

# 离散数学阶段测试 (关系)

2021.11.17

**说明：**闭卷；可携带本人设计的笔记（A4 纸大小，1 页）；需要写出详细求解步骤，尽量展示你的工作；独立完成，不可讨论。

1. 设  $R$  是集合  $A$  上的一个自反关系，证明： $R$  是等价关系当且仅当若  $(a,b) \in R \wedge (a,c) \in R$  时，则  $(b,c) \in R$ 。

当  $R$  等价时，容易证明结论，下面证明另一方面，即证  $R$  等价。

(1)  $R$  自反 (题设) ；

(2) 若  $aRb$ ，因  $R$  自反，有  $aRa$ ，从而由条件有： $bRa$ ，所以  $R$  对称；

(3) 若  $aRb, bRc$ ，则由已证对称知， $bRa$ ，加上  $bRc$ ，由条件有： $aRc$ ，所以  $R$  传递。

综上， $R$  是等价关系。

2. 设  $A=\{1,2,3\}$ ，求  $A$  上所有的等价关系对应的商集。

$A/R_1 = \{\{1,2,3\}\}$  ；

$A/R_2 = \{\{1,2\}, \{3\}\}$ ；

$A/R_3 = \{\{1,3\}, \{2\}\}$ ；

$A/R_4 = \{\{1\}, \{2,3\}\}$ ；

$A/R_5 = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}\}$ 。

3. 设  $P = \{P_1, P_2, P_3, P_4\}$  是四个程序， $R = \{ \langle P_1, P_2 \rangle, \langle P_1, P_3 \rangle, \langle P_2, P_4 \rangle, \langle P_3, P_4 \rangle \}$  是

定义在  $P$  上的调用关系。求解  $s(R)$ 。

$$s(R) = R \cup R^{-1}$$

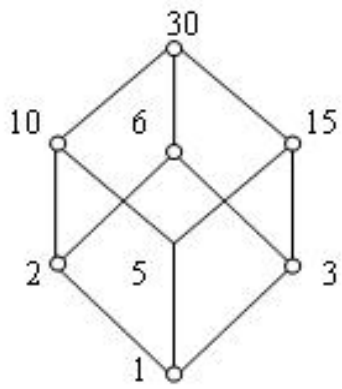
$$= \{ \langle P_1, P_2 \rangle, \langle P_1, P_3 \rangle, \langle P_2, P_4 \rangle, \langle P_3, P_4 \rangle \} \cup \{ \langle P_2, P_1 \rangle, \langle P_3, P_1 \rangle, \langle P_4, P_2 \rangle, \langle P_4, P_3 \rangle \}$$

$$= \{ \langle P_1, P_2 \rangle, \langle P_1, P_3 \rangle, \langle P_2, P_4 \rangle, \langle P_3, P_4 \rangle, \langle P_2, P_1 \rangle, \langle P_3, P_1 \rangle, \langle P_4, P_2 \rangle, \langle P_4, P_3 \rangle \}.$$

4.  $S_{30}$  是 30 的所有因子的集合， $S_{30} = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$ 。设  $|$  是整除关系，则

$\langle S_{30}; | \rangle$  是偏序集，请画出  $\langle S_{30}; | \rangle$  的哈斯图。 $\langle S_{30}; | \rangle$  是否为良序关系，为什

么?



, 不是良序, 如  $\{2, 3\}$  无最小元.