RLAB_2 Zmienna dyskretna i ciągła

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z losowymi zmiennymi ciągłymi i dyskretnymi

Funkcjami: dbinom(), pbinom(), dpois(), ppois(), dhyper(), phyper(), Punif(), qunif(), pnorm(), qnorm(), pexp(),

Sprawozdanie winno zawierać odpowiedzi na wszystkie zadania oraz linijki kodu w R dające odpowiedź na wszystkie zadania.

1. Eksperyment polega na rzucie monetą 3 razy.

Wylistuj przestrzeń próbki.

$$S = \{(HHH), (HHT), (HTH), (THH), (HTT), (THT), (TTH), (TTT)\}$$

2. Niech x oznacza liczbę orzełków.

Przypisz prawdopodobieństwo zdarzeniom, że x przyjmie wartość 0, 1, 2 i 3.

HHH	HHT	HTH	THH	HTT	THT	TTH	TTT
0	1	1	1	2	2	2	3

gdy x = 0, f(0) = 0.1250, x = 1, f(1) = 0.3750, x = 2, f(2) = 0.3750 i x= 3, f(3) = 0.1250

3.Czy rozkład prawdopodobieństwa jest prawidłowy ? Jak sprawdzamy ?

$$0 \leq f(x_i) \leq 1$$

$$\sum_{i=0}^{3} f(x_i) = 1$$

4. W odniesieniu do ćw. 2 ile wynosi prawdopodobieństwo, że jest mniejsze lub równe 2.

Odpowiedź:

$$p(x \leq 2) = p(x = 0) + p(x = 1) + p(x = 2) = 0.1250 + 0.3750 + 0.3750 = 0.8750$$

5. W odniesieniu do ćw. 2 ile wynosi wartość oczekiwana (średnia) E(x) ?

Odpowiedź: E(x)=1.5

$$E(x) = \sum_{i=0}^{3} x_i f(x_i) = (0)(0.1250) + (1)(0.3750) + (2)(0.3750) + (3)(0.1250) = 1.50$$

6. Dla zmiennej x o rozkładzie dwumianowym oblicz wartość oczekiwaną, wariancję i standardowe odchylenie.

$$E(x) = \mu = np$$

$$\sigma^2 = np(1-p)$$

$$\sigma = \sqrt{np(1-p)}$$

a) n = 75 i p = 0.40

b) n = 37 i p = 0.65

$$E(x) = \mu = np = (37)(0.65) = 24.05$$

$$\sigma^2 = np(1-p) = (37)(0.65)(0.35) = 8.4175$$

$$\sigma = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{8.4175} = 2.9013$$

7. Jeżeli 85% pojazdów przybywających do tunelu Lincolna (łączącego New Jersey i New York) mają tablice rejestracyjne w Nowym Jorku lub New Jersey, jakie jest prawdopodobieństwo, że z następnych 20 pojazdów 2 lub mniej (tj. 0, 1 lub 2) będzie miało licencję tablice ze stanów innych niż New Jersey i Nowy Jork?

Odpowiedź:

$$\sum_{x=0}^{2} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = \sum_{x=0}^{2} \binom{20}{x} (0.15)^x (1-0.15)^{20-x}$$

$$\binom{20}{0}(0.15)^0(0.85)^{20} + \binom{20}{1}(0.15)^1(0.85)^{19} + \binom{20}{2}(0.15)^2(0.85)^{18}$$

$$0.0388 + 0.1368 + 0.2293 = 0.4049$$

W ŚRODOWISKU R

```
>dbinom(0, 20, 0.15) + dbinom(1, 20, 0.15) + dbinom(2, 20, 0.15)
```

Użyj pbinom(x, n, p) aby uzyskać skumulowaną wartość

```
>pbinom(2, 20, 0.15)
```

Użyj sum()

```
> sum(dbinom(0 : 2, 20, 0.15))
```

8. Znajdź poniżej prawdopodobieństwo dla każdego ćwiczenia. Oznacz każdy parametr jako x, n i p i prześlij do dbinom(x, n, p).

(a) n = 50, x = 10 i p = 0:20

(b) n = 40, x = 20 i p = 0:40

9. Na dużej uczelni publicznej połowa studentów zapisanych na zajęcia ze statystyki bierze udział w zajęciach na zasadzie zaliczenia; druga połowa z normalną oceną.

(a) Jeśli losowo wybranych zostanie 20 uczniów, jakie jest prawdopodobieństwo, że 12 (z 20) biorą udział w kursie na zasadzie zaliczenia?

Odpowiedź: 0,1201

Użyj dbinom()

```
>dbinom(12, 20, 0.50)
```

(b) Jakie jest prawdopodobieństwo, że w zajęciach uczestniczy nie więcej niż 5 uczniów z normalną oceną?

Odpowiedź: 0,02069

Użyj pbinom()

>pbinom(5, 20, 0.50)

Użyj sum(dbinom())

>sum(dbinom(0 : 5, 20, 0.50))

10. Załóżmy, że x jest zmienną losową o rozkładzie Poissona i oczekiwaną wartością 3 wystąpień na interwał.

(a) Jaka jest funkcja prawdopodobieństwa Poissona f(x)?

Odpowiedź:

$$f(x) = p(x|\mu) = \frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!} =$$

$$f(x) = p(x|\mu = 3) = \frac{3^x e^{-3}}{x!}$$

(b) Jakie jest prawdopodobieństwo dwóch zdarzeń w tym samym przedziale czasu?

Odpowiedź: 0,224

$$f(2) = p(x = 2|\mu = 3) = \frac{3^2 e^{-3}}{2!} = 0.224$$

Użyj dpois()
>x <- 2
>mu <- 3

>dpois(x, mu)

(c) Jakie jest prawdopodobieństwo trzech zdarzeń w tym samym przedziale czasu?

Odpowiedź: 0,224

$$f(3) = p(x = 3|\mu = 3) = \frac{3^3 e^{-3}}{3!} = 0.224$$

>x <- 3

```
>mu <- 3
>dpois(x, mu)
```

11. Proces Poissona ma oczekiwaną wartość 5 wystąpień na przedział. (a) Jaka jest funkcja prawdopodobieństwa Poissona f(x)? Odpowiedź:

$$f(x) = p(x|\mu) = \frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!} =$$

$$f(x) = p(x|\mu = 5) = \frac{5^x e^{-5}}{x!}$$

(b) Jaka jest oczekiwana liczba wystąpień w 5 przedziałach?

Odpowiedź: Oczekiwana liczba wystąpień wynosi 25 w 5 przedziałach.

(c) Jaka jest nowa funkcja prawdopodobieństwa dla 5 przedziałów?

Odpowiedź:

$$f(x) = p(x|\mu) = \frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!} =$$

$$f(x) = p(x|\mu = 25) = \frac{25^x e^{-25}}{x!}$$

(d) Jaka jest oczekiwana liczba wystąpień w odstępach 0.25?

Odpowiedź: Oczekiwana liczba wystąpień wynosi 1,25 w odstępach 0.25.

(e) Jaka jest nowa funkcja prawdopodobieństwa dla przedziałów 0,25?

Odpowiedź:

$$f(x) = p(x|\mu) = \frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!} =$$

$$f(x) = p(x|\mu = 1.25) = \frac{1.25^x e^{-1.25}}{x!}$$

12. Jeśli μ= 1.25, jakie jest prawdopodobieństwo, że x = 0; 1; 2; 3 ? Użyj f(x) i R.

Odpowiedź: f(0) = 0.2865; f(1) = 0.35813; f(2) = 0.22383; i f(3) = 0.09326

$f(0) = 0.2865; f(1) = 0.35813; f(2) = 0.22383;$ and $f(3) = 0.09326$

$$f(x) = p(x|\mu = 1.25) = \frac{1.25^x e^{-1.25}}{x!}$$

$$f(0) = p(x = 0|\mu = 1.25) = \frac{1.25^0 e^{-1.25}}{0!} = 0.2865$$

$$f(1) = p(x = 1|\mu = 1.25) = \frac{1.25^1 e^{-1.25}}{1!} = 0.35813$$

$$f(2) = p(x = 2|\mu = 1.25) = \frac{1.25^2 e^{-1.25}}{2!} = 0.22383$$

$$f(3) = p(x = 3|\mu = 1.25) = \frac{1.25^3 e^{-1.25}}{3!} = 0.09326$$

```
>x1 <- 0
>x2 <- 3
>mu <- 1.25

>dpois(x1 : x2, mu)
```

13. Jeśli μ= 25, jakie jest prawdopodobieństwo x = 23; 24; 25; 26 ? Użyj f(x) i R.

Odpowiedź: f(23) = 0.07634; f(24) = 0.07952; f(25) = 0.07952; i f(26) = 0.07646

$f(23) = 0.07634; f(24) = 0.07952; f(25) = 0.07952;$ and $f(26) = 0.07646$

$$f(x) = p(x|\mu = 25) = \frac{25^x e^{-25}}{x!}$$

$$f(23) = p(x = 23|\mu = 25) = \frac{25^{23} e^{-25}}{23!} = 0.07634$$

$$f(24) = p(x = 24|\mu = 25) = \frac{25^{24} e^{-25}}{24!} = 0.07952$$

$$f(25) = p(x = 25|\mu = 25) = \frac{25^{25} e^{-25}}{25!} = 0.07952$$

$$f(26) = p(x = 26|\mu = 25) = \frac{25^{26} e^{-25}}{26!} = 0.07646$$

```
x1 <- 23
x2 <- 26
mu <- 25

dpois(x1 : x2, mu)
```

14. Połączenia z numerem obsługi klienta przychodzą po stawce 20 na godzinę. Użyj R, aby odpowiedz na poniższe pytania.

(a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że w ciągu 15 piętnastu minut nastąpi 5 lub więcej rozmów? Odpowiedź: 0.5595

Zamień 20 połączeń/60 minut na 5 połączeń/15 minut; użyj 1 minus prawdopodobieństwo 4 lub mniej połączeń.

```
>1 - ppois(4, 5)
```

Lub odejmij od 1 prawdopodobieństwa x = 0, 1, 2, 3 i 4 połączenia.

```
>1 - (dpois(0, 5) + dpois(1, 5) + dpois(2, 5) + dpois(3, 5) +dpois(4, 5))
```

(b) Jakie jest prawdopodobieństwo, że nadejdzie od 7 do 12 połączeń przez następne 30 minut?

Odpowiedź: 0.6614

```
>ppois(12, 10) - ppois(6, 10)
>sum(dpois(7 : 12, 10))
```

(c) Jeżeli jeden konkretny rozmówca ma trudny problem do rozwiązania i potrzebuje 15 minut czasu pracy przedstawiciela obsługi klienta, ilu rozmówców w kolejce spodziewasz się po zakończeniu tych 15 minut?

Odpowiedź: Ponieważ 20 połączeń co 60 minut odpowiada 5 połączeniom co 15 minut, spodziewalibyśmy się, że w kolejce będzie czekać 5 osób.

(d) Jeżeli przedstawiciel obsługi klienta chce skorzystać z 5-minutowej przerwy na kawę, jakie jest prawdopodobieństwo, że po jego powrocie nie będzie żadnych połączeń oczekujących?

Odpowiedź: 0.1882

```
x <- 0
mu <- 1.67
dpois(x, mu)
```

15. Małe samoloty lądują na prywatnym lotnisku ze średnią częstotliwością 1 przylotu na 10 minut.

(a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że w ciągu następnej godziny przybędą dokładnie 4 ? Skorzystaj z ogólnej postaci funkcji prawdopodobieństwa Poissona, w której parametr wyraża się jako $\mu = \lambda t$, gdzie λ oznacza częstotliwość występowania w przedziale, oraz t to liczba interwałów.

Odpowiedź: 0.1339

Aby znaleźć $\mu=\lambda t$, ustalamy $\lambda= 1$ przybycie na przedział i $t = 6$ przedziałów (ponieważ istnieje 6 10-minutowych interwałów na godzinę). Zatem $\mu= \lambda t =$ (1 przybycie na 10 minut interwał) (6 10-minutowych interwałów), lub $\mu= \lambda t = (1)(6) = 6$.

$$p(x|\mu) = p(x|\lambda t) = \frac{(\lambda t)^x e^{-\lambda t}}{x!}$$

$$p(x|\lambda t) = p(x = 4|\lambda t = 6) = \frac{(6)^4 e^{-6}}{4!} = 0.1339$$

```
x <- 4
mu <- 6
dpois(x, mu)
```

(b) Jakie jest prawdopodobieństwo, że w ciągu następnej godziny będzie więcej niż 4 przybyć

Odpowiedź: 0.7149

```
x <- 4
mu <- 6
1 - ppois(x, mu)
```

c) Jeżeli lotnisko jest otwarte 12 godzin na dobę, jakie jest prawdopodobieństwo, że będzie ich mniej niż 75 samolotów następnego dnia roboczego (tj. w ciągu najbliższych 12 godzin)?

Odpowiedź: 0.6227

W tym przypadku musimy dostosować wartość parametru $\mu=\lambda t$. Ponieważ $\lambda= 1$ przybyć na interwał i teraz jest $t = 72$ 10-minutowych interwałów, tak powinno być jasne, że $\lambda t = 72$. To znaczy, ile wynosi $p(x \leq 74/\lambda t = 72)$?

```
>ppois(74, 72)
>sum(dpois(0 : 74, 72))
```

16. Liczba defektów związanych z procesem produkcji szkła płaskiego ma rozkład Poissona z szybkością 0,002 defektów na metr kwadratowy. Załóżmy, że producent otrzymał zamówienie na duże okno ze szkła płaskiego o wymiarach 10 na 10 metrów.

(a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że okno nie będzie miało żadnych wad? 1 wadę? 2 wady?
Należy zauważyć, że μ=λ t=(0,002 defektów na metr kwadratowy)(100 metrów kwadratowych) =0,20.
Odpowiedź: 0.81873; 0.16375; i 0.01637

```
>dpois(0 : 2, 0.20)
```

(b) Jakie jest prawdopodobieństwo, że nie będzie więcej niż 2 defektów? Odpowiedź: 0.9989

```
>sum(dpois(0 : 2, 0.20))
> ppois(2, 0.20)
```

(c) Jakie jest prawdopodobieństwo, że będą więcej niż 2 defekty?
Odpowiedź: 0.001148

```
>1 - ppois(2, 0.20)
```

17. Wraz z nadejściem sezonu wiosennego wiele firm zawiera umowy o prace budowlane. Jeden z głównych klubów hokejowych zdecydował odnowić nawierzchnię dużego parkingu obok ich areny. Wymiary powierzchni wynoszą 300 na 200 , czyli 60 000 metrów kwadratowych. Niestety, ponieważ asfalt jest zwykle nakładany niedokładnie, średnio jest 0,06 pęcherzyków powietrza na metr kwadratowy.

(a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że powstanie od 3500 do 3700 bąbelków włącznie na całej powierzchni?

Zauważ, że $\mu = \lambda t$=(0,06 bąbelków na metr kwadratowy)(60000 metrów kwadratow.)=3600.

Odpowiedź: 0.9061

```
>ppois(3700, 3600) - ppois(3499, 3600)
>sum(dpois(3500 : 3700, 3600))
```

(b) Jakie jest prawdopodobieństwo, że będzie między 3550 a 3650 bąbelków włącznie, na całej powierzchni?

Odpowiedź: 0.6000

```
>ppois(3650, 3600) - ppois(3549, 3600)
>sum(dpois(3550 : 3650, 3600))
```

(c) Jakie jest prawdopodobieństwo, że będzie więcej niż 3650 bąbelków?

Odpowiedź: 0.1998

```
>1 - ppois(3650, 3600)
```

18. Załóżmy, że liczba cząstek radioaktywnych zidentyfikowanych przez czułe urządzenie zliczające ma rozkład Poissona. Cząstki przechodzą przez określony próg z szybkością 60 na milisekundę. (Milisekunda to jedna tysięczna sekundy, czyli 1 = 1000 sekundy.)

(a) Jaka jest oczekiwana liczba cząstek radioaktywnych| na sekundę?

Odpowiedź: $\mu=\lambda$ t=(60 cząstek na milisekundę)(1000 milisekund)=60000

(b) Jaka jest oczekiwana liczba cząstek radioaktywnych na minutę?

Odpowiedź: μ=λ t=(60 cząstek na milisekundę)(60000 milisekund)=3 600 000

(c) Jaka jest oczekiwana liczba cząstek radioaktywnych| w jednej trzeciej milisekundy?

Odpowiedź: μ=λ t=(60 cząstek na milisekundę)(1=3 milisekundy)=20

(d) Jakie jest prawdopodobieństwo, że w jednej trzeciej milisekundy będzie od 18 do 21 cząstek ?

Odpowiedź: 0.3467

```
>ppois(21, 20) - ppois(17, 20)
>sum(dpois(18 : 21, 20))
```

19. Jeśli N = 12 i r = 4, jakie są prawdopodobieństwo hipergeometryczne f(x) dla następujących wartości x i n? Uwaga: jeśli N = 12 i r = 4, to (N − r) = (12 − 4) = 8

Przypomnijmy: hipergeometryczna funkcja prawdopodobieństwa to

$$f(x) = \frac{\binom{r}{x}\binom{N-r}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

$$f(x) = \frac{\binom{4}{x}\binom{8}{n-x}}{\binom{12}{n}}$$

(a) x = 0 i n = 4

$$f(0) = \frac{\binom{4}{0}\binom{8}{4}}{\binom{12}{4}} = \frac{(1)(70)}{495} = 0.1414$$

(b) x = 1 i n = 4

$$f(1) = \frac{\binom{4}{1}\binom{8}{3}}{\binom{12}{4}} = \frac{(4)(56)}{495} = 0.4525$$

(c) x = 2 i n = 4

$$f(2) = \frac{\binom{4}{2}\binom{8}{2}}{\binom{12}{4}} = \frac{(6)(28)}{495} = 0.3394$$

20. Użyj funkcji dhyper(x,r,N-r,n), aby rozwiązać wszystkie części poprzedniego ćwiczenia.

N = 12
r = 4
n = 4
x = 0

```
dhyper(x, r, N - r, n)
```

```
N = 12

r = 4

n = 4

x = 1

dhyper(x, r, N - r, n)
```

N = 12
r = 4
n = 4
x = 2

```
dhyper(x, r, N - r, n)
```

21. Czy w nawiązaniu do poprzedniego ćwiczenia istnieje inny sposób znalezienia pięciu prawdopodobieństw? Czy sumują się do 1?

```
dhyper(0 : 4, 4, 8, 4)

sum(dhyper(0 : 4, 4, 8, 4))
```

22. Jeśli N = 24, r = 12 i n = 6, jakie są prawdopodobieństwo hipergeometryczne f(x) dla następujące wartości x? Uwaga: jeśli N = 24 i r = 12, to (N–r) = (24–12) = 12:

(a) Ile to jest p(x ≤3)? Odpowiedź: 0.6798

Sumowanie prawdopodobieństw dla x = 0, 1, 2 i 3 i używanie

$$f(x) = \frac{\binom{r}{x}\binom{N-r}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

$$p(x \leq 3) = \frac{\binom{12}{0}\binom{12}{6}}{\binom{24}{6}} + \frac{\binom{12}{1}\binom{12}{5}}{\binom{24}{6}} + \frac{\binom{12}{2}\binom{12}{4}}{\binom{24}{6}} + \frac{\binom{12}{3}\binom{12}{3}}{\binom{24}{6}} =$$

$$p(x \leq 3) = \frac{(1)(924)}{134596} + \frac{(12)(792)}{134596} + \frac{(66)(495)}{134596} + \frac{(220)(220)}{134596} =$$

$$p(x \leq 3) = 0.0069 + 0.0706 + 0.2427 + 0.3596 = 0.6798$$

(b) Ile to jest p(x ≤4)?

Odpowiedź: 0.3202

Sumowanie prawdopodobieństw dla x = 4, 5 i 6 za pomocą

$$f(x) = \frac{\binom{r}{x}\binom{N-r}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

$$p(x \geq 4) = \frac{\binom{12}{4}\binom{12}{2}}{\binom{24}{6}} + \frac{\binom{12}{5}\binom{12}{1}}{\binom{24}{6}} + \frac{\binom{12}{6}\binom{12}{0}}{\binom{24}{6}} =$$

$$p(x \geq 4) = \frac{(495)(66)}{134596} + \frac{(792)(12)}{134596} + \frac{(924)(1)}{134596} =$$

$$p(x \geq 4) = 0.2427 + 0.0706 + 0.0069 = 0.3202$$

(c) Ile to jest $p(2 \leq x \leq 4)$? Odpowiedź: 0.8450

Ponieważ $p(2 \leq x \leq 4) = p(x = 2) + p(x = 3) + p(x = 4)$, a ponieważ wiemy z części (a) i (b) tego ćwiczenia, $p(x = 2) = 0.2427$; $p(x = 3) = 0.3596$ i $p(x = 4) = 0.2427$, wystarczy zsumować te prawdopodobieństwa. To jest $p(2\leq x \leq 4) = p(x = 2)+p(x = 3)+p(x = 4) = 0.2427+0.3596+0.2427 = 0.8450$

23. Użyj R, aby potwierdzić odpowiedzi z poprzedniego ćwiczenia.

```
N = 24

r = 12

n = 6

x = 3

phyper(x, r, N - r, n)


N = 24

r = 12

n = 6

x = 3

1 - phyper(x, r, N - r, n)


N = 24

r = 12

n = 6

phyper(4, r, N - r, n) - phyper(1, r, N - r, n)
```

24. Wracając do poprzedniego ćwiczenia, ile wynosi $E(x)$, σ^2 i σ?

$$E(x) = n(\frac{r}{N})$$

$$Var(x) = \sigma^2 = n(\frac{r}{N})(1 - \frac{r}{N})(\frac{N-n}{N-1})$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{n(\frac{r}{N})(1 - \frac{r}{N})(\frac{N-n}{N-1})}$$

$$E(x) = n(\frac{r}{N}) = (6)(\frac{12}{24}) = 3$$

$$Var(x) = \sigma^2 = n(\frac{r}{N})(1 - \frac{r}{N})(\frac{N-n}{N-1}) = (6)(\frac{12}{24})(1 - \frac{12}{24})(\frac{24-6}{24-1}) = 1.1739$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{n(\frac{r}{N})(1 - \frac{r}{N})(\frac{N-n}{N-1})} = \sqrt{1.1739} = 1.0835$$

25. Mały producent dba o jakość dostarczanych baterii AA. Ostatnio średnia żywotność baterii spadła poniżej standardu producenta, dlatego producent zaczął testować żywotność. Aby to zrobić, inspektor kontroli jakości losowo wybiera małe próbki baterii z każdej kartonu zawierającego 100 sztuk. Jeśli nawet 1 bateria nie przejdzie testu, całe opakowanie zawierające 100 sztuk zostanie zwrócone dostawcy. Załóżmy, że w kartonie zawiera się 15 uszkodzonych baterii.

(a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że karton zawierający 100 baterii zostanie zwrócony, jeśli rozmiar próbki wynosi n = 5? Odpowiedź: 0.5643

Jednym ze sposobów podejścia do tego pytania jest wyrażenie go jako 1 minus prawdopodobieństwo przesyłka nie zostanie zwrócona, czyli 1 minus prawdopodobieństwo, że nie ma wad baterii. Użyj

$$f(x) = \frac{\binom{r}{x}\binom{N-r}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

$$f(0) = \frac{\binom{15}{0}\binom{85}{5}}{\binom{100}{5}} = \frac{32801517}{75287520} = 0.4357$$

aby obliczyć prawdopodobieństwo, że nie zostaną znalezione żadne defekty, wystarczy to powyższe odjąć od 1.

Oznacza to, że prawdopodobieństwo, że przesyłka zostanie zwrócona, wynosi jeden minus prawdopodobieństwo, że nie zostaną wykryte żadne uszkodzone baterie.

= 1 – 0.4357 = 0.5643

1 - dhyper(0, 15, 85, 5)

(b) Jakie jest prawdopodobieństwo, że karton zawierający 100 baterii zostanie zwrócony, jeśli wymiar próbki wynosi n = 10? Odpowiedź.0,8192

Prawdopodobieństwo, że przesyłka nie zostanie zwrócona, to prawdopodobieństwo, że przesyłka nie jest wadliwa.

$$f(0) = \frac{\binom{15}{0}\binom{85}{10}}{\binom{100}{10}} = 0.1808$$

Prawdopodobieństwo, że przesyłka zostanie zwrócona, wynosi jeden minus prawdopodobieństwo, że nie wykryto żadnych uszkodzonych baterii.

= 1 – 0.1808 = 0.8192

1 - dhyper(0, 15, 85, 10)

(c) Jeżeli dział kontroli jakości zdecydował, że chce uzyskać mniej więcej 0.85 prawdopodobieństwa prawidłowego zidentyfikowania co najmniej 1 z 15 uszkodzonych baterii spośród 100 sztuk w kartonie wysyłkowym, jakiej wielkości próbki należy użyć?

Odpowiedź: Próba o liczebności n = 11 daje prawdopodobieństwo co najmniej prawie 0.85. Odejmij od 1 prawdopodobieństwo, że żadne uszkodzone baterie nie zostaną zidentyfikowane w próbce o wielkości n = 11.

$$f(0) = \frac{\binom{15}{0}\binom{85}{11}}{\binom{100}{11}} = 0.1506$$

$$1 - 0.1506 = 0.8494$$

1 - dhyper(0, 15, 85, 11)

Wynik ten jest intuicyjny, ponieważ za każdym razem, gdy używamy większych próbek, prawdopodobny zwiększa się ryzyko, że wykryjemy wadliwą baterię.

26. Niech x będzie zmienną o rozkładzie jednostajnym z a = 120 i b = 140.

(a) Ile wynosi funkcja prawdopodobieństwa ?

Odpowiedź:

$$f(x) = \frac{1}{b-a} = \frac{1}{140-120} = \frac{1}{20}$$

(b) Ile wynosi E(x) and σ?

Odpowiedź:

$$E(x) = \frac{a+b}{2} = \frac{140+120}{2} = \frac{260}{2} = 130$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(b-a)^2}{12}} = \sqrt{\frac{(140-120)^2}{12}} = \sqrt{33.33} = 5.77$$

27. Ile wynosi p(x = 130)? Wytłumacz dlaczego p(x = 130) ≠ 1/20.

Odpowiedź: p(x = 130) = 0, tak jak dla dowolnej wartości z przedziału 120 ≤x ≤140.

Funkcja prawdopodobieństwa f(x) nie dostarcza prawdopodobieństwa lecz jedynie wysokość odcinka powyżej osi horyzontalnej. W tym przypadku wysokość wynosi 1/20.

28. W odniesieniu do poprzedniego ćwiczenia znajdź prawdopodobieństwa korzystając z f(x) oraz R.

(a) p(125 ≤ x ≤135)

Odpowiedź: 0.5000

$$p(125 \leq x \leq 135) = \frac{(135 - 125)}{(140 - 120)} = \frac{10}{20} = 0.5000$$

Odejmij punif(125, 120, 140) od punif(135, 120, 140).

>punif(135, 120, 140) - punif(125, 120, 140)

(b) p(125 ≤ x _≤131)

Odpowiedź: 0.3000

$$p(125 \leq x \leq 131) = \frac{(131 - 125)}{(140 - 120)} = \frac{6}{20} = 0.3000$$

Odejmij punif(125, 120, 140) od punif(131, 120, 140).

>punif(131, 120, 140) - punif(125, 120, 140)

(c) p(129 ≤x ≤131)

Answer: 0.1000

$$p(129 \leq x \leq 131) = \frac{(131 - 129)}{(140 - 120)} = \frac{2}{20} = 0.1000$$

Odejmij punif(129, 120, 140) od punif(131, 120, 140).

>punif(131, 120, 140) - punif(129, 120, 140)

29. W odniesieniu do poprzedniego ćwiczenia znajdź prawdopodobieństwo korzystając z f(x) oraz R.

(a) p(x ≥ 124)

Odpowiedź: 0.8000

Użyj 1 minus punif()

>1 - punif(124, 120, 140)

Użyj punif(124, 120, 140, lower.tail=FALSE).

>punif(124, 120, 140, lower.tail = FALSE)

(b) p(x ≥ 128)

Answer: 0.6000

Użyj 1 minus punif().

>1 - punif(128, 120, 140)

Użyj punif(128, 120, 140,lower.tail=FALSE).

>punif(128, 120, 140, lower.tail = FALSE)

(c) p(x ≥ 134)

Answer: 0.3000

Użyj 1 minus punif().

>1 - punif(134, 120, 140)

Użyj punif(134, 120, 140,lower.tail=FALSE).

>punif(134, 120, 140, lower.tail = FALSE)

30. Cena domów mają rozkład jednostajny od 200 000 do 250 00zł

(a) Jaka funkcja gęstości to opisuje ?

Odpowiedź:

$$f(x) = \frac{1}{(250000 - 200000)} = \frac{1}{50000}$$

(b) Ile wynosi E(x) i σ?

Odpowiedź:

$$E(x) = \frac{250000 + 200000}{2} = \frac{450000}{2} = 225000$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(250000 - 200000)^2}{12}} = 14434$$

(c) Jakie jest prawdopodobieństwo, że kupujący zapłaci więcej niż 235 000 zł?

Odpowiedź: 0.3000

$$p(x{>}235000) = 1 - p(x \leq 235000) = 1 - \frac{(235000 - 200000)}{(250000 - 200000)} = 1 - 0.70 = 0.3000$$

Użyj 1 minus punif().

>1 - punif(235000, 200000, 250000)

Użyj punif(,lower.tail=FALSE)

>punif(235000, 200000, 250000, lower.tail = FALSE)

31. Ile zapłaci kupujący jeśli skupi się na górnych 25% zakresu od 200000 do 250000 zł?

Odpowiedź: 237 500 zł

Użyj qunif()

>qunif(0.75, 200000, 250000)

Użyj qunif(0.25, 200000, 250000, lower.tail = FALSE).

qunif(0.25, 200000, 250000, lower.tail = FALSE)

32. Użyj R aby odpowiedzieć na pytania dotyczące zmiennej standardowej normalnej z.

(a) p(z _≤2.33)?

Odpowiedź: 0.9901.

Prawdopodobieństwo, że z jest mniejsze lub równe 2.33 wynosi0.99.

Użyj pnorm()

>pnorm(2.33)

(b) p(z ≤2.05)?

Odpowiedź: 0.9798.

Prawdopodobieństwo, że z jest mniejsze lub równe 2.05 wynosi 0.98.

Użyj pnorm()

>pnorm(2.05)

(c) p(z ≤1.96)?

Odpowiedź: 0.9750.

Prawdopodobieństwo, że z jest mniejsze lub równe 1.96 wynosi 0.9750.

Użyj pnorm() .

>pnorm(1.96)

33. Użyj R aby odpowiedzieć na pytania dotyczące z.

(a) p(z ≤0.00)?

Odpowiedź: 0.5000.

Prawdopodobieństwo, że z jest mniejsze lub równe 0.00 wynosi 0.5000.

Użyj pnorm()

>pnorm(0.00)

(b) p(z ≤-1.28)?

Odpowiedź: 0.1003.

Prawdopodobieństwo, że z jest mniejsze lub równe -1.28 wynosi 0.10.

Użyj pnorm()

>pnorm(-1.28)

(c) p(z ≤-1.96)?

Odpowiedź: 0.025.

Pradopodobieństwo, że z jest mniejsze lub równe -1.96 wynosi 0.025.

Użyj pnorm().

>pnorm(-1.96)

34. Użyj R aby odpowiedzieć na następujące pytania dotyczące z:

(a) p(z ≥-2.33)

Odpowiedź: 0.9901.

Prawdopodobieństwo, że z jest większe lub równe -2.33 wynosi 0.99.

Użyj 1 minus pnorm()

>1 - pnorm(-2.33)

Użyj pnorm(-2.33, lower.tail = FALSE) to confirm.

>pnorm(-2.33, lower.tail = FALSE)

(b) p(z ≥-2.05)

Odpowiedź: 0.9798.

Prawdopodobieństwo, że z jest większe lub równe -2.05 wynosi 0.98.

Użyj 1 minus pnorm()

>1 - pnorm(-2.05)

Użyj pnorm(-2.05, lower.tail = FALSE) to confirm.

>pnorm(-2.05, lower.tail = FALSE)

(c) p(z ≥-1.96)

Odpowiedź: 0.975.

Prawdopodobieństwo, że z jest większe lub równe -1.96 wynosi 0.975.

Użyj 1 minus pnorm()

>1 - pnorm(-1.96)

Użyj pnorm(-1.96, lower.tail = FALSE) .

>pnorm(-1.96, lower.tail = FALSE)

35. Użyj R aby odpowiedzieć na pytania dotyczące z

(a) p(z ≥ 1.28)

Odpowiedź: 0.1003.

Prawdopodobieństwo, że z jest większe lub równe 1.28 wynosi 0.10.

Użyj 1 minus pnorm() .

>1 - pnorm(1.28)

Użyj pnorm(1.28, lower.tail = FALSE) .

>pnorm(1.28, lower.tail = FALSE)

(b) p(z ≥1.96)

Odpowiedź: 0.025.

Prawdopodobieństwo, że z jest większe lub równe 1.96 wynosi 0.025.

Użyj 1 minus pnorm()

>1 - pnorm(1.96)

Użyj pnorm(1.96, lower.tail = FALSE)

>pnorm(1.96, lower.tail = FALSE)

(c) p(z ≥2.05)

Odpowiedź: 0.02018.

Prawdopodobieństwo, że z jest większe lub równe 2.05 wynosi 0.02.

Użyj 1 minus pnorm()

>1 - pnorm(2.05)

Użyj pnorm(2.05, lower.tail = FALSE)

>pnorm(2.05, lower.tail = FALSE)

36. Użyj R aby odpowedzieć na następujące pytania:

(a) Gdy powierzchnia na lewo od z wynosi 0.99, to jakie jest z?

Odpowiedź: z = 2.326

Użyj qnorm()

>qnorm(0.99)

(b) Gdy powierzchnia na lewo od z wynosi 0.975, to jakie jest z?

Odpowiedź: z = 1:96

Użyj qnorm()

>qnorm(0.975)

(c) Gdy powierzchnia na lewo od z wynosi 0.95, to jakie jest z?

Odpowiedź: z = 1.645

Użyj qnorm() .

>qnorm(0.95)

37. Użyj R aby odpowiedzieć na następujące pytania:

(a) Gdy powierzchnia na prawo od z wynosi 0.1, to jakie jest z?

Odpowedź: z = 1.282

Użyj qnorm()

>qnorm(0.90)

Użyj qnorm(0.10,lower.tail=FALSE)

>qnorm(0.10, lower.tail = FALSE)

(b) Gdy powierzchnia na prawo od z wynosi 0.05, to jakie jest z?

Odpowiedź: z = 1.645

Użyj qnorm()

>qnorm(0.95)

Uzyj qnorm(0.05, lower.tail = FALSE)

>qnorm(0.05, lower.tail = FALSE)

(c) Gdy powierzchnia na prawo od z wynosi 0.025, to jakie jest z?

Odpowedź: z = 1.96

Użyj qnorm()

>qnorm(0.975)

Użyj qnorm(0.025, lower.tail = FALSE)

>qnorm(0.025, lower.tail = FALSE)

38.Niech x będzie o rozkładzie normalnym ze średnią μ= 25 i standardowym odchyleniem σ= 5.

(a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że x jest mniejsze lub równe 35?

Odpowiedź: 0.9772

$$p(x \leq 35) = p(\frac{x-\mu}{\sigma} \leq \frac{35-25}{5}) = p(z \leq 2)$$

Użyj pnorm()

>pnorm(35, 25, 5)

(b) Jakie jest prawdopodobieństwo, że x jest mniejsze lub równe 32?

Odpowiedź: 0.9192

$$p(x \leq 32) = p(\frac{x-\mu}{\sigma} \leq \frac{32-25}{5}) = p(z \leq 1.40) = 0.9192$$

Użyj pnorm()

>pnorm(32, 25, 5)

(c) Jakie jest prawdopodobieństwo, że x jest mniejsze lub równe 30?

Odpowiedź: 0.8413

$$p(x \leq 30) = p(\frac{x-\mu}{\sigma} \leq \frac{30-25}{5}) = p(z \leq 1) = 0.8413$$

Użyj pnorm()

```
>pnorm(30, 25, 5)
```

39. Załóż, że x jest zmienną o rozkładzie normalnym ze średnią μ= -63 i standardowym odchyleniem σ= 4.5.

(a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że x jest mniejsze lub równe -57?

Odpowiedź: 0.9088

$$p(x \leq -57) = p(\frac{x-\mu}{\sigma} \leq \frac{-57-(-63)}{4.5}) = p(z \leq 1.3333) = 0.9088$$

Użyj pnorm()

```
>pnorm(-57, -63, 4.5)
```

(b) Jakie jest prawdopodobieństwo, że x jest mniejsze lub równe -60?

Odpowiedź: 0.7475

$$p(x \leq -60) = p(\frac{x-\mu}{\sigma} \leq \frac{-60-(-63)}{4.5}) = p(z \leq 0.6666) = 0.7475$$

Użyj pnorm()

```
>pnorm(-60, -63, 4.5)
```

(c) Jakie jest prawdopodobieństwo, że x jest mniejsze lub równe -63?

Odpowiedź: 0.50

$$p(x \leq -63) = p(\frac{x-\mu}{\sigma} \leq \frac{-63-(-63)}{4.5}) = p(z \leq 0.00) = 0.50$$

Użyj pnorm()

```
>pnorm(-63, -63, 4.5)
```

40. Niech x będzie zmienną o rozkładzie normalnym ze średnią μ= 36 i standardowym odchyleniem σ= 3.

(a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że x jest większe niż42?

Odpowiedź: 0.02275

$$p(x>42) = 1 - p(x \le 42) = 1 - p(\frac{x-\mu}{\sigma} \le \frac{42-36}{3}) = 1 - p(z \le 2) = 0.02275$$

Użyj 1 minus pnorm()

>1 - pnorm(42, 36, 3)

Uzyj pnorm(42,36,3,lower.tail=FALSE)

>pnorm(42, 36, 3, lower.tail = FALSE)

(b) Jakie jest prawdopodobieństwo, że x jest większe niż 39?

Odpowiedź 0.1587

$$p(x>39) = 1 - p(x \le 39) = 1 - p(\frac{x-\mu}{\sigma} \le \frac{39-36}{3}) = 1 - p(z \le 1) = 0.1587$$

Użyj 1 minus pnorm()

>1 - pnorm(39, 36, 3)

Użyj pnorm(42,36,3,lower.tail=FALSE)

>pnorm(39, 36, 3, lower.tail = FALSE)

(c) Jakie jest prawdopodobieństwo, że x jest większe niż 33?

Odpowiedź: 0.8413

$$p(x>33) = 1 - p(x \le 33) = 1 - p(\frac{x-\mu}{\sigma} \le \frac{33-36}{3}) = 1 - p(z \le -1) = 0.8413$$

Użyj 1 minus pnorm()

>1 - pnorm(33, 36, 3)

Użyj pnorm(33,36,3,lower.tail=FALSE)

>pnorm(33, 36, 3, lower.tail = FALSE)

41. Niech x będzie zmienna o rozkładzie normlanym ze średnią μ= 100 i standardowym odchyleniem σ= 15.

(a) Gdy powierzchnia na lewo od x wynosi 0.99, jakie jest x?

Odpowiedź: x = 134.9

Metoda 1.

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

z = 23.26

>qnorm(0.99)

Podstawiając I rozwiązując dla x

$$\frac{x - \mu}{\sigma} = 2.326$$

$$x = \mu + 2.326\sigma$$

Dla μ = 100 i σ= 15

x = μ + 2.326σ = 100 + (2.326)(15) = 100 + 34:89 = 134.9

Metoda 2. Użyj R.

Użyj qnorm()

>qnorm(.99, 100, 15)

Użyj qnorm(0.01,100,15,lower.tail=FALSE)

>qnorm(0.01, 100, 15, lower.tail = FALSE)

(b) Gdy powierzchnia na lewo od x wynosi 0.975, jakie jest x?

Odpowiedź: x = 129.4

Użyj qnorm()

>qnorm(.975, 100, 15)

Użyj qnorm(0.025,100,15,lower.tail=FALSE)

>qnorm(0.025, 100, 15, lower.tail = FALSE)

(c) Gdy powierzchnia na lewo od x wynosi 0.95, jakie jest x?

Odpowiedź: x = 124.7

Użyj qnorm()

>qnorm(.95, 100, 15)

Użyj qnorm(0.05,100,15,lower.tail=FALSE)

>qnorm(0.05, 100, 15, lower.tail = FALSE)

42. Niech x będzie zmienną o rozkładzie normalnym ze średnią μ= -280 I standardowym odchyleniem σ= 35.

(a) Gdy powierzchnia na prawo od x wynosi 0.1, jakie jest x?

Odpowiedź: x = -23.1

Metoda 1.

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

z = 1.28

>qnorm(0.10, lower.tail = FALSE)

[1] 1.281552

Podstawiając I rozwiązując dla x

$$\frac{x - \mu}{\sigma} = 1.28$$

$$x = \mu + 1.28\sigma$$

Dla μ= -280 I σ= 35

x = μ + 1.28σ = -280 + (1.28)(35) = -280 + 44.8 = -235.1

Metoda 2. Użyj R.

Użyj qnorm()

>qnorm(0.90, -280, 35)

Użyj qnorm(0.10,-280,35,lower.tail=FALSE)

>qnorm(0.10, -280, 35, lower.tail = FALSE)

(b)) Gdy powierzchnia na prawo od x wynosi 0.05, jakie jest x?

Odpowiedź: x=-222.4

Użyj qnorm()

>qnorm(0.95, -280, 35)

Użyj qnorm(0.05,-280,35,lower.tail=FALSE)

>qnorm(0.05, -280, 35, lower.tail = FALSE)

(c)) Gdy powierzchnia na prawo od x wynosi 0.025, jakie jest x?

Odpowiedź: x = -211.4

Użyj qnorm()

>qnorm(0.975, -280, 35)

Użyj qnorm(0.025,-280,35,lower.tail=FALSE)

>qnorm(0.025, -280, 35, lower.tail = FALSE)

43. Średnie opady deszczu wynoszą $\mu = 2.09$ cm. Wielkość opadów ma rozkład normalny ze standardowym odchyleniem $\sigma = 0.48$ cm.

(a) Ile wynosi prawdopodobieństwo, że opady wyniosą od 1.5 do 2.5 cm?

Odpowiedź: 0.694

$p(1.5 \le x \le 2.5) = p(-1.23 \le z \le 0.85) = 0.694$

Od pnorm(2.5,2.09,0.48) odejmij pnorm(1.5,2.09,0.48)

>pnorm(2.5, 2.09, 0.48) - pnorm(1.5, 2.09, 0.48)

(b) Jakie jest prawdopodobieństwo, że opady wyniosą 1 cm lub mniej?

Odpowiedź: 0.01158

$p(x \le 1) = p(z \le -2.27) = 0.01158$

Użyj pnorm()

pnorm(1, 2.09, 0.48)

(c) Ile deszczu ma spać, gdy poziom alarmowy jest na poziomie 5% górnej wartości rozkładu normalnego ?

Odpowiedź: x = 2.88 cm

Ponieważ z = 1.645 dla górnej granicy 5% rozkładu normalnego

$$\frac{x-\mu}{\sigma} = 1.645$$

$$x = \mu + (1.645)\sigma = 2.09 + (1.645)(0.48) = 2.09 + 0.79 = 2.88$$

Użyj qnorm()

>qnorm(.95, 2.09, 0.48)

Użyj qnorm(0.05,2.09,0.48,lower.tail=FALSE)

>qnorm(0.05, 2.09, 0.48, lower.tail = FALSE)

44. Czas potrzebny na zakończenie egzaminu pisemnego jest normalnie rozłożony ze średnią μ = 200 minut i standardowym odchyleniem σ= 20 minut.

(a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że studenci zakończą egzamin w czasie 180 minut lub mniej ?

Odpowiedź: 0.1587

$p(x \leq 180) = p(z \leq -1) = 0.1587$

Użyj pnorm()

>pnorm(180, 200, 20)

(b) Jakie jest prawdopodobieństwo, że studenci zakończą egzamin w czasie od 180 do 220 minut ?

Odpowiedź: 0.6827

$p(180 \leq x \leq 220) = p(-1 \leq z \leq 1) = 0.6827$

Od pnorm(220,200,20) oddejmij pnorm(180,200,20).

> pnorm(220, 200, 20) - pnorm(180, 200, 20)

(c) Grupa liczy 300 studentów. Ilu z nich ukończy egzamin w czasie 240 minut ?

Odpowiedź: od 293 do 294 studentów winno zakończyć na czas.

$p(x \leq 240) = p(z \_\leq 2) = 0.9772$

(0.9772)(300) = 293.16 lub 293 -294 studentów

```
>pnorm(240, 200, 20) * 300
```

45. Średnica melonów ma rozkład normalny ze średnią $\mu= 15$ cm i standardowym odchyleniem $\sigma = 2$ cm.

(a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że melon będzie miał średnicę co najmniej 12 cm?

Odpowiedź: 0.9332

$$p(x \geq 12) = p(z \geq \frac{12-15}{2}) = p(z \geq -1.5)$$

Użyj 1 minus pnorm()

```
>1 - pnorm(12, 15, 2)
```

Użyj pnorm(12,15,2,lower.tail=FALSE)

```
>pnorm(12, 15, 2, lower.tail = FALSE)
```

(b) Jakie jest prawdopodobieństwo, że losowo wybrany melon będzie miał średnicę nie mniejszą niż 12 cm i nie większą niż 16 cm?

Odpowiedź: 0.6247

$p(12 \leq x \leq 16) = p(-1.5 \leq z \leq 0.50) = 0.6247$

Odejmij pnorm(12,15,2) od pnorm(16,15,2).

```
>pnorm(16, 15, 2) - pnorm(12, 15, 2)
```

(c) Gdy chcemy melony ze średnicą w górnych 10% rozkładu normalnego to od jakiej średnicy to będzie ?

Odpowiedź: x = 17.56 cm

Metoda 1.

Ponieważ z = 1.28 odcina górne 10% standardowego rozkładu normalnego rozwiązujemy dla określonego x

>qnorm(0.10, lower.tail = FALSE)

$$\frac{x-\mu}{\sigma} = 1.28$$

$$x = \mu + (1.28)\sigma = 15 + (1.28)(2) = 15 + 2.56 = 17.56$$

Metoda 2.

Użyj R melon o średnicy 17.56 cm stanowi punkt odcięcia dla górnych 10%.

Użyj qnorm()

>qnorm(.90, 15, 2)

Użyj qnorm(0.10,15,2,lower.tail=FALSE)

>qnorm(0.10, 15, 2, lower.tail = FALSE)

46. Zmienna ma rozkład expotencjalny ze średnią μ= 5.

(a) Jaka jest postać funkcja gęstości prawdopodobieństwa ?

$$f(x) = \frac{1}{5}e^{-\frac{x}{5}}$$

(b) Jaka jest skumulowana funkcja prawdopodobieństwa?

$$p(x \leq x_0) = 1 - e^{-\frac{x_0}{5}}$$

(c) Ile wynosi p(x ≤ 2)?

Odpowiedź: 0.3297

$$p(x \leq 2) = 1 - e^{-\frac{2}{5}} = 1 - 0.6703 = 0.3297$$

Użyj pexp()

>pexp(2, 1/5)

(d) Ile wynosi p(x ≤4)?

Odpowiedź: 0.5507

$$p(x \leq 4) = 1 - e^{-\frac{4}{5}} = 1 - 0.4493 = 0.5507$$

Użyj pexp()

```
>pexp(4, 1/5)
```

47. W odniesieniu do poprzedniego ćwiczenia odpowiedź:

(a) Ile wynosi p(x ≥ 2)?   Odpowiedź: 0.6703

$$p(x \geq 2) = 1 - p(x<2) = 1 - (1 - e^{-\frac{2}{5}}) = e^{-\frac{2}{5}} = 0.6703$$

Użyj 1 minus pexp()

```
>1 - pexp(2, 1/5)
```

Użyj pexp(2,1/5,lower.tail=FALSE)

```
>pexp(2, 1/5, lower.tail = FALSE)
```

(b) Ile wynosi p(x ≥4)?   Odpowiedź: 0.4493

$$p(x \geq 4) = 1 - p(x<4) = 1 - (1 - e^{-\frac{4}{5}}) = e^{-\frac{4}{5}} = 0.4493$$

Użyj 1 minus pexp()

```
>1 - pexp(4, 1/5)
```

Użyj pexp(4,1/5,lower.tail=FALSE)

```
>pexp(4, 1/5, lower.tail = FALSE)
```

(c) Ile wynosi p(x ≥5)? Odpowiedź: 0.3679

$$p(x \geq 5) = 1 - p(x<5) = 1 - (1 - e^{-\frac{5}{5}}) = e^{-\frac{5}{5}} = 0.3679$$

Użyj 1 minus pexp()

```
>1 - pexp(5, 1/5)
```

Użyj pexp(5,1/5,lower.tail=FALSE)

>pexp(5, 1/5, lower.tail = FALSE)

48. W odniesieniu do poprzedniego ćwiczenia odpowiedź:

(a) Ile wynosi $p(2 \le x \le 4)$? Odpowiedź: 0.221

$p(2 \le x \le 4) = p(x \le 4) - p(x \le 2) = 0.5507 - 0.3297 = 0.221$

Odejmij pexp(2,1/5) od pexp(4,1/5).

```
>pexp(4, 1/5) - pexp(2, 1/5)
```

(b) Ile wynosi $p(2 \le x \le 5)$? Odpowiedź: 0.3024

$p(2 \le x \le 5) = p(x \le 5) - p(x \le 2) = 0.6321 – 0.3297 = 0.3024$

Odejmij pexp(2,1/5) od pexp(5,1/5).

```
>pexp(5, 1/5) - pexp(2, 1/5)
```

(c) Ile wynosi $p(2 \le x \le 8)$? Odpowiedź: 0.4684

$p(2 \le x \le 8) = p(x \le 8) - p(x \le 2) = 0.7981 – 0.3297 = 0.4684$

Odejmij pexp(2,1/5) od pexp(8,1/5).

```
>pexp(8, 1/5) - pexp(2, 1/5)
```

49. Strona www jest odwiedzana 10 razy na minutę (rozkład Poisona).

(a) Stopień przybyć to 10 wizytujących na minutę. Jaka jest średnia według powiązanego z nim rozkładu expotencjalnego?

Odp: Jeśli średnia rozkładu Posona to 10 wizytujących na minutę, to czas międzyprzybyć wizytujących jest o rozkładzie expotencjalnym ze średnią 6 sekund.

(b) Jaka jest expotencjalna funkcja gęstości prawdopodobieństwa ?

Odpowiedź:

$$f(x) = \frac{1}{\mu} e^{-\frac{x}{\mu}}$$

$$f(x) = \frac{1}{6} e^{-\frac{x}{6}}$$

(c) Jaka jest skumulowana funkcja prawdopodobieństwa ?

$$p(x \leq x_0) = 1 - e^{-\frac{x_0}{\mu}}$$

$$p(x \leq x_0) = 1 - e^{-\frac{x_0}{6}}$$

(d) Ile wynosi standardowe odchylenie I średnia ?   μ= σ= 6

50. W odniesieniu do poprzedniego ćwiczenia odpowiedź na następujące pytania:

(a) Gdy serwer ma przerwę awaryjną wynoszącą 18 sekund (brak zasilania), to jakie jest prawdopodobieństwo, że nie będzie ani jednego klienta, który chciałby w tym czasie odwiedzić stronę www. Wykorzystaj rozkład expotencjalny.

Odpowiedź: 0.04979

$$p(x \geq 18) = 1 - p(x \leq 18) = 1 - (1 - e^{-\frac{18}{6}}) = e^{-\frac{18}{6}} =$$

Użyj 1 minus pexp()

>1 - pexp(18, 1/6)

(b) Odpowiedz na pytanie a) używając prawdopodobieństwo Poisona.

Odpowiedź: 0.04979. Jeśli 10 wizytujących na minutę to znaczy 3 wizytujących na 18 sekund. Funkcja prawdopodobieństwa Poissona to

$$p(x|\mu) = \frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!}$$

$$p(x=0|\mu=3)=\frac{3^0e^{-3}}{0!}=e^{-3}$$

Użyj dpois(0,3) aby znaleźć prawdopodobieństwo, że 0 wizytujących pojawi się podczas okresu 18 sekund, gdy średnia wynosi 3.

```
>dpois(0, 3)
```