1787,7

$$Tb1 = 486,1 \quad Tb2=458,0 \quad Tb3=416,1 \quad Tb4= 427,6$$

ANÁLISE DA VARIÂNCIA

F. V.	GL	SQ	Q M	F
BLOCOS	2	1,47		
CULTIVAR	1	271,35	271,35	55,72 **
DOSES	3	496,46	165,49	33,98 **
C x D	3	9,69	3,23	
ERRO	14	68,16	4,87	
TOTAL	23	847,13		

Neste caso não houve interação, do que se conclui que o comportamento relativo dos dois cultivares é o mesmo nos quatro níveis de cycocel. A variedade IAC-25 apresenta plantas mais altas em qualquer nível de cycocel. Quanto aos níveis houve significância, mais neste caso seria conveniente fazer um estudo de regressão para determinar a melhor dose. Abaixo se tem um estudo das médias, pelo teste de TUKEY, apenas para exemplificar.

Estudo das médias (TUKEY 5%)

$$\Delta = 4,11 (4,87 / 6)^{1/2} = 3,7$$

DENTRO DA IAC-25

DOSE	MÉDIA	CLASSIFICAÇÃO
0	81,0	A
50	76,3	B
150	71,3	C
100	69,4	C

No mesmo experimento foram medidas também as produções, que se encontram na tabela abaixo.

(g/vaso)

TRATAMENTOS						
VARIEDADES	DOSES	BL 1	BL 2	BL 3		
IAC-25	0	7,25	6,40	6,00	19,65	
IAC-25	50	7,45	6,90	7,40	21,75	
IAC-25	100	9,70	9,10	9,85	28,65	
IAC-25	150	9,15	8,30	8,2	25,65	95,70
IAC-47	0	5,10	4,2	2,70	12,00	
IAC-47	50	6,30	5,10	4,74	16,14	
IAC-47	100	4,45	6,05	6,15	16,65	
IAC-47	150	8,10	7,65	7,11	22,86	67,65
		57,50	53,7	52,15	163,35	

Tb1 = 31,65 Tb2=37,890 Tb3=45,30 Tb4= 48,51

ANÁLISE DA VARIÂNCIA

FONTES DE VARIAÇÃO	G L	SQ	Q M	F
BLOCOS	2	1,8944		
CULTIVAR	1	32,7834	32,7834	70,05 **
DOSES	3	28,6465	9,5488	20,40 **
C x D	3	7,5131	2,5044	5,35 *
ERRO	14	6,5514	0,4680	
TOTAL	23	77,3888		

Neste caso houve interação, do que se conclui que o comportamento relativo dos dois cultivares não é o mesmo nos quatro níveis de cycocel. Qualquer conclusão sobre as cultivares deve ser tirada para cada nível de cycocel, assim como qualquer conclusão sobre os níveis de cycocel deve ser tirada para cada cultivar. No caso parece mais conveniente estudar a dose dentro de cada cultivar.

A análise pode ser refeita, decompondo-se os graus de liberdade de doses e de interação, dentro dos cultivares, como segue:

ANÁLISE AUXILIAR DA VARIÂNCIA

FONTES DE VARIAÇÃO	G L	SQ	Q M	F
BLOCOS	2	1,8944		
CULTIVAR	1	32,7834	32,7834	70,05 **
DOSES: IAC-25	3	16,1025	5,3675	11,47 **
DOSES: IAC-47	3	20,0571	6,6857	14,29 **
ERRO	14	6,5514	0,4680	
TOTAL	23	77,3888		

CALCULO DOS SQs

$$SQdIAC25 = (1/3) (28,65^2 + 25,65^2 + 21,75^2 + 19,65^2) - 95,7^2 / 12$$

$$SQdIAC47 = (1/3) (12,00^2 + 16,14^2 + 16,65^2 + 22,86^2) - 67,65^2 / 12$$

ESTUDO DAS MÉDIAS (TUKEY 5%)

$$\Delta = 4,11 (0,468/3)^{1/2} = 1,62$$

DENTRO DA IAC-25

DOSE	MÉDIA	CLASSIFICAÇÃO
100	9,55	A
150	8,55	A B
50	7,25	B C
0	6,55	C

DENTRO DA IAC-25

$$\Delta = 4,11 (0,468/3)^{1/2} = 1,62$$

DOSE	MÉDIA	CLASSIFICAÇÃO
150	7,62	A
100	5,55	B
50	5,38	B
0	4,00	B

Vê-se assim claramente o motivo da interação, a dose recomendada depende da cultivar.