2. Derivadas parciales de funciones vectoriales.

Sea $\vec{u}(x, y, z)$ una función vectorial de los escalares **x**, **y** y **z**. Luego, la derivada parcial de con respecto a "**x**" es:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\vec{u}(x + \Delta x, y, z) - \vec{u}(x, y, z)}{\Delta x}$$

De manera similar se definen las derivadas parciales respecto a "**y**" y "**z**".

Las derivadas de orden superior se definen así:

$$\frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial x}\right) = \vec{u}_{xx} \qquad \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial y \partial x} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial x}\right) = \vec{u}_{xy}$$

$$\frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial y}\right) = \vec{u}_{yx} \qquad \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial y}\right) = \vec{u}_{yy}$$

Las flechas de color azul y gris indican el orden en que se debe derivar dependiendo de la nomenclatura.

Reglas de derivación parcial – funciones vectoriales

$$\frac{\partial(\vec{u} \cdot \vec{v})}{\partial x} = \frac{\partial(\vec{u})}{\partial x} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \frac{\partial(\vec{v})}{\partial x}$$

$$\frac{\partial(\vec{u} \times \vec{v})}{\partial x} = \frac{\partial(\vec{u})}{\partial x} \times \vec{v} + \vec{u} \times \frac{\partial(\vec{v})}{\partial x}$$

* Aplican las mismas reglas para derivadas parciales respecto a "**y**" y "**z**".

3. Integración de funciones vectoriales.

Sea $\vec{r}(t) = f(t)\hat{\imath} + g(t)\hat{\jmath}$ (en el plano) en donde f(t) y g(t) son continuas en [a,b]. Luego, la integral indefinida, primitiva o antiderivada de $\vec{r}(t)$ es:

$$\int \vec{r}(t)\,dt = \int f(t)\,dt\,\hat{\imath} + \int g(t)\,dt\,\hat{\jmath}$$

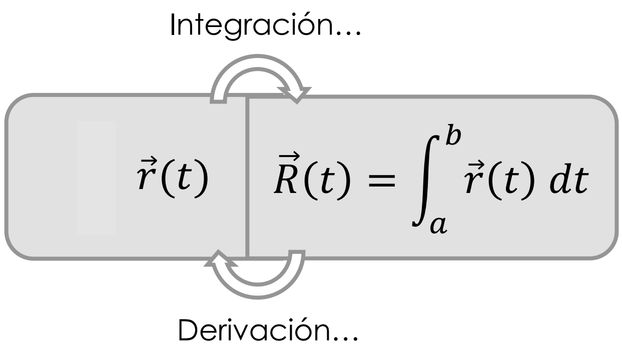
Expansión al espacio tridimensional:

$$\int \vec{r}(t)\,dt = \int f(t)\,dt\,\hat{\imath} + \int g(t)\,dt\,\hat{\jmath} + \int h(t)\,dt\,\hat{k}$$

Ahora, las integrales definidas son:

$$\int_a^b \vec{r}(t)\,dt = \int_a^b f(t)\,dt\,\hat{\imath} + \int_a^b g(t)\,dt\,\hat{\jmath} + \int_a^b h(t)\,dt\,\hat{k}$$

Relación:



Entonces:

$$\vec{r}(t) = \vec{R}'(t) \;\leftrightarrow\; \vec{R}(t) = \int_a^b \vec{r}(t)\,dt$$

La integración indefinida es una familia de funciones vectoriales que se diferencia en un vector constante C. Es decir:

$$\int \vec{r}(t)\,dt = \vec{R}(t) + C, \text{tal que: } \vec{R}'(t) = \vec{r}(t)$$