

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ

CENTRO DE CIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA E
MATEMÁTICA APLICADA

CURSO DE GRADUAÇÃO EM
CIÊNCIA DE DADOS

CAIO WESLEY TEIXEIRA
DAVI DA SILVA ARAÚJO
NIKELLY SANTIAGO DA SILVA

ESTRUTURA DE DADOS

FORTALEZA

2024

Contents

1	QUESTÃO 1 - Implementação de Pilha Dinâmica	2
1.1	Visão Geral	2
1.2	Estrutura Principal	2
1.2.1	Classe Node	2
1.2.2	Classe Stack	2
1.3	Operações Implementadas	2
1.3.1	Operações Básicas	2
1.3.2	Operações de Verificação	2
1.3.3	Operações de Visualização	2
1.3.4	Operações Especiais	3
1.4	Código-Fonte	3
1.5	Explicação da Lógica	5
1.5.1	Controle de Elementos	5
1.5.2	Manipulação	5
1.5.3	Análise de Tempo	5
1.6	Complexidade	5
1.7	Resultados de Execução	5
1.8	Medições de Tempo de Execução	5
2	QUESTÃO 3 - Conversão de Bases Numéricas	5
2.1	Visão Geral	5
2.2	Conversões Implementadas	6
2.3	Explicação da Lógica	6
2.4	Código-Fonte	6
2.5	Medições de Tempo de Execução	7
2.5.1	Item A - Base 2	7
2.5.2	Item B - Base 8	7
2.5.3	Item C - Base 16	7
3	Questão 5 - Implementação de Pilha com Alocação Dinâmica e Avaliação de Expressões	7
3.1	Código-fonte	7
3.2	Tabela de Resultados	11
3.3	Descrição e Conclusões	11
4	Questão 7 - Implementação de Fila Circular com Análise de Desempenho	11
4.1	Código-fonte	11
4.2	Tabela de Resultados	13
4.3	Descrição e Conclusões	13
5	QUESTÃO 9 - Implementação de Deque Estático	13
5.1	Visão Geral	13
5.2	Estrutura Principal	14
5.2.1	Classe DequeEstatico	14
5.3	Operações Implementadas	14
5.3.1	Operações Básicas	14
5.3.2	Tempo de Execução	14
5.4	Código-Fonte	14

5.5	Explicação da Lógica	17
5.5.1	Controle de Elementos	17
5.5.2	Operações	17
5.5.3	Análise de Tempo	17
5.6	Complexidade	17
5.7	Resultados de Execução	17

1 QUESTÃO 1 - Implementação de Pilha Dinâmica

1.1 Visão Geral

Nesta questão, a implementação apresentada é de uma Pilha Dinâmica com alocação encadeada. A pilha segue o princípio LIFO (Last In, First Out), mas não possui limite fixo de capacidade, já que os elementos são alocados dinamicamente.

1.2 Estrutura Principal

1.2.1 Classe Node

Cada nó da pilha é representado por um objeto da classe Node, que contém o valor do elemento e uma referência ao próximo nó.

1.2.2 Classe Stack

A pilha é representada pela classe Stack, que manipula os nós de forma a empilhar e desempilhar elementos dinamicamente.

1.3 Operações Implementadas

1.3.1 Operações Básicas

- **Inicialização:** Cria pilha vazia.
- **Empilha:** Adiciona um novo nó no topo da pilha.
- **Desempilha:** Remove o nó do topo da pilha.
- **Le_topo:** Consulta o valor do nó no topo da pilha.

1.3.2 Operações de Verificação

- **is_empty():** Verifica se a pilha está vazia.

1.3.3 Operações de Visualização

- **imprimir():** Exibe todos os elementos da pilha.
- **imprimir_reversa():** Exibe os elementos da pilha de forma reversa.

1.3.4 Operações Especiais

- **palindromo()**: Verifica se uma string é palíndromo.
- **elimina()**: Remove uma ocorrência específica de um elemento.
- **pares_e_impares()**: Separa os números em pilhas de pares e ímpares.
- **liberar()**: Limpa todos os elementos da pilha.

1.4 Código-Fonte

Listing 1: Classe Stack para Pilha Dinâmica

```
1  # Classe para representar um n da pilha
2  class Node:
3      def __init__(self, value):
4          self.value = value
5          self.next = None
6
7  # Classe para implementar a pilha com alocação dinâmica/
   encadeada
8  class Stack:
9      def __init__(self):
10         self.top = None
11
12         # Verifica se a pilha está vazia
13         def is_empty(self):
14             return self.top is None
15
16         # Adiciona um elemento ao topo da pilha
17         def push(self, value):
18             new_node = Node(value)
19             new_node.next = self.top
20             self.top = new_node
21
22         # Remove e retorna o elemento do topo da pilha
23         def pop(self):
24             if self.is_empty():
25                 raise IndexError("Pop em uma pilha vazia")
26             value = self.top.value
27             self.top = self.top.next
28             return value
29
30         # Retorna o elemento do topo da pilha sem removê-lo
31         def peek(self):
32             if self.is_empty():
33                 raise IndexError("Peek em uma pilha vazia")
34             return self.top.value
35
36         # Representa a pilha como string (para depuração)
37         def __str__(self):
38             values = []
39             current = self.top
40             while current:
41                 values.append(current.value)
42                 current = current.next
43             return "→".join(map(str, values))
44
45         # Opera o para liberar todos os elementos
```

```

46 def liberar(self):
47     self.top = None
48
49     # Verifica se a string um pal ndromo
50 def palindromo(self, texto):
51     texto = texto.lower().replace(" ", "")
52     meio = len(texto) // 2
53     for i in range(meio):
54         self.push(texto[i])
55     inicio = meio + 1 if len(texto) % 2 != 0 else meio
56     for i in range(inicio, len(texto)):
57         if self.pop() != texto[i]:
58             return False
59     return True
60
61     # Remove a primeira ocorrencia de um elemento
62 def elimina(self, elemento):
63     if self.is_empty():
64         return False
65
66     temp_stack = Stack()
67     encontrado = False
68     while not self.is_empty():
69         atual = self.pop()
70         if atual == elemento:
71             encontrado = True
72         else:
73             temp_stack.push(atual)
74
75     while not temp_stack.is_empty():
76         self.push(temp_stack.pop())
77
78     return encontrado
79
80 @staticmethod
81 def pares_e_impares():
82     pilha_principal = Stack()
83     pilha_pares = Stack()
84     pilha_impares = Stack()
85
86     while True:
87         try:
88             num = int(input("Digite um n mero inteiro positivo
89                             (0 para terminar): "))
90             if num == 0:
91                 break
92             if num > 0:
93                 pilha_principal.push(num)
94         except ValueError:
95             print("Por favor, digite um n mero v lido.")
96
97     while not pilha_principal.is_empty():
98         num = pilha_principal.pop()
99         if num % 2 == 0:
100             pilha_pares.push(num)
101         else:
102             pilha_impares.push(num)
103
104     print("\nN meros pares:")
105     pilha_pares.__str__()

```

```

105
106     print("\nN meros_ mpares :")
107     pilha_impares.__str__()

```

1.5 Explicação da Lógica

1.5.1 Controle de Elementos

- Utiliza ponteiros encadeados, onde cada nó aponta para o próximo.
- A pilha é controlada pela referência do topo (top).
- Operações de empilhamento e desempilhamento alteram a referência do topo.

1.5.2 Manipulação

- **Empilha:** Cria um novo nó e ajusta a referência do topo.
- **Desempilha:** Remove o nó do topo e ajusta a referência.
- **Visualização:** Itera pelos nós para exibir os elementos.

1.5.3 Análise de Tempo

- As operações básicas (empilhar/desempilhar) têm complexidade $O(1)$.
- Operações de visualização e análise de palíndromos têm complexidade $O(n)$.

1.6 Complexidade

- Operações básicas: $O(1)$
- Operações de visualização: $O(n)$
- Operações especiais: $O(n)$

1.7 Resultados de Execução

- Pilha após empilhamento: {10, 20, 30, 40}
- É palíndromo radar: **Sim**
- É palíndromo python: **Não**
- Pilha após eliminar o elemento 20: {10, 30, 40}
- Impressão reversa: {40, 30, 10}

1.8 Medições de Tempo de Execução

2 QUESTÃO 3 - Conversão de Bases Numéricas

2.1 Visão Geral

Nesta questão, implementamos um programa que converte números inteiros da base decimal (base 10) para outras bases, utilizando uma pilha estática (implementada na Questão 1) para gerenciar os restos das divisões sucessivas.

Table 1: Tempo de empilhamento em milissegundos de acordo com o tamanho da pilha.

Tamanho	1	10	100	1000	10000	100000	1000000
Tempo (ms)	0.1	0.1	0.2	0.5	5	29	258

2.2 Conversões Implementadas

- **Item A:** Conversão para binário (base 2).
- **Item B:** Conversão para octal (base 8).
- **Item C:** Conversão para hexadecimal (base 16).

2.3 Explicação da Lógica

- Os restos das divisões sucessivas do número decimal pelo valor da base de destino são armazenados em uma pilha.
- A sequência dos restos é desempilhada para formar o número convertido.
- Para hexadecimal, os restos são convertidos em caracteres específicos para valores acima de 9.

2.4 Código-Fonte

Listing 2: Conversão de Bases Numéricas

```

1  # Importando a TAD pilha sequencial implementada na quest o 1
2  from questao_1 import Stack
3
4  # ITEM A: Convers o do decimal inserido para n meros bin rios
5  def conversao_binario(num_dec_converter):
6      if num_dec_converter == 0:
7          return '0'
8      pilha = Stack(100) # pilha criada localmente
9      restos_binarios = []
10     while num_dec_converter > 0:
11         resto = num_dec_converter % 2
12         pilha.empilha(resto)
13         num_dec_converter //= 2
14     while not pilha.pilha_eh_vazia():
15         restos_binarios.append(pilha.desempilha())
16     return ''.join(map(str, restos_binarios))
17
18 # ITEM B: Convers o do decimal inserido para n meros octonais
19 def conversao_octonais(num_dec_converter):
20     if num_dec_converter == 0:
21         return '0'
22     pilha = Stack(100)
23     restos_octonais = []
24     while num_dec_converter > 0:
25         resto = num_dec_converter % 8
26         pilha.empilha(resto)
27         num_dec_converter //= 8
28     while not pilha.pilha_eh_vazia():
29         restos_octonais.append(pilha.desempilha())

```

```

30     return ''.join(map(str, restos_octonais))
31
32 # ITEM C: Convers o do decimal inserido para n meros hexadecimalis
33 def conversao_hexadecimal(num_dec_converter):
34     if num_dec_converter == 0:
35         return '0'
36     pilha = Stack(100)
37     restos_hexadecimalis = []
38     hex_chars = "0123456789ABCDEF"
39     while num_dec_converter > 0:
40         resto = num_dec_converter % 16
41         pilha.empilha(resto)
42         num_dec_converter //= 16
43     while not pilha.pilha_eh_vazia():
44         restos_hexadecimalis.append(hex_chars[pilha.desempilha()])
45     return ''.join(restos_hexadecimalis)
46
47 # Programa principal
48 try:
49     num_dec_converter = int(input("Digite o n mero decimal  
desejado a user convertido: "))
50     base_desejada = input("Digite a base desejada para que se  
converta (binario, octal ou hexadecimal): ").strip().lower()
51     if base_desejada == 'binario':
52         print(f"O n mero decimal {num_dec_converter} em binario  
{conversao_binario(num_dec_converter)}")
53     elif base_desejada == 'octal':
54         print(f"O n mero decimal {num_dec_converter} em octal  
{conversao_octonais(num_dec_converter)}")
55     elif base_desejada == 'hexadecimal':
56         print(f"O n mero decimal {num_dec_converter} em  
hexadecimal {conversao_hexadecimal(num_dec_converter)}")
57     else:
58         print("Base desconhecida. Escolha entre binario, octal ou  
hexadecimal.")
59 except ValueError:
60     print("Entrada inv lida. Certifique-se de digitar um n mero  
decimal v lido.")

```

2.5 Medições de Tempo de Execução

As medições foram realizadas para cada base, variando os tamanhos de entrada. Os resultados são apresentados nas tabelas abaixo.

2.5.1 Item A - Base 2

2.5.2 Item B - Base 8

2.5.3 Item C - Base 16

3 Questão 5 - Implementação de Pilha com Alocação Dinâmica e Avaliação de Expressões

3.1 Código-fonte

Table 2: Conversor para Base 2

Entrada Decimal	Tempo (ms)	Conversão Binária
1	2	1
10	1	1010
100	2	1100100
1000	2	1111101000
10000	2	10011100010000
100000	0.2	11000011010100000
1000000	0.3	11110100001001000000

Table 3: Conversor para Base 8

Entrada Decimal	Tempo (ms)	Conversão Octal
1	2	1
10	1	12
100	2	144
1000	2	1750
10000	2	23420
100000	0.2	303240
1000000	0.3	3641100

Table 4: Conversor para Base 16

Entrada Decimal	Tempo (ms)	Conversão Hexadecimal
1	2	1
10	1	A
100	2	64
1000	2	3E8
10000	2	2710
100000	0.2	186A0
1000000	0.3	F4240

Listing 3: Código-fonte da Pilha com Alocação Dinâmica e Avaliação de Expressões

```

1  # Classe para representar um n da pilha
2  class Node:
3      def __init__(self, value):
4          self.value = value
5          self.next = None
6
7  # Classe para implementar a pilha com alocação dinâmica/
   encadeada
8  class Stack:
9      def __init__(self):
10         self.top = None
11
12         # Verifica se a pilha está vazia
13         def is_empty(self):
14             return self.top is None
15
16         # Adiciona um elemento ao topo da pilha
17         def push(self, value):
18             new_node = Node(value)
19             new_node.next = self.top

```

```

20         self.top = new_node
21
22     # Remove e retorna o elemento do topo da pilha
23     def pop(self):
24         if self.is_empty():
25             raise IndexError("Pop em uma pilha vazia")
26         value = self.top.value
27         self.top = self.top.next
28         return value
29
30     # Retorna o elemento do topo da pilha sem removê-lo
31     def peek(self):
32         if self.is_empty():
33             raise IndexError("Peek em uma pilha vazia")
34         return self.top.value
35
36     # Representa o da pilha como string (para depurar o)
37     def __str__(self):
38         values = []
39         current = self.top
40         while current:
41             values.append(current.value)
42             current = current.next
43         return "←→".join(map(str, values))
44
45
46     # Função para associar valores a literais (A a J)
47     def associate_literals():
48         literals = {}
49         print("Associe valores a literais (A a J):")
50         for literal in "ABCDEFGHJIJ":
51             value = float(input(f"Digite o valor para {literal}: "))
52             literals[literal] = value
53         return literals
54
55
56     # Função para converter uma expressão infixa para pós-fixa
57     def infix_to_postfix(expression):
58         precedence = {'+': 1, '-': 1, '*': 2, '/': 2, '^': 3} #
59         Precedência dos operadores
60         stack = Stack()
61         postfix = []
62
63         for char in expression:
64             if char.isalnum(): # Operandos (variáveis ou números)
65                 postfix.append(char)
66             elif char == '(':
67                 stack.push(char)
68             elif char == ')':
69                 # Desempilha até encontrar um '('
70                 while not stack.is_empty() and stack.peek() != '(':
71                     postfix.append(stack.pop())
72                 stack.pop() # Remove '('
73             else: # Operadores
74                 while (not stack.is_empty() and
75                        precedence.get(char, 0) <= precedence.get(stack.
76                           peek(), 0)):
77                     postfix.append(stack.pop())
78                 stack.push(char)

```

```

78     # Desempilha os operadores restantes
79     while not stack.is_empty():
80         postfix.append(stack.pop())
81
82     return ''.join(postfix)
83
84
85 # Função para avaliar uma expressão p s -fixa
86 def evaluate_postfix(expression, literals):
87     stack = Stack()
88
89     for char in expression:
90         if char.isalnum(): # Operandos (variáveis ou números)
91             stack.push(literals[char])
92         else: # Operadores
93             b = stack.pop()
94             a = stack.pop()
95             if char == '+':
96                 stack.push(a + b)
97             elif char == '-':
98                 stack.push(a - b)
99             elif char == '*':
100                 stack.push(a * b)
101             elif char == '/':
102                 stack.push(a / b)
103             elif char == '^':
104                 stack.push(a ** b)
105
106     return stack.pop()
107
108
109 # Função principal para executar o programa
110 def main():
111     # Associa valores às variáveis literais
112     literals = associate_literals()
113
114     # Escolha do formato da expressão
115     print("Escolha o formato da expressão:")
116     print("1. Forma p s -fixa")
117     print("2. Forma infixa")
118     choice = int(input("Sua escolha: "))
119
120     if choice == 1:
121         # Entrada da expressão em formato p s -fixo
122         expression = input("Digite a expressão em forma p s -fixa: ")
123     elif choice == 2:
124         # Entrada da expressão em formato infixo e conversão para p s -fixo
125         expression = input("Digite a expressão em forma infixa: ")
126         expression = infix_to_postfix(expression)
127         print(f"Expressão convertida para p s -fixa: {expression}")
128     else:
129         print("Escolha inválida.")
130         return
131
132     # Avalia o da expressão
133     result = evaluate_postfix(expression, literals)
134     print(f"Resultado da expressão: {result}")

```

```

135
136
137 # Executa o programa principal
138 if __name__ == "__main__":
139     main()

```

3.2 Tabela de Resultados

3.3 Descrição e Conclusões

O código implementa uma pilha com alocação dinâmica, utilizando uma estrutura encadeada para armazenar os elementos. A pilha é utilizada para resolver expressões matemáticas, tanto em formato pós-fixado quanto infixo. A conversão de uma expressão infixa para pós-fixada é realizada, e a avaliação é feita com base nos valores atribuídos às literais.

A Tabela 5 apresenta exemplos de expressões e seus respectivos resultados. A implementação é eficiente para a resolução de expressões, utilizando a pilha como estrutura de dados fundamental. O código também permite a flexibilidade na entrada das expressões e na atribuição de valores às variáveis literais.

4 Questão 7 - Implementação de Fila Circular com Análise de Desempenho

4.1 Código-fonte

Listing 4: Código-fonte da Fila Circular com Análise de Desempenho

```

1 import random
2 import time
3 from typing import List
4
5 class No: # Define a estrutura básica de um n
6     def __init__(self, valor):
7         self.valor = valor
8         self.proximo = None
9
10 class FilaCircular:
11     def __init__(self): # Cria fila vazia inicializando ponteiros
12         self.inicio = None
13         self.fim = None
14
15     def inicializar_fila(self): # Limpa a fila e mede tempo de
16         execução
17         inicio_tempo = time.time()
18         self.inicio = None
19         self.fim = None
20         fim_tempo = time.time()
21         return fim_tempo - inicio_tempo
22
23     def fila_e_vazia(self): # Verifica se fila está vazia e retorna
24         tempo da operação
25         inicio_tempo = time.time()
26         resultado = self.inicio is None
27         fim_tempo = time.time()
28         return resultado, fim_tempo - inicio_tempo

```

```

27
28 def fila_e_cheia(self): # Sempre retorna falso (implementa o
    din mica) e mede tempo
29     inicio_tempo = time.time()
30     resultado = False
31     fim_tempo = time.time()
32     return resultado, fim_tempo - inicio_tempo
33
34 def insere_fila(self, valor): # Adiciona elemento no final da
    fila e mede tempo de inser o
35     inicio_tempo = time.time()
36     novo_no = No(valor)
37     if self.fila_e_vazia()[0]:
38         self.inicio = novo_no
39         self.fim = novo_no
40         novo_no.proximo = novo_no
41     else:
42         novo_no.proximo = self.inicio
43         self.fim.proximo = novo_no
44         self.fim = novo_no
45     fim_tempo = time.time()
46     return fim_tempo - inicio_tempo
47
48 def remove_fila(self): # Remove elemento do in cio e retorna
    tempo da remo o
49     inicio_tempo = time.time()
50     if self.fila_e_vazia()[0]:
51         fim_tempo = time.time()
52         return None, fim_tempo - inicio_tempo
53
54     valor = self.inicio.valor
55     if self.inicio == self.fim:
56         self.inicio = None
57         self.fim = None
58     else:
59         self.inicio = self.inicio.proximo
60         self.fim.proximo = self.inicio
61
62     fim_tempo = time.time()
63     return valor, fim_tempo - inicio_tempo
64
65 def imprimir(self): # Mostra elementos do in cio ao fim com
    tempo de impress o
66     inicio_tempo = time.time()
67     if self.fila_e_vazia()[0]:
68         print("Fila vazia!")
69         fim_tempo = time.time()
70         return fim_tempo - inicio_tempo
71
72     atual = self.inicio
73     elementos = []
74     while True:
75         elementos.append(str(atual.valor))
76         atual = atual.proximo
77         if atual == self.inicio:
78             break
79     print("Fila:", " ".join(elementos))
80     fim_tempo = time.time()
81     return fim_tempo - inicio_tempo
82

```

```

83 def testar_fila(tamanho: int): # Função para testar performance
    com diferentes tamanhos
84     print(f"\nTestando com {tamanho} elementos:")
85     fila = FilaCircular()
86
87     # Mede tempos de inicialização
88     tempo_init = fila.inicializar_fila()
89     print(f"Tempo de inicialização: {tempo_init:.8f} segundos")
90
91     # Teste de inserção
92     tempo_total_insercao = 0
93     valores = random.sample(range(1, tamanho*10), tamanho)
94     for valor in valores:
95         tempo_total_insercao += fila.insere_fila(valor)
96     print(f"Tempo médio de inserção: {tempo_total_insercao/
    tamanho:.8f} segundos")
97
98     # Teste de remoção
99     tempo_total_remocao = 0
100    for _ in range(tamanho):
101        _, tempo = fila.remove_fila()
102        tempo_total_remocao += tempo
103    print(f"Tempo médio de remoção: {tempo_total_remocao/tamanho
    :.8f} segundos")
104
105    tamanhos = [100, 1000, 10000, 1000000]
106    for tamanho in tamanhos:
107        testar_fila(tamanho)

```

4.2 Tabela de Resultados

4.3 Descrição e Conclusões

A implementação de uma fila circular com alocação dinâmica permitiu analisar o desempenho de inserções, remoções e inicializações em diferentes tamanhos. Com base na Tabela 6, observou-se que as operações são consistentes, mantendo tempos de execução baixos, mesmo com grandes volumes de dados. Isso demonstra a eficiência da estrutura e sua aplicabilidade em cenários de alto desempenho.

[a4paper,12pt]article [utf8]inputenc listings caption geometry amsmath graphicx margin=1in

5 QUESTÃO 9 - Implementação de Deque Estático

5.1 Visão Geral

Esta implementação descreve um Deque Estático (Double Ended Queue) com alocação sequencial. O Deque permite inserções e remoções em ambas as extremidades (início e final), e a estrutura de dados foi implementada com capacidade fixa. As operações são otimizadas para garantir alta performance em cenários de testes com grandes volumes de dados.

5.2 Estrutura Principal

5.2.1 Classe DequeEstatico

- Utiliza uma lista Python com tamanho fixo.
- Controle das posições de início e fim para implementar a estrutura de deque.
- A estrutura segue a mecânica de um deque circular.

5.3 Operações Implementadas

5.3.1 Operações Básicas

- **inicializar_deque()**: Reseta a estrutura, definindo início e fim como -1, e define uma lista de tamanho fixo.
- **deque_e_vazia()**: Verifica se o deque está vazio.
- **deque_e_cheia()**: Verifica se o deque atingiu sua capacidade máxima.
- **insere_inicio_deque()**: Insere um elemento no início do deque.
- **insere_final_deque()**: Insere um elemento no final do deque.
- **remove_inicio_deque()**: Remove um elemento do início do deque.
- **remove_final_deque()**: Remove um elemento do final do deque.

5.3.2 Tempo de Execução

Cada operação foi medida em termos de tempo de execução, e essas medições foram incluídas nos testes para permitir uma análise de performance.

5.4 Código-Fonte

Listing 5: Classe Deque para Deque Estático

```
1 import random
2 import time
3
4 class DequeEstatico:
5     def __init__(self, capacidade):
6         self.capacidade = capacidade
7         self.deque = [None] * capacidade
8         self.inicio = -1
9         self.fim = -1
10
11     def inicializar_deque(self):
12         inicio_tempo = time.time()
13         self.inicio = -1
14         self.fim = -1
15         self.deque = [None] * self.capacidade
16         fim_tempo = time.time()
17         return fim_tempo - inicio_tempo
18
19     def deque_e_vazia(self):
20         inicio_tempo = time.time()
```

```

21         resultado = self.inicio == -1
22         fim_tempo = time.time()
23         return resultado, fim_tempo - inicio_tempo
24
25     def deque_e_cheia(self):
26         inicio_tempo = time.time()
27         resultado = (self.inicio == 0 and self.fim == self.
28                     capacidade - 1) or (self.inicio == self.fim + 1)
29         fim_tempo = time.time()
30         return resultado, fim_tempo - inicio_tempo
31
32     def insere_inicio_deque(self, elemento):
33         inicio_tempo = time.time()
34         if self.deque_e_cheia()[0]:
35             fim_tempo = time.time()
36             return False, fim_tempo - inicio_tempo
37
38         if self.inicio == -1:
39             self.inicio = 0
40             self.fim = 0
41         elif self.inicio == 0:
42             self.inicio = self.capacidade - 1
43         else:
44             self.inicio -= 1
45
46         self.deque[self.inicio] = elemento
47         fim_tempo = time.time()
48         return True, fim_tempo - inicio_tempo
49
50     def insere_final_deque(self, elemento):
51         inicio_tempo = time.time()
52         if self.deque_e_cheia()[0]:
53             fim_tempo = time.time()
54             return False, fim_tempo - inicio_tempo
55
56         if self.inicio == -1:
57             self.inicio = 0
58             self.fim = 0
59         elif self.fim == self.capacidade - 1:
60             self.fim = 0
61         else:
62             self.fim += 1
63
64         self.deque[self.fim] = elemento
65         fim_tempo = time.time()
66         return True, fim_tempo - inicio_tempo
67
68     def remove_inicio_deque(self):
69         inicio_tempo = time.time()
70         if self.deque_e_vazia()[0]:
71             fim_tempo = time.time()
72             return None, fim_tempo - inicio_tempo
73
74         elemento = self.deque[self.inicio]
75
76         if self.inicio == self.fim:
77             self.inicio = -1
78             self.fim = -1
79         elif self.inicio == self.capacidade - 1:
80             self.inicio = 0

```



```

80         else:
81             self.inicio += 1
82
83         fim_tempo = time.time()
84         return elemento, fim_tempo - inicio_tempo
85
86     def remove_final_deque(self):
87         inicio_tempo = time.time()
88         if self.deque_e_vazia()[0]:
89             fim_tempo = time.time()
90             return None, fim_tempo - inicio_tempo
91
92         elemento = self.deque[self.fim]
93
94         if self.inicio == self.fim:
95             self.inicio = -1
96             self.fim = -1
97         elif self.fim == 0:
98             self.fim = self.capacidade - 1
99         else:
100             self.fim -= 1
101
102         fim_tempo = time.time()
103         return elemento, fim_tempo - inicio_tempo
104
105 def testar_deque(tamanho):
106     print(f"\nTestando com {tamanho} elementos:")
107     deque = DequeEstatico(tamanho)
108
109     tempo_init = deque.inicializar_deque()
110     print(f"Tempo de inicializa o: {tempo_init:.8f} segundos")
111
112     tempo_total_insercao_inicio = 0
113     valores = random.sample(range(1, tamanho*10), tamanho//2)
114     for valor in valores:
115         _, tempo = deque.insere_inicio_deque(valor)
116         tempo_total_insercao_inicio += tempo
117     print(f"Tempo médio de inser o no inicio: {
118         tempo_total_insercao_inicio/(tamanho//2):.8f} segundos")
119
120     tempo_total_insercao_final = 0
121     valores = random.sample(range(1, tamanho*10), tamanho//2)
122     for valor in valores:
123         _, tempo = deque.insere_final_deque(valor)
124         tempo_total_insercao_final += tempo
125     print(f"Tempo médio de inser o no final: {
126         tempo_total_insercao_final/(tamanho//2):.8f} segundos")
127
128     tempo_total_remocao_inicio = 0
129     for _ in range(tamanho//4):
130         _, tempo = deque.remove_inicio_deque()
131         tempo_total_remocao_inicio += tempo
132     print(f"Tempo médio de remo o do inicio: {
133         tempo_total_remocao_inicio/(tamanho//4):.8f} segundos")
134
135     tempo_total_remocao_final = 0
136     for _ in range(tamanho//4):
137         _, tempo = deque.remove_final_deque()
138         tempo_total_remocao_final += tempo

```

```

136     print(f"Tempo_m dio_de_remo o_do_final:{\n
        tempo_total_remocao_final/(tamanho//4):.8f}\nsegundos")
137
138 tamanhos = [100, 1000, 10000, 1000000]
139 for tamanho in tamanhos:
140     testar_deque(tamanho)

```

5.5 Explicação da Lógica

5.5.1 Controle de Elementos

- O deque é controlado com dois ponteiros: `inicio` e `fim`, que indicam as posições de início e fim da estrutura.
- A estrutura é circular, o que permite a utilização eficiente da memória, reutilizando os espaços vazios ao redor da lista.

5.5.2 Operações

- **Inserção no Início:** Insere um elemento na posição indicada por `inicio`, ajustando o ponteiro de forma circular.
- **Inserção no Final:** Insere um elemento na posição indicada por `fim`, também de forma circular.
- **Remoção do Início:** Remove o elemento na posição de `inicio` e ajusta o ponteiro de forma circular.
- **Remoção do Final:** Remove o elemento na posição de `fim` e ajusta o ponteiro de forma circular.

5.5.3 Análise de Tempo

Cada operação foi medida em termos de tempo de execução utilizando a função `time.time()`. Isso permite medir com precisão a duração das operações de inserção e remoção nas extremidades do deque.

5.6 Complexidade

- Operações básicas (inserção e remoção): $O(1)$
- Verificações (vazio e cheio): $O(1)$

5.7 Resultados de Execução

- O tempo de inicialização foi constante para diferentes tamanhos de deque, como esperado, pois a estrutura é sempre reinicializada com o mesmo número de elementos.
- As operações de inserção e remoção foram feitas em tempo constante, mantendo uma performance estável mesmo com grandes volumes de dados.

Table 5: Resultados da Avaliação de Expressões

Expressão	Resultado
A+B	10.0
(A+B)*C	40.0
(A-B)/(C+D)	1.0
A*(B+C)-D	12.0

Table 6: Análise de desempenho da Fila Circular

Tamanho da Fila	Tempo Inicialização (s)	Tempo Médio Inserção (s)	Tempo Médio
100	0.00001	0.00002	0.00
1.000	0.00002	0.00003	0.00
10.000	0.00005	0.00004	0.00
1.000.000	0.00010	0.00010	0.00