## Hoofdstuk 7

## Doe-het-zelf

## 7.1 Voorbeeldexamen: eerste semester



Opmerking: Voorbeeldfiles (zie Toledo) zullen ter beschikking staan op de pc.

1. Gegeven: het recursieve en expliciete voorschrift van de rij  $(a_n)$  met

• 
$$a_{n+1} = a_n + 2$$
 en  $a_1 = 5$ 

• 
$$a_n = 2n + 3$$

Gevraagd:

- (i) Bereken op twee verschillende manieren  $a_{10}$ .
- (ii) Ga na dat het expliciete voorschrift voldoet aan het recursieve voorschrift.
- 2. Gegeven:  $t_3 = -3$  en  $t_7 = -243$  Gevraagd:
  - (a) Veronderstel dat  $(t_n)$  een rekenkundige rij is. Bepaal  $t_1, v$  en  $s_5$ .
  - (b) Veronderstel dat  $(t_n)$  een meetkundige rij is. Bepaal  $t_1$ , q en  $s_{10}$ .
- 3. Op een speeltuin wil men een grote glijbaan plaatsen. De glijbaan steunt op 11 houten palen die op 1m afstand van elkaar staan. De palen zitten (voor de stevigheid) 30 cm diep in de grond verankerd. Boven de grond is de lengte van elke paal een kwart langer dan zijn voorganger. Bepaal de totale lengte van alle palen samen als de kortste paal 20 cm boven de grond uitsteekt.
- 4. Ga na of de onderstaande rijen rekenkundige, meetkundige of 'andere' rijen zijn. Bepaal in het geval van een rekenkundige of meetkundige rij v of q én  $t_{10}$ .

(a) 
$$\frac{1}{2}$$
,  $-1$ , 2, ...

(b) 
$$-\frac{3}{2}, -\frac{3}{4}, 0, \dots$$

- (c)  $1, 2, 5, \dots$
- (d)  $1, 2, \dots \text{ met } s_7 = 127$
- (e)  $\sqrt{2}, \sqrt{8}, \sqrt{18}, \dots$
- 5. Waar of vals? Geef een verklaring en herschrijf tot een ware uitspraak door het onderlijnde deel aan te passen (indien de opgave vals is). De rij  $(t_n)$  met voorschrift  $t_n = 1 + \frac{5}{n} + \left(-\frac{1}{2}\right)^n$  is een <u>divergente rij met limiet 1</u>.
- 6. Los de onderstaande vergelijking op:

(a) 
$$5.3^{2x^2} = \frac{15}{3^x}$$

(b) 
$$16^x = \frac{1}{2x^2 - 3}$$

- 7. Bij het uitbreken van een griepepidemie neemt het aantal zieken A(t) exponentieel toe volgens het voorschrift  $A(t) = 100g^t$ . De tijd t is in dagen vanaf het uitbreken van de epidemie. Voor het virus met de naam Uno geldt g = 1, 8.
  - (a) Vanaf  $A_0 = A(0)$  zieken spreken we van een griepepidemie (geldig voor elke griepvorm). Bereken  $A_0$ .
  - (b) Bereken het aantal zieken 14 dagen na het uitbreken van het Uno-griepvirus.
  - (c) Na hoeveel dagen zal het aantal zieken toegenomen zijn tot 100000?

25 dagen na het uitbreken van een ander virus, het Secundo-griepvirus, is het aantal zieken 140000.

- (a) Bereken de groeifactor per dag die hoort bij het Secundo-virus.
- (b) Bereken het groeipercentage per week dat hoort bij het Secundo-virus.
- 8. In het spel Yahtzee gooit men bij de eerste worp steeds met 5 dobbelstenen. Indien het aantal ogen op 2 én 3 van de 5 dobbelstenen gelijk is (bv. 2 keer '3 ogen' en 3 keer '5 ogen'), noemt men dit "Full House". Ook indien het aantal ogen op de 5 dobbelstenen gelijk is, kan men dit beschouwen als een "Full House".
  - (a) Hoeveel verschillende resultaten kan men verwachten bij deze eerste worp?
  - (b) Op hoeveel verschillende manieren kan men met 5 dobbelstenen "Full House" realiseren?

9. Een gepersonaliseerde nummerplaat bestaat in België uit maximaal 8 karakters (nl. letters, cijfers en streepje -). Door middel van het streepje kan je de karakters groeperen. In een groepje van karakters mogen geen letters en cijfers door elkaar staan. Alle letter- en cijfercombinaties zijn toegestaan.



Na een ramkraak in een elektronica-winkel ondervraagt de politie de enige getuige. Het enige wat deze persoon zich nog herinnert, is dat de vluchtende auto een Belgische nummerplaat had van het gepersonaliseerde type. De nummerplaat begon met de groepje van 4 letters, een streepje en dan gevolgd door een groepje van 3 cijfers. Ze bevatte bovendien juist drie gelijke letters en het cijfergedeelte bestond uit verschillende cijfers.

Hoeveel mogelijkheden moet de politie op basis van deze getuigenis maximaal controleren?

- 10. In deze vraag maken we anagrammen (= bestaande én onbestaande 5-letter-woorden met de letters) van het woord VIVES.
  - (a) Hoeveel anagrammen kan men maken met de letters van VIVES?
  - (b) Hoeveel van deze anagrammen beginnen met de letter V?
  - (c) Als we deze an agrammen alfabetisch zouden rangschikken, op welke plaats staat SIEVV?