

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уфимский государственный авиационный технический университет»**

Кафедра _____ Информатики _____

100	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
90												
80												
70												
60												
50												
40												
30												
20												
10												
0												

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №2

«Расчеты на прочность и жесткость

при изгибе»

по дисциплине **Основы конструкции объектов ОТС**

1306.558208.000 ПЗ

(обозначение документа)

Группа	СТС-407	Фамилия И.О.	Подпись	Дата	Оценка
Студент		Гараев Д.Н.			
Консультант		Ми́насов Ш. М.			
Принял		Ми́насов Ш. М.			

Уфа – 2021 г.

Содержание

ОТЧЕТ	7
1 Цель и задачи лабораторной работы.....	3
2 Выполнение индивидуального задания	4
Заключение	12
Список литературы	13

					1306.558208.000 ПЗ			
<i>Изм</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум</i>	<i>Подп</i>	<i>Дата</i>				
Разраб		Гараев Д.Н.			Лабораторная работа №2 «Расчеты на прочность и жест- кость при изгибе»			
Провер.		Минасов Ш.М						
Н. контр								
Утв								
					<i>Лит</i>	<i>Лист</i>	<i>Листов</i>	
					2	13		
					УГАТУ, СТС-407			

1 Цель и задачи лабораторной работы

Целью лабораторной работы является закрепление знаний и получение практических навыков расчетов напряжений и деформаций при поперечном изгибе стержней.

Для стержня, расчетная схема которого соответствует варианту 8 (Рисунок 1.1) и исходных данных (Таблица 1), требуется назначить размеры поперечного сечения с отношением сторон $b:h=1:4$ из условий прочности и жесткости.

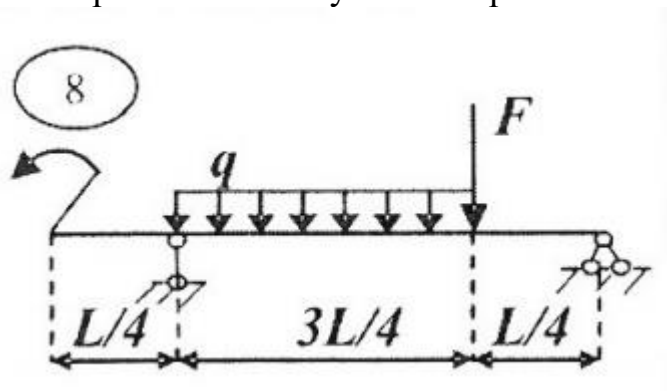


Рисунок 1.1 – Расчетная схема по варианту 8

Таблица 1 – Исходные данные по варианту 8

L, м	F, кН	M, кН*м	q, кН/м	Тип профиля	R _н , МПа	R _{ср} , МПа	ΔL
5.4	12	9	8	□	180	120	1/300

2 Выполнение индивидуального задания

Обозначим на расчетной схеме реакции опор А и В:

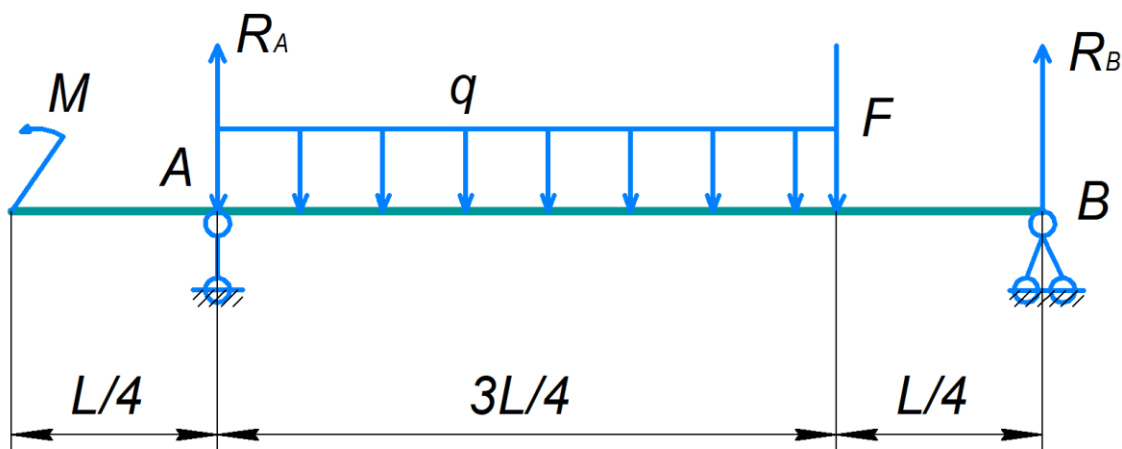


Рисунок 2.1 – Действующие силы и реакции

Для назначения размеров поперечного сечения балки из условий прочности необходимо найти сечения, в которых внутренние усилия достигают экстремума, т.е. необходимо построить эпюры внутренних усилий. Расчеты начинаются с определения величины и направления опорных реакций, для чего составляются следующие уравнения равновесия рассматриваемой балки:

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow -M + q \frac{3L}{4} \cdot \frac{3L}{8} + F \frac{3L}{4} - R_B L = 0;$$

$$R_B = \frac{q \frac{9L^2}{32} - M + F \frac{3L}{4}}{L} = \frac{8 \cdot 10^3 \cdot 9 \cdot 5,4^2}{32} - 9 \cdot 10^3 + \frac{12 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 5,4}{4}$$

$$= 19,483 \text{ кН}.$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow -M + R_A L - q \frac{3L}{4} \cdot \frac{5L}{8} - F \frac{L}{4} = 0;$$

$$R_A = \frac{M + q \frac{15L^2}{32} + F \frac{L}{4}}{L} = \frac{9000 + \frac{8000 \cdot 15 \cdot 5,4^2}{32} + \frac{12000 \cdot 5,4}{4}}{5,4} = 24,917 \text{ кН}.$$

$$\sum Y = 0 \Rightarrow R_A + R_B - q \frac{3L}{4} - F = 24,917 + 19,483 - \frac{8 \cdot 3 \cdot 5,4}{4} - 12 = 0.$$

Для построения эпюр внутренних усилий балка разбивается на характерные участки, границами которых являются сечения, где приложены сосредоточенные усилия и начинается или кончается распределенная нагрузка. Построение эпюр внутренних усилий показано ниже.

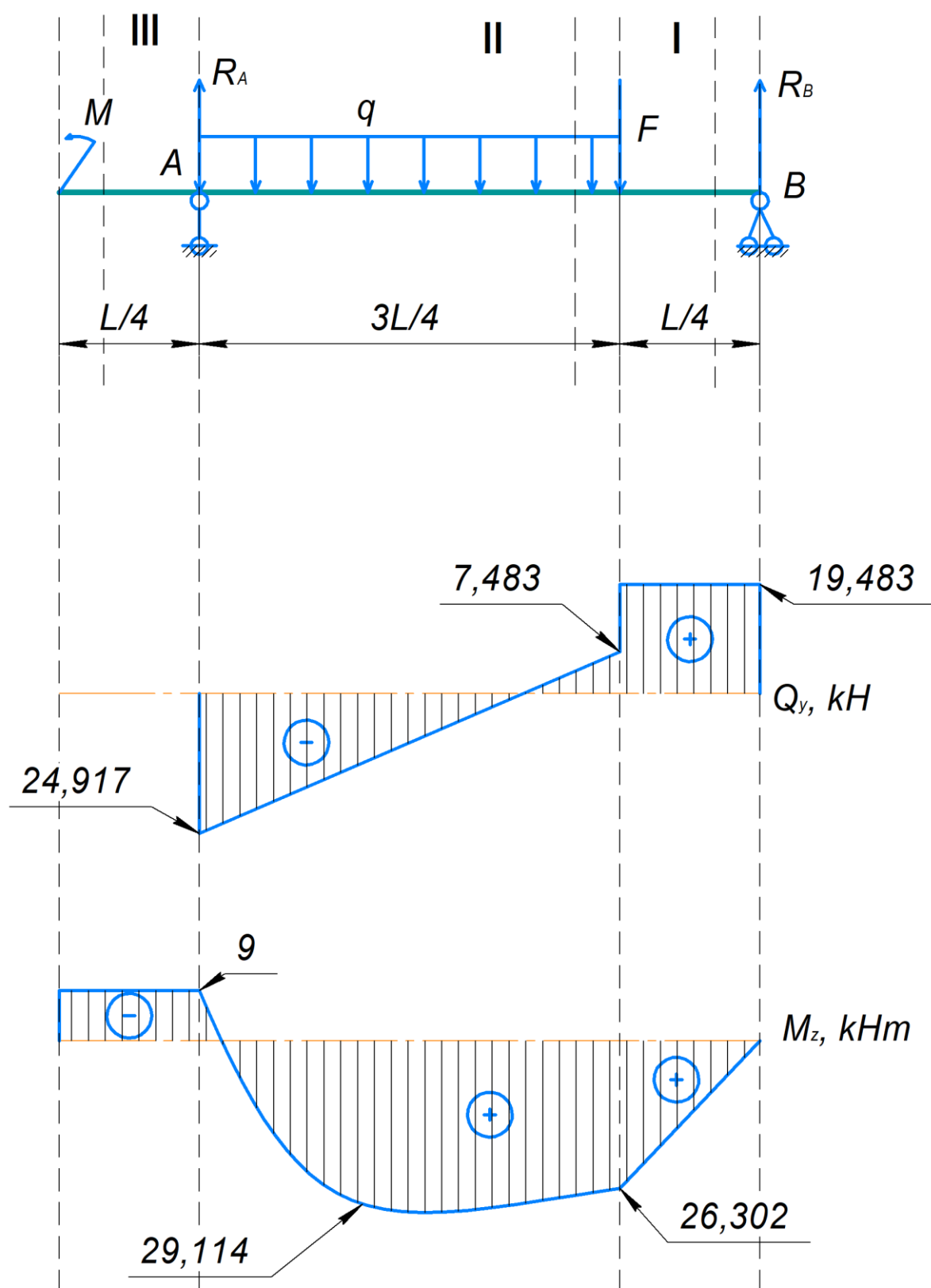


Рисунок 2.2 – Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов

Изм	Лист	№ докум	Подп	Дата
-----	------	---------	------	------

1306.558208.000 ПЗ

Лист

5

Сечение I ($0 \leq x_1 \leq 0,25L$)

$$\begin{aligned}Q_y &= R_B; \\x_1 = 0 &\Rightarrow Q_y = R_B = 19,483 \text{ кН}, \\x_1 = \frac{L}{4} &\Rightarrow Q_y = R_B = 19,483 \text{ кН}. \\M_z &= R_B x_1; \\x_1 = 0 &\Rightarrow M_z = 0 \text{ кН} \cdot \text{м}, \\x_1 = \frac{L}{4} &\Rightarrow M_z = 19,483 \cdot \frac{5,4}{4} = 26,302 \text{ кН} \cdot \text{м}.\end{aligned}$$

Сечение II ($0 \leq x_2 \leq 0,75L$)

$$\begin{aligned}Q_y &= R_B - F - qx^2; \\x_2 = 0 &\Rightarrow Q_y = 19,483 - 12 = 7,483 \text{ кН}, \\x_2 = \frac{3L}{4} &\Rightarrow Q_y = -24,917 \text{ кН}. \\M_z &= R_B \left(\frac{L}{4} + x_2 \right) - Fx_2 - q \frac{x_2^2}{2}; \\x_2 = 0 &\Rightarrow M_z = 19,483 \cdot \frac{5,4}{4} = 26,302 \text{ кН}, \\x_2 = \frac{L}{4} &\Rightarrow M_z = 19,483 \cdot \left(\frac{5,4}{4} + \frac{5,4}{4} \right) - 12 \cdot \frac{5,4}{4} - 8 \cdot \frac{5,4^2}{16 \cdot 2} = 29,114 \text{ кН}, \\x_2 = \frac{3L}{4} &\Rightarrow M_z = 19,483 \cdot \left(\frac{5,4}{4} + \frac{3 \cdot 5,4}{4} \right) - 12 \cdot \frac{3 \cdot 5,4}{4} - 8 \cdot \frac{9 \cdot 5,4^2}{16 \cdot 2} = -9 \text{ кН}, \\x_2 = \frac{2L}{4} &\Rightarrow M_z = 19,483 \cdot \left(\frac{5,4}{4} + \frac{2 \cdot 5,4}{4} \right) - 12 \cdot \frac{2 \cdot 5,4}{4} - 8 \cdot \frac{4 \cdot 5,4^2}{16 \cdot 2} \\&= 17,34615 \text{ кН}\end{aligned}$$

Сечение III ($0 \leq x_3 \leq 0,25L$)

$$\begin{aligned}Q_y &= 0; \\x_3 = 0 &\Rightarrow Q_y = 0 \text{ кН}, \\x_3 = \frac{L}{4} &\Rightarrow Q_y = 0 \text{ кН}. \\M_z &= -M; \\x_3 = 0 &\Rightarrow M_z = -9 \text{ кН}, \\x_3 = \frac{L}{4} &\Rightarrow M_z = -9 \text{ кН}.\end{aligned}$$

Максимальный изгибающий момент $M_{max} = 26,302 \text{ кН} \cdot \text{м}$, следовательно, расчет на прочность по нормальным напряжениям нужно произвести на это усилие: $M_{max}/W_z \leq R_{\text{и}}$; тогда требуемый момент сопротивления сечения

$$W_z^{\text{тр}} \geq \frac{M_{max}}{R_{\text{и}}} \geq \frac{26,302 \cdot 10^{-3}}{180} = 146,12 \text{ см}^3$$

$W_z^{\text{тр}} \geq 146,12 \text{ см}^3$, по сортаменту находим, что это условие выполняется для швеллера №20, у которого $W_z = 152 \text{ см}^3$.

					1306.558208.000 ПЗ	Лист
Изм	Лист	№ докум	Подп	Дата		6

Для назначенного сечения необходимо проверить выполнение условия прочности по касательным напряжениям:

$$\tau_{max} = \frac{Q_y \cdot S_z^{отс}}{I_z \cdot b_i}$$

где $Q_y = 24,917$ кН – максимальная поперечная сила; по сортаменту статический момент площади отсеченной части сечения $S_z^{отс} = 87,8$ см³, толщина стенки $b_i = 5,2$ мм, I_x – момент инерции поперечного сечения балки (1520 см⁴).

$$\tau_{max} = \frac{24,917 \cdot 10^3 \cdot 80,8 \cdot 10^{-6}}{1520 \cdot 10^{-8} \cdot 5,2 \cdot 10^{-3}} = 0,2547 \cdot 10^8$$

Из условий прочности по нормальным и касательным напряжениям принято: сечение балки – швеллер ГОСТ-8240-89 №20 $W = 152$ см³ и $A = 20,7$ см².

Для обеспечения условия жесткости необходимо построить эпюры прогибов и по ней отыскать экстремальные значения прогиба балки.

Для рассматриваемой расчетной схемы универсальное уравнение, по которому определяется вертикальное перемещение оси балки:

Для нахождения сечения, в котором вертикальное перемещение достигает экстремального значения, необходимо знать очертание изогнутой оси балки, которое называют упругой линией. Построить упругую линию можно, используя универсальное уравнение метода начальных параметров для определения прогибов:

$$\theta_x = \theta_0 + \frac{1}{EI} \left[\sum m_i (x - a_i) + \sum F_i \frac{(x - b_i)^2}{2!} + \sum q_i \frac{(x - c_i)^3}{3!} \right],$$

$$V_x = V_0 + \theta_0 x + \frac{1}{EI} \left[\sum m_i \frac{(x - a_i)^2}{2!} + \sum F_i \frac{(x - b_i)^3}{3!} + \sum q_i \frac{(x - c_i)^4}{4!} \right],$$

где

θ_x, V_x – соответственно угловое и линейное перемещения рассматриваемого сечения балки;

θ_0, V_0 – угол наклона и прогиб сечения балки в выбранном начале координат;

m, F, q – все сосредоточенные моменты, силы (включая опорные реакции), и распределенные нагрузки, приложенные к рассматриваемой балке;

x – расстояние от выбранного НК до рассматриваемого сечения балки;

a, b – расстояния от НК до соответствующих моментов и сосредоточенных сил;

c – расстояние от НК до начала действия распределенной нагрузки;

E – модуль продольной упругости материала балки;

I – момент инерции сечения относительно оси X .

Знаки отдельных слагаемых в универсальных уравнениях МНП принимаются по правилу знаков для изгибающего момента, т.е. слагаемые с нагрузками, которые на рассматриваемом участке стремятся сжать верхние слои балки, записываются положительными.

Если распределенная нагрузка q действует в пределах части длины балки (обрывается, не доходя до конца), то ее действие продлевается в сторону,

противоположную от начала координат, до конца балки и добавляется компенсирующая нагрузка той же интенсивности но обратного направления.

Для рассматриваемой расчетной схемы универсальное уравнение, по которому определяется вертикальное перемещение оси балки (НК в данной расчетной схеме выбираем в точке А, так как она расположена на опоре, и, следовательно, прогиб в этой точке будет отсутствовать):

$$EIV_x = EIV_0 + EI\theta_0 x + \frac{M_0 x^2}{2} + \frac{R_A x^3}{6} - \frac{F \left(x - \frac{L}{4}\right)^3}{6} - \frac{q \left(x - \frac{L}{4}\right)^4}{24}$$

$$EI\theta_x = EI\theta_0 + M_0 x + \frac{R_A x^2}{2} + \frac{F \left(x - \frac{L}{4}\right)^2}{2} + \frac{q \left(x - \frac{L}{4}\right)^3}{6} - \frac{q \left(x - \frac{L}{4}\right)^3}{6}$$

В этом уравнении: $V_0 = 0$; $\theta_0 \neq 0$; $M_0 = 0$; $Q_0 = R_A$. Для определения неизвестного угла поворота сечения в начале отсчета используем следующее условие: при $x=L$ $V_L = 0$, тогда:

$$EIV_L = EI\theta_0 * L + \frac{R_A L^3}{6} - \frac{F \left(\frac{3L}{4}\right)^3}{6} - \frac{q \left(\frac{3L}{4}\right)^4}{24} = 0,$$

Отсюда:

$$EI\theta_0 = \frac{1}{L} \left[-\frac{R_A L^3}{6} + \frac{F \left(\frac{3L}{4}\right)^3}{6} + \frac{q \left(\frac{3L}{4}\right)^4}{24} \right]$$

Результаты выполненных расчетов представлены ниже:

$$EI\theta_0 = -53,476 \text{ кНм}^2$$

Теперь, зная все начальные параметры системы, можно определить величину и направления угла поворота и вертикального перемещения оси балки для любого сечения (в интервале $0 \leq x \leq 5L/4$).

Выражения для определения прогибов и углов поворота следующие:

1. $x = L/4$

$$EIV = \frac{EI\theta_0 L}{4} + R_A \frac{L^3}{64 * 6};$$

$$EI\theta = EI\theta_0 + R_A;$$

2. $x = 3L/4$

$$EIV = \frac{EI\theta_0 3L}{4} + R_A \frac{27L^3}{64 * 6} - F \left(\frac{3L}{4} - \frac{L}{4}\right)^3 - \frac{q \left(\frac{3L}{4} - \frac{L}{4}\right)^4}{24} =$$

$$= \frac{EI\theta_0 3L}{4} + R_A \frac{9L^3}{128} - F \left(\frac{L}{2}\right)^3 - \frac{qL^4}{16 * 24};$$

$$EI\theta = EI\theta_0 + \frac{R_A 9L^2}{16 * 2} - \frac{FL^2}{8} - \frac{qL^3}{8 * 6}$$

3) $x = L$

$$EIV = 0;$$

$$EI\theta = EI\theta_0 + \frac{R_A L^2}{2} - \frac{9FL^2}{2 * 16} - \frac{27qL^3}{64 * 6}$$

$$4) x = 5L/4$$

$$EIV = \frac{EI\theta_0 5L}{4} + R_A \frac{125L^3}{64 * 6} - \frac{F(L)^3}{6} - \frac{q(L)^4}{24} + \frac{q(L)^4}{256 * 24} + \frac{R_B L^3}{64 * 6};$$

$$EI\theta_x = EI\theta_0 + \frac{R_A 25L^2}{16 * 2} - \frac{F(L)^2}{2} - \frac{q(L)^3}{6} + \frac{q(L)^3}{64 * 6} + \frac{R_B L^2}{16 * 2}$$

$$5) x = L/2$$

$$EIV = \frac{EI\theta_0 L}{2} + R_A \frac{L^3}{8 * 6} - F \left(\frac{2L}{4} - \frac{L}{4} \right)^3 - \frac{q \left(\frac{2L}{4} - \frac{L}{4} \right)^4}{24} =$$

$$= \frac{EI\theta_0 L}{2} + R_A \frac{L^3}{48} - F \left(\frac{L}{2} \right)^3 - \frac{qL^4}{256 * 24};$$

$$EI\theta = EI\theta_0 + \frac{R_A L^2}{4 * 2} - \frac{FL^2}{32} - \frac{qL^3}{64 * 6}$$

Таблица 2 – Результаты расчетов

x	0	L/4	L/2	3L/4	L	5L/4
EIV	0	-64.203	-317.7	-254.77	0	43.9
EIθ	-53.476	-33.993	34.884	36.324	43.597	31.44

Таким образом эпюры углов поворота и прогибов выглядят следующим образом (Рисунок 2.3):

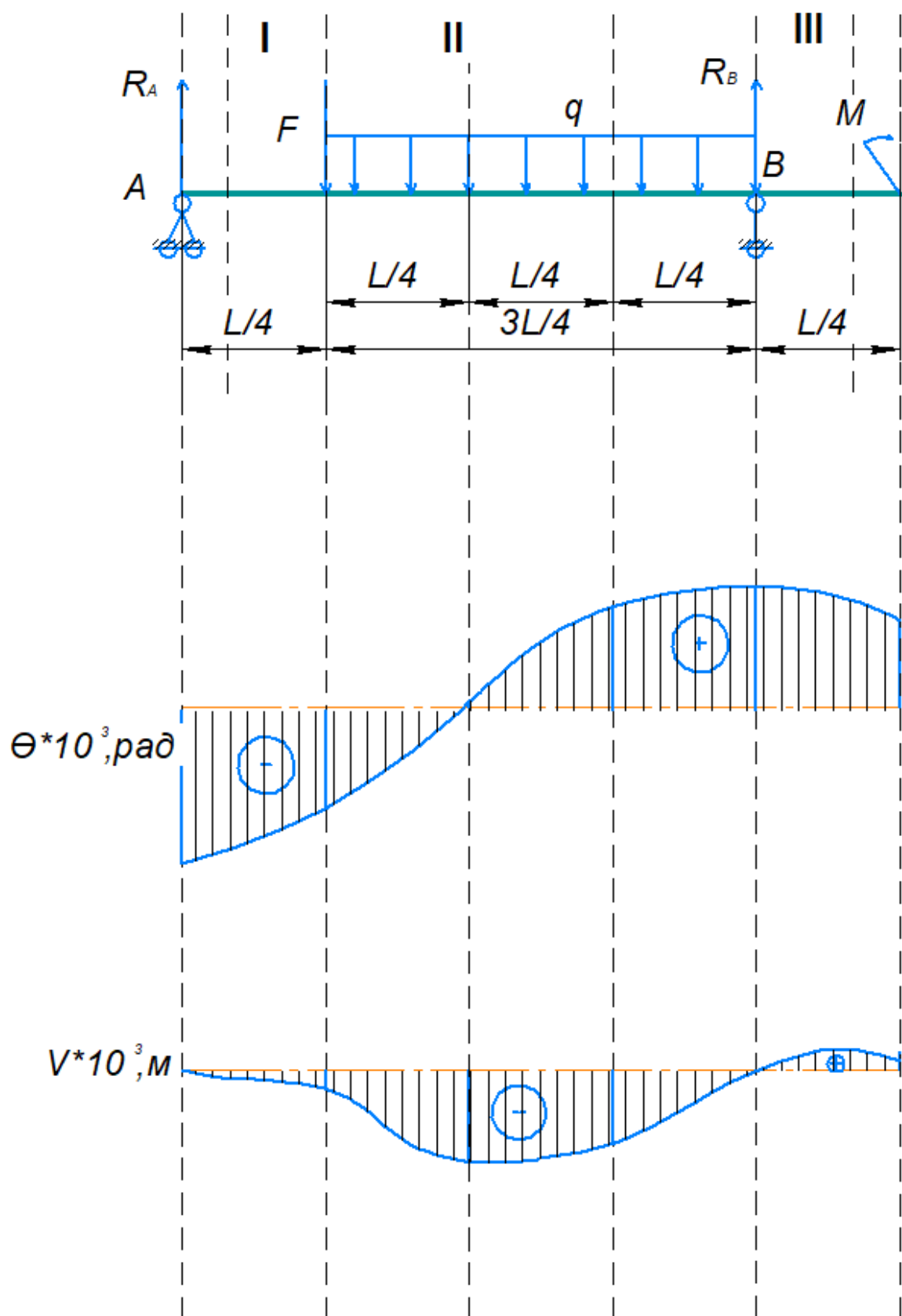


Рисунок 2.3– Эпюры углов поворота и прогибов

Изм	Лист	№ докум	Подп	Дата

1306.558208.000 ПЗ

Лист

10

Максимальный прогиб определяется для сечения, где угол поворота равен 0, в нашем случае это сечение $x \leq 4L/5$. Чтобы найти значение x , при котором $\theta = 0$, решим уравнение:

$$\begin{aligned}\theta_0 + \frac{1}{EI} \left[R_A \frac{(x)^2}{2!} - q \frac{(x)^3}{3!} \right] &= 0 \\ \frac{-35,7765}{EI} + \frac{1}{EI} \left[24,917 \frac{(x)^2}{2!} - 8 \frac{(x)^3}{3!} \right] &= 0 \\ -35,7765 + 12,459x^2 - 1,333x^3 &= 0\end{aligned}$$

Решив, это уравнение мы получаем $x = -1,568; 1,898$ и $9,016$. Подходящим для нас значением является $x = 1,898$. Подставим это значение в уравнение прогибов второго участка балки. Получим следующее:

$$\begin{aligned}V &= \theta_0 x + \frac{1}{EI} \left[R_A \frac{x^3}{3!} - q \frac{x^4}{4!} \right] \\ V &= \frac{-35,698}{EI} \cdot 1,898 + \frac{1}{EI} \left[24,917 \frac{1,898^3}{6} - 8 \frac{1,898^4}{24} \right] = \frac{-18,815 \cdot 10^3}{EI} \text{ м} = V_{\max}\end{aligned}$$

Подставляя полученное значение $|V_{\max}|$ в условие жесткости, получим следующее:

$$\begin{aligned}\frac{18815}{EI} &\leq \frac{L}{300} \\ I^{mp} &\geq \frac{18815 \cdot 300}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 5,4} = 12,2206 \cdot 10^{-6} \text{ м}^4 = 1220,6 \text{ см}^4.\end{aligned}$$

По сортаменту ближайший момент инерции, превышающий $1220,6 \text{ см}^4$, для швеллера №20: $I = 15220 \text{ см}^4$.

Так как по условию жесткости требуются большие размеры сечения, чем по условию прочности, окончательно принято: поперечное сечение балки – швеллер ГОСТ-8240-89 №20 $I = 15220 \text{ см}^4$, $W = 152 \text{ см}^3$ и $A = 20,7 \text{ см}^2$. Размеры прямоугольного поперечного сечения определяются из условия:

$$\begin{aligned}I_z^{\text{тр}} &= \frac{b(4b)^3}{12} \geq 1220,6 \\ \frac{16b^4}{3} &\geq 1220,6 \\ b &= 3,889 \text{ см} \\ h &= 15,56 \text{ см}\end{aligned}$$

прямоугольное сечение $b \times h = 3,889 \times 15,56 \text{ см}$;
сечение из швеллера профиля №20.

Заключение

Для стержня, расчетная схема которого соответствует варианту 8, были назначены размеры прямоугольного поперечного сечения с отношением сторон $b:h = 1:4$ из условий прочности и жесткости. ($b=3,889$ см и $h=15,56$ см)

					1306.558208.000 ПЗ	Лист
Изм	Лист	№ докум	Подп	Дата		12

Список литературы

1. Александров А.В., Потапов В.Д., Державин Б.П. Сопротивление материалов: Учеб. для вузов. – М.: Высш. шк., 2001.-560 с.
2. Дарков А.В., Шпиро Г.С. Сопротивление материалов: Учеб. для вузов. – М.: Высш. шк. 1989, – 624 с.
3. Сопротивление материалов с основами теории упругости и пластичности: Учеб., для вузов / под ред. Г.С. Варданяна. –М.: Изд-во АСВ, 1995. – 568 с.
4. Сопротивление материалов: Учеб. для вузов / под ред. Г.С Писаренко. – Киев: Высш.шк., 1986. – 736 с.

					1306.558208.000 ПЗ	Лист
Изм	Лист	№ докум	Подп	Дата		13