



线性结构

非空有限集，有且仅有一个首结点，一个尾结点，其余节点有且仅有一个直接前趋和一个直接后继

线性表 Linear list

a_1 (线性起点) , a_2, \dots, a_{i-1} (a_i 的直接前趋) , a_i, a_{i+1} (a_i 的直接后继) , \dots, a_{n-1}, a_n (线性终点)

元素数据的有限序列，下表表示元素序号 (在表中的位置) , 从1开始; n为元素个数 (表的长度) , n=0时为空表 (表中无元素, 但是分配空间) 。**空表≠表不存在**

表中的数据元素 **类型相同** , 元素间为 **线性关系**

顺序存储的线性表 顺序表 SqList

顺序存储

定义:

将逻辑上相邻的数据元素存储在 **物理上相邻的存储单元** 中的数据结构

存储方法:

用 **一组地址连续的储存单元** 依次存储线性表的元素
若每个元素占用L个字节, 则任一元素的地址为:

$$\text{LOC}(a_i) = \text{LOC}(a_{i-1}) + L = \text{LOC}(a_1) + (i - 1)L$$

顺序表的运算

修改：通过下标直接访问元素并修改

时间复杂度： $O(1)$ ，执行时间固定，与元素数量 n 无关

插入：在第 i 个元素前插入一个元素

实现步骤：

- 1.判断表是否已满，判断位置 i 是否合法
- 2.将第 $[n, i]$ 个元素依次后移，**从后往前，防止覆盖**
- 3.在第 i 个元素处写入新的元素
- 4.**表长加一**

效率：

在 a_1 前插入移动 n 次，在 a_1 后插入移动 $n-1$ 次， \dots ，在 a_{n-1} 后插入移动1次，在 a_n 后插入移动0次

总移动次数： $\sum_{i=1}^{n+1} (n - i + 1)$

平均时间复杂度： $E_{\text{insert}} = \sum_{i=1}^{n+1} p_i (n - i + 1) = \frac{n}{2}$ ，即 $O(n)$ ，呈线性关系

删除：删除第 i 个位置上的元素

实现步骤：

- 1.判断位置 i 是否合法
- 2.将第 $[i+1, n]$ 个元素依次前移
- 3.**表长减一**

效率：

平均时间复杂度： $E_{\text{delete}} = \sum_{i=1}^n p_i (n - i) = \frac{1}{n} \cdot \frac{(n-1)n}{2} = \frac{n-1}{2}$ ，即 $O(n)$ ，呈线性关系

插入和删除不占用辅助空间，平均空间复杂度为 $O(1)$

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

#define MAX_SIZE 100 // 顺序表的最大容量

typedef int DataType; // 定义顺序表中元素的数据类型

typedef struct {
    DataType data[MAX_SIZE]; // 存储顺序表元素的数组
```

```
    int length;                // 顺序表的当前长度
} SeqList;

// 初始化顺序表
void initSeqList(SeqList *list) {
    list->length = 0;
}

// 向顺序表中插入元素
int insertSeqList(SeqList *list, int pos, DataType value) {
    if (pos < 0 || pos > list->length || list->length == MAX_SIZE) {
        return 0; // 插入位置非法或顺序表已满
    }
    for (int i = list->length; i > pos; i--) {
        list->data[i] = list->data[i - 1];
    }
    list->data[pos] = value;
    list->length++;
    return 1; // 插入成功
}

// 从顺序表中删除元素
int deleteSeqList(SeqList *list, int pos) {
    if (pos < 0 || pos >= list->length) {
        return 0; // 删除位置非法
    }
    for (int i = pos; i < list->length - 1; i++) {
        list->data[i] = list->data[i + 1];
    }
    list->length--;
    return 1; // 删除成功
}

// 打印顺序表
void printSeqList(SeqList *list) {
    for (int i = 0; i < list->length; i++) {
        printf("%d ", list->data[i]);
    }
    printf("\n");
}

int main() {
    SeqList list;
    initSeqList(&list);

    insertSeqList(&list, 0, 10);
    insertSeqList(&list, 1, 20);
    insertSeqList(&list, 2, 30);

    printf("顺序表元素: ");
    printSeqList(&list);

    deleteSeqList(&list, 1);
    printf("删除元素后顺序表: ");
```

```
    printSeqList(&list);

    return 0;
}
```

求线性表La和Lb的并集

```
// 遍历b中的元素是否存在于a中，如果不存在就添加到a中
int* ListUnion(int* La, int* Lb){
    int len_b = ListLength(Lb);
    for(int i= 0; i <= len_b; i++){
        int temp = GetElem(Lb, i); // 获取Lb中第i个元素的值
        int location = LocateElem(La, temp); // 获取La中值为temp的元素位置，若没有则返回-1
        if (location == -1) ElemInsert(La, temp); // 在La中插入temp
    }
}
```

时间复杂度：O(len_a*len_b)

使用前趋prior(num)，后继next(num)，递归实现a+b

```
// 假设0<a<b，实际上要考虑a和b的大小关系和正负情况
void add(int a, int b){
    if (a == 0) return b;
    return (add(prior(a), next(b)));
}
```

动态数组

若元素数量超过数组定义长度，则采用 **动态分配** 的数组：先为顺序表分配一定大小的 **初始空间**，空间不足时再增加 **固定增量**（一般为初始空间的10%）

存储结构描述：

```
typedef ElemType int;
typedef struct{
    ElemType *elem;
    int length;    // 表元素个数（表长）
    int listsize;  // 当前分配的表尺寸（字节单位），表示表中可以容纳多少个ElemType类
```

型的元素

```
}SqList L;    // 定义SqList类型，声明名为L的SqList类型变量，
```

动态创建空顺序表

```
#define LIST_INIT_SIZE 100

typedef int ElemType;

// 定义一个枚举类型，表示一组相关的命名整型常量。每个枚举常量默认从0开始，依次递增
typedef enum {
    success,
    error
} Status;

typedef struct{
    ElemType *elem;
    int length;
    int listsize;
} SqList;

Status InitSqList(SqList *L) {    // 初始化空线性表
    L->elem = (ElemType *)malloc(LIST_INIT_SIZE * sizeof(ElemType));    // 初始分
    配存储空间
    if (L->elem == NULL) {
        return error;    // 分配失败
    }
    L->length = 0;    // 初始化长度
    L->listsize = LIST_INIT_SIZE;    // 初始化存储容量
    return success;
}

int main() {
    SqList L;    // 创建SqList类型变量L
    InitList(&L);    // 将L的地址传给函数，初始化空线性表
}
```

对动态顺序表的插入元素算法

```
#define LIST_INCREMENT 10

// 在顺序表L的第i个位置插入新的元素e
Status InsertSqList(SqList* L, int i, ElemType e){
    // 检查插入位置是否合法，从1到length+1
```

```

    if (i < 1 || i > L->length + 1) {
        return error;
    }

    // 若表长大于表尺寸则增加空间
    if (L->length >= L->listsize) {
        //新地址=realloc(原地址,增加的空间大小)
        ElemType *newbase = (ElemType *)realloc(L->elem, (L->listsize +
LIST_INCREMENT) * sizeof(ElemType));
        if (newbase == NULL) {
            return error; // 分配失败
        }
        L->elem = newbase;
        L->listsize += LIST_INCREMENT;
    }

    // 插入元素, 先后移元素再覆盖
    for (int j = L->length - 1; j >= i - 1; j--) {
        L->elem[j + 1] = L->elem[j];
    }

    L->elem[i - 1] = e; // 在位置i插入新元素
    (L->length)++; // 表长度增加1
    return success;
}

```

对动态顺序表的删除元素算法

```

// 保存顺序表L中的第i个元素到e中, 并删除表中第i个元素
Status DeleteElemSqlList(Sqlist* L, int i, Elemtype* e){
    // 检测位置i的合法性
    if (i < 1 || i > L->length) return error;

    // p是被删除的元素的位置, q是表尾位置
    ElemType* p = L->elem[i-1];
    ElemType* q = L->elem+L->length-1;

    // e是被删除的元素
    *e = *p;

    for (; p < q; p++){
        *p=*(p+1);
    }
    L->length--;
    return success;
}

```

链式存储的线性表 链表 LinkList

链式存储结构的特点：

结点在存储器中的位置是任意的，逻辑上相邻的数据在物理上不一定相邻 牺牲空间效率换取时间效率

储存节点包含 **数据域和指针域**

数据-指针 或者 指针-数据-指针

头指针：指向链表中第一个结点（头节点或首元结点）的指针

头节点：在首元结点前 **可选** 的一个结点，存放表长等信息，不计入表长

首元结点：链式存储的线性表中第一个数据元素a1的结点

使用链式存储的线性表存储英文字母表

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

typedef char ElemType;
typedef struct node{
    ElemType data;
    struct node* next;
}node;

node* CreateLinkList(int nodesize){
    node* head=(node *)malloc(nodesize);
    node* p=head;
    int i;
    //存入字母，最后一个结点要特殊处理
    for(i = 0; i<25; i++){
        p->data = 'a'+i;
        p->next = (node *)malloc(nodesize);
        if (p->next == NULL) {
            printf("out of memory!");
            exit(1);
        }
        p = p->next;
    }
    p->data = 'a'+i;
    p->next = NULL;
    return head;
}

void PrintLinkList(node* p){
    node* temp = p;
    while(temp != NULL){
        printf("%c ",temp->data);
        temp = temp->next;
    }
}
```

```
}

void FreeLinkList(node* p){
    node* temp;
    while (p != NULL) {
        temp = p;
        p = p->next;
        free(temp);
    }
}

int main(){
    // 每个结点的大小
    int nodesize = sizeof(node);

    // 创建链表
    node* p = CreateLinkList(nodesize);

    // 输出链表
    PrintLinkList(p);

    // 释放内存
    FreeLinkList(p);

    return 0;
}
```

在链表中取第i个元素

```
typedef enum{
    success,
    error
}status;

// 获取链表head中第i个元素并保存到e中，返回值为执行成功与否
status GetElemLinkList(node* head, int i, ElemType* e){
    if (i < 1) return error;
    // index表示当前是第几个节点
    int index = 1;
    node* p = head;

    // 从第一个节点遍历，直到到达第i个节点或链表尾部
    while (index < i && p != NULL){
        p = p->next;
        index++;
    }

    // 链表长度小于目标位置或i是非法索引
```



```
    if (p == NULL || index != i){
        return error;
    }

    // 储存目标元素
    *e = p->data;
    return success;
}
```

在链表中删除第i个元素

```
// 删除头指针为head的链表中第i个元素，保存其值到e
// 因为可能要修改head，所以使用node** head即指向指针head的指针，
status DelElemLinkList(node** head, int i, ElemType* e){
    // 首先判断链表是否为空，i是否有效
    if (*head == NULL || i < 1) return error;

    node* p = *head;

    // 删除第一个元素单独处理
    if (i == 1){
        // 保存第一个节点的数据，把head指向下一个节点，释放内存
        *e = p->data;
        *head = p->next;
        free(p);
        return success;
    }

    // 找到第i-1个节点
    for(int j = 1; j < i - 1; j++){
        if (p->next == NULL) return error;
        // i大于链表长度
        p = p->next;
    }

    // 若第i个节点不存在则报错
    if (p->next == NULL) return error;

    // 对第i个节点操作，保存第i个节点的数据，将第i-1个节点的next指向第i+1个节点
    // p是第i-1个节点，q是第i个节点
    node* q = p->next;
    *e = q->data;
    p->next = q->next;
    free(q);
    return success;
}

int main(){
```

```

// 每个结点的大小
int nodesize = sizeof(node);

// 创建链表
node* head = CreateLinkList(nodesize);
node* p = head;

// 存入元素
for (i = 0; i < 25; i++) {
    p->data = 'a' + i;
    p->next = (node *)malloc(nodesize);
    if (p->next == NULL) {
        printf("out of memory!");
        exit(1);
    }
    p = p->next;
}

// 删除元素
int DelIndex = 3;
ElemType e;
status result = DelElemLinkList(&head, DelIndex, &e);
if (result == OK) {
    printf("已删除第%d个节点的元素%c\n", DelIndex, e);
    PrintLinkList(head);
} else {
    printf("error\n");
}
}

```

线性表的应用 静态链表 SLinkList

定义一个结构型数组，每个元素包含 **数据域** 和 **指示域**
 指示域存放一个整型数，相当于链表中的指针，称为游标

静态单链表类型定义

```

#define MAXSIZE 1000    // 预分配最大元素个数，整个空间连续，但是逻辑上相邻的元素可能物理上不连续
typedef struct{
    ElemType data;      // 数据域
    int cur;           // 指示域
}component, SLinkList[MAXSIZE];
// 一维结构型数组

```

用静态链表表示线性表

顺序表：S= (A, B, C, D, E, F)			
静态链表			
i	data	cur	
0		1	头指针
1	A	6	
2	C	3	
3	D	5	
4	F	0	结束
5	E	4	
6	B	2	

静态链表的插入删除操作

假设静态链表此时已有6个元素ABCDEF，要在C后面插入G：

- 1.在i=7处写入元素G 2.将C原本的后继D的游标i=4写入G的指示域 3.将G的游标i=7写入C的指示域

删除元素C：

- 1.将C的前驱B的指示域更新为C的后继D的游标i=4。 2.将C的游标i=3指向的元素加入到空闲节点链表的头部。 3.将list[0].cur赋值为C的游标i=3。

```
#define MAXSIZE 10
#define ElemType char

typedef struct{
    ElemType data;
    int cur;
}component, SLinkList[MAXSIZE];

void InitSLinkList(SLinkList list){
    for (int i = 0; i < MAXSIZE - 1; i++) {
        list[i].cur = i + 1; // 每个节点的指示域指向下一个节点
    }
    list[MAXSIZE - 1].cur = 0; // 最后一个节点的指示域为0，表示链表结束
}

void PrintSLinkList(SLinkList list, int i){
    // 从第i个元素开始打印
    while(i != 0){
        printf("第%d个元素是%c\n", i, list[i].data);
    }
}
```

```
        i=list[i].cur;
    }
    printf("\n");
}

int GetFreeNode(SLinkList list){
    int freenode = list[0].cur; // 获取空闲节点
    if (freenode != 0){
        list[0].cur = list[freenode].cur; // 更新空闲节点
    }
    return freenode;
}

void InsertSLinkList(SLinkList list, int i, ElemType e){
    if(i < 1 || i >= MAXSIZE) return; // i非法
    // 在list中的第i个元素处插入新的元素 (第i-1个元素后方)
    int j = 1, k = 1;
    //j控制循环, k检查i是否合法, 链表第一个元素是list[1]
    for(j = 1; j < i; j++){
        k=list[k].cur;
        if (k == 0){
            printf("位置i大于链表长度");
            return;
        }
    }

    // 获取空闲节点
    int freenode = GetFreeNode(list);
    if (freenode == 0) {
        printf("Out Of Free Node\n");
        return; // 无空闲节点, 插入失败
    }

    // 写入数据, 更新指示域
    list[freenode].data = e;
    list[freenode].cur = list[k].cur;
    list[k].cur = freenode;
}

void DeleteElemSLinkList(SLinkList list, int i, ElemType* e){
    if(i < 1 || i >= MAXSIZE) return; // i非法
    // 删除list中的第i个元素, 保存到e中
    int j = 1, target = list[1].cur, prev = 1;
    // j控制循环, target检查i是否合法, 链表第一个元素是list[1]
    for(j = 1; j < i; j++){
        prev = target;
        target = list[target].cur;
        if (target == 0){
            printf("位置i大于链表长度");
            return;
        }
    }

    // 保存数据, 更新指示域
```

```

    *e = list[target].data;
    list[prev].cur = list[target].cur;

    // 将被删除的节点加入到空闲节点链表的头部
    list[target].cur = list[0].cur;
    // 将list[0].cur赋值为被删除的节点的游标
    list[0].cur = target;
}

int main(){
    SLinkList list;    // 定义静态链表
    InitSLinkList(list);    // 初始化静态链表

    // 写入数据
    int i;
    int cur = list[0].cur;
    for (i = 1; i <= 6; i++) {
        list[cur].data = 'A' + (i - 1); // 写入A B C D E F
        cur = list[cur].cur;
    }
    list[cur].cur = 0; // 链表结束

    PrintSLinkList(list, 1);    // 打印初始链表

    // 在第三个元素处插入G
    char insertdata = 'G';
    int insertcur = 3;
    InsertSLinkList(list, insertcur, insertdata);
    PrintSLinkList(list, 1);

    ElemType deleteddata;
    int deletecur = 4;
    DeleteElemSLinkList(list, deletecur, &deleteddata);
    PrintSLinkList(list, 1);
}

```

双向链表 循环列表 双向循环列表

DoubleLinkList CirLinkList DouCirLinkList

双向链表:

前趋指针-数据-后继指针

```

typedef struct DoubleLinkNode{
    ElemType data;
    struct DoubleLinkNode* prior;
    struct DoubleLinkNode* next;
}DoubleLinkNode, *DoubleLinkList;

```

循环列表：

第n个节点： 数据-指向第一个节点的指针

栈 Stack

翻译

栈 stack 栈顶 top 栈底 bottom
入栈 push 出栈 pop

栈的抽象数据类型描述

栈是有操作限制的有0个或多个元素的 **有穷线性表**，仅能在 **栈顶 top** 对数据进行插入和删除

卡特兰Catalan数

若有n个元素按固定的顺序入栈，则所有可能的出栈顺序的数量为： $C_n = \frac{(2n)!}{(n+1)!n!}$

栈的顺序存储实现

栈的顺序存储结构由一维数组和记录栈顶元素位置的变量组成的结构体组成

```
#define MAXSIZE 100 // 储存数据元素的最大个数
typedef int ELEMTYPE
typedef struct SNode{
    ELEMTYPE data[MAXSIZE];
    int top; // 栈顶元素位置
}*stack;

stack SInit() { // 初始化栈
    stack s = (stack)malloc(sizeof(struct SNode));
    if (s == NULL) {
        printf("Memory allocation failed\n");
        exit(1);
    }
    s->top = -1; // 栈顶指针初始化为-1，表示栈为空
    return s;
}
```

```

int SFull(stack s) {
    return (s->top == MAXSIZE - 1);
    //若满则返回1, 不满则返回0
}

int SEmpty(stack s) {
    return s->top == -1;
    //若空则返回1, 不空则返回0
}

int STop(stack s, ELEMTYPE *item) { //获取栈顶元素
    if (SEmpty(s)) {
        printf("栈空\n");
        return 0;
    }
    *item = s->Data[s->top];
    return 1;
}

int SPush(stack s, ELEMTYPE item){
    if (SFull(s)){
        printf("栈已满\n");
        return 0;
    }
    s->data[++(s->top)] = item; // 先自增后使用
    return 1;
}

int SPop(stack s, ELEMTYPE* item){
    if (SEmpty(s)){
        printf("栈空\n");
        return 0;
    }
    *item = s->data[(s->top)--]; //先使用后自减
    return 1;
}

int main(){
    stack s = SInit();
}

```

共享栈 使用一个数组实现两个栈

从数组的两头分别向中间入栈

```

#define MAXSIZE 100 // 储存数据元素的最大个数
typedef struct SNode{

```

```
    ELEMENTYPE data[MAXSIZE];
    int top1;
    int top2;
}*s;
s.top1 = -1;
s.top2 = MAXSIZE;
```

当 $top2 - top1 = 1$ 时两个栈同时满

栈的链式存储实现 链栈 LinkStack

栈的链式储存结构链栈是一个单链表，在栈顶进行插入和删除操作 链栈的内存动态分配，不需要指定栈的最大深度

```
typedef struct Node{
    ELEMENTYPE data; // 数据域
    struct Node *next; // 指针域
}Node;

typedef struct Stack{
    Node* top; // 栈顶节点
    int count; // 元素个数
}Stack;

Stack* SInit(){
    Stack* s = (Stack*)malloc(sizeof(Stack));
    // 此时栈为空
    s->top = NULL;
    s->count = 0;
    return s;
}

int SEmpty(Stack* s){
    // 异常处理
    if((s->count == 0 && s->top != NULL) || (s->count != 0 && s->top == NULL)){
        printf("ERROR 无法确定是否为空\n");
        exit(1);
    }

    return (s->count == 0);
    //若空则返回1，不空则返回0
}

void SPush(Stack* s, ELEMENTYPE item){
    // 压栈操作
    // 创建新节点
    Node* newNode = (Node*)malloc(sizeof(Node));
    if (newNode == NULL){
        printf("分配内存失败\n");
    }
}
```



```
        exit(1);
    }

    // 写入数据
    newNode->data = item;

    // 将原本的top赋给new的next
    newNode->next = s->top;

    //更新top和count
    s->top = newNode;
    s->count++;
}

int SPop(Stack* s, ELEMTYPE* item){
    // 弹栈操作
    if(SEmpty(s)){
        printf("栈空\n");
        return 1;
    }

    // 保存栈顶节点指针用于释放内存
    Node* temp = s->top;

    // 更新栈顶指针
    s->top = s->top->next;

    // 保存被删除数据到item
    *item = temp->data;

    //释放内存
    free(temp);

    //更新栈大小
    s->count--;

    return 0;
}

int main(){
    Stack* stack = SInit();

    SPush(stack, 10);
    SPush(stack, 20);
    SPush(stack, 30);

    ELEMTYPE item;
    if (SPop(stack, &item) == 0) {
        printf("弹栈元素: %d\n", item);
    }

    if (SPop(stack, &item) == 0) {
        printf("弹栈元素: %d\n", item);
    }
}
```

```
}  
}
```

退格/清空行处理

输入一行字符串，若遇到#则删除#及其前方的一个字符，若遇到@则删除@及当前行@前的所有字符，最后输出处理后的字符串

核心思路：

```
//获取输入  
char input[100];  
gets(input);  
  
//遍历每个字符，进行处理  
for(int i = 0; (input[i] != '\0' && input[i] != EOF); i++){  
    switch(input[i]){  
        case '#':{  
            char deleted;  
            SPop(s, &deleted);  
            break;  
        }  
        case '@':{  
            SClear(s);  
            break;  
        }  
        default: SPush(s, input[i]);  
    }  
}  
  
SPrint(s);
```

括号匹配检验

假设表达式中有圆括号()和方括号[]，其有任意嵌套，要求对给定的括号表达式，判断其是否合法

思路：

左括号：push 右括号：若括号类型与栈顶元素相同则pop，否则不合法 最终空栈

```
#define MAXSIZE 100  
  
int match(char prev, char temp){  
    return ((prev == '(' && temp == ')') || (prev == '[' && temp == ']'));  
}
```

```
int valid(char input[]){
    stack* s = SInit(); // 初始化顺序存储的栈

    for (int i = 0; input[i] != '\0'; i++){
        char temp = input[i];

        // 判断左右括号
        if (temp == '(' || temp == '['){
            SPush(s, temp); // 入栈
        }
        else {
            // 若不匹配或栈为空则表达式不合法, 返回0
            if (!match(SPeek(s), temp) || SEmpty(s)){
                free(s);
                return 0;
            }
            SPop(s); // 出栈
        }
    }

    // 若空栈则返回1
    free(s);
    return (SEmpty(s));
}

main(){
    char input[] = "([[( )]])" // 要判断的符号表达式

    if (valid(input)){
        printf("该表达式合法\n");
    }
    else {
        printf("该表达式不合法\n");
    }
}
```

汉诺塔问题 递归

将所有盘子从源柱子移动到目标柱子，且每次只能移动一个盘子，并且不能将较大的盘子放在较小的盘子上面有一个盘子：

直接移动到目标柱子

有多个盘子：

将前n-1个盘子移动到辅助柱子 将第n个盘子移动到目标柱子 将前n-1个盘子移动到目标柱子

```

void move(int n, char from, char to, int* time){
    (*time)++;
    printf("将第%d个盘子从%c移动到%c\n", n, from, to);
}

void hanoi(int n, char from, char to, char aux, int* time){
    if (n == 1){
        move(n, from, to, time);
        return;
    }
    hanoi(n-1, from, aux, to, time);
    move(n, from, to, time);
    hanoi(n-1, aux, to, from, time);
}

int main(){
    int n = 3; // 盘子数
    int time = 0; // 移动次数
    hanoi(n, 'A', 'C', 'B', &time);
    printf("共移动%d次\n", time);
    return 0;
}

```

时间复杂度分析：

$$T(n) = 2T(n-1) + 1$$

$$T(n) = 2(2T(n-2) + 1) + 1$$

$$= 2^2 \cdot T(n-2) + 2 + 1$$

$$= 2^2 \cdot T(n-2) + 2^1 + 2^0$$

$$T(n) = 2^3 \cdot T(n-3) + 2^2 + 2^1 + 2^0$$

...

$$T(n) = 2^k \cdot T(n-k) + 2^{(k-1)} + \dots + 2^1 + 2^0$$

$$= 2^k \cdot T(n-k) + \sum_{i=0}^{k-1} 2^i$$

$$= 2^k \cdot T(n-k) + (2^k - 1)$$

$$T(n) = 2^{(n-1)} \cdot T(1) + (2^{(n-1)} - 1)$$

又因 $T(1) = 1$

$$\text{故有 } T(n) = 2^{(n-1)} + 2^{(n-1)} - 1 = 2^n - 1$$

迷宫问题 穷举 递归 栈

定义地图、起点坐标、终点坐标，定义二维数组visited和route，第0个元素为起点坐标

定义递归函数solve(x,y)：

是终点：

返回1，找到了解

不是终点：

按照右-下-左-上的顺序向visited中不存在的坐标移动

若可以移动则向route和visited中添加新坐标

若失败则移动至route的第n-1个坐标，删除route中第n个坐标

若route下标为1的元素为空则返回0，没有解

递归solve(x,y)

```
#define SIZEX 5
#define SIZEY 5

int map[SIZEX][SIZEY] = { // 1表示可以移动的路线
    { 1, 0, 1, 1, 1 },
    { 1, 0, 1, 0, 1 },
    { 1, 1, 1, 0, 1 },
    { 0, 0, 0, 0, 1 },
    { 1, 1, 1, 1, 1 }
};

int start_x = 0, start_y = 0;
int end_x = 4, end_y = 0;

int move[4][2] = { {0,1},{1,0},{0,-1},{-1,0} }; // 右-下-左-上

int visited[SIZEX][SIZEY] = { '\0' }; // 1表示去过
int route[SIZEX * SIZEY][2] = { '\0' };
int routeindex = 0;

void init() {
    visited[0][0] = start_x;
    visited[0][1] = start_y;
    route[0][0] = start_x;
    route[0][1] = start_y;
}

int valid(int x, int y) {
    if (x >= SIZEX || y >= SIZEY || x < 0 || y < 0) return 0;
    if (map[x][y] == 1 && visited[x][y] == 0) return 1;
    return 0;
}

int solve(int x, int y) {
    if (x == end_x && y == end_y) return 1;

    for (int i = 0; ; i++) {
        if (i > 3) {
            route[routeindex--][0] = '\0';
            route[routeindex--][1] = '\0';
            x = route[routeindex][0];
            y = route[routeindex][1];
            break;
        }
    }
}
```

```
int next_x = x + move[i][0];
int next_y = y + move[i][1];
if (valid(next_x, next_y)) {
    visited[next_x][next_y] = 1;
    routeindex++;
    route[routeindex][0] = next_x;
    route[routeindex][1] = next_y;
    x = next_x;
    y = next_y;
    break;
}
}

if (route[1][0] == '\0' && route[1][1] == '\0') return 0;
return solve(x, y);
}

void print() {
    for (int i = 0;; i++) {
        printf("(%d,%d)", route[i][0], route[i][1]);
        if (i >= routeindex) break;
        printf("->");
    }
    printf("\n");
}

int main() {
    int x = start_x, y = start_y;
    init();
    if (solve(x, y)) {
        printf("解为: ");
        print();
    }
    else {
        printf("无解");
    }
}
```

输出:

解为: (0,0)->(1,0)->(2,0)->(2,1)->(2,2)->(1,2)->(0,2)->(0,3)->(0,4)->(1,4)->(2,4)->(3,4)->(4,4)->(4,3)->(4,2)->(4,1)->(4,0)

队列 Queue

翻译

队首 front 队尾 rear
入队 enqueue 出队 dequeue

基本概念

定义：

队列是有操作限制的有0个或多个元素的 **有穷线性表**，仅能在队尾入队，在队首出队。如食堂打饭。

存储结构：

顺序队 和 **链队**，循环顺序队更常见

双端队列DEQ(Double-ended queue)：

介于栈和队列之间，两端都可以进行插入和删除操作



队列的链式表示 链队列 LinkedQueue



需要两个分别指向队首和队尾的指针（头指针和尾指针）

front->头结点->首元结点->...->尾结点<-rear

空队列的front和rear都指向头结点，头节点指向首元结点

```
typedef int ELEMTYPE;
typedef struct QNode{
    ELEMTYPE data;
    struct QNode* next;
}QNode;
typedef struct LQueue{
    QNode* front; // 队首
    QNode* rear; // 队尾
    int count; // 计数
}LQueue;

LQueue* InitLQ(){
    LQueue* q = (LQueue*)malloc(sizeof(LQueue));
    QNode* FirstNode = (QNode*)malloc(sizeof(QNode)); // 添加头节点
    // FirstNode的data不需要初始化，因为不用于存储数据
    FirstNode->next = NULL;
    q->front = FirstNode;
    q->rear = FirstNode;
```

```
    q->count = 0;
    return q;
}

int LQEmpty(LQueue* q){
    // 异常处理
    if((q->count==0 && q->front != q->rear) || (q->count!=0 && q->front == q->rear)){
        printf("ERROR 无法确定是否为空\n");
        exit(1);
    }

    return (q->count == 0);
}

// 入队
int LQEn(LQueue* q, ELEMTYPE value){
    QNode* NewNode = (QNode*)malloc(sizeof(QNode));
    if(NewNode == NULL) return 1; // 分配空间失败, 返回1
    NewNode->data = value;
    NewNode->next = NULL;

    if(LQEmpty(q)){
        q->front->next = NewNode;
        q->rear = NewNode;
    }
    else{
        q->rear->next = NewNode;
        q->rear = NewNode;
    }
    q->count++;
    return 0;
}

// 出队
int LQDe(LQueue* q, ELEMTYPE* value){
    if(LQEmpty(q)) return 1; // 队列为空无法出队, 返回1

    // 保存被删除数据, 计数减一
    QNode* deleted = q->front->next;
    *value = deleted->data;
    q->count--;

    // 空队列处理
    if(q->count == 0){
        q->rear = q->front;
    }
    else{
        q->front->next = deleted->next;
    }

    // 释放内存
    free(deleted);
}
```



```

        return 0;
    }

    int LQPeek(LQueue* q, ELEMTYPE* value){
        if(LQEmpty(q)){
            printf("队列为空, 读取失败\n");
            return 1;
        }
        *value = q->front->next->data;
        return 0;
    }

    int main() {
        LQueue* q = InitLQ();

        LQEn(q, 10);
        LQEn(q, 20);
        LQEn(q, 30);

        ELEMTYPE value;
        if (LQPeek(q, &value) == 0) {
            printf("Front element is %d\n", value);
        }

        while (!LQEmpty(q)) {
            if (LQDe(q, &value) == 0) {
                printf("Dequeued element is %d\n", value);
            }
        }

        if (LQEmpty(q)) {
            printf("Queue is empty.\n");
        }

        return 0;
    }

```

队列的顺序表示 顺序队 SqQueue

```

#define MAXSIZE 100

typedef int ELEMTYPE;
typedef struct SqQueue{
    ELEMTYPE data[MAXSIZE];
    int front;
    int rear;
    int count;
}SqQueue;

```

```
SqQueue* SQInit(){
    SqQueue* q = (SqQueue*)malloc(sizeof(SqQueue));
    q->front = 0;
    q->rear = 0;
    q->count = 0;
    return q;
}

int SQEmpty(SqQueue* q){
    return (q->count == 0);
}

int SQFull(SqQueue* q){
    return (q->count == MAXSIZE);
}

int SQEn(SqQueue* q, ELEMTYPE value){
    if (SQFull(q)) return 1;
    q->data[q->rear] = value;
    // 环形缓冲区：当rear大于等于MAXSIZE时，rear会回到0，保证循环充分利用数组空间
    // 如：rear = 98 -> 99 -> 0 -> 1 -> ...
    q->rear = (q->rear + 1) % MAXSIZE;
    q->count++;
    return 0;
}

int SQDe(SqQueue* q, ELEMTYPE* value){
    if (SQEmpty(q)) return 1;
    *value = q->data[q->front];
    // 环形缓冲区
    q->front = (q->front + 1) % MAXSIZE;
    q->count--;
    return 0;
}

int SQPeek(SqQueue* q, ELEMTYPE* value){
    if (SQEmpty(q)) return 1;
    *value = q->data[q->front];
    return 0;
}
```

CPU循环调度模拟

有n个任务按顺序交给cpu，每个任务执行所需时间为 t_i 毫秒

cpu的一个时间片为q毫秒

若第i个任务执行所需时间 t_i 小于q，则等待至当前q结束，然后执行下一个任务

若在一个q之内第i个任务未执行完，则将该任务移至队伍末尾，然后执行下一个任务

如：

```
q=100ms
A(20)-B(210)-C(50)
B(210)-C(50)
C(50)-B(110)
B(110)
B(10)
```

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <time.h>

#define MAXTASK 5
#define TIMEPIECE 100
#define TIMEMIN 10
#define TIMEMAX 150

typedef struct task {
    int id;
    int time;
} task;

typedef struct queue {
    task tasks[MAXTASK];
    int front;
    int rear;
    int count;
} queue;

queue* QInit() {
    queue* q = (queue*)malloc(sizeof(queue));
    for (int i = 0; i < MAXTASK; i++) {
        q->tasks[i].id = '\0';
        q->tasks[i].time = '\0';
    }
    q->front = 0;
    q->rear = 0;
    q->count = 0;
    return q;
}

int QEmpty(queue* q) {
    return (q->count == 0);
}

int QFull(queue* q) {
    return (q->count == MAXTASK);
}

int QEn(queue* q, int id, int time) {
    if (QFull(q)) return 1;
    q->tasks[q->rear].id = id;
```

```
    q->tasks[q->rear].time = time;
    q->rear = (q->rear + 1) % MAXTASK;
    q->count++;
    return 0;
}

int QDe(queue* q) {
    if (QEmpty(q)) return 1;
    q->front = (q->front + 1) % MAXTASK;
    q->count--;
    return 0;
}

int QPeek(queue* q, int* id, int* time) {
    if (QEmpty(q)) return 1;
    *id = q->tasks[q->front].id;
    *time = q->tasks[q->front].time;
    return 0;
}

void QPrint(queue* q) {
    int i = q->front;
    int count = q->count;
    while (count > 0) {
        printf("[id=%d, time=%d]", q->tasks[i].id, q->tasks[i].time);
        i = (i + 1) % MAXTASK;
        count--;
        if (count > 0) {
            printf(" -> ");
            printf("\n");
        }
    }
    printf("\n\n");
}

int RandomTime() { // 随机任务持续时间
    return (rand() % (TIMEMAX - TIMEMIN + 1) + TIMEMIN);
}

int RandomTaskNum() { // 随机任务数量
    return (rand() % (MAXTASK + 1 - 1) + 1); // 范围为[1,5]
}

void compute(queue* q) {
    int id, time;
    while (1) {
        if (q->count <= 0) break;
        id = q->tasks[q->front].id;
        time = q->tasks[q->front].time;
        time -= TIMEPIECE;
        if (time <= 0) {
            // 当前任务完成
            printf("任务id=%d已完成\n", id);
            QDe(q);
        }
    }
}
```

```

        QPrint(q);
    }
    else {
        // 未完成, 更新剩余时间, 移动至队尾
        printf("任务id=%d剩余时间%d\n", id, time);
        QDe(q);
        QEn(q, id, time);
        QPrint(q);
    }
}
printf("所有任务均已完成\n");
}

int main() {
    srand(time(NULL)); // 初始化随机数生成器
    queue* q = QInit();
    int tasknum = RandomTaskNum();
    for (int i = 0; i < tasknum; i++) {
        QEn(q, i, RandomTime());
    }
    printf("随机生成的任务为: \n");
    QPrint(q);
    compute(q);
    return 0;
}

```

示例输出:

```

随机生成的任务为:
[id=0, time=112] ->
[id=1, time=148] ->
[id=2, time=111] ->
[id=3, time=91]

任务id=0剩余时间12
[id=1, time=148] ->
[id=2, time=111] ->
[id=3, time=91] ->
[id=0, time=12]

任务id=1剩余时间48
[id=2, time=111] ->
[id=3, time=91] ->
[id=0, time=12] ->
[id=1, time=48]

任务id=2剩余时间11
[id=3, time=91] ->
[id=0, time=12] ->
[id=1, time=48] ->
[id=2, time=11]

```

```
任务id=3已完成  
[id=0, time=12] ->  
[id=1, time=48] ->  
[id=2, time=11]
```

```
任务id=0已完成  
[id=1, time=48] ->  
[id=2, time=11]
```

```
任务id=1已完成  
[id=2, time=11]
```

```
任务id=2已完成
```

```
所有任务均已完成
```

串（字符串） String

串的实现和表示

顺序存储:

- 静态存储 - 定长顺序存储
- 动态分配 - 堆分配存储

链式存储:

- 动态分配链表节点

定长顺序存储 SString

```
#define MAXSIZE 255  
typedef unsigned char SString[MAXSIZE+1];  
SString s;  
// unsigned char表示无符号字符，只能表示非负整数值，取值范围为[0,255]。常规char类型范围  
// 是[-128,127]。  
// s为一个可容纳256个元素的顺序串，s[0]用于存储串长，共有255+1-1=255个空间可用于存放字符  
// 串尾加结束符'\0'，不计入串长  
// 存入字符串长度超过MAXSIZE的部分会被截断
```

内存越界 缓存区溢出

对以下代码：

```
char str[5];
strcpy(str, "hello");
puts(str);
```

程序预期为str分配五个字符的空间，并存入字符串hello。

实际上，字符串hello末尾会自动添加结束符\0，因此总共需要6个字符的空间。strcpy会将6个字符全部写入内存，但由于仅为str分配了5个字符的空间，第六个字符\0超出了str的空间范围。

调用puts输出str时puts从str的首地址开始输出，直到遇到\0。由于结尾的\0不位于给str分配的内存区域中，其可能被其他数据占用，导致\0被覆盖，从而影响str的调用。

堆分配存储 HString

```
typedef struct HString{
    char *str; // 指向连续存储的物理空间的首地址，按串长分配空间，若空串则ch=NULL
    int length; // 串长度
}HString;
```

```
// 建堆
int StrAssign(HString *s, char *chars){
    // 无效输入
    if (s == NULL) return 1;

    //首先释放t的str占用的空间
    if (s->str) free(s->str);

    //求chars的串长，分配空间+1用于添加NULL
    s->length = strlen(chars);
    if (s->length != 0){
        s->str = (char*)malloc((s->length + 1) * sizeof(char));
        if (s->str == NULL) exit(1);
        strcpy(s->str, chars);
    }
    else{
        // 空串
        s->str = NULL;
    }
    return 0;
}

int StrInsert(HString *s_dest, HString *s_source, int pos){
    // 无效输入处理
    if (s_dest == NULL || s_source == NULL || s_dest->str == NULL || s_source->str
```

```
== NULL || pos < 0 || pos > s_dest->length) {
    return 1;
}

// 分配新空间, 分配空间+1用于添加NULL
int newlength = s_dest->length + s_source->length;
s_dest->str = (char*)realloc(s_dest->str, (newlength + 1)*sizeof(char));
if (s_dest->str == NULL) exit(1);

// 将s_dest中pos后的元素后移s_source->length位
// 从后向前移动防止覆盖
for (int i = s_dest->length; i >= pos; i--) {
    s_dest->str[i + s_source->length] = s_dest->str[i];
}

// 插入新字符串, 添加NULL
for (int i = 0; i < s_source->length; i++) {
    s_dest->str[pos + i] = s_source->str[i];
}
s_dest->str[newLength] = '\0';

// 更新长度
s_dest->length = newLength;

return 0;
}

void StrPrint(HString *s) {
    if (s != NULL && s->str != NULL) {
        printf("%s\n", s->str);
    }
}

int main() {
    // 初始化字符串
    HString dest;
    HString source;

    StrAssign(&dest, "HelloWorld");
    StrAssign(&source, "C");

    printf("原目标字符串: \n");
    StrPrint(&dest);

    printf("源字符串: \n");
    StrPrint(&source);

    // 在"Hello"的后面插入源字符串
    if (StrInsert(&dest, &source, 5) == 0) {
        printf("插入后的字符串: \n");
        printHString(&dest);
    } else {
        printf("插入失败\n");
    }
}
```



```
    return 0;  
}
```

链式存储 LString

块链结构：在一个结点中存储多个数据，数据存储密度为(单个结点中存储的数据数量/单个结点中的元素个数)。

通过提高数据域的占比可以提高结点的存储密度。

块链结构定义：

```
#define BLOCKSIZE 4  
typedef struct blocknode{  
    ELEMTYPE data[BLOCKSIZE];  
    struct blocknode *next;  
}blocknode;  
  
typedef struct LString{  
    blocknode *head; // 头指针  
    blocknode *tail; // 尾指针  
    int count; // 结点数  
}LString;
```

串的模式匹配算法

用于确定主串中所含字串第一次出现的位置。

给定主串s，字串t，位置pos，求t在s中第pos个字符后的位置。

算法类型：

BF算法 **KMP算法**

BF算法

将主串的第pos个字符与字串的第1个字符比较 若相同，则继续逐个比较后续字符

若全部相同，则匹配成功，返回s与t匹配的第一个字符的位置 若不相同，则继续从t的第一个字符匹配

若无匹配的字符串则返回-1

时间复杂度：

设主串长度为m，字串长度为n，则时间复杂度为 $O(n*m)$

KMP算法

使用LPS数组记录模式串（字串）的每个位置之前的字符串的最大前缀和后缀相同的长度，并用LPS数组决定在匹配失败时模式串向右移动的距离。

```
#include <stdio.h>
#include <string.h>

// 构建LPS数组
#include <stdio.h>
#include <string.h>
#include <stdlib.h>

// 构建LPS数组
void BuildLPS(const char* pattern, int length, int* lps) {
    int fixlength = 0; // 最长前后缀长度
    lps[0] = 0; // lps数组的首个元素不使用，初始化为0

    int i = 1; // 从lps的第二个元素开始遍历
    while (i < length) {
        if (pattern[i] == pattern[fixlength]) { // 首尾元素相同
            fixlength++;
            lps[i] = fixlength;
            i++;
        }
        else { // 首尾元素不同
            if (fixlength != 0) { // 之前有部分匹配
                fixlength = lps[fixlength - 1];
                // 将length更新为lps中length-1处的值以检查更短的前缀
            }
            else { // 没有匹配前后缀
                lps[i] = 0;
                i++;
            }
        }
    }
}

int KMP(const char* text, const char* pattern) {
    int len_text = strlen(text);
    int len_pattern = strlen(pattern);

    // 求LPS数组
    int* lps = (int*)malloc(len_pattern * sizeof(int));
    if (lps == NULL) return 1;
    BuildLPS(pattern, len_pattern, lps);
    printf("LPS数组: ");
    for (int i = 0; i < len_pattern; i++) {
        printf("%d ", lps[i]);
    }
    printf("\n");
}
```

```

// 进行串的模式匹配
// 两个索引指向文本串和模式串的起始位置
int index_text = 0, index_pattern = 0;
while (index_text < len_text) { // 遍历整个字符串
    if (pattern[index_pattern] == text[index_text]) { // 若第一个元素匹配成功,
        两个索引就都自增
        index_text++;
        index_pattern++;
    }
    if (index_pattern == len_pattern) { // 当pattern的索引和长度相同时就匹配成功
        printf("第一个相同元素位置: %d\n", index_text - index_pattern + 1);
        free(lps);
        return 0;
    }
    else if (index_text < len_text && pattern[index_pattern] !=
text[index_text]) { // text索引小于长度且索引处字符不匹配
        if (index_pattern != 0) { // pattern索引不为零说明已有部分字符匹配
            数量
            index_pattern = lps[index_pattern - 1]; // 从lps数组中获取跳过字符的
            数量
        }
        else { // pattern索引为零, 无匹配部分
            index_text++; // 仅将text索引+1, 继续向后比较
        }
    }
}

// 没有在循环内return说明匹配失败
printf("匹配失败\n");
free(lps);
return 1;
}

int main() {
    // 设定主串和模式串
    char text[] = "ABABAABABABABAAC";
    char pattern[] = "ABABABAA";

    // 使用kmp算法实现串的模式匹配
    KMP(text, pattern);

    return 0;
}

```

输出:

LPS数组: 0 0 1 2 3 4 5 1
 第一个相同元素位置: 8

数组 Array

二维数组的存储方式

行优先、列优先

对数组：

```
int array[3][3] = {  
    {a11, a12, a13},  
    {a21, a22, a23},  
    {a31, a32, a33}  
};
```

行优先时内存中的排序为：

$[a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{21}, a_{22}, a_{23}, a_{31}, a_{32}, a_{33}]$

列优先时内存中的排序为：

$[a_{11}, a_{21}, a_{31}, a_{12}, a_{22}, a_{32}, a_{13}, a_{23}, a_{33}]$

无论行优先或列优先，只要知道：

首元结点地址
维数、每一维的上下界
每个元素占用空间

就可以求数组中任一元素的地址。

N维数组的顺序存储表示

```
#define MAXDIM 4 //最大维数  
typedef struct Array{  
    ELEMTYPE* base; // 数组元素基址  
    int dim; // 维数  
    int* bound; // 每一维的大小  
    int* constants; //存储用于地址计算的常量，可以快速计算任意元素的地址。在行优先存储方式下，值依次为每一维后续所有维度大小的乘积。  
}Array;  
  
/*  
如对于行优先储存的3*4*5的三维数组，dim=3，bound[3]={3,4,5}  
constants[2]=1  
constants[1]=constants[2]*bound[2]=5  
constants[0]=constants[1]*bound[1]=20  
*/
```

对行储存的n维数组，位于(i1,i2,...,in)处元素的地址为：

$$\text{Address}(i_1, i_2, \dots, i_n) = \text{Base} + \text{ElementSize} \times (\sum_{k=1}^n i_k \cdot \text{constants}[k-1])$$