



Politechnika
Śląska

Sprawozdanie z przedmiotu
Metody Optymalizacji

Temat: Problem liniowo-kwadratowy (LQ)

Data wykonania sprawozdania: 27.04.2023

Sprawozdanie przygotowali:

Dawid Kania

Oliwier Cieślik

AiR S2-I/Rob

1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczeń laboratoryjnych jest wykorzystanie zdobytej wiedzy na temat rozwiązywania problemów liniowo-kwadratowych. Dane otrzymane do rozwiązania problemu to wskaźnik jakości, równania stanu, ilość iteracji i wartości początkowe.

Wskaźnik jakości:

$$J = 0.5 \sum_{i=0}^{N-1} (3x_{1,i}^2 + 2x_{2,i}^2 - 4x_{1,i}x_{2,i} + 12u_i^2)$$

Równania stanu:

$$x_{1,i+1} = 2x_{1,i} + 2u_i$$

$$x_{2,i+1} = x_{1,i} + 2x_{2,i} + 3u_i$$

Ilość iteracji: 20

Wartości początkowe: $x_{10} = 10$, $x_{20} = 15$

Wyznaczone równanie macierzowe stanu:

$$x(i+1) = Ax(i) + Bu(i)$$

$$x(i) = \begin{bmatrix} x_1(i) \\ x_2(i) \end{bmatrix}; u = u_1(i); A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix};$$

Warunki początkowe w postaci macierzowej:

$$x_0 = x(0) = \begin{bmatrix} 10 \\ 15 \end{bmatrix};$$

Wyznaczone macierze Q,R,F dla zadanego wskaźnika jakości:

$$Q = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}; R = 12; F = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Sprawdzenie założeń

Jednym z założeń problemu liniowo-kwadratowego jest warunek że układ musi być całkowicie sterowalny, czyli musi być spełniony warunek:

$$\text{rank}([B \quad AB \quad \dots \quad A^{n-1}B]) = n$$

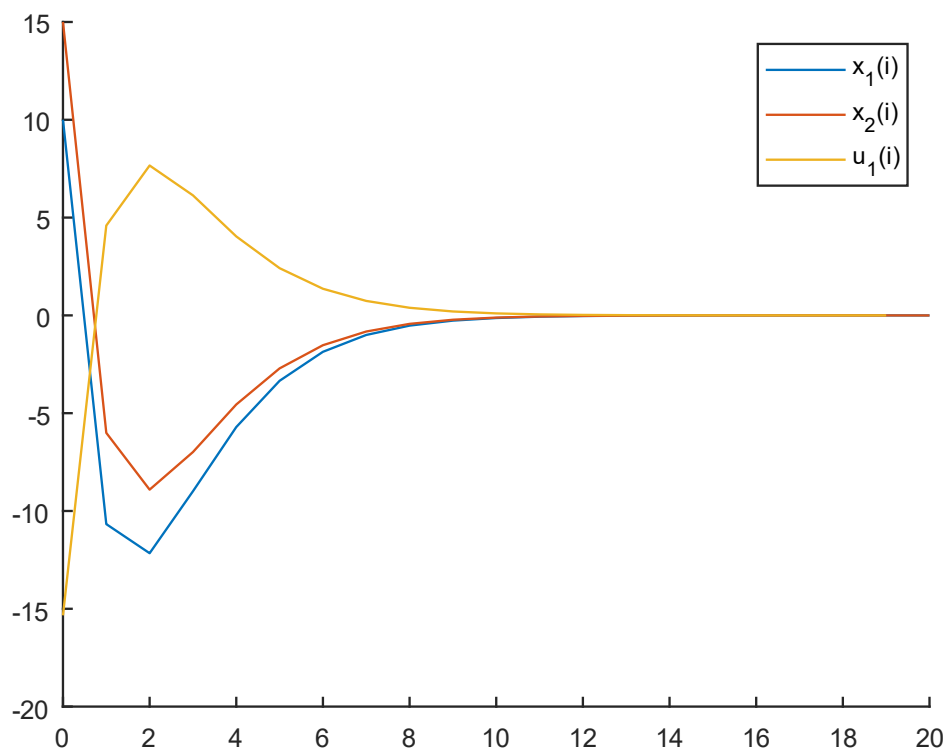
Gdzie n jest wymiarem macierzy kwadratowej A i wynosi 2. Dla danego układu rząd macierzy wynosi 2, co oznacza że układ jest sterowalny.

Kolejnym założeniem jest to że Q i F są macierzami symetrycznymi dodatnio półokreślonymi, a macierz R jest macierzą symetryczną dodatnio określoną. Wyznaczone macierze Q, F, R spełniają powyższe założenia.

2. Zadanie drugie

Jako zadanie drugie należy napisać skrypt, który wyznaczy wartości x_i , u_i oraz J_0 . Zadanie zostało wykonane i otrzymane wyniki przedstawiono na Rysunku 1

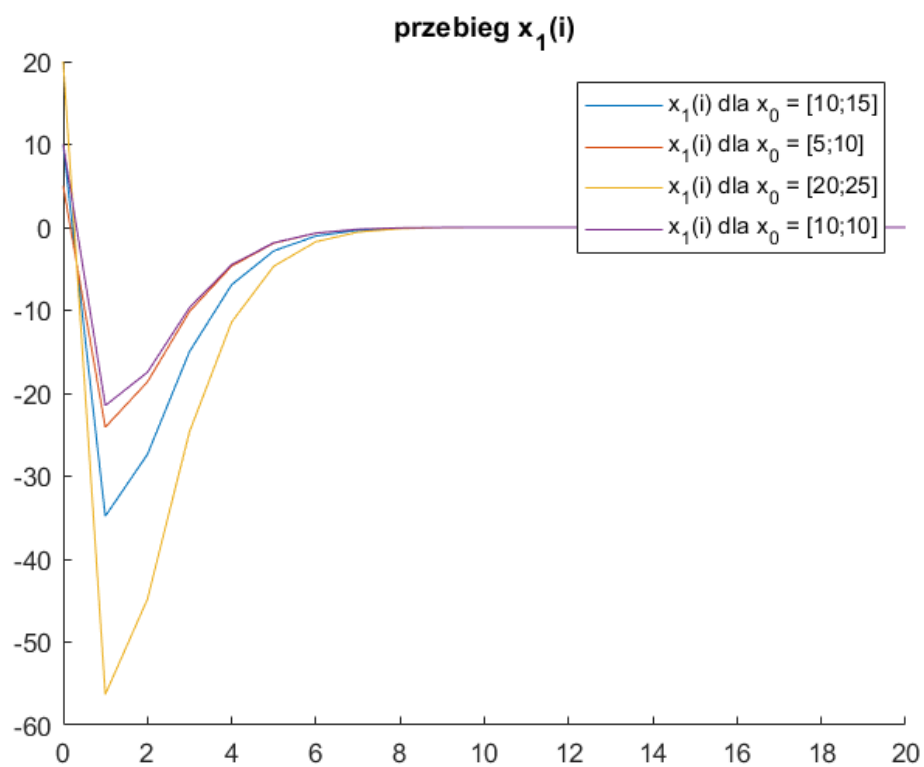
Wyznaczona wartość $J_0 = 2,5730 \cdot 10^3$



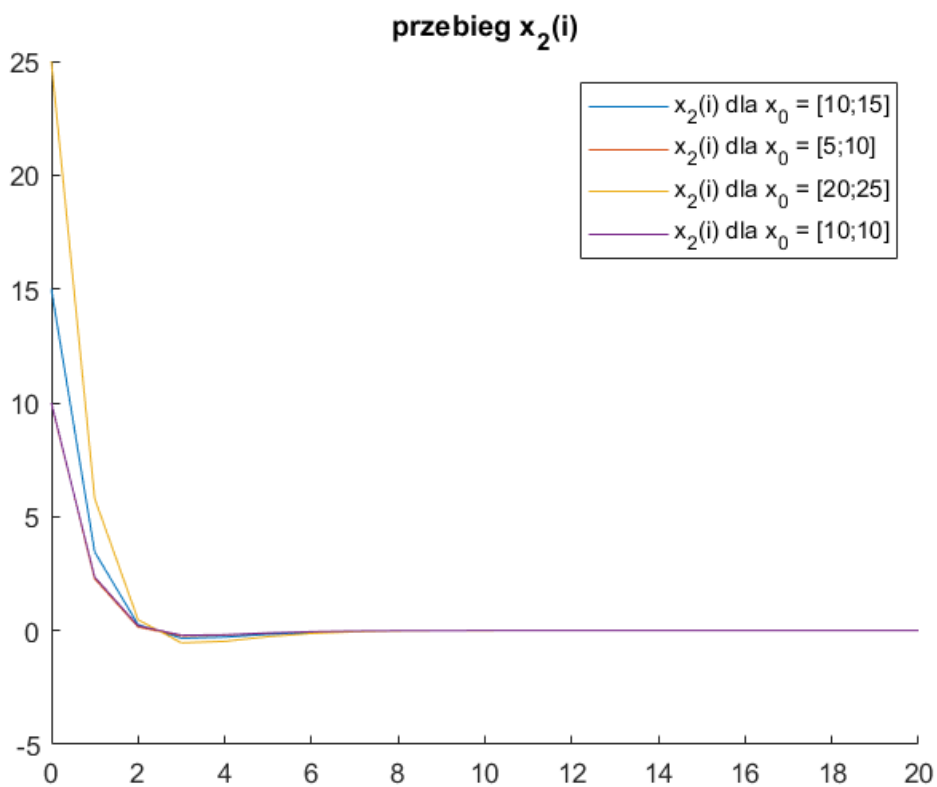
Rysunek 1. Przebiegi $x(i)$ oraz $u(i)$

3. Zadanie trzecie

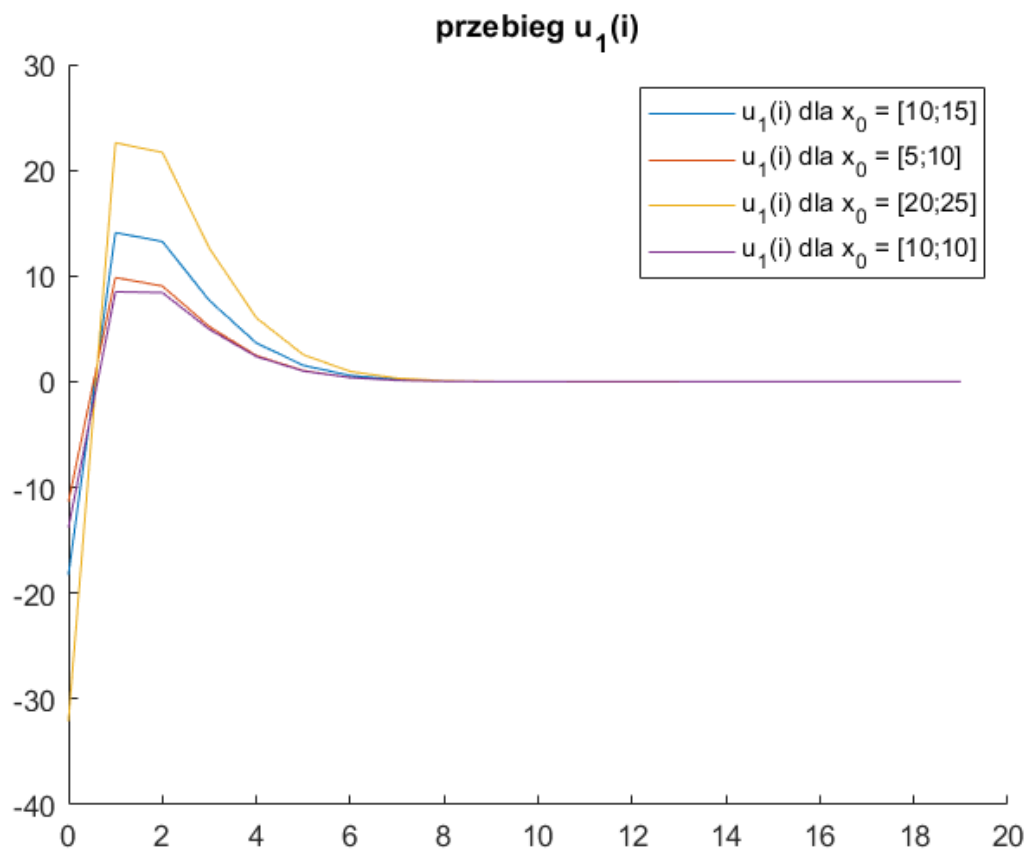
Jako zadanie trzecie należy zbadać wpływ zmiany wartości początkowych x_0 na przebiegi czasowe x_i oraz u_i . Wyniki testów przedstawiono na Rysunkach 2, 3, 4.



Rysunek 2. Wpływ warunków początkowych na przebiegi czasowe x_1



Rysunek 3. Wpływ warunków początkowych na przebiegi czasowe x_2

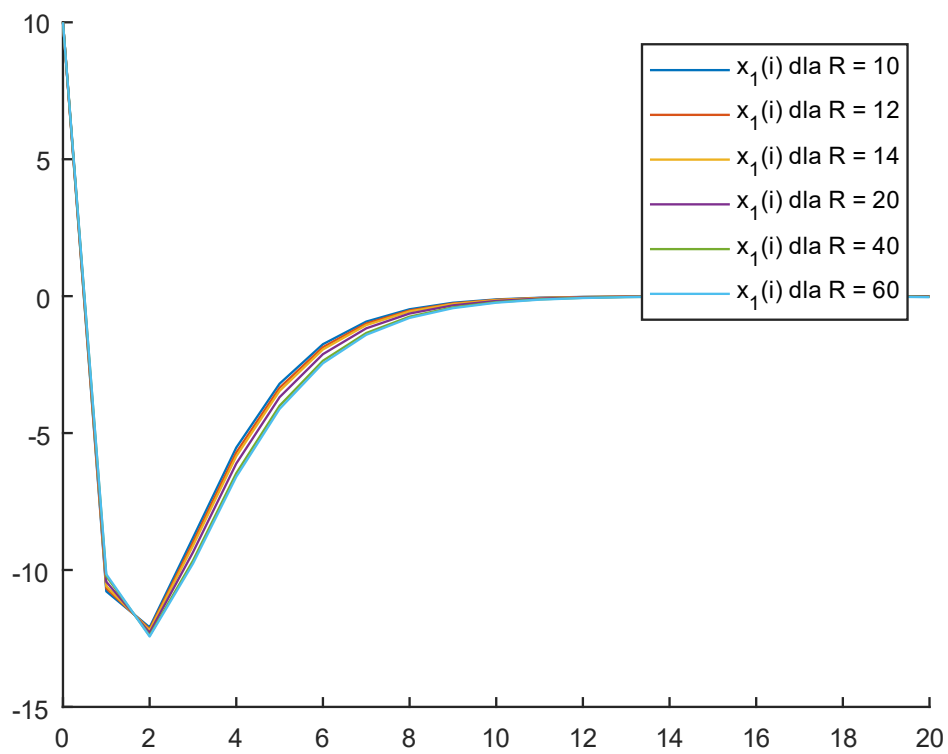


Rysunek 4. Wpływ warunków początkowych na przebiegi czasowe u

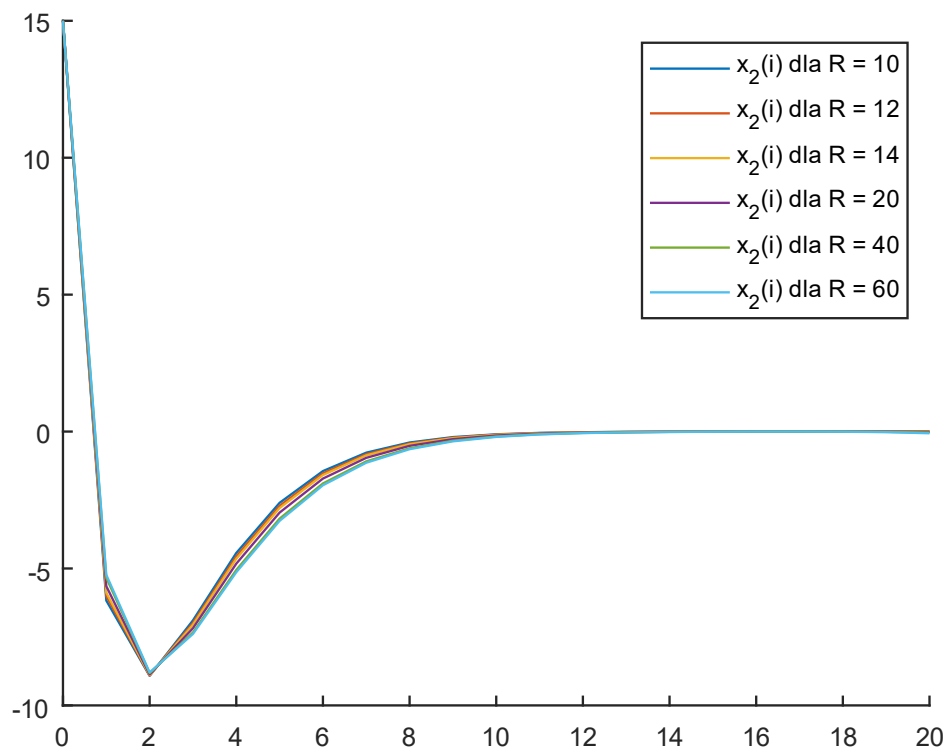
Z przebiegów czasowych widać, że zmiany wartości początkowych powodują znaczne wydłużenie czasu dochodzenia wartości x_1 , x_2 i u_1 do zera.

4. Zadanie czwarte

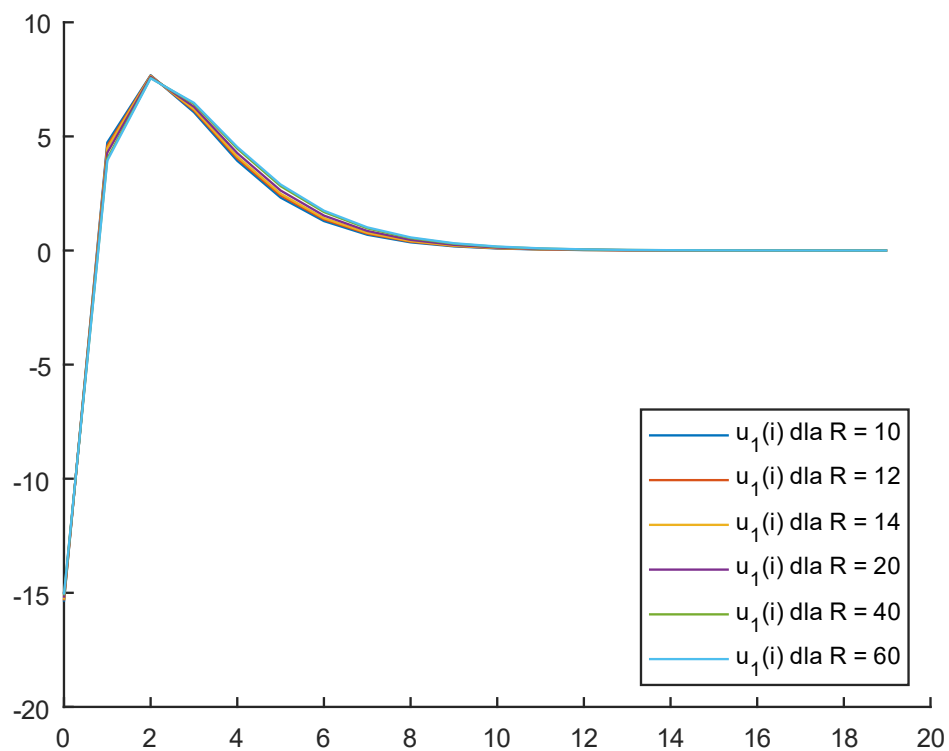
Jako zadanie czwarte należy zbadać wpływ wartości R na przebiegi „czasowe” x_i oraz u_i . Wyniki testów przedstawiono na Rysunkach 5, 6, 7.



Rysunek 5. Przebieg $x_1(i)$ dla różnych wartości R



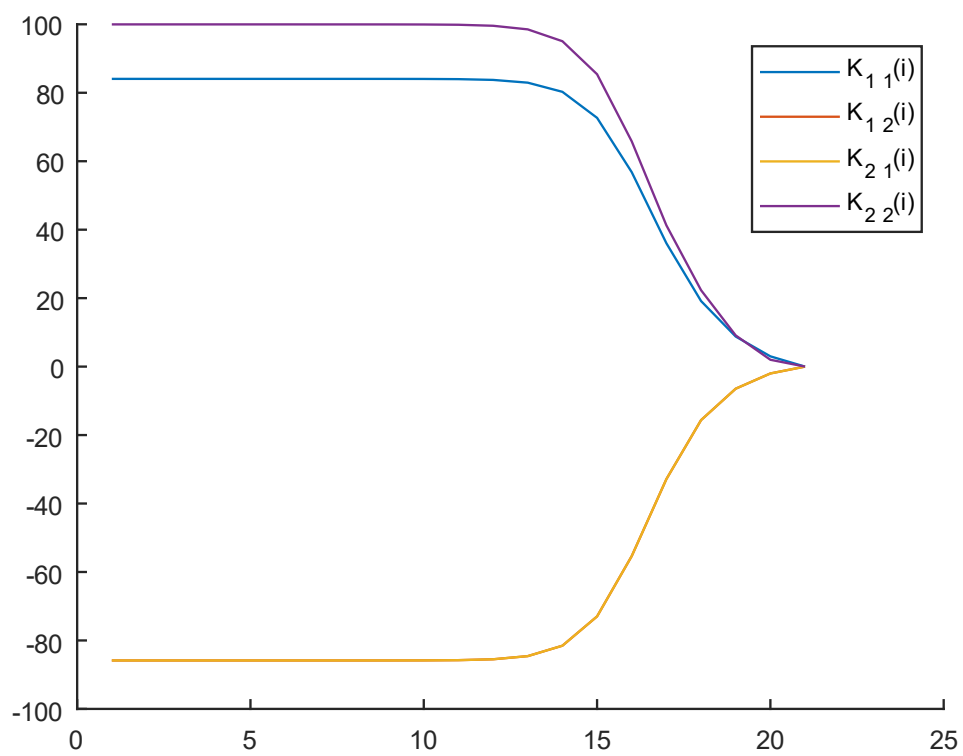
Rysunek 6. Przebieg $x_2(i)$ dla różnych wartości R



Rysunek 7. Przebieg $u_1(i)$ dla różnych wartości R

5. Zadanie piąte

Jako zadanie piąte należy przedstawić ustalanie się elementów macierzy K . Wyniki testów przedstawiono na Rysunek 8.



Rysunek 8. Przebieg elementów macierzy K