

Modelowanie kolumny Mc’Phearsona

Komputerowe modelowanie układów i procesów

Mateusz Krupnik 285608
Jakub Lewandowski 285619
Grupa I02

4 czerwca 2019

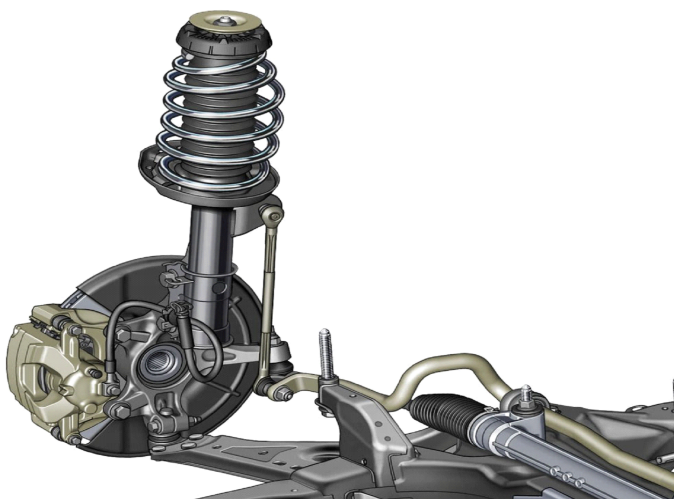
Spis treści

1	Opis obiektu rzeczywistego	3
2	Model obiektu	5
2.1	Założenia i uproszczenia	5
2.2	Model fizyczny	7
2.3	Model matematyczny	9
3	Analiza modelu	11
3.1	Metoda rozwiązywania modelu matematycznego	11
3.2	Założenia symulacji	11
3.2.1	Najeżdżanie na przeszkode	12
3.2.2	Hamowanie	13
3.2.3	Przyspieszanie	13
3.3	Wyniki symulacji	13
3.3.1	Najeżdżanie na przeszkode	14
3.3.2	Przyspieszanie	16
3.3.3	Hamowanie	18
4	Wnioski	20
	Bibliografia	21

1 Opis obiektu rzeczywistego

Kolumna MacPhersona to jedno z najpopularniejszych rozwiązań przednich zawieszeń samochodów z napędem przednim. Zyskała wielu zwolenników ze względu na niewielką ilość zajmowanej przestrzeni, niską cenę i prostotę konstrukcji.

Za pomocą kolumny MacPhersona koło mocowane jest do nadwozia w dwóch punktach – poprzez wahacz na dole oraz za pomocą łożyska u góry. Kolumna składa się z amortyzatora, sprężyny oraz zwrotnicy, określanych jako jeden element. Pełni zatem jednocześnie rolę amortyzującą, prowadzącą, tłumiącą, a dzięki górnemu zamocowaniu w łożysku (pozwalającemu na obrot) również skręcającą – kolumna podczas skrętu kół może się obracać.



Rysunek 1: Model bryłowy rozwiązania konstrukcyjnego kolumny *MacPhersona*

Takie rozwiązanie konstrukcyjne ma swoje zalety oraz wady, które zostaną przedstawione poniżej.

Zalety kolumny *MacPhersona*:

- idealnie pasuje do nadwozia samonośnego (zapewnia sprężystość i dobre tłumienie drgań),
- prosta, zwarta konstrukcja zajmująca mało miejsca i umożliwiająca tworzenie małych, przednionapędowych samochodów,
- lekka, tania konstrukcja,
- amortyzator zespolony ze sprężyną umieszczony jest niemalże pionowo, zapewnia odpowiednią stabilność, również podczas niezbyt dynamicznego rozpędzania i hamowania,
- ujemny promień zataczania r jest korzystny z punktu widzenia stateczności i kierowności pojazdu,
- zapewnia równoległe prowadzenie kół mimo dużego skoku zawieszenia.

Wady kolumny *MacPhersona*:

- podczas skrętu, ze względu na obrót amortyzatora, następuje zmiana kąta pochylenia kół względem podłoża,
- możliwość występowania zwiększonego tarcia tłoczyska amortyzatora – zaburza to podawanie momentu obrotowego na koła, a zatem nie zawsze sprawdza się w samochodach o dużej mocy,
- kolumny McPhersona przenoszą na karoserię drgania i hałas, pochodzące od układu kierowniczego (np. spowodowane niewyważeniem kół),
- konieczność stosowania tłoczyska amortyzatora o stosunkowo dużej średnicy (ok. 20 mm),
- łatwość uszkodzenia przy dynamicznym najeżdżaniu na duże nierówności.

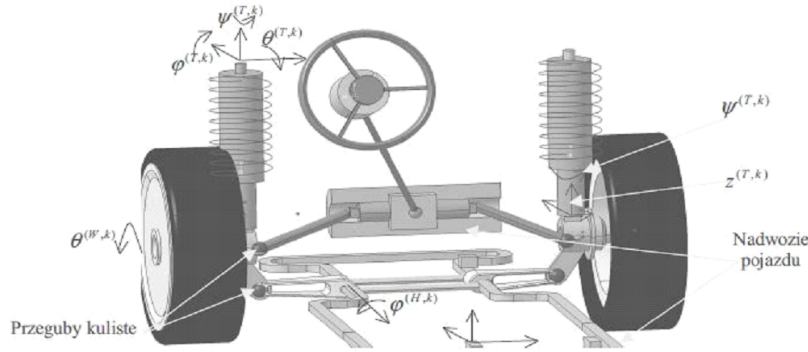
Budowa kolumny pozwala na amortyzowanie głównie pionowych wymuszeń, w postaci wymuszenia zarówno w postaci siły uogólnionej działającej na zwrotnice bądź wymuszenia od więzów geometrycznych w postaci profilu drogi. Kolumna przenosi głównie siły działające wzdłuż jej osi oraz moment zginający, który powoduje dodatkowe zwiększone tarcie tłoczyska amortyzatora od ściany cylindra. Siły poprzeczne najczęściej są przenoszone poprzez wahacz, który jest elementem sztywnym o jednym stopniu swobody względem ramy samochodu.

Geometria zawieszenia uwzględnia wiele parametrów, a najważniejsze z nich to kąt wyprzedzenia sworznia zwrotnicy, który określa przesunięcie koła względem punktu mocowania do łożyska górnego w płaszczyźnie koła. Kąt ten najczęściej jest dodatni tzn. że koło wyprzedza mocowanie, co powoduje powstanie momentu stabilizującego samochód, zwłaszcza przy dużych prędkościach oraz dużym promieniu skrętu. W praktyce wartość tego kąta wynosi od $1 - 4^\circ$. Kolejnym ważnym kątem w geometrii jest kąt pochylenia sworznia zwrotnicy, który zawarty jest pomiędzy tymi samymi punktami, lecz w płaszczyźnie przedniej tzn. patrząc na samochód od przodu. Kąt ten wpływa powoduje podnoszenie się wewnętrznego koła podczas skręcania. Powstające wtedy siły powodują moment, który wymusza przywrócenie toru jazdy na wprost. Kąt ten zawiera się w zakresie od $1 - 12^\circ$, przy czym jest on związany z kątem pochylenia koła. Najlepszym rozwiązaniem jest ustawienie tego kąta w środku zakresu co powoduje odpowiednie siły utrzymujące kierunek ruchu oraz nie powoduje ścinania opon jak w przypadku dużego kąta pochylenia.

Oba te kąty wpływają na położenie osi kolumny.

2 Model obiektu

Poniżej na rysunku 2 przedstawiony jest model pełnego zawieszenia przedniego z wykorzystaniem kolumn *MacPhersona*. Przedstawiony model pochodzi z [3], gdzie posłużył on do modelowania zachowania całego samochodu. Ze względu na skomplikowaną geometrię oraz wiele stoni swobody. Model ten zostanie uproszczony.



Rysunek 2: Model pełny kolumny, uwzględniający wszystkie stopnie swobody jakie posiada zespół przedniego zawieszania typu kolumny *MacPhersona*

Na podstawie rysunku 2 można definiować współrzędne opisujące ruch kolumny.

- ruch kolumny amortyzatora względem nadwozia: $\Theta^{(T,k)}$, $\Psi^{(T,k)}$, $\Phi^{(T,k)}$,
- ruch zwrotnicy mającej dwa stopnie swobody względem kolumny: $z^{(Z,k)}$, $\Psi^{(Z,k)}$,
- obrót koła względem własnej osi: $\Theta^{(W,k)}$,
- ruch wahacza względem nadwozia: $\Phi^{(H,k)}$,

2.1 Założenia i uproszczenia

Ze względu na stopień złożoności obliczeń układu, w którym analizie zostanie poddana dynamika ruchu układu o tak wielu stopniach swobody konieczne jest przyjęcie pewnych uproszczeń, które ułatwią procedurę obliczeniową, a nie wpłyną radykalnie na wartość ewentualnych wyników.

Z racji analizowanego tematu, w którym podjęta została tematyka analizy w trakcie najeżdżania na przeszkodę, hamowania oraz rozpędzania, w projekcie pominięty zostanie ruch kolumny wokół własnej osi – nie uwzględniamy zmiany kierunku kół, która znacząco skomplikowałaby obliczenia poprzez konieczność uwzględnienia dodatkowych współrzędnych niezależnych, a nie określiłaby istotnych zależności w kolumnie podczas ww. sytuacji na drodze.

Analiza dynamiki w amortyzatorze nie wymaga określania wszystkich parametrów ruchu samochodu. Dlatego pomijamy ruch koła, zastępując jego oddziaływanie określonymi siłami – w przypadku hamowania uwzględniamy tylko siłę dociskającą tłok (ze względu na momenty hamujące, które generują moment dociskający przód samochodu do ziemi). Ponieważ, zgodnie z informacjami teoretycznymi, wiele kolumn MacPhersona konstruowanych jest jako układy niemalże pionowe, pomijamy w tym opracowaniu momenty gnące w tłoku – analizowany jest jako element ściskany/rociągany.

Istotne, z punktu widzenia analizy jest pionowe przemieszczenie tłoka, od którego w znacznej mierze zależą przenoszone siły. Warto nadmienić, iż przedstawione w rozdziale 1 wartości kątów są na tyle małe, że rzeczywisty ruch wzdłuż osi amortyzatora, praktycznie nie różni się od założonego ruchu pionowego.

W [6] analizę drgań samochodu przeprowadzono na podstawie prostego modelu zawierającego założoną, masową bryłę auta, zespoły sprężyn i tłumików pełniących rolę amortyzatorów, a także zmienną współrzędną określającą kontakt koła z drogą, w zależności od jej profilu. Układ skonstruowano w trójwymiarze, jednak, co bardzo istotne z punktu widzenia niniejszej analizy, uproszczono go do modelu ćwiartki auta – jednego amortyzatora i skupionej masy. W tej analizie dynamicznej kolumny MacPhersona, podobnie jak w przywołanym artykule, pominiemy trójwymiarowość układu ograniczając do analizy sił w płaszczyźnie, biorąc pod uwagę interakcję nadwozia oraz zawieszenia przedniego i tylnego – należy zauważyć, że dla określenia sił w kolumnie MacPhersona może być istotny sposób zachowania również tylnego zawieszenia i jego oddziaływania na bryłę nadwozia. Pomijamy siły poprzeczne ze względu na ich marginalne znaczenie przy symulacji poruszania się pojazdu na wprost.

Podobnie sytuacja wygląda w [1], w którym dynamikę pojazdów uprzywilejowanych analizowano dla potrzeb symulatora jazdy samochodem – istotny z punktu widzenia obliczeń realizowanych na bieżąco, w czasie rzeczywistym, jest model prosty, a umożliwiający możliwie wszechstronną analizę. Bryła auta została zamodelowana w analogiczny sposób, uwzględniający bryłę nadwozia, masy nieresorowane w ruchu postępowym oraz wirujące koła jezdne. Potem operowano na modelach częściowych opisujących poszczególne ruchy – w tym np. ruch drgający bryły nadwozia.

W niniejszym opracowaniu można pominąć wirujące elementy w postaci kół oraz współrzędne katowe. Istotna jest analiza dynamiki, więc zależności kinematyczne mogą zostać uproszczone i przyjęte jako założenia, bez negatywnego wpływu na uzyskanie właściwego narzędzia obliczeniowego. Analizowany układ, jak już wcześniej wspomniano, nie skręca, a siły od koła (zarówno siła tarcia w trakcie hamowania, jak i siła ciągu przy rozpędzaniu) przyłożone zostały w środku ciężkości oraz uzupełnione właściwymi momentami – te pozwalają uwzględnić przechylenie bryły nadwozia dociążającego lub odciążającego kolumnę MacPhersona (określane jako transfer masy) – istotna jest wobec tego analiza zarówno części przedniej i tylnej samochodu, jednak ze względu na niezmienną w czasie symetrię układu, zrealizowano to na płaszczyźnie. Możliwość pominięcia w istotny sposób wyspecyfikowanej kinematyki pozwala przyjąć założenia w postaci pionowego ruchu kolumny MacPhersona. W rzeczywistości jest ona delikatnie pochylona – to jednak jest różne w zależności od konkretnego typu pojazdu i indywidualnych projektów producenta. Ponieważ nie ma miejsca tu analiza rzeczywistego, konkretnego rozwiązania technicznego, można przyjąć indywidualne założenia projektowe – w tym wypadku ze względu na niewielkie odchylenie od pionu zakładamy pionowy ruch kolumny. Wyniki, w stosunku do katowego pochylenia, zmienione

zostaną nieznacznie, natomiast obliczenia będą znacznie prostsze, bo nie znajdzie konieczność analizy ruchu również w prostopadłej do prędkości płaszczyźnie.

Potwierdzeniem powyższych założeń jest [7] – w tym artykule analizowane jest zmienne pochylenie amortyzatora. Jest to istotne z punktu widzenia analizy również kinematycznej, ale bez drastycznego wpływu na dynamikę – potwierdzeniem tego są uzyskane wyniki obu symulacji – przebiegi wykresów odpowiedzi układu na wymuszenie będące np. przeszkodą są, co zostanie udowodnione w dalszej części tego projektu, bardzo podobne.

Dla celów analizy dynamicznej istotne są natomiast składowe elementy układu, w tym wypadku sprężyna oraz tłumik. Prosty, bardzo popularny układ umożliwiający analizę drgań nie jest w tym wypadku zbyt trywialny, w rzeczywistości te elementy faktycznie mają zastosowanie w kolumnie MacPhersona. Sztywność sprężyny jest zależna od zastosowanego produktu. Natomiast więcej uwagi należy poświęcić tłumikowi.

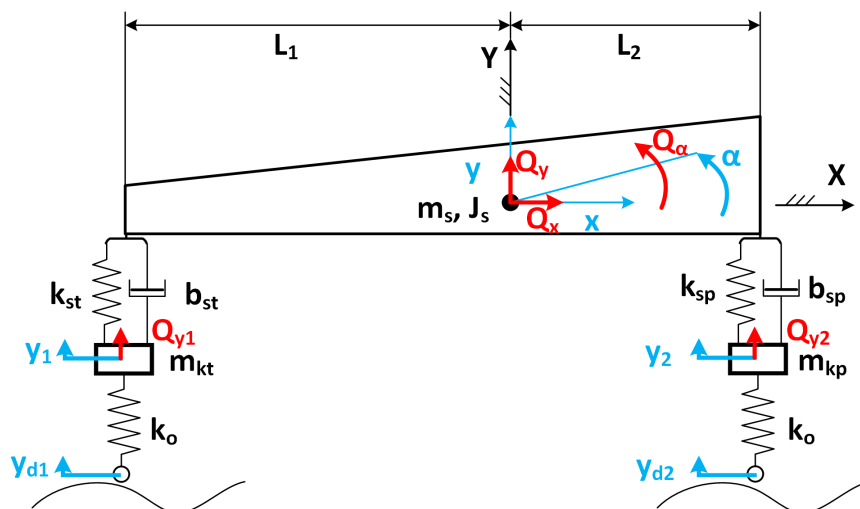
W [8] modelowano amortyzator hydrauliczny. Istotnym spostrzeżeniem jest fakt, że liniowy opis siły w funkcji prędkości może być różny od rzeczywistego, zbyt uproszczony. Dla kompleksowej analizy uwzględnić należy również miejscowe straty ciśnienia zależne od liczby Reynoldsa, objętościowe natężenia przepływu należy określić w zależności od konkretnych parametrów kinematycznych, itd. - wszechstronny opis samego elementu tłumiącego może już stanowić problem i wymagać sprecyzowania zbyt wielu niewiadomych, w tym parametrów geometrycznych. W artykule poddano analizie rzeczywisty układ na drodze eksperymentu i zestawiono go z wynikami symulacji komputerowej dla układu liniowego. Co istotne z punktu widzenia niniejszego projektu – nie zanotowano znaczących rozbieżności – możemy dzięki temu przyjąć tłumik, w którym siła jest liniową funkcją prędkości.

Ze względu na fakt, że projekt ten nie jest analizą konkretnego rozwiązania technicznego, a jedynie próbą stworzenia właściwego narzędzia obliczeniowego, zależności kinematyczne jak i wartości parametrów są drugorzędne. Jednak dla możliwości skontrastowania wyników z eksperymentalnymi, do celów zawartych tu symulacji użyto parametrów (sprężystość, tłumienie, etc.) znalezionych w [9]. Początkowo próbowano stworzyć tego typu model, lecz ze względu na bardzo skomplikowane zależności, które powodują tylko uwzględnienie nieznacznych zmian ruchu kolumny oraz określenie ruchu wahacza, zdecydowano na jego uproszczenie, poprzez pominięcie wahacza oraz kątów pochylenia.

Skrupulatna analiza powyższej literatury pozwoliła na utworzenie ostatecznej formy modelu, którym jest rzut boczny samochodu na płaszczyznę – bryła z przyłożonymi siłami w środku ciężkości, momentami od sił, a także zawieszeniami przednim i tylnym, składającymi się ze sprężyn i tłumików. Siła w przednim zawieszeniu – kolumnie MacPhersona, określana jest na podstawie różnicy przemieszczenia górnego punktu amortyzatora, umiejscowionego w nadwoziu oraz dolnego, przy wahaczu.

2.2 Model fizyczny

Poniżej na rysunku 3 przedstawiony jest model fizyczny, który służy do określenia siły przenoszonej poprzez kolumnę. Model ten odzwierciedla połowę samochodu, dlatego parametry takie jak masa zostaną odpowiednio podzielone, dodatkowo uwzględniono, fakt że środek ciężkości jest przesunięty w stronę przodu samochodu.



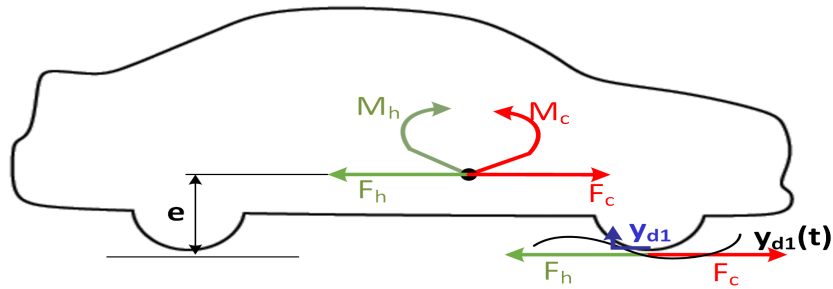
Rysunek 3: Model fizyczny dynamiki samochodu

Model ten posiada 5 stopni swobody:

- y - pionowy ruch środka ciężkości nadwozia,
- x - poziomy ruch środka ciężkości nadwozia,
- α - obrót korpusu w płaszczyźnie,
- y_1, y_2 - pionowy ruch odpowiednio przedniej zwrotnicy oraz tylnej piasty,

Uwzględnione zostały parametry takie jak sprężystość na kierunku pionowym opony, przedniego oraz tylnego zawieszenia, współczynniki tłumienia, masa nadwozia, zwrotnicy oraz piasty. Określony moment bezwładności ma charakter przybliżony, ze względu na trudność w jego określeniu.

Podczas budowania modelu fizycznego uwzględniono siły uogólnione, które posłużą do definiowania warunków symulacji. Na rysunku 4 określone zostały obciążenia w każdym z przypadku analizy tj. hamowanie, przyspieszanie oraz pokonywanie przeszkody.



Rysunek 4: Model obciążeń działających na model dla każdego przypadku analizy - pokonywanie przeszkody, przyspieszanie, hamowanie

W przypadku pokonywania przeszkody wymuszeniem jest geometria przeszkody, za którą przyjęto krawężnik. W symulacji założone zostanie wymuszenie funkcją prostokątną, która zastosowana została w [9]. W tym przypadku wymuszenie geometryczne na tylnym zawieszeniu wyniesie 0, ze względu na płaską powierzchnię, dodatkowo wszystkie pozostałe siły uogólnione nie będą występować.

W przypadku symulacji hamowania pojazdu zastosowane zostaną płaskie przebiegi powierzchni tj. wymuszenie geometryczne. Natomiast siły uogólnione na współrzędnej α oraz x zostaną określone poprzez siłę tarcia. Zakładając, pewną wysokość położenia środka ciężkości nad powierzchnią drogi e można dokonać przeniesienia siły hamującej do środka ciężkości uwzględniając dodatkowo powstały moment działający na korpus samochodu.

Symulacja przyspieszania odbędzie się na podobnej zasadzie co w przypadku symulacji hamowania, jednak z uwzględnieniem przeciwnego zwrotu siły ciągu.

Siły te zostaną określone na podstawie założonego wymaganego przyspieszenia oraz opóźnienia, oraz uwzględniony zostanie warunek, że siła uogólniona nie może przekroczyć siły tarcia opony o powierzchnię. Dodatkowo przyjęto, że wszystkie elementy poruszają się z tym samym przemieszczeniem na kierunku X , ze względu konstrukcyjne ograniczenie ruchu przez wahacz.

2.3 Model matematyczny

Model matematyczny utworzony na podstawie modelu fizycznego za pomocą metody równań *Lagrange'a* II rodzaju. Energia kinetyczna oraz potencjalna układu wyrażają się wzorami:

$$E_k = \frac{1}{2}(m_s + m_{kt} + m_{kp})\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m_s\dot{y}^2 + \frac{1}{2}J_s\dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2}m_{kt}\dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}m_{kp}\dot{y}_2^2 \quad (1)$$

$$V = \frac{1}{2}k_o(y_2 - y_{d2})^2 + \frac{1}{2}k_o(y_2 - y_{d2})^2 + \frac{1}{2}k_o(y_1 - y_{d1})^2 + \frac{1}{2}k_{sp}(y + \alpha L_2 - y_2)^2 + \frac{1}{2}k_{st}(y - \alpha L_1 - y_1)^2 \quad (2)$$

Uwzględniając moc strat liniowych funkcja dysypacji przyjmuje postać:

$$D = \frac{1}{2}b_{sp}(\dot{y} + \dot{\alpha}L_2 - \dot{y}_2)^2 + \frac{1}{2}b_{st}(\dot{y} - \dot{\alpha}L_1 - \dot{y}_1)^2 \quad (3)$$

Potencjał kinetyczny *Lagrange'a* wyraża się następująco:

$$L = E_k - V \quad (4)$$

Równania ruchu modelu otrzymywane są poprzez rozwiązanie równania *Lagrange'a* danego wzorem:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = Q_i \quad (5)$$

Po rozwiązaniu powyższego równania względem każdej współrzędnej uogólnionej otrzymano następujące równania ruchu:

$$(m_s + m_{kt} + m_{kp})\ddot{x} = Q_x \quad (6)$$

$$m_s\ddot{y} + b_{sp}(\dot{y} + \dot{\alpha}L_2 - \dot{y}_2) + b_{st}(\dot{y} - \dot{\alpha}L_1 - \dot{y}_1) + k_{sp}(y + \alpha L_2 - y_2) + k_{st}(y - \alpha L_1 - y_1) = Q_y + m_s g \quad (7)$$

$$J_s\ddot{\alpha} + b_{sp}L_2(\dot{y} + \dot{\alpha}L_2 - \dot{y}_2) - b_{st}L_1(\dot{y} - \dot{\alpha}L_1 - \dot{y}_1) + k_{sp}L_2(y + \alpha L_2 - y_2) - k_{st}L_1(y - \alpha L_1 - y_1) = Q_\alpha \quad (8)$$

$$m_{kp}\ddot{y}_2 - b_{sp}(\dot{y} + \dot{\alpha}L_2 - \dot{y}_2) - k_{sp}(y + \alpha L_2 - y_2) + k_o L_1(y_2 - y_{d2}) = Q_{y_2} + m_{kp}g \quad (9)$$

$$m_{kt}\ddot{y}_1 - b_{st}(\dot{y} - \dot{\alpha}L_1 - \dot{y}_1) - k_{st}(y - \alpha L_1 - y_1) + k_o L_1(y_1 - y_{d1}) = Q_{y_1} + m_{kt}g \quad (10)$$

3 Analiza modelu

W tym rozdziale dokonana zostanie analiza modelu w celu wyznaczenia sił w kolumnie *MacPherson'a*. Dokonana zostanie walidacja wyników na podstawie porównania ruchu mas z wynikami przedstawionymi w literaturze [2, 7, 9].

3.1 Metoda rozwiązywania modelu matematycznego

Metoda wybrana do rozwiązywania modelu matematycznego to metoda numerycznego rozwiązywania równań różniczkowych *Rungego-Kutty IV* rzędu. Wykorzystana zostanie funkcja zaimplementowana w środowisku do obliczeń *Matlab*.

Metoda ta wywoływana jest komendą *ode45(...)* i służy do rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych. Jest to metoda iteracyjna, wielokrokowa polegająca na obliczonych wartościach w poprzednich punktach, przybliżając rozwiązanie z każdym krokiem. Jest to podstawowa metoda tego typu ze względu na prostą implementację, szybkość obliczeń oraz z wystarczającą dokładnością. Dobiera ona krok czasowy na podstawie podanego zakresu czasowego. Istnieje możliwość narzucenia sztywnego kroku.

3.2 Założenia symulacji

Założenia symulacji obejmują przyjęcie parametrów takich jak np. masa oraz sił uogólnionych tak aby zasymulować żadaną sytuację. Parametry takie jak sprężystość czy współczynnik tłumienia pochodzą z [9]. Masa oraz wysokość środka ciężkości dobrane zostały jako wartości średnie z swoich zakresów dla modelu samochodu, który wykorzystano w [9]. Moment bezwładności ze względu na problem z znalezieniem jego żadnej dokładnej wartości przyjęto na podstawie [5, 4].

Przyjęte parametry masowe przedstawione zostaną w tabeli 1. Współczynnik sprężystości i tłumienia przedstawione zostaną w tabeli 3, a wymiary geometryczne w tabeli 2.

Tabela 1: Parametry masowe

	Ozn.	Wartość
Masa nadwozia (połowa)	m_s	450 [kg]
Masa zwrotnicy wraz z kołem	m_{kp}	36 [kg]
Masa piasty i koła tylniego	m_{kt}	20 [kg]
Moment bezwładności względem osi poprzecznej	J_s	600 [kgm ²]

Tabela 2: Parametry geometryczne

	Ozn.	Wartość
Wysokość środka ciężkości	e	0,4[m]
Odległość osi przedniej od środka ciężkości	L_2	1[m]
Odległość osi tylnej od środka ciężkości	L_1	1,5[m]

Tabela 3: Współczynniki sprężystości oraz tłumienia

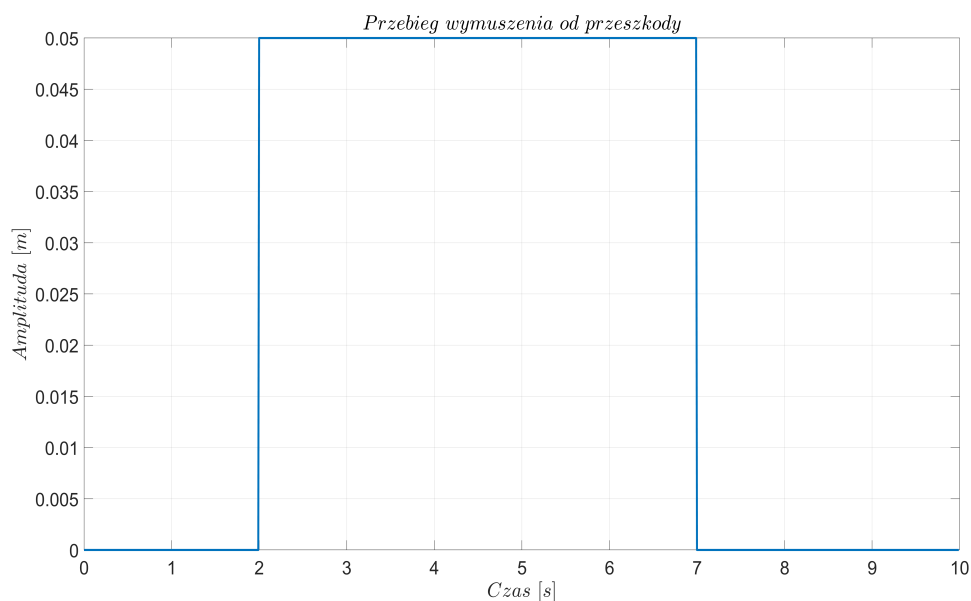
Współczynnik	Ozn.	Wartość
Sprężystość opony	k_o	$20000[\frac{N}{m}]$
Sprężystość kolumny MacPhersona	k_{sp}	$26185[\frac{N}{m}]$
Sprężystość tylniego zawieszenia	k_{st}	$19560[\frac{N}{m}]$
Współczynnik tłumienia kolumny MacPhersona	b_{sp}	$2166[\frac{Ns}{m}]$
Współczynnik tłumienia tylniego zawieszenia	b_{st}	$1880[\frac{Ns}{m}]$

3.2.1 Najeżdżanie na przeszkodę

W przypadku pokonywania przeszkody siły uogólnione przyjmą następujące wartości:

$$Q_x = 0, Q_y = 0, Q_\alpha = 0, Q_{y2} = 0, Q_{y1} = 0, y_{d2} = y_{d2}(t), y_{d1} = 0$$

Funkcja określająca wymuszenie geometryczne na dolny koniec sprężyny tzn. na opone, przedstawiona jest na rysunku 5.



Rysunek 5: Przebieg funkcji wymuszenia będący odwzorowaniem modelu przeszkody

3.2.2 Hamowanie

W przypadku symulacji hamowania samochodu przyjęto następujące wartości sił uogólnionych:

$$Q_x = F_h, Q_y = 0, Q_\alpha = M_h, Q_{y2} = 0, Q_{y1} = 0, y_{d2} = 0, y_{d1} = 0, \text{ gdzie:} \\ F_h =, \text{ a } M_h = F_h e$$

Siłę hamowania wyznaczono za pomocą zasady równoważności pracy i energii kinetycznej, w tym przypadku przyjęto jako prędkość początkową $v = 70 \left[\frac{km}{h}\right]$ oraz drogę hamowania $s = 20 [m]$. Wyznaczona siła hamowania wynosi:

$$F_h = m \frac{v^2}{2s} = 4782,8[N] \quad (11)$$

3.2.3 Przyspieszanie

Symulując przyspieszanie przyjęto podobnie jak w przypadku symulacji hamowania samochodu 3.2.2, że siła zostanie określona na podstawie parametrów standardowych dla samochodów osobowych klasy średniej. Wartości sił uogólnionych wynoszą:

$$Q_x = F_c, Q_y = 0, Q_\alpha = M_c, Q_{y2} = 0, Q_{y1} = 0, y_{d2} = 0, y_{d1} = 0, \text{ gdzie:} \\ F_c =, \text{ a } M_c = F_c e$$

Siłę ciągu wyznaczono na podstawie przyspieszenia pozwalającego osiągnąć prędkość $v = 70 \left[\frac{km}{h}\right]$ w czasie $t = 6 [s]$.

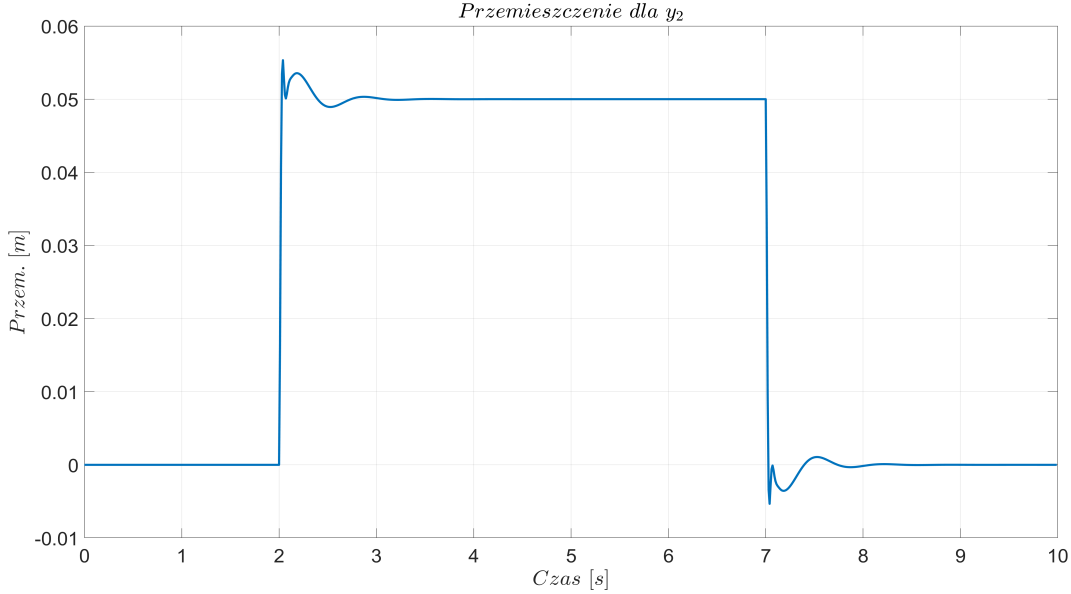
$$F_c = m \frac{v}{t} = 1640[N] \quad (12)$$

3.3 Wyniki symulacji

Na podstawie przedstawionego modelu fizycznego 2.2, stworzonego modelu matematycznego 2.3 wraz z zastosowanymi założeniami 2.1 dokonano symulacji dla trzech przypadków obciążenia 3.2. Wyniki symulacji dla każdego przypadku obrazują zachowanie samochodu w płaszczyźnie wzdłuż samochodu. Wyznaczone na tej podstawie siły przenoszone wzdłuż osi kolumny zostaną przedstawione w kolejnych rozdziałach.

W ramach symulacji przyjęto występowanie siły ciężkości, otrzymane w ten sposób wyniki są przesunięte do nowego położenia równowagi (ugięcie statyczne). Jako, że analiza sił występujących w kolumnie wymaga uwzględnienia sił ciężkości w celu poprawnego ich wyznaczenia zostaną przedstawione wyniki dla symulacji z uwzględnieniem siły ciężkości. Pamięając jednak, że w układzie liniowym drgania z ugięciem statycznym można sprowadzić do drgań w okół położenia równowagi wykonana zostanie także symulacja bez uwzględniania siły ciężkości w celu pokazania różnicy siły w kolumnie podczas obciążenia względem siły występującej podczas spoczynku układu.

Poniższy rysunek 6 obrazuje pionowe przemieszczenie zwrotnicy w wyniku pokonywania przeszkody. Wynik ten posłużył weryfikacji poprawności zachowania symulowanego układu.

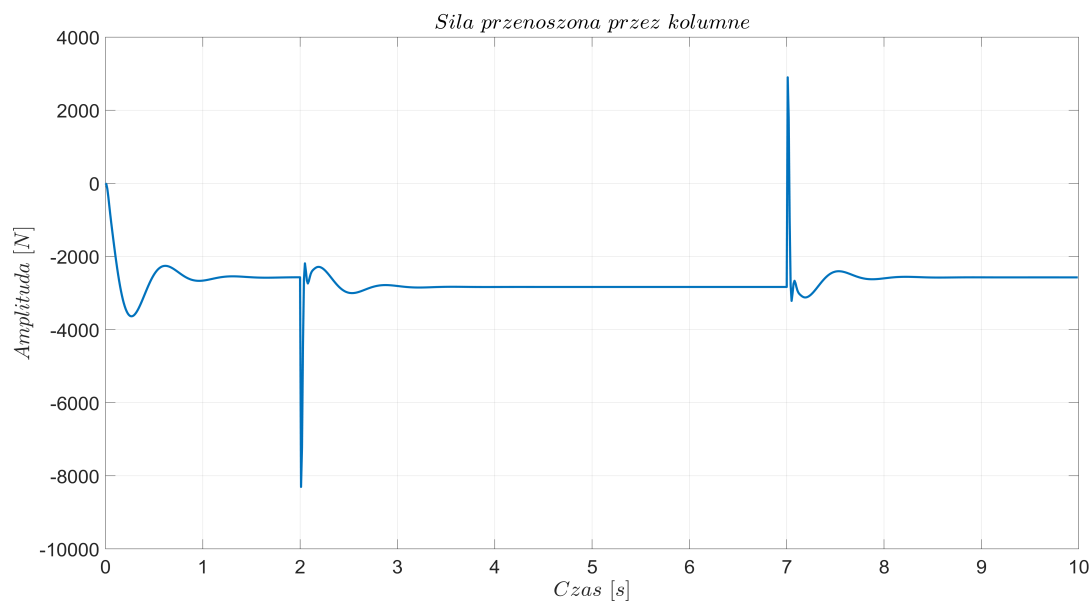


Rysunek 6: Przebieg czasowy przemieszczenia zwrotnicy koła przedniego na kierunku Y bez uwzględnienia siły ciężkości

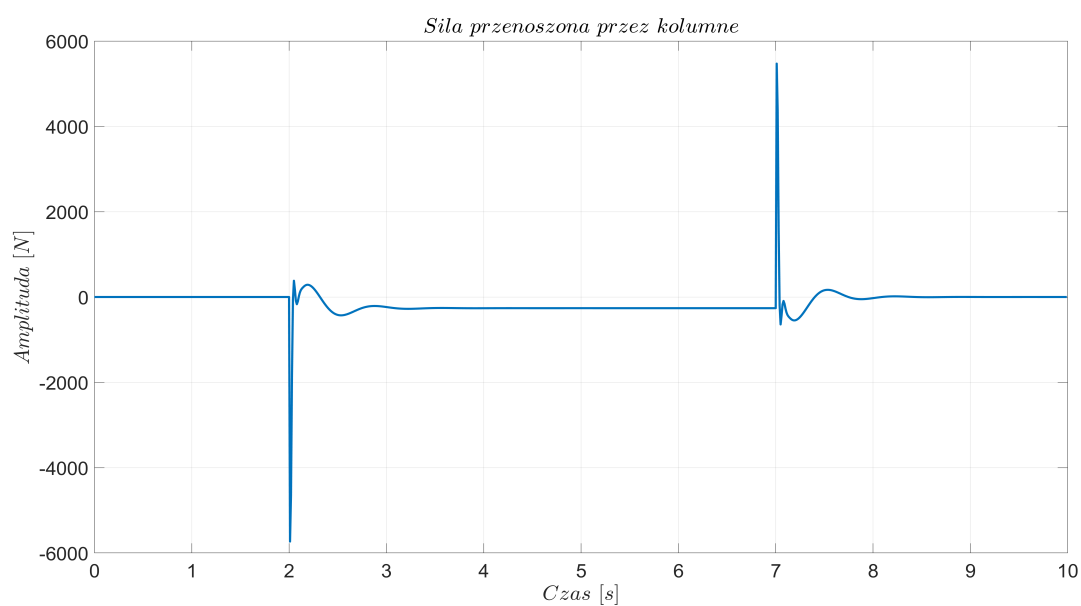
Powyższy wykres przedstawia charakterystyczny ruch, który odpowiada wynikom przedstawionym w [3, 9, 7]. W związku z tym przyjęto, że model zapewnia wystarczająco dobre odwzorowanie dynamiki układu. W wymienionych pracach modele o wiele bardziej skomplikowane, uwzględniające silną nieliniowość geometrii i ruchu rzeczywistego kolumny wykazują bardzo podobne wyniki. Z punktu widzenia symulacji są one bardziej odpowiednie rzeczywistości, lecz ich celem jest określenie nie tylko dynamiki ale także wspomnianej geometrii układu, zachowania ruchu każdego elementu i uwzględnienie ich w energii. Na podstawie przyjętych założeń 2.1 i po uwzględnieniu celu pracy zdecydowano, że model ten jest wystarczający.

3.3.1 Najeżdżanie na przeszkodę

Wyniki symulacji pokonywania przeszkody zgodnie z podanymi założeniami symulacji 3.2.1 przedstawione są na poniższych rysunkach 7, 8. Na pierwszym z nich widoczne jest przesunięcie równowagi układu, drgania oscylują wokół 2300[N], widoczny jest impulsowy charakter wymuszenia od krawężnika.



Rysunek 7: Przebieg czasowy siły przenoszonej przez kolumnę podczas pokonywania przeszkody



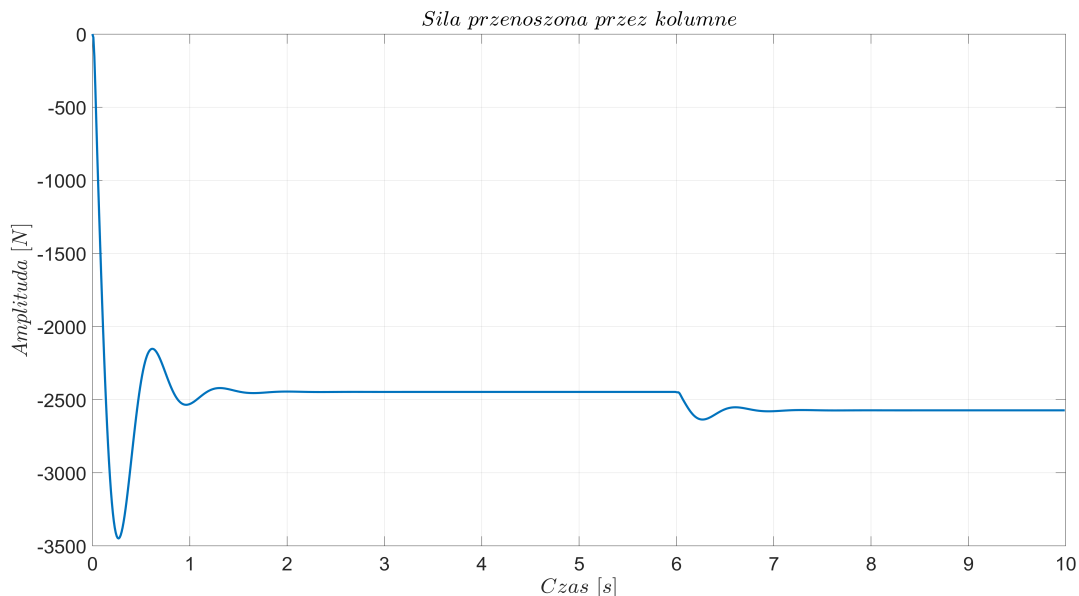
Rysunek 8: Przebieg czasowy siły przenoszonej przez kolumnę podczas pokonywania przeszkody bez uwzględniania sił ciężkości

Drugi wykres 8 przedstawia drgania wokół położenia równowagi, można zauważyć wysoką wartość jaką osiąga impuls siły. Przekracza on nie mały trzykrotnie siły występujące w stanie równowagi układu. Pozwala to potwierdzić fakt, iż zawieszenie w postaci kolumny MacPherson'a nie jest odpowiednie w przypadku dużych nierówności o skokowych zmianach. W okolicach 2 sekundy można zauważyć, że siła spowodowała znaczne ugięcie sprężyny, natomiast około 6 sekundy widoczne jest zjechanie z przeszkody. Siła zmieniła znak co oznacza, iż została rozciągnięta poprzez uwolnienie energii zgromadzonej w sprężynie.

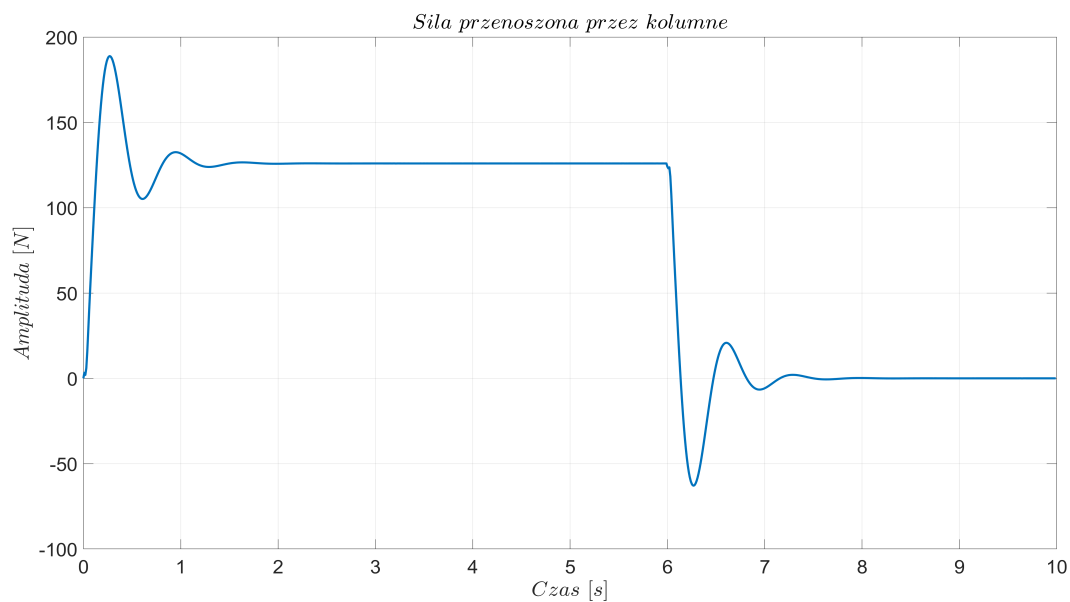
3.3.2 Przyspieszanie

Wyniki symulacji przyspieszania zgodnie z podanymi założeniami symulacji w rozdziale 3.2.3 przedstawione są na poniższych rysunkach 9, 10, 11.

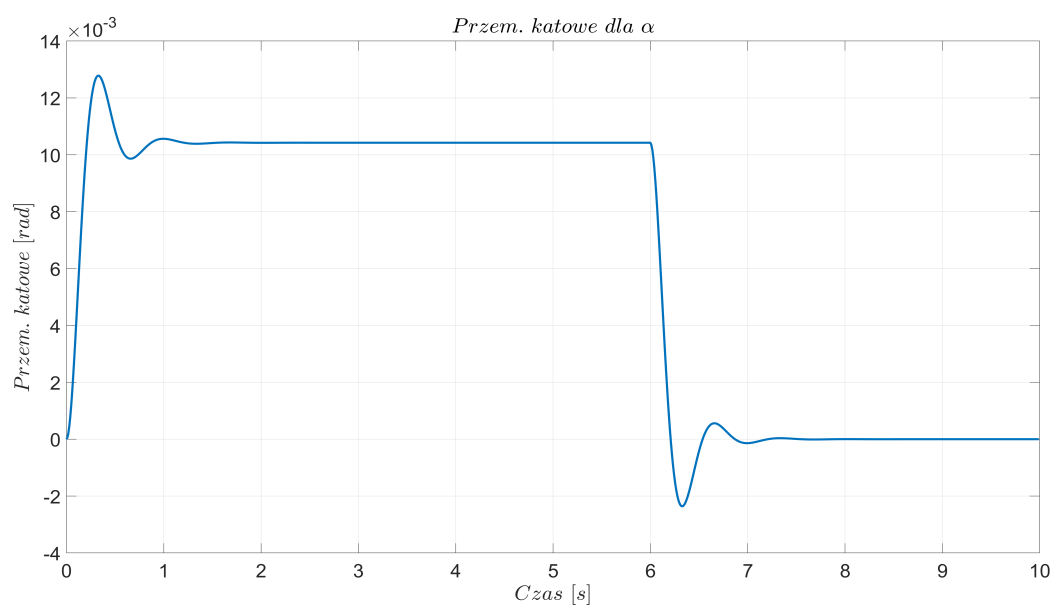
Rozpędzanie samochodu na wykresach przyjęło oczekiwane efekty. Widoczny jest wzrost energii w kolumnie MacPhersona na wykresie 10, który nie uwzględnia siły ciężkości. Siła ma wartość dodatnią, amortyzator jest zatem rozciągany. Ze względu na istniejące momenty od siły ciągu jest to zrozumiałe i oczekiwane, dobrze zaznaczone na wykresie przemieszczeń kątowych 11 – bryła nadwozia w trakcie przyspieszania przechyla się, w przeciwną stronę w stosunku do tego, co zaobserwowaliśmy przy hamowaniu. Wartość siły podczas rozpędzania wzrasta do stałej przechodząc przez niewielkie oscylacje związane ze sprężystością układu. W trakcie przyspieszania zachowuje stałą wartość, stała jest też siła ciągu. Po jej zaniku również układ wraca do położenia równowagi (w przypadku nieuwzględniającym siły ciężkości). Na wykresie uwzględniającym grawitację zaznaczone wyraźnie jest pomniejszenie obciążenia amortyzatora związane z siłami ciężkości o rozciągnięcie amortyzatora związane z kątem obrotu nadwozia wywołanym siłą ciągu. Po jej zaniku siła w układzie stabilizuje się na poziomie związanym z obciążeniem generowanym przez nadwozie.



Rysunek 9: Przebieg czasowy siły przenoszonej przez kolumnę podczas przyspieszania



Rysunek 10: Przebieg czasowy siły przenoszonej przez kolumnę podczas przyspieszania bez uwzględniania sił ciężkości

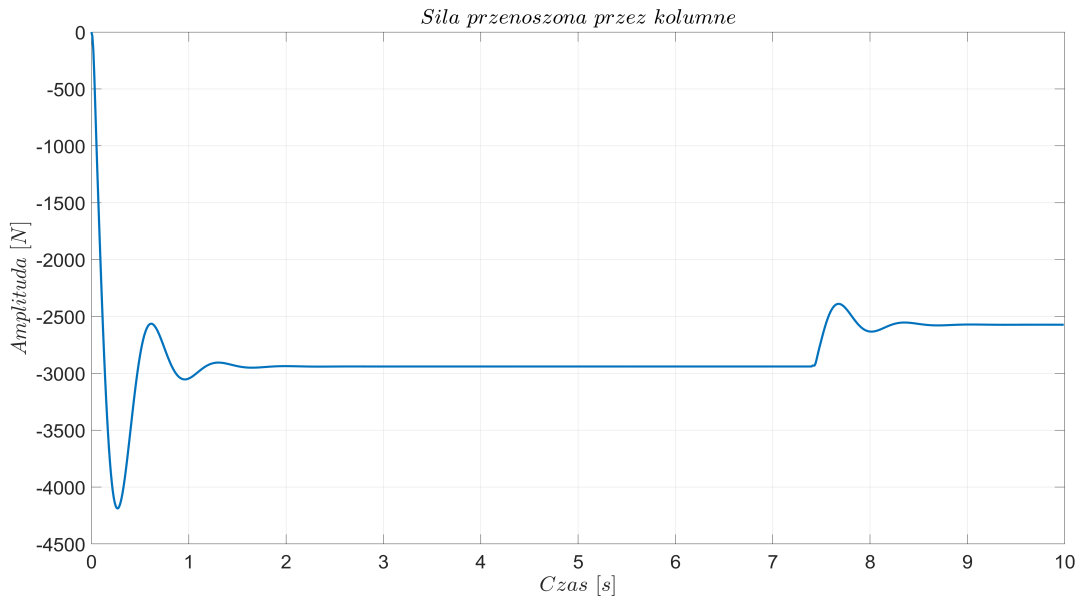


Rysunek 11: Przebieg czasowy przemieszczenia kąтового korpusu samochodu podczas przyspieszania

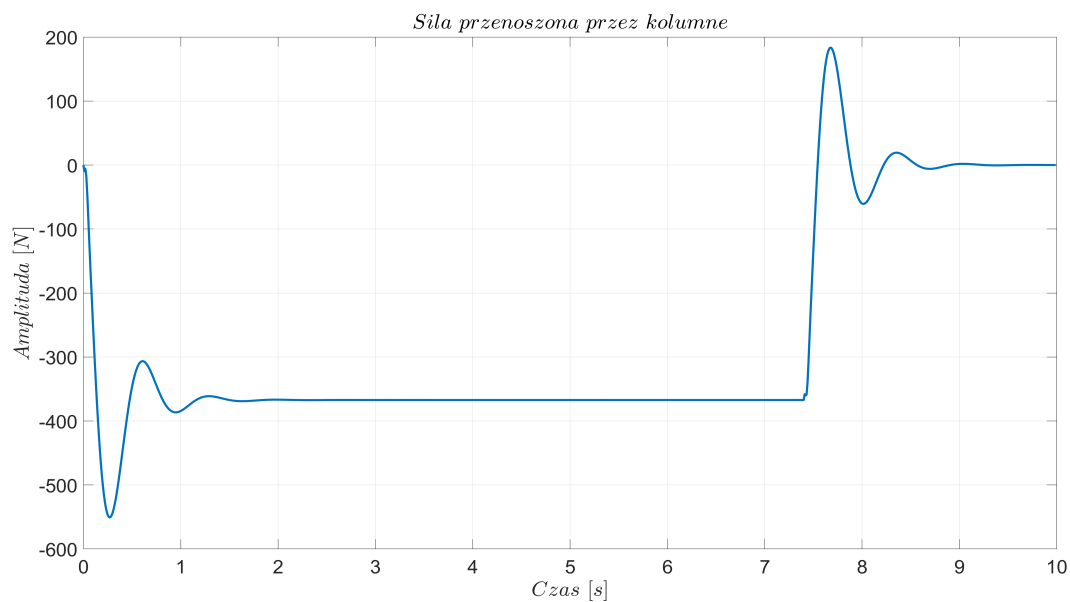
3.3.3 Hamowanie

Wyniki symulacji przyspieszania zgodnie z podanymi założeniami symulacji 3.2.2 przedstawione są na poniższych rysunkach 12, 13, 14.

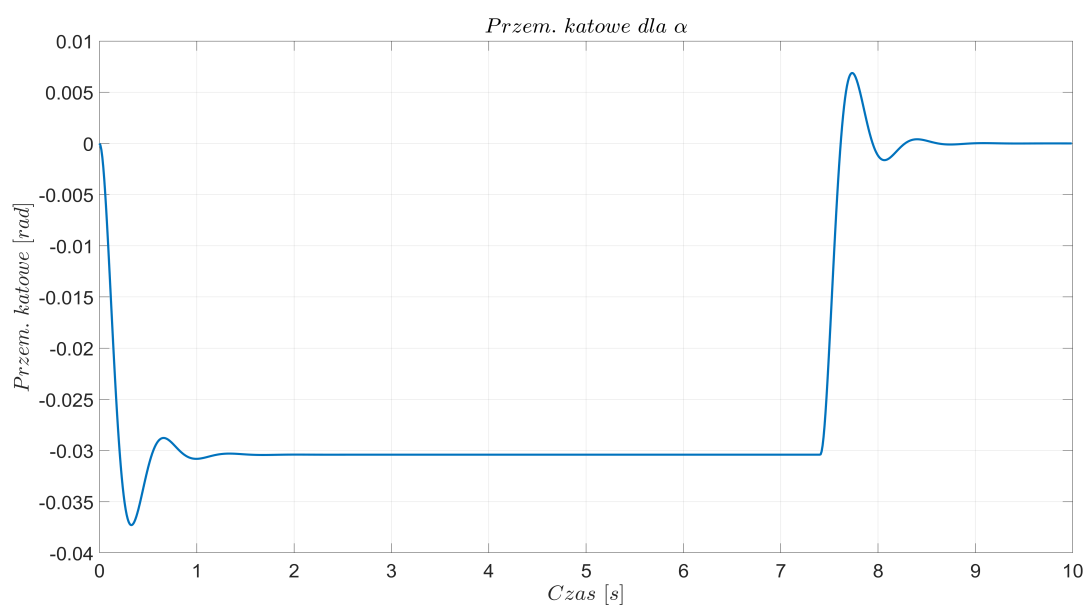
Wykresy związane ze zmianą amplitudy sił podczas hamowania w obu przypadkach potwierdzają to, co nasuwa już po krótkiej analizie tematu. Przy pojawianiu się momentu i sił tarcia spowalniających samochód, co widoczne najlepiej na wykresie 13, siła w kolumnie rośnie, zaczyna oscylować wokół pewnej wartości (ze względu na sprężystą charakterystykę działania), a w końcu osiąga określoną wartość, stałą do końca działania niezmienniej siły hamowania. Przy zatrzymaniu, odjęciu siły mamy zachowanie odwrotne – po krótkiej oscylacji i stabilizacji układu przestajemy notować siły związane z hamowaniem pojazdu. Na wykresie uwzględniającym siłę ciężkości widzimy jej spadek do maksymalnej wartości – jest ona wyższa niż przy rozpędzaniu, ponieważ w trakcie hamowania amortyzator jest dodatkowo dociążany poprzez bryłę auta i działające momenty od sił. Po ustaniu sił hamujących wartość obciążenia kolumny wraca do stanu powodowanego tylko przez ciężar nadwozia. Znak minus przy wartości siły określa, że amortyzator jest ściskany – zgodnie z przewidywaniem. Ze względu na wystąpienie momentu przechylającego bryłę samochodu nie dziwi również zmiana kąta alfa, widoczna na rysunku 14, bezpośrednio związana z przebiegiem hamowania.



Rysunek 12: Przebieg czasowy siły przenoszonej przez kolumnę podczas hamowania



Rysunek 13: Przebieg czasowy siły przenoszonej przez kolumnę podczas hamowania bez uwzględniania sił ciężkości



Rysunek 14: Przebieg czasowy przemieszczenia katowego korpusu samochodu podczas hamowania

4 Wnioski

Przedstawiona analiza potwierdziła początkowe założenia. Modelowanie układu do analizy dynamiki kolumny MacPhersona z wieloma uproszczeniami opisanymi w treści projektu było, jak każdy proces doboru uproszczeń do modelu, ryzykowne – prawdopodobne było obarczenie wyników dużym błędem ze względu na nieuwzględnianie wielu nieliniowych parametrów (jak chociażby w przypadku tłumika). Ku zadowoleniu, należy jednak stwierdzić, że powyższe wyniki obliczeń są zbieżne z wieloma, znacznie bardziej skomplikowanymi i pracochłonnymi modelami. To istotne nie tylko ze względu na konieczność stworzenia samego modelu, ale również z uwagi na późniejszą obróbkę danych – skomplikowane zależności nieliniowe to utrudnione metody rozwiązywania obliczeń – wzrasta ich poziom trudności, a z nim czas potrzebny do uzyskania wyników – wzrost ten jest nierzadko niewspółmierny z korzyścią związaną z dokładniejszym wyznaczeniem parametrów. W przypadku każdej pracy na modelach uwzględnia się możliwość pewnych odstępstw wyników od prawdy – dlatego też w przypadku projektów rzeczywistego układu przyjmuje się warunki bezpieczeństwa, co i w tym wypadku miałyby miejsce. Istotne jest natomiast to, że w niniejszym projekcie stworzono efektywne i precyzyjne narzędzie do obliczeń dynamicznych w sposób możliwie prosty, a jednocześnie dobrze oddający sytuację mającą miejsce w rzeczywistym układzie.

Bibliografia

- [1] Zbiegniew Lozia. “Modele symulacyjne ruchu i dynamiki dwóch pojazdów uprzywilejowanych”. In: *Czasopismo techniczne* 8.109 (3-M/2012), pp. 20–34.
- [2] J. Karl Hedrick Keum-Shik Hong Hyun-Chul Sohn. “Modified Skyhook Control of Semi-Active Suspensions: A New Model, Gain Scheduling, and Hardware-in-the-Loop Tuning”. In: *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 124 (2002), pp. 158–167. DOI: 10.1115/1.1434265.
- [3] MAREK SZCZOTKA. “Analiza numeryczna dynamiki pojazdu: model matematyczny oraz jego weryfikacja”. In: *ARCHIWUM MOTORYZACJI* 3 (2005), pp. 249–268.
- [4] H. Sar. “Wyznaczanie charakterystyk opon i masowego momentu bezwładności samochodu na podstawie badań trakcyjnych”. In: *ARCHIWUM MOTORYZACJI* 2 (2006), pp. 1–10.
- [5] P. Simiński Z. Lozia. “Wpływ położenia środka masy na zachowanie się pojazdu LTV w ruchu krzywoliniowym”. In: *Czasopismo techniczne* 6 (2008), pp. 65–83.
- [6] Mitura Andrzej. *Modelowanie drgań nieliniowego zawieszenia pojazdu samochodowego z tłumieniem magnetoreologicznym*. pol. Rozprawa doktorska. 2010.
- [7] Jorge Hurel, Anthony Mandow, and Alfonso Garcia. “Nonlinear Two-Dimensional Modeling of a McPherson Suspension for Kinematics and Dynamics Simulation”. In: Mar. 2012. DOI: 10.1109/AMC.2012.6197009.
- [8] I. MACIEJEWSKI W. MARKIEWICZ. “Modelowanie amortyzatora hydraulicznego w układach zawiesznień siedzisk stosowanych do redukcji drgań mechanicznych w poziomym kierunku oddziaływania”. In: *AUTOBUSY* 6 (2016), pp. 1029–1033.
- [9] J. Marzbanrad S. Dehbari. “Kinematic and Dynamic Analysis for a New MacPherson Strut Suspension System”. In: *Mechanics and Mechanical Engineering* 22.4 (2018), pp. 1223–1238.