Computer Systems

Steven Moerman

1

H4 Floating point getallen p79

- Floating point
  - Vast aantal cijfers (= precisie)
  - Macht van grondtal (= schuiven links / rechts)
    10^-308 <–> 10^308
  - Teken + of -

Het getal pi = 3,141592654…
De constante van Avogadro is 0,602214…x10^27

2

H4 Floating point getallen

- Floating point

23456 x 10^0
= 0,23456 x 10^5
= 234560000 x 10^-4
= 0,0023456 x 10^7

Precisie : 0,00234 x 10^7 <> 0,0023456 x 10^7

3

H4 Floating point getallen

- Floating point
  - Exponentiële of Wetenschappelijke notatie
    - Het teken van het getal (+of-)
    - Het getal of de mantissa (23456)
    - Het teken van de exponent (+of-)
    - De exponent
    - De basis (10) (bij pc's 2)
    - De positie van de komma / punt

4

H4 Floating point getallen

- Floating point
  Vb. -0,3579x10^-6
    - Het teken van het getal : -
    - Het getal of de mantissa: 0,3579
    - Het teken van de exponent : -
    - De exponent is 6
    - De basis is 10
    - De positie van de komma is tussen 1ste & 2de cijfer

5

H4 Floating point getallen

- Floating point
  - Formaat (komma en basis, gestandaardiseerd)

SMMM MMMM	-999 9999 =< getal =< +999 9999
SEEM MMMM	Precisie ?? Bereik ??

S = sign (teken van getal)
E = exponent
M = mantissa

6

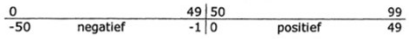
H4 Floating point getallen

- Floating point
  - Excess-N

EE = exponent (zonder teken) 00-99

EE = -50 … +49

Offset of bias : + 50 (Excess-50)



7

H4 Floating point getallen

- Floating point
  - Excess-50

    komma voor de 5 cijfers:

    0,00001 x 10^-50 =< getal =< 0,99999 x 10^49

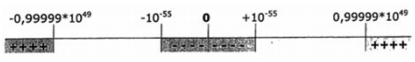
  - Eerste cijfers mantissa niet 0.

    0,10000 x 10^-50 =< getal =< 0,99999 x 10^49

8

H4 Floating point getallen

- Floating point
  - Overflow (bij EE>49, ++++)
  - Underflow (bij EE<-55, ----) (-55 = -50-5cijfers)



9

H4 Floating point getallen

- Floating point
  - Positieve waarden beginnen met 0
  - Negatieve getallen beginnen met 5

$0\,53\,24657 = 0{,}24657 \times 10^{3} = 246{,}57$

$5\,48\,10000 = 0{,}10000 \times 10^{-2} = -0{,}001$

$5\,55\,55555 = 0{,}55555 \times 10^{5} = -55555$

$0\,49\,25000 = 0{,}25000 \times 10^{-1} = 0{,}025$

10

H4 Floating point getallen

- Floating point
  - Normalisatie (onbeduidende 0 verwijderen)

0,00001 x 10^0 = 0,1 x 10^-4

.MMMMM x 10^EE

11

H4 Floating point getallen

- Floating point
  - Normalisatie
    1. Geen exponent => Exponent 0
    2. Komma naar links (of rechts)
    3. Precisie: afronden of 0 toevoegen.
    4. Floating point (bv excess-50) maken

12

H4 Floating point getallen

- Floating point – Normalisatie

+ 246,8035
1. Een exponent toevoegen.
   + 246,8035 x 10^0
2. We verschuiven de komma naar links en verhogen de exponent.
   + 0,2468035 x 10^3
3. Er zijn 7 cijfers in het getal, dus moeten we er 2 laten vallen.
   + 0,24680 x 10^3
4. De exponent 3 wordt in excess-50 voorgesteld als 53.
   Het + teken wordt voorgesteld door een 0. Dan bekomen we volgend resultaat:
   05324680

13

H4 Floating point getallen

- Floating point – Normalisatie

+ 1255 x 10^-3
1. Het getal heeft al een exponent.
2. We verschuiven de komma naar links en verhogen de exponent.
   + 0,1255 x 10^1
3. We voegen een 0 toe om onze 5 cijfers voor de precisie te bekomen.
   + 0,12550 x 10^1
4. De exponent 1 wordt in excess-50 voorgesteld als 51.
   Het + teken wordt voorgesteld door een 0. Dan bekomen we volgend resultaat:
   05112550

14

H4 Floating point getallen

- Opdracht p86
- 0,038

1. 0,038x10^0
2. 0,38x10^-1
3. 0,38000x10^-1
4. 04938000

15

H4 Floating point getallen

- Opdracht p86
- 3985,3

1. 3985,3x10^0
2. 0,39853x10^4
3. 0,39853x10^4
4. 05439853

16

H4 Floating point getallen

- Opdracht p86
- -23,7867

1. -23,7867x10^0
2. -0,237867x10^2
3. -0,23787x10^2
4. 55223787

17

H4 Floating point getallen

- Opdracht p86
- -0,0035

1. -0,0035x10^0
2. -0,35x10^-2
3. -0,35000x10^-2
4. 54835000

18

H4 Floating point getallen

- Opdracht p86
- 87,38x10^2

1. 87,38x10^2
2. 0,8738x10^4
3. 0,87380x10^4
4. 05487380

19

H4 Floating point getallen

- Floating point – bewerkingen “som en verschil”
  - Uitlijning (komma)
  - Mantissa (som of verschil)
    - Overflow (cijfers 1 positie naar rechts en EE 1 omhoog)

20

H4 Floating point getallen

- Floating point – bewerkingen “som en verschil”

SEEM MMMM = -0.MMMMMx10^EE

0 51 99520	0 51 99520	0 52 099520
0 49 67850	0 51 0067850	0 52 00067850
(opgelet 1 carry!!!)	0 5110019850	0 52 10019850
		0 52 10020

21

H4 Floating point getallen

- Floating point – bewerkingen “vermenigvuldiging en deling”
  - Geen uitlijning
  - EE
    - optellen (bij x) – excessnotatie
    - verschil (bij /) + excessnotatie
  - Mantissa normaliseren

22

H4 Floating point getallen

- Floating point – bewerkingen “vermenigvuldiging en deling”

SEEM MMMM = -0.MMMMMx10^EE

0 52 20000 x 0 47 12500
52 + 47 – 50 = 49 (EE)
0,20000 x 0,12500 = 0,0250000000
= 0 48 25000

23

H4 Floating point getallen

- Opdrachten p89
- 10 + 0,37

10 x 10^0 = 0,10000x10^2 = 0 52 10000 (fp)
0,37x10^0 = 0,37000x10^0 = 0 50 37000 (fp)
0 52 10000 (fp)
0 52 0037000 (fp)
0 52 10370 (fp) 0,10370x10^2 = 0,10370x100 = 10,370

24

H4 Floating point getallen

- Opdrachten p89
- 10 - 0,37

0 52 10000 (fp)
- 0 52 0037000 (fp)
0 52 0963000 (fp)
0 51 96300 (fp) 0,96300x10^1 = 0,96300x10 = 9,6300

25

H4 Floating point getallen

- Opdrachten p89
- 10 x 0,37

0 52 10000 (fp) x 0 50 37000 (fp)

52 + 50 – 50 = 52 (EE)
0,10000 x 0,37000 = 0,0370000000
=> 0 51 37000 (fp) = 0,37000 x 10^1 = 3,7000

26

H4 Floating point getallen

- Opdrachten p89
- 10 : 0,37

0 52 10000 (fp) : 0 50 37000 (fp)

52 - 50 + 50 = 52 (EE)
0,10000 : 0,37000 = 0,2702700270…
=> 0 52 27027 (fp) = 0,27027 x 10^2 = 27,027

27

H4 Floating point getallen

- Computers werken binair (niet decimaal)
  - 4-**bytes**, 8-**bytes** of 16-**bytes** floating point

31	30	23	22	0
MS	EE		MM (msb)	(lsb)

MS = Mantissa Sign = teken van de mantissa, bit 31
EE = Exponent = 8 bits (1 byte, bit 23 t.e.m. 30), excess-127
MM = Mantissa = 23 bits (bit 0 t.e.m. 22)

28

H4 Floating point getallen

- Computers werken binair (niet decimaal)
  - Bereik 10^-38 tot 10^38 (p90)
  - EE is 8 bits of bereik 256 of excess-127

31	30	23	22	0
MS	EE		MM (msb)	(lsb)

29

H4 Floating point getallen

- Computers werken binair (niet decimaal)

010000001**11001100000000000000000**

(+, 129-127 = 2, 110011…) = + 11,00110000000000000000

110000100**10000111100000000000000**

(-, 132-127 = 5, 100001111…) = - 10000,11110000000000000

101111110**10101010101010101010101**

(-, 126-127 = -1, 101010…) = - 0,01010101010101010101

30

H4 Floating point getallen

- Computers werken binair (niet decimaal)
  - 23-bits (0-22) fixen naar 24-bits ipv 0, denken aan 1,
  - Gevolg: 0 kan niet voorgesteld worden met 0,1 als begin

31

H4 Floating point getallen

- IEEE-754 met enkelvoudige precisie, 32 bits
  - 1 tekenbit (MS), (p91)
  - 8 bits voor EE (excess-127, basis 2), EE<>0 & 255
  - 23 bits voor de mantissa
  - Normalisatie naar 1,MMMM… (of hidden bit)

Getal	Exponent	Mantissa	IEEE-voorstelling
0	0	0	0 00000000 00000000000000000000000
+ ∞	255	0	0 11111111 00000000000000000000000
- ∞	255	0	1 11111111 00000000000000000000000

32

H4 Floating point getallen

- IEEE-754 met enkelvoudige precisie, 32 bits
  - Uitzondering voor kleine getallen
    - EE = 0
    - **0,**MMM…MMM x 2^-126
    - Bv 2^-23 x 2^-126 = 2^-149 = 1,401 x 10-45

Getal	Exponent	Mantissa	IEEE-voorstelling
0	0	0	0 00000000 00000000000000000000000
+ ∞	255	0	0 11111111 00000000000000000000000
- ∞	255	0	1 11111111 00000000000000000000000

33

H4 Floating point getallen

- IEEE-754 met enkelvoudige precisie, 32 bits (p92)
  - Basis b (= 2)
  - Precisie p (= 24 bits)
  - EE
    - Ondergrens (= -126)
    - Bovengrens (= +127)
  - Normalisatie (1,MMM… (of hidden bit))

34

H4 Floating point getallen

- IEEE-754 met enkelvoudige precisie, 32 bits (p93)
  - Kleinste genormaliseerde mantissa
    (1,175x10^-38) 1,000 0000 0000 0000 0000 0000$_{(2)}$
  - Grootste genormaliseerde mantissa
    (3,403x10^38) 1,111 1111 1111 1111 1111 1111$_{(2)}$

35

H4 Floating point getallen

- IEEE-754 met dubbele precisie, 64 bits
  - 1 tekenbit (MS)
  - 11 bits EE (excess-1023, basis 2)
  - 52 bits mantissa
  - Normalisatie (1,MMM… (of hidden bit))

Precisie van 15 decimale cijfers en bereik 10^-308 tot 10^308

36

H4 Floating point getallen

- IEEE-754 temporary real, 80 bits
  - 1 tekenbit (MS)
  - 15 bits EE (excess-16383, basis 2)
  - 64 bits mantissa
  - Normalisatie (**0,**MMM….)

Tussentijdse berekeningen.

37

H4 Floating point getallen

- IEEE floating point en conversie (p94)

25,375

- omzetten van $25_{(10)}$ naar binaire vorm = 11001
- omzetten van $0{,}375_{(10)}$ naar binaire vorm = 0,011
- het getal is $11001{,}011_{(2)}$ x 10^0 (= $25{,}375_{(10)}$ x 2^0)
- normalisatie van het getal $1{,}1001011_{(2)}$ x 10^100
  (= $1{,}5859375_{(10)}$ x 2^4)
- de exponent in excess-127 = 4 + 127 = $131_{(10)}$ = $1000\ 0011_{(2)}$
- de tekenbit is 0, omdat het een positief getal is

38

H4 Floating point getallen

- IEEE floating point en conversie (p94)

25,375

MS	EXPONENT	HB	MANTISSA
0	1000 0011	1	10010110000000000000000

BYTE 1	BYTE 2	BYTE 3	BYTE 4
0100 0001	1100 1011	0000 0000	0000 0000

HEX 1	HEX 2	HEX 3	HEX 4
4 1	C B	0 0	0 0

39

H4 Floating point getallen

- IEEE floating point en conversie (p94)

37,25
- omzetten van $37_{(10)}$ naar binaire vorm = 100101
- omzetten van $0{,}25_{(10)}$ naar binaire vorm = 0,01
- het getal is $100101{,}01_{(2)}$ x 10^0 (= $37{,}25_{(10)}$ x 2^0)
- normalisatie van het getal $1{,}0010101_{(2)}$ x 10^101
  (= $1{,}1640625_{(10)}$ x 2^5)
- de exponent in excess-127 = 5 + 127 = $132_{(10)}$ = 1000 $0100_{(2)}$
- de tekenbit is 0, omdat het een positief getal is

40

H4 Floating point getallen

- IEEE floating point en conversie (p94)

37,25

MS	EXPONENT	HB	MANTISSA
0	1000 0100	1	00101010000000000000000

BYTE 1	BYTE 2	BYTE 3	BYTE 4
0100 0010	0001 0101	0000 0000	0000 0000

HEX 1	HEX 2	HEX 3	HEX 4
4 2	1 5	0 0	0 0

41

H4 Floating point getallen

- IEEE floating point en conversie (p94)

-17,375
- omzetten van $17_{(10)}$ naar binaire vorm = 10001
- omzetten van $0{,}375_{(10)}$ naar binaire vorm = 0,011
- het getal is $10001{,}011_{(2)}$ x 10^0 (= $17{,}375_{(10)}$ x 2^0)
- normalisatie van het getal $1{,}0001011_{(2)}$ x 10^100
  (= $1{,}0859375_{(10)}$ x 2^4)
- de exponent in excess-127 = 4 + 127 = $131_{(10)}$ = 1000 $0011_{(2)}$
- de tekenbit is 1, omdat het een negatief getal is

42

H4 Floating point getallen

- IEEE floating point en conversie (p94)

-17,375

MS	EXPONENT	HB	MANTISSA
1	1000 0011	1	00010110000000000000000

BYTE 1	BYTE 2	BYTE 3	BYTE 4
1100 0001	1000 1011	0000 0000	0000 0000

HEX 1	HEX 2	HEX 3	HEX 4
C 1	8 B	0 0	0 0

43

H4 Floating point getallen

- Opdrachten p95

$1{,}75_{(10)} = 1{,}11_{(2)} = 1_{(2)} + 0{,}11_{(2)} = 1_{(10)}+0{,}5_{(10)}+0{,}25_{(10)}$

EE $= 0_{(2)} + 0111\ 1111_{(2)} = 0_{(10)}+127_{(10)}$

MS	EE							HB	Mantissa																	
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Byte 1								Byte 2								Byte 3								Byte 4							
0	0	1	1	1	1	1	1		1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

HEX 1		HEX 2		HEX 3		HEX 4	
3	F	E	0	0	0	0	0

44

H4 Floating point getallen

- Opdrachten p95

$-17{,}375_{(10)}$ = p95

45

H4 Floating point getallen

- Opdrachten p95

$1000{,}256_{(10)}$

$= 11\ 1110\ 1000_{(2)} + 0{,}0100\ 0001\ 1000\ 100_{(2)}$

$= 11\ 1110\ 1000{,}0100\ 0001\ 1000\ 100_{(2)}$

$= 1{,}1111\ 0100\ 0010\ 0000\ 1100\ 0100_{(2)} \times 10^{\wedge}1001$ (= 1,MMM…)

$EE = 9 + 127 = 136_{(10)} = 0000\ 1001_{(2)} + 0111\ 1111_{(2)} = 1000\ 1000_{(2)}$

46

H4 Floating point getallen

- Opdrachten p95

$1000{,}256_{(10)}$

MS	EE								HB	Mantissa															
0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0

Byte 1								Byte 2								Byte 3								Byte 4							
0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0

HEX 1		HEX 2		HEX 3		HEX 4	
4	4	7	A	1	0	6	2

47

H4 Floating point getallen

- Opdrachten p95

$0{,}234375_{(10)}$

$= 0{,}0011\ 1100_{(2)}$

$= 1{,}1110\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000_{(2)} \times 10^{\wedge}\text{-}11$ (= 1,MMM…)

$EE = 127\text{-}3 = 124_{(10)} = 0111\ 1111_{(2)} - 0000\ 0011_{(2)} = 0111\ 1100_{(2)}$

0,234375 x2 =	0,46875	(MSB)	0
0,46875 x2 =	0,9375		0
0,9375 x2 =	1,875		1
0,875 x2 =	1,75		1
0,75 x2 =	1,5		1
0,5 x2 =	1	(LSB)	1
0 x2 =	0		0
0 x2 =	0		0

48

H4 Floating point getallen

- Opdrachten p95

$0{,}234375_{(10)}$

MS	EE							HB	Mantissa																		
0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Byte 1								Byte 2								Byte 3								Byte 4			
0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
HEX 1				HEX 2				HEX 3				HEX 4			
3		E		7		0		0		0		0		0	

49

H4 Floating point getallen

- Opdrachten p95

$3{,}14159265359_{(10)}$

$= 11_{(2)} + 0{,}0010\ 0100\ 0011\ 1111\ 0110\ 1010\ 1_{(2)}$

$= 11{,}0010\ 0100\ 0011\ 1111\ 0110\ 1010\ 1_{(2)}$

$= 1{,}1001\ 0010\ 0001\ 1111\ 1011\ 0101_{(2)} \times 10^{1}$ (= 1,MMM…)

$EE = 127+1 = 128_{(10)} = 0111\ 1111_{(2)} + 0000\ 0001_{(2)} = 1000\ 0000_{(2)}$

50

H4 Floating point getallen

- Opdrachten p95

$3{,}14159265359_{(10)}$

MS	EE							HB	Mantissa																		
0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0
Byte 1								Byte 2								Byte 3								Byte 4			
0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0
HEX 1				HEX 2				HEX 3				HEX 4			
4		0		4		9		0		F		D		A	

$0{,}1415926535 9 \times 2 =$	$0{,}2831853071 8$ 0
$0{,}2831853071 8 \times 2 =$	$0{,}5663706143 6$ 0
$0{,}5663706143 6 \times 2 =$	$1{,}1327412287 2$ 1
$0{,}1327412287 2 \times 2 =$	$0{,}2654824574 4$ 0
$0{,}2654824574 4 \times 2 =$	$0{,}5309649148 8$ 0
$0{,}5309649148 8 \times 2 =$	$1{,}0619298297 6$ 1
$0{,}0619298297 6 \times 2 =$	$0{,}1238596595 2$ 0
$0{,}1238596595 2 \times 2 =$	$0{,}2477193190 4$ 0
$0{,}2477193190 4 \times 2 =$	$0{,}4954386380 8$ 0
$0{,}4954386380 8 \times 2 =$	$0{,}9908772761 6$ 0
$0{,}9908772761 6 \times 2 =$	$1{,}9817545232$ 1
$0{,}9817545232 \times 2 =$	$1{,}9635091046 4$ 1
$0{,}9635091046 4 \times 2 =$	$1{,}9270182092 8$ 1
$0{,}9270182092 8 \times 2 =$	$1{,}8540364185 6$ 1
$0{,}8540364185 6 \times 2 =$	$1{,}7080728371 2$ 1
$0{,}7080728371 2 \times 2 =$	$1{,}4161456742 4$ 1
$0{,}4161456742 4 \times 2 =$	$0{,}8322913484 8$ 0
$0{,}8322913484 8 \times 2 =$	$1{,}6645826969 6$ 1
$0{,}6645826969 6 \times 2 =$	$1{,}3291653939 2$ 1
$0{,}3291653939 2 \times 2 =$	$0{,}6583307878 5$ 0
$0{,}6583307878 5 \times 2 =$	$1{,}3166615756 9$ 1
$0{,}3166615756 9 \times 2 =$	$0{,}6333231513 9$ 0

51

H4 Floating point getallen

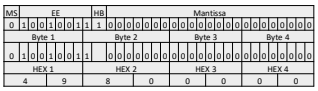
- Opdrachten p96 (checked: IEEE-754 Floating Point Converter (h-schmidt.net))

$49800000_{(IEEE\text{-}754SP)}$ = 1,00…$_{(2)}$ x 10^10100

= 1 0000 0000 0000 0000 0000,0$_{(2)}$

= 1 048 576$_{(10)}$

EE = 1001 0011$_{(2)}$ = 147$_{(10)}$ = 127$_{(10)}$ + 20$_{(10)}$



52

H4 Floating point getallen

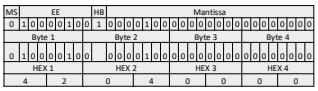
- Opdrachten p96 (checked: IEEE-754 Floating Point Converter (h-schmidt.net))

$42040000_{(IEEE\text{-}754SP)}$ = 1,0000 10…$_{(2)}$ x 10^101

= 10 0001,0000 0000 0000 0000$_{(2)}$

= 33$_{(10)}$

EE = 1000 0100$_{(2)}$ = 132$_{(10)}$ = 127$_{(10)}$ + 5$_{(10)}$



53

H4 Floating point getallen

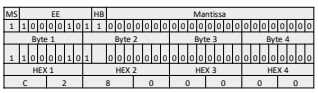
- Opdrachten p96 (checked: IEEE-754 Floating Point Converter (h-schmidt.net))

$C2800000_{(IEEE\text{-}754SP)}$ = -1,0000…$_{(2)}$ x 10^110

= -100 0000,000…$_{(2)}$

= -64$_{(10)}$

EE = 1000 0101$_{(2)}$ = 133$_{(10)}$ = 127$_{(10)}$ + 6$_{(10)}$



54

H4 Floating point getallen

- Opdrachten p96 (checked: IEEE-754 Floating Point Converter (h-schmidt.net))

$C1140000_{(IEEE\text{-}754SP)}$ = -1,0010 1000…$_{(2)}$ x 10^11

= -1001,0100 0…$_{(2)}$

= -9,25$_{(10)}$

EE = 1000 0010$_{(2)}$ = 130$_{(10)}$ = 127$_{(10)}$ + 3$_{(10)}$

MS	EE							HB	Mantissa															
1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Byte 1								Byte 2								Byte 3								Byte 4		
1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
HEX 1				HEX 2				HEX 3				HEX 4														
C		1		1		4		0		0		0		0												

55

H4 Floating point getallen

- Opdrachten p96 (checked: IEEE-754 Floating Point Converter (h-schmidt.net))

$41840000_{(IEEE\text{-}754SP)}$ = 1,0000 1000 0000…$_{(2)}$ x 10^100

= 1 0000,1000 0000…$_{(2)}$

= 16,5$_{(10)}$

EE = 1000 0011$_{(2)}$ = 131$_{(10)}$ = 127$_{(10)}$ + 4$_{(10)}$

MS	EE							HB	Mantissa															
0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Byte 1								Byte 2								Byte 3								Byte 4		
0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
HEX 1				HEX 2				HEX 3				HEX 4														
4		1		8		4		0		0		0		0												

56