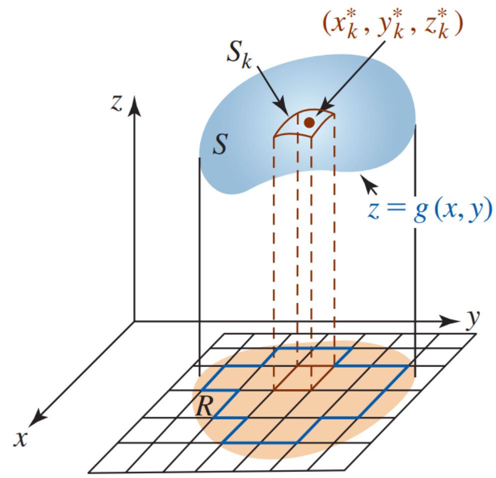
Sabemos que la integral de línea es una generalización de una integral definida. Similarmente se determinan las integrales de superficie.



Sea S una superficie dada por $z = g(x, y)$ y sea R su proyección sobre el plano xy, se siguen los siguientes pasos:

1. Se divide S en "n" partes que tienen área Δs_k mediante la partición de un rectángulo en "n" subintervalos.
2. Se toma un punto cualquiera (x_k, y_k, z_k) en cada elemento del área Δs_k.
3. Se forma la sumatoria:

$$\sum_{i=1}^{n} G(x_k, y_k, z_k)\Delta s_k$$

Finalmente, la integral de superficie de la función sobre la superficie S, se define así:

$$\lim_{\|\Delta\|\to 0} \sum_{i=1}^{n} G(x_k, y_k, z_k)\Delta s_k = \iint_S G(x, y, z)\; ds$$

Donde $\|\Delta\|$ es la norma de la partición.

Sabemos que:

$$ds = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}\, dt \quad \text{(Ecuaciones parametricas)}$$

$$ds = \sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx \quad \text{(Ecuaciones rectangulares en el plano)}$$

Al extender el concepto a más variables tenemos:

$$ds = \sqrt{1+(f_x(x,y))^2+\left(f_y(x,y)\right)^2}\,dA \quad \text{(Ecuaciones rectangulares en el espacio)}$$

Por lo tanto, la evaluación de una integral de superficie se define como sigue:

i) $$\iint_S G(x,y,z)\;ds = \iint_R G(x,y,f(x,y))\sqrt{1+(f_x(x,y))^2+\left(f_y(x,y)\right)^2}\,dA$$

Proyección xy

ii) $$\iint_S G(x,y,z)\;ds = \iint_R G(x,g(x,z),z)\sqrt{1+(g_x(x,z))^2+(g_z(x,z))^2}\,dA$$

Proyección xz

iii) $$\iint_S G(x,y,z)\;ds = \iint_R G(h(y,z),y,z)\sqrt{1+\left(h_y(y,z)\right)^2+(h_z(y,z))^2}\,dA$$

Proyección yz