POLITECHNIKA OPOLSKA
WYDZIAŁ ELEKTROTECHNIKI, AUTOMATYKI I INFORMATYKI

PROGRAMOWANIE WSPÓŁBIEŻNE I ROZPROSZONE

Porównanie algorytmów sortowania

Prowadzący:
dr inż. Artur Pala

Autor:
Dawid Garncarek

Rok akademicki 2024/2025

Spis treści

1. Cel i zakres projektu

Celem projektu było zbadanie i porównanie wydajności pięciu klasycznych algorytmów sortowania: Bubble Sort, Quick Sort, Merge Sort, Insertion Sort oraz Selection Sort. Każdy z tych algorytmów został zaimplementowany w trzech wariantach:

- **sekwencyjnie**,
- z wykorzystaniem **wątków C++** (std::thread),
- CUDA Nvidia,
- oraz z użyciem **OpenMP**.

Projekt koncentruje się na analizie, które algorytmy najlepiej wykorzystują możliwości równoległego przetwarzania oraz gdzie leży granica opłacalności zrównoleglenia. Wybrane algorytmy różnią się złożonością, strukturą działania i sposobem przetwarzania danych, co czyni je idealnymi do porównań w kontekście wielowątkowości.

2. Charakterystyka realizacji

Programy zostały napisane w języku **C++**, z wykorzystaniem standardowych bibliotek STL, a także technologii **OpenMP** i **std::thread**. Każdy algorytm ma trzy warianty:

- **wersja podstawowa (sekwencyjna)**,
- **wersja równoległa z OpenMP**, korzystająca z dyrektyw do automatycznego rozdzielania pracy,
- **wersja współbieżna z std::thread**, z ręcznym zarządzaniem wątkami.

Celem zrównoleglenia było skrócenie czasu sortowania, zwłaszcza przy dużych ilościach danych.

2.1. Opis algorytmów

- **Bubble Sort** – prosty algorytm porównujący sąsiadujące elementy i zamieniający je miejscami, dopóki cała lista nie będzie uporządkowana.
- **Quick Sort** – wydajny algorytm typu *dziel i zwyciężaj*, który wybiera element pivot i dzieli dane na dwie części, sortując je rekurencyjnie.
- **Merge Sort** – kolejny algorytm *dziel i zwyciężaj*, który dzieli tablicę na połówki, sortuje je osobno, a następnie scala je w jedną posortowaną całość.
- **Insertion Sort** – wstawia każdy element w odpowiednie miejsce już posortowanej części listy.
- **Selection Sort** – wyszukuje najmniejszy element w nieposortowanej części tablicy i przenosi go na początek.

2.2. Zastosowanie i znaczenie

Sortowanie jest fundamentem wielu zastosowań w informatyce – od analizy i przetwarzania danych, przez działanie baz danych, aż po systemy operacyjne. Szybkość sortowania ma bezpośredni wpływ na ogólną wydajność tych systemów, dlatego warto sprawdzić, w jakim stopniu można te operacje przyspieszyć, wykorzystując wielowątkowość i równoległość.

2.3. Opis użytego środowiska

Parametry procesora	**Rodzina procesorów: AMD Ryzen** **Seria procesora: 5** **Taktowanie rdzenia: 3.6 GHz** **Liczba rdzeni fizycznych: 6 rdzeni** **Liczba wątków: 12 wątków**
Pamięć RAM	Pamięć RAM: **32.0 GB** Szybkość: **3200 MHz**
Dysk	**SSD ADATA XPG SX8200 PRO 256GB** Szybkość odczytu: **3350 MB/s** Szybkość zapisu: **1200 MB/s**
Karta graficzna	**NVIDIA GeForce GTX 1660 SUPER**

3. Programy sortowania

3.1. Sortowanie bąbelkowe

Sekwencyjnie:

```cpp
void bubbleSort(std::vector<int>& arr) {
    size_t n = arr.size();
    for (size_t i = 0; i < n; ++i)
        for (size_t j = 0; j < n - i - 1; ++j)
            if (arr[j] > arr[j + 1])
                std::swap(arr[j], arr[j + 1]);
}
```

Porównuje sąsiednie elementy i zamienia je miejscami, jeśli są w złej kolejności. Proces powtarza się aż do pełnego posortowania.

OpenMP:

```cpp
void bubbleSort(std::vector<int>& arr) {
    int n = arr.size();
#pragma omp parallel for
    for (int i = 0; i < n - 1; ++i) {
        for (int j = 0; j < n - i - 1; ++j) {
            if (arr[j] > arr[j + 1]) std::swap(arr[j], arr[j + 1]);
        }
    }
}
```

W tym algorytmie zastosowano #pragma omp parallel for, aby zrównoleglić zewnętrzną pętlę, która kontroluje liczbę przebiegów sortowania. Każdy wątek przetwarza fragment danych niezależnie, jednak ze względu na charakter zależności (sąsiednie elementy są zamieniane), może dojść do konfliktów i wyniki mogą być niedeterministyczne. Wymaga ostrożności przy użyciu.

Threads C++:

```cpp
void bubbleSortThreads(std::vector<Data>& data, int num_threads) {
    std::vector<std::thread> threads;
    const int chunk_size = data.size() / num_threads;
    std::mutex mutex;
    for (int i = 0; i < num_threads; ++i) {
        threads.emplace_back([&, i] {
            int start_index = i * chunk_size;
            int end_index = (i == num_threads - 1) ? data.size() : start_index + chunk_size;
            for (int j = start_index; j < end_index; ++j) {
                for (int k = start_index; k < end_index - 1; ++k) {
                    if (data[k].value > data[k + 1].value) {
                        std::lock_guard<std::mutex> lock(mutex);
                        std::swap(data[k], data[k + 1]);
                    }
                }
            }
            });
    }

    for (auto& t : threads) {
        t.join();
    }
}
```

Dane wejściowe są dzielone na bloki (chunks), z których każdy jest przypisany do osobnego wątku. Każdy wątek wykonuje sortowanie bąbelkowe lokalnie w swoim zakresie. W miejscach, gdzie może dojść do konfliktu podczas zamiany elementów (np. sąsiadujące elementy w różnych blokach), stosuje się mutex, aby zapewnić bezpieczeństwo współbieżne.

CUDA:

```cpp
// -------------------- CUDA KERNEL --------------------
__global__ void bubbleSortKernel(int* arr, int n) {
    int tid = threadIdx.x;

    for (int i = 0; i < n; i++) {
        int j = tid;
        while (j < n - i - 1) {
            if (arr[j] > arr[j + 1]) {
                int tmp = arr[j];
                arr[j] = arr[j + 1];
                arr[j + 1] = tmp;
            }
            j += blockDim.x;
        }
        __syncthreads();  // Synchronizacja między wątkami w bloku
    }
}
```

Porównuje sąsiednie elementy i zamienia je miejscami, jeśli są w złej kolejności. Powtarza to aż do całkowitego posortowania. Synchronizacja (__syncthreads()) po każdej iteracji zewnętrznej, żeby zapewnić poprawność porównań.

Algorytm sortowania bąbelkowego w kontekście CUDA charakteryzuje się wysokim recyklingiem danych. Te same elementy tablicy są porównywane i zamieniane wielokrotnie podczas kolejnych przebiegów. Istnieje możliwość przechowywania fragmentów danych w pamięci współdzielonej (shared memory), co może znacząco ograniczyć koszt dostępu do globalnej pamięci. Pomimo tego, równoleglenie algorytmu jest trudne ze względu na silne zależności pomiędzy iteracjami pętli.

3.2. Sortowanie szybkie

Sekwencyjnie:

```cpp
int partition(std::vector<int>& arr, int low, int high) {
    int pivot = arr[high], i = low - 1;
    for (int j = low; j < high; ++j)
        if (arr[j] < pivot)
            std::swap(arr[++i], arr[j]);
    std::swap(arr[i + 1], arr[high]);
    return i + 1;
}

void quickSort(std::vector<int>& arr, int low, int high) {
    if (low < high) {
        int pi = partition(arr, low, high);
        quickSort(arr, low, pi - 1);
        quickSort(arr, pi + 1, high);
    }
}
```

Wybiera element pivot, dzieli dane na mniejsze i większe od pivot, a następnie sortuje obie części rekurencyjnie.

OpenMP:

```cpp
int partition(std::vector<int>& arr, int low, int high) {
    int pivot = arr[high];
    int i = low - 1;
    for (int j = low; j <= high - 1; j++) {
        if (arr[j] < pivot) {
            i++;
            std::swap(arr[i], arr[j]);
        }
    }
    std::swap(arr[i + 1], arr[high]);
    return i + 1;
}

void quickSort(std::vector<int>& arr, int low, int high) {
    if (low < high) {
        int pi = partition(arr, low, high);
#pragma omp parallel sections
        {
#pragma omp section
            quickSort(arr, low, pi - 1);
#pragma omp section
            quickSort(arr, pi + 1, high);
        }
    }
}
```

Tutaj wykorzystano #pragma omp parallel sections. Główna idea to rekurencyjne dzielenie danych wokół pivota i równoległe sortowanie lewej i prawej części. OpenMP tworzy dwa niezależne wątki (sekcje), które rekurencyjnie wywołują quickSort. To dobrze skaluje się na danych, ale wymaga dużej głębokości rekurencji dla pełnego wykorzystania wielu rdzeni.

Threads C++:

```cpp
void quickSortThread(std::vector<Data>& data, int left, int right, int num_threads) {
    if (left >= right) return;
    int pivot = data[left + (right - left) / 2].value;
    int i = left, j = right;
    while (i <= j) {
        while (data[i].value < pivot) i++;
        while (data[j].value > pivot) j--;
        if (i <= j) {
            std::swap(data[i], data[j]);
            i++;
            j--;
        }
    }

    if (num_threads > 1) {
        std::thread left_thread(quickSortThread, std::ref(data), left, j, num_threads / 2);
        std::thread right_thread(quickSortThread, std::ref(data), i, right, num_threads / 2);

        left_thread.join();
        right_thread.join();
    }
    else {
        quickSortThread(data, left, j, num_threads);
        quickSortThread(data, i, right, num_threads);
    }
}
```

Algorytm dzieli dane wokół pivota, po czym sortuje lewą i prawą część rekurencyjnie. Jeśli liczba dostępnych wątków jest większa niż 1, tworzy się dwa nowe wątki: jeden sortuje lewą część, drugi prawą. W przeciwnym razie funkcje wywołują się sekwencyjnie.

CUDA:

```cpp
// Quick Sort helper
__device__ void quickSort(int* arr, int left, int right) {
    if (left < right) {
        int pivot = arr[right];
        int i = left - 1;
        for (int j = left; j < right; j++) {
            if (arr[j] < pivot) {
                i++;
                int tmp = arr[i]; arr[i] = arr[j]; arr[j] = tmp;
            }
        }
        int tmp = arr[i + 1]; arr[i + 1] = arr[right]; arr[right] = tmp;
        quickSort(arr, left, i);
        quickSort(arr, i + 2, right);
    }
}

// Quick Sort Kernel (Single-threaded recursive)
__global__ void quickSortKernel(int* arr, int n) {
    if (threadIdx.x == 0 && blockIdx.x == 0) {
        quickSort(arr, 0, n - 1);
    }
}
```

Zrealizowane jako proof-of-concept bez pełnej równoległości, z naciskiem na uruchamianie GPU i pomiar czasu.
W przypadku sortowania szybkiego dane nie są często współdzielone pomiędzy wątkami, a większość operacji odbywa się lokalnie w ramach rekurencyjnych podziałów tablicy. Możliwość recyklingu danych jest ograniczona, gdyż każdy wątek przetwarza inny zakres danych i nie korzysta z wyników innych. Z tego względu recykling danych w CUDA dla quick sorta jest oceniany jako umiarkowany.

3.3. Sortowanie przez scalanie

Sekwencyjnie:

```cpp
void merge(std::vector<int>& arr, int l, int m, int r) {
    std::vector<int> left(arr.begin() + l, arr.begin() + m + 1);
    std::vector<int> right(arr.begin() + m + 1, arr.begin() + r + 1);

    size_t i = 0, j = 0, k = l;
    while (i < left.size() && j < right.size())
        arr[k++] = (left[i] <= right[j]) ? left[i++] : right[j++];
    while (i < left.size()) arr[k++] = left[i++];
    while (j < right.size()) arr[k++] = right[j++];
}

void mergeSort(std::vector<int>& arr, int l, int r) {
    if (l < r) {
        int m = (l + r) / 2;
        mergeSort(arr, l, m);
        mergeSort(arr, m + 1, r);
        merge(arr, l, m, r);
    }
}
```

Dzieli dane na połowy, sortuje każdą rekurencyjnie i scala je w jedną posortowaną tablicę.

OpenMP:

```cpp
void merge(std::vector<int>& arr, int l, int m, int r) {
    int n1 = m - l + 1;
    int n2 = r - m;
    std::vector<int> L(n1), R(n2);
    for (int i = 0; i < n1; i++) L[i] = arr[l + i];
    for (int j = 0; j < n2; j++) R[j] = arr[m + 1 + j];
    int i = 0, j = 0, k = l;
    while (i < n1 && j < n2) arr[k++] = (L[i] <= R[j]) ? L[i++] : R[j++];
    while (i < n1) arr[k++] = L[i++];
    while (j < n2) arr[k++] = R[j++];
}

void mergeSort(std::vector<int>& arr, int l, int r) {
    if (l < r) {
        int m = l + (r - l) / 2;
#pragma omp parallel sections
        {
#pragma omp section
            mergeSort(arr, l, m);
#pragma omp section
            mergeSort(arr, m + 1, r);
        }
        merge(arr, l, m, r);
    }
}
```

To najlepszy kandydat do zrównoleglenia. W algorytmie mergeSort za pomocą #pragma omp parallel sections rekurencyjnie uruchamiane są dwie części: lewa i prawa. Po ich wykonaniu następuje scalanie (funkcja merge). Dobrze się skaluje i przy większej liczbie rdzeni osiąga znaczące przyspieszenie. Synchronizacja odbywa się głównie po zakończeniu scalania, więc ryzyko konfliktów jest niewielkie.

Threads C++:

```cpp
void mergeSortThreads(std::vector<Data>& data, int left, int right, int num_threads) {
    if (left < right) {
        int mid = left + (right - left) / 2;
        if (num_threads > 1) {
            std::thread left_thread(mergeSortThreads, std::ref(data), left, mid, num_threads / 2);
            std::thread right_thread(mergeSortThreads, std::ref(data), mid + 1, right, num_threads - num_threads / 2);
            left_thread.join();
            right_thread.join();
        }
        else {
            mergeSortThreads(data, left, mid, num_threads);
            mergeSortThreads(data, mid + 1, right, num_threads);
        }
        merge(data, left, mid, right);
    }
}
```

Działa podobnie do wersji OpenMP. Tablica jest dzielona na dwie części. Jeśli liczba wątków pozwala, tworzone są dwa osobne wątki dla sortowania lewej i prawej połowy. Po zakończeniu obie części są scalane (merge) w wątku głównym.

CUDA:

```cpp
// Merge Sort helper
__device__ void merge(int* arr, int* temp, int left, int mid, int right) {
    int i = left, j = mid + 1, k = left;
    while (i <= mid && j <= right) {
        temp[k++] = (arr[i] <= arr[j]) ? arr[i++] : arr[j++];
    }
    while (i <= mid) temp[k++] = arr[i++];
    while (j <= right) temp[k++] = arr[j++];
    for (i = left; i <= right; i++) arr[i] = temp[i];
}

// Merge Sort Kernel (Bottom-up iterative)
__global__ void mergeSortKernel(int* arr, int* temp, int n) {
    int tid = threadIdx.x + blockIdx.x * blockDim.x;
    for (int width = 1; width < n; width *= 2) {
        for (int i = tid * 2 * width; i < n; i += gridDim.x * blockDim.x * 2 * width) {
            int left = i;
            int mid = min(i + width - 1, n - 1);
            int right = min(i + 2 * width - 1, n - 1);
            if (mid < right) {
                merge(arr, temp, left, mid, right);
            }
        }
        __syncthreads();
    }
}
```

Najbardziej realistyczna i skalowalna wersja sortowania własnym kernelem; pokazuje siłę dzielenia pracy między wiele bloków.
Sortowanie przez scalanie bardzo dobrze nadaje się do implementacji na GPU i oferuje wysoki poziom recyklingu danych. W różnych etapach algorytmu te same fragmenty danych są ponownie wykorzystywane przy łączeniu podtablic. Można efektywnie wykorzystać pamięć współdzieloną do lokalnego przetwarzania, co zmniejsza liczbę odwołań do globalnej pamięci i poprawia wydajność.

3.4. Sortowanie przez wstawienie

Sekwencyjnie:

```cpp
void insertionSort(std::vector<int>& arr) {
    for (size_t i = 1; i < arr.size(); ++i) {
        int key = arr[i];
        int j = i - 1;
        while (j >= 0 && arr[j] > key)
            arr[j + 1] = arr[j--];
        arr[j + 1] = key;
    }
}
```

Buduje posortowaną listę element po elemencie, wstawiając każdy nowy element w odpowiednie miejsce względem poprzednich.

OpenMP:

```cpp
void insertionSort(std::vector<int>& arr) {
    int n = arr.size();
#pragma omp parallel for
    for (int i = 1; i < n; ++i) {
        int key = arr[i];
        int j = i - 1;
        while (j >= 0 && arr[j] > key) {
            arr[j + 1] = arr[j];
            j--;
        }
        arr[j + 1] = key;
    }
}
```

Ten algorytm został zrównoleglony przy pomocy #pragma omp parallel for. Każdy wątek wykonuje własną część sortowania, ale algorytm insertion sort wymaga przesuwania poprzednich elementów, co tworzy konflikty. W praktyce taka równoległość nie przynosi znacznego przyspieszenia, a nawet może powodować błędy, jeśli nie są zastosowane zabezpieczenia (np. mutexy).

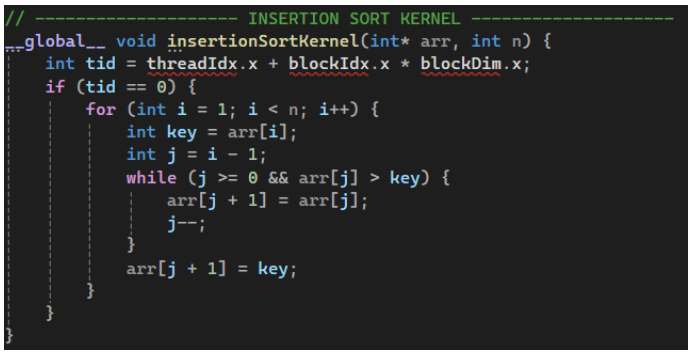
Threads C++:

```cpp
void insertionSortThreads(std::vector<Data>& data, int num_threads) {
    int n = data.size();
    std::vector<std::thread> threads;
    const int chunk_size = n / num_threads;
    std::mutex mutex;
    for (int i = 0; i < num_threads; ++i) {
        threads.emplace_back([&, i] {
            int start_index = i * chunk_size;
            int end_index = (i == num_threads - 1) ? n : start_index + chunk_size;
            for (int j = start_index + 1; j < end_index; ++j) {
                Data key = data[j];
                int k = j - 1;
                while (k >= start_index && data[k].value > key.value) {
                    std::lock_guard<std::mutex> lock(mutex);
                    data[k + 1] = data[k];
                    --k;
                }
                data[k + 1] = key;
            }
            });
    }

    for (auto& t : threads) {
        t.join();
    }
}
```

Dane są podzielone na bloki i przypisane do wątków. Każdy wątek wykonuje insertion sort na swoim zakresie. Podczas przesuwania elementów oraz ich wstawiania stosowany jest mutex, by nie dopuścić do kolizji.

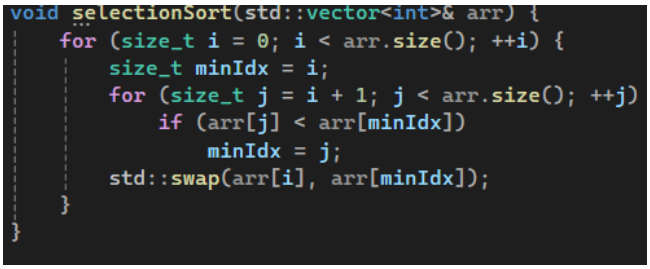
CUDA:



Iteruje przez tablicę i „wstawia" każdy element we właściwe miejsce w już posortowanej części. Tak jak selection sort — uruchomiona w pojedynczym wątku i też w CUDA jest to tylko jako ciekawostka.
W przypadku sortowania przez wstawianie recykling danych jest niski. Dane są przetwarzane liniowo, każdy nowy element jest porównywany z już posortowaną częścią tablicy, a ewentualne przesunięcia dotyczą tylko kilku sąsiednich elementów. Algorytm nie oferuje istotnych możliwości współdzielenia danych pomiędzy wątkami, przez co nie korzysta efektywnie z architektury CUDA.

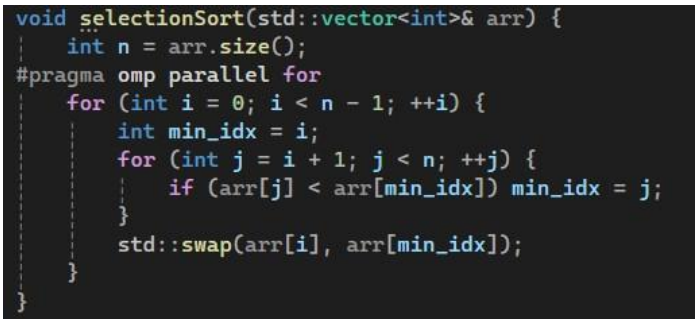
3.5. Sortowanie przez wybieranie

Sekwencyjnie:



Znajduje najmniejszy element i przesuwa go na początek. Powtarza to dla każdego kolejnego elementu.

OpenMP:



Tutaj również użyto #pragma omp parallel for. Każdy wątek może przeszukiwać swoją część tablicy, aby znaleźć minimalny element, ale zmiana pozycji (swap) wymaga synchronizacji. Jest to trudne do efektywnego zrównoleglenia bez bardziej zaawansowanej kontroli współbieżności (np. blokad na poziomie indeksów).

Threads C++:

```cpp
void selectionSortThreads(std::vector<Data>& data, int num_threads) {
    int n = data.size();
    const int chunk_size = n / num_threads;
    std::vector<std::thread> threads;
    std::mutex mutex;
    for (int i = 0; i < num_threads; ++i) {
        threads.emplace_back([&, i] {
            int start_index = i * chunk_size;
            int end_index = (i == num_threads - 1) ? n : start_index + chunk_size;
            for (int j = start_index; j < end_index - 1; ++j) {
                int min_index = j;
                for (int k = j + 1; k < n; ++k) {
                    if (data[k].value < data[min_index].value) {
                        min_index = k;
                    }
                }
                if (min_index != j) {
                    std::lock_guard<std::mutex> lock(mutex);
                    std::swap(data[j], data[min_index]);
                }
            }
            });
    }

    for (auto& t : threads) {
        t.join();
    }
}
```

Podobnie jak w insertion sort – dane są dzielone i przypisane do wątków. Każdy wątek szuka najmniejszego elementu w swoim fragmencie. Operacje zamiany elementów chronione są mutexem.

CUDA:

```cpp
// -------------------- SELECTION SORT KERNEL --------------------
__global__ void selectionSortKernel(int* arr, int n) {
    int tid = threadIdx.x + blockIdx.x * blockDim.x;
    if (tid == 0) {
        for (int i = 0; i < n - 1; i++) {
            int min_idx = i;
            for (int j = i + 1; j < n; j++) {
                if (arr[j] < arr[min_idx]) {
                    min_idx = j;
                }
            }
            int tmp = arr[i];
            arr[i] = arr[min_idx];
            arr[min_idx] = tmp;
        }
    }
}
```

Zastosowanie CUDA jest tu bardziej edukacyjnie, pokazuje różnice między algorytmem łatwym do zrównoleglenia (jak Merge Sort), a takim, który lepiej pozostawić sekwencyjny. Sortowanie przez wybieranie wykazuje umiarkowany poziom recyklingu danych. W każdej iteracji przeglądana jest ta sama nieposortowana część tablicy w celu znalezienia minimum. Dane są czytane wielokrotnie, co stwarza możliwość ich lokalnego buforowania w pamięci współdzielonej. Pomimo tego, synchronizacja pomiędzy wątkami może stanowić wąskie gardło i ograniczać efektywność.

4. Scenariusze testowe i metodologia badań

Zakres testów
W ramach eksperymentu przeprowadzono pomiary czasu wykonania pięciu algorytmów sortowania w różnych wariantach implementacyjnych (sekwencyjna, wątki C++, OpenMP, CUDA). Celem testów było określenie:

- jak zmienia się wydajność wraz ze wzrostem liczby wątków,
- który algorytm najlepiej reaguje na zrównoleglenie,
- kiedy równoległość przestaje być opłacalna.

Parametry testowe

- **Rozmiar danych (n)**: 100, 5 000, 25 000, 50 000, 100 000 (losowe liczby całkowite z zakresu 0–999 999 999). Dla 1 000 000 zostały wykonane tylko kilka pomiarów
- **Liczba wątków (p)**: 1, 2, 4, 6, 10, 14, 16, 20 (dla wersji równoległych).
- **Konfiguracja GPU**: <<<2, 4>>>, <<<4, 8>>>, <<<8, 16>>>, <<<32, 16>>>, <<<44, 32>>>

Pomiar czasu wykonania
Dla każdej kombinacji (n, p) mierzono czas sortowania w milisekundach. Dla porównań zbierano wyniki z:

- wersji sekwencyjnej (p = 1),
- wersji OpenMP i threads (p ≥ 2).
- wersja CUDA (GPU) - wykonywana na wielu wątkach GPU, gdzie liczba bloków i wątków w bloku dobierana jest dynamicznie. Pomiar czasu obejmował cały czas wykonania kernela oraz transfer danych między CPU a GPU.

Analiza przyspieszenia (speedup)
Obliczano tzw. **przyspieszenie równoległe**:

$$S(p) = \frac{\mathrm{T}(1)}{\mathrm{T(p)}}$$

Gdzie:

- **T(1)** to czas wykonania wersji sekwencyjnej,
- **T(p)** to czas wykonania przy p wątkach.

Ocena opłacalności
Sprawdzano, w których przypadkach zwiększanie liczby wątków **rzeczywiście skraca czas sortowania**, a gdzie **koszty synchronizacji** (np. mutexy, bariery) zaczynają przeważać nad zyskami.

5. Pomiary Czasowe

5.1. Sekwencyjnie

Liczba wątków	Technologia	Rozmiar	Algorytm sortowania	Czas (s)
1	Sekwencyjnie	100	Bąbelkowy	0.0000786
			Szybki	0.0000111
			Przez scalanie	0.0003801
			Przez wstawianie	0.0000068
			Przez wybieranie	0.0000599
		5 000	Bąbelkowy	0.2031220
			Szybki	0.0011894
			Przez scalanie	0.0193976
			Przez wstawianie	0.0005073
			Przez wybieranie	0.1468880
		25 000	Bąbelkowy	5.0900900
			Szybki	0.0088364
			Przez scalanie	0.1014790
			Przez wstawianie	0.0033543
			Przez wybieranie	3.4139300
		50 000	Bąbelkowy	20.4790000
			Szybki	0.0142580
			Przez scalanie	0.2024580
			Przez wstawianie	0.0078724
			Przez wybieranie	13.6548000
		100 000	Bąbelkowy	82.1745660
			Szybki	0.0292025
			Przez scalanie	0.4023980
			Przez wstawianie	0.0150941
			Przez wybieranie	55.8875760
		1 000 000	Bąbelkowy	1165.0048180
			Szybki	0.2967040
			Przez scalanie	4.0861520
			Przez wstawianie	0.1684690
			Przez wybieranie	778.6452610

5.2. Nvidia CUDA

Konfiguracja GPU	Technologia	Rozmiar	Algorytm sortowania	Czas (s)	Przyspieszenie (s)	Przyspieszenie (%)
<<<2, 4>>>	CUDA	100	Bąbelkowy	0.000780768	-0.000702168	-89334%
			Szybki	0.000702464	-0.000691364	-622850%
			Przez scalanie	0.000466208	-0.000086108	-2265%
			Przez wstawianie	0.0022231	-0.0022163	-3259265%
			Przez wybieranie	0.00349245	-0.00343255	-573047%
		5 000	Bąbelkowy	0.371663	-0.168541	-8298%

			Szybki	0.072689	-0.0714996	-601140%
			Przez scalanie	0.0214909	-0.0020933	-1079%
			Przez wstawianie	3.40845	-3.4079427	-67178054%
			Przez wybieranie	5.48805	-5.341162	-363621%
		25 000	Bąbelkowy	11.4417	-6.35161	-12478%
			Szybki	0.362491	-0.3536546	-400225%
			Przez scalanie	0.103227	-0.001748	-172%
			Przez wstawianie	84.9376	-84.9342457	-253210046%
			Przez wybieranie	139.51	-136.09607	-398649%
		50 000	Bąbelkowy	49.1245	-28.6455	-13988%
			Szybki	0.664103	-0.649845	-455776%
			Przez scalanie	0.210633	-0.008175	-404%
			Przez wstawianie	412.376	-412.3681276	-523815009%
			Przez wybieranie	601.2881	-587.6333	-430349%
		100 000	Bąbelkowy	174.12569	-91.951124	-11190%
			Szybki	1.63578	-1.6065775	-550151%
			Przez scalanie	0.486743	-0.084345	-2096%
			Przez wstawianie	1649.504	-1649.488906	-1092803748%
			Przez wybieranie	2405.152	-2349.264424	-420355%
<<<4, 8>>>	CUDA	100	Bąbelkowy	0.00063712	-0.00055852	-71059%
			Szybki	0.000683214	-0.000672114	-605508%
			Przez scalanie	0.000484384	-0.000104284	-2744%
			Przez wstawianie	0.00228966	-0.00228286	-3357147%
			Przez wybieranie	0.00296378	-0.00290388	-484788%
		5 000	Bąbelkowy	0.0295977	0.1735243	8543%
			Szybki	0.000718912	0.000470488	3956%
			Przez scalanie	0.0180204	0.0013772	710%
			Przez wstawianie	3.34966	-3.3491527	-66019174%
			Przez wybieranie	5.52253	-5.375642	-365969%
		25 000	Bąbelkowy	0.572681	4.517409	8875%
			Szybki	0.351256	-0.3424196	-387510%
			Przez scalanie	0.0816915	0.0197875	1950%
			Przez wstawianie	93.7902	-93.7868457	-279601842%
			Przez wybieranie	138.21	-134.79607	-394841%
		50 000	Bąbelkowy	2.1457	18.3333	8952%
			Szybki	0.647235	-0.632977	-443945%
			Przez scalanie	0.205637	-0.003179	-157%
			Przez wstawianie	417.891	-417.8831276	-530820496%
			Przez wybieranie	599.303	-585.6482	-428895%
		100 000	Bąbelkowy	9.998	72.176566	8783%
			Szybki	1.55125	-1.5220475	-521205%
			Przez scalanie	0.421246	-0.018848	-468%
			Przez wstawianie	1671.564	-1671.548906	-1107418730%
			Przez wybieranie	2397.212	-2341.324424	-418935%
<<<8, 16>>>	CUDA	100	Bąbelkowy	0.000636576	-0.000557976	-70989%
			Szybki	0.000618496	-0.000607396	-547204%

			Przez scalanie	0.000457984	-0.000077884	-2049%
			Przez wstawianie	0.0016919	-0.0016851	-2478088%
			Przez wybieranie	0.00333085	-0.00327095	-546068%
		5 000	Bąbelkowy	0.00972675	0.19339525	9521%
			Szybki	0.0735678	-0.0723784	-608529%
			Przez scalanie	0.0180732	0.0013244	683%
			Przez wstawianie	3.40966	-3.4091527	-67201906%
			Przez wybieranie	5.54309	-5.396202	-367368%
		25 000	Bąbelkowy	0.177548	4.912542	9651%
			Szybki	0.35637	-0.3475336	-393298%
			Przez scalanie	0.0981375	0.0033415	329%
			Przez wstawianie	95.47	-95.4666457	-284609742%
			Przez wybieranie	140.9	-137.48607	-402721%
		50 000	Bąbelkowy	0.565387	19.913613	9724%
			Szybki	0.626776	-0.612518	-429596%
			Przez scalanie	0.159809	0.042649	2107%
			Przez wstawianie	414.108	-414.1001276	-526015100%
			Przez wybieranie	607.279	-593.6242	-434737%
		100 000	Bąbelkowy	2.11509	80.059476	9743%
			Szybki	1.51125	-1.4820475	-507507%
			Przez scalanie	0.321294	0.081104	2016%
			Przez wstawianie	1656.432	-1656.416906	-1097393621%
			Przez wybieranie	2429.116	-2373.228424	-424643%
<<<32, 16>>>	CUDA	100	Bąbelkowy	0.00065056	-0.00057196	-72768%
			Szybki	0.000586752	-0.000575652	-518605%
			Przez scalanie	0.000452032	-0.000071932	-1892%
			Przez wstawianie	0.0017753	-0.0017685	-2600735%
			Przez wybieranie	0.00295427	-0.00289437	-483200%
		5 000	Bąbelkowy	0.00513859	0.19798341	9747%
			Szybki	0.0712357	-0.0700463	-588921%
			Przez scalanie	0.0179203	0.0014773	762%
			Przez wstawianie	3.40008	-3.3995727	-67013063%
			Przez wybieranie	5.55861	-5.411722	-368425%
		25 000	Bąbelkowy	0.0565407	5.0335493	9889%
			Szybki	0.336892	-0.3280556	-371255%
			Przez scalanie	0.0976297	0.0038493	379%
			Przez wstawianie	91.3254	-91.3220457	-272253662%
			Przez wybieranie	142.117	-138.70307	-406286%
		50 000	Bąbelkowy	0.175591	20.303409	9914%
			Szybki	0.611356	-0.597098	-418781%
			Przez scalanie	0.165812	0.036646	1810%
			Przez wstawianie	419.662	-419.6541276	-533070128%
			Przez wybieranie	612.52427	-598.86947	-438578%
		100 000	Bąbelkowy	0.581219	81.593347	9929%
			Szybki	1.50012	-1.4709175	-503696%
			Przez scalanie	0.318847	0.083551	2076%

			Przez wstawianie	1678.648	-1678.632906	-1112111955%
			Przez wybieranie	2450.097	-2394.209424	-428397%
<<<44, 32>>>	CUDA	100	Bąbelkowy	0.000669696	-0.000591096	-75203%
			Szybki	0.00070704	-0.00069594	-626973%
			Przez scalanie	0.000475936	-0.000095836	-2521%
			Przez wstawianie	0.00185078	-0.00184398	-2711735%
			Przez wybieranie	0.00365306	-0.00359316	-599860%
		5 000	Bąbelkowy	0.00469197	0.19843003	9769%
			Szybki	0.069252	-0.0680626	-572243%
			Przez scalanie	0.018592	0.0008056	415%
			Przez wstawianie	3.45009	-3.4495827	-67998870%
			Przez wybieranie	5.59971	-5.452822	-371223%
		25 000	Bąbelkowy	0.0261149	5.0639751	9949%
			Szybki	0.306392	-0.2975556	-336738%
			Przez scalanie	0.079646	0.021833	2151%
			Przez wstawianie	84.3561	-84.3527457	-251476450%
			Przez wybieranie	139.476	-136.06207	-398550%
		50 000	Bąbelkowy	0.0705436	20.4084564	9966%
			Szybki	0.593257	-0.578999	-406087%
			Przez scalanie	0.186547	0.015911	786%
			Przez wstawianie	415.849	-415.8411276	-528226624%
			Przez wybieranie	600.643	-586.9882	-429877%
		100 000	Bąbelkowy	0.216778	81.957788	9974%
			Szybki	1.47762	-1.4484175	-495991%
			Przez scalanie	0.412467	-0.010069	-250%
			Przez wstawianie	1663.396	-1663.380906	-1102007345%
			Przez wybieranie	2402.572	-2346.684424	-419894%

5.3. Threads C++ oraz OpenMP

Liczba wątków	Technologia	Rozmiar	Algorytm sortowania	Czas (s)	Przyspieszenie (s)	Przyspieszenie (%)
2	OpenMP	100	Bąbelkowy	0.000781	-0.00070280	-89415%
	Thread C++			0.003391	-0.00331270	-421463%
	OpenMP		Szybki	0.000041	-0.00003000	-27027%
	Thread C++			0.000932	-0.00092070	-829459%
	OpenMP		Przez scalanie	0.000239	0.00014160	3725%
	Thread C++			0.001025	-0.00064500	-16969%
	OpenMP		Przez wstawianie	0.000021	-0.00001410	-20735%
	Thread C++			0.000922	-0.00091500	-1345588%
	OpenMP		Przez wybieranie	0.000059	0.00000110	184%
	Thread C++			0.000811	-0.00075080	-125342%
	OpenMP	5 000	Bąbelkowy	0.150316	0.05280600	2600%
	Thread C++			0.385534	-0.18241200	-8980%
	OpenMP		Szybki	0.001543	-0.00035350	-2972%

	Thread C++			0.002261	-0.00107160	-9010%
	OpenMP		Przez scalanie	0.009888	0.00951000	4903%
	Thread C++			0.010150	0.00924810	4768%
	OpenMP		Przez wstawianie	0.019581	-0.01907370	-375985%
	Thread C++			0.288014	-0.28750670	-5667390%
	OpenMP		Przez wybieranie	0.079240	0.06764770	4605%
	Thread C++			0.086344	0.06054380	4122%
	OpenMP	25 000	Bąbelkowy	3.756220	1.33387000	2621%
	Thread C++			9.633680	-4.54359000	-8926%
	OpenMP		Szybki	0.005222	0.00361460	4091%
	Thread C++			0.006915	0.00192110	2174%
	OpenMP		Przez scalanie	0.053610	0.04786880	4717%
	Thread C++			0.061893	0.03958620	3901%
	OpenMP		Przez wstawianie	0.471482	-0.46812770	-1395605%
	Thread C++			6.978610	-6.97525570	-20794967%
	OpenMP		Przez wybieranie	1.995240	1.41869000	4156%
	Thread C++			2.555790	0.85814000	2514%
	OpenMP	50 000	Bąbelkowy	15.192700	5.28630000	2581%
	Thread C++			41.939200	-21.46020000	-10479%
	OpenMP		Szybki	0.019268	-0.00500970	-3514%
	Thread C++			0.013857	0.00040110	281%
	OpenMP		Przez scalanie	0.132391	0.07006700	3461%
	Thread C++			0.128216	0.07424200	3667%
	OpenMP		Przez wstawianie	2.362530	-2.35465760	-2991029%
	Thread C++			34.789400	-34.78152760	-44181606%
	OpenMP		Przez wybieranie	8.950060	4.70474000	3445%
	Thread C++			8.732850	4.92195000	3605%
	OpenMP	100 000	Bąbelkowy	65.515000	16.65956600	2027%
	Thread C++			159.848000	-77.67343400	-9452%
	OpenMP		Szybki	0.054628	-0.02542560	-8707%
	Thread C++			0.025994	0.00320900	1099%
	OpenMP		Przez scalanie	0.231007	0.17139100	4259%
	Thread C++			0.268082	0.13431600	3338%
	OpenMP		Przez wstawianie	10.426000	-10.41090590	-6897335%
	Thread C++			113.603000	-113.58790590	-75253182%
	OpenMP		Przez wybieranie	35.349600	20.53797600	3675%
	Thread C++			41.494200	14.39337600	2575%
4	OpenMP	100	Bąbelkowy	0.001131	-0.00105250	-133906%
	Thread C++			0.004417	-0.00433790	-551896%
	OpenMP		Szybki	0.000028	-0.00001650	-14865%
	Thread C++			0.002917	-0.00290610	-2618108%
	OpenMP		Przez scalanie	0.000206	0.00017410	4580%
	Thread C++			0.002593	-0.00221250	-58208%
	OpenMP		Przez wstawianie	0.000014	-0.00000680	-10000%
	Thread C++			0.001607	-0.00160010	-2353088%
	OpenMP		Przez wybieranie	0.000045	0.00001500	2504%

	Thread C++			0.001725	-0.00166490	-277947%
	OpenMP	5 000	Bąbelkowy	0.090714	0.11240850	5534%
	Thread C++			0.350346	-0.14722400	-7248%
	OpenMP		Szybki	0.001560	-0.00037070	-3117%
	Thread C++			0.003476	-0.00228670	-19226%
	OpenMP		Przez scalanie	0.012103	0.00729460	3761%
	Thread C++			0.021134	-0.00173640	-895%
	OpenMP		Przez wstawianie	0.008672	-0.00816420	-160934%
	Thread C++			0.254769	-0.25426170	-5012058%
	OpenMP		Przez wybieranie	0.046153	0.10073530	6858%
	Thread C++			0.058083	0.08880460	6046%
	OpenMP	25 000	Bąbelkowy	2.106020	2.98407000	5863%
	Thread C++			8.030270	-2.94018000	-5776%
	OpenMP		Szybki	0.010147	-0.00131100	-1484%
	Thread C++			0.006160	0.00267610	3028%
	OpenMP		Przez scalanie	0.073720	0.02775860	2735%
	Thread C++			0.077156	0.02432340	2397%
	OpenMP		Przez wstawianie	0.140724	-0.13736970	-409533%
	Thread C++			6.166950	-6.16359570	-18375207%
	OpenMP		Przez wybieranie	1.201550	2.21238000	6480%
	Thread C++			1.305000	2.10893000	6177%
	OpenMP	50 000	Bąbelkowy	8.399440	12.07956000	5899%
	Thread C++			31.501400	-11.02240000	-5382%
	OpenMP		Szybki	0.020103	-0.00584460	-4099%
	Thread C++			0.012521	0.00173660	1218%
	OpenMP		Przez scalanie	0.126016	0.07644200	3776%
	Thread C++			0.166350	0.03610800	1783%
	OpenMP		Przez wstawianie	0.550619	-0.54274660	-689430%
	Thread C++			24.635100	-24.62722760	-31282998%
	OpenMP		Przez wybieranie	5.029500	8.62530000	6317%
	Thread C++			5.379340	8.27546000	6060%
	OpenMP	100 000	Bąbelkowy	34.045000	48.12956600	5857%
	Thread C++			124.596000	-42.42143400	-5162%
	OpenMP		Szybki	0.043755	-0.01455280	-4983%
	Thread C++			0.021103	0.00809980	2774%
	OpenMP		Przez scalanie	0.217792	0.18460600	4588%
	Thread C++			0.276738	0.12566000	3123%
	OpenMP		Przez wstawianie	2.137900	-2.12280590	-1406381%
	Thread C++			89.176000	-89.16090590	-59070038%
	OpenMP		Przez wybieranie	19.698500	36.18907600	6475%
	Thread C++			25.547700	30.33987600	5429%
9	OpenMP	100	Bąbelkowy	0.001544	-0.00146530	-186425%
	Thread C++			0.005567	-0.00548830	-698257%
	OpenMP		Szybki	0.000039	-0.00002750	-24775%
	Thread C++			0.002512	-0.00250120	-2253333%
	OpenMP		Przez scalanie	0.000238	0.00014220	3741%

	Thread C++			0.005164	-0.00478370	-125854%
	OpenMP		Przez wstawianie	0.000035	-0.00002770	-40735%
	Thread C++			0.002722	-0.00271480	-3992353%
	OpenMP		Przez wybieranie	0.000031	0.00002850	4758%
	Thread C++			0.002291	-0.00223150	-372538%
	OpenMP	5 000	Bąbelkowy	0.060619	0.14250340	7016%
	Thread C++			0.282224	-0.07910200	-3894%
	OpenMP		Szybki	0.001832	-0.00064260	-5403%
	Thread C++			0.004273	-0.00308360	-25926%
	OpenMP		Przez scalanie	0.015238	0.00415970	2144%
	Thread C++			0.022152	-0.00275390	-1420%
	OpenMP		Przez wstawianie	0.004138	-0.00363060	-71567%
	Thread C++			0.233848	-0.23334070	-4599659%
	OpenMP		Przez wybieranie	0.045296	0.10159210	6916%
	Thread C++			0.039656	0.10723250	7300%
	OpenMP	25 000	Bąbelkowy	1.484200	3.60589000	7084%
	Thread C++			6.891970	-1.80188000	-3540%
	OpenMP		Szybki	0.010655	-0.00181850	-2058%
	Thread C++			0.007165	0.00167130	1891%
	OpenMP		Przez scalanie	0.076873	0.02460580	2425%
	Thread C++			0.092609	0.00887010	874%
	OpenMP		Przez wstawianie	0.090404	-0.08704930	-259516%
	Thread C++			5.558720	-5.55536570	-16561923%
	OpenMP		Przez wybieranie	0.968558	2.44537200	7163%
	Thread C++			1.012760	2.40117000	7033%
	OpenMP	50 000	Bąbelkowy	5.966310	14.51269000	7087%
	Thread C++			26.774700	-6.29570000	-3074%
	OpenMP		Szybki	0.026792	-0.01253410	-8791%
	Thread C++			0.012139	0.00211920	1486%
	OpenMP		Przez scalanie	0.144285	0.05817300	2873%
	Thread C++			0.182603	0.01985500	981%
	OpenMP		Przez wstawianie	0.303994	-0.29612160	-376152%
	Thread C++			22.646200	-22.63832760	-28756577%
	OpenMP		Przez wybieranie	3.573450	10.08135000	7383%
	Thread C++			4.107500	9.54730000	6992%
	OpenMP	100 000	Bąbelkowy	23.673200	58.50136600	7119%
	Thread C++			108.418000	-26.24343400	-3194%
	OpenMP		Szybki	0.039889	-0.01068630	-3659%
	Thread C++			0.020239	0.00896370	3069%
	OpenMP		Przez scalanie	0.238433	0.16396500	4075%
	Thread C++			0.355933	0.04646500	1155%
	OpenMP		Przez wstawianie	1.167560	-1.15246590	-763521%
	Thread C++			90.374200	-90.35910590	-59863858%
	OpenMP		Przez wybieranie	14.070900	41.81667600	7482%
	Thread C++			16.007700	39.87987600	7136%
10	OpenMP	100	Bąbelkowy	0.002698	-0.00261980	-333308%

	Thread C++			0.006760	-0.00668140	-850051%
	OpenMP		Szybki	0.000050	-0.00003920	-35315%
	Thread C++			0.005753	-0.00574140	-5172432%
	OpenMP		Przez scalanie	0.000278	0.00010200	2684%
	Thread C++			0.008134	-0.00775380	-203994%
	OpenMP		Przez wstawianie	0.000013	-0.00000580	-8529%
	Thread C++			0.004389	-0.00438180	-6443824%
	OpenMP		Przez wybieranie	0.000024	0.00003560	5943%
	Thread C++			0.003918	-0.00385850	-644157%
	OpenMP	5 000	Bąbelkowy	0.053932	0.14919020	7345%
	Thread C++			0.067108	0.13601430	6696%
	OpenMP		Szybki	0.002608	-0.00141840	-11925%
	Thread C++			0.035766	-0.03457630	-290704%
	OpenMP		Przez scalanie	0.019426	-0.00002820	-15%
	Thread C++			0.104466	-0.08506840	-43855%
	OpenMP		Przez wstawianie	0.002354	-0.00184630	-36395%
	Thread C++			0.055223	-0.05471580	-1078569%
	OpenMP		Przez wybieranie	0.031563	0.11532470	7851%
	Thread C++			0.057642	0.08924630	6076%
	OpenMP	25 000	Bąbelkowy	1.001480	4.08861000	8032%
	Thread C++			6.152340	-1.06225000	-2087%
	OpenMP		Szybki	0.012600	-0.00376320	-4259%
	Thread C++			0.009456	-0.00061970	-701%
	OpenMP		Przez scalanie	0.077017	0.02446170	2411%
	Thread C++			0.124624	-0.02314500	-2281%
	OpenMP		Przez wstawianie	0.040102	-0.03674780	-109554%
	Thread C++			4.708540	-4.70518570	-14027325%
	OpenMP		Przez wybieranie	0.652613	2.76131700	8088%
	Thread C++			0.737793	2.67613700	7839%
	OpenMP	50 000	Bąbelkowy	3.968090	16.51091000	8062%
	Thread C++			25.004900	-4.52590000	-2210%
	OpenMP		Szybki	0.024803	-0.01054490	-7396%
	Thread C++			0.013183	0.00107460	754%
	OpenMP		Przez scalanie	0.171614	0.03084400	1523%
	Thread C++			0.231924	-0.02946600	-1455%
	OpenMP		Przez wstawianie	0.160636	-0.15276360	-194050%
	Thread C++			19.679100	-19.67122760	-24987587%
	OpenMP		Przez wybieranie	2.620200	11.03460000	8081%
	Thread C++			2.813540	10.84126000	7940%
	OpenMP	100 000	Bąbelkowy	15.246600	66.92796600	8145%
	Thread C++			99.511400	-17.33683400	-2110%
	OpenMP		Szybki	0.051673	-0.02247020	-7695%
	Thread C++			0.017344	0.01185840	4061%
	OpenMP		Przez scalanie	0.243935	0.15846300	3938%
	Thread C++			0.458018	-0.05562000	-1382%
	OpenMP		Przez wstawianie	0.633166	-0.61807190	-409479%

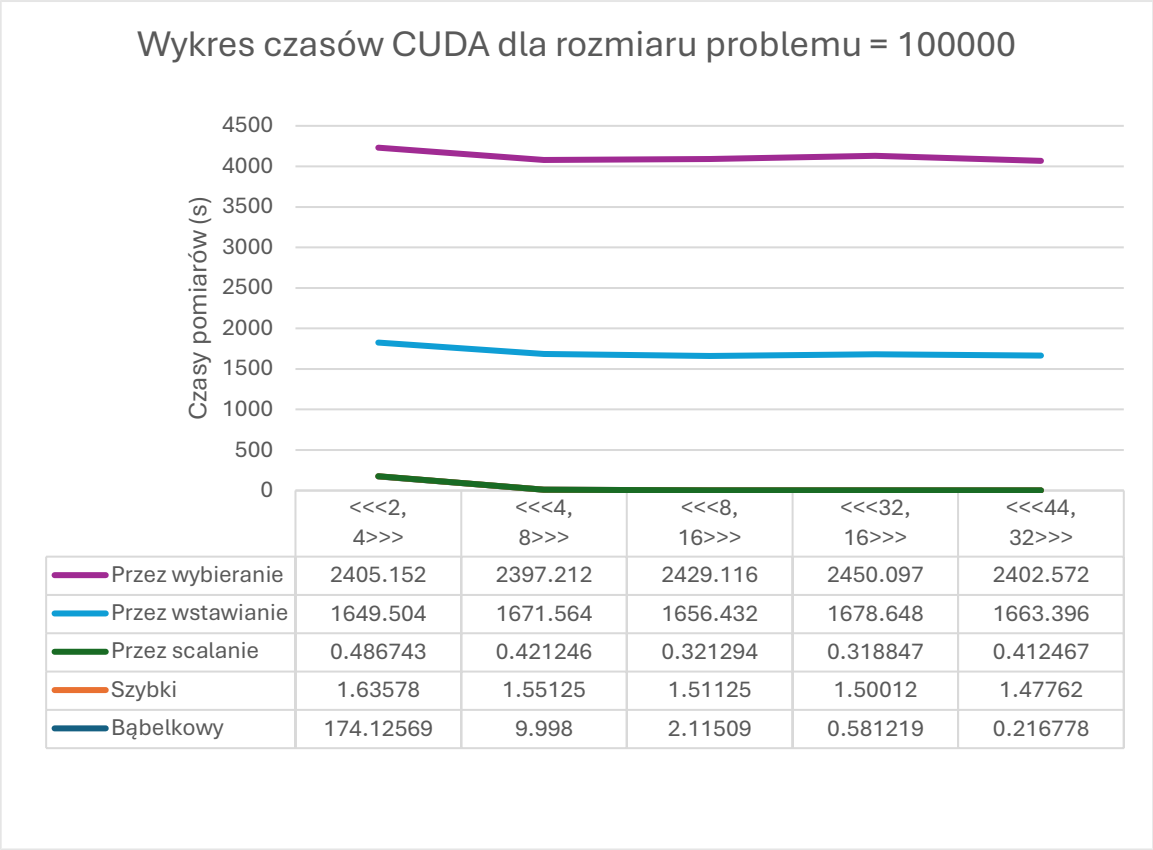
	Thread C++			78.253700	-78.23860590	-51833899%
	OpenMP		Przez wybieranie	9.801250	46.08632600	8246%
	Thread C++			11.477500	44.41007600	7946%
14	OpenMP	100	Bąbelkowy	0.002696	-0.00261740	-333003%
	Thread C++			0.009675	-0.00959640	-1220916%
	OpenMP		Szybki	0.000082	-0.00007070	-63694%
	Thread C++			0.005953	-0.00594200	-5353153%
	OpenMP		Przez scalanie	0.000299	0.00008150	2144%
	Thread C++			0.011117	-0.01073650	-282465%
	OpenMP		Przez wstawianie	0.000010	-0.00000360	-5294%
	Thread C++			0.005343	-0.00533580	-7846765%
	OpenMP		Przez wybieranie	0.000029	0.00003060	5109%
	Thread C++			0.006380	-0.00631980	-1055058%
	OpenMP	5 000	Bąbelkowy	0.042951	0.16017110	7885%
	Thread C++			0.255884	-0.05276200	-2598%
	OpenMP		Szybki	0.001529	-0.00033980	-2857%
	Thread C++			0.005443	-0.00425360	-35763%
	OpenMP		Przez scalanie	0.025208	-0.00581050	-2995%
	Thread C++			0.034609	-0.01521090	-7842%
	OpenMP		Przez wstawianie	0.002710	-0.00220300	-43426%
	Thread C++			0.205345	-0.20483770	-4037802%
	OpenMP		Przez wybieranie	0.024424	0.12246390	8337%
	Thread C++			0.028776	0.11811190	8041%
	OpenMP	25 000	Bąbelkowy	0.839502	4.25058800	8351%
	Thread C++			5.577540	-0.48745000	-958%
	OpenMP		Szybki	0.010234	-0.00139770	-1582%
	Thread C++			0.009122	-0.00028560	-323%
	OpenMP		Przez scalanie	0.066251	0.03522760	3471%
	Thread C++			0.132119	-0.03064000	-3019%
	OpenMP		Przez wstawianie	0.063366	-0.06001170	-178910%
	Thread C++			3.627560	-3.62420570	-10804656%
	OpenMP		Przez wybieranie	0.591677	2.82225300	8267%
	Thread C++			0.648323	2.76560700	8101%
	OpenMP	50 000	Bąbelkowy	3.207210	17.27179000	8434%
	Thread C++			21.054200	-0.57520000	-281%
	OpenMP		Szybki	0.024217	-0.00995930	-6985%
	Thread C++			0.014135	0.00012330	86%
	OpenMP		Przez scalanie	0.142654	0.05980400	2954%
	Thread C++			0.255804	-0.05334600	-2635%
	OpenMP		Przez wstawianie	0.121690	-0.11381760	-144578%
	Thread C++			18.353600	-18.34572760	-23303856%
	OpenMP		Przez wybieranie	2.090320	11.56448000	8469%
	Thread C++			2.273630	11.38117000	8335%
	OpenMP	100 000	Bąbelkowy	12.414000	69.76056600	8489%
	Thread C++			100.254000	-18.07943400	-2200%
	OpenMP		Szybki	0.053841	-0.02463820	-8437%

	Thread C++			0.016959	0.01224370	4193%
	OpenMP		Przez scalanie	0.269275	0.13312300	3308%
	Thread C++			0.511248	-0.10885000	-2705%
	OpenMP		Przez wstawianie	0.438489	-0.42339490	-280504%
	Thread C++			79.125000	-79.10990590	-52411145%
	OpenMP		Przez wybieranie	8.022450	47.86512600	8565%
	Thread C++			8.936360	46.95121600	8401%
16	OpenMP	100	Bąbelkowy	0.003823	-0.00374390	-476323%
	Thread C++			0.008733	-0.00865470	-1101107%
	OpenMP		Szybki	0.000042	-0.00003120	-28108%
	Thread C++			0.012022	-0.01201080	-10820541%
	OpenMP		Przez scalanie	0.000305	0.00007520	1978%
	Thread C++			0.012367	-0.01198670	-315356%
	OpenMP		Przez wstawianie	0.000021	-0.00001370	-20147%
	Thread C++			0.006991	-0.00698400	-10270588%
	OpenMP		Przez wybieranie	0.000062	-0.00000230	-384%
	Thread C++			0.006145	-0.00608510	-1015876%
	OpenMP	5 000	Bąbelkowy	0.038337	0.16478510	8113%
	Thread C++			0.226714	-0.02359200	-1161%
	OpenMP		Szybki	0.001857	-0.00066750	-5612%
	Thread C++			0.009589	-0.00839980	-70622%
	OpenMP		Przez scalanie	0.012597	0.00680050	3506%
	Thread C++			0.038259	-0.01886170	-9724%
	OpenMP		Przez wstawianie	0.002191	-0.00168400	-33195%
	Thread C++			0.174119	-0.17361170	-3422269%
	OpenMP		Przez wybieranie	0.021455	0.12543340	8539%
	Thread C++			0.028153	0.11873550	8083%
	OpenMP	25 000	Bąbelkowy	0.802360	4.28773000	8424%
	Thread C++			5.260630	-0.17054000	-335%
	OpenMP		Szybki	0.012195	-0.00335820	-3800%
	Thread C++			0.025534	-0.01669760	-18896%
	OpenMP		Przez scalanie	0.107039	-0.00556000	-548%
	Thread C++			0.139536	-0.03805700	-3750%
	OpenMP		Przez wstawianie	0.052918	-0.04956410	-147763%
	Thread C++			4.082130	-4.07877570	-12159842%
	OpenMP		Przez wybieranie	0.533094	2.88083600	8438%
	Thread C++			0.542870	2.87106000	8410%
	OpenMP	50 000	Bąbelkowy	2.854030	17.62497000	8606%
	Thread C++			19.011600	1.46740000	717%
	OpenMP		Szybki	0.019663	-0.00540500	-3791%
	Thread C++			0.017490	-0.00323220	-2267%
	OpenMP		Przez scalanie	0.133351	0.06910700	3413%
	Thread C++			0.269085	-0.06662700	-3291%
	OpenMP		Przez wstawianie	0.132233	-0.12436060	-157970%
	Thread C++			16.639400	-16.63152760	-21126375%
	OpenMP		Przez wybieranie	2.098410	11.55639000	8463%

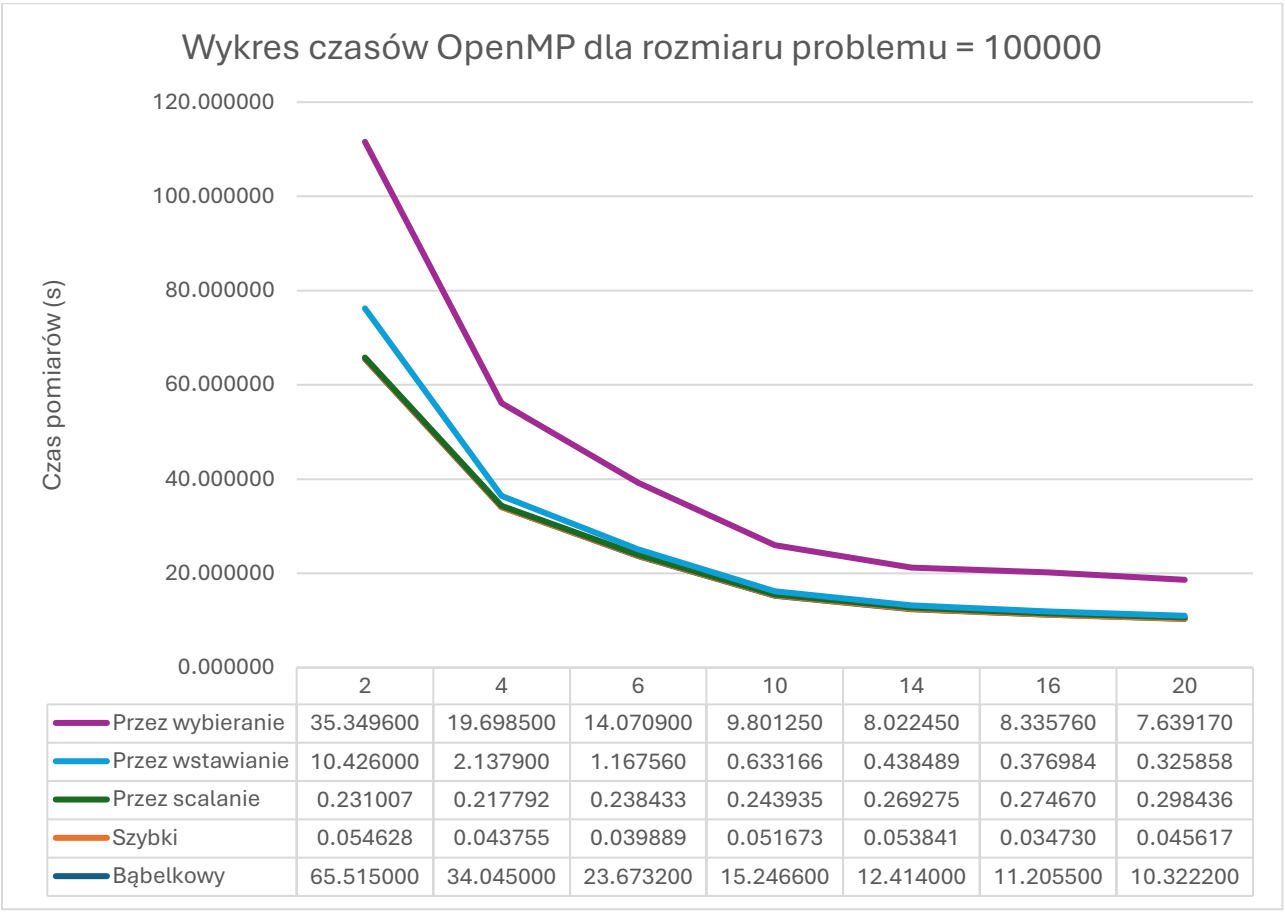
	Thread C++			2.129670	11.52513000	8440%
	OpenMP	100 000	Bąbelkowy	11.205500	70.96906600	8636%
	Thread C++			83.198800	-1.02423400	-125%
	OpenMP		Szybki	0.034730	-0.00552780	-1893%
	Thread C++			0.022629	0.00657380	2251%
	OpenMP		Przez scalanie	0.274670	0.12772800	3174%
	Thread C++			0.519667	-0.11726900	-2914%
	OpenMP		Przez wstawianie	0.376984	-0.36188990	-239756%
	Thread C++			66.468700	-66.45360590	-44026213%
	OpenMP		Przez wybieranie	8.335760	47.55181600	8508%
	Thread C++			8.786850	47.10072600	8428%
20	OpenMP	100	Bąbelkowy	0.004399	-0.00432050	-549682%
	Thread C++			0.010328	-0.01024910	-1303957%
	OpenMP		Szybki	0.000038	-0.00002660	-23964%
	Thread C++			0.011588	-0.01157650	-10429279%
	OpenMP		Przez scalanie	0.000284	0.00009590	2523%
	Thread C++			0.015864	-0.01548340	-407351%
	OpenMP		Przez wstawianie	0.000044	-0.00003690	-54265%
	Thread C++			0.007858	-0.00785140	-11546176%
	OpenMP		Przez wybieranie	0.000024	0.00003550	5927%
	Thread C++			0.007490	-0.00742960	-1240334%
	OpenMP	5 000	Bąbelkowy	0.036818	0.16630430	8187%
	Thread C++			0.154581	0.04854100	2390%
	OpenMP		Szybki	0.002266	-0.00107660	-9052%
	Thread C++			0.010404	-0.00921500	-77476%
	OpenMP		Przez scalanie	0.024589	-0.00519130	-2676%
	Thread C++			0.038793	-0.01939490	-9999%
	OpenMP		Przez wstawianie	0.002482	-0.00197510	-38934%
	Thread C++			0.119368	-0.11886070	-2343006%
	OpenMP		Przez wybieranie	0.021675	0.12521300	8524%
	Thread C++			0.030251	0.11663720	7941%
	OpenMP	25 000	Bąbelkowy	0.694582	4.39550800	8635%
	Thread C++			3.498060	1.59203000	3128%
	OpenMP		Szybki	0.009495	-0.00065840	-745%
	Thread C++			0.013091	-0.00425500	-4815%
	OpenMP		Przez scalanie	0.064510	0.03696870	3643%
	Thread C++			0.135290	-0.03381100	-3332%
	OpenMP		Przez wstawianie	0.026152	-0.02279750	-67965%
	Thread C++			2.704370	-2.70101570	-8052398%
	OpenMP		Przez wybieranie	0.518008	2.89592200	8483%
	Thread C++			0.526596	2.88733400	8458%
	OpenMP	50 000	Bąbelkowy	2.606440	17.87256000	8727%
	Thread C++			13.353400	7.12560000	3479%
	OpenMP		Szybki	0.014515	-0.00025660	-180%
	Thread C++			0.026096	-0.01183840	-8303%
	OpenMP		Przez scalanie	0.162026	0.04043200	1997%

	Thread C++			0.269017	-0.06655900	-3288%
	OpenMP		Przez wstawianie	0.102272	-0.09439960	-119912%
	Thread C++			10.995500	-10.98762760	-13957151%
	OpenMP		Przez wybieranie	1.897600	11.75720000	8610%
	Thread C++			2.055250	11.59955000	8495%
	OpenMP	100 000	Bąbelkowy	10.322200	71.85236600	8744%
	Thread C++			56.379800	25.79476600	3139%
	OpenMP		Szybki	0.045617	-0.01641400	-5621%
	Thread C++			0.022648	0.00655460	2245%
	OpenMP		Przez scalanie	0.298436	0.10396200	2584%
	Thread C++			0.527467	-0.12506900	-3108%
	OpenMP		Przez wstawianie	0.325858	-0.31076390	-205884%
	Thread C++			43.527900	-43.51280590	-28827692%
	OpenMP		Przez wybieranie	7.639170	48.24840600	8633%
	Thread C++			8.311020	47.57655600	8513%

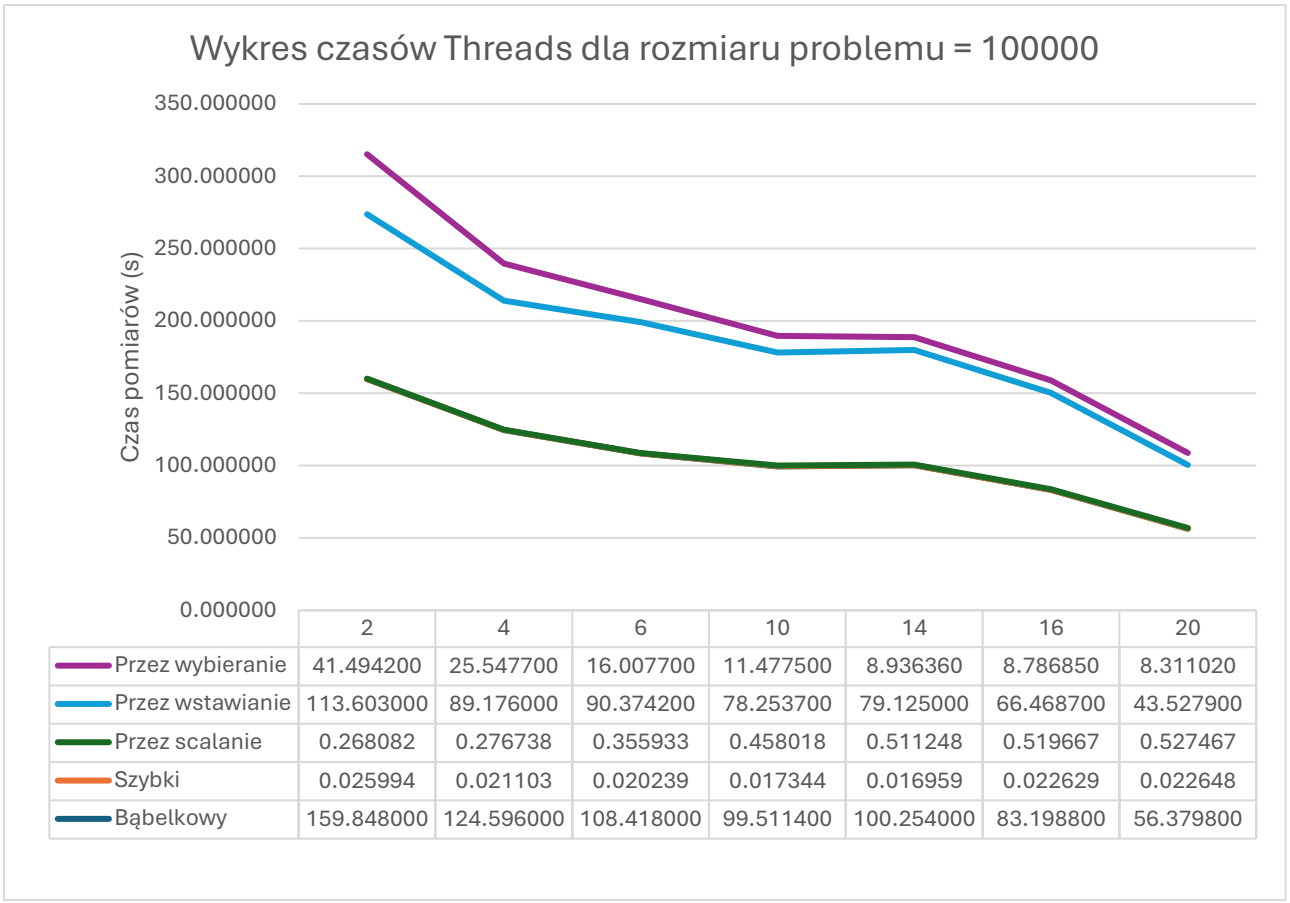
6. Wykresy



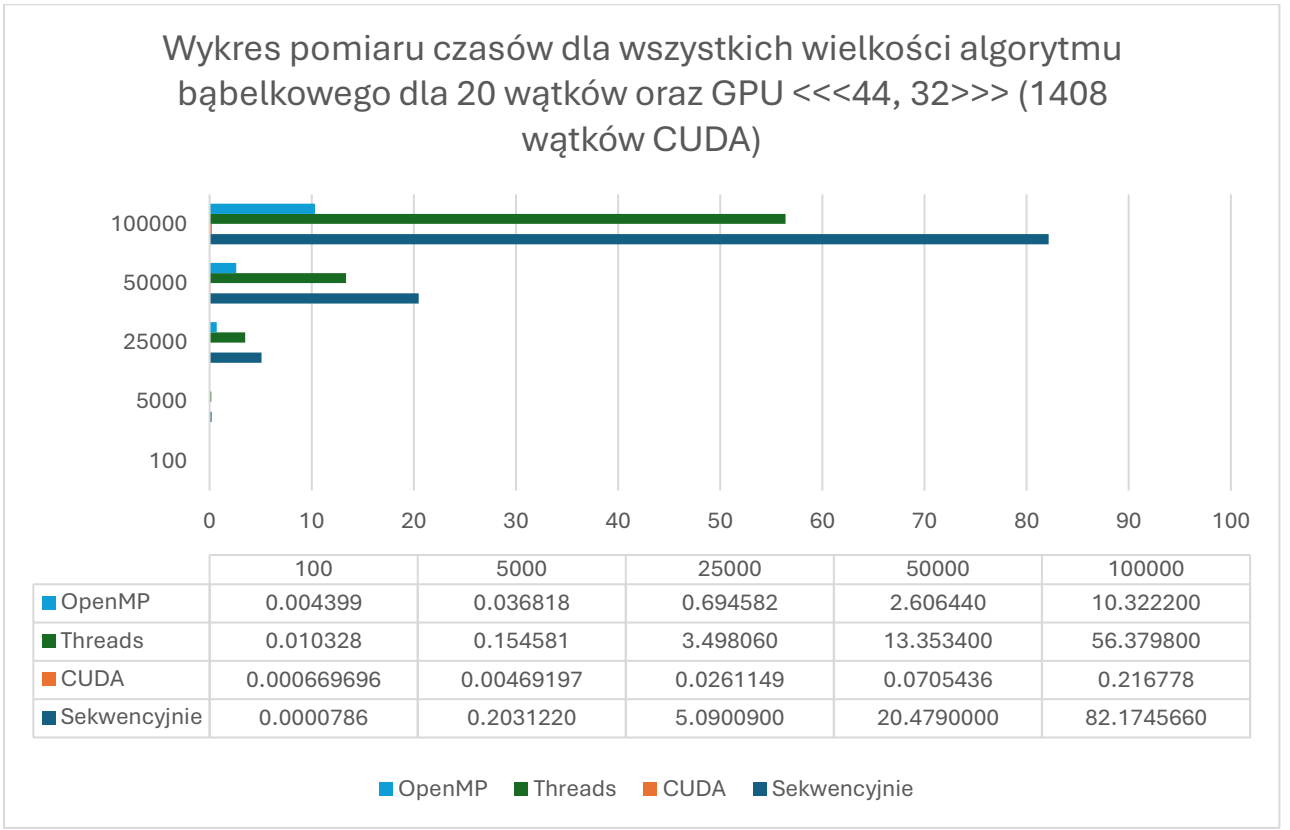
	<<<2, 4>>>	<<<4, 8>>>	<<<8, 16>>>	<<<32, 16>>>	<<<44, 32>>>
Przez wybieranie	2405.152	2397.212	2429.116	2450.097	2402.572
Przez wstawianie	1649.504	1671.564	1656.432	1678.648	1663.396
Przez scalanie	0.486743	0.421246	0.321294	0.318847	0.412467
Szybki	1.63578	1.55125	1.51125	1.50012	1.47762
Bąbelkowy	174.12569	9.998	2.11509	0.581219	0.216778



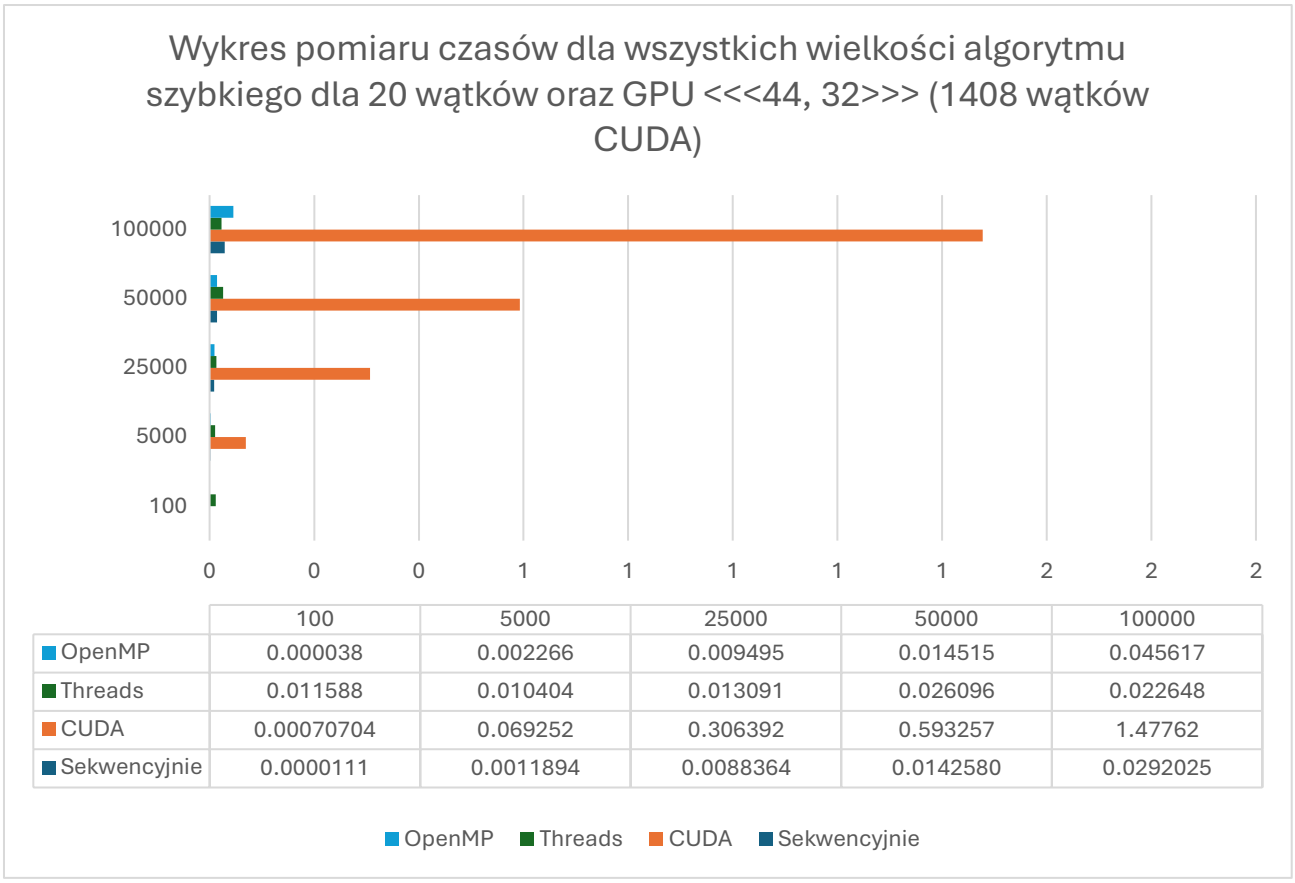
	2	4	6	10	14	16	20
Przez wybieranie	35.349600	19.698500	14.070900	9.801250	8.022450	8.335760	7.639170
Przez wstawianie	10.426000	2.137900	1.167560	0.633166	0.438489	0.376984	0.325858
Przez scalanie	0.231007	0.217792	0.238433	0.243935	0.269275	0.274670	0.298436
Szybki	0.054628	0.043755	0.039889	0.051673	0.053841	0.034730	0.045617
Bąbelkowy	65.515000	34.045000	23.673200	15.246600	12.414000	11.205500	10.322200



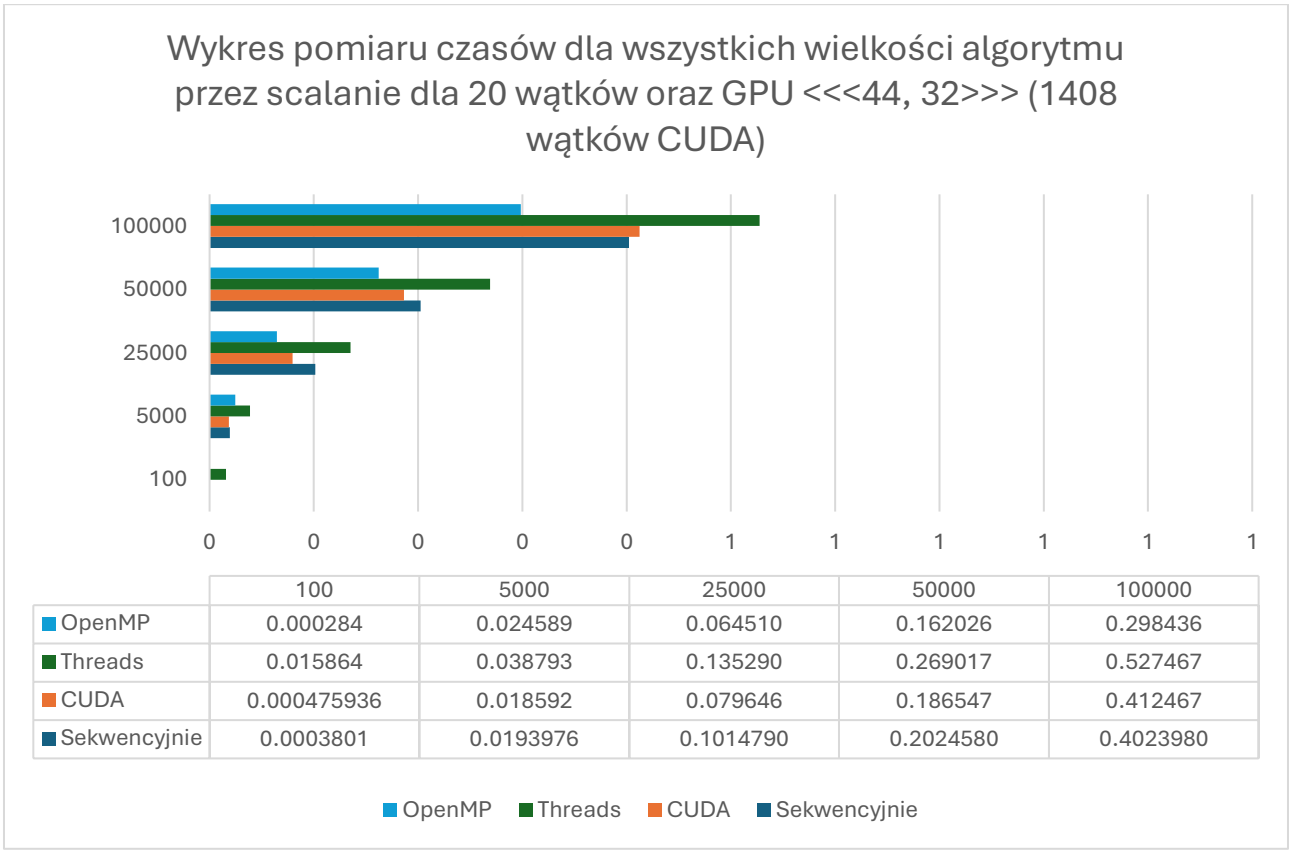
	2	4	6	10	14	16	20
Przez wybieranie	41.494200	25.547700	16.007700	11.477500	8.936360	8.786850	8.311020
Przez wstawianie	113.603000	89.176000	90.374200	78.253700	79.125000	66.468700	43.527900
Przez scalanie	0.268082	0.276738	0.355933	0.458018	0.511248	0.519667	0.527467
Szybki	0.025994	0.021103	0.020239	0.017344	0.016959	0.022629	0.022648
Bąbelkowy	159.848000	124.596000	108.418000	99.511400	100.254000	83.198800	56.379800



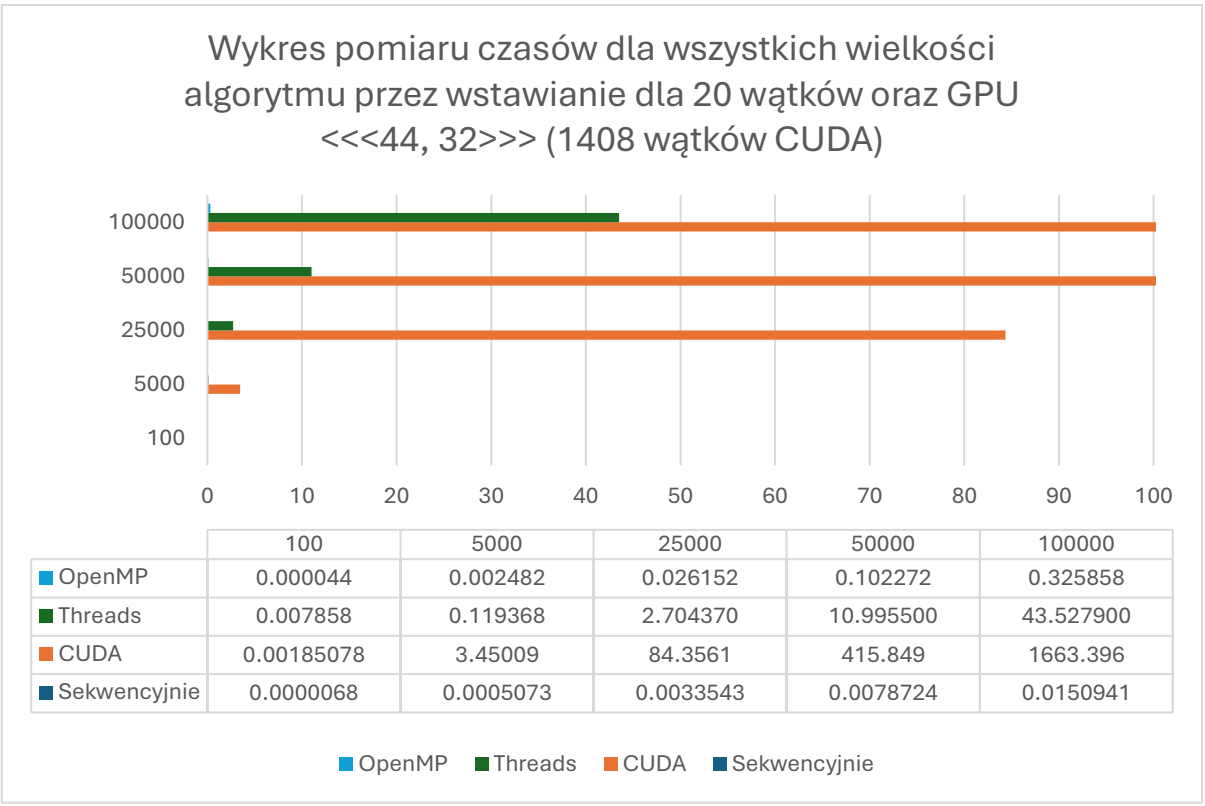
	100	5000	25000	50000	100000
OpenMP	0.004399	0.036818	0.694582	2.606440	10.322200
Threads	0.010328	0.154581	3.498060	13.353400	56.379800
CUDA	0.000669696	0.00469197	0.0261149	0.0705436	0.216778
Sekwencyjnie	0.0000786	0.2031220	5.0900900	20.4790000	82.1745660



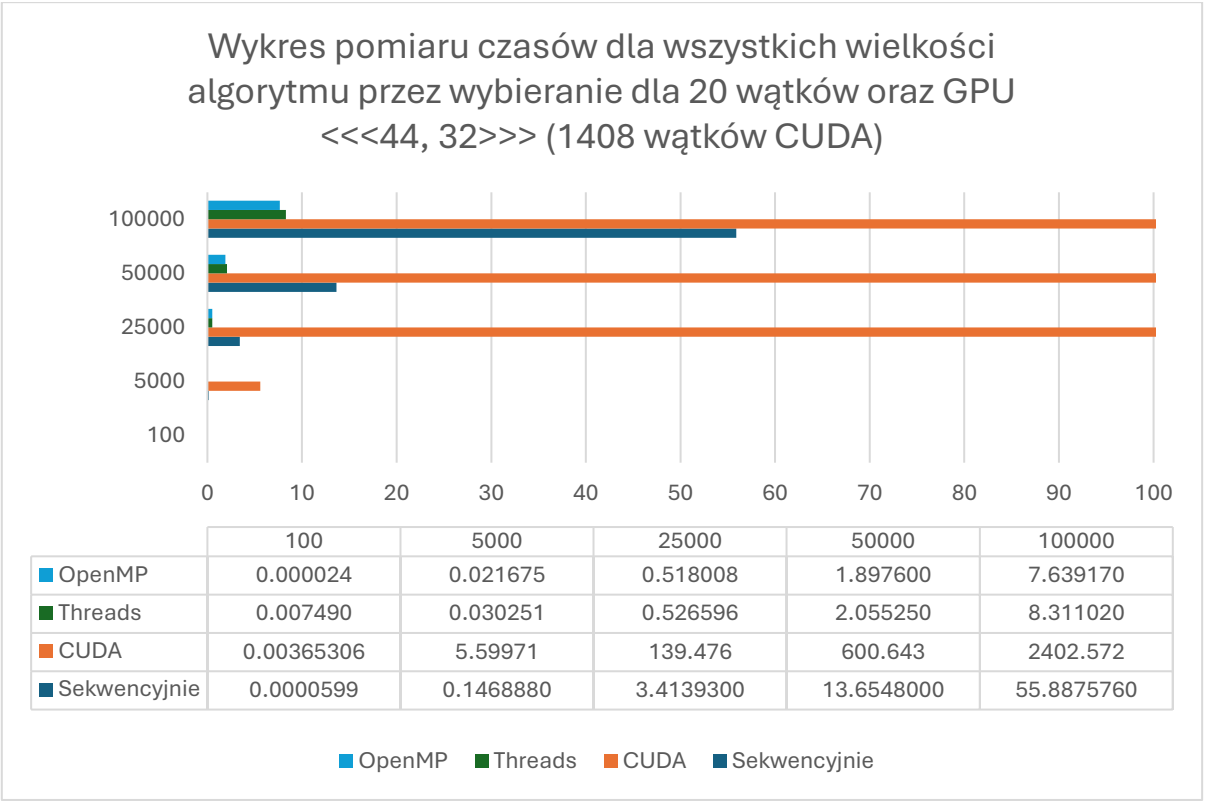
	100	5000	25000	50000	100000
OpenMP	0.000038	0.002266	0.009495	0.014515	0.045617
Threads	0.011588	0.010404	0.013091	0.026096	0.022648
CUDA	0.00070704	0.069252	0.306392	0.593257	1.47762
Sekwencyjnie	0.0000111	0.0011894	0.0088364	0.0142580	0.0292025



	100	5000	25000	50000	100000
OpenMP	0.000284	0.024589	0.064510	0.162026	0.298436
Threads	0.015864	0.038793	0.135290	0.269017	0.527467
CUDA	0.000475936	0.018592	0.079646	0.186547	0.412467
Sekwencyjnie	0.0003801	0.0193976	0.1014790	0.2024580	0.4023980



	100	5000	25000	50000	100000
OpenMP	0.000044	0.002482	0.026152	0.102272	0.325858
Threads	0.007858	0.119368	2.704370	10.995500	43.527900
CUDA	0.00185078	3.45009	84.3561	415.849	1663.396
Sekwencyjnie	0.0000068	0.0005073	0.0033543	0.0078724	0.0150941



	100	5000	25000	50000	100000
OpenMP	0.000024	0.021675	0.518008	1.897600	7.639170
Threads	0.007490	0.030251	0.526596	2.055250	8.311020
CUDA	0.00365306	5.59971	139.476	600.643	2402.572
Sekwencyjnie	0.0000599	0.1468880	3.4139300	13.6548000	55.8875760

7. Prawo Amdahla

Obliczono teoretyczną granicę przyspieszenia:

$$S_{max} = \frac{1}{(1-f) + \frac{f}{p}}$$

Gdzie:

- **f** to procentowa część kodu, której **nie da się zrównoleglić** (część szeregowa).

Udział części szeregowej i równoległej

Na podstawie pomiarów empirycznych oszacowano:

- jaka część działania algorytmu jest niezmiennie sekwencyjna,
- jaka część może być równolegle wykonywana,
  co pozwoliło lepiej zrozumieć **potencjał zrównoleglenia** każdego algorytmu.

Algorytm	Część szeregowa (%)	Część równoległa (%)
Bąbelkowy	10%	90%
Szybki	85%	15%
Przez scalanie	65%	25%
Przez wstawianie	100%	0%
Przez wybieranie	15%	85%

Tabela 7.1. Procentowy udział części szeregowej i równoległej

Threads&OpenMP			Przyspieszenie
OpenMP	Bąbelkowy	10.322200	7.96
Thread C++	Bąbelkowy	56.379800	1.46
OpenMP	Szybki	0.045617	0.64
Thread C++	Szybki	0.022648	1.29
OpenMP	Przez scalanie	0.298436	1.35
Thread C++	Przez scalanie	0.527467	0.76
OpenMP	Przez wstawianie	0.325858	0.05
Thread C++	Przez wstawianie	43.527900	0.00
OpenMP	Przez wybieranie	7.639170	7.32
Thread C++	Przez wybieranie	8.311020	6.72

Tabela 7.2. Przyspieszenie dla 20 wątków i rozmiarze problemu 100000 dla OpenMP i Threads.

CUDA		Przyspieszenie
Bąbelkowy	0.216778	379.07
Szybki	1.47762	0.02
Przez scalanie	0.412467	0.98
Przez wstawianie	1663.396	0.00
Przez wybieranie	2402.572	0.02

Tabela 7.3. Przyspieszenie dla 20 wątków i rozmiarze problemu 100000 dla CUDA.

Przyspieszenie (S) mówi nam, **ile razy szybciej działa program uruchomiony na wielu wątkach w porównaniu do wersji jednowątkowej**.
Można je obliczyć, dzieląc czas wykonania programu na **jednym wątku (T_1)** przez czas wykonania tego samego programu na **wielu wątkach (T_p)**, gdzie *p* to liczba użytych wątków:

$$S = \frac{T_1}{T_p}$$

Wyniki tych pomiarów — dla różnych algorytmów, różnych wielkości danych i liczby wątków — zostały pokazane w tabeli 7.2. oraz 7.3 W tabeli znajdują się zarówno **czasy wykonania w sekundach**, jak i **obliczone przyspieszenia w procentach**.
W tabeli 7.4 obliczono Prawo Amdahla dla 20 wątków oraz 1408 wątków CUDA przy rozmiarze problemu równemu 100000.

Technologia	Algorytm	Prawo Amdahla
OpenMP	Bąbelkowy	10.04500
Thread C++		
CUDA		10.00064
OpenMP	Szybki	1.18397
Thread C++		
CUDA		1.17658
OpenMP	Przez scalanie	1.55096
Thread C++		
CUDA		1.53864
OpenMP	Przez wstawianie	1.00000
Thread C++		
CUDA		1.00000
OpenMP	Przez wybieranie	6.70917
Thread C++		
CUDA		6.66727

Tabela 7.4. Prawo Amdahla.

Próg opłacalności to minimalna wielkość problemu, dla której zastosowanie programowania równoległego (np. z użyciem OpenMP, Threads lub CUDA) zaczyna przynosić rzeczywiste korzyści czasowe w porównaniu do wersji sekwencyjnej. Innymi słowy, jest to moment, w którym narzut związany z tworzeniem i zarządzaniem wątkami przestaje być większy niż zysk z równoległego przetwarzania. Dla małych danych uruchamianie wielu wątków może wydłużać czas działania programu, ale po przekroczeniu tego progu – zastosowanie wielowątkowości staje się opłacalne. Został oszacowany na bazie pomiarów czasów z rodziału 5.

Technologia	Algorytm	Liczba wątków	Próg opłacalności
OpenMP	Bąbelkowy	2	3500
Threads		10	4000
CUDA		32	5000
OpenMP	Szybki	2	22500
Threads		2	25000
CUDA		32	4500
OpenMP	Przez scalanie	2	500
Threads		2	4000
CUDA		32	5500
OpenMP	Przez wstawianie	-	Brak opłacalności
Threads		-	Brak opłacalności
CUDA		-	Brak opłacalności
OpenMP	Przez wybieranie	2	100
Threads		2	5000
CUDA		-	Brak opłacalności

Tabela 7.5. Oszacowanie progu opłacalności.

7.1. Ziarnistość problemu

Analizowano, czy dane algorytmy mają charakter:

- **gruboziarnisty** (duże, niezależne porcje danych – dobre do równoległości),
- czy **drobnoziarnisty** (częste zależności, trudne do podziału między wątki).

Większość klasycznych algorytmów sortowania, takich jak Merge Sort i Quick Sort, charakteryzuje się **średnią do grubej ziarnistości**, co pozwala na efektywne zrównoleglenie. Z kolei algorytmy takie jak Bubble Sort mają raczej **drobnoziarnistą strukturę**, przez co ich równoległość przynosi mniejsze zyski.

Ziarnistość dla poszczególnych algorytmów:

1. **Sortowanie bąbelkowe (Bubble Sort)**
    - **Ziarnistość: Drobnoziarnisty**
    - Sekcje krytyczne sprawiają, że efektywne zrównoleglenie jest trudne, a znacząca część czasu jest spędzana w sekcjach, które muszą być wykonywane szeregowo.
2. **Sortowanie szybkie (Quick Sort)**
    - **Ziarnistość: Gruboziarnisty**
    - Znaczna część pracy może być równoległa dzięki rekursywnemu podziałowi problemu, ale funkcja ‘partition’ pozostaje szeregowa.

3. **Sortowanie przez scalanie (Merge Sort)**
    - **Ziarnistość: Gruboziarnisty**
    - Większość pracy może być równoległa dzięki rekursywnemu podziałowi problemu, ale funkcja Przez wstawianie ‘merge’ pozostaje szeregowa.
4. **Sortowanie przez wstawianie (Insertion Sort)**
    - **Ziarnistość: Drobnoziarnisty**
    - Sekcje krytyczne w pętli wewnętrznej znacznie ograniczają efektywność zrównoleglenia. Większość pracy jest wykonywana w sekcji równoległej, ale konieczność synchronizacji zmniejsza korzyści.
5. **Sortowanie przez wybieranie (Selection Sort)**
    - **Ziarnistość: Drobnoziarnisty**
    - Sekcje krytyczne w pętli wewnętrznej znacznie ograniczają efektywność zrównoleglenia. Większość pracy jest wykonywana w sekcji równoległej, ale konieczność synchronizacji zmniejsza korzyści.

7.3. Recykling danych

W kontekście architektury CUDA, efektywność zrównoleglenia zależy od stopnia, w jakim algorytm może rozproszyć obliczenia między wiele wątków i bloków. Najlepiej skalujące się algorytmy to te, które mają niską część sekwencyjną (zgodnie z prawem Amdahla) oraz dobrze rozdzielają dane wejściowe między wątki.
Z przeprowadzonych testów wynika, że największy potencjał do zrównoleglenia na GPU wykazuje algorytm sortowania bąbelkowego. Pomimo że sam algorytm nie należy do najszybszych pod względem złożoności obliczeniowej, jego struktura pozwala na efektywne rozbicie operacji porównań i zamian między wątkami, co skutkuje bardzo wysokim przyspieszeniem (379x) oraz wartością prawa Amdahla przekraczającą 10.
Z kolei algorytmy takie jak sortowanie przez wstawianie czy szybkie sortowanie osiągnęły bardzo niskie przyspieszenia (0.02x), co oznacza, że większość ich wykonania nadal przebiega w sposób sekwencyjny albo struktura danych/operacji nie pozwala na ich efektywne równoleglenie w architekturze CUDA.

8. Wnioski

Nie każdy algorytm sortowania nadaje się dobrze do zrównoleglenia. Wydajność zależy od:

- struktury algorytmu (czy operacje są zależne czy niezależne),
- zastosowanej technologii (OpenMP, C++ Threads, CUDA),
- rozmiaru danych (małe rozmiary często nie przynoszą zysku z równoległości),
- narzutu synchronizacji i liczby rdzeni.

Zestawienie ogólnych informacji odnośnie przyspieszenia

Algorytm	**Najlepsza technologia**	**Powód**
Bąbelkowy	CUDA	Bardzo wysoki recykling danych, bardzo duże przyspieszenie (>370×).
Szybki	Threads C++	Lokalność przetwarzania, dobra rekurencyjna równoległość.
Przez scalanie	OpenMP / CUDA	Najlepszy kandydat do zrównoleglenia – naturalne dzielenie problemu.
Przez wstawianie	Brak korzyści	Silne zależności między danymi – wydajność nawet się pogarsza.
Przez wybieranie	OpenMP	Umiarkowane przyspieszenie, zależne od synchronizacji.

CUDA

- Daje spektakularne wyniki **tylko** dla algorytmów o dużej ziarnistości i wysokim recyklingu (np. Bubble Sort, Merge Sort).
- Dla algorytmów zależnych (Insertion, Selection) daje **negatywne przyspieszenie**, czas wykonania rośnie z powodu narzutu i synchronizacji.

Threads C++ vs OpenMP

- **OpenMP** lepiej radzi sobie przy **dużych rozmiarach danych** – prostsze zarządzanie wątkami i mniejsze opóźnienia synchronizacji.
- **std::thread** daje większą kontrolę, ale **większy narzut**, co czyni go mniej opłacalnym przy małych danych.
- W kilku przypadkach (np. szybki sort) **std::thread** wykazał się nieco lepszym przyspieszeniem, dzięki ręcznemu zarządzaniu rekurencją.

Próg opłacalności

- Dla większości algorytmów **opłaca się zrównoleglanie dopiero od rozmiarów > 5000 elementów**.
- Dla niektórych prostszych algorytmów (np. przez scalanie z OpenMP) opłacalność jest widoczna już od **500–1000** elementów.

Prawo Amdahla potwierdza ograniczenia

- Najwyższy teoretyczny speedup wg Amdahla osiągnęły:
    - **Bubble Sort (CUDA): ~10**

    - **Selection Sort (OpenMP): ~6.7**
- Sortowanie szybkie i przez wstawianie miały bliskie 1.0 → zrównoleglenie nie daje praktycznych korzyści.

Ziarnistość i recykling danych

- **Bubble Sort i Merge Sort** – wysoki recykling danych → lepsza efektywność na GPU (CUDA).
- **Quick Sort** – dobra równoległość, ale słaby recykling.
- **Insertion/Selection** – niska ziarnistość i wiele zależności → zły kandydat do CUDA i Threads.

9. Bibliografia

1. **Kirk, D. B., & Hwu, W. W.** (2016). *Programming Massively Parallel Processors: A Hands-on Approach* (3rd ed.). Morgan Kaufmann.
2. **OpenMP Architecture Review Board.** (2023). *OpenMP Application Programming Interface* (v5.2). https://www.openmp.org
3. **Sutter, H.** (2005). *The Concurrency Revolution*. C++ and Beyond.
4. **NVIDIA Corporation.** (2024). *CUDA C Programming Guide*. https://docs.nvidia.com/cuda/cuda-c-programming-guide/index.html
5. **Amdahl, G. M.** (1967). *Validity of the Single Processor Approach to Achieving Large Scale Computing Capabilities*. AFIPS Conference Proceedings.