## 算法实现题 7-7 3SAT 问题

## ★ 问题描述:

SAT 的一个实例是 k 个布尔变量  $x_1$  , …,  $x_k$  的 m 个布尔表达式  $A_1$  , …,  $A_m$  。若存在各布尔变量  $x_i$  (1 $\leq$ i $\leq$ k)的 0,1 赋值,使每个布尔表达式  $A_i$  (1 $\leq$ i $\leq$ m)都取值 1,则称布尔表达式  $A_i$   $A_i$  …  $A_m$  是可满足的。

### ★ 合取范式的可满足性问题 CNF-SAT

如果一个布尔表达式是一些因子和之积,则称之为合取范式,简称 CNF(Conjunctive Normal Form)。这里的因子是变量x或x。例如 $(x_1+x_2)(x_2+x_3)(x_1+x_2+x_3)$ 就是一个合取范式,而 $x_1x_2+x_3$ 就不是合取范式。

### ★ k-SAT

如果一个布尔合取范式的每个乘积项最多是k个因子的析取式,就称之为k元合取范式,简记为k-CNF。一个k-SAT 问题是判定一个k-CNF 是否可满足。特别地,当k=3 时,3-SAT 问题在 NP 完全问题树中具有重要地位。

### ★ MAX-SAT

给定 k 个布尔变量  $x_1$  , …,  $x_k$  的 m 个布尔表达式  $A_1$  , …,  $A_m$  , 求各布尔变量  $x_i$  (1  $\leq$  i  $\leq$  k)的 0,1 赋值,使尽可能多的布尔表达式  $A_i$  取值 1。

# ★ Weighted-MAX-SAT

给定  $\mathbf{k}$  个布尔变量  $x_1$  , … ,  $x_k$  的  $\mathbf{m}$  个布尔表达式  $A_1$  , … ,  $A_m$  , 每个布尔表达式  $A_i$  都有一个权值  $\mathbf{w}_i$  ,求各布尔变量  $x_i$  (1 $\leq$ i $\leq$ k)的 0,1 赋值,使取值 1 的布尔表达式权值之和达到最大。

#### ★ 编程任务:

对于给定的带权 3-CNF,设计一个蒙特卡罗算法,使其权值之和尽可能大。

### ★ 数据输入:

由文件 input.txt 给出输入数据。第一行有 2 个正整数 k 和 m, 分别表示变量数和布尔表达式数。接下来的 m 行中,每行有 5 个整数 w,i,j,k,0,表示相应表达式的权值为 w, 表达式含的变量下标分别为 i,j,k, 行末以 0 结尾。下标为负数时,表示相应的变量为取反变量。

## ★ 结果输出:

将计算出的最大权值输出到文件 output.txt。

#### 输入文件示例

输出文件示例

input.txt

5 3

9 3 1 4 0

9 1 -5 3 0

8 2 -5 1 0

output.txt 26