Übung 6

Aufgabe 1:

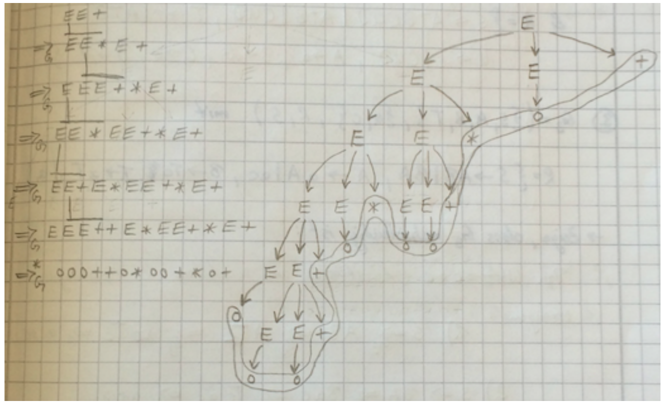
Die kontextfreie Grammatik $G_1 = (V, \Sigma, R, E)$ mit $V = \{E\}$, $\Sigma = \{o, +, \times\}$ und $R = \{E \to EE + | EE \times | o\}$ erzeugt arithmetische Ausdrücke in Umgekehrter Polnischer Notation.

(a) **Geben Sie eine Ableitung für das Wort o o o++ an.**

$E \Rightarrow_{G_1} EE + \Rightarrow_{G_1} EEE++ \Rightarrow_{G_1} oEE++$

$\Rightarrow_{G_1} ooE++ \Rightarrow_{G_1} ooo++$

(b) **Geben Sie einen Syntaxbaum für das Wort o o o++o∗o o++∗o+ an.**



(c) **Gehört das Wort o o o o o o o+++∗∗ zu L(G1)?**

$E \Rightarrow_{G_1} EE* \overset{R}{\Rightarrow}_{G_1} EEE** \overset{R}{\Rightarrow}_{G_1} EEEE+** \overset{R}{\Rightarrow}_{G_1} EEEEE++**$
$\overset{R}{\Rightarrow}_{G_1} EEEEEE+++** \overset{*}{\Rightarrow}_{G_1} oooooo+++**$

↳ Widerspruch, das Wort hat „7 o", aber die Grammatik G_1 erzeugt nur „6 o". $w \notin L(G_1)$

(d) **Ist die Grammatik G1 eindeutig? Begründen Sie ihre Antwort.**

d) Ist G_1 eindeutig?:

nein, für das Wort oo∗oo+∗ gibt es mehr als eine Ableitungsvariante: 1.) $E \Rightarrow_{G_1} EE* \Rightarrow_{G_1} EE*E*$

EE∗ / EE∗E∗ / EE∗EE+∗   EE∗ / EEE+∗ / EE∗EE+∗

Aufgabe 2:

Geben Sie eine kontextfreie Grammatik an, die die Sprache $\{a^i b^j c^k d^l \mid i = j$ und $k = l\}$ erzeugt.

Geben Sie eine kontextfreie Grammatik an, die die Sprache $\{a^i b^j c^k d^l \mid i = j$ und $k = l\}$ erzeugt.

$G = (\{S, A, B\}, \{a, b, c, d\}, \{S -> AB, A -> aAb|\epsilon, B -> cBd|\epsilon\}, S)$

$R = \{S \to ATBCUD|ATB|CUD, T \to \varepsilon|ATB, U \to \varepsilon|CUD,$

$A \to a, B \to b, C \to c, D \to d\}$

Aufgabe 3:

Sei $G_3 = (\{S, A, B, T\}, a, c, R, S)$ mit $R = \{S \to AB|BA, A \to aA|ac, B \to Tc, T \to aT|a\}$

Zeigen Sie, dass G_3 mehrdeutig ist.

Das Wort acac lässt sich durch mindestens 2 Ableitungen bilden:

1. $S \Rightarrow_{G_3} AB \Rightarrow_{G_3} ATc \Rightarrow_{G_3} acTc \Rightarrow_{G_3} acac$
2. $S \Rightarrow_{G_3} BA \Rightarrow_{G_3} Bac \Rightarrow_{G_3} Tcac \Rightarrow_{G_3} acac$
3. $S \Rightarrow_{G3} BA \Rightarrow_{G3} TcA \Rightarrow_{G3} Tcac \Rightarrow_{G3} acac$

Aufgabe 4:

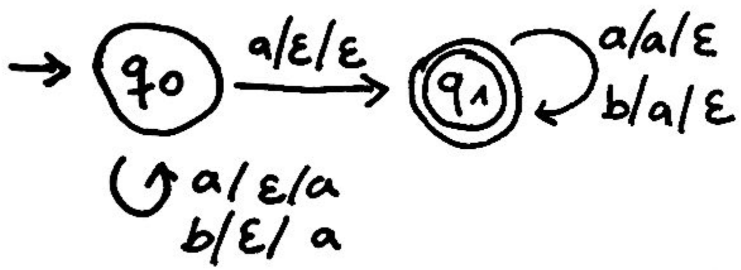
Konstruieren Sie mit dem Verfahren aus der Vorlesung zur Grammatik G4 = ({A, B, S}, {a, b}, R, S) mit R = {S → aaA, A → BAB | B | ε, B → bb | ε} eine äquivalente Grammatik G in Chomsky Normalform.

- Gegeben:
  - $S \to aaA$
  - $A \to BAB|B|\varepsilon$
  - $B \to bb|\varepsilon$
- Elimination von ε-Regeln:
  - $S \to aaA|aa$
  - $A \to BAB|B|BB|BA|AB$
  - $B \to bb|b$
- Elimination von Kettenregeln
  - $S \to aaA|aa$
  - $A \to bbAbb|bb|bbbb|bbA|bA|Ab|bAbb$
  - $B \to bb|b$
- Elimination nichtisolirter Terminalsymbole
  - $S \to T_aT_aA|T_aT_a$
  - $A \to T_bT_bAT_bT_b|T_bT_b|T_bT_bT_bT_b|T_bT_bA|AT_bT_b|T_bAT_b|b|T_bA|AT_b|T_bAT_bT_b|T_bT_bAT_b|T_bT_bT_b$
  - $B \to T_bT_b|b$
  - $T_a \to a$
  - $T_b \to b$
- Elimination langer rechter Seiten

- $S \rightarrow S_1A|S_1$
- $A \rightarrow S_2T_bT_b|S_3|S_3S_3|S_2|S_4|T_bS_5|b|T_bA|S_5|T_bS_4|S_2T_b|S_3T_b$
- $B \rightarrow S_3|b$
- $S_1 \rightarrow T_aT_a$
- $S_2 \rightarrow T_bT_bA$
- $S_3 \rightarrow T_bT_b$
- $S_4 \rightarrow AT_bT_b$
- $S_5 \rightarrow AT_b$
- $T_a \rightarrow a$
- $T_b \rightarrow b$

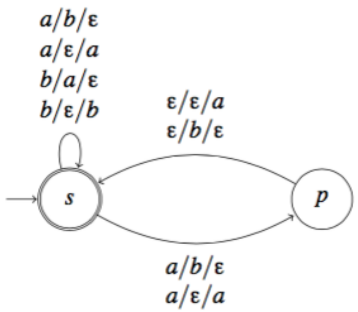
Aufgabe 5:

Geben Sie für die Sprache
$\{w \in \{a,b\}^* | w \text{hat ungerade Laenge und das mittlere Symbol ist ein a}\}$ **einen Kellerautomaten an, der die Sprache akzeptiert.**



Aufgabe 6:

Sei M der durch das folgende Diagramm gegebene Kellerautomat.



(a) **Geben Sie eine akzeptierende Berechnung für das Wort baabbabb an.**

	Zustand	Input	Keller
$((s,a,b),(s,\varepsilon))$	s	baabbabb	ε
$((s,a,\varepsilon),(s,a))$	s	aabbabb	b
$((s,b,a),(s,\varepsilon))$	p	abbabb	ε
$((s,b,\varepsilon),(s,b))$	p	abbabb	a
$((s,a,b),(p,\varepsilon))$	p	babb	aa
$((s,a,\varepsilon),(p,a))$	s	babb	aaa
$((p,\varepsilon,\varepsilon),(s,a))$	s	abb	aa
$((p,\varepsilon,b),(s,\varepsilon))$	s	bb	baa
	s	b	aa
	s	ε	a

(b) **Welches ist die von M akzeptierte Sprache L(M)?**

ungerade Anzahl von as & bs