

Sprawozdanie: Model dynamiczny przenośnika wibracyjnego

Jakub Lewandowski

The diagram illustrates a mechanical system with two rotating masses, m_1 and m_2 , and a central rectangular body of mass m_k and moment of inertia J_c . The system is supported by springs and dampers.

Masses and Moments:

- Mass m_1 with moment of inertia J_{c1} and center of mass o_1 is at a distance e from the pivot point a . It has a weight $m_1 g$ and an external moment M_{el1} . Its angular position is Φ_1 .
- Mass m_2 with moment of inertia J_{c2} and center of mass o_2 is at a distance e from the pivot point b . It has a weight $m_2 g$ and an external moment M_{el2} . Its angular position is Φ_2 .

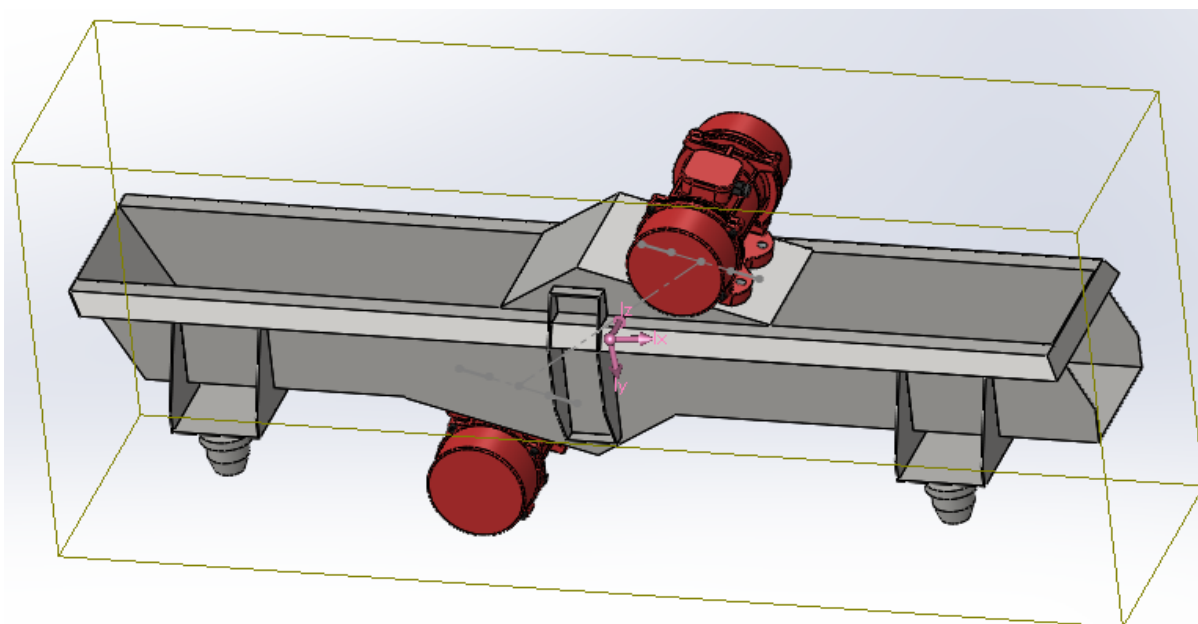
Central Body:

- The central body has mass m_k and moment of inertia J_c . Its center of mass is at the geometric center, with horizontal distance L and vertical distance H from the pivot points a and b respectively.
- It is supported by a horizontal spring k_x and a damper b_x on the left, and a horizontal spring k_x and a damper b_x on the right.
- It is also supported by a vertical spring k_y and a damper b_y at the bottom center.

Angles and Coordinates:

- The angle α is the orientation of the central body relative to the horizontal.
- The angle $\beta = 30^\circ$ is the angle between the vertical and the line connecting the pivot points a and b .
- A coordinate system (x, y) is shown at the center of the body, with x horizontal and y vertical.

Rysunek 1. Model fizyczny przenośnika wibracyjnego



Rysunek 2 Model geometryczny wibratora z układem współrzędnych względem którego liczone moment bezwładności

Na rysunku 1 przedstawiono model dynamiczny przenośnika wibracyjnego, składającego się z rynny (indeks k) zamocowanej na czterech pakietach sprężyn oraz dwóch elektrowibratorów (indeks 1 i 2). Nieruchomy układ współrzędnych został zlokalizowany w położeniu początkowym środka ciężkości rynny. Rysunek nie zawiera nadawy, która zostanie przedstawiona w dalszej części.

Objaśnienie symboli:

m_k – masa korpusu

$m_{1,2}$ – masa niewyważona wibratorów 1 i 2

$M_{el1,el2}$ – moment obrotowy silnika elektrycznego

J_C – moment bezwładności rynny

$J_{C1,C2}$ – moment bezwładności wirnika silnika wibratorów 1 i 2

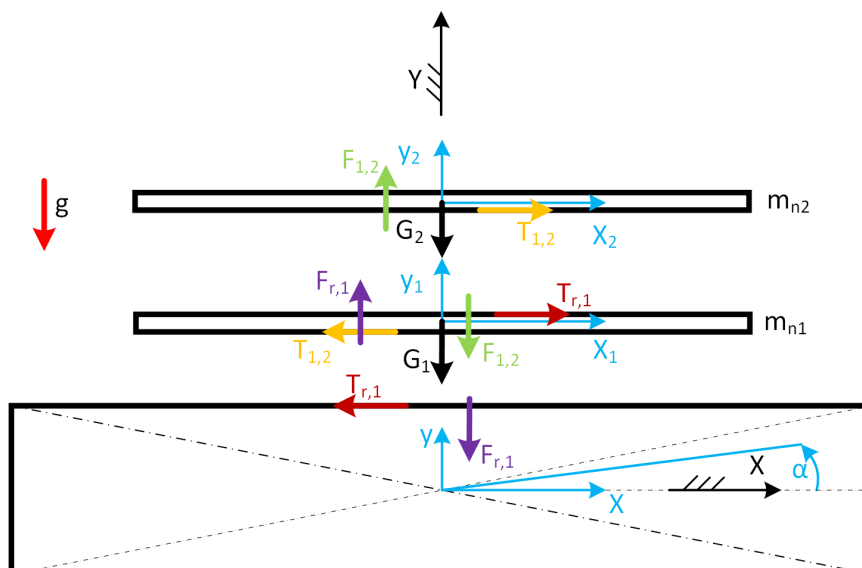
$k_{x,y}$ – Sztywność sprężyn na kierunku x i y

$b_{x,y}$ – Tłumienie na kierunku x i y

e – Długość ramienia masy niewyważonej

a – Odległość środków obrotu wibratorów od środka ciężkości rynny

H, L – Wysokość i długość rynny



Rysunek 3 Model nadawy

Na rysunku drugim przedstawiono model nadawy składający się z dwóch warstw. Przeszyczenia na kierunku X oraz Y obu warstw są liczone względem tego samego nieruchomego układu współrzędnych co na poprzedniej pierwszej ilustracji. Założono, że środki ciężkości obu warstw znajdują się w środku ciężkości rynny, przez co siły generowane przez nie na rynnę nie wpływają na współrzędną alfa.

Objaśnienia symboli:

$m_{n1,n2}$ – masa nadawy pierwszej i drugiej

$G_{1,2}$ – Siła ciężkości warstw nadawy

$T_{r,1}$ – Siła tarcia między rynną a pierwszą warstwą nadawy

$T_{1,2}$ – Siła tarcia między pierwszą warstwą nadawy a drugą

$F_{r,1}$ – Siła kontaktowa między rynną a pierwszą warstwą nadawy

$F_{1,2}$ – Siła kontaktowa między pierwszą a drugą warstwą nadawy

$x_{1,2}$ – Przeszyczenia na kierunku X pierwszej i drugiej nadawy

$y_{1,2}$ – Przeszyczenia na kierunku Y pierwszej i drugiej nadawy

2. Wyprowadzenie równań Lagrange'a

Równania zostały zapisane i rozwiązane w programie Mathcad.

Współrzędne uogólnione:

$$q = \{x, y, \alpha, \phi_1, \phi_2, y_1, y_2, x_1, x_2\}$$

gdzie:

$x_{1,2}$ – Przesunięcie poziome nadawcy

$y_{1,2}$ – Przesunięcie pionowe nadawcy

Przesunięcia środków ciężkości elektrowibratorów można zapisać jako:

Wibrator 1:

$$x_{c1} := (-a \cdot \cos(\beta - \alpha) - e_1 \cdot \cos(\phi_1) + x)$$

$$y_{c1} := a \cdot \sin(\beta - \alpha) + e_1 \cdot \sin(\phi_1) + y$$

Wibrator 2:

$$x_{c2} := (a \cdot \cos(\beta - \alpha) + e_2 \cdot \cos(\phi_2) + x)$$

$$y_{c2} := -a \cdot \sin(\beta - \alpha) + e_2 \cdot \sin(\phi_2) + y$$

Natomiast prędkości po zróźniczkowaniu można zapisać jako:

Wibrator 1:

$$v_{xc1} := v_x + e \cdot \omega \phi_1 \cdot \sin(\phi_1) - a \cdot \omega \alpha \cdot \sin(\beta - \alpha)$$

$$v_{yc1} := v_y + e \cdot \omega \phi_1 \cdot \cos(\phi_1) - a \cdot \omega \alpha \cdot \cos(\beta - \alpha)$$

Wibrator 2:

$$v_{xc2} := v_x - e \cdot \omega \phi_2 \cdot \sin(\phi_2) + a \cdot \omega \alpha \cdot \sin(\beta - \alpha)$$

$$v_{yc2} := v_y - e \cdot \omega \phi_2 \cdot \cos(\phi_2) + a \cdot \omega \alpha \cdot \cos(\beta - \alpha)$$

Mając już określone współrzędne uogólnione wraz z obliczonymi wartościami przemieszczeń i prędkości środków obrotu elektrowibratorów można zapisać:

Lagranżjan:

$$L = E_k - E_p$$

Energia kinetyczna:

$$E_k := \frac{m_k \cdot v_x^2}{2} + \frac{m_k \cdot v_y^2}{2} + \frac{J_c \cdot \omega^2}{2} + \frac{(J_{c1} + J_{w1} + J_{s1}) \cdot \omega \phi_1^2}{2} + \frac{(J_{c2} + J_{w2} + J_{s2}) \cdot \omega \phi_2^2}{2} + \dots$$
$$+ m_1 \cdot \frac{(v_{xc1})^2}{2} + m_1 \cdot \frac{(v_{yc1})^2}{2} + m_2 \cdot \frac{(v_{xc2})^2}{2} + m_2 \cdot \frac{(v_{yc2})^2}{2}$$

Energia potencjalna:

$$E_p := k_x \cdot (x + H \cdot \alpha)^2 + \frac{k_y \cdot (y + \alpha \cdot l)^2}{2} + \frac{k_y \cdot (y - \alpha \cdot l)^2}{2} + g \cdot m_k \cdot y + g \cdot m_1 \cdot y_{c1} + g \cdot m_2 \cdot y_{c2}$$

$$\begin{aligned}
L := & \frac{m_k \cdot \left(\frac{d}{dt}x\right)^2}{2} + \frac{m_k \cdot \left(\frac{d}{dt}y\right)^2}{2} + \frac{J_c \cdot \left(\frac{d}{dt}\alpha\right)^2}{2} + \frac{(J_{c1} + J_{w1} + J_{s1}) \cdot \left(\frac{d}{dt}\phi_1\right)^2}{2} + \frac{(J_{c2} + J_{w2} + J_{s2}) \cdot \left(\frac{d}{dt}\phi_2\right)^2}{2} + \blacksquare \dots \\
& + m_1 \cdot \frac{\left(\frac{d}{dt}x_{c1}\right)^2}{2} + m_1 \cdot \frac{\left(\frac{d}{dt}y_{c1}\right)^2}{2} + m_2 \cdot \frac{\left(\frac{d}{dt}x_{c2}\right)^2}{2} + m_2 \cdot \frac{\left(\frac{d}{dt}y_{c2}\right)^2}{2} - m_k \cdot g \cdot y - m_1 \cdot g \cdot y_{c1} - m_2 \cdot g \cdot y_{c2} \dots \\
& + \blacksquare - \frac{k_y \cdot (y + l \cdot \alpha)^2}{2} - \frac{k_y \cdot (y - l \cdot \alpha)^2}{2} - \frac{k_x \cdot (x + H \cdot \alpha)^2}{2} - \frac{k_x \cdot (-x - H \cdot \alpha)^2}{2}
\end{aligned}$$

Moc strat liniowych:

$$D := \frac{b_y \cdot \left[\frac{d}{dt}y + l \cdot \left(\frac{d}{dt}\alpha\right)\right]^2}{2} + \frac{b_y \cdot \left[\frac{d}{dt}y - l \cdot \left(\frac{d}{dt}\alpha\right)\right]^2}{2} + \frac{b_x \cdot \left[\frac{d}{dt}x - H \cdot \left(\frac{d}{dt}\alpha\right)\right]^2}{2} + \frac{b_x \cdot \left[\frac{d}{dt}x + H \cdot \left(\frac{d}{dt}\alpha\right)\right]^2}{2}$$

Równanie Lagrange'a dla współrzędnej uogólnionej x

$$\begin{aligned}
Q_x := & m_1 \cdot e \cdot \cos(\phi_1) \cdot \left(\frac{d}{dt}\phi_1\right)^2 - m_1 \cdot e \cdot \cos(\phi_2) \cdot \left(\frac{d}{dt}\phi_2\right)^2 + 2 \cdot b_x \cdot \left(\frac{d}{dt}x\right) + 2 \cdot k_x \cdot x + 2 \cdot m_1 \cdot \frac{d^2}{dt^2}x + \blacksquare \dots \\
& + m_k \cdot \frac{d^2}{dt^2}x + 2 \cdot H \cdot \alpha \cdot k_x + 2 \cdot H \cdot b_x \cdot \left(\frac{d}{dt}\alpha\right) + m_1 \cdot \frac{d^2}{dt^2}\phi_1 \cdot e \cdot \sin(\phi_1) - m_1 \cdot \frac{d^2}{dt^2}\phi_2 \cdot e \cdot \sin(\phi_2)
\end{aligned}$$

Równanie Lagrange'a dla współrzędnej uogólnionej y

$$\begin{aligned}
Q_y := & 2 \cdot g \cdot m_1 - m_1 \cdot e \cdot \sin(\phi_2) \cdot \left(\frac{d}{dt}\phi_2\right)^2 - m_1 \cdot e \cdot \sin(\phi_1) \cdot \left(\frac{d}{dt}\phi_1\right)^2 + g \cdot m_k + 2 \cdot b_y \cdot \left(\frac{d}{dt}y\right) + 2 \cdot m_1 \cdot \frac{d^2}{dt^2}y + \blacksquare \dots \\
& + m_k \cdot \frac{d^2}{dt^2}y + 2 \cdot k_y \cdot y + m_1 \cdot \frac{d^2}{dt^2}\phi_1 \cdot e \cdot \cos(\phi_1) + m_1 \cdot \frac{d^2}{dt^2}\phi_2 \cdot e \cdot \cos(\phi_2)
\end{aligned}$$

Równanie Lagrange'a dla współrzędnej uogólnionej α

$$\begin{aligned}
Q_\alpha := & J_c \cdot \frac{d^2}{dt^2}\alpha + 2 \cdot H \cdot b_x \cdot \left(\frac{d}{dt}x\right) + 2 \cdot H \cdot k_x \cdot x + 2 \cdot H^2 \cdot \alpha \cdot k_x + 2 \cdot H^2 \cdot b_x \cdot \left(\frac{d}{dt}\alpha\right) + 2 \cdot \alpha \cdot k_y \cdot l^2 + 2 \cdot b_y \cdot l^2 \cdot \left(\frac{d}{dt}\alpha\right) + \blacksquare \dots \\
& + 2 \cdot a^2 \cdot m_1 \cdot \frac{d^2}{dt^2}\alpha - a \cdot m_1 \cdot \left(\frac{d}{dt}\phi_1\right)^2 \cdot \sin(\beta - \alpha - \phi_1) \cdot e + a \cdot m_1 \cdot \frac{d^2}{dt^2}\phi_2 \cdot e \cdot \cos(\beta - \alpha + \phi_2) - \blacksquare \dots \\
& + a \cdot m_1 \cdot \frac{d^2}{dt^2}\phi_1 \cdot \cos(\beta - \alpha - \phi_1) \cdot e - a \cdot m_1 \cdot \left[\left(\frac{d}{dt}\phi\right)_2\right]^2 \cdot e \cdot \sin(\beta - \alpha + \phi_2)
\end{aligned}$$

Równanie Lagrange'a dla współrzędnej uogólnionej ϕ_1

$$Q_{\phi_1} := J_{c1} \cdot \frac{d^2}{dt^2} \phi_1 + J_{s1} \cdot \frac{d^2}{dt^2} \phi_1 + J_{w1} \cdot \frac{d^2}{dt^2} \phi_1 + m_1 \cdot \frac{d^2}{dt^2} \phi_1 \cdot e^2 + g \cdot m_1 \cdot e \cdot \cos(\phi_1) + m_1 \cdot \frac{d^2}{dt^2} y \cdot e \cdot \cos(\phi_1) + \dots$$

$$+ m_1 \cdot \frac{d^2}{dt^2} x \cdot e \cdot \sin(\phi_1) - a \cdot m_1 \cdot \left(\frac{d}{dt} \alpha \right) \cdot \cos(\beta - \alpha - \phi_1) \cdot e - a \cdot \alpha \cdot m_1 \cdot \left(\frac{d}{dt} \alpha \right) \cdot \sin(\beta - \alpha - \phi_1) \cdot e - \dots$$

$$+ a \cdot \alpha \cdot m_1 \cdot \left(\frac{d}{dt} \phi \right)_1 \cdot \sin(\beta - \alpha - \phi_1) \cdot e + a \cdot m_1 \cdot \left(\frac{d}{dt} \alpha \right) \cdot \left(\frac{d}{dt} \phi \right)_1 \cdot \sin(\beta - \alpha - \phi_1) \cdot e$$

Równanie Lagrange'a dla współrzędnej uogólnionej ϕ_2

$$Q_{\phi_2} := J_{c1} \cdot \frac{d^2}{dt^2} \phi_2 + J_{s1} \cdot \frac{d^2}{dt^2} \phi_2 + J_{w1} \cdot \frac{d^2}{dt^2} \phi_2 + m_1 \cdot \frac{d^2}{dt^2} \phi_2 \cdot e^2 + g \cdot m_1 \cdot e \cdot \cos(\phi_2) + m_1 \cdot \frac{d^2}{dt^2} y \cdot e \cdot \cos(\phi_2) - \dots$$

$$+ m_1 \cdot \frac{d^2}{dt^2} x \cdot e \cdot \sin(\phi_2) + a \cdot m_1 \cdot \left(\frac{d}{dt} \alpha \right) \cdot e \cdot \cos(\beta - \alpha + \phi_2) + a \cdot \alpha \cdot m_1 \cdot \left(\frac{d}{dt} \alpha \right) \cdot e \cdot \sin(\beta - \alpha + \phi_2) - \dots$$

$$+ a \cdot \alpha \cdot m_1 \cdot \left(\frac{d}{dt} \phi_2 \right) \cdot e \cdot \sin(\beta - \alpha + \phi_2) + a \cdot m_1 \cdot \left(\frac{d}{dt} \alpha \right) \cdot \left(\frac{d}{dt} \phi_2 \right) \cdot e \cdot \sin(\beta - \alpha + \phi_2)$$

Wartości sił uogólnionych Q_{qi} dla równań bez nadawcy:

$$Q_x := 0$$

$$Q_y := 0$$

$$Q_\alpha := M_{el1} - M_{el2}$$

$$Q_{\phi_1} := M_{el1}$$

$$Q_{\phi_2} := M_{el2}$$

Wartości sił uogólnionych Q_{qi} dla równań z nadawcą:

$$Q_x := -T_{r,1}$$

$$Q_y := -F_{r,1}$$

$$Q_\alpha := M_{el1} - M_{el2}$$

$$Q_{\phi_1} := M_{el1}$$

$$Q_{\phi_2} := M_{el2}$$

Dla których wartości momentów elektrycznych M_{el1} oraz M_{el2} wyrażane są zależnościami funkcyjną ze zmienną prędkością kątową wirnika silnika:

$$M_{el1} := 2 \cdot M_{ut} \cdot \left(\omega_s - \omega_{ut} \right) \cdot \frac{\left(\omega_s - \frac{d}{dt} \phi_1 \right)}{\left(\omega_s - \omega_{ut} \right)^2 + \left(\omega_s - \frac{d}{dt} \phi_1 \right)^2}$$

$$M_{el2} := 2 \cdot M_{ut} \cdot (\omega_s - \omega_{ut}) \cdot \frac{\left(\omega_s - \frac{d}{dt} \phi_2 \right)}{\left(\omega_s - \omega_{ut} \right)^2 + \left(\omega_s - \frac{d}{dt} \phi_2 \right)^2}$$

gdzie:

M_{ut} – Moment utyku silnika

ω_s - prędkość kątowa wirnika synchroniczna

ω_{ut} – prędkość kątowa wirnika utyku

Ruch nadawy może zostać opisany równaniami Newtona:

$$m_{n1} \cdot \frac{d^2}{dt^2} x_1 = (T_{r,1} - T_{1,2})$$

$$m_{n1} \cdot \frac{d^2}{dt^2} y_1 = (F_{r,1} - F_{1,2} - m_{n1} \cdot g)$$

$$m_{n2} \cdot \frac{d^2}{dt^2} x_2 = (T_{1,2})$$

$$m_{n2} \cdot \frac{d^2}{dt^2} y_2 = (F_{1,2} - m_{n2} \cdot g)$$

$$F_{j,(j-1,k)} = (y_{j-1,k} - y_{j,k})^p \cdot k \cdot \left[1 - \frac{(1-R^2)}{2} \cdot \left[1 - \operatorname{sgn}(y_{j-1,k} - y_{j,k}) \cdot \operatorname{sgn} \left[\left(\frac{d}{dt} x \right)_{j-1,k} - \left(\frac{d}{dt} x \right)_{j,k} \right] \right] \right]$$

$$F_{t(j,j-1,k)} = -\mu \cdot F_{j(j-1,k)} \cdot \operatorname{sgn} \left[\left(\frac{d}{dt} x \right)_{j,k} - \left(\frac{d}{dt} x \right)_{j-1,k} \right]$$

gdzie:

m_{n1} – Masa nadawy pierwszej

m_{n2} – Masa nadawy drugiej

$T_{r,1}(\dots)$ – Siła tarcia

$F_{r,1}(\dots)$ - Siła kontaktowa

R – Współczynnik restytucji

p – Wykładnik Hertza Sztajermana

μ – współczynnik tarcia rynny i nadawy

μ_2 – współczynnik tarcia między nadawami

k – stała sprężystości kontaktowej brył

Macierze dla przenośnika bez zamodelowanej nadawy:

$$\begin{pmatrix} J_c + 2 \cdot m_1 \cdot a^2 & 0 & 0 & -a \cdot m_1 \cdot e \cdot \cos(\beta - \alpha - \phi_1) & a \cdot m_1 \cdot e \cdot \cos(\beta - \alpha + \phi_2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2m_1 + m_K & 0 & m_1 \cdot e \cdot \sin(\phi_1) & -m_1 \cdot e \cdot \sin(\phi_2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \cdot m_1 + m_K & m_1 \cdot e \cdot \cos(\phi_1) & m_1 \cdot e \cdot \cos(\phi_2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 \cdot e \cdot \sin(\phi_1) & m_1 \cdot e \cdot \cos(\phi_1) & J_{c1} + J_{s1} + J_{w1} + m_1 \cdot e^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -m_1 \cdot e \cdot \sin(\phi_2) & m_1 \cdot e \cdot \cos(\phi_2) & 0 & J_{c1} + J_{s1} + J_{w1} + m_1 \cdot e^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad Q := \begin{pmatrix} \omega\alpha \\ vx \\ vy \\ \omega\phi_1 \\ \omega\phi_2 \\ \alpha \\ x \\ y \\ \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
& \left[\begin{aligned}
& \textcolor{red}{M}_{\text{el}11} - M_{\text{el}12} - 2 \cdot \text{H} \cdot \text{b}_X \cdot \text{v}_X - 2 \cdot \text{K} \cdot \text{k}_X \cdot \text{x} - 2 \cdot \text{H}^2 \cdot \text{k}_X \cdot \alpha - 2 \cdot \text{H}^2 \cdot \text{b}_X \cdot \omega \alpha - 2 \cdot \text{k}_y \cdot \text{l}^2 \cdot \alpha - 2 \cdot \text{b}_y \cdot \text{l}^2 \cdot \omega \alpha + \text{m}_1 \cdot \text{a} \cdot \text{e} \cdot \sin(\beta - \alpha - \phi \ 1) \cdot (\omega \phi \ 1)^2 + \text{m}_1 \cdot \text{a} \cdot \text{e} \cdot \sin(\beta - \alpha + \phi \ 2) \cdot (\omega \phi \ 2)^2 \\
& - \text{m}_1 \cdot \text{e} \cdot (\omega \phi \ 1)^2 \cdot \cos(\phi \ 1) + \text{m}_1 \cdot \text{e} \cdot (\omega \phi \ 2)^2 \cdot \cos(\phi \ 2) - 2 \cdot \text{b}_X \cdot \text{v}_X - 2 \cdot \text{k}_X \cdot \text{x} - 2 \cdot \text{H} \cdot \text{k}_X \cdot \alpha - 2 \cdot \text{H} \cdot \text{b}_X \cdot \omega \alpha \\
& - \text{g} \cdot (2 \cdot \text{m}_1 + \text{m}_\text{K}) + \text{m}_1 \cdot \text{e} \cdot (\omega \phi \ 2)^2 \cdot \sin(\phi \ 2) + \text{m}_1 \cdot \text{e} \cdot (\omega \phi \ 1)^2 \cdot \sin(\phi \ 1) - 2 \cdot \text{b}_y \cdot \text{v}_y - 2 \cdot \text{k}_y \cdot \text{y} \\
& M_{\text{el}11} - \text{m}_1 \cdot \text{e} \cdot \text{g} \cdot \cos(\phi \ 1) - \text{m}_1 \cdot \text{a} \cdot \text{e} \cdot \cos(\beta - \alpha - \phi \ 1) \cdot \omega \alpha - \text{m}_1 \cdot \text{a} \cdot \text{e} \cdot \sin(\beta - \alpha - \phi \ 1) \cdot \alpha \cdot \omega \alpha + \text{m}_1 \cdot \text{a} \cdot \text{e} \cdot \sin(\beta - \alpha - \phi \ 1) \cdot \omega \phi \ 1 \cdot \omega \alpha \cdot \omega \phi \ 1 \\
& M_{\text{el}12} - \text{m}_1 \cdot \text{e} \cdot \text{g} \cdot \cos(\phi \ 2) - \text{m}_1 \cdot \text{a} \cdot \text{e} \cdot \cos(\beta - \alpha + \phi \ 2) \cdot \omega \alpha - \text{m}_1 \cdot \text{a} \cdot \text{e} \cdot \sin(\beta - \alpha + \phi \ 2) \cdot \alpha \cdot \omega \alpha + \text{m}_1 \cdot \text{a} \cdot \text{e} \cdot \sin(\beta - \alpha + \phi \ 2) \cdot \omega \phi \ 2 \cdot \omega \alpha \cdot \omega \phi \ 2 \\
& \omega \alpha \\
& \text{v}_X \\
& \text{v}_y \\
& \omega \phi \ 1 \\
& \omega \phi \ 2
\end{aligned} \right]
\end{aligned}$$

W :=

$\omega\alpha$
 \mathbf{vx}
 \mathbf{vy}
 $\omega\phi\ 1$
 $\omega\phi\ 2$
 α
 \mathbf{x}
 y
 $\phi\ 1$
 $\phi\ 2$
 $\mathbf{vx}1$
 $\mathbf{vy}1$
 $\mathbf{vx}2$
 $\mathbf{vy}2$
 $\mathbf{x}1$
 $y1$
 $\mathbf{x}2$
 $y2$

[illegible]

$$\begin{aligned}
\mathbf{M}_{\text{el}11} - \mathbf{M}_{\text{el}12} - 2 \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{b}_X \cdot \mathbf{v}_X - 2 \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{k}_X \cdot \mathbf{x} - 2 \cdot \mathbf{H}^2 \mathbf{k}_X \cdot \alpha - 2 \cdot \mathbf{H}^2 \mathbf{b}_X \cdot \omega \alpha - 2 \cdot \mathbf{k}_Y \cdot \mathbf{l}^2 \cdot \alpha - 2 \cdot \mathbf{b}_Y \cdot \mathbf{l}^2 \cdot \omega \alpha + \mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{a} \cdot \mathbf{e} \cdot \sin(\beta - \alpha - \phi_1) \cdot (\omega \phi_1)^2 + \mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{a} \cdot \mathbf{e} \cdot \sin(\beta - \alpha + \phi_2) \cdot (\omega \phi_2)^2 \\
- \mathbf{T}_{r,1} - \mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{e} \cdot (\omega \phi_1)^2 \cdot \cos(\phi_1) + \mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{e} \cdot (\omega \phi_2)^2 \cdot \cos(\phi_2) - 2 \cdot \mathbf{b}_X \cdot \mathbf{v}_X - 2 \cdot \mathbf{k}_X \cdot \mathbf{x} - 2 \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{k}_X \cdot \alpha - 2 \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{b}_X \cdot \omega \alpha \\
- \mathbf{F}_{r,1} - \mathbf{g} \cdot (2 \cdot \mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_k) + \mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{e} \cdot (\omega \phi_2)^2 \cdot \sin(\phi_2) + \mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{e} \cdot (\omega \phi_1)^2 \cdot \sin(\phi_1) - 2 \cdot \mathbf{b}_Y \cdot \mathbf{v}_Y - 2 \cdot \mathbf{k}_Y \cdot \mathbf{y} \\
\mathbf{M}_{\text{el}11} - \mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{e} \cdot \mathbf{g} \cdot \cos(\phi_1) - \mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{a} \cdot \mathbf{e} \cdot \cos(\beta - \alpha - \phi_1) \cdot \omega \alpha - \mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{a} \cdot \mathbf{e} \cdot \sin(\beta - \alpha - \phi_1) \cdot \alpha \cdot \omega \phi_1 + \mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{a} \cdot \mathbf{e} \cdot \sin(\beta - \alpha - \phi_1) \cdot \omega \alpha \cdot \omega \phi_1 \\
\mathbf{M}_{\text{el}12} - \mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{e} \cdot \mathbf{g} \cdot \cos(\phi_2) - \mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{a} \cdot \mathbf{e} \cdot \cos(\beta - \alpha + \phi_2) \cdot \omega \alpha - \mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{a} \cdot \mathbf{e} \cdot \sin(\beta - \alpha + \phi_2) \cdot \alpha \cdot \omega \phi_2 - \mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{a} \cdot \mathbf{e} \cdot \sin(\beta - \alpha + \phi_2) \cdot \omega \alpha \cdot \omega \phi_2 \\
\omega \alpha \\
\mathbf{v}_X \\
\mathbf{v}_Y \\
\omega \phi_1 \\
\omega \phi_2 \\
\mathbf{W} := \left[\begin{aligned}
& -\mu \cdot \left[(y - y_1) \cdot k \cdot \left[1 - \frac{(1 - R^2) \cdot [1 - \text{sgn} \cdot (y - y_1) \cdot \text{sgn} \cdot (v_y - v_{y1})]}{2} \right] \cdot \text{sgn}(v_{x1} - v_x) + \mu \cdot \left[(y_1 - y_2) \cdot k \cdot \left[1 - \frac{(1 - R^2) \cdot [1 - \text{sgn} \cdot (y_1 - y_2) \cdot \text{sgn} \cdot (v_{y1} - v_{y2})]}{2} \right] \cdot \text{sgn}(v_{x2} - v_{x1}) \right] \right. \\
& \left. - \mathbf{m}_{n1} \cdot \mathbf{g} + (y - y_1) \cdot k \cdot \left[1 - \frac{(1 - R^2) \cdot [1 - \text{sgn} \cdot (y - y_1) \cdot \text{sgn} \cdot (v_y - v_{y1})]}{2} \right] - (y_1 - y_2) \cdot k \cdot \left[1 - \frac{(1 - R^2) \cdot [1 - \text{sgn} \cdot (y_1 - y_2) \cdot \text{sgn} \cdot (v_{y1} - v_{y2})]}{2} \right] \right] \\
& \left. - \mu \cdot \left[(y_1 - y_2) \cdot k \cdot \left[1 - \frac{(1 - R^2) \cdot [1 - \text{sgn} \cdot (y_1 - y_2) \cdot \text{sgn} \cdot (v_{y1} - v_{y2})]}{2} \right] \cdot \text{sgn}(v_{x2} - v_{x1}) \right] \right. \\
& \left. - \mathbf{m}_{n2} \cdot \mathbf{g} + (y_1 - y_2) \cdot k \cdot \left[1 - \frac{(1 - R^2) \cdot [1 - \text{sgn} \cdot (y_1 - y_2) \cdot \text{sgn} \cdot (v_{y1} - v_{y2})]}{2} \right] \right] \\
& \mathbf{v}_{x1} \\
& \mathbf{v}_{y1} \\
& \mathbf{v}_{x2} \\
& \mathbf{v}_{y2}
\end{aligned} \right]
\end{aligned}$$

3. Parametry przyjęte do obliczeń symulacyjnych. Obliczenia dodatkowe niezbędne do wykonania symulacji.

a) Wymiary przenośnika wibracyjnego

$$e = 0,02 \text{ [cm]}$$

$$a = 0,225 \text{ [m]}$$

$$H = 0,15 \text{ [m]}$$

$$L = 0,5 \text{ [m]}$$

$$\beta = \frac{\pi}{6}$$

b) Parametry potrzebne do obliczeń sił kontaktowych i tarcia w nadawie

$$m_{n1} = 0,72 \text{ [kg]}$$

$$m_{n2} = 0,72 \text{ [kg]}$$

$$R = 0,01$$

$$p = 1$$

$$\mu = 0,4$$

$$\mu_2 = 0,7$$

$$k = 1,5 \cdot 10^8$$

Obliczenia masy nadawy pierwszej oraz drugiej

$$\rho = 1440 \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right] - \text{gęstość piasku}$$

$$h = 0,002 \text{ [m]} - \text{wysokość nadawy}$$

$$P = 0,25 \text{ [m}^2\text{]} - \text{pole powierzchni nadawy (odczytane z programu SOLIDWORKS)}$$

$$v = 0,25 \cdot 0,002 = 0,0005 \text{ [m}^3\text{]} - \text{objętość nadawy}$$

$$m = v \cdot \rho = 1440 \cdot 0,0005 = 0,72 \text{ [kg]} - \text{masa nadawy}$$

c) Obliczenia niezbędne dla uzyskania momentów elektrycznych

Część informacji dotyczących elektrowibratora została odczytana z katalogu firmy OLI (www.olivibra.com.pl) oraz tabliczki znamionowej znajdującej się na badanym obiekcie.

Typ MVE 200/15

$$\text{Moc } P_{rob\ nom} = 0,16 \text{ [kW]}$$

$$\text{Masa elektrowibratora: } 11,8 \text{ [kg]}$$

$$\text{Moment statyczny: } 2,985 \text{ [Kgcm]}$$

Stałe silnika asynchronicznego:

$$\omega_{znam} = \frac{\pi \cdot n_{nom}}{30} = \frac{\pi \cdot 1400}{30} = 146,61 \left[\frac{1}{s} \right]$$

$$\omega_{synch} = \frac{\pi \cdot n_{synch}}{30} = \frac{\pi \cdot 1500}{30} = 157,08 \left[\frac{1}{s} \right]$$

$$M_{rob\ el} = \frac{P_{rob\ nom}}{\omega_{synch}} = \frac{0,16 \cdot 1000}{157,08} = 1,019 [Nm]$$

$$M_{rob\ ut} = M_{rob\ el} \cdot p = 1,019 \cdot p = 2,547 [Nm]$$

$$s_{rob\ nom} = \frac{n_{synchr} - n_{rob\ nom}}{n_{synchr}} = \frac{1500 - 1400}{1500} = 0,067$$

$$s_{rob\ ut} = s_{rob\ nom} \cdot (p + \sqrt{p^2 - 1}) = 0,067 \cdot (2,5 + \sqrt{2,5^2 - 1}) = 0,321$$

d) Masy i momenty bezwładności

Masa silnika wynosi 12 kg, natomiast masa niewyważona 3,86 kg (oznaczona jako $m_{1,2}$). Masa korpusu i stojana wynosi zatem 8,14 kg. Wartości te wraz z masą całej rynnny (38,95 kg) są masami oznaczonymi w równaniach wcześniej jako m_k , czyli poruszającymi się ruchem płaskim (współrzędne uogólnione x , y i α). Na rysunku trzecim przedstawiono zdjęcie z programu SOLIDWORKS wraz z układem współrzędnych względem którego liczono moment bezwładności (I_{zz}). Wartości bezwładności $J_{S1,S2}$ oraz $J_{W1,W2}$ były odczytane z katalogu OMEC Motors dla silnika podobnej wielkości.

$$m_{1,2} = 3,86 [kg]$$

$$m_k = 55,2323 [kg]$$

$$J_C = 1,3336 kg \cdot m^2$$

$$J_{C1,C2} = 4,8403 \cdot 10^{-5} [kg \cdot m^2]$$

$$J_{S1,S2} = 0,0075 [kg \cdot m^2]$$

$$J_{W1,W2} = 0,0075 [kg \cdot m^2]$$

e) Sztywność i tłumienie sprężyn

Obliczenia sztywności i tłumienia zostały wykonane na podstawie danych pomiarowych:

Sygnal 1 – kierunek pionowy bez dodatkowej masy

Odczytana amplituda i czas w punkcie pierwszym:

$$x_1 = 1,969 [s], y_1 = 2,695 \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

Drugi punkt odczytany po 10 okresach:

$$x_2 = 5,474 [s], y_2 = 2,734 \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

Okres drgań T :

$$T_1 = 1,701 - 1,351 = 0,35 [s]$$

Częstość ω :

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} = 17,952 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

Sygnal 2 – kierunek pionowy z dodatkową masą

Odczytana amplituda i czas w punkcie pierwszym:

$$x_1 = 0,195 \text{ [s]}, y_1 = 2,734 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

Drugi punkt odczytany po 15 okresach:

$$x_2 = 5,740 \text{ [s]}, y_2 = 1,883 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

Okres drgań T :

$$T_2 = 1,393 - 1,023 = 0,37 \text{ [s]}$$

Częstość ω :

$$\omega_2 = \frac{2\pi}{T_2} = 16,982 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

Sygnal 3 – kierunek poziomy

Odczytana amplituda i czas w punkcie pierwszym:

$$x_1 = 0,198 \text{ [s]}, y_1 = 0,759 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

Drugi punkt odczytany po 6 okresach:

$$x_2 = 5,324 \text{ [s]}, y_2 = 0,434 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

Okres drgań T :

$$T_3 = 1,694 - 0,844 = 0,85 \text{ [s]}$$

Częstość ω :

$$\omega_3 = \frac{2\pi}{T_3} = 7,392 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

Na podstawie logarytmicznego dekrementu tłumienia

$$\beta_1 = \frac{-\ln\left(\frac{y_1}{y_2}\right)}{n_1 T_1} = 0,0676, \beta_2 = 0,0672, \beta_3 = 0,1094$$

Przekształcając układ równań:

$$\omega_{t_2} = \sqrt{\frac{k_z}{m + m_d} - \beta_2^2}, \quad \omega_{t_1} = \sqrt{\frac{k_z}{m} - \beta_1^2}$$

Otrzymano wyrażenie na zastępczy współczynnik sprężystości na kierunku pionowym, masę układu oraz zastępczy współczynnik tłumienia:

$$k_{zy} = m_d \frac{(\beta_1^2 + \omega_1^2)(\beta_2^2 + \omega_2^2)}{(\beta_1^2 + \omega_1^2) - (\beta_2^2 + \omega_2^2)} = 20288 \left[\frac{N}{m} \right]$$

$$m = k \frac{1}{\beta_1^2 + \omega_1^2} = 62,9523 [kg]$$

$$b_{zy} = \beta_1 \cdot 2m = 8,5142 \left[\frac{N \cdot s}{m} \right]$$

Otrzymano wyrażenie na zastępczy współczynnik sprężystości na kierunku poziomym oraz zastępczy współczynnik tłumienia:

$$k_{zx} = m \cdot (\beta_3^2 + \omega_3^2) = 25428 \left[\frac{N}{m} \right]$$

$$b_{zx} = \beta_3 \cdot 2m = 13,7763 \left[\frac{N \cdot s}{m} \right]$$

Ostatecznie sztywności i tłumienia sprężyn wynoszą się następująco:

$$k_x = \frac{1}{2} k_{zx} = 1,2714$$

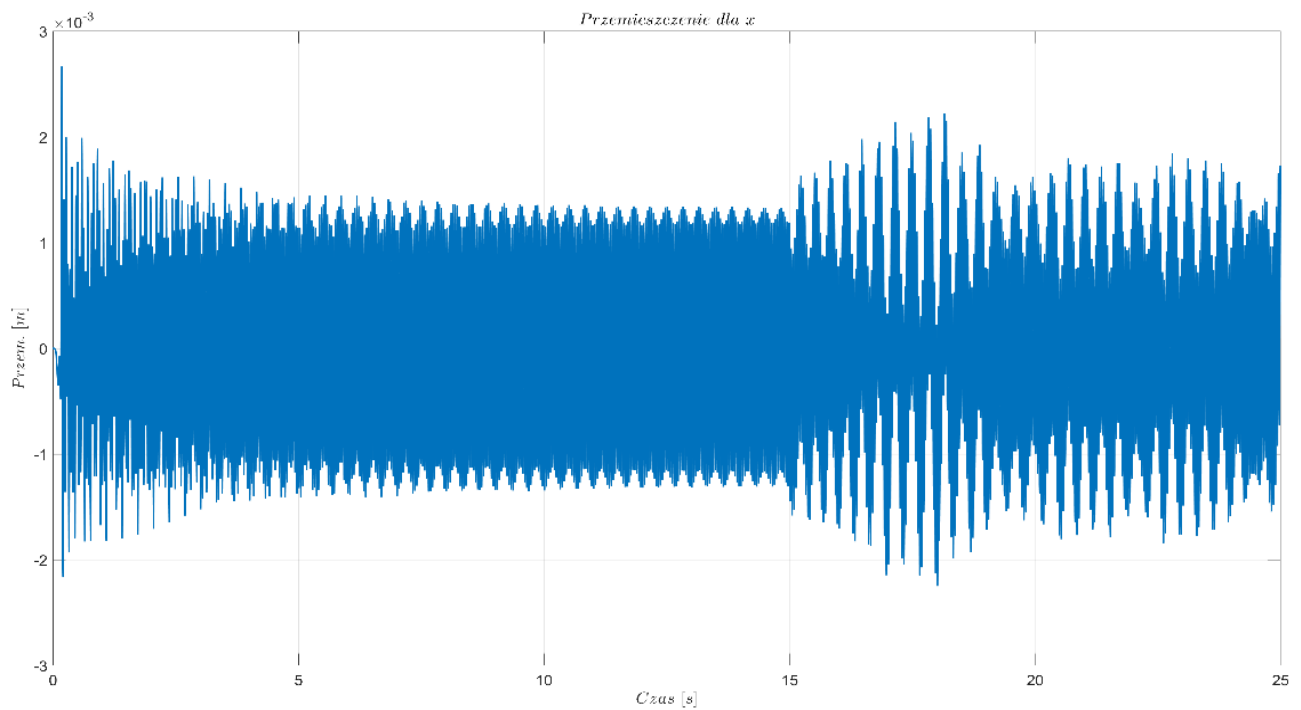
$$k_y = \frac{1}{2} k_{zy} = 1,0144$$

$$b_x = 6,882$$

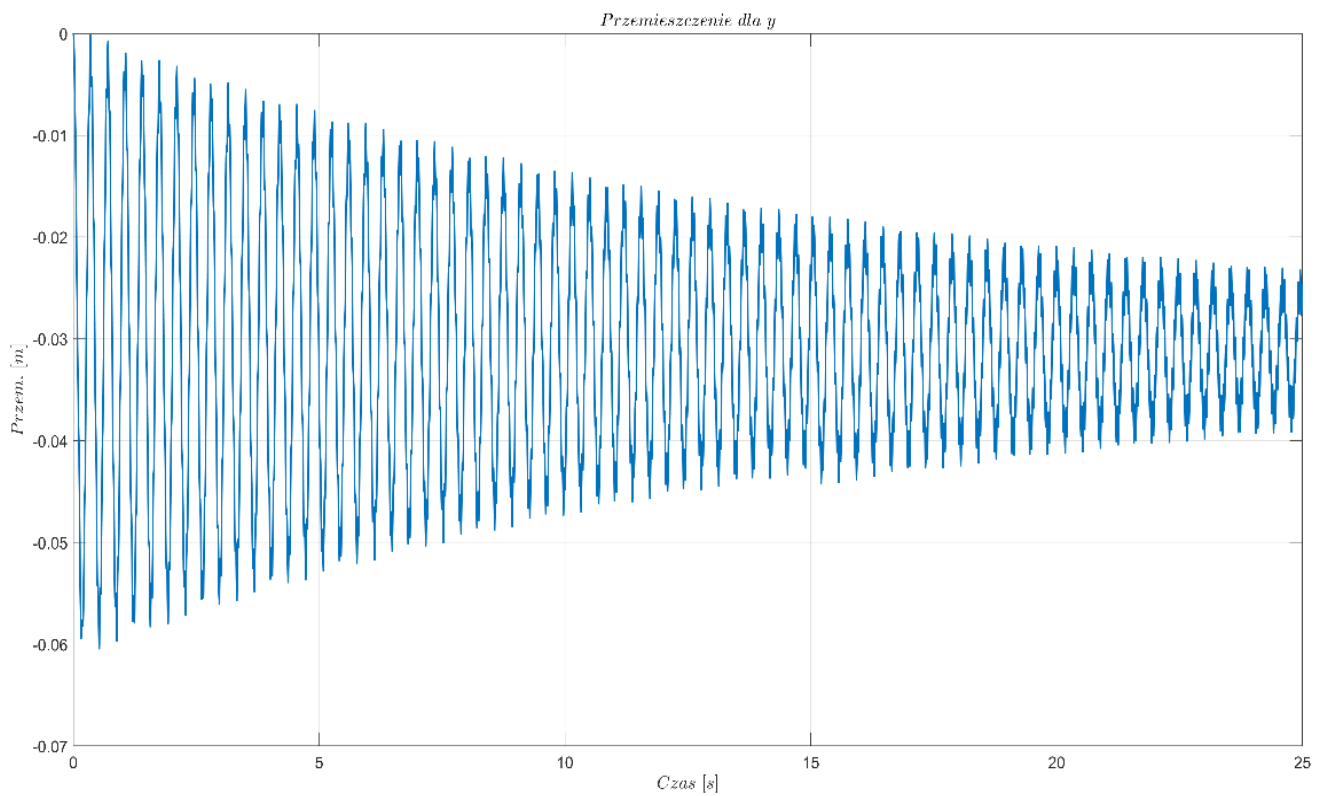
$$b_y = 4,2571$$

4. Wyniki

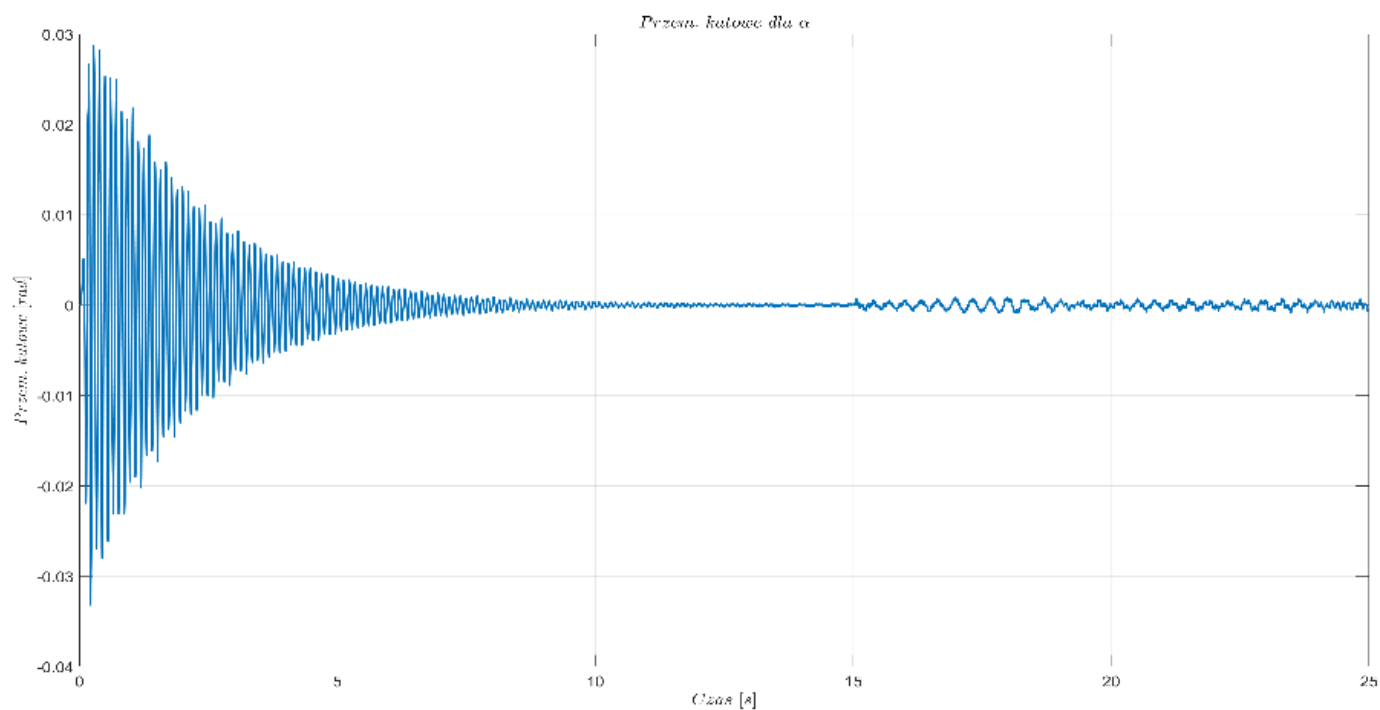
a) Przebiegi przemieszczeń na współrzędnych X,Y i α , ϕ_1 , ϕ_2



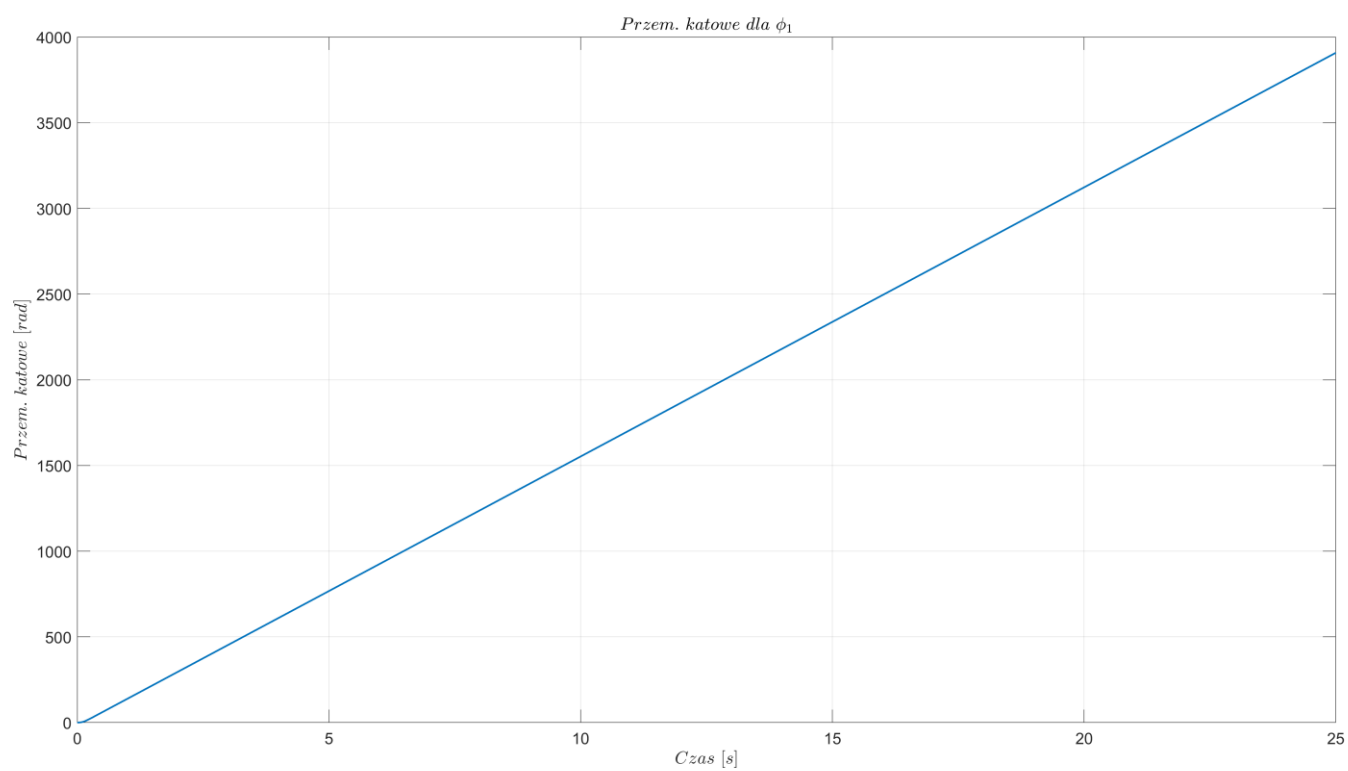
Rysunek 4 wykres przemieszczenia współrzędnej X korpusu przenośnika



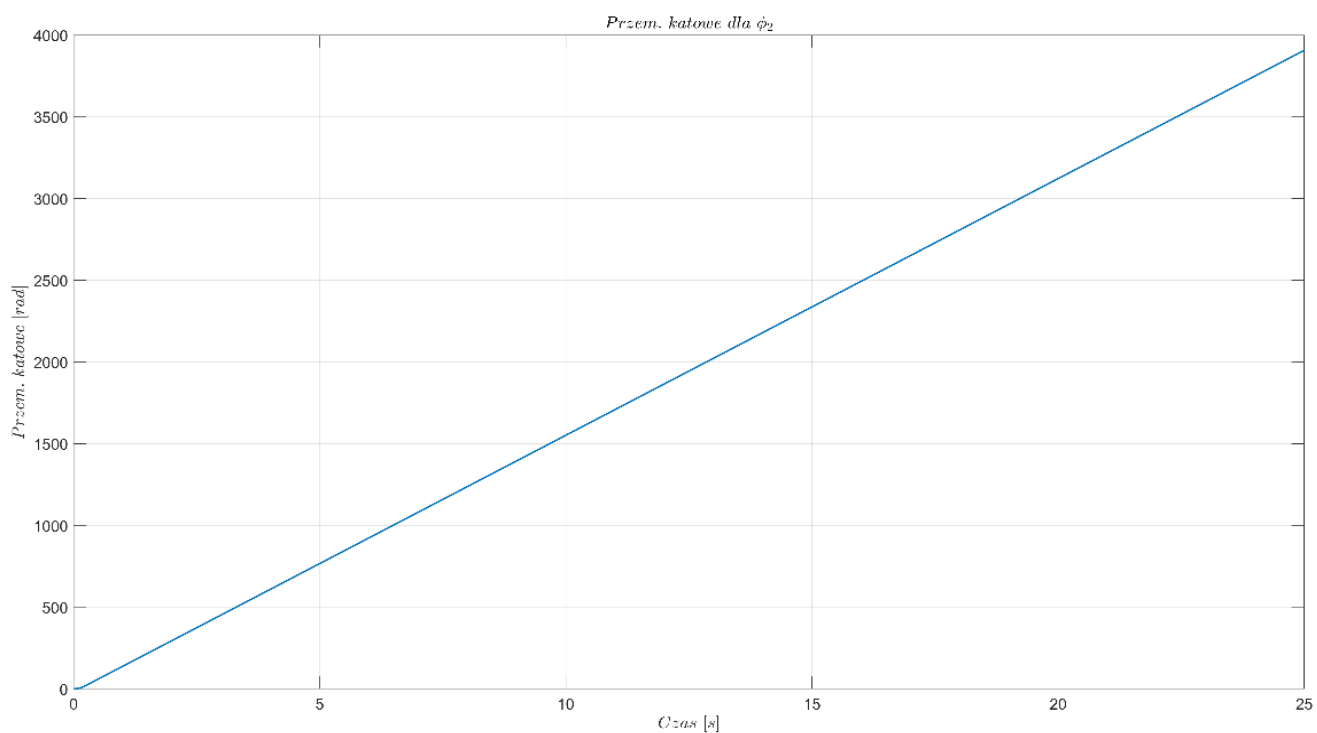
Rysunek 5 Wykres przemieszczenia współrzędnej Y korpusu przenośnika



Rysunek 6 Wykres przemieszczenia współrzędnej α korpusu przenośnika

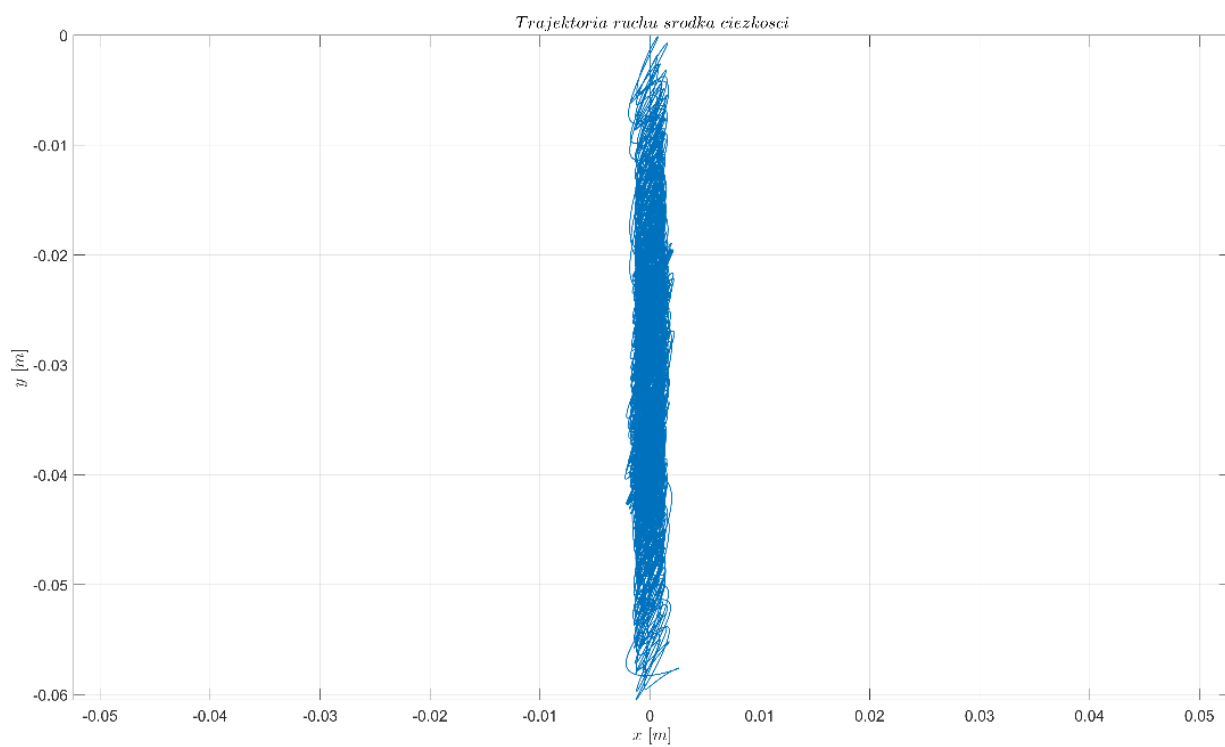


Rysunek 7 Wykres przemieszczenia współrzędnej ϕ_1



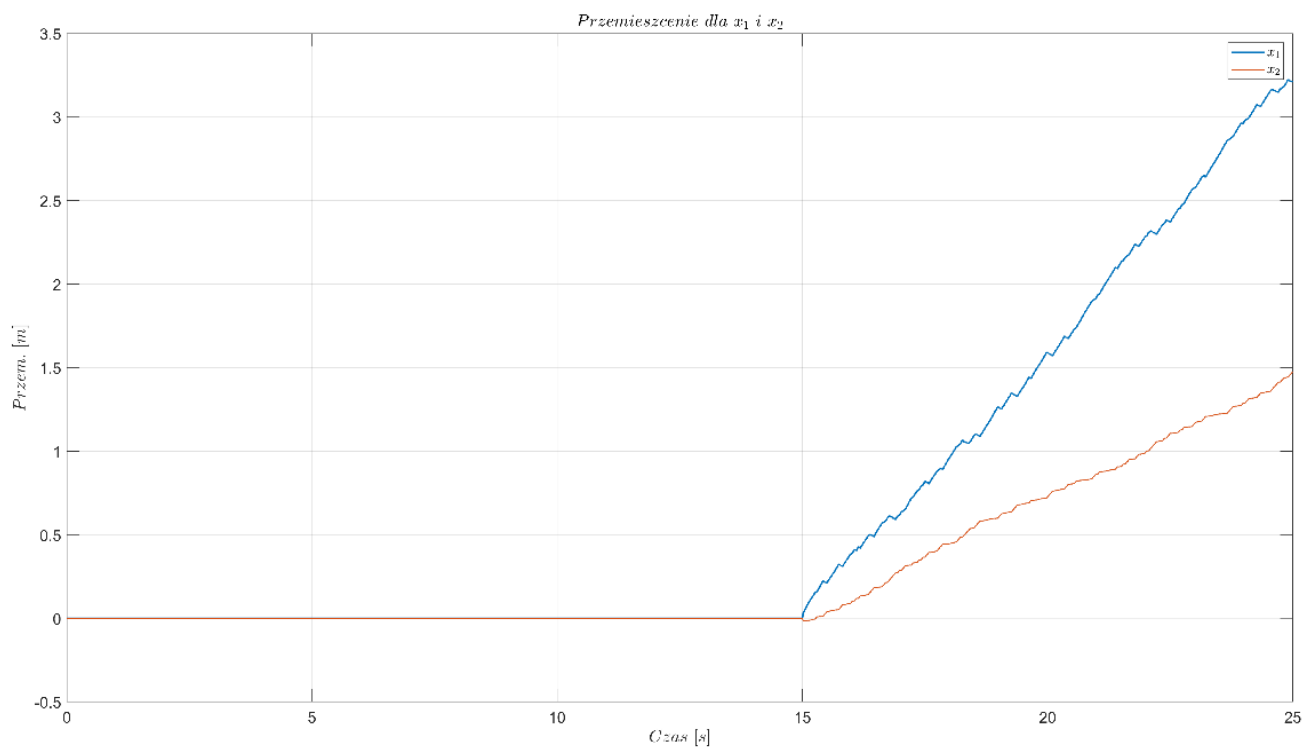
Rysunek 8 Wykres przemieszczenia współrzędnej ϕ_2

b) Przesunięcie środka ciężkości



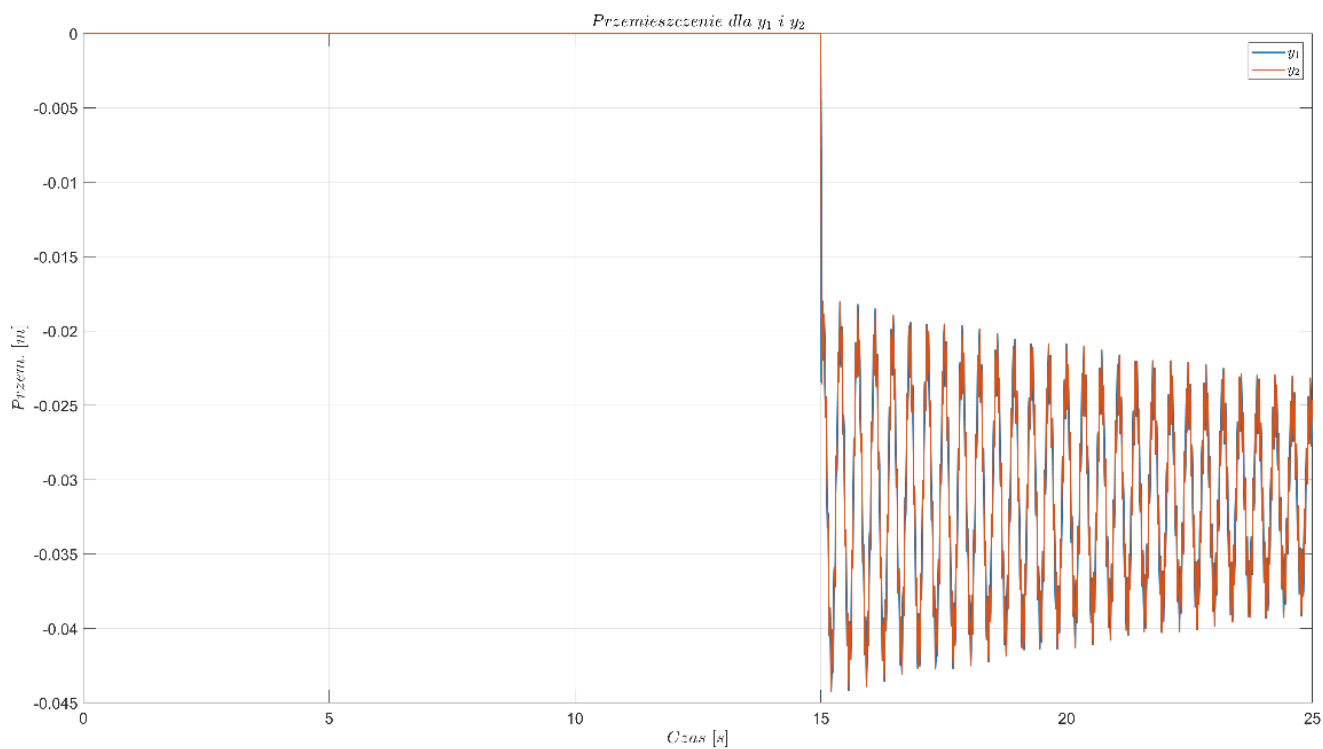
Rysunek 9 Trajektoria ruchu środka ciężkości

c) Przesunięcia nadawcy na kierunku poziomym



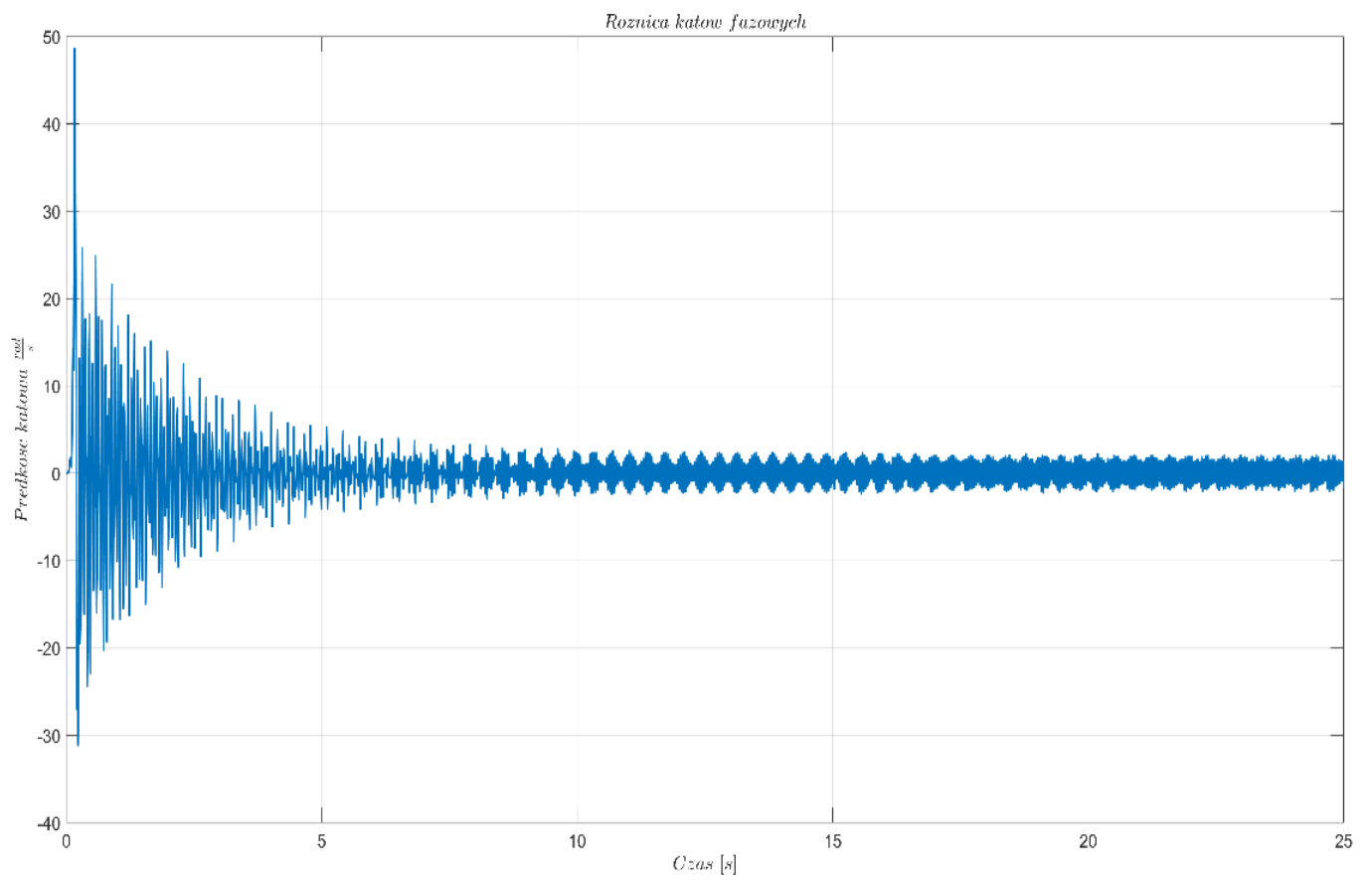
Rysunek 10 Przesunięcia warstw nadawcy na kierunku X

d) Przesunięcia nadawcy na kierunku pionowym



Rysunek 11 przesunięcie warstw nadawcy na kierunku Y

e) Różnica kątów fazowych ϕ_1, ϕ_2



Rysunek 12 Różnica kątów fazowych

5. Współczynnik podrzutu

a) Obliczenie współczynnika podrzutu dla modelu bez nadawcy

$$A_R = (f(t) + x(t) \cdot \cos\beta + y(t) \cdot \sin\beta)_{max}$$

$$x = 0,00125$$

$$y = -0,0269$$

$$A_R = (f(t) + 0,00125 \cdot \cos(30^\circ) + 0,004 \cdot \sin(30^\circ)) = 3,08 \cdot 10^{-3} [m]$$

$$k_p = \frac{A_r \cdot \omega^2 \cdot \sin\beta}{g \cdot \cos\delta} = \frac{3,08 \cdot 10^3 \cdot 157,08^2 \cdot \sin(30^\circ)}{9,81 \cdot \cos(0^\circ)} = 3,874$$

b) Obliczenie współczynnika podrzutu dla modelu z nadawcą

$$A_R = (f(t) + x(t) \cdot \cos\beta + y(t) \cdot \sin\beta)_{max}$$

$$x \cong 7,94 \cdot 10^{-3}$$

$$y = 1,38 \cdot 10^{-3}$$

$$A_R = (f(t) + 7,94 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(30^\circ) + 1,38 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(30^\circ)) = 5,16 \cdot 10^{-3} [m]$$

$$k_p = \frac{A_r \cdot \omega^2 \cdot \sin\beta}{g \cdot \cos\delta} = \frac{5,16 \cdot 10^3 \cdot 157,08^2 \cdot \sin(30^\circ)}{9,81 \cdot \cos(0^\circ)} = 6,496$$

6. Wnioski

Analiza ruchu przenośnika wibracyjnego potwierdza wiele teoretycznych założeń. Ruch w początkowej fazie jest niestabilizowany - jest to doskonale widoczne w przemieszczeniach w osi x. Największa amplituda drgań notowana jest na początku ruchu, gdy przenośnik jest włączany, a dwa wibratory rozpoczynają niezależną pracę. Następnie, wraz ze wzrostem prędkości wibratorów ruch się stabilizuje, a amplituda przyjmuje praktycznie stałą wartość. Ponownie notujemy spore wahania amplitudy od 15. sekundy - w tym momencie w symulacji uwzględniono wrzucenie nadawy - zrozumiałe jest zakłócenie pracy obiektu, który dotychczas nie transportował żadnego materiału.

Wykres ruchu w osi y obrazuje zjawisko, które można było zaobserwować na zajęciach - wraz ze wzrostem prędkości elektrowibratorów przemieszczenie pionowe przyjmowało coraz mniejsze, ale bardziej ustabilizowane na powierzchni rynny, wartości. Tu również w 15. sekundzie widoczne jest zakłócenie będące wynikiem spadku nadawy na powierzchnię rynny - jest ono jednak wyraźnie mniej zaznaczone, niż w przypadku osi x.

Stabilizację drgań rynny dobrze ukazuje wykres przemieszczeń kątowych α . Należy zauważyć, że początek ruchu, gdy wibratory zaczynają pracę w sposób niezależny, to duże rozbieżności w wartości kąta - rynna się obraca. Wraz z postępującą prędkością elektrowibratorów kąt α stabilizuje swoją wartość - niemalże zanika obrót rynny, która od tego momentu drga w osi x oraz y. Ponownie w 15. sekundzie zauważamy zmianę dotychczasowych wartości przemieszczeń związaną z wrzuceniem nadawy. Naturalnym zjawiskiem jest kołysanie rynny, na którą wrzucany zostaje materiał. Obrót ten, jest jednak znacznie mniejszy (co do wartości kąta) aniżeli ten zarejestrowany na początku ruchu, podczas transportu warstw nadawy jest również znacznie bardziej ustabilizowany.

Przemieszczenia kątowe φ_1 oraz φ_2 na przestrzeni symulacji swoją wartość zwiększają niemalże identycznie. Z wykresów różnicy kątów fazowych możemy zauważyć, że zaszło bardzo pożądane w symulacji zjawisko. Analizowany przenośnik wibracyjny składa się z czterech sprężyn i dwóch niezależnych elektrowibratorów, które generują jego ruch - brak jest mechanicznych elementów konstrukcji zapewniających synchroniczne drgania dwóch elementów napędowych. Bardzo istotnym zjawiskiem jest więc samosynchronizacja wibratorów. Zauważmy, że początek ruchu przenośnika obrazuje duże wartości tych rozbieżności (zarówno obrazowanych jako różnice w przemieszczeniach, czy prędkościach dwóch elektrowibratorów). Ich rozpędzanie na przestrzeni symulacji powoduje znaczny spadek amplitudy drgań ww. wartości. Zauważamy stabilizację wartości różnic - możemy przyjąć, że doszło do zjawiska samosynchronizacji (choć wartość różnicy kątów jako przemieszczeń nie zbiegła się w wartości 0) - potwierdzeniem tego są omawiane wcześniej wykresy, z których jasno wynika, że ruch podajnika wibracyjnego po każdej interesującej nas współrzędnej sprowadzał się do pewnej wartości ustalonej (w formie wartości przemieszczeń, czy też amplitudy drgań).

Wykres zachowania środka ciężkości jest złożeniem wniosków wypływających z analizy wykresów ruchu w osi x oraz y - ruch z płaszczyźnie pionowej charakteryzuje się większymi przesunięciami aniżeli w płaszczyźnie poziomej. Interesujące wnioski wypływają również z analizy ruchu dwóch warstw nadawy, których umieszczenie na urządzeniu w symulacji przyjęto w 15. sekundzie. Przemieszczenie obu warstw w osi x różni się - pierwsza warstwa nadawy odbiera od rynny energię, której część jest w stanie przekazać na skutek uderzenia warstwie drugiej. Taka wymiana energii obarczona jest stratami. Należy również zauważyć, że współczynniki tarcia pomiędzy pierwszą warstwą nadawy i rynną, a obiema warstwami nadawy różnią się na niekorzyść drugiego przypadku. Z tym przede wszystkim związane jest większe przemieszczenie warstwy pierwszej w osi x. Analiza ruchu pionowego potwierdziła ważne założenie - warstwy nadawy nie mieszają się między sobą. Należy zauważyć, że amplituda drgań względem osi y dla obu warstw jest praktycznie identyczna - maleje wraz z czasem upływającym od wrzucenia ich na rynnę.

W sprawozdaniu obliczono również współczynnik podrzutu – jego wartość wyniosła w przybliżeniu 3,87. Najbardziej pożądana w punktu widzenia jednotaktowości ruchu nadawy jest wartość 3,3. Należy jednak stwierdzić, że mimo tej rozbieżności (na którą wpływ mogą mieć również błędy zaokrągleń lub odczytu wartości danych) zachowano ruch pionowy zgodny z oczekiwanym.