Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

Лабораторная работа №6 «Работа с системой компьютерной вёрстки TeX» по дисциплине «Информатика»

Вариант № 49
Группа: P3114
Студент: Кондратьева К. М.
Преподаватель: Балакшин П. В.

г. Санкт Петербург, 2021

определения которых есть множество М = {А, В} из букв А и В и значения которых принадлежат тому же множеству, т. е. отображения множества М в себя.

Таких функций существует всего четыре. Зададим их табличным способом:

x	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
А	А	В	А	В
В	А	В	В	А

Функци f_1 и f_2 являются *константами* т. е. *постоянными*: множество значений каждой из этих функций состоит их одного-единственного элемента.

Функции f_3 и f_4 отображают множество М на себя. Функция f_3 может быть задана формулой

$$f_3(x) = x.$$

Это - *тождественное* отображение: каждый элемент множества Е отображается в самого себя.

Чтобы закончить выясление смысла самого понятия «функция», остается обратить внимание на то, что выбор букв для обозначения «независимого переменного», т.е. произвольного элемента области определения, и «зависимого переменного», т.е. произвольного элемента множества значений, совершенно несуществен. Записи

$$x \xrightarrow{f} \sqrt{x},\ \xi \xrightarrow{f} \sqrt{\xi},\ y \to \sqrt{y},$$

$$f(x) = y = \sqrt{x},\ f(\xi) = \eta = \sqrt{\xi},\ f(y) = x = \sqrt{y}$$

определяют *одну и ту же функцию* f, которая отображает неотрицательное число в арифметический квадратный корень из него. Пользуясь любой из этих записей, мы получим $f(1) = 1, f(4) = 2, f(9) = 3$ и т.д.

Обратимая функция

Функция

$$y = f(x)$$

называется *обратимой*[2], если каждое свое значение она принимает один-единственный раз. Таковы функции $f_3(x)$ и $f_4(x)$ из примера 4. Функции же $f_1(x)$ и $f_2(x)$ из примера 4 и функции из примеров 1, 2, и 3 *необратимы.*

[2] *Происхождение названия выясняются дальше: функция обратима, если для нее существует обратная ей функция.*

Чтобы доказать, что какая-либо функция необратима, достаточно указать какие-либо два значения аргумента $x_1 \neq x_2$, для которых

$$f(x_1) = f(x_2)$$

В примере 3 достаточно заметить, что Петя дежурит как 1-го, так и 5-го февраля. Поэтому функция примера 3 необратима.

Пример 5. Функция

$$x \xrightarrow{f} y = -\sqrt{x}$$

обратима. Она определена на множестве $\mathbf{R}_+$ неотрицательных чисел. Множеством ее значений является множество

$$\mathbf{R}_- = (-\infty; 0]$$

всех неположительных чисел. Задав любое y из множества $\mathbf{R}_-$, можно найти соотвествующее x по формуле $x = y^2$.

Функция g

$$y \xrightarrow{g} x = y^2 \text{ при } y \leq 0,$$

есть функция, *обратная* к функции f. Она отображает множество $\mathbf{R}_-$ на множество $\mathbf{R}_+$. Как уже говорилось, выбор букв для обозначения независимого и зависимого переменного несуществен.

Функции fи g можно записать в виде

$$f(x) = -\sqrt{x} \text{ при } x \geq 0,$$

$$g(x) = x^2 \text{ при } x \leq 0.$$

На рисунке 4 изображены графики взаимно обратных функций f и g.

Пример 6. Функция f, заданная таблицей

x	А	Б	В	Г	Д
y	3	1	2	5	4

определена на множестве первых пяти букв русского алфавита, а на множество ее значений есть множество первых пяти натуральных чисел. Обратная функция g задается таблицей

x	1	2	3	4	5
$y = g(x)$	Б	В	А	Д	Г

На рисунке 5 даны графики этих функций.

Дадим точные определения. Пусть f - отображение множества Е на множество М. Если для любого элемента y из множества М существует один-единственный элемент

$$x = g(y)$$

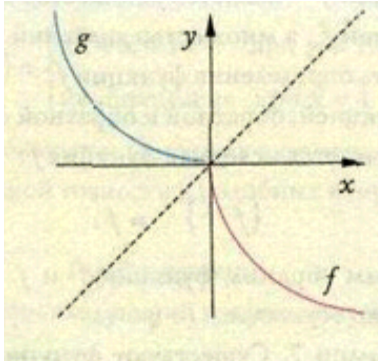

Рисунок 4

		Values				Total
		A	B	C	D	
Range	min	4	8	15	16	43
	max	23	42	25	34	124
Another total		27	50	40	50	**167**

k / n	**0**	1	*2*	3	4
0	**1**	0	*0*	0	0
1	**1**	1	*0*	0	0
2	**1**	2	*1*	0	0
3	**1**	3	*3*	1	0
4	**1**	4	*6*	4	1
5	**1**	5	*10*	10	5