

ÁLGEBRA A-UFMG 2015/2  
TRABALHO PRÁTICO- PARTE 1  
DATA DE ENTREGA: ATÉ 28 DE NOVEMBRO DE 2015

Programe o método de Fermat para achar fatores de um número de Mersenne. O programa deve ter como entrada um primo  $p$  e como saída o menor fator de  $M(p) = 2^p - 1$  ou uma mensagem indicando que  $M(p)$  é primo. O programa vai consistir, basicamente, de uma implementação do algoritmo da exponenciação para calcular  $2^n$  módulo  $q$  onde  $q$  é da forma  $q = r \cdot 2p + 1$ , com  $0 \leq r \leq \frac{(2^{p/2}-1)}{2p}$ . Se a forma reduzida de  $2^p$  módulo  $q$  for 1 então  $q$  é fator de  $M(p)$ ; se nenhum tal  $q$  for encontrado, então  $M(p)$  é primo. Observe que não vale a pena testar se  $q$  é primo antes de verificar se é fator de  $M(p)$ , porque isto só tornaria o programa mais lento. Use este programa para determinar quais os primos  $p$  entre 2 e 257 para os quais  $M(p)$  é primo. (Ex. 9 Capítulo 9 do Livro texto: Número Inteiros e Criptografia RSA)

**Algoritmo da exponenciação:**

**Entrada:** *Inteiros  $a, e$  e  $n$ , onde  $a, n > 0$  e  $e \geq 0$ .*

**Saída:** *a forma reduzida de  $a^e$  módulo  $n$ .*

Etapa 1: Comece com  $A = a$ ,  $P = 1$  e  $E = e$ ;

Etapa 2: Se  $E = 0$  imprime ' $a^e \equiv P \pmod{n}$ '; senão vai para a Etapa 3;

Etapa 3: Se  $E$  for ímpar então atribua a  $P$  o valor do resto da divisão de  $A \cdot P$  por  $n$  e a  $E$  o valor  $\frac{(E-1)}{2}$  e vá para a Etapa 5, senão vai para Etapa 4;

Etapa 4: Se  $E$  for par então atribua a  $E$  o valor  $\frac{E}{2}$  e vá para a Etapa 5;

Etapa 5: Substitua o valor atual de  $A$  pelo resto da divisão de  $A^2$  por  $n$  e vá para a Etapa 2.