

算法实现题 5-36 最短加法链问题

★问题描述:

最优求幂问题：给定一个正整数 n 和一个实数 x ，如何用最少的乘法次数计算出 x^n 。

例如，可以用 6 次乘法逐步计算 x^{23} 如下： x ， x^2 ， x^3 ， x^5 ， x^{10} ， x^{20} ， x^{23} 。可以证明计算 x^{23} 最少需要 6 次乘法。计算 x^{23} 的幂序列中各幂次 1, 2, 3, 5, 10, 20, 23 组成了一个关于整数 23 的加法链。在一般情况下，计算 x^n 的幂序列中各幂次组成正整数 n 的一个加法链

$$1 = a_0 < a_1 < a_2 < \cdots < a_r = n$$
$$a_i = a_j + a_k, \quad k \leq j < i, \quad i=1,2,\cdots,r$$

上述最优求幂问题相应于正整数 n 的最短加法链问题，即求 n 的一个加法链使其长度 r 达到最小。正整数 n 的最短加法链长度记为 $l(n)$ 。

★编程任务:

对于给定的正整数 n ，编程计算相应于正整数 n 的最短加法链。

★数据输入:

由文件 input.txt 给出输入数据。第 1 行有 1 个正整数 n 。

★结果输出:

程序运行结束时，将计算出的最短加法链长度 $l(n)$ 和相应的最短加法链输出到文件 output.txt 中。

输入文件示例

input.txt
23

输出文件示例

output.txt
6
1 2 3 5 10 20 23