算法实现题 3-26 直线 k 覆盖问题

★问题描述:

给定一条直线 L 上的 n 个点 $x_1 < \cdots < x_n$,每个点 x_i 都有一个权 $w(i) \geq 0$,以及在该点设置服务机构的费用 $c(i) \geq 0$ 。每个服务机构的覆盖半径为 r。直线 k 覆盖问题要求找出 $V_n = \left\{x_1, x_2, \cdots, x_n\right\}$ 的一个子集 $S \subseteq V_n$, $\left|S\right| \leq k$,在点集 S 处设置服务机构,使总覆盖费用达到最小。

直线 L 上的每个点 x_i 是一个客户。每个点 x_i 到服务机构 S 的距离定义为 $d(i,S) = \min_{y \in S} \left\{ x_i - y \right\} \text{。如果客户 } x_i \text{在 S 的服务覆盖范围内,即 } d(i,S) \leq r \text{,则其服务费用为 } 0, \text{ 否则其服务费用为 } w(i) \text{。服务机构 S 的总覆盖费用为:}$

$$\cos t(S) = \sum_{x_i \in S} c(i) + \sum_{j=1}^{n} w(j) * I(j, S) .$$

其中
$$I(j,S)$$
的定义为: $I(j,S) = \begin{cases} 0 & d(j,S) \le r \\ 1 & d(j,S) > r \end{cases}$

★编程任务:

对于给定直线 L 上的 n 个点 $x_1 < \cdots < x_n$,编程计算在直线 L 上最多设置 k 处服务机构的最小覆盖费用。

★数据输入:

由文件 input.txt 给出输入数据。第 1 行有 3 个正整数 n,k 和 r。n 表示直线 L 上有 n 个点 $x_1 < \cdots < x_n$;k 是服务机构总数的上限;r 是服务机构的覆盖半径。接下来的 n 行中,每行有 3 个整数。第 i+1 行的 3 个整数 x_i, w_i, c_i 分别表示 x_i ,w(i) 和 c(i)。

★结果输出:

将计算的最小覆盖费用输出到文件 output.txt。

19 1 11

输入文件示例	输出文件示例
input.txt	output.txt
9 3 2	12
2 1 12	
3 2 11	
6 3 3	
7 1 11	
9 3 12	
15 1 6	
16 2 11	
18 1 2	