

# Teoria de Galois finita

28 de noviembre de 2024



# Capítulo 1

## Extensiones de campo y el teorema fundamental.

### 1.1 Tipos de extensiones de campo.

Para comenzar con las nociones principales debemos partir de la noción de extensión de campo.

#### Definición

Sean  $E, F$  campos. Decimos que  $E$  es extensión de campo de  $F$  si  $F$  es *subcampo* de  $E$ , denotado por:

$$E/F$$

Podemos pensar las extensiones de campo como *espacios vectoriales*, es decir, si  $E/F$  es extensión de campo entonces  $E$  es un  $F$ -espacio vectorial vía la **acción de multiplicación**. En este sentido, podemos hablar de la *dimensión* de este espacio vectorial

#### Grado de una extensión

Sea  $E/F$  extensión de campos. Definimos el grado de la extensión como:

$$[E : F] = \dim_F(E)$$

De la teoría de módulos y que los campos son anillos de división conmutativos, tenemos que el grado de una extensión es **multiplicativo**:

## Propiedad multiplicativa del grado

Sea una *torre de campos*:  $K \subseteq F \subseteq E$ . Entonces:

$$[E : K] = [E : F][F : K]$$