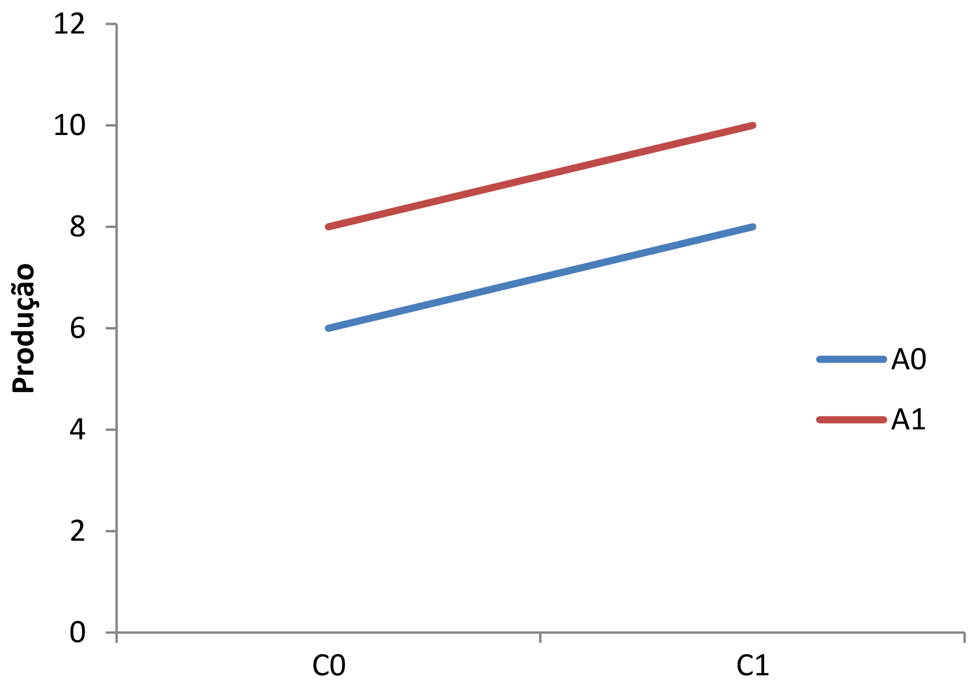
Introdução
Experimento fatorial é um experimento com dois ou mais fatores, sendo os tratamentos as combinações dos níveis dos fatores no experimento.

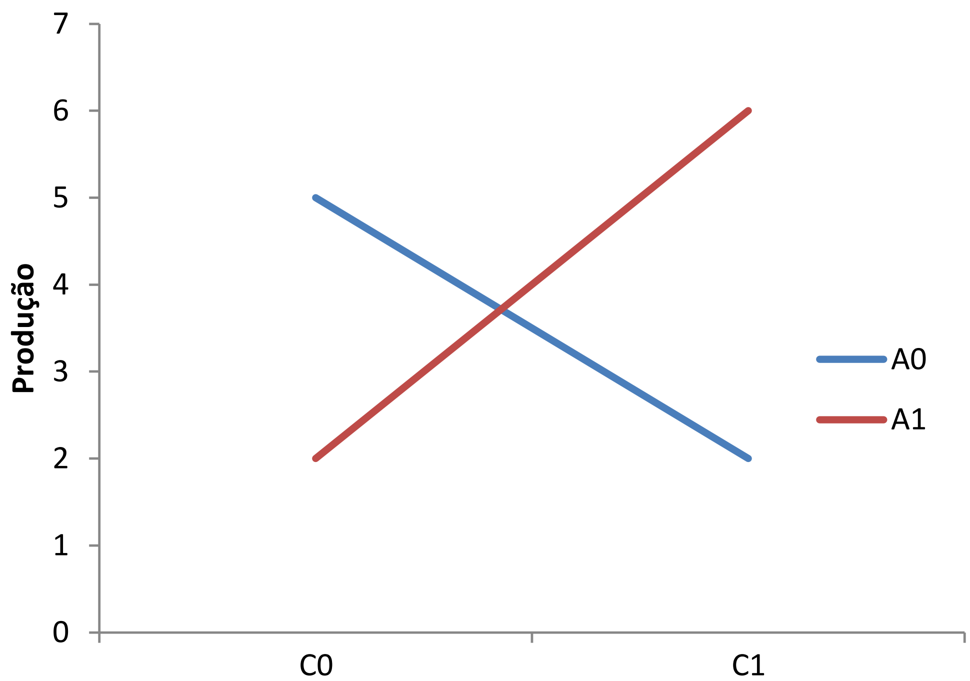
Nos experimentos fatoriais, após uma análise de variância preliminar, de acordo com o delineamento adotado, procedemos ao desdobramento dos graus de liberdade de tratamentos, isolando os efeitos principais dos fatores. vejamos o que representa cada um desses efeitos:

- Efeito Principal: é o efeito de cada fator, independente do efeito dos outros fatores;
- Efeito de Interação: é o efeito simultâneo dos fatores sobre a variável em estudo. Dizemos que ocorre interação entre os fatores quando os efeitos dos níveis de um fator são modificados pelos níveis do outro fator.

1- Não Há interação



2 - Há interação



Para um experimento fatorial instalado segundo o DBC, com K blocos, o modelo estatístico seria:

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \omega_j + \varepsilon_{ijk}$$

em que, ω_k é o efeito do k-ésimo bloco na observação Y_{ijk}.

Análise de Variância

O quadro a seguir apresenta como seria a análise de um experimento fatorial, com 2 fatores A e B, com I e J níveis, respectivamente, e K repetições, instalado segundo o DIC.

FV	GL	SQ	QM	F_c
A	(I-1)	SQA	-	-
B	(J-1)	SQB	-	-
A×B	(I-1)(J-1)	SQA×B	$\frac{SQA\times B}{(I-1)(J-1)}$	$\frac{QMA\times B}{QMRes}$
(Trat)	(IJ - 1)	SQTrat	-	-
Resíduo	(IJ)(K - 1)	SQRes	$\frac{SQRes}{(IJ)(K-1)}$	-
Total	IJK -1	SQTotal	-	-

FV	GL	SQ	QM	F_c
A	(I-1)	SQA	-	-
B	(J-1)	SQB	-	-
A×B	(I-1)(J-1)	SQA×B	$\frac{SQA\times B}{(I-1)(J-1)}$	$\frac{QMA\times B}{QMRes}$
(Trat)	(IJ - 1)	SQTrat	-	-
Blocos	(K - 1)	SQBlocos	-	-
Resíduo	(IJ)(K - 1)	SQRes	$\frac{SQRes}{(IJ)(K-1)}$	-
Total	IJK -1	SQTotal	-	-

Análise e interpretação de um experimento fatorial, com 2 fatores

Vamos considerar os dados de um experimento inteiramente casualizado, no esquema fatorial 3×2, para testar os efeitos de 3 recepientes para produção de mudas e 2 espécies de eucaliptos, quanto ao desenvolvimento das mudas.

Os recipientes e as espécies testadas foram:

R_1 = saco plástico pequeno

R_2 = saco plástico grande

R_3 = laminado

E_1 = *Eucalyptus citriodora*

E_2 = *Eucalyptus grandis*

As alturas médias das mudas, em cm, aos 80 dias de idade, são apresentadas no quadro a seguir.

TRATAMENTOS	REPETIÇÕES 1	2	3	4	TOTAIS
1 - R_1E_1	26,2	26,0	25,0	25,4	102,6
2 - R_1E_2	24,8	24,6	26,7	25,2	101,3
3 - R_2E_1	25,7	26,3	25,1	26,4	103,5
4 - R_2E_2	19,6	21,1	19,0	18,6	78,3
5 - R_3E_1	22,8	19,4	18,8	19,2	80,2
6 - R_3E_2	19,8	21,4	22,8	21,3	85,3
TOTAIS	138,9	138,8	137,4	136,1	551,2

$$C = \frac{\left(\sum_{i=1,j=1}^{I,J} Y_{ij}\right)^2}{IJ} = \frac{551,2^2}{6 \times 4} = 12.659,23$$

$$SQTotal = \sum_{i=1,j=1}^{I,J} Y_{ij}^2 - C = 26,2^2 + 26,0^2 + ... + 21,3^2 - C = 198,79$$

$$
\begin{aligned}
SQTrat &= \frac{\sum_{i=1}^{I} T_i^2}{J} - C \\
&= \frac{1}{4}(102,6^2 + 101,3^2 + ... + 85,3^2) - C \\
&= 175,70
\end{aligned}
$$

Tabela: Análise de variância do experimento.

FV	GL	SQ	QM	F_c
Tratamentos	5	175,70	35,14	27,45**
Resíduo	18	23,09	1,28	-
Total	23	198,79	-	-

$$\text{F} \quad \text{da} \quad \text{tabela} \quad 5 \times 18 \quad g.l. \begin{cases} 5\% & = 2,77 \\ 1\% & = 4,25 \end{cases}$$

Verificamos que o teste é significativo a 1 % de probabilidade, indicando que os tratamentos apresentam efeitos diferentes sobre as alturas das mudas.
Devemos proceder ao desdobramento dos 5 g. l de Tratamentos, para estudar os efeitos: de Recipiente (R), de Espécies (E), e da Interação R $\times$ E, da seguinte forma:

$$\text{Tratamentos} \quad 5 \quad g.l. \begin{cases} \text{Recipientes (R)} & = 2g.l. \\ \text{Espécies (E)} & = 1g.l. \\ \text{Interação (R X E)} & = 2g.l. \end{cases}$$

Para o cálculo das somas de quadrados correspondentes aos efeitos principais dos fatores e à interação entre eles, devemos organizar um quadro auxiliar, relacionando os níveis dos 2 fatores:

(4)	R_1	R_2	R_3	TOTAIS
E_1	102,6	103,5	80,2	286,3
E_2	101,3	78,3	85,3	264,9
TOTAIS	203,9	181,8	165,5	551,2

Desta forma, os totais de Espécies e Recipientes são totais de 12 e 8 parcelas respectivamente. Logo:

$$\textbf{S.Q.Recipientes} = \frac{1}{8}(203,9^2 + 181,8^2 + 165,5^2) - C$$
$$= 92,86$$

$$\textbf{S.Q.Espécies} = \frac{1}{12}(286,3^2 + 264,9^2) - C$$
$$= 19,08$$

Para o cálculo da soma de quadrados de interação R $\times$ E, devemos inicialmente calcular a soma de quadrados do efeito conjunto do Recipientes e Espécies, denotada por S.Q.R,E e calculada com valores internos do quadro auxiliar, provenientes de 4 parcelas. Logo:

$$\begin{aligned}\textbf{S.Q.R,E} &= \frac{1}{4}(102,6^2 + 103,5^2 + ... + 85,3^2) - C \\ &= 175,70\end{aligned}$$

e a soma de quadrados da interação é obtida por diferença:

$$\begin{aligned}\textbf{S.Q.R} \times \textbf{E} &= \textbf{S.Q.R,E} - \textbf{S.Q.Rec} - \textbf{S.Q.Esp} \\ &= 175,70 - 92,86 - 19,08 \\ &= 63,76\end{aligned}$$

Observação: nos experimentos fatoriais com 2 fatores, a soma de quadrados do efeito conjunto é sempre igual à soma de quadrados de tratamentos.

S.Q.R,E $=$ **S.Q.Tratamentos**

Então:

$$\textbf{S.Q.Interação R} \times \textbf{E} = \textbf{S.Q.Trat - S.Q. Rec - S. Q. Esp}$$

A análise de variância, com desdobramento dos graus de liberdade de tratamento, de acordo com o esquema fatorial 3 $\times$ 2, é apresentada no quadro a seguir.

Tabela: Análise de variância de acordo com o esquema fatorial 3 $\times$ 2.

FV	GL	SQ	QM	F_c
Recipientes (R)	2	92,86	46,43	36,27**
Espécies (E)	1	19,08	19,08	14,91**
Interação R $\times$ E	2	63,76	31,88	24,91**
Tratamentos	5	175,70	-	-
Resíduo	18	23,09	1,28	-
Total	23	198,79	-	-

Verificamos que o teste F para a Interação R $\times$ E foi significativo (P $<$ 0,01), indicando existir uma dependência entre os efeitos dos fatores: Recipientes e Espécies.
Então, as conclusões que poderíamos tirar da Tabela 2, para Recipientes e para Espécies, ficam prejudicadas, pois:

- os efeitos dos recipientes dependem da espécie utilizada; ou
- os efeitos das espécies dependem do recipiente utilizado.

Então, devemos proceder ao desdobramento da Interação R $\times$ E, o que pode ser feito de duas maneiras:

a) para estudar o comportamento das espécies dentro de cada recipiente;
b) para estudar o comportamento dos recipientes dentro de cada espécies.

a) Desdobramento da Interação R $\times$ E para estudar o comportamento das espécies dentro de cada recipiente:
Temos:

$$\textbf{S.Q.Esp d. R}_1 = \frac{1}{4}(102,6^2 + 101,3^2) - \frac{203,9^2}{8} = 0,21$$

$$\textbf{S.Q.Esp d. R}_2 = \frac{1}{4}(103,5^2 + 78,3^2) - \frac{181,8^2}{8} = 79,38$$

$$\textbf{S.Q.Esp d. R}_3 = \frac{1}{4}(80,2^2 + 85,3^2) - \frac{165,5^2}{8} = 3,25$$

FV	GL	SQ	QM	F_c
Espécies d. R_1	1	0,21	0,21	$0,16^{NS}$
Espécies d. R_2	1	79,38	79,38	$62,02^{**}$
Espécies d. R_3	1	3,25	3,25	$2,54^{NS}$
Resíduo	18	23,09	1,28	-

Conclusões:

a) Quando se utiliza o recipiente: saco plástico pequeno (R_1), não há diferença significativa ($P > 0,01$) para o desenvolvimento das mudas das 2 espécies;

b) Quando se utiliza o recipiente: saco plástico grande (R_2), há diferença significativa ($P < 0,01$) no desenvolvimento das mudas das 2 espécies, sendo melhor para *Eucalyptus citriodora* (E_1).

c) Quando se utiliza o recipiente: laminado (R_3) não há diferença significativa ($P > 0,05$) para o desenvolvimento das mudas das 2 espécies.

b) Desdobramento da Interação R $\times$ E para estudar o comportamento dos recipientes dentro de cada espécie:

$$\textbf{S.Q.Rec d. E}_1 = \frac{1}{4}(102,6^2 + 103,5^2 + 80,2^2) - \frac{286,3^2}{12} = 87,12$$

$$\textbf{S.Q.Rec d. E}_1 = \frac{1}{4}(102,6^2 + 103,5^2 + 80,2^2) - \frac{286,3^2}{12} = 87,12$$

$$\textbf{S.Q.Rec d. E}_2 = \frac{1}{4}(101,3^2 + 78,3^2 + 85,3^2) - \frac{264,9^2}{12} = 69,50$$

FV	GL	SQ	QM	F_c
Recipientes d. E_1	2	87,12	43,56	$34{,}03^{**}$
Recipientes d. E_2	2	69,50	34,75	$27{,}15^{**}$
Resíduo	18	23,09	1,28	-

Conclusões:

a) Os 3 recipientes têm efeitos diferentes ($P < 0{,}01$) sobre o desenvolvimento de mudas de *Eucalyptus citriodora* (E_1).

b) Os 3 recipientes têm efeitos diferentes ($P < 0{,}01$) sobre o desenvolvimento de mudas de *Eucalyptus grandis* E_2.

Devemos, então,comparar as médias, e compará-las pelo teste de Tukey:

a) Recipiente d. E$_1$

$\overline{R_1E_1}$ = 102,6/4 = 25,65 cm **a**

$\overline{R_2E_1}$ = 103,5/4 = 25,88 cm **a**

$\overline{R_3E_1}$ = 80,2/4 = 20,05 cm **b**

$$s(\hat{m}) = \frac{s}{\sqrt{r}} = \frac{\sqrt{1,28}}{4} = 0,57cm$$

$$\Delta = q.s(\hat{m})$$

$$\Delta = 3,61.0,57$$

$$\Delta = 2,06$$

$$q \quad 3\text{níveis} \quad e \quad 18 \quad \text{g.l.Res.} \left\{ \; 5\% \quad = 3,61 \right.$$

Conclusão: para o *Eucalyptus citriodora* (E_1), os melhores recipientes foram: o saco plástico pequeno (R_1) e o saco plástico grande (R_2), que determinaram desenvolvimento de mudas significativamente maior que o laminado (R_3), sem diferirem (R_1 e R_2) entre si.

b) Recipiente d. E$_2$

$\overline{R_1 E_2}$ = 25,33 cm **a**

$\overline{R_2 E_2}$ = 19,58 cm **b**

$\overline{R_3 E_2}$ = 21,33 cm **b**

$$s(\hat{m}) = \frac{s}{\sqrt{r}} = \frac{\sqrt{1,28}}{4} = 0,57cm$$

$$\Delta = q.s(\hat{m})$$
$$\Delta = 3,61.0,57$$
$$\Delta = 2,06$$

$$\text{q} \quad \text{3níveis} \quad \text{e} \quad 18 \quad \text{g.l.Res.} \left\{ \; 5\% \quad = 3,61 \right.$$

Conclusão: para o *Eucalyptus grandis* (E_2), o melhor recipiente foi o saco plástico pequeno (R_1), que determinou desenvolvimento de mudas significativamente maior que o saco plástico grande (R_2) e que o laminado (R_3).

Os resultados do experimento podem ser resumidos no quadro seguinte:

	R_1	R_2	R_3
E_1	25,65 a A	25,88 a A	20,05 b B
E_2	25,33 a A	19,58 b B	21,33 b A

1) Para cada espécie, letras minúsculas iguais indicam que as médias não diferem ente si, pelo teste de Tukey ($P > 0{,}05$).
2) Para cada recipiente, letras maiúsculas iguais indicam que o teste F é não significativo ($P>0{,}05$).