

离散数学阶段测试 (关系)

2021.11.17

说明：闭卷；可携带本人设计的笔记（A4 纸大小，1 页）；需要写出详细求解步骤，尽量展示你的工作；独立完成，不可讨论。

1. 某复数集合 $C = \{a + bi \mid a, b \text{ 为实数}, a \neq 0\}$ ，定义 C 上关系 $R: (a + bi)R(c + di)$ 当且仅当 $a * c > 0$ ， $*$ 为一般乘法。证明 R 为等价关系。

对任意 $s = (a + bi) \in C$ ， $a \neq 0$ ，有 $a * a > 0$ ，则 $(a + bi)R(a + bi)$ ，所以 R 是自反的；
若 $(a + bi)R(c + di)$ ，则有 $a * c > 0$ ，所以 $c * a > 0$ ，故 $(c + di)R(a + bi)$ ， R 是对称的；
若 $(a + bi)R(c + di)$ ， $(c + di)R(e + fi)$ ，则 $a * c > 0$ ， $c * e > 0$ ，因此 $a * e > 0$ ，
所以 $(a + bi)R(e + fi)$ ，故 R 是传递的。

因此 R 为等价关系。

2 设 $S = \{x, y, z\}$ ，求 A 上所有的等价关系对应的商集。

$A/R_1 = \{\{x, y, z\}\}$ ；

$A/R_2 = \{\{x, y\}, \{z\}\}$ ；

$A/R_3 = \{\{x, z\}, \{y\}\}$ ；

$A/R_4 = \{\{x\}, \{y, z\}\}$ ；

$A/R_5 = \{\{x\}, \{y\}, \{z\}\}$ 。

3

设 $P = \{P_1, P_2, P_3, P_4\}$ 是四个程序， $R = \{\langle P_1, P_2 \rangle, \langle P_1, P_3 \rangle, \langle P_2, P_4 \rangle, \langle P_3, P_4 \rangle\}$ 是定义在 P 上的调用关系。求解 $t(R)$ 。

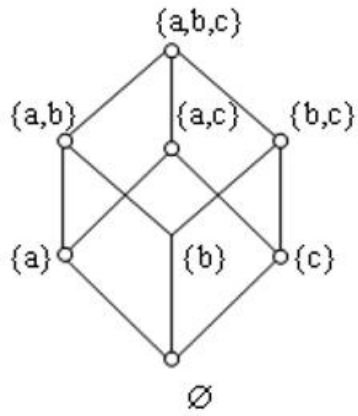
$r(R) = R \cup I_A$

$= \{\langle P_1, P_2 \rangle, \langle P_1, P_3 \rangle, \langle P_2, P_4 \rangle, \langle P_3, P_4 \rangle\} \cup \{\langle P_1, P_1 \rangle, \langle P_2, P_2 \rangle, \langle P_3, P_3 \rangle, \langle P_4, P_4 \rangle\}$

$= \{\langle P_1, P_2 \rangle, \langle P_1, P_3 \rangle, \langle P_2, P_4 \rangle, \langle P_3, P_4 \rangle, \langle P_1, P_1 \rangle, \langle P_2, P_2 \rangle, \langle P_3, P_3 \rangle, \langle P_4, P_4 \rangle\}$ 。

$= \{\langle P_1, P_2 \rangle, \langle P_1, P_3 \rangle, \langle P_2, P_4 \rangle, \langle P_3, P_4 \rangle, \langle P_1, P_4 \rangle\}$ 。

4. 集合 $A=\{a, b, c\}$, A 的幂集 $P(A)$ 上的包含关系 \subseteq 是一个偏序关系, 请画出 $\langle P(A), \subseteq \rangle$ 的哈斯图. $\langle P(A), \subseteq \rangle$ 是否为良序关系, 为什么?



, 不是良序, 如 $\{\{a, b\}, \{b, c\}\}$ 无最小元.