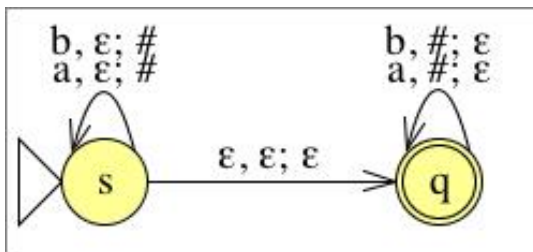


Übung 8

Aufgabe 1:

Ist die Sprache $L = \{xy \mid x, y \in \{a, b\}^* \text{ und } |x| = |y|\}$ kontextfrei?
Begründen Sie ihre Antwort!



Aufgabe 2:

Ist die Sprache $L = \{a^i b^j c^k \mid 0 \leq i \leq j \leq k\}$ kontextfrei? Begründen Sie ihre Antwort!

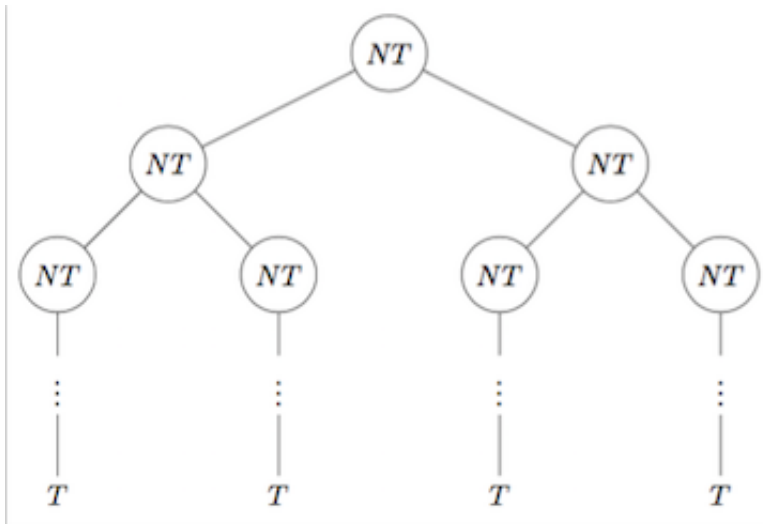
- 1) $\forall L \in CF$ (in Kontextfreie Sprachen)
- 2) $\exists n \geq 1$
- 3) $\forall z \in L, |z| \geq n$
- 4) $\exists uvwxy \in \Sigma^*, (v * x) \neq \epsilon, |vwx| < n, z = uvwx$
- 5) $\forall i \geq 0 : uv^iwx^iy \in L$

Aufgabe 3:

Sei G eine kontextfreie Grammatik in Chomsky Normalform. Zeigen Sie, dass jeder Syntaxbaum für ein Wort der Länge n aus $L(G)$ genau $2n - 1$ Knoten besitzt, die mit Nichtterminalen beschriftet sind.

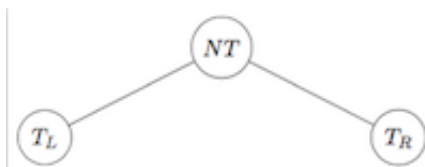
NT-Knoten = Nichtterminale Knoten

Blatt = Terminale = n



Anzahl der Knoten soll $2n-1$ sein

- I.Anfang: für $n=1$: 1 Blatt \Rightarrow 1 NT-Knoten
- I.Schritt: $n>1$ Blätter



T_L hat k Blätter; T_R hat $n-k$ Blätter

- I.V.:

T_L hat $2k - 1$ Knoten

T_R hat $2(n - k) - 1$ Knoten

$$\Rightarrow |NT| = |T_L| + |T_R| + Root = (2k - 1) + (2(n - k) - 1) + 1 = 2n - 1$$

Aufgabe 4:

Sei $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b\}, R, S)$ mit

$$R = \{S \rightarrow AB|BC, A \rightarrow BA|a, B \rightarrow CC|b, C \rightarrow AB|a\}$$

eine kontextfreie Grammatik in Chomsky Normalform. Überprüfen Sie mit Hilfe des CYK-Algorithmus, ob baaba zu $L(G)$ gehört. Welche Präfixe von baaba gehören zu $L(G)$?

$w=baaba$

	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
	b	a	a	b	a		b	a	a	b	a
1	B	1	B	A, S	.	.	.
2		A, C	.	.	.	2		A, C	B	.	.
3			A, C	.	.	3			A, C	S, C	.
4				B	.	4				B	A, S
5					A, C	5					A, C

	1	2	3	4	5
	b	a	a	b	a
1	B	A, S	\emptyset	.	.
2		A, C	B	B	.
3			A, C	S, C	B
4				B	A, S
5					A, C

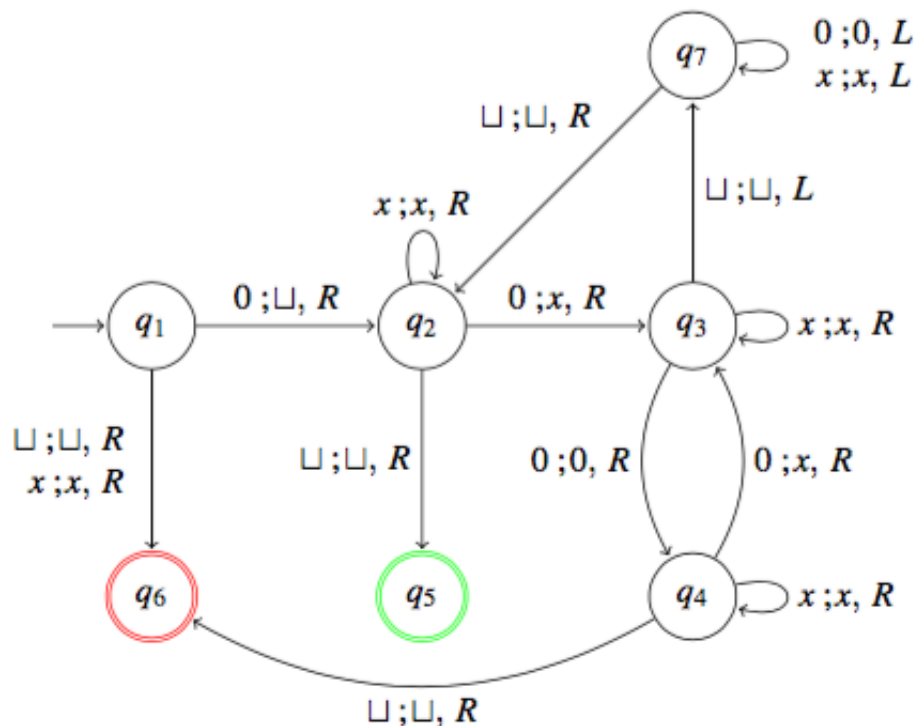
	1	2	3	4	5
	b	a	a	b	a
1	B	A, S	\emptyset	\emptyset	.
2		A, C	B	B	S, A, C
3			A, C	S, C	B
4				B	A, S
5					A, C

	1	2	3	4	5
	b	a	a	b	a
1	B	A, S	\emptyset	\emptyset	S, A, C
2		A, C	B	B	S, A, C
3			A, C	S, C	B
4				B	A, S
5					A, C

$$S \in N[1, 5] \rightarrow w \in L(G)$$

Aufgabe 5:

Sei $M = (\{q_1, \dots, q_7\}, \{0\}, \{0, x, \sqcup\}, \delta, q_1, q_5, q_6)$ die durch folgendes Diagramm gegebene Turing-Maschine:



a) Geben Sie die Berechnung von M bei Eingabe 00 an.

$$\begin{aligned}
 (\varepsilon, q_1, 00) &\vdash_M (\varepsilon, q_2, 0) \\
 &\vdash_M (x, q_3, \varepsilon) \\
 &\vdash_M (\varepsilon, q_7, x) \\
 &\vdash_M (\varepsilon, q_7, \sqcup x) \\
 &\vdash_M (\varepsilon, q_2, x) \\
 &\vdash_M (\varepsilon, q_2, \varepsilon) \\
 &\vdash_M (x \sqcup, q_5, \varepsilon)
 \end{aligned}$$

b) Welche Wörter aus $\{\varepsilon, 0, 00, 000, 0000, 00000\}$ gehören zu $L(M)$?

$$w_{\text{accept}} = \{0, 00, 0000\}$$

$$w_{\text{reject}} = \{\varepsilon, 000, 00000\}$$

c) Welche Sprache wird von M entschieden? (ohne Beweis)

$$L(M) = \{0^n \mid n = \{1, 2, 4\}\} \text{ oder } L(M) = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$$

Aufgabe 6:

Ist jede reguläre Sprache auch eine rekursive Sprache? Begründen Sie ihre Antwort!

Aufgabe 7:

Begründen Sie jeweils ihre Antwort auf die folgenden Fragen:

- a) **Ist die Klasse der rekursiv aufzählbaren Sprachen abgeschlossen unter Vereinigung?** ja, laut wikipedia <https://de.wikipedia.org/wiki/Chomsky-Hierarchie>
- b) **Ist die Klasse der rekursiv aufzählbaren Sprachen abgeschlossen unter Konkatenation?** ja, laut wikipedia <https://de.wikipedia.org/wiki/Chomsky-Hierarchie>