

Mes solutions aux Olympiades de Première

Pierre GALLOIS

April 23, 2023

Contents

1	Amiens 2017 - Exercice 4	5
2	Lyon 2017 - Exercice 2	7

Exercice 1

Le fonctionnement d'un ordinateur

Amiens 2017 - Exercice 4

1.

Action	P_1	P_2	Résultat
Situation initiale	$[a, b, c]$	$[d, e]$	Aucun
Lire P_1	$[a, b, c]$	$[d, e]$	c
Transfert de P_1 vers P_2	$[a, b]$	$[d, e, c]$	Aucun
Dépiler P_1	$[a]$	$[d, e, c]$	Aucun
Empiler la donnée "f" sur P_1	$[a, f]$	$[d, e, c]$	Aucun
Transfert de P_2 vers P_1	$[a, f, c]$	$[d, e]$	Aucun
Lire P_2	$[a, f, c]$	$[d, e]$	e

2. Soit $P_1 = [a, b, c]$

On ne peut pas lire b sans recourir à une autre pile ni perdre des données : Il faut d'abord enlever c soit avec "Transfert de P_1 vers P_2 " soit avec "Dépiler P_1 " avant de "Lire P_1 ", ce qui est à l'encontre des conditions.

3. Dans ce cas, on peut commencer par faire "Transfert de P_1 vers P_2 ", ce qui donne¹ :

$$P_1 = [a, b]$$

$$P_2 = [c]$$

On peut alors "Lire P_1 ", ce qui donne b .

4. Soient $P_1 = [a, b]$, $P_2 = []$, $P_3 = []$

¹Si P_2 est vide

Action	P_1	P_2	P_3
Situation initiale	$[a, b]$	$[]$	$[]$
Transfert de P_1 vers P_3	$[a]$	$[]$	$[b]$
Transfert de P_1 vers P_2	$[]$	$[a]$	$[b]$
Transfert de P_3 vers P_1	$[b]$	$[a]$	$[]$
Transfert de P_2 vers P_1	$[b, a]$	$[]$	$[]$

4.

Action	P_1	P_2	P_3
Situation initiale	$[a, b, c]$	$[]$	$[]$
Transfert de P_1 vers P_3	$[a, b]$	$[]$	$[c]$
Transfert de P_1 vers P_2	$[a]$	$[b]$	$[c]$
Transfert de P_1 vers P_2	$[]$	$[b, a]$	$[c]$
Transfert de P_3 vers P_1	$[c]$	$[b, a]$	$[]$
Transfert de P_2 vers P_3	$[c]$	$[b]$	$[a]$
Transfert de P_2 vers P_1	$[c, b]$	$[]$	$[a]$
Transfert de P_3 vers P_1	$[c, b, a]$	$[]$	$[]$

Exercice 2

Palindromes binaires

Lyon 2017 - Exercice 2

Partie 1

1.

$$\begin{aligned} 135 &= 128 + 4 + 2 + 1 \\ &= 2^7 + 2^2 + 2^1 + 2^0 \\ &= (10000111)_2 \end{aligned}$$

Le nombre 135 se note donc 10000111 dans le système binaire.

2.

$$\begin{aligned} (101011)_2 &= 2^5 + 2^3 + 2^1 + 2^0 \\ &= 32 + 8 + 2 + 1 \\ &= 43 \end{aligned}$$

Donc 101011 en binaire est 43 en décimal.

3.a) Cas $N = 6$:

Le reste de la division euclidienne de N par 2^1 est 0. 0 est donc affiché. Ensuite, on affecte à N $6 \div 2 = 3^2$. On affiche $3 \bmod 2 = 1$ et on affecte à N $3 \div 2 = 1$, puis on affiche $1 \bmod 2 = 0$ et on affecte à N $1 \div 2 = 0$. Comme $N = 0$. Le programme s'arrête.

Les nombres affichés sont donc 0, 1, 1.

Cas $N = 53$:

Les nombres affichés sont 1, 0, 1, 0, 1, 1

b) On sait que $6 = (110)_2$ et $53 = (110101)_2$. On en conclut que le programme affiche les chiffres de N converti en binaire à l'envers.

¹noté par la suite $N \bmod 2$

²Le quotient de la division euclidienne de 6 par 2

4. On note n le nombre de chiffres dans un nombre et p la place d'un chiffre dans un nombre. On a : TODO : Preuve

$$2^n = \left(\sum_{p=1}^n 2^{n-p} \right) + 1$$

Or,

$$\begin{aligned} \underbrace{(111 \dots 1)_2}_{n \text{ fois}} &= 2^{n-1} + 2^{n-2} \dots 2^{n-n} \\ &= \sum_{p=1}^n 2^{n-p} \end{aligned}$$

On a donc bien $\underbrace{(111 \dots 1)_2}_{n \text{ fois}} = 2^n - 1$.

5. On a autant de couleurs possibles sur 24 bits que de nombre que l'on peut créer avec ces 24 bits. Or, on a $2^{24} = 16\,777\,216$ combinaisons différentes. On peut donc créer 16 777 216 couleurs différentes avec ce système.

Partie 2

1. Les années palindromes binaires entre 1 et 129 sont :

$$\begin{aligned}1 &= (1)_2 \\3 &= (11)_2 \\5 &= (101)_2 \\7 &= (111)_2 \\9 &= (1001)_2 \\15 &= (1111)_2 \\17 &= (10001)_2 \\21 &= (10101)_2 \\27 &= (11011)_2 \\31 &= (11111)_2 \\33 &= (100001)_2 \\45 &= (101101)_2 \\51 &= (110011)_2 \\63 &= (111111)_2 \\65 &= (1000001)_2 \\73 &= (1001001)_2 \\85 &= (1010101)_2 \\93 &= (1011101)_2 \\99 &= (1100011)_2 \\107 &= (1101011)_2 \\119 &= (1110111)_2 \\127 &= (1111111)_2 \\129 &= (10000001)_2\end{aligned}$$

2. $2017 = (11111100001)_2$. Ce nombre n'est donc un palindrome binaire, car retourné il vaut 7231

3. La prochaine année palidrome binaire est $2047 = (1111111111)_2$

4. On utilise les résultats du 1.

- Palindromes à 3 chiffres : 2 (101, 111)
- Palindromes à 4 chiffres : 2 (1001, 1111)
- Palindromes à 5 chiffres : 4 (10001, 10101, 11011, 11111)
- Palindromes à 6 chiffres : 4 (100001, 101101, 110011, 111111)

- Palindromes à 7 chiffres : 8 (1000001, 1001001, 1010101, 1011101, 1100011, 1101011, 1110111, 1111111)