

# LMAD - Generowanie obiektów kombinatorycznych

## A Zadania na ćwiczenia

**Zadanie A.1.** Niech  $X$  będzie pewną grupą dziewcząt, które chcą założyć zespół rockowy. W tym celu chcą spotykać się trzy razy w tygodniu na próbach. Każda próba będzie się odbywać w domu jednej z nich.

Napisz dwie funkcje `fun_many` i `fun_single`, których argumentem będzie lista  $X$  imion tych dziewcząt i której wynikiem będzie lista zawierająca wszystkie możliwe konfiguracje planu prób (każdą dokładnie raz). Każdy element tej listy powinien zawierać listę trzech imion, które odpowiadają dziewczętom, w których domach kolejno będą odbywały się próby. Dla pierwszej z tych funkcji zakładamy, że każda z dziewcząt może organizować w swoim domu próby wielokrotnie, a dla drugiej zakładamy, że każda z dziewcząt może zorganizować w swoim domu maksymalnie jedną próbę. Następnie dla zadanej listy  $X$  wypisz ile elementów liczy każda z list zwracanych przez funkcje `fun_many` i `fun_single`.

Sprawdź działanie funkcji `fun_many` i `fun_single` dla następujących list:

- Ania, Basia, Celina,
- Ala, Ola, Pola, Jola, Lola, Tola.

Ile elementów liczą listy zwracane przez funkcje `fun_many` i `fun_single`?

**Zadanie A.2.** W pojemniku znajduje się  $n$  ( $n \geq 4$ ) kul o numerach  $1, 2, \dots, n$ . Bartek losuje kolejno, bez zwracania 4 z nich i zapisuje ich numery na kartce. Napisz program, który wypisze wszystkie możliwe ciągi cyfr, które może otrzymać Bartek w każdym z poniższych czterech przypadków:

- a. pierwsza wylosowana kula ma numer 3,
- b. pierwsza wylosowana kula ma numer parzysty,
- c. pierwsza wylosowana kula ma numer parzysty lub równy 3,
- d. pierwsza wylosowana kula ma numer parzysty lub podzielny przez 3.

Sprawdź działanie programu dla następujących liczb:

- $n = 4$ ,
- $n = 6$ .

Ile ciągów otrzymujemy w każdym przypadku?

**Zadanie A.3.** W pewnej cukierni można kupić  $n$  ( $n \geq 3$ ) różnych rodzajów deserów. Antek kupuje 3 z nich, przy czym rozważać będziemy dwa przypadki:

1. każdy deser jest innego rodzaju,
2. Antek może wybrać ten sam rodzaj deseru wielokrotnie.

Zakładamy, że dwa zestawy deserów są różne, jeśli zawierają inne liczby deserów przynajmniej jednego typu. Ponadto zakładamy, że dysponujemy nieograniczoną liczbą każdego z zestawów. Napisz program, który w obu powyższych podpunktach wyznaczy możliwe konfiguracje kupionych przez Antka deserów i obliczy ich liczbę. Zakładamy, że różne rodzaje deserów możemy ponumerować liczbami od 1 do  $n$ .

Sprawdź działanie programu dla następujących liczb:

- $n = 4$ ,
- $n = 5$ .

Ile konfiguracji otrzymujemy w każdym przypadku?

**Zadanie A.4.** W pewnym biurze pracuje  $n$  ( $n \geq 6$ ) osób. Ich szef przydziela im różne projekty. Załóżmy, że

- a. do wykonania są trzy projekty - jeden dla grupy 3-osobowej, drugi dla grupy 2-osobowej i trzeci dla grupy 1-osobowej i żadna osoba nie może pracować w dwóch różnych projektach,
- b. do wykonania są trzy projekty dla grup 2-osobowych i żadna osoba nie może pracować w dwóch różnych projektach.

W każdym podpunkcie wypisz wszystkie możliwe konfiguracje przydziałów projektów oraz oblicz, ile jest takich przydziałów.

**Zadanie A.5.** Dane jest równanie:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = n$$

dla pewnej liczby naturalnej  $n$  ( $n \geq 3$ ). Napisz program, który wypisuje wszystkie możliwe rozwiązania tego równania (tzn. listy  $[x_1, x_2, x_3, x_4, x_5]$ ) w liczbach całkowitych takie, że:

- $\forall_{i \in \{1, \dots, 5\}} x_i \geq 0$ ,
- $\forall_{i \in \{1, \dots, 4\}} x_i \geq 0$  oraz  $x_5 \geq 3$ ,
- $\forall_{i \in \{1, \dots, 5\}} x_i \geq 1$ ,
- $\forall_{i \in \{1, \dots, 5\}} x_i \geq 0$  oraz  $x_3 < 3$ .

Sprawdź działanie programu dla następujących liczb:

- $n = 5$ ,
- $n = 11$ .

Ile rozwiązań otrzymujemy w każdym przypadku?

## B Zadania na ćwiczenia - jeśli czas pozwoli

**Zadanie B.1.** Dany jest zbiór liter  $Y = \{a, b, c, d\}$ . Napisz program, który wypisuje wszystkie słowa długości 5 (niekoniecznie mające sens), które można utworzyć używając tych liter, jeśli wiemy, że litery mogą się powtarzać oraz:

- litera  $a$  pojawia się dokładnie raz,
- litera  $a$  pojawia się dokładnie dwa razy,
- litera  $a$  pojawia się co najwyżej dwa razy.

Ile słów otrzymujemy w każdym przypadku?

**Zadanie B.2.** Mamy do dyspozycji 3 kule oznaczone literami  $A, B, C$ , które chcemy włożyć do sześciu szufladek ponumerowanych liczbami od 1 do 6, przy czym do każdej szufladki może trafić więcej niż jedna kula. Interesuje nas, ile jest różnych rozmieszczeń tych kul, w których ostatnia szufladka jest niepusta. Aby znaleźć tę liczbę, Bartek zaproponował następujący algorytm, w którym najpierw wypisujemy wszystkie takie rozmieszczenia, a następnie je zliczamy:

- Wybieramy jedną kulę i przypisujemy ją do ostatniej szuflady.
- Dla każdej z pozostałych kul wybieramy szufladę, do której trafi.
- Sprawdzamy, ile rozmieszczeń wypisaliśmy.

Jak sądzisz, czy algorytm zaproponowany przez Bartka w poprawny sposób rozwiąże opisany problem? Ile rozmieszczeń powinniśmy otrzymać? Jeśli algorytm jest poprawny, zaimplementuj go i spróbuj uogólnić do przypadku, gdy wymagamy, aby pierwsza i ostatnia szuflada były niepuste. Jeśli algorytm jest niepoprawny, to zaproponuj inny, który rozwiązuje wskazany problem.

## C Zadania do samodzielnej pracy w domu

**Zadanie C.1.** Napisz program, który wypisuje wszystkie możliwe ciągi cyfr ze zbioru  $\{1, 2, 3, 4\}$  długości 5, jeśli:

- cyfry mogą się powtarzać,
- cyfry nie mogą się powtarzać.

Ile ciągów otrzymujemy w każdym przypadku?

**Zadanie C.2.** W pewnej firmie każdemu produktowi przypisywany jest 4-znakowy kod, składający się z dwóch liter ze zbioru  $\{U, V, W, X, Y, Z\}$  oraz dwóch cyfr ze zbioru  $\{0, 1, 2\}$ . Napisz program, który wypisuje wszystkie możliwe kody produktów, jakie można utworzyć, jeśli znaki mogą się powtarzać i:

- pierwszy znak kodu to 0,
- drugi znak kodu to litera,
- pierwszy znak kodu to cyfra, a drugi znak to litera,

d. pierwszy lub drugi znak kodu to litera.

Ile różnych kodów otrzymujemy w każdym przypadku?

**Zadanie C.3.** Grupa  $n$  znajomych wybiera się do kina. Wszyscy siadają w jednym rzędzie, zaczynając od pierwszego miejsca po lewej. Zakładamy, że zajmują kolejne miejsca (nie zostawiając pustych miejsc między sobą) i że długość rzędu jest większa niż  $n$ . Napisz funkcję, która dla danego  $n$  wypisuje wszystkie możliwe rozmieszczenia grupy znajomych w rzędzie (możesz utożsamić osoby z liczbami od 1 do  $n$ ). Sprawdź, ile różnych rozmieszczeń otrzymamy dla  $n = 4, 5, 6$ .

**Zadanie C.4.** W pudełku znajduje się 8 kart: as, król, dama, walet, dziesiątka, dziewiątka, ósemka i siódemka pik. Maciek wyciąga jednocześnie 4 karty. Napisz program, który wypisuje wszystkie możliwe zbiory kart, jakie może otrzymać w ten sposób.

**Zadanie C.5.** Wypisz wszystkie możliwe rozwiązania równania:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 20$$

takie, że  $\forall_{i \in \{1,2,3\}} (x_i \in \mathbb{Z} \wedge x_i \geq 0)$ . Uwaga! Dane rozwiązanie można zapisać w postaci listy długości 3, której kolejne pozycje odpowiadają wartościom zmiennych  $x_1, x_2, x_3$ .