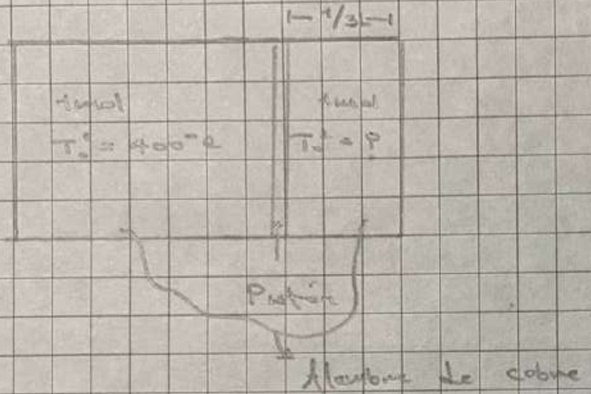
Punto 3. Termodinámica.



$K = 389{,}6$

$A = 0{,}01\,m^2$

$l = 0{,}30\,m$

a) Como se encuentran en equilibrio mecánico $P^1 = P^2$

Por ley de gases ideales $P = \frac{nRT}{V}$, luego

$$P^1 = P^2$$

$$\frac{\cancel{nR}T_0^1}{V^1} = \frac{\cancel{nR}T_0^2}{V^2}, \qquad V = L \cdot A$$

$$\frac{T_0^1}{L^1\cancel{A}} = \frac{T_0^2}{L^2\cancel{A}} \longrightarrow T_0^2 = \frac{L^2 T_0^1}{L^1}, \qquad L^2 = 1/3, \; L^1 = 2/3$$

$$T_0^1 = 400°C$$

$$T_0^2 = 200°C$$

γ^1 γ^2

$$\frac{T_o^1}{L^1 \cancel{A}} = \frac{T_o^2}{L^2 \cancel{A}} \rightarrow T_o^2 = \frac{L^2 T_o^1}{L^1}, \qquad L^2 = 1/3, \quad L^1 = 2/3$$

$$T_o^1 = 400° C$$

$$T_o^2 = 200° C$$

(b) Primera Ley termodinámica

$$\Delta U = \Delta q + W$$

Como no tenemos trabajo, entonces

$$\Delta U = \Delta q$$

Sabiendo que $\dot{q} = -\frac{KA}{L}(T_1 - T_2)$ ← Ley Fourier

Podemos

$$\Delta U = \Delta Q \rightarrow \frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \rightarrow \frac{dU}{dt} = \dot{Q}$$

donde

$$U = n c_v T$$

Finalmente

Para ambas secciones entonces

$$nC_v \frac{dT_1}{dt} = -\frac{KA}{L}(T_1 - T_2)$$ y por la dirección

$$nC_v \frac{dT_2}{dt} = \frac{KA}{L}(T_1 - T_2)$$

que se pueden escribir como

$$T_1' = -C(T_1 - T_2)$$

$$T_2' = C(T_1 - T_2)$$

Con condiciones iniciales

$$T_1' = -C(T_1^\circ - T_2^\circ)$$

$$T_2' = C(T_1 - T_2)$$

(2) $T_1' = -C(T_1 - T_2) \rightarrow (D + C)T_1 - CT_2 = 0$

$T_2' = C(T_1 - T_2) \rightarrow (D + C)T_2 - CT_1 = 0$

$$\begin{pmatrix} (D+C) & -C \\ -C & (D+C) \end{pmatrix} = \lambda \rightarrow \det(\lambda) = 0$$

$$\det(A) = \Delta = (D+C)^2 - C^2$$

$$= D^2 + 2CD + \cancel{C^2} - \cancel{C^2}$$

$$\Delta = D^2 + 2CD$$

Luego

$$\Delta T_1 = 0 \longrightarrow T_1'' + 2CT_1' = 0$$

$$\Delta T_2 = 0 \longrightarrow T_2'' + 2CT_2' = 0$$

Solucionan el sistema.

Donde la ecuación característica

$$r^2 + 2Cr = 0$$

$$r(r+2C) = 0 \longrightarrow r = 0, \quad r = -2C$$

Luego la solución de los sistemas

$$T_1 = C_1 + C_2 e^{-2Ct}$$

$$T_2 = D_1 + D_2 e^{-2Ct}$$

donde por condiciones iniciales

$$-2Ct$$

Donde la ecuación característica

$r^2 + 2cr = 0$

$r(r + 2c) = 0 \longrightarrow r = 0$

$r = -2c$

Luego la solución de los sistemas

$T_1 = C_1 + C_2 e^{-2ct}$

$T_2 = D_1 + D_2 e^{-2ct}$ donde por condiciones iniciales

$T_1 = T_1^\circ - c(T_1^\circ - T_2^\circ) e^{-2ct}$

$T_2 = T_2^\circ + c(T_1^\circ - T_2^\circ) e^{-2ct}$

b) $\lim_{t \to \infty} T_1 = \lim_{t \to \infty} \left(T_1^\circ - c(T_1^\circ - T_2^\circ) e^{-2ct}\right) = T_1^\circ$

lo mismo para T_2, $\lim_{t \to \infty} T_2 = T_2^\circ$