

ANALISIS TERMICO ALAMBRE DE COBRE AWG 12 CON RECUBRIMIENTO

Díaz Ariza Sergio¹

Estudiante, asociado a la universidad nacional de Colombia sede Medellín
seadiazar@unal.edu.co¹

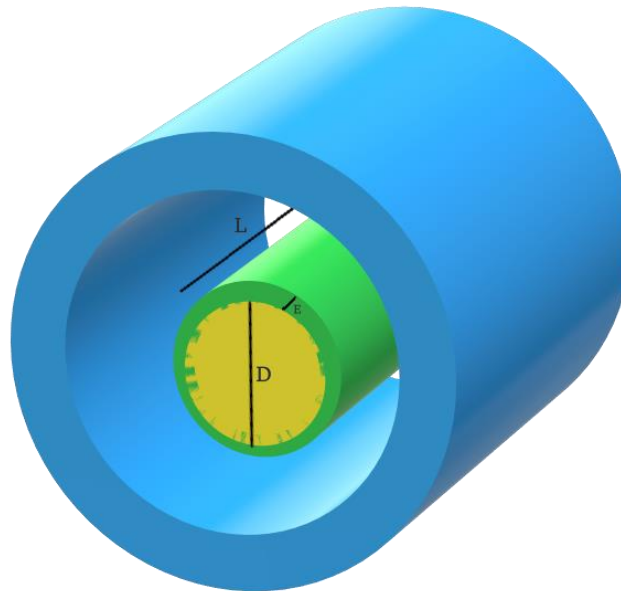
Tabla de Contenido

Planteamiento Estudio de Caso.....	2
Estudio de Caso (Modelo 1).....	3
Representación Gráfica del Sistema.	3
Suposiciones de Trabajo Iniciales.	4
Ecuaciones Generales de Calor.	5
Solución Numérica del Sistema.....	10
Perfiles de Temperatura.	12
Estudio de Caso (Modelo 2).....	17
Representación Gráfica del Sistema.	17
Suposiciones de Trabajo Iniciales.	18
Ecuaciones Generales de Calor.	18
Solución Numérica del Sistema.....	20
Perfiles de Temperatura.	20

Planteamiento Estudio de Caso

Un alambre de cobre de diámetro D y de longitud L , está revestido con un aislamiento eléctrico de PVC de espesor ε . El alambre está en el interior de un tubo de plástico que canaliza los cables de una instalación eléctrica industrial que conduce corriente continua.

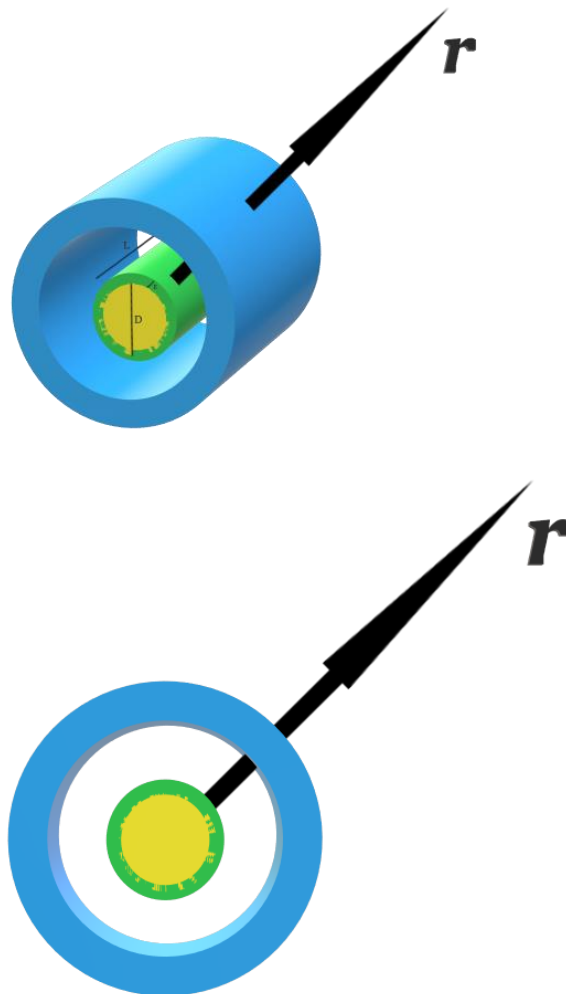
- Obtener una expresión para la distribución de temperatura en el alambre y en el revestimiento.
- Considerando un alambre calibre 12 AWG, de 25 m y con una capa de aislamiento de 0.76 mm de espesor, la cual se comienza a degradar a los 75°C . Calcular el máximo voltaje al cual puede estar sometido el alambre y la corriente eléctrica que circula en esa condición.
- Grafique el perfil de temperatura en el alambre y en el recubrimiento para el voltaje máximo.
- Si el alambre se quedara sin recubrimiento, determine la corriente máxima que puede conducir el alambre.



Estudio de Caso (Modelo 1)

Representación Gráfica del Sistema.

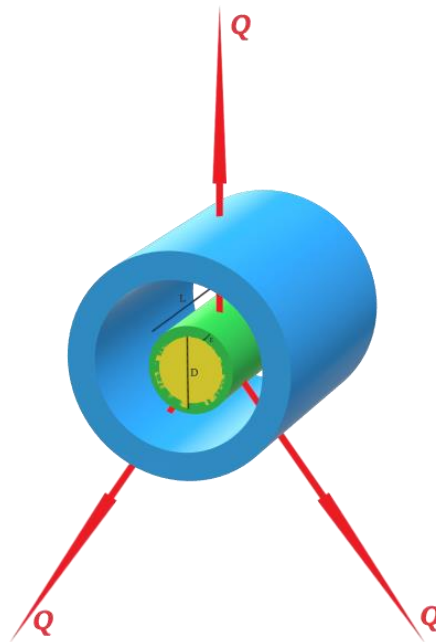
Por lo tanto, planteamos el siguiente sistema unidireccional para describir el proceso de Transferencia de Calor a través del alambre de Cobre 12 AWG y las recubiertas de PVC, primero es necesario establecer unos ejes de trabajo.



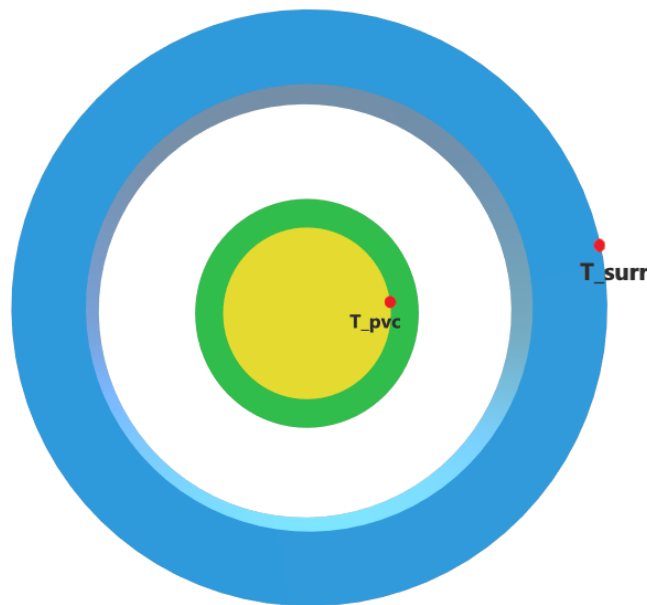
Suposiciones de Trabajo Iniciales

- Se establece Propiedades constates de Operación. ($K [\frac{W}{m \cdot K}]$, $h [\frac{W}{m^2 \cdot K}]$)
- Generación Constante y uniforme de Energía proveniente del alambre de Cobre. ($\dot{e}_{gen} [\frac{W}{m^3}]$)
- Transferencia de Calor Unidireccional en dirección Radial. (r)
- Sistema en estado estacionario, invariante en el tiempo.
- Sistema Alineado Perfectamente, el centro de masa del Alambre de Cobre 12 AWG se encuentra justo sobre el centro de masa de ambos PVC aislantes.
- No hay contacto perfecto entre el Alambre de Cobre 12 AWG y el PVC de recubrimiento (PVC_1).

Nótese: La transferencia de Calor se realiza de la Zona Caliente (Cable de cobre) hacia la Zona Fría, de manera unidireccional en el eje radial y uniformemente en toda la longitud del cable (25 [m]).



Nótese: El sistema esta condicionado a la temperatura del radio interior del PVC_1 siendo esta de $T = 75\text{ }^{\circ}\text{C}$ como máximo y un espesor de este mismo de 0.76 [mm] .



Por tanto, para determinar los perfiles de Temperatura basta con analizar el comportamiento en una dirección radial cual sea y debido a la simetría del sistema el análisis se puede replicar en cualquier dirección.

Ecuaciones Generales de Calor

Primero: Ecuación General de Transferencia de Calor

$$\left(\frac{1}{r}\right)\left(\frac{\partial}{\partial r}\right)\left(Kr\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \left(K\frac{\partial T}{\partial \varphi}\right) + \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right) + \frac{e_{gen}}{\alpha} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

Ahora resolvemos la Ecuación General para cada uno de los sistemas y planteamos las respectivas condiciones Frontera.

Sistema Alambre de Cobre:

Aplicando las condiciones de Trabajo iniciales

$$\left(\frac{\partial}{\partial r}\right)\left(r \frac{\partial T^I}{\partial r}\right) + \frac{e_{gen} \dot{r}}{K_{copper}} = 0$$

Posteriormente Integramos 2 veces para poder determinar el perfil de Temperatura

$$\left(\frac{dT^I}{dr}\right) = \frac{-e_{gen} \dot{r}}{2 * K_{copper}} + \frac{C_1^I}{r}$$

$$T^I(r) = \frac{-e_{gen} \dot{r}^2}{4 * K_{copper}} + C_1^I * \ln(r) + C_2^I$$

Nótese: Actualmente tenemos 2 relaciones y 3 incógnitas ($C_1^I, C_2^I, e_{gen} \dot{r}$), por lo tanto, debemos encontrar una tercera relación que nos permita solucionar el sistema mediante el uso de 3 condiciones frontera o que nos permita expresar una incógnita en términos de otra.

Condición Frontera 1.

En $r = r_{max}$ hacemos uso de la relación de contacto imperfecto entre el alambre de Cobre y el recubrimiento de PVC.

$$\dot{Q} = h_{contact} * A_s * \Delta T$$

Donde:

$h_{contact} \rightarrow$ Conductancia de Contacto Térmico para el Cobre, dicho valor lo hallamos en la literatura más exactamente en Tabla 3-2 [1].

$A_s \rightarrow$ Área aparente de interfaz, es el área de contacto entre el Cobre y el PVC_1 , la cual podemos determinar conociendo el diámetro nominal del conducto de Cobre, Tabla 1 [2]

$\Delta T \rightarrow$ Diferencia de Temperatura efectiva en la frontera.

Nótese: hemos hallado una nueva relación que nos permite determinar el flujo de calor neto para el sistema, pero nos impone una nueva variable ($T_{surface_copper}$), pero a la vez nos permite relacionarla directamente con $\left(\frac{dT^I}{dr}\right)$ mediante la ley de Fourier.

Condición Frontera 2

En $0 < r < r_{max}$ observamos

$$\dot{Q} = -K * A_s * \left(\frac{dT^I}{dr}\right)$$

$$\dot{Q} = \frac{-e_{gen} * r * -K_{copper} * A_s}{2 * K_{copper}} + \frac{C_1^I * -K_{copper} * A_s}{r}$$

Nótese: El sistema posee una generación continua y constante de energía en el estado estacionario, por tanto, no existirán máximos de temperatura amplios a través del alambre. Este hecho nos permite igualar la segunda parte de la expresión a 0 y por tanto el coeficiente $C_1^I = 0$.

De esta manera podemos encontrar

$$\dot{Q} = \frac{-e_{gen} * r * -K_{copper} * A_s}{2 * K_{copper}}$$

Ahora bien, acá podemos determinar todo el sistema si conocemos la diferencia exacta entre las superficies de Cobre y PVC_1 , puesto que este nos permite hallar el ΔT en la ecuación de contacto no perfecto y además nos da un punto de Temperatura para determinar el coeficiente C_2^I .

Nótese: el coeficiente de conductividad Térmica para el cobre se encontró como un promedio en las temperaturas registradas en la literatura [3].

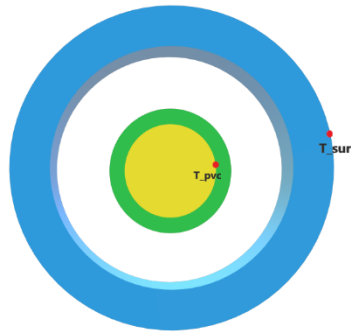
Ahora bien, es labor encontrar en la literatura la diferencia efectiva de Temperaturas entre las superficies o en su defecto un valor de trabajo adecuado o racional sobre ella.

Por tanto, se encuentra en [2] que la normatividad para este tipo de cables #12 AWG deben soportar una Temperatura nominal máxima para operación de emergencia de 90 °C, la cual no debe exceder las 100 horas en 12 meses consecutivos ni más de 500 horas durante la vida útil del cable.

Por ende, se procede inicialmente a trabajar con dicho valor para solucionar el sistema y presentar una diferencia efectiva de a frontera de 15°C y así determinar el perfil de Temperatura. Mas adelante se analizará el sistema con “gaps” de Temperatura mas ajustados a los provocados por cambios en la Tensión eléctrica.

Sistema PVC recubrimiento:

Nótese: Para desarrollar el perfil de Temperatura del recubrimiento de PVC_1 conocemos las 2 condiciones frontera para solucionar el sistema y los 2 valores para solucionarlas se encuentra en el radio interior del PVC_1 .



Condición Frontera 1

En $r = r_{\min_PVC1}$ el calor proveniente del Cable de Cobre es igual al entrante en el PVC_1 , por tanto.

$$\dot{Q} = -K_{PVC1} * A_s * \left(\frac{dT''}{dr} \right)$$

Y es bien sabido y conocido el flujo de calor.

$$\frac{-e_{gen} * r * -K_{copper} * A_s}{2 * K_{copper}} = -K_{PVC1} * A_s * \left(\frac{dT^{II}}{dr} \right)$$

Además, se sabe que solucionando la Ecuación General de Calor en forma radial para el PVC_1 y donde no hay generación y con coeficientes constantes.

$$\left(\frac{dT^{II}}{dr} \right) = \frac{C_1^{II}}{r}$$

$$T^{II}(r) = C_1^{II} * \ln(r) + C_2^{II}$$

Por tanto, acá ya podemos determinar el coeficiente C_1^{II} .

Condición Frontera 1

En $r = r_{\max_PVC1}$ se sabe que el flujo de calor saliente debe ser igual a entrante, por tanto, en dicho punto la cantidad de calor deberá ser la misma.

Usando la Relación por resistencias Térmicas tenemos

$$\dot{Q} = \frac{T^{II}(r_{\min}) - T^{II}(r_{\max})}{R_c}$$

Donde

$$R_c = \frac{L_r}{K_{PVC} * A_s}$$

Acá se debe tener especial atención en la longitud radial L_r y el Área superficial A_s , puesto que esta última es en el radio máximo mientras la longitud radial será la diferencia entre los radios.

Así que acá conocemos $T^{II}(r_{\min}) = 75^\circ\text{C}$ y $T^{II}(r_{\max}) = C_1^{II} * \ln(r_{\max}) + C_2^{II}$

Por tanto, podemos determinar el C_2^{II}

Nótese: los valores para la conductividad térmica fueron extraídos de la literatura. [4]

Resto del sistema:

Ahora bien, acá ya resolvimos el sistema para el Alambre y su recubrimiento, más sin embargo podemos continuar determinando la temperatura del ambiente dentro PVC_2 , donde sabemos

$$\dot{Q} = -K_{PVC1} * A_s * \left(\frac{dT^{II}}{dr} \right) = h_{combinado} * A_s * (T^{II}(r_{max}) - T_{surr})$$

Nótese: El coeficiente de transferencia por convección para aire en convección libre se halla en la literatura. [5] Además el coeficiente de emisividad para el PVC_1 se encontró en [6]

Dicha solución para la Temperatura T_{surr} al igual que para todo el proceso anterior debe ser determinada mediante una herramienta ofimática debido a la dificultad de despejarse manualmente.

Finalmente, para el PVC_2 y recordando que la Transferencia de Calor es constante en el sistema y usando un diámetro externo de ½ pulgada con un espesor dado por la literatura de [7].

Solución Numérica del Sistema

Nótese: Para determinar la corriente máxima y el voltaje que puede circular en el sistema es necesario conocer la resistencia ofrecida por el Alambre de Cobre, para ello en la Tabla 2 [2] encontramos dicho valor por metro de Alambre dado.

Solución Alambre de Cobre con superficie exterior a 90 °C:

```
=====
Power generated for the system wire: 150325.2084742716 [W]
Energy generated for the system wire: 1914.0000000000002 [W/m^3]
Voltage through the system wire: 590.5543867082101 [Vol]
Current Through the system wire: 254.54930461560778 [A]
=====
```

Notemos que estos valores de Amperaje y Voltaje son para el caso extremo donde deben soportar una Temperatura nominal máxima para operación de emergencia de 90 °C, la cual no debe exceder las 100 horas en 12 meses consecutivos ni más de 500 horas durante la vida útil del cable. [2]

Ahora bien la literatura menciona que existen pequeñas fluctuaciones de voltaje en las redes domesticas e industriales [8], dichos cambios repercuten directamente en la Temperatura de en este caso el Alambre de Cobre, por tanto analicemos la situación para diferentes “gaps” de Temperatura.

Solución Alambre de Cobre con superficie exterior a 80 °C:

=====

Power generated for the system wire: 50108.402824757206 [W]

Energy generated for the system wire: 638.0000000000001 [W/m^3]

Voltage through the system wire: 340.9567341370995 [Vol]

Current Through the system wire: 146.9641095418532 [A]

=====

Ahora analicemos en una temperatura cercana a la restricción de los 75 °C:

Solución Alambre de Cobre con superficie exterior a 75.6 °C:

=====

Power generated for the system wire: 6013.008338971093 [W]

Energy generated for the system wire: 76.56000000000292 [W/m^3]

Voltage through the system wire: 118.11087734164427 [Vol]

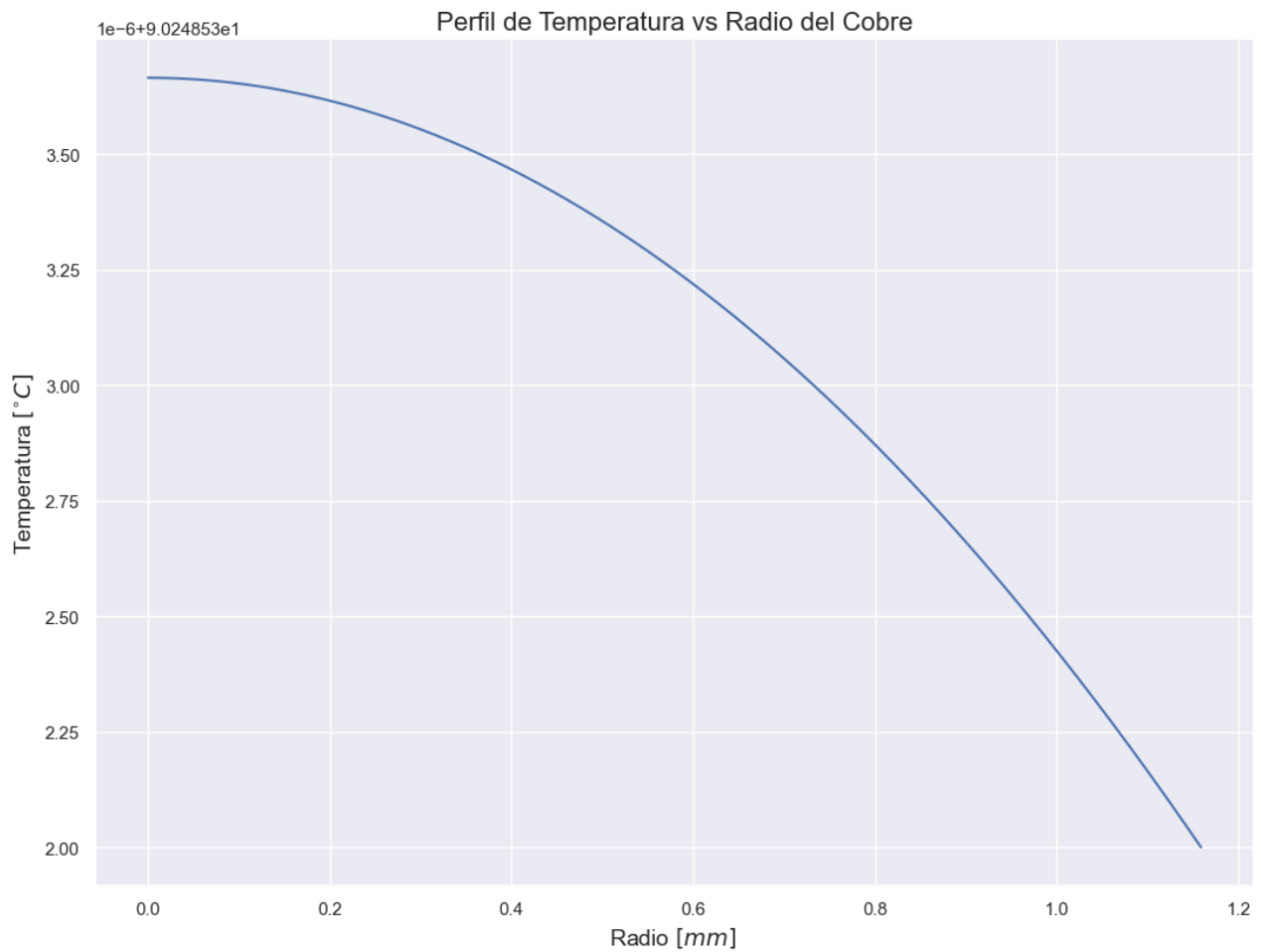
Current Through the system wire: 50.90986092312252 [A]

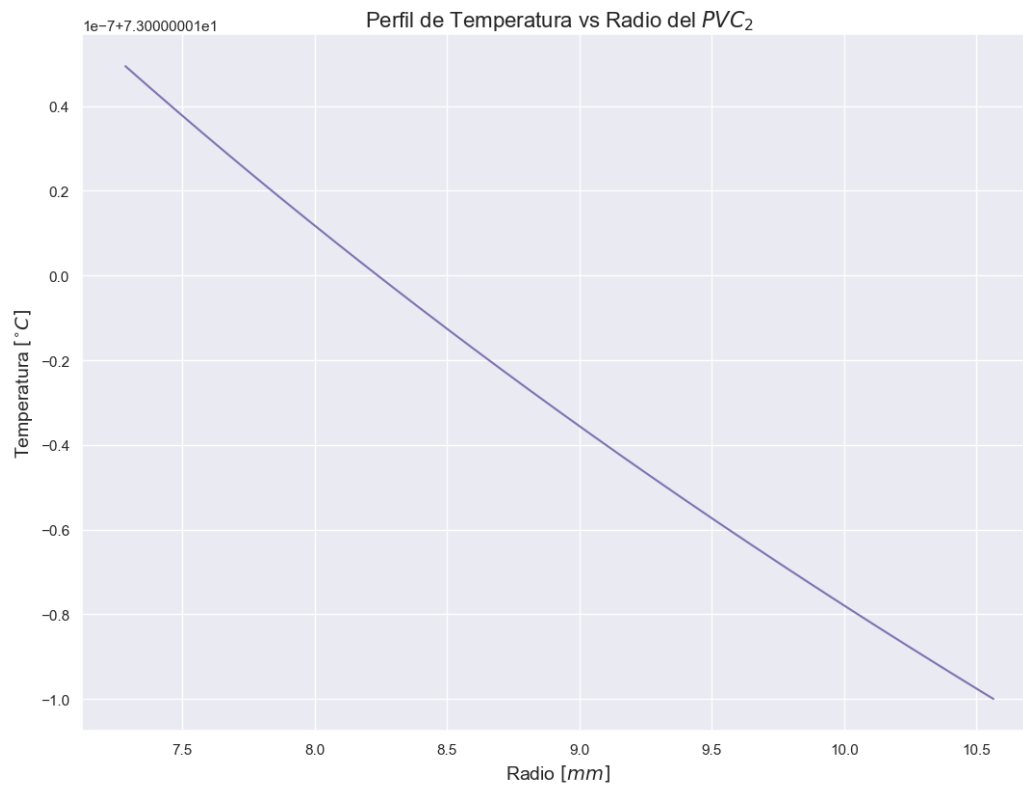
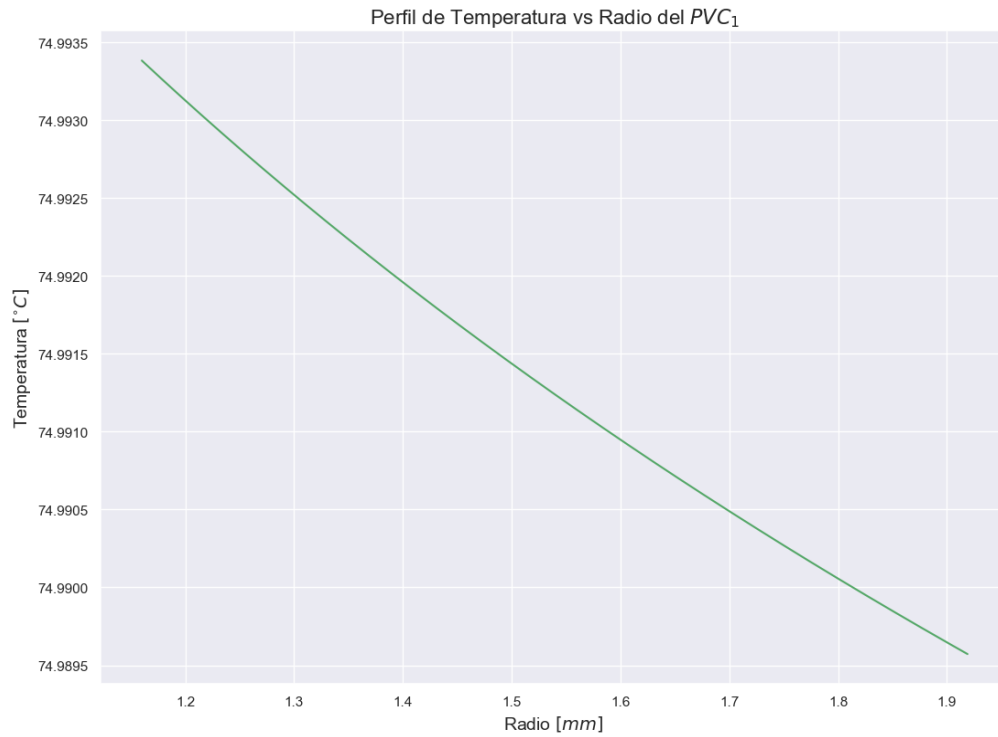
=====

Valores muy cercanos de Voltaje y Corriente trabajados para las redes domesticas e industriales.

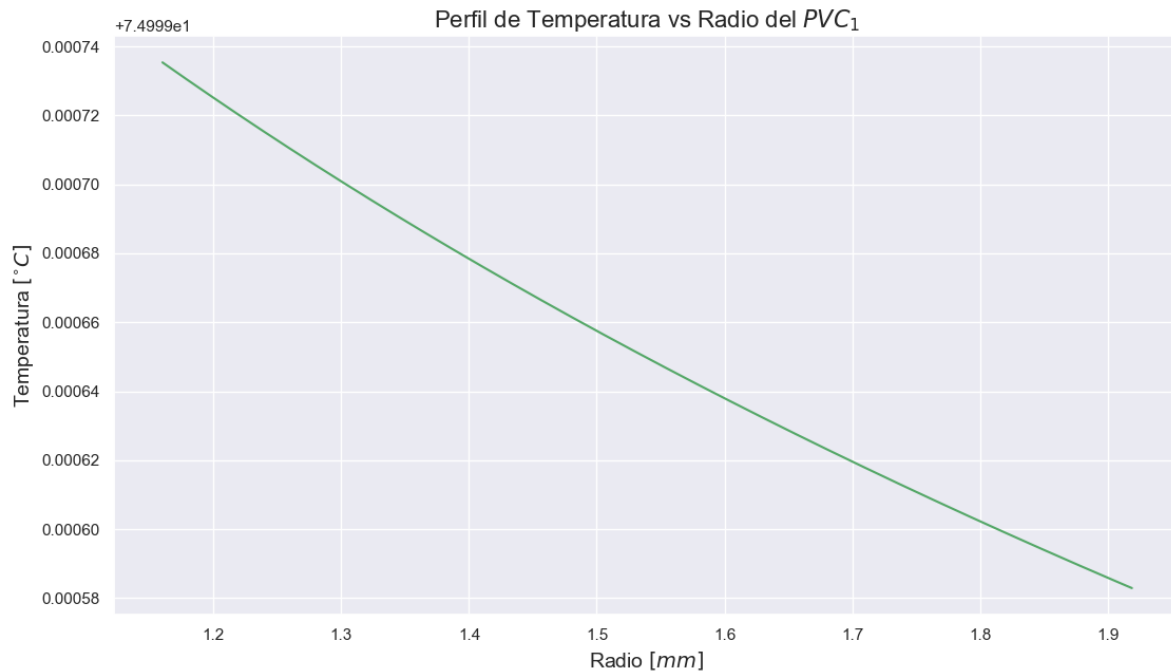
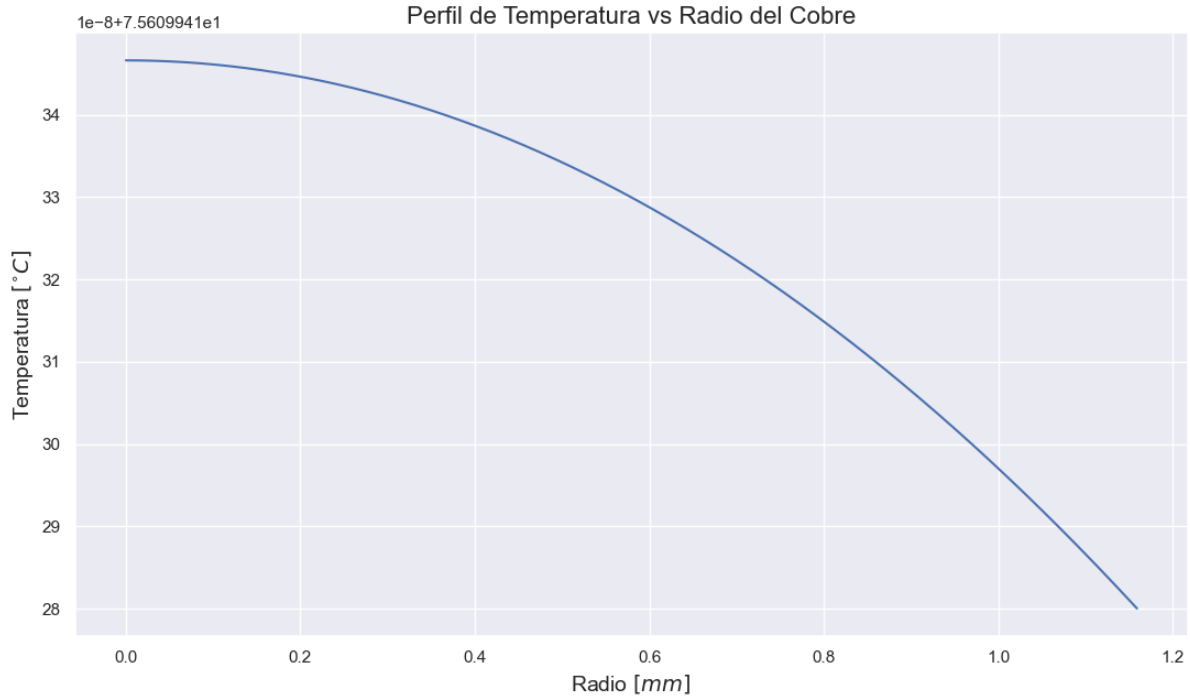
Perfiles de Temperatura

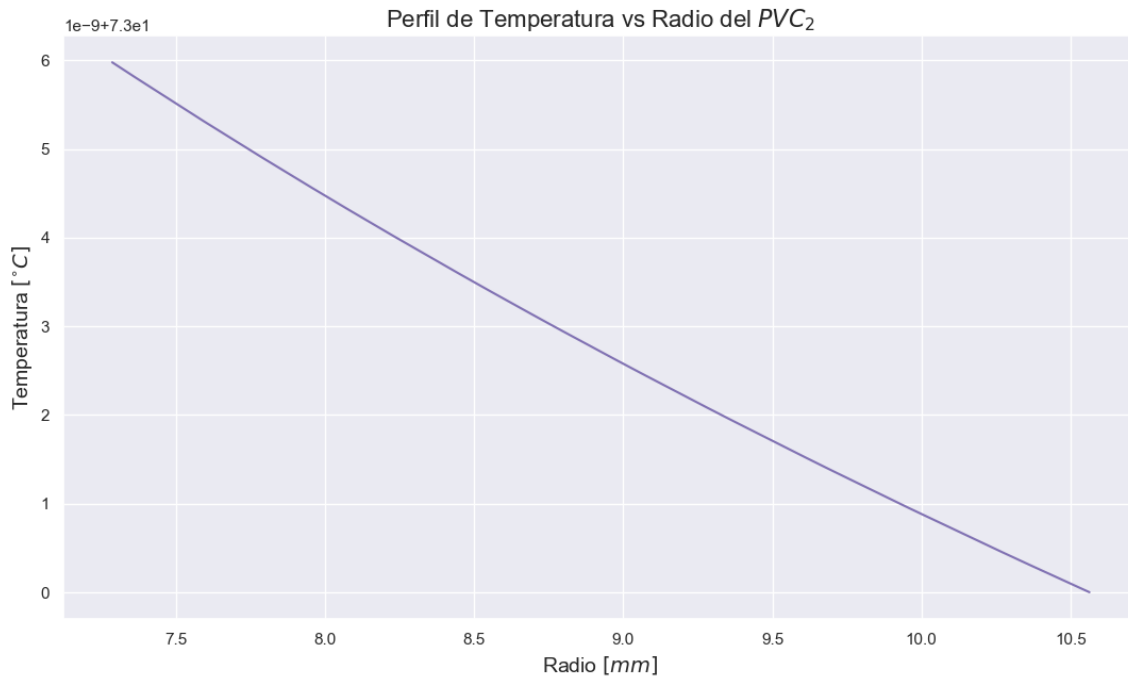
Solución Alambre de Cobre con superficie exterior a 90 c:





Solución Alambre de Cobre con superficie exterior a 75.6 °C:

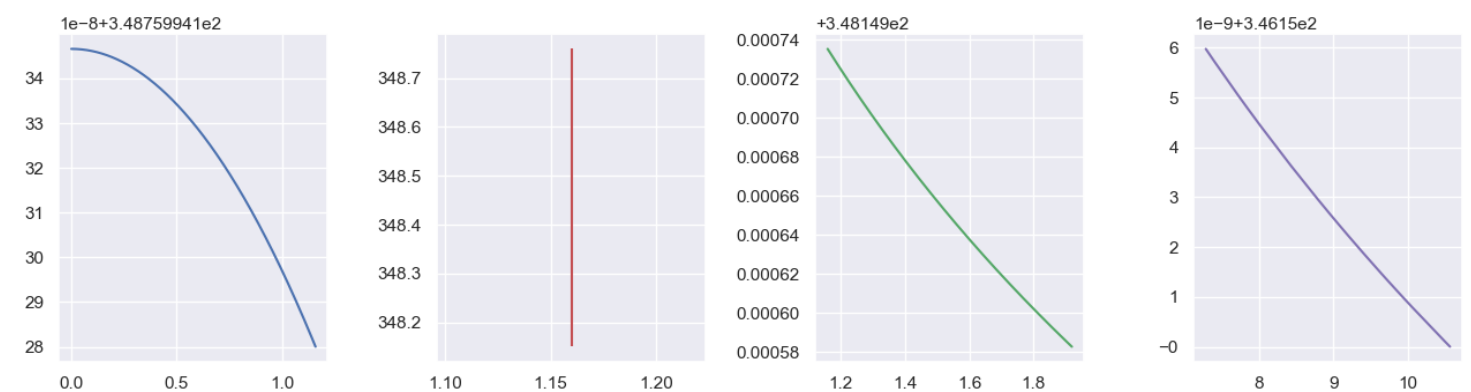
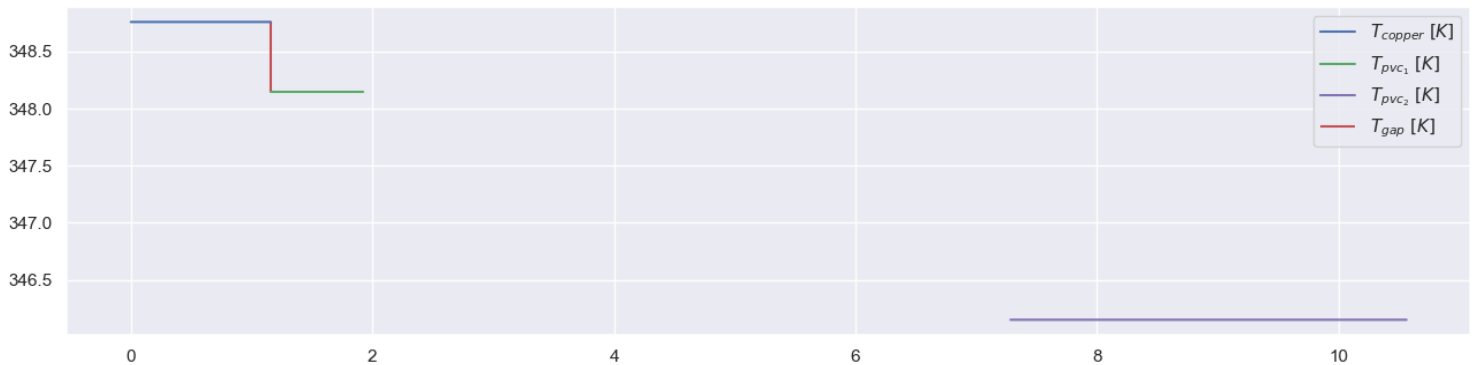
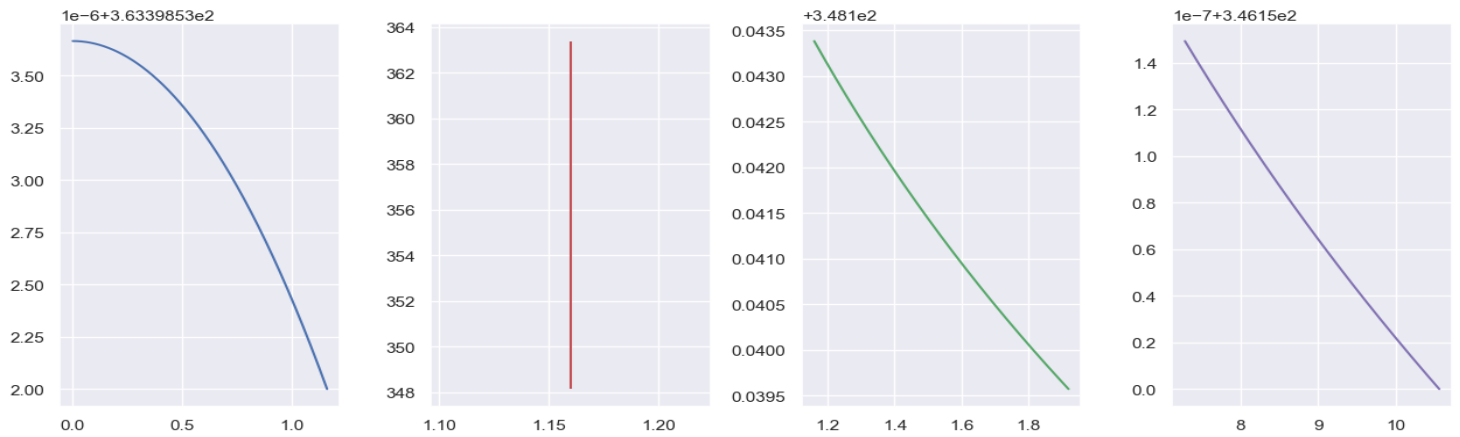
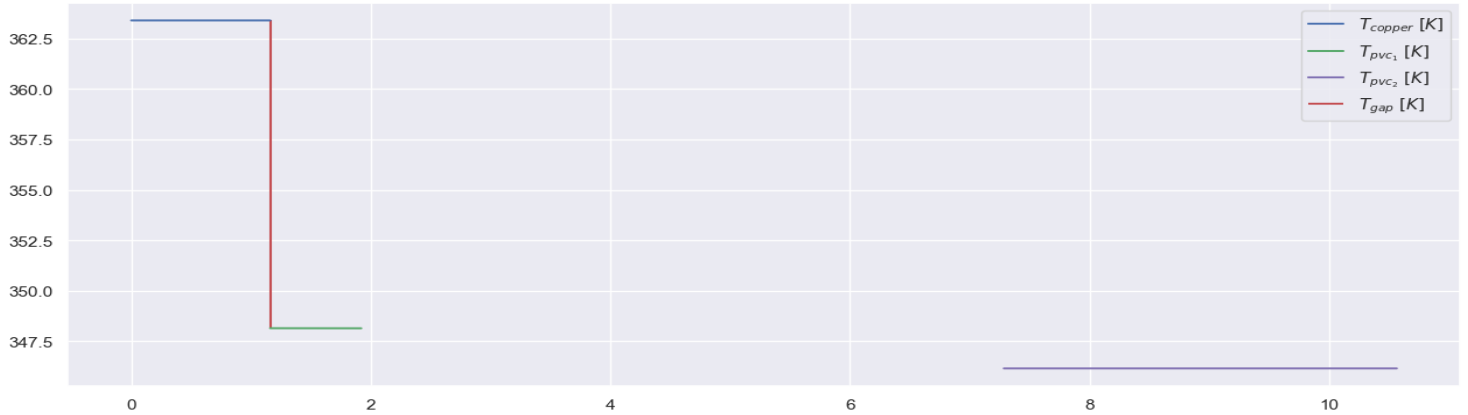




Nótese: en ambos casos los sistemas presentan el mismo comportamiento, variando solamente en la escala de temperaturas que presenta cada sistema.

Ahora veamos una representación general de ambos sistemas $90\text{ }^{\circ}\text{C}$ y $75.6\text{ }^{\circ}\text{C}$ respectivamente, en donde se puede apreciar de mejor manera los “gaps” de temperatura dados por la resistencia de contacto.

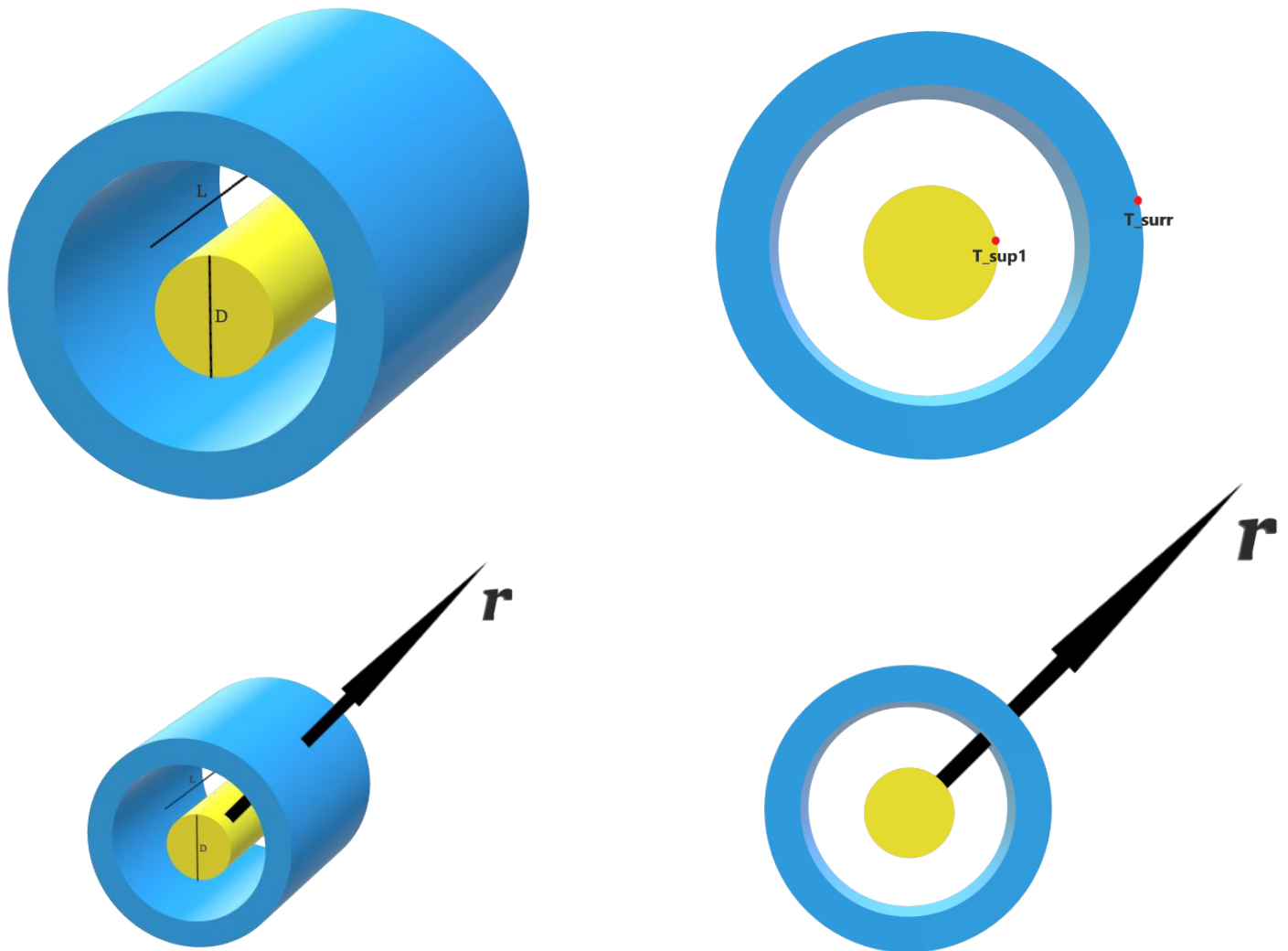
Nota: Las gráficas están representadas en grados Kelvin en la ordenadas y mm en las abscisas.



Estudio de Caso (Modelo 2)

Representación Gráfica del Sistema.

Por lo tanto, planteamos el siguiente sistema unidireccional para describir el proceso de Transferencia de Calor a través del alambre de Cobre 12 AWG y las recubiertas de PVC, primero es necesario establecer unos ejes de trabajo.



Suposiciones de Trabajo Iniciales

- Se establece Propiedades constates de Operación. ($K [\frac{W}{m \cdot K}]$, $h [\frac{W}{m^2 \cdot K}]$)
- Generación Constante y uniforme de Energía proveniente del alambre de Cobre. ($\dot{e}_{gen} [\frac{W}{m^3}]$)
- Transferencia de Calor Unidireccional en dirección Radial. (r)
- Sistema en estado estacionario, invariante en el tiempo.
- Sistema Alineado Perfectamente, el centro de masa del Alambre de Cobre 12 AWG se encuentra justo sobre el centro de masa de PVC aislante.

Ecuaciones Generales de Calor

Primero: Ecuación General de Transferencia de Calor

$$\left(\frac{1}{r}\right) \left(\frac{\partial}{\partial r}\right) \left(Kr \frac{\partial T}{\partial r}\right) + \left(K \frac{\partial T}{\partial \varphi}\right) + \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right) + \frac{\dot{e}_{gen}}{\alpha} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

Ahora resolvemos la Ecuación General para el sistema y planteamos las respectivas condiciones Frontera.

$$\left(\frac{dT^I}{dr}\right) = \frac{-\dot{e}_{gen}r}{2 * K_{copper}} + \frac{C_1^I}{r}$$

$$T^I(r) = \frac{-\dot{e}_{gen}r^2}{4 * K_{copper}} + C_1^I * \ln(r) + C_2^I$$

Nótese: Para la actual situación no poseemos condiciones fronteras inmediatas, solamente el sistema posee una generación continua y constante de energía en el estado estacionario, por tanto, no existirán máximos de temperatura amplios a través del alambre. Este hecho nos permite igualar la segunda parte de la expresión a 0 y por tanto el coeficiente $C_1^I = 0$.

Dándonos una expresión adicional de Trabajo

$$\dot{Q} = \frac{-e_{gen} * r * -K_{copper} * A_s}{2 * K_{copper}}$$

Además, por Análisis de Resistencias Térmicas podemos expresar

$$\dot{Q} = \frac{T^I(r_{max}) - T_{surr}}{R_{comb}}$$

Donde:

T_{surr} → Temperatura en el interior del Tubo de PVC₂

$$R_{comb} = (R_{conv} * R_{rad}) / (R_{conv} + R_{rad})$$

$$R_{conv} = 1 / h_{cov} * A_s$$

$$R_{rad} = 1 / (\varepsilon * \sigma * A_s * (T^I(r_{max}) - T_{surr}) * T^I(r_{max})^2 - T_{surr}^2))$$

Nótese: Podemos juntar todas estas expresiones y dejar una única expresión en términos $(C_1^I, C_2^I, e_{gen}, T_{surr})$, por tanto, mínimamente es necesario buscar una restricción para la T_{surr} , por ello en base a la literatura [9] el PVC posee una Temperatura de fusión a los 217°C, por tanto, se pondrá como restricción $T_{surr} = 490.15$ °C.

Ahora bien, resolver este sistema únicamente se puede por iteración de un “Solver” computacional para determinar cada uno de los valores de las constantes.

Solución Numérica del Sistema

Mediante el uso del Solver, se determinó una temperatura máxima de operación de

$$T_{surface_copper} = 490.1500000889378 \text{ [K]}$$

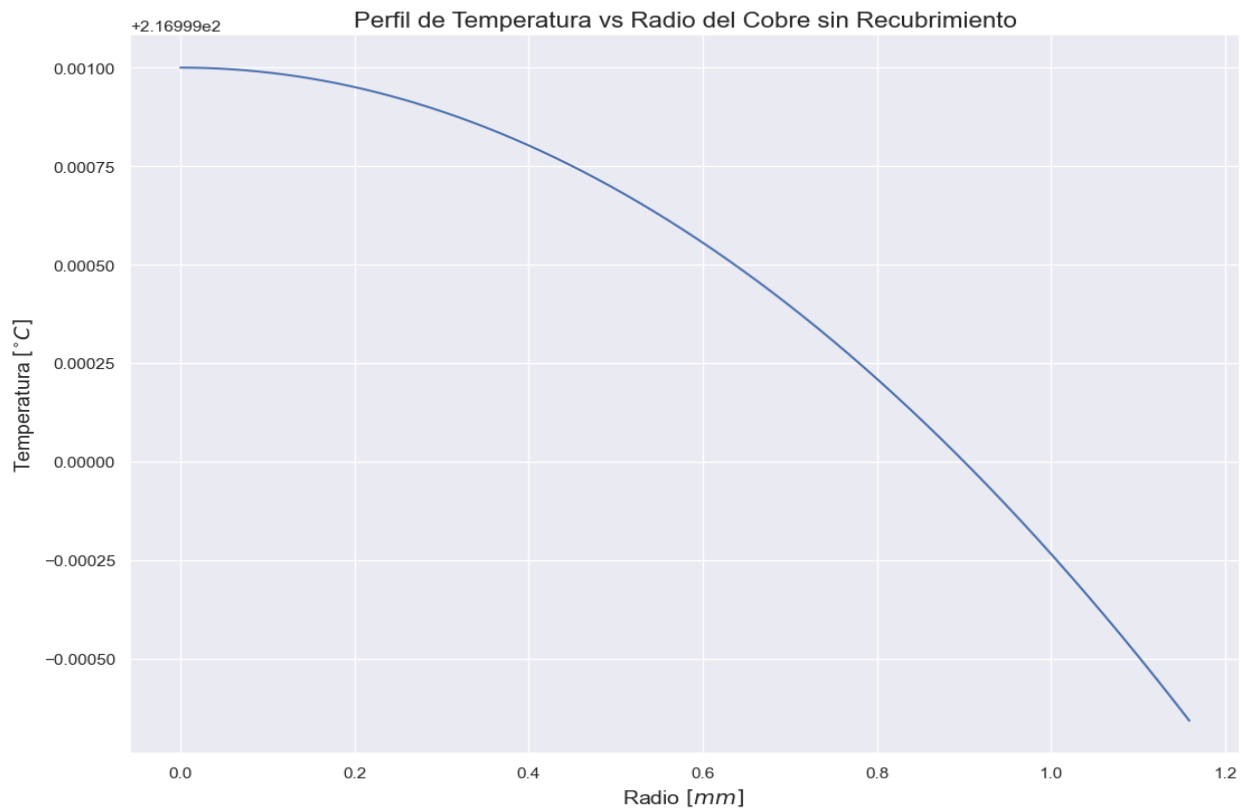
Power generated for the system wire: 149693550.43702674 [W]

Energy generated for the system wire: 1905957.4800823005 [W/m^3]

Voltage through the system wire: 5893.12342492419 [Vol]

Current Through the system wire: 2540.139407294909 [A]

Perfiles de Temperatura



NOTA: Todos los procesos realizados en el presente trabajo se realizaron con la ayuda del Software Python, cuyo código se adjunta [10], y no se anexa al presente debido a la extensión de este.

References

- [1] Y. A. Cengel and A. J. Ghajar, Heat and Mass Transfer, New York: Mc Graw Hill Education, 2015.
- [2] ENEL-CODENSA, "Normas de Materiales para Redes Aéreas-Cable de Cobre y Aluminio Cobre Aislado Baja Tension," Bogotá D.C, 2012.
- [3] Blog-Universidad Tecnológica de Pereira, "Coeficientes de Conduccion Termica," 26 Julio 2010. [Online]. Available: <https://blog.utp.edu.co/docenciaedwin/files/2015/06/coeficientes-de-conduccion-termica.pdf>. [Accessed 01 04 2021].
- [4] Emmanuel B. Ettah, Jerome G. Egbe, Stephen. A. Takim, Uwak P. Akpan and Everest B. Oyom, "Investigation of the Thermal Conductivity of Polyvinyl Chloride (Pvc) Ceiling Material Produced In Epz Calabar, For Application Tropical Climate Zones," *IOSR Journal of Polymer and Textile Engineering (IOSR-JPTE)*, vol. 3, no. 2, pp. 34-38, 2016.
- [5] Philip Kosky, ... George Wise, "Convection Heat Transfer Coefficient," 2021. [Online]. Available: <https://www.sciencedirect.com/topics/engineering/convection-heat-transfer-coefficient>. [Accessed 01 04 2021].
- [6] Г. к. Энерготест, "ЭНЕРГОТЕСТ," 2006-2021. [Online]. Available: <http://www.thermoview.ru/pdf/emis3.pdf>. [Accessed 01 04 2021].
- [7] ICONTEC, "Icontec," *Plasticos Tubos y Curvas de Poli(Cloruro de Vinilo) Rigido (PVC Rigido) para Alojamiento y Protección Conductores Electricos y Cableado Telefonico.*, p. 24, 22 02 2006.
- [8] J. L. A. Islas, Estudio de Fluctuaciones de Tension de una Red Elctrica Industrial por Operacion de Cargas d Gran Tamaño y de las Alternatvas para Controlarlas, San Nicolas de los Garza: Universidad Autonoma de Nuevo Leon, 2001.
- [9] Mitsubishi Engineering-Plastics Corporation, "Mitsubishi Engineering-Plastics Corporation," [Online]. Available: https://www.m-ep.co.jp/en/pdf/product/iupi_nova/physicality_04.pdf. [Accessed 01 04 2021].
- [1] S. A. D. Ariza, "GitHub," [Online]. Available: https://github.com/Daz-Riza-Seriog/Transport_Phenomena/blob/0e3f05b4d5abfb73d38c0c2155daa67d15bb386f/Heat_Transfer/E_C_2_Wire_Cover.py. [Accessed 01 04 2021].