

# Ćwiczenie nr 1: Opracowanie danych pomiarowych

Cel ćwiczenia:

**Zaznajomienie się z typowymi metodami opracowania danych pomiarowych przy wykorzystaniu wyników pomiarów dla wahadła prostego**

Wahadło proste jest, jak wskazuje jego nazwa, układem mechanicznym charakteryzującym się prostotą tak eksperymentu jak i opisu teoretycznego. Dlatego nadaje się dobrze na ćwiczenie wprowadzające, mające na celu poznanie podstawowych metod opracowania danych pomiarowych. Interpretacja wyników opiera się na równaniu określającym okres drgań  $T$  jako funkcję długości wahadła  $l$  oraz przyspieszenia ziemskiego  $g$ ,

$$T = 2\pi$$

Wzór ten jest słuszny, jeżeli wychylenie ciężarka z położenia równowagi jest małe.

Wahadło umożliwia uzyskanie danych eksperymentalnych, na przykładzie których można poznać typowe metody ich opracowania, a to:

odrzućanie wyników obarczonych błędem grubym

- ocena niepewności pomiaru typu A
- ocena niepewności pomiaru typu B
- prawo przenoszenia niepewności
- obliczanie niepewności rozszerzonej
- jej zastosowanie do oceny zgodności z wartością dokładną
- wykonywanie wykresów
- linearyzacja nieliniowych zależności funkcyjnych

- dopasowanie prostej do punktów doświadczalnych

- odrzućanie wyników obarczonych błędem grubym
- ocena niepewności pomiaru typu A
- ocena niepewności pomiaru typu B
- prawo przenoszenia niepewności
- obliczanie niepewności rozszerzonej
- jej zastosowanie do oceny zgodności z wartością dokładną
- wykonywanie wykresów
- linearyzacja nieliniowych zależności funkcyjnych
- dopasowanie prostej do punktów doświadczalnych

## 1. Układ pomiarowy

### Wykonanie ćwiczenia

#### 1. Pomiary okresu dla ustalonej długości wahadła:

- a) Przy użyciu przymiaru milimetrowego zmierz długość wahadła rozumianą jako odległość od środka ciężarka do punktu zamocowania jego nici,
- b) Wprowadź wahadło w ruch drgający o amplitudzie kątowej nie przekraczającej trzech stopni. Następnie zmierz czas  $k = 20 \div 40$  okresów. Ważne jest, by uruchamiać i zatrzymywać sekundomierz w tej samej fazie ruchu (np. maksymalne wychylenie w prawo), bez zatrzymywania wahadła.

c) Pomiar ten powtórz dziesięciokrotnie. Liczba okresów  $k$  w kolejnych pomiarach może być taka sama, lub zmieniana w podanych wyżej granicach.

**2. Pomiary zależności okresu drgań od długości wahadła.**

3. Wykonaj kilkanaście pojedynczych pomiarów okresu (jak w pt. 1b), zmieniając długość wahadła w zakresie od około 10 cm do długości maksymalnej.

### Wyniki pomiarów

Tabela 1. Pomiar okresu drgań przy ustalonej długości wahadła  $l = 100 \text{ mm} = 0.1 \text{ m}$   
niepewność pomiaru  $u(l) = 1 \text{ mm} = 0.001 \text{ m}$

lp	Liczba okresów $k$	Czas $t$ Okresów	Okres $t/k$
1	20	12,58	0,63
2	20	12,76	0,64
3	20	12,65	0,63
4	20	12,77	0,64
5	20	12,20	0,61
6	20	12,81	0,64
7	20	12,84	0,64
8	20	12,58	0,63
9	20	12,57	0,63
10	20	12,92	0,65

Tabela 2. Pomiar zależności okresu drgań od długości wahadła

lp	Długość	Liczba okresów $k$	Czas $t$ Okresów	Okres $T$ $t/k$ [s]	$T^2$ [s <sup>2</sup> ]
1	100	20	12,83	0,64	0,41
2	120	20	13,57	0,68	0,46
3	160	20	15,31	0,77	0,59
4	200	20	17,39	0,87	0,80
5	240	20	19,25	0,96	0,93
6	280	20	21,48	1,07	1,15
7	320	20	22,89	1,14	1,31
8	360	20	24,32	1,22	1,48
9	400	20	26,03	1,30	1,69
10	440	20	27,98	1,40	1,96

## Opracowanie wyników-

1. Oceń, czy wyniki pomiaru okresu nie zawierają błędów grubych.  
(Zwrócić uwagę na największą i najmniejszą wartość  $T_i$  w uzyskanym zestawie danych).

Najniższa wartość  $T$  w tabeli 1: 0,61

Najwyższa wartość  $T$  w tabeli 1: 0,65

Wartości w tabeli 2 rosną mniej więcej równomiernie zatem błędy grube nie występują

2. Oblicz niepewność pomiaru okresu (typu A)

Dla tabeli 1:

Średnia arytmetyczna: 0,634s

Niepewność standardowa średniej:  $\sqrt{((-0,004)^2 + (0,006)^2 + (-0,004)^2 + (0,006)^2 + (-0,024)^2 + (0,006)^2 + (0,006)^2 + (-0,004)^2 + (-0,004)^2 + (0,016)^2)/9} \approx \sqrt{0,000116} \approx 0,011s$

3. Na podstawie uzyskanych wartości  $l$  i  $T$  oblicz przyspieszenie ziemskie.

Średnia  $T$ : 0,634

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}.$$

$$g = 9,82158... \text{ m/s}^2 \approx 9.82 \text{ m/s}^2$$

4. Oblicz niepewność złożoną  $u_c(g)$  przy pomocy prawa przenoszenia niepewności.

$$u(T) \approx 0.011s$$

$$u_c(g) = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial T}\right)^2 u(T)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial l}\right)^2 u(l)^2} = \sqrt{\frac{64\pi^4 l^2}{T^6} u(T)^2 + \frac{16\pi^4}{T^4} u(l)^2} =$$

$$= \sqrt{957,99 \cdot 0,000121 + 9626,79 \cdot 0,000001} = \sqrt{0,11591679 + 0,00962679} \approx \sqrt{0,1255} \approx 0,354 \text{ m/s}^2$$

5. Oblicz niepewność rozszerzoną  $U(g)$

$$U(g) = k \cdot u_c(g)$$

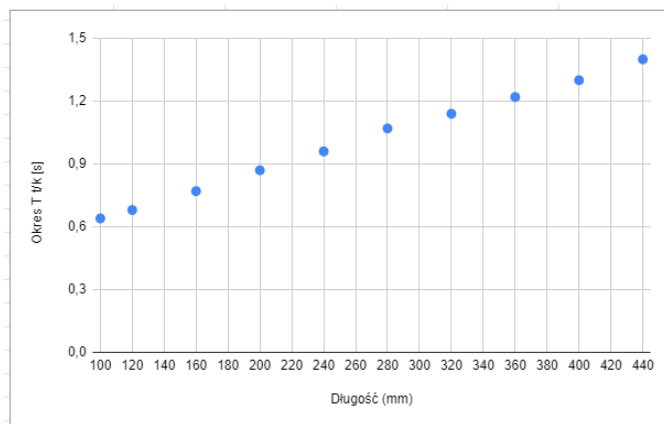
$$2 \leq k \leq 3$$

Dla  $k = 3$ :

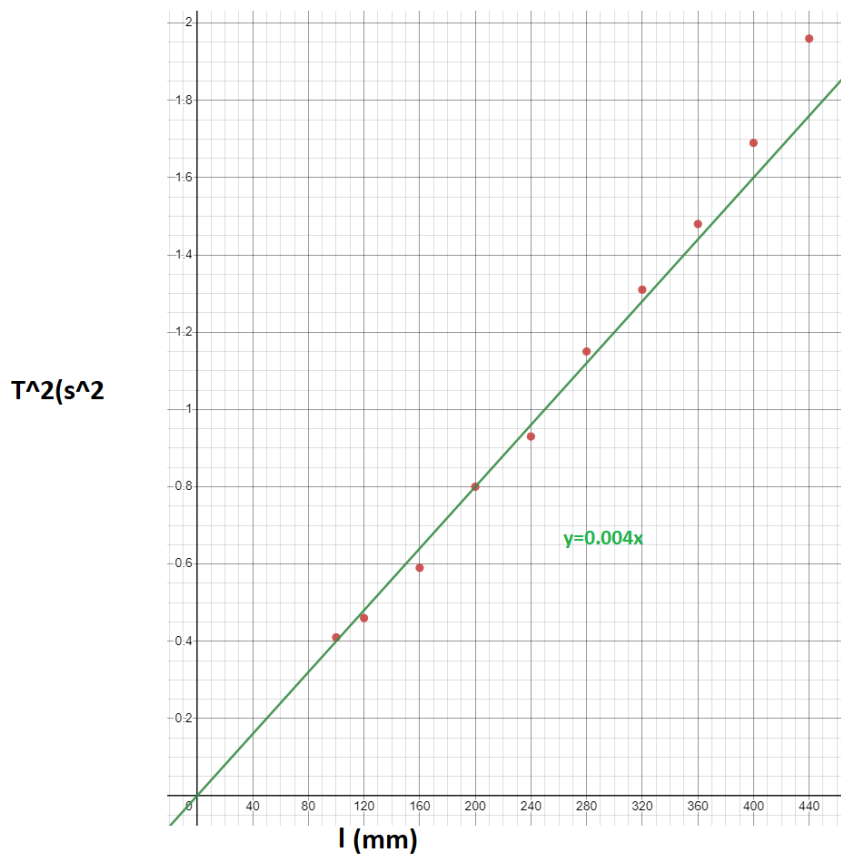
$$U(g) = 0,2946 \text{ m/s}^2$$

6. Wykonaj wykres zależności okresu drgań od  $T$  wahadła

(czy chodziło o  $l$  wahadła?)



7. Wykonaj wykres zlinearyzowany  $T^2$  w funkcji  $l$  oraz dopasuj prostą typu  $y = ax$ , czyli przechodzącą przez początek układu współrzędnych



8. Z otrzymanej wartości współczynnika nachylenia oblicz wartość przyspieszenia ziemskiego

Dla  $l$  w metrach:

$$T^2 = 4 \cdot l$$

$$g = \frac{4 \cdot (3,14)^2 \cdot l}{(4 \cdot l)} \approx 9,86 \text{ m/s}^2$$

9. Na podstawie uzyskanej z dopasowania niepewności  $u(a)$  oblicz niepewność  $u(g)$

$$u(a) = ((0,01)^2 + (-0,02)^2 + (-0,05)^2 + 0 + (-0,03)^2 + (0,03)^2 + (0,03)^2 + (0,04)^2 + (0,09)^2 + (0,2)^2) / 9 = 0,0061(5) \approx 0,00616$$

$$u(g) = |(d(g)/d(T^2))| * u(a) = (4 * (3,14)^2 * (T^2)/4) / (T^4) * u(a) = (3,14)^2 / T^2 * 0,00616$$

Dla  $T^2 = 0.8$ :

$$u(g) \approx 0,0949 \text{ m/s}^2$$