Übung 7

Aufgabe 1:

Sei $\Sigma = \{0, 1, \#\}$. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik an, die die Sprache

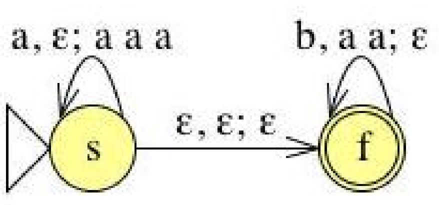
$$\{x^R\#y|x, y \in \{0,1\}^*, x \text{ ist ein Teilwort von y}\}$$

erzeugt.

$G = \{\{S, A, B\}, \{0, 1, \#\}, \{S \to AB, A \to 0B0|1B1|\#A, B \to OA|1A|\varepsilon\}, S\}$

Aufgabe 2:

Geben Sie für die Sprache
$\{xc^n|x \in \{a,b\}^* \text{ und die Anzahl der Vorkommen von a in x ist n}\}$ **einen Kellerautomaten an, der die Sprache akzeptiert.**



Aufgabe 3:

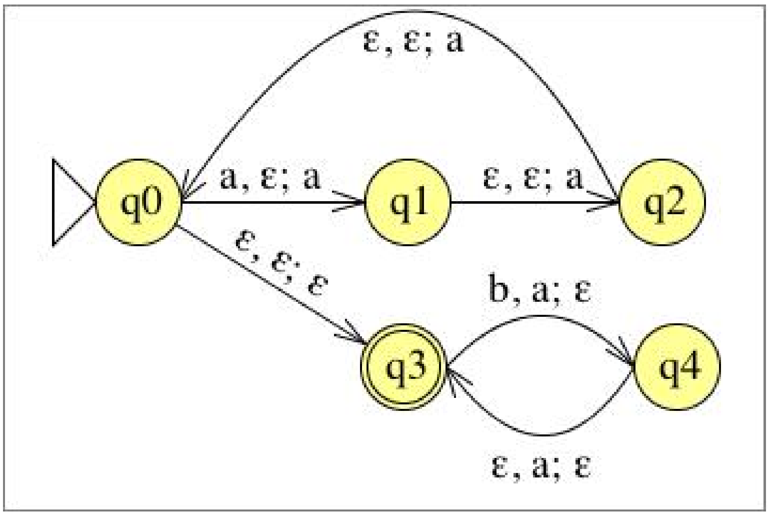
Sei $M = (K, \Sigma, \Gamma, \Delta, s, F)$ **ein Kellerautomat mit**
$K = \{s, f\}, \Sigma = \Gamma = \{a, b\}, F = \{f\}$ **und**

$$\Delta = \{((s, a, \varepsilon), (s, aaa)), ((s, \varepsilon, \varepsilon), (f, \varepsilon)), ((f, b, aa), (f, \varepsilon))\}$$

a) **Welche Sprache wird von M akzeptiert?**

$\{w \in \{a,b\}^* | 2 * |w|_a = 3 * |w|_b\}$

b) **Transformieren Sie M in einen äquivalenten Kellerautomaten M′ in Normalform.**



Aufgabe 4:

Sei $M = (K, \Sigma, \Gamma, \Delta, s, F)$ der durch nebenstehendes Zustandsübergangsdiagramm gegebene Kellerautomat. M ist in Normalform. In der Vorlesung haben wir ein Konstruktionsverfahren kennengelernt, um eine kontextfreie Grammatik G zu erzeugen, so dass $L(G) = L(M)$. Geben Sie eine Ableitung für das Wort $aababb \in L(G)$ an. Sie brauchen hier nur jene Produktionsregeln der Grammatik zu erzeugen, die Sie für die Ableitung benötigen.

Zustand	restliches Eingabewort	Kellerinhalt	Regel
s	aababb		$(s, a, \varepsilon), (s, a)$
s	ababb	a	$(s, a, \varepsilon), (s, a)$
s	babb	aa	$(s, b, \varepsilon), (s, b)$
s	abb	baa	$(s, a, b), (s, \varepsilon)$
s	bb	aa	$(s, b, a), (s, \varepsilon)$
s	b	a	$(s, b, a), (s, \varepsilon)$
s	ε	ε	

oder

$(s, aababb, \varepsilon) \Rightarrow_M (s, ababb, a)$

$\Rightarrow_M (s, babb, aa)$

$\Rightarrow_M (s, abb, baa)$

$\Rightarrow_M (s, bb, aa)$

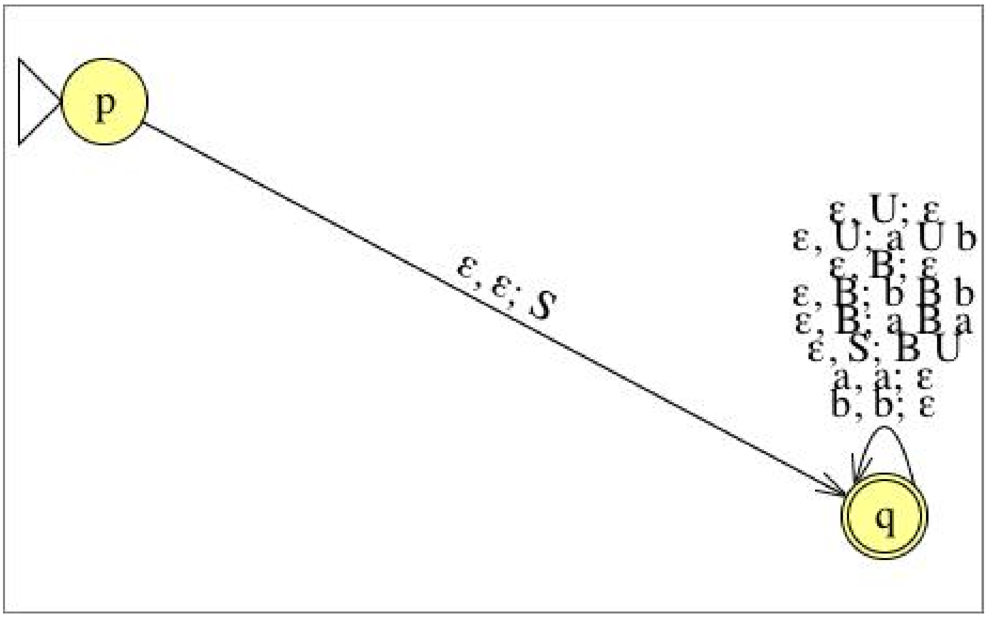
$\Rightarrow_M (s, b, a)$

$\Rightarrow_M (s, \varepsilon, \varepsilon)$

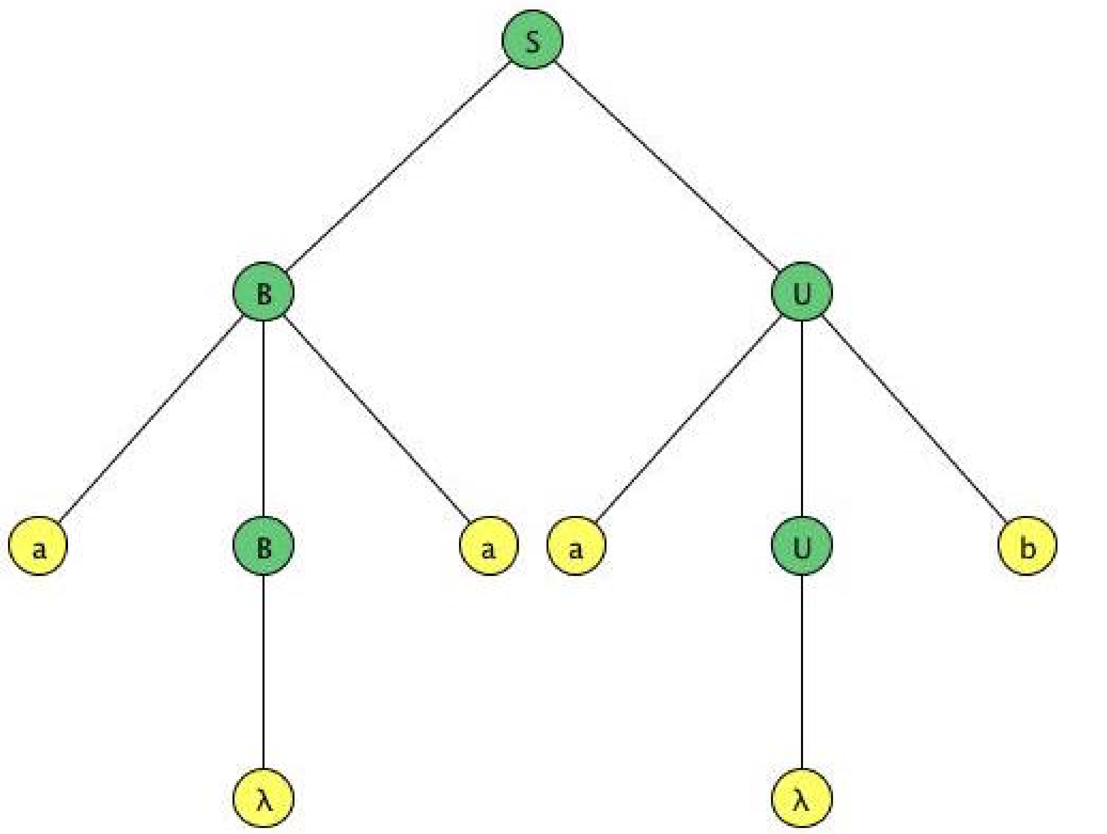
Aufgabe 5:

Sei $G = (V, \Sigma, R, S)$ **eine kontextfreie Grammatik mit** $\Sigma = \{a, b\}, V = \{S, B, U\}$ **und** $R = S \to BU, B \to aBa|bBb|\varepsilon, U \to aUb|\varepsilon$

a) **Konstruieren Sie mit Hilfe des in der Vorlesung angegeben Verfahrens einen Kellerautomaten M, der L(G) akzeptiert.**



b) **Geben Sie einen Syntaxbaum für aaab an.**



c) **Geben Sie eine Linksableitung für aaab an.**

Regel	Ableitung
	S
$S \to BU$	BU
$B \to aBa$	aBaU
$B \to \varepsilon$	aaU
$U \to aUb$	aaaUb
$U \to \varepsilon$	aaab

d) **Geben Sie eine akzeptierende Berechnung des Kellerautomaten M für das Eingabewort aaab an.**

$(p, aaab, \varepsilon)$	$\vdash_M (q, aaab, S)$
	$\vdash_M (q, aaab, BU)$
	$\vdash_M (q, aaab, aBaU)$
	$\vdash_M (q, aab, BaU)$
	$\vdash_M (q, aab, aU)$
	$\vdash_M (q, ab, U)$
	$\vdash_M (q, ab, aUb)$
	$\vdash_M (q, b, Ub)$
	$\vdash_M (q, b, b)$
	$\vdash_M (q, \varepsilon, \varepsilon)$

Aufgabe 6:

Beweisen oder widerlegen Sie: Die Sprache $\{a^n b^m a^n | n, m \leq 0 \text{ und m ist gerade}\} = \{a^n b^m a^n | n, m \leq 0\} \cap L(a^*(bb)^*a^*)$ **ist kontextfrei.**

Aufgabe 7:

Beweisen oder widerlegen Sie: Die Sprache $L = \{a^{3k} ba^{2k} ba^k | k \leq 0\}$ **ist kontextfrei.**