

# Übung 3

## Aufgabe 1:

Beweisen oder widerlegen Sie folgende Behauptung über Sprachen:

$$\forall L_1, L_2, L_3 : L_1(L_2 - L_3) = L_1L_2 - L_1L_3$$

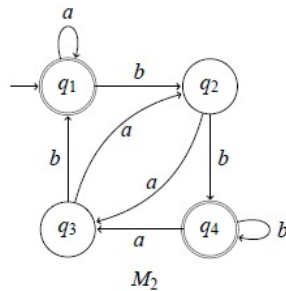
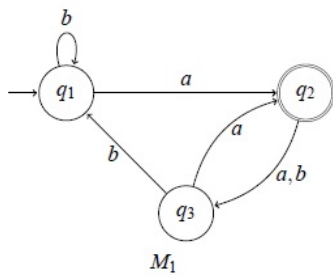
Gegenbeispiel:  $L_1 = \{b, bb\}; L_2 = \{a, ba\}; L_3 = \{a\}$

$$\{b, bb\}\{ba\} \neq \{ba, bba, bbba\} - \{ba, bba\}$$

$$\{bba, bbba\} \neq \{bbba\}$$

## Aufgabe 2:

Gegeben seien die folgenden Zustandsübergangsdiagramme endlicher Automaten M1 und M2:



Geben Sie formale Beschreibungen der Automaten M1 und M2 an. Beantworten Sie die folgenden Fragen für jeden der beiden Automaten:

- $M$  - Automat
- $K$  - Menge der Zustände
- $F$  - Menge Endzustände ( $F \subseteq K$ )
- $\Sigma$  - Alphabet (nicht leere, englische Menge von Zeichen)
- $L$  - Sprache (Menge der Wörter)
- $\delta$  - Überföhrungsfunktion
- $s$  - Startzustand ( $s \in K$ )
- $\vdash$  "überföhrt"

$$\text{allg.: } M = (K, \Sigma, \delta, s, F)$$

$$M_1 = \{K_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1\}$$

$$K_1 = \{q_1, q_2, q_3\}$$

$$F_1 = \{q_2\}$$

$$\Sigma = \{a, b\}$$

Überföhrungsfunktion  $\delta_1$

$\delta_1$		a	b
$q_1$		$q_2$	$q_1$
$q_2$		$q_3$	$q_3$
$q_3$		$q_2$	$q_1$

$$M_2 = \{K_2, \Sigma, \delta_2, s, F_2\}$$

$$K_2 = \{q_1, q_2, q_3, q_4\}$$

$$s = q_1$$

$$F_2 = \{q_1, q_4\}$$

$$\Sigma = \{a, b\}$$

Überföhrungsfunktion  $\delta_2$

$\delta_2$		a	b
$q_1$		$q_1$	$q_2$
$q_2$		$q_3$	$q_4$
$q_3$		$q_2$	$q_1$
$q_4$		$q_3$	$q_4$

- a) Was ist die Folge der Zustände, die bei Eingabe aabb erreicht werden?

$$M_1 : (q_1, aabb) \vdash_{M_1} (q_2, abb) \vdash_{M_1} (q_3, bb) \vdash_{M_1} (q_1, b) \vdash_{M_1} (q_1, \epsilon)$$

$\rightarrow$  nicht akzeptiert, da  $q_1 \notin F$

$$M_2 : (q_1, aabb) \vdash_{M_2} (q_1, abb) \vdash_{M_2} (q_1, bb) \vdash_{M_2} (q_2, b) \vdash_{M_2} (q_4, \epsilon)$$

$\rightarrow$  akzeptiert, da  $q_4 \in F_2$

- b) Wird das Wort aabb akzeptiert?

$$M_1 : \text{Nein, } q_1 \notin F$$

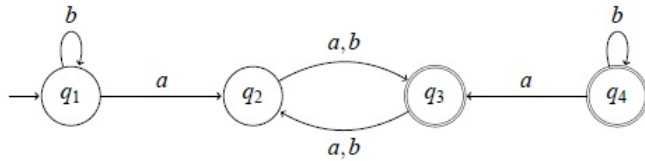
$$M_2 : \text{Ja, } q_4 \in F$$

- c) Wird das leere Wort  $\epsilon$  akzeptiert?

Nur bei  $M_2$  da Startzustand  $q_1$  auch Endzustand

### Aufgabe 3:

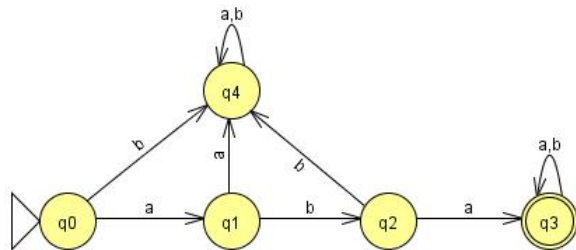
Sei  $M$  durch folgendes Zustandsübergangsdiagramm gegeben. Was ist  $L(M)$ ? Beweisen Sie ihre Antwort!



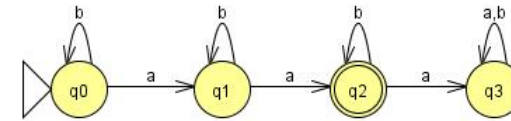
### Aufgabe 4:

Geben Sie deterministische endliche Automaten an, die die folgenden Sprachen akzeptieren:

- a)  $\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ beginnt mit } aba\}$



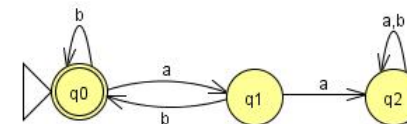
- b)  $\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ enthaelt genau 2 a}\}$



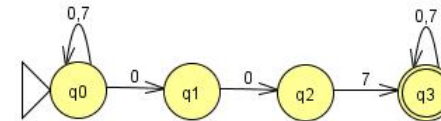
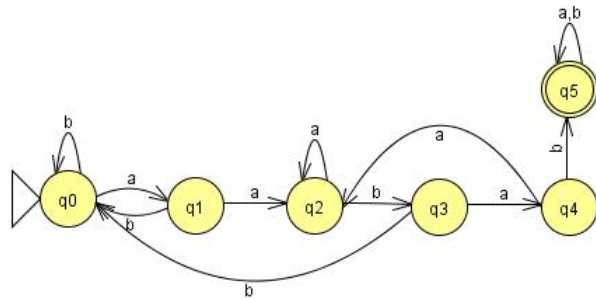
### Aufgabe 5:

Geben Sie deterministische endliche Automaten an, die die folgenden Sprachen akzeptieren:

- a)  $\{w \in \{a, b\}^* \mid \text{in } w \text{ folgt auf jedes a unmittelbar ein b}\}$



- b)  $\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ enthaelt das Teilwort aabab}\}$

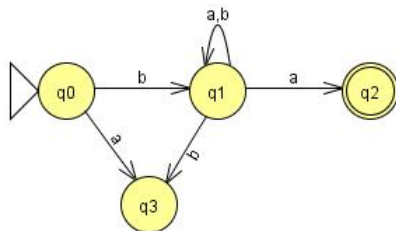


## Aufgabe 6:

Geben Sie jeweils (nichtdeterministische) endliche Automaten an, die die folgenden Sprachen akzeptieren:

Unterschied zur deterministischen Automaten: Statt  $\delta$  Überföhrungsfunktion ist's eine Überföhrungsrelation.

- a)  $\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ beginnt mit } b \text{ und endet mit } a\}$

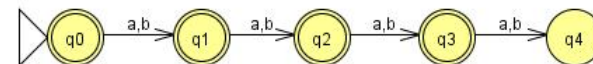


- b)  $\{w \in \{0, 7\}^* \mid w \text{ enthaelt das Teilwort } 007\}$

## Aufgabe 7:

Geben Sie jeweils (nichtdeterministische) endliche Automaten an, die die folgenden Sprachen akzeptieren:

- a)  $\{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \leq 3\}$



- b)  $\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ an jeder ungeraden Position in } w \text{ steht ein } b\}$

