Belegaufgabe

Name:	Erik Koltermann
Matr-Nr:	206354

Die folgenden Aufgaben sind selbständig und schriftlich zu bearbeiten und bis spätestens zu Beginn der Vorlesung am 4. Januar 2016 abzugeben. Die Bearbeitungen können auch schon zuvor im ISG-Sekretariat G29-218 abgegeben werden. Beschriften Sie bitte jedes abgegebene Blatt mit ihrem Namen und ihrer Matrikelnummer. Hinweis: Was wir nicht lesen können, können wir nicht als richtig bewerten. Bei Aufgabe 1 gibt es für jede richtige Antwort 1,5 Punkte, für jede falsche Antwort 0,5 Punkte Abzug. Für eine korrekte Lösung der Aufgabe 2 gibt es 5 Punkte, für eine korrekte Lösung der Aufgabe 3 gibt es ebenfalls 5 Punkte.

Aufgabe 1:

Welche der folgenden Behauptungen sind wahr, welche falsch (jeweils ohne Beweis!)?

wahr	falsch	
○	●	Es gibt eine rechtslineare Grammatik, die die Sprache $\{a^k b^k \| k \geq 2\}$ erzeugt.
●	○	Jede kontextfreie Sprache ist auch eine rekursive Sprache.
●	○	Es gibt eine kontextfreie Grammatik, die $L = \{w \in \{a, b\}^* \| w$ enthält mehr a als b erzeugt.}
●	○	$\forall L_1, L_2$: Falls L_1 eine rekursiv aufzählbare Sprache ist und L_2 eine reguläre, so ist $L_1 \cup L_2$ eine rekursiv aufzählbare Sprache.
○	●	Es gibt eine Grammatik G, so dass für alle $x, y \in \{a, b\}^*$ mit $\|x\| = \|y\|$ gilt $xy \Rightarrow_G^* yx$.
●	○	Die Grammatik $G = (\{S\}, \{b\}, R, S)$ mit $R = \{S \rightarrow Sb \| bS \| b\}$ ist mehrdeutig.
●	○	Sei L eine reguläre Sprache. Dann gibt es einen Kellerautomaten M mit nur 2 verschiedenen Zuständen, so dass $L(M) = L$ gilt.
○	●	Die Sprache $\{ww^R w \| w \in a, b^*\}$ ist entscheidbar.

Aufgabe 2:

Beweisen oder widerlegen Sie: Die Sprache $\{a^i b^j a^k b^l | i, j, k, l \geq 0, i + j = k + l\}$ ist regulär.

Wiederlegen durch Pumping Lemma: Annahme:

- L sei eine reguläre Sprache, dann gibt es eine Zhal n, so dass sich alle Wörter $w \in L$ mit $|w| \geq n$ in $w = xyz$ zerlegen lassen, sodass:
  - (1) $y \neq \varepsilon$
  - (2) $|xy| \leq n$
  - (3) $xy^i z \in L$ für alle $i \geq 0$

Wir betrachten für beliebige $n \in N$ das Wort

$$w = a^n b^n a^n b^n$$

$$|w| = 4n > n$$

Zerlegen in xy nur aus a's weil sonst $|xy| > n$

$x = a^l$ $y = a^m$ $m \geq 1$ folgt aus (2).

$z = a^{n-(l+m)} b^n a^n b^n$

Aufpumpen von i=2

$y = a^2 m$

$w = a^l a^{2m} a^{n-l-m} b^n a^n b^n$

$w = a^{n+m} b^n a^n b^n \rightarrow i + j > k + l$

da $m \geq 1$ ist existiert keine Zerlegung, sodass die Bedingung $mj + i = k + l$ erfüllt ist.

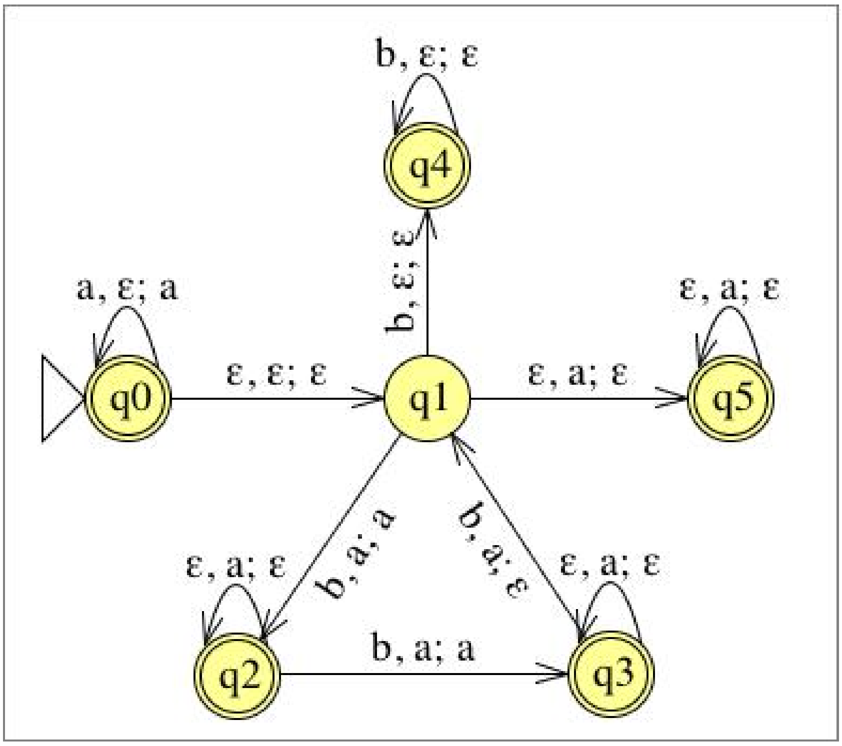
$$\Rightarrow L \notin REG$$

Aufgabe 3:

Beweisen oder widerlegen Sie: Die Sprache $\{a^n b^m | m, n \geq 0, n \neq 3m\}$ ist kontextfrei.

Die Sprache ist kontextfrei.

Beweis durch aufstellen eines Kellerautomaten:


b, ε; ε
q4
b, ε; ε
a, ε; a
ε, a; ε
q0
ε, ε; ε
q1
ε, a; ε
q5
b, a; a
b, a; ε
ε, a; ε
ε, a; ε
q2
b, a; a
q3