

中国地质大学（武汉）课程考核结课考试试卷

教务处制 版本：

试卷类别

A ☒

B ☐

使用学期

2020 年

春 ☒ 秋 ☐

命题人签字

吴国奇

审题人签字

审定人签字

考生学号

考生姓名

所在班级

课程名称：离散数学 B 学时：56
 考试时长：120 分钟 卷面总分：100 分
 考试方式：闭卷笔试 ☐ 开卷笔试 ☒ 口试 ☐ 其它 ☐
 辅助工具：可用 ☐ 工具名称： 不可用 ☐

试题内容：

一、填空题(30 分)

1. (6 分) 判定下列命题公式的类型（重言式、矛盾式、可满足式）：

(1) $\neg((P \wedge Q) \rightarrow P)$ _____,

(2) $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P) \leftrightarrow (P \leftrightarrow Q)$ _____,

(3) $(\neg P \rightarrow Q) \leftrightarrow (Q \rightarrow \neg P)$ _____.

2. (3 分) $\forall x(P(x) \rightarrow \exists yQ(x, y))$ 的前束析取范式为 _____, 前束合取范式为 _____.

3. (2 分) 设集合 $A = \Phi$, 则 $|P(P(A))| =$ _____.

4. (3 分) 设集合 A 有 3 个元素, 则 A 上的二元关系共有 _____ 个, 其中等价关系有 _____ 个.

5. (3 分) 设 $A = \{a, b, c\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, 则由 A 到 B 的函数共有 _____ 个, 双射函数共有 _____ 个.

6. (3 分) 实数集 R 上定义二元运算 $*$: $a * b = a + b - a \times b$, \times 为一般乘法运算, 则运算 $*$ 的单位元是 _____, 零元是 _____.

7. (3 分) 设集合 $X = \{1, 2, 3, 4\}$, G 为 X 上的置换群, $G = \{P_1, P_2\}$, $P_1 = (1)(2)(3)(4)$, $P_2 = (1, 2)(3, 4)$. 则 X 在 G 作用下的轨道为 _____.

8. (3 分) 图 G 为 100 阶的 50-正则图, 则图 G 的规模为 _____.

9. (2 分) 带有 5678 个结点的树有 _____ 条边.

10. (2 分) 设一连通平面图 G 有 4 个结点, 3 个面, 则 G 有 _____ 条边.

二、解答题 (70 分)

11. (7 分) 求 $(P \rightarrow Q) \rightarrow R$ 的主析取范式及主合取范式, 用 m_i 、 M_i 表示极小项、极大项.

12. (7 分) 将下述命题符号化并给出形式证明:

没有不守信用的人是可以信赖的, 有些可以信赖的人是受过教育的人. 因此, 有些受过教育的人是守信用的.

13. (7 分) 如果 $A \subseteq B$, $C \subseteq D$, 试证明: (1) $(A \cup C) \subseteq (B \cup D)$; (2) $(A \cap C) \subseteq (B \cap D)$.

14. (7 分) 设集合 $A = \{2, 3, 4, 6, 9, 12, 24\}$, 根据元素间的整除关系可得偏序集 $\langle A, | \rangle$.

(1) 画出该偏序集的哈斯图;

(2) 设集合 $B = \{2, 3, 6, 9\}$, 指出 B 的最大元、最小元、极大元、极小元.

15. (7 分) 证明代数结构 $V_1 = \langle \{a, b, c, d\}; * \rangle$ 与 $V_2 = \langle \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}; \circ \rangle$ 是同构的, 两个代数结构的运算表分别如表 1(a), (b) 所示.

表 1. 题 15 运算表

(a) V_1 运算表

*	a	b	c	d
a	d	a	b	d
b	d	b	c	d
c	a	d	c	c
d	a	b	a	a

(b) V_2 运算表

\circ	α	β	γ	δ
α	β	β	β	δ
β	α	α	δ	β
γ	γ	β	γ	α
δ	α	α	γ	δ

16.(7 分) 设 f, g 是群 $\langle A; * \rangle$ 到群 $\langle B; \cdot \rangle$ 的同态, $C = \{x | x \in A \text{ 且 } f(x) = g(x)\}$, 请证明: $\langle C; * \rangle$ 是 $\langle A; * \rangle$ 的子群.

17.(8 分) 设 G 为一个 5 阶群,

(1) 试做出群 G 的运算表;

(2) 写出群 G 的一个子群 H , 并求群 G 关于子群 H 的左陪集分解及右陪集分解.

18.(6 分) 试说明无向图中结点的连通关系是等价关系还是偏序关系.

19.(7 分) 有 30 人围成一圈坐下, 其中每个人都至多与 14 人不熟悉. 请说明是否存在一种安排座位的方法, 使得每个人相邻的两人都是与其相熟的人? 并说明原因.

20.(7 分) 根据凯莱定理, 写出一个序列, 并根据此序列构造一个 K_7 的生成树, 说明构造过程.