ANALIZA MATEMATYCZNA

LISTA ZADAŃ 10

11.12.17

(1) Wyznacz promień zbieżności szeregu Maclaurina funkcji:

(a)
$$f(x) = \sqrt{x+2}$$
, (b) $f(x) = \frac{1}{x+3}$, (c) $f(x) = \log(x+e)$.

(2) Znajdź punkty przegięcia i przedziały wypukłości funkcji danych wzorami:

(a)
$$x^3 + 2x^2 + 3x + 4$$
, (b) $x^8 - x^2 + 7x - 15$, (c) e^{-x^2} , (d) $\sin^4(x)$, (e) $\sqrt{x} - \log(x)$, (f) $x^4 + \sqrt[4]{x}$.

(b)
$$x^{\circ} - x^2 + 7x - 1$$

(c)
$$e^{-x^2}$$
,

(d)
$$\sin^4(x)$$
,

(e)
$$\sqrt{x} - \log(x)$$
,

(f)
$$x^4 + \sqrt[4]{x}$$
.

(3) Znajdź punkt przecięcia stycznej do wykresu funkcji $f(x) = x^2$ w punkcie (2,4) z osia OY.

(4) Znajdź punkt przecięcia stycznej do wykresu funkcji $f(x) = e^x$ w punkcie (0,1) z osia OX.

(5) Znajdź punkt przecięcia stycznych do wykresu funkcji $f(x) = x^3$ odpowiednio w punktach (-1, -1) i (2, 8).

(6) Oblicz $\int f(x) dx$ jeśli f(x) dane jest wzorem:

(a)
$$10^x$$
,

(b)
$$\sqrt[m]{n}$$
, $m, n \in \mathbf{N}$,

(c)
$$a^x e^x$$
, $a > 0$

(d)
$$3, 4x^{-0.17}$$
,

(e)
$$1 - 2x$$
,

(b)
$$\sqrt[m]{n}$$
, $m, n \in \mathbb{N}$, (c) $a^x e^x$, $a > 0$,
(e) $1 - 2x$, (f) $\left(\frac{1 - x}{x}\right)^2$,

(g)
$$(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)$$
, (h) $\frac{\sqrt{x}-x^3e^x+x^2}{x^3}$, (i) $(x+1)^{22}$, (j) $\frac{x^{100}-1}{x-1}$, (k) $\frac{x\sqrt[6]{x}+\sqrt[7]{x}}{x^2}$, (l) $\frac{x^3}{x+1}$,

(h)
$$\frac{\sqrt{x} - x^3 e^x + x^2}{x^3}$$
,

(i)
$$(x+1)^{22}$$
,

(j)
$$\frac{x^{100}-1}{x-1}$$

(k)
$$\frac{x\sqrt[6]{x} + \sqrt[7]{x}}{x^2},$$

$$(1) \quad \frac{x^3}{x+1},$$

(7) Znaleźć taką funkcję F, żeby F''(x) było równe:

(a)
$$x^2 + 2x$$
, (b) $\cos(x)$,

(b)
$$\cos(x)$$

(c)
$$e^{7x}$$
.

(8) Znajdź taka funkcję F, że:

(a)
$$F''(x) = x^2 + 1$$
, $F'(0) = 2$, $F(0) = 3$;

(b)
$$F''(x) = \frac{1}{x^3}$$
, $F'(2) = 1$, $F(3) = 5$;
(c) $F'''(x) = \sin(x)$, $F''(0) = F'(0) = F(0) = 0$;

(c)
$$F'''(x) = \sin(x)$$
, $F''(0) = F'(0) = F(0) = 0$;

(d)
$$F''(x) = \frac{1}{x^2}$$
, $F'(1) = F'(-1) = 1$, $F(1) = F(-1) = 3$.

(9) Oblicz $\int f(x) dx$ jeśli f(x) dane jest wzorem:

(a)
$$x\sin(2x)$$
,

(b)
$$x e^{-x}$$
,

(c)
$$x^n \log(x), n \in \mathbf{N},$$

(d)
$$x^3 e^{5x}$$
,

(e)
$$e^x \sin^2(x)$$

$$(f)$$
 $x 3^x$

(g)
$$x \sin(x) \cos(x)$$
,

(h)
$$e^{3x} \sin(2x)$$

(i)
$$\sqrt{e^x - 1}$$

$$(j) \quad e^x \sin(e^x),$$

(k)
$$x e^{x^2}$$
,

(l)
$$1 \cdot \sin(\log(x))$$

$$(m) \quad e^{-x^2} x,$$

ne jest wzorem:

(b)
$$x e^{-x}$$
, (c) $x^n \log(x)$, $n \in (e) e^x \sin^2(x)$, (f) $x 3^x$, (i) $\sqrt{e^x - 1}$, (l) $1 \cdot \sin(\log(x))$, (n) $\frac{\cos(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}$, (o) $e^{\sqrt[3]{x}}$, (o) $e^{\sqrt[3]{x}}$,

(o)
$$e^{\sqrt[3]{x}}$$

(p)
$$\frac{1}{x \log(x) \log(\log(x))}$$
,

(q) $\cos(x) e^{\sin(x)}$,

(r) 6^{1-x} ,

(s)
$$\sin^5(x)\cos(x)$$
,

 $\frac{e^{2x}}{\sqrt[4]{e^x+1}} \ ,$ (t)

(u) $x e^{x^2} (x^2 + 1)$,

$$(v) \quad e^{5x} \sin(3x),$$

 $e^{5x}\cos(3x),$ (w)

$$(y) \quad \sin(15x) \cdot e^{-4x},$$

(z)
$$\frac{\arctan(x)}{x^2+1}$$

(x)
$$\sin(3x) \cdot \sin(5x)$$
,
(aa) $\frac{\arctan^7(x) + 9 \arctan^5(x)}{x^2 + 1}$

(ab)
$$\frac{x^3}{(x-1)^{12}}$$
,

(ac)
$$\frac{\arctan(x)}{x^2 + 1},$$

$$(ac) \frac{\log^7(x) + \log^2(x)}{x},$$

$$(af) \frac{\sqrt{2 + \log(x)}}{x}.$$

(ad)
$$e^{-x^2} x^5$$
,

(ae)
$$\sin(\sqrt{x})$$
,

(af)
$$\frac{\sqrt{2 + \log(x)}}{x}$$