

## DODATEK „C”

# METODY STROJENIA REGULATORÓW

### 1. Metoda Zieglera-Nicholsa (z wyznaczaniem wzmocnienia krytycznego):

W metodzie tej strojenie regulatora polega na analizie układu regulacji znajdującego się na granicy stabilności. Stosować ją można w przypadku gdy istnieje możliwość znalezienia wzmocnienia granicznego  $k_{gr}$ . Istnieje kilka sposobów wyznaczania wartości wzmocnienia granicznego:

- Z wykorzystaniem charakterystyki Nyquista – jest to wzmocnienie dla którego charakterystyka amplitudowo-fazowa układu otwartego przecina oś rzeczywistą w krytycznym punkcie  $(-1, j0)$ ; wartość wzmocnienia można wyznaczyć z zależności:

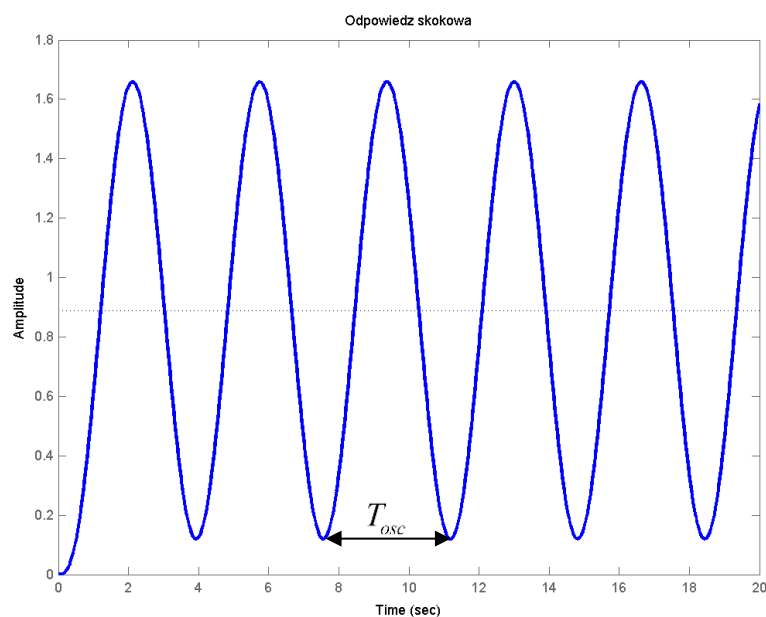
$$k_{gr} = \frac{1}{|K(\omega_\pi)|}$$

gdzie:

$|K(\omega_\pi)|$  - moduł transmitancji widmowej obiektu dla częstotliwości  $\omega_\pi$ ;

$\omega_\pi$  - częstotliwości dla której przesunięcie fazowe obiektu wynosi  $-\pi$ .

- Z wykorzystaniem linii pierwiastkowych – jest to wzmocnienie dla którego linia pierwiastkowa przecina oś liczb urojonych.
- Z wykorzystaniem układu na granicy stabilności – metoda eksperymentalna – polega na zwiększaniu wzmocnienia (np. w regulatorze typu P) tak aby układ znalazł się na granicy stabilności tzn. w odpowiedzi układu pojawią się oscylacje o stałej amplitudzie. Wartość wzmocnienia dla którego pojawiają się oscylacje o stałej amplitudzie i okresie  $T_{osc}$  (rys. C1) jest równa wzmocnieniu krytycznemu  $k_{gr}$ .



**Rys. C1. Odpowiedź czasowa układu na granicy stabilności**

Metoda bazująca na wyznaczaniu wzmacnienia krytycznego daje dobre wyniki gdy spełniony jest warunek dotyczący wzmacnienia zastępczego układu otwartego, dla którego układ regulacji znajduje się na granicy stabilności:

$$2 < k \cdot k_{gr} < 20.$$

Parametry nastaw regulatora zaproponowane przez Zieglera i Nicholasa pokazane są w tabeli 1.

**Tabela 1. Nastawy regulatorów – metoda Z-N**

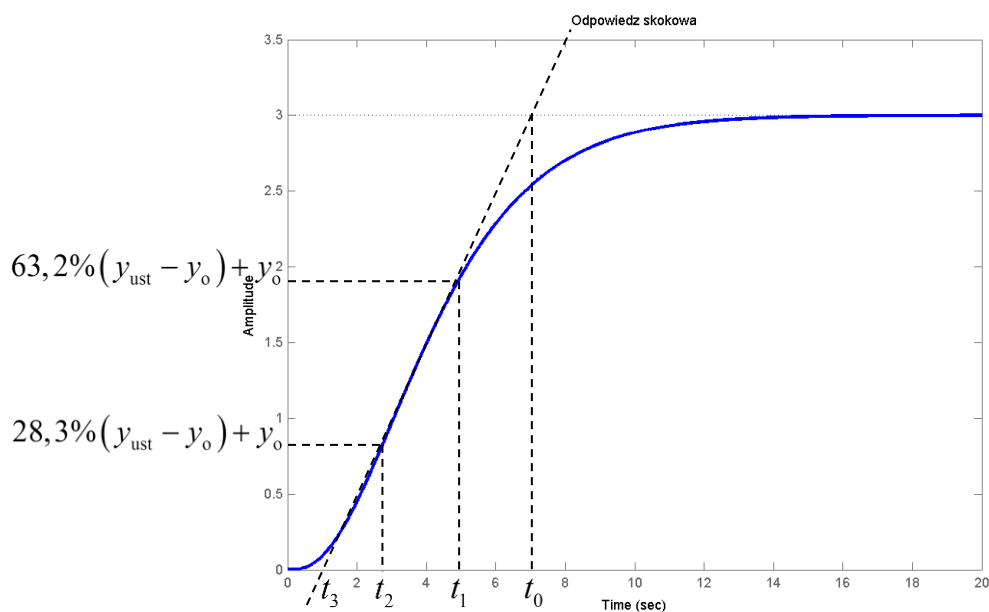
| regulator  | $k_r$        | $T_I$                 | $T_D$               |
|------------|--------------|-----------------------|---------------------|
| <b>P</b>   | $0,5k_{gr}$  | -                     | -                   |
| <b>PI</b>  | $0,45k_{gr}$ | $\frac{T_{osc}}{1,2}$ | -                   |
| <b>PID</b> | $0,6k_{gr}$  | $\frac{T_{osc}}{2}$   | $\frac{T_{osc}}{8}$ |

## 2. Metody bazujące na analizie odpowiedzi skokowej obiektu regulacji

Metoda ta opiera się na fakcie, że odpowiedź skokowa wielu obiektów (zmierzona doświadczalnie albo otrzymana w wyniku symulacji) ma kształt pokazany na Rys.A2. Odpowiedź taka jest charakterystyczna dla układów inercyjnych wyższych rzędów, ale można ją aproksymować charakterystyką skokową członu inercyjnego I rzędu z opóźnieniem:

$$K_a(s) = \frac{k}{Ts + 1} e^{-sT_o}$$

Istnieje kilka prostych metod, które z powodzeniem mogą zostać wykorzystane do identyfikacji stałej czasowej i czasu opóźnienia. Pierwsza z nich została zaproponowana przez Zieglera i Nicholasa. Nazywa się ona metodą „stycznej”. Dwie inne metody to metoda „stycznej i punktu” oraz metoda „dwóch punktów”. Te dwie metody dają bardziej powtarzalne wyniki niż metoda „stycznej”. Do wyznaczenia omawianych parametrów potrzebny będzie wykres odpowiedzi układu na wymuszenie skokowe. Przykładowy taką odpowiedź przedstawia rysunek A2.



Rys. C2. Odpowiedź obiektu regulacji na skokową zmianę wartości wejściowej

gdzie:

$t_0$  - czas w którym styczna do przebiegu odpowiedzi czasowej w punkcie największego nachylenia przetnie asymptotę określającą nowy stan ustalony w obiekcie;

$t_1$  - czas po którym odpowiedź układu osiąga 63,2% wartości odpowiedzi obiektu w stanie ustalonym;

$t_2$  - czas po którym odpowiedź układu osiąga 28,3% stanu ustalonego;

$t_3$  - czas w którym styczna do przebiegu odpowiedzi czasowej w punkcie największego nachylenia przetnie asymptotę określającą pierwotny stan ustalony w obiekcie;

$y_{ust} = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$  - wartość  $y(t)$  w stanie ustalonym;

$y_o = \lim_{t \rightarrow 0} y(t)$  - wartość  $y(t)$  w chwili początkowej.

Parametry transmitancji  $K_a(s)$  są określane w oparciu o analizę odpowiedzi skokowej obiektu (rys. C2):

$k$  - współczynnik wzmocnienia - jest stosunkiem wartości ustalonych wielkości wyjściowej i wejściowej;

Pozostałe parametry identyfikowane są jedną z poniższych metod:

### **Metoda „stycznej”:**

Metoda stycznej wymaga wrysowania stycznej do linii odpowiedzi na skok w miejscu największego nachylenia bądź w punkcie przegięcia, tak jak pokazuje rysunek C2.

– czas opóźnienia:

$$T_o = t_3$$

– stała czasowa jest wtedy zdefiniowana następująco:

$$T = t_0 - T_o$$

Podstawowym problemem tej metody jest jej mała powtarzalność spowodowana wrysowywaniem stycznej do przebiegu odpowiedzi. Powoduje to otrzymywanie różnych wartości stałej czasowej i czasu martwego. Inny problem stanowi błąd stałej czasowej. W tej metodzie otrzymuje się większą stałą czasową niż w rzeczywistości co w rezultacie daje mniej odporne strojenie regulatora na zakłócenia.

**Metoda „punktu i stycznej”:**

Metoda ta różni się od metody stycznej sposobem estymacji stałej czasowej, przy czym czas opóźnienia jest identyfikowany w ten sam sposób jak w metodzie „stycznej”. W metodzie tej konieczne jest określenie punktu, w którym odpowiedź układu osiąga 63,2% całej zmiany w stanie ustalonym. Punkt ten jest zaznaczony na rysunku C2 jako  $t_1$ . W rezultacie stałą czasową modelu aproksymującego określa się wg zależności:

$$T = t_1 - T_o$$

Metoda „stycznej i punktu” estymuje krótszą stałą czasową co w efekcie daje bardziej konserwatywne strojenie regulatora niż w metodzie „stycznej”. Mimo wszystko czas opóźnienia i stała czasowa zależą od tego jak dobrze narysowana jest styczna do przebiegu odpowiedzi układu.

**Metoda „dwóch punktów”:**

Metoda ta korzysta z punktu 63,2% zastosowanego w poprzedniej metodzie. Drugi punkt określa się podobnie, tylko że należy wyznaczyć czas dla którego sygnał osiąga 28,3% stanu ustalonego. Ten punkt jest zaznaczony na rysunku C2 jako  $t_2$ . Estymacje parametrów transmitancji aproksymującej dokonuje się za pomocą następujących wzorów:

- stała czasowa inercji I rzędu:

$$T = 1,5 \cdot (t_1 - t_2)$$

- czas opóźnienia:

$$T_o = t_1 - T$$

W porównaniu do dwóch poprzednich metod, ta metoda w rezultacie daje dłuższy czas opóźnienia oraz krótszą stałą czasową. Dodatkowo otrzymywane wyniki są powtarzalne i nie jest wymagane rysowanie stycznej. Cecha ta jest szczególnie ważna gdy dane są przechowywane w komputerze w postaci sygnału próbkowanego. W tym wypadku czasy  $t_1$  i  $t_2$  mogą być łatwo interpolowane a rysowanie odpowiedzi w ogóle nie jest wymagane.

Optymalne nastawy regulatora spełniające określone kryterium oblicza się w sposób teoretyczny dla układu regulacji z obiektem zastępczym.

#### - kryterium Zieglera-Nicholsa (kryterium QDR)

Stosując nastawy wg Zieglera-Nicholsa oczekuje się, że współczynnik tłumienia nie będzie większy niż  $\frac{1}{4}$  (QDR – Quarter Decay Ratio). W przypadku wystąpienia przebiegu oscylacyjnego, oscylacje te będą szybko tłumione.

| regulator  | $k_r$                | $T_I$     | $T_D$    |
|------------|----------------------|-----------|----------|
| <b>P</b>   | $\frac{T}{kT_o}$     | -         | -        |
| <b>PI</b>  | $0,9 \frac{T}{kT_o}$ | $3,33T_o$ | -        |
| <b>PID</b> | $1,2 \frac{T}{kT_o}$ | $2T_o$    | $0,5T_o$ |

#### - kryterium Cohena-Coona

Nastawy wg Cohena-Coona są modyfikacją nastaw wg Zieglera-Nicholsa (bazuje na tym samym kryterium jakości – QDR), ale jest przeznaczona dla obiektów z dużym opóźnieniem. Stosując je uzyskujemy większe wzmocnienie statyczne regulatora i krótszy czas regulacji w układzie zamkniętym niż w przypadku zastosowania nastaw wg Zieglera-Nicholsa dla tego samego obiektu.

| regulator<br>$\alpha = T_o/T$ | $k_r$  | $T_I$                                   | $T_D$                        |
|-------------------------------|--|---|------------------------------|
| <b>P</b>                      | $\frac{T}{kT_o} \left(1 + \frac{\alpha}{3}\right)$           | -                                       | -                            |
| <b>PI</b>                     | $\frac{T}{kT_o} \left(0,9 + \frac{\alpha}{12}\right)$        | $T_o \frac{30 + 3\alpha}{9 + 20\alpha}$ | -                            |
| <b>PID</b>                    | $\frac{T}{kT_o} \left(\frac{4}{3} + \frac{\alpha}{4}\right)$ | $T_o \frac{32 + 6\alpha}{13 + 8\alpha}$ | $T_o \frac{4}{11 + 2\alpha}$ |

#### - kryterium Chiena, Hronesa i Reswicka (2...5% przeregulowania)

Stosując nastawy wynikające z uwzględnienia tego kryterium jakości oczekuje się szybkiego układu regulacji, w którym przeregulowanie nie przekroczy progu 5%.

| regulator  | $k_r$                 | $T_I$           | $T_D$     |
|------------|-----------------------|-----------------|-----------|
| <b>P</b>   | $0,3 \frac{T}{kT_o}$  | -               | -         |
| <b>PI</b>  | $0,6 \frac{T}{kT_o}$  | $0,8T_o + 0,5T$ | -         |
| <b>PID</b> | $0,95 \frac{T}{kT_o}$ | $2,4T_o$        | $0,42T_o$ |

**- kryterium Chiena, Hronesa i Reswicka (20% przeregulowania)**

Stosując nastawy wynikające z uwzględnienia tego kryterium jakości oczekuje się szybkiego układu regulacji, w którym przeregulowanie nie przekroczy progu 20% .

| regulator  | $k_r$                | $T_I$        | $T_D$     |
|------------|----------------------|--------------|-----------|
| <b>P</b>   | $0,7 \frac{T}{kT_o}$ | -            | -         |
| <b>PI</b>  | $0,7 \frac{T}{kT_o}$ | $T_o + 0,3T$ | -         |
| <b>PID</b> | $1,2 \frac{T}{kT_o}$ | $2T_o$       | $0,42T_o$ |

**- kryterium ISE (Integral Square Error)**

$$ISE = \int_0^t (e(t))^2 dt$$

Stosując to kryterium jakości i odpowiadające mu nastawy oczekuje się szybkiej likwidacji lub nie dopuszczenie do wystąpienia dużego uchybu (przeregulowania). Możemy jednak wyobrazić sobie sytuację, w której mały uchyb (ewentualnie małe oscylacje) będzie utrzymywać się przez dłuższy czas.

| regulator  | $k_r$                | $T_I$        | $T_D$    |
|------------|----------------------|--------------|----------|
| <b>PI</b>  | $\frac{T}{kT_o}$     | $T_o + 0,3T$ | -        |
| <b>PID</b> | $1,4 \frac{T}{kT_o}$ | $1,3T_o$     | $0,5T_o$ |