Übung 6

Aufgabe 1:

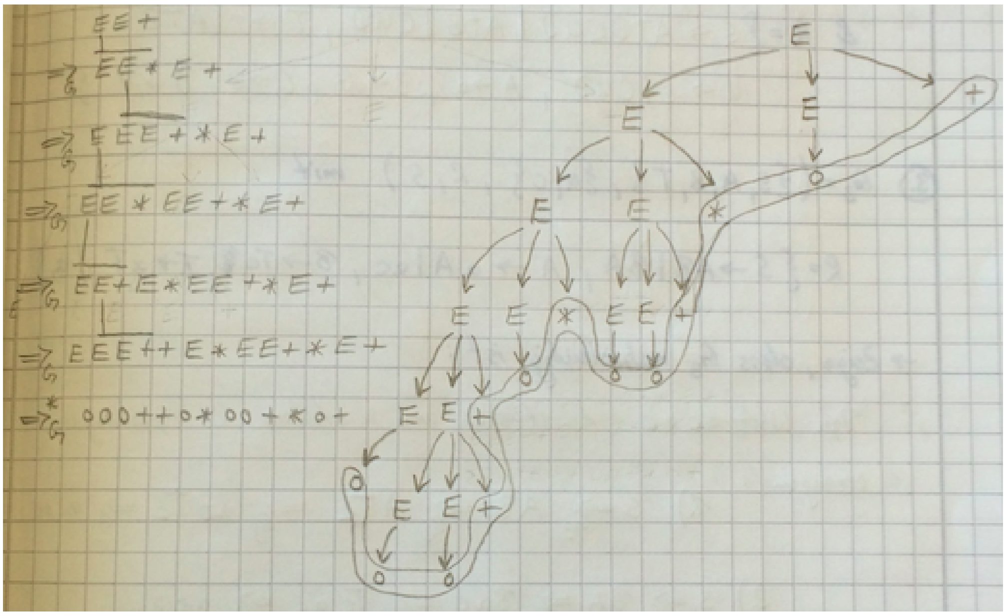
Die kontextfreie Grammatik $G_1 = (V, \Sigma, R, E)$ mit $V = \{E\}, \Sigma = \{o, +, \times\}$ und $R = \{E \to EE+ | EE\times | o\}$ erzeugt arithmetische Ausdrücke in Umgekehrter Polnischer Notation.

(a) **Geben Sie eine Ableitung für das Wort o o o++ an.**

$$E \Rightarrow_{G_1} EE+ \Rightarrow_{G_1} EEE++ \Rightarrow_{G_1} oEE++$$

$$\Rightarrow_{G_1} ooE++ \Rightarrow_{G_1} ooo++$$

(b) **Geben Sie einen Syntaxbaum für das Wort o o o++o∗o o+∗o+ an.**



(c) **Gehört das Wort o o o o o o o+++∗∗ zu L(G1)?**

$E \Rightarrow_{G_1} EE* \xrightarrow{R}_{G_1} EEE** \xrightarrow{R}_{G_1} EEEE+** \xrightarrow{R}_{G_1} EEEEE++**$

$\xrightarrow{R}_{G_1} EEEEEEE+++** \xrightarrow{*}_{G_1} oooooo+++**$

↳ Widerspruch, das Wort hat 7 „o", aber die Grammatik G_1 erzeugt nur 6 „o". $w \notin L(G_1)$

(d) **Ist die Grammatik G1 eindeutig? Begründen Sie ihre Antwort.**

d) Ist G_1 eindeutig?:

nein, für das Wort oo*oo+* gibt es mehr als eine Ableitungsvariante: 1.) $E \Rightarrow_{G_1} EE* \Rightarrow_{G_1} EE*E*$

$EE*$
$EE*E*$
$EE*EE+*$

$EE*$
$EEE+*$
$EE*EE+*$

Aufgabe 2:

Geben Sie eine kontextfreie Grammatik an, die die Sprache $\{a^i b^j c^k d^l$ | $i = j$ und $k = l$} erzeugt.
Geben Sie eine kontextfreie Grammatik an, die die Sprache $\{a^i b^j c^k d^l$ | $i = j$ und $k = l$} erzeugt.

$G = (\{S, A, B\}, \{a, b, c, d\}, \{S -> AB, A -> aAb|\epsilon, B -> cBd|\epsilon\}, S)$

$R = \{S \to ATBCUD|ATB|CUD, T \to \varepsilon|ATB, U \to \varepsilon|CUD,$

$A \to a, B \to b, C \to c, D \to d\}$

Aufgabe 3:

Sei $G_3 = (\{S, A, B, T\}, a, c, R, S)$ **mit** $R = \{S \to AB|BA, A \to aA|ac, B \to Tc, T \to aT|a\}$

Zeigen Sie, dass G_3 mehrdeutig ist.

Das Wort acac lässt sich durch mindestens 2 Ableitungen bilden:

1. $S \Rightarrow_{G_3} AB \Rightarrow_{G_3} ATc \Rightarrow_{G_3} acTc \Rightarrow_{G_3} acac$
2. $S \Rightarrow_{G_3} BA \Rightarrow_{G_3} Bac \Rightarrow_{G_3} Tcac \Rightarrow_{G_3} acac$

- Weg 1:

$S \to_{G3} AB \to_{G3} ATc \to_{G3} AcTc \to_{G3} acac$

- Weg 2:

$S \to_{G3} BA \to_{G3} TcA \to_{G3} Tcac \to_{G3} acac$

Aufgabe 4:

Konstruieren Sie mit dem Verfahren aus der Vorlesung zur Grammatik G4 = ({A, B, S}, {a, b}, R, S) mit R = {S → aaA, A → BAB | B | ε, B → bb | ε} eine äquivalente Grammatik G in Chomsky Normalform.

- Gegeben:
  - $S \to aaA$
  - $A \to BAB|B|\varepsilon$
  - $B \to bb|\varepsilon$
- Elimination von ε-Regeln:
  - $S \to aaA|aa$
  - $A \to BAB|B|BB|BA|AB$
  - $B \to bb|b$
- Elimination von Kettenregeln
  - $S \to aaA|aa$
  - $A \to bbAbb|bb|bbbb|bbA|bA|Ab|bAbb$

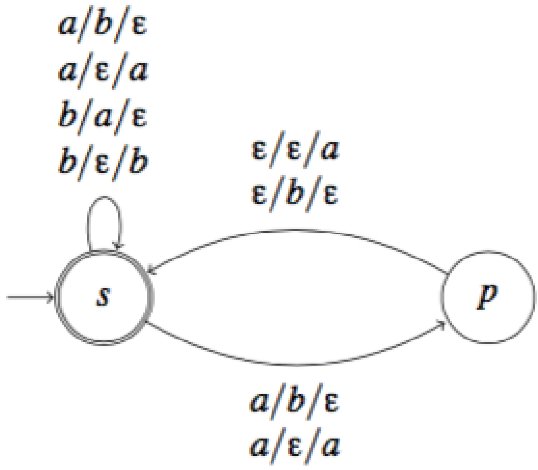
    - $B \to bb|b$
- Elimination nichtisolirter Terminalsymbole
    - $S \to T_aT_aA|T_aT_a$
    - $A \to T_bT_bAT_bT_b|T_bT_b|T_bT_bT_bT_b|T_bT_bA|AT_bT_b|T_bAT_b|b|T_bA|AT_b|T_bAT_bT_b|T_bT_bAT_b|T_bT_bT_b$
    - $B \to T_bT_b|b$
    - $T_a \to a$
    - $T_b \to b$
- Elimination langer rechter Seiten
    - $S \to S_1A|S_1$
    - $A \to S_2T_bT_b|S_3|S_3S_3|S_2|S_4|T_bS_5|b|T_bA|S_5|T_bS_4|S_2T_b|S_3T_b$
    - $B \to S_3|b$
    - $S_1 \to T_aT_a$
    - $S_2 \to T_bT_bA$
    - $S_3 \to T_bT_b$
    - $S_4 \to AT_bT_b$
    - $S_5 \to AT_b$
    - $T_a \to a$
    - $T_b \to b$

Aufgabe 5:

Geben Sie für die Sprache
$\{w \in \{a,b\}^* | w \text{hat ungerade Laenge und das mittlere Symbol ist ein a}\}$ **einen Kellerautomaten an, der die Sprache akzeptiert.**

Aufgabe 6:

Sei M der durch das folgende Diagramm gegebene Kellerautomat.



(a) **Geben Sie eine akzeptierende Berechnung für das Wort baabbabb an.**

| $((s,a,b),(s,\varepsilon))$ | s | baabbabb | ε | | $((s,a,\varepsilon),(s,a))$ | s | aabbabb | b | | $((s,b,a),(s,\varepsilon))$ | p | abbabb | a | | $((s,b,\varepsilon),(s,b))$ | p | abbabb | a | | $((s,a,b),(p,\varepsilon))$ | p | babb | aa | | $((s,a,\varepsilon),(p,a))$ | s | babb | aaa | | $((p,\varepsilon,\varepsilon),(s,a))$ | s | abb | aa | | $((p,\varepsilon,b),(s,\varepsilon))$ | s | bb | baa | | | | s | b | aa | | | | s | ε | a |

Aufgabe 6:

Sei M der durch das folgende Diagramm gegebene Kellerautomat. a/b/ε a/ε/a b/a/ε b/ε/b ε/b/ε sp a/b/ε a/ε/a

(a) **Geben Sie eine akzeptierende Berechnung für das Wort baabbabb an.**

(b) **Welches ist die von M akzeptierte Sprache L(M)?**

ungerade Anzahl an as und bs