

## DISCUSIÓN DE PROBLEMAS No. 3

### UNIDAD III: CAPACITANCIA

#### A – REVISIÓN DE CONCEPTOS

1- Defina o explique los siguientes conceptos:

1) Capacitor	7) Capacitor de placas paralelas	13) Densidad de energía	19) Polarización
2) Capacitancia	8) Capacitor cilíndrico	14) Dieléctrico	20) Campo Inducido
3) Farad (F)	9) Capacitor esférico	15) Rigidez dieléctrica	21) Carga libre
4) Microfarad ( $\mu\text{F}$ )	10) Capacitores en serie	16) Constante dieléctrica	22) Carga inducida
5) Nanofarad (nF)	11) Capacitores en paralelo	17) Dieléctrico polar	23) Densidad de carga
6) Picofarad (pF)	12) Capacitancia equivalente	18) Dieléctrico no polar	24) Carga de un capacitor

2° Argumente acerca de la veracidad o de la falsedad de las afirmaciones siguientes:

- Los capacitores son dispositivos constituidos por dos cuerpos de cualquier forma, sean conductores o no conductores, con cargas de la misma magnitud, pero de distinto signo.
- La carga neta de un capacitor con diferencia de potencial o sin diferencia de potencial entre sus placas siempre es cero.
- La capacitancia es una medida de la carga total que un capacitor puede contener en cualquiera de sus placas.
- La capacitancia de cualquier capacitor, sea de placas paralelas, cilíndrico o esférico, es proporcional al área de dichas placas.
- En un arreglo de capacitores en serie, la magnitud de la carga en las placas de éstos, es proporcional a su capacitancia respectiva.
- En un arreglo de capacitores en paralelo, la magnitud de la carga en las placas de éstos, es proporcional a su capacitancia respectiva.
- Puesto que la diferencia de potencial “V” es energía por unidad de carga, si “Q” es la magnitud de la carga en las placas de un capacitor, entonces QV debe ser la energía almacenada en dicho capacitor.
- Dos capacitores exactamente iguales, uno con dieléctrico y el otro sin dieléctrico, tendrán cargas iguales si la diferencia de potencial entre sus placas es la misma.
- Si a un capacitor de placas plano paralelas, conectado a una batería, se le introduce un dieléctrico, el campo eléctrico en el medio dieléctrico es de igual magnitud que el que tenía antes de introducir dicho dieléctrico.
- Si un capacitor está lleno con un dieléctrico de constante dieléctrica k, la magnitud E del campo eléctrico entre sus placas es k veces menor que el que tendría sin dieléctrico.

3° Responda las siguientes preguntas:

- a) ¿Depende la capacitancia de un capacitor de la magnitud de la carga que posee en cualquiera de sus placas? ¿Y, de la diferencia de potencial entre las placas?
- b) ¿Qué sucede a la carga de un capacitor si se duplica la diferencia de potencial entre sus placas?
- c) Un capacitor de placas plano paralelas posee una carga  $Q$ . ¿Qué sucede con su diferencia de potencial, si estando desconectado de una fuente eléctrica, la distancia entre sus placas se duplica?
- d) Una lámina conductora de espesor “ $e$ ” se pone paralela entre las placas de un capacitor de placas plano paralelas pero no las toca. ¿Cómo afecta esto a la capacitancia?
- e) ¿Es mayor o menor la capacitancia equivalente de un arreglo de capacitores en serie que la menor de las capacitancias de los capacitores en dicho arreglo?
- f) ¿Es mayor o menor la capacitancia equivalente de un arreglo de capacitores en paralelo que la mayor de las capacitancias de los capacitores en dicho arreglo?
- g) ¿Cómo depende de su carga la energía almacenada en un capacitor? ¿Y, de su diferencia de potencial?
- h) Las cargas eléctricas de un capacitor se atraen entre sí; dado que éstas son de signos contrarios y, por lo tanto, se requiere de trabajo para aumentar la separación entre sus placas. ¿Sería positivo o negativo el trabajo realizado por un agente externo y cómo afectaría esto a la energía almacenada?
- i) Un capacitor se carga utilizando una batería que después se desconecta. Entre las placas se introduce un dieléctrico. ¿Qué ocurre con la carga, con la diferencia de potencial, con el campo eléctrico y con la energía almacenada?
- j) ¿Cómo afecta el cambio de temperatura la capacitancia de un capacitor con dieléctrico, despreciando los efectos de la dilatación térmica?

## B – PROBLEMAS

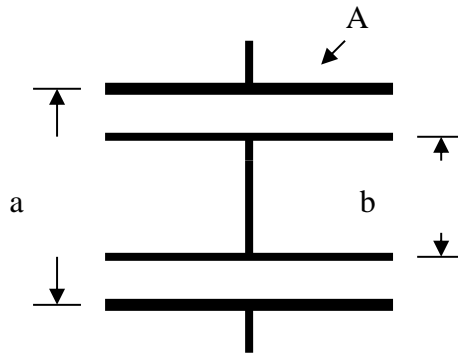
### 3.2 Cálculos de capacitancia.

- 1- Un capacitor de placas paralelas tiene placas circulares de 8.22 cm de radio y de 1.31 cm de separación. (a) Calcule la capacitancia. (b) Determine la carga en sus placas si se le aplica una diferencia de potencial de 116 V.
- 2- Dos láminas de hojas de aluminio tienen una separación de 1.20 mm, una capacitancia de 9.70 pF y están cargadas a 13.0 V. (a) Calcule el área de una de las placas. (b) Si la separación disminuye en 0.10 mm, ¿cuál es su nueva capacitancia? (c) En estas nuevas condiciones ¿cuál es la diferencia de potencial?
- 3- Un capacitor cilíndrico tiene placas exterior e interior cuyos radios (donde se localiza la carga negativa y positiva respectivamente) se encuentran en razón  $(b/a) = (5/1)$ . Se va a reemplazar la placa interior por otra cuyo radio es la mitad de la original. ¿En qué factor debe modificarse la longitud para que la capacitancia sea la misma?

- 4- Un capacitor esférico tiene una capacitancia de  $1\mu\text{F}$ . Su placa externa, en la superficie que contiene la carga, tiene un radio de 0.25 m. ¿Cuál debe ser el radio de su placa interna?
- 5- Las placas de un capacitor esférico tienen radios de 38 mm y 40 mm. (a) Calcule la capacitancia. (b) ¿Cuál debe ser el área de las placas de un capacitor plano paralelo con la misma separación entre las placas y la misma capacitancia?
- 6- Una esfera conductora aislada puede considerarse como uno de los elementos de un capacitor, siendo el otro una esfera concéntrica de radio infinito con potencial eléctrico cero. Demostrar que, si el radio de la esfera conductora es  $R$ , su capacitancia es:  $C = 4\pi\epsilon_0 R$ .

### 3.3 Combinación de capacitores.

- 7- En la siguiente figura se muestran dos capacitores en serie con una sección rígida central de longitud “b”, común a ambos capacitores y que se puede desplazar entre las placas fijas de éstos. Demostrar que la capacitancia equivalente de la combinación en serie, es independiente de la posición de la sección central y que está dada por:  $C = \epsilon_0 A / (a - b)$ ; donde  $A$  es el área de cada placa y “a” la separación de las placas fijas.

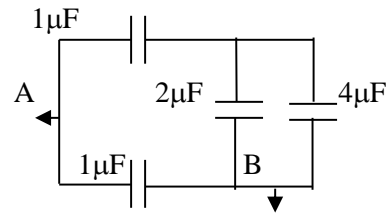


- 8- Un capacitor de  $6.0\mu\text{F}$  se conecta en serie con otro de capacitancia desconocida y se aplica una diferencia de potencial entre ellos de 400 V. Se encuentra que la diferencia de potencial del capacitor desconocido es de 220 V. Determinar: a) La capacitancia equivalente del arreglo. b) La capacitancia desconocida.
- 9- Un capacitor de  $6.0\mu\text{F}$  está conectado en serie con otro de  $4.0\mu\text{F}$  y entre los dos existe una diferencia de potencial de 200 V. a) Hallar la carga de cada capacitor. b) Determinar la diferencia de potencial de cada capacitor.
- 10- Un capacitor de  $2\mu\text{F}$  cargado a 200 V y otro de  $4\mu\text{F}$  cargado a 400 V se conectan entre si con la placa positiva de cada uno conectado a la placa negativa del otro. (a) ¿Cuál es el valor de la carga final de cada capacitor? (b) ¿Cuál es la diferencia de potencial de los capacitores conectados?
- 11- Repetir el problema anterior si los capacitores se conectan con sus placas positiva con positiva y negativa con negativa.

### 3.4 Energía almacenada en un capacitor.

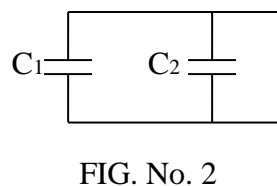
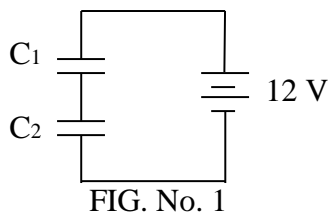
12- Cuatro capacitores se conectan tal como se muestra en la figura. Calcular:

- La capacitancia equivalente entre A y B.
- La energía almacenada en el sistema si se conecta una batería de 24 V a las terminales A y B.



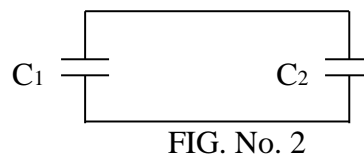
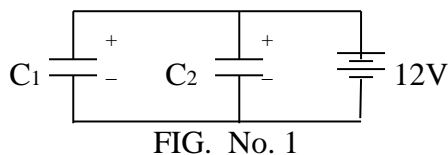
13- Dos capacitores  $C_1 = 3\mu\text{F}$  y  $C_2 = 6\mu\text{F}$ , inicialmente descargados, se conectan en serie y se les aplica una tensión de 12 V tal como se muestra en la figura No. 1.

- Determinar la carga eléctrica, la diferencia de potencial, la energía almacenada por cada capacitor y la almacenada por el sistema de capacitores.
- Si los capacitores se desconectan de la fuente y se reconectan en paralelo, sin pérdida de carga, tal como se ilustra en la figura No. 2, determinar la diferencia de potencial entre sus terminales, la carga y la energía eléctrica almacenada por cada uno y la energía almacenada por el sistema.



14- Un capacitor de placas paralelas de área  $A = 42\text{ cm}^2$  y separación  $d = 1.30\text{ mm}$ , se carga a una diferencia de potencial  $V = 625\text{ V}$ . Hallar: (a) La capacitancia. (b) La magnitud de la carga en las placas. (c) La energía almacenada. (d) El campo eléctrico entre las placas y (e) La densidad de energía.

15- Dos capacitores de capacitancia  $C_1 = 3\mu\text{F}$  y  $C_2 = 6\mu\text{F}$ , inicialmente descargados, se conectan en paralelo y se les aplica una tensión de 12 V tal como se muestra en la figura No. 1. Luego los capacitores se desconectan y se reconectan sin la fuente; la placa positiva de cada uno a la negativa del otro tal como se ilustra en la figura No. 2. Calcular: La carga eléctrica, la diferencia de potencial y la energía almacenada por cada capacitor y por el sistema en cada uno de los arreglos.



### 3.7 Cálculos de capacitancia, carga eléctrica, diferencia de potencial, etc., en capacitores con dieléctrico

16-Un capacitor está constituido por dos placas paralelas de forma circular de 8 cm de radio separadas un milímetro. El espacio entre las placas está lleno con mica de  $K = 5.4$ . Determinar:

- a) Su capacitancia.
- b) La máxima carga del capacitor sin producir la ruptura dieléctrica si la resistencia dieléctrica es de 160 kV/mm.
- c) La razón de la carga máxima con dieléctrico y la carga máxima sin dieléctrico si la resistencia del aire es de 0.8 kV/mm.

17-Una oblea de óxido de titanio ( $k = 173$ ) tiene un área de 1 cm<sup>2</sup> y un espesor de 0.10 mm. Se evapora aluminio sobre las caras paralelas para formar un capacitor.

- a) Calcular la capacitancia.
- b) Si se carga con una batería de 12 V, ¿cuál es la magnitud de la carga libre en las placas?
- c) Determinar las densidades de carga libre y de carga inducida.
- d) Hallar la intensidad del campo

18- Entre las placas de un capacitor de placas paralelas, separadas una distancia  $d$ , se introduce un dieléctrico de espesor  $b$ . Demostrar que la capacitancia queda determinada por:

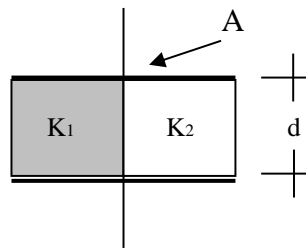
$$C = \frac{k_0 A}{kd - b(k-1)}$$

19-Si la rigidez dieléctrica máxima de un material es del orden de 10 MV/m, ¿cuál es el volumen mínimo entre las placas de un capacitor con dicho dieléctrico para poder almacenar 1 M J de energía?

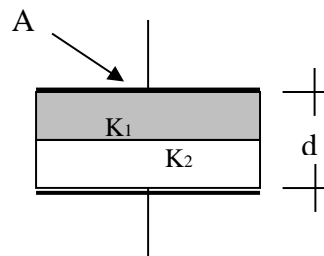
20-Las placas paralelas de un capacitor tienen un área de 600 cm<sup>2</sup> y están separadas 4 mm. El capacitor se carga hasta 100 V y luego se desconecta de la fuente de energía. (a) Determinar el valor de  $E$ ,  $\sigma$  y  $U$ . (b) Si en las condiciones anteriores se coloca un dieléctrico de  $K = 4$  que lo llena completamente, hallar de nuevo  $E$ , la diferencia de potencial  $V$ , la energía  $U$  almacenada y la densidad de carga en el dieléctrico,  $\sigma'$ .

21- Un capacitor de placas paralelas tiene placas de  $0.118 \text{ m}^2$  de área y una separación de  $1.22 \text{ cm}$ . Una batería carga las placas a una diferencia de potencial de  $120 \text{ V}$  y luego se desconecta. Una lámina de material dieléctrico de  $4.30 \text{ mm}$  de espesor y constante dieléctrica de  $4.80$  se coloca simétricamente entre las placas. (a) Determine la capacitancia del capacitor sin dieléctrico. (b) Calcule la capacitancia del capacitor con dieléctrico. (c) Obtenga la carga libre antes y después de haber colocado el dieléctrico. (d) Determine el campo eléctrico en el espacio sin dieléctrico. (e) Hallar el campo eléctrico en el dieléctrico. (f) Determinar la diferencia de potencial entre las placas del capacitor con dieléctrico. (g) Calcular el trabajo externo realizado al insertar el dieléctrico.

22- Dos dieléctricos diferentes llenan el espacio entre las placas de los capacitores que se muestran en las figuras (a) y (b). El área de las placas de los capacitores es  $A$  y su separación es  $d$ . Obtenga una expresión para la capacitancia  $C$  de cada uno de dichos capacitores en términos de  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $A$  y  $d$ .



(a)



(b)

## **RESPUESTAS DISCUSIÓN 3**

- 1) a) 14.3 pF b) 1.66 nC
- 2) a) 13.2 cm<sup>2</sup> b) 10.6 pF c) 11.9 V
- 3) 1.43 veces mayor.
- 4) 0.249 m
- 5) a) 84.5 pF b) 191 cm<sup>2</sup>
- 8) a) 2.7 μF b) 4.9 μF
- 9) a) 480 μC. b) 80 V y 120 V.
- 10) a) 4x10<sup>-4</sup> C y 8x10<sup>-4</sup> C b) 200 V
- 11) a) 6.67 x 10<sup>-4</sup> C y 1.33 x 10<sup>-3</sup> C b) 333 V
- 12) a)  $\frac{13}{7}$  μF b) 5.35x10<sup>-4</sup> J
- 13) a) C<sub>eq</sub> = 2 μF, Q<sub>tot</sub> = 24 μC, ΔV<sub>1</sub> = 8.0 V, ΔV<sub>2</sub> = 4.0 V, U<sub>1</sub> = 96 μJ, U<sub>2</sub> = 48 μJ  
b) Q<sub>T</sub> = 48 μC, ΔV<sub>T</sub> = 5.3 V, Q<sub>1</sub> = 16 μC, Q<sub>2</sub> = 32 μC, U<sub>1</sub> = 43 μJ, U<sub>2</sub> = 85 μJ
- 14) a) 28.6 pF b) 17 nC c) 5.59 μJ d) 482 kV/m e) 1.03 J/m<sup>3</sup>
- 15) No. 1: 36 μC y 72 μC, 12 V, 216 μJ y 432 μJ  
No. 2: 12 μC y 24 μC, 4.0 V, 24 μJ y 48 μJ
- 16) a) 961 pF b) 1.53x10<sup>-4</sup> C c)  $\frac{Q_{\max}}{Q_{\max}} = 10$
- 17) a) 1.53 nF b) 1.84x10<sup>-8</sup> C c) σ = 1.84x10<sup>-4</sup> C/m<sup>2</sup>, σ<sub>p</sub> = 1.83x10<sup>-4</sup> C/m<sup>2</sup>
- 19) 2260 m<sup>3</sup>
- 20) a) E = 2.5x10<sup>4</sup> V/m, σ = 2.21x10<sup>-7</sup> C/m<sup>2</sup> y U = 6.64x10<sup>-7</sup> J.  
b) E = 6.25 kV/m, U = 1.66x10<sup>-7</sup> J y σ' = 1.66x10<sup>-7</sup> C/m<sup>2</sup>.
- 21) a) 85.6 pF b) 119 pF c) 10.3 nC d) 9.84 kV/m e) 2050 V/m f) 86.5 V g) -172 nJ
- 22) a)  $\frac{\epsilon_0 A}{2d} (k_1 + k_2)$  b)  $\frac{2\epsilon_0 A}{d} \left( \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \right)$