# Übung 5

## Aufgabe 1:

**Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Geben Sie reguläre Ausdrücke für die folgenden Sprachen an. Sie dürfen dabei wie in der Vorlesung angegeben Klammern einsparen.**

- (a) $\{w \in \Sigma^* | w \text{ enthaelt geradzahlig viele a}\}$

  $(b^* ab^* ab^*) \cap b^*$

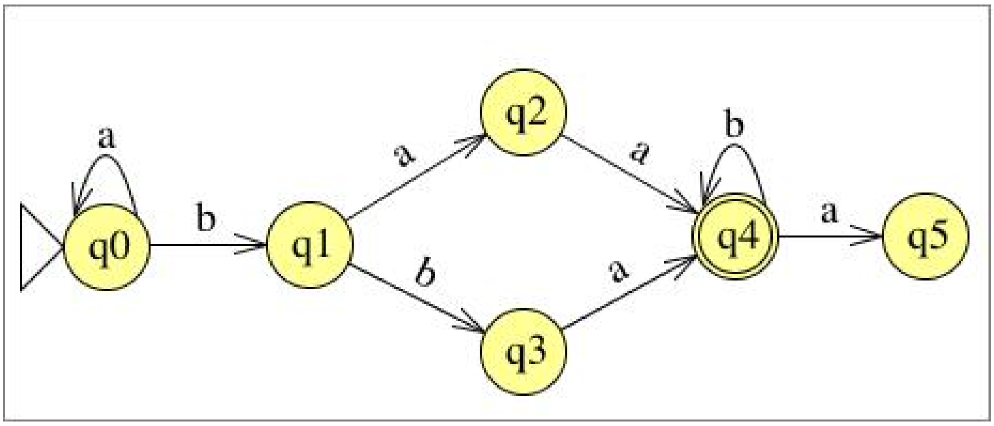
- (b) $\{w \in \Sigma^* | \text{ in w gibt es genau ein Vorkommen des Teilwortes aaa}\}$

  $(b^*(a^* \cup aaa))^* \cap aaa$

---

## Aufgabe 2:

**Geben Sie einen (nichtdeterministischen) endlichen Automaten, der die Sprache $L(a^* bb^*(a \cap b)ab^*)$ akzeptiert. Zustandsübergangsdiagramm genügt. Dabei ist es hilfreich, dem die Abschlusseigenschaften regulärer Sprachen ausnutzenden Beweis aus der Vorlesung zu folgen, Sie müssen dies aber nicht tun.**




---

## Aufgabe 3:

**Beweisen oder widerlegen Sie: $\{www | w \in \{a, b\}^*\}$ ist eine reguläre Sprache.**

---

## Aufgabe 4:

**Beweisen oder widerlegen Sie: $\{xyx^R | x, y \in \{a, b\}^*\}$ ist eine reguläre Sprache.**

---

# Aufgabe 5:

**Welche der folgenden Aussagen sind wahr, welche falsch? Begründen Sie jeweils ihre Antwort!**

- (a) **Jede Teilmenge einer regulären Sprache ist eine reguläre Sprache.**

  Falsch, $L = \{a, b\}^* \rightarrow L = \{w|w \in \{a, b\}^*\}$

- (b) **Falls L eine reguläre Sprache ist, so ist die Sprache $L^R = \{w^R|w \in L\}$ ebenfalls regulär.**

  Wahr, Automat von L kann in $L^R$ umgewandelt werden(Anfangszustand = Endzustand , Endzustand = Anfangszustand, Pfeile umkehren für NEA)

- (c) **Für jede reguläre Sprache L gibt es einen NEA mit genau einem Endzustand.**

  Wahr, im NEA werden alle Endzustände zu einem unter Eingabe von Epsilon zu einem Eindzustand geführt.

- (d) **Falls $L \subseteq \Sigma^*$ regulär ist, dann ist auch $\{w|w \in L \wedge w \in L^R\}$ regulär.**

  Wahr, $L^\cap = L \cap L^R$

---

# Aufgabe 6:

**Geben Sie eine rechtslineare Grammatik an, die die Sprache $L(a^*bba^*)$ erzeugt.**

$G = (\{S, B, C\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow aS|aB, B \rightarrow bbA, A \rightarrow aA|A\}, S)$

---

# Aufgabe 7:

**Sei $\Sigma = \{a, b\}$ und sei $G = (V, \Sigma, R, S)$ eine kontextfreie Grammatik, wobei $V = \{S, A, B\}$ und $R = \{S \rightarrow aB|bA, A \rightarrow a|aS|BAA, B \rightarrow b|bS|ABB\}$.**

- (a) **Zeigen Sie, dass ababbaaabb zu L(G) gehört.**

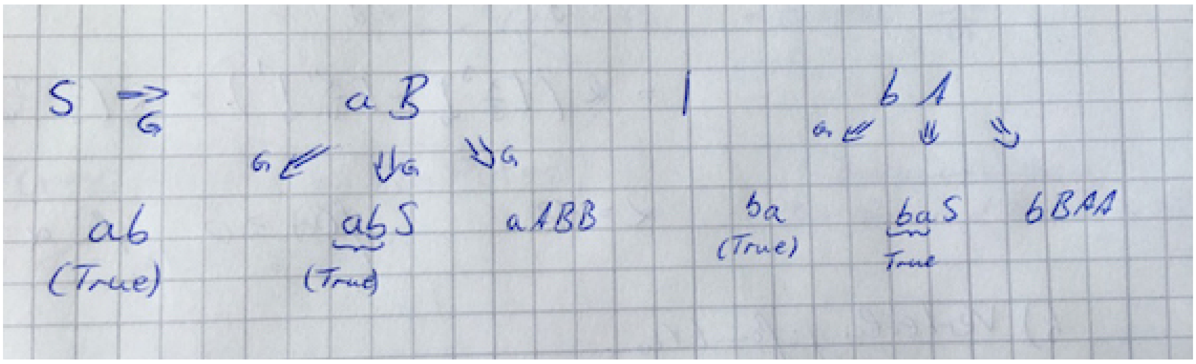
  $S \Rightarrow_G aB \Rightarrow_G abS \Rightarrow_G abaB \Rightarrow_G ababS$

  $\Rightarrow_G ababbA \Rightarrow_G ababbaS \Rightarrow_G ababbaaB$

  $\Rightarrow_G ababbaaABB \Rightarrow_G ababbaaabb$

- (b) **Zeigen Sie, dass alle Wörter in L(G) gleichviele a und b enthalten.**

  Die Aussage ist richtig, kann es aber nicht vollständig beweisen.




Brauche noch den Beweis von:

$|ABB|_b = |ABB|_a - 1$ und $|BAA|_a = |BAA|_b - 1$

---

# Aufgabe 8:

**Geben Sie eine kontextfreie Grammatik an, die die Sprache** $\{aubw|u, w \in \{a, b\}, |u| = |w|\}$ **erzeugt.**

$G = (\{S, B, C\}, \{a, b\}, \{S \to aB, B \to aC|bc|b, C \to aB|bB\}, S)$