Доклад по научно-исследовательской работе по теме:
“Задачи анализа временных рядов, теория метода «Анализ сингулярного спектра» SSA”.

Яковлев Денис Михайлович
st095998@student.spbu.ru

Математико-механический факультет
Санкт-Петербургский государственный университет

2023

Введение

SSA и другие основывающиеся на подпространствах методы сигнальной обработки косвенно опираются на предположение о близости между возмущённым и невозмущённым сигнальными подпространствами, полученными из сингулярного разложения. Под сигналами, в нашем случае, можно подразумевать временной ряд, передающий значения с некоторым интервалом.

Постановка задачи

[1] Пусть $\mathbf{H}$ — вещественнозначная ненулевая "сигнальная" матрица, а $\mathbf{E}$ — "шумовая" матрица: $\mathbb{R}^K \to \mathbb{R}^L$.
Определение. $\mathbf{A} = \mathbf{H}\mathbf{H}^T$ — самосопряжённый неотрицательно определённый оператор $\mathbf{A} : \mathbb{R}^L \to \mathbb{R}^L$.
Определение. $\mathbf{H}(\delta) = \mathbf{H} + \delta\mathbf{E}$, $\mathbf{A}(\delta) = \mathbf{H}(\delta)\mathbf{H}(\delta)^T$.
Определение. $\mathbb{U}_0$ — собственное подпространство, соответствующее нулевому собственному числу матрицы $\mathbf{A}$, $\mathbf{P}_0$ — ортогональный проектор на $\mathbb{U}_0$.
Определение. $\mathbf{I}$ — тождественный оператор $\mathbb{R}^L \to \mathbb{R}^L$, $\mathbf{P}_0^{\perp} = \mathbf{I} - \mathbf{P}_0$ — ортогональный проектор на $\mathbb{U}_0^{\perp}$.
Цель: сравнить возмущённый проектор $\mathbf{P}_0^{\perp}(\delta)$ с невозмущённым проектором $\mathbf{P}_0^{\perp}$.

Проделанные шаги

Теорема 2.1. *Пусть* $\delta_0 > 0$ *и*

$$\|\mathbf{B}(\delta)\| < \mu_{min}/2 \qquad (1)$$

для всех $\delta \in (-\delta_0, \delta_0)$. *Тогда для возмущённого проектора* $\mathbf{P}_0^{\perp}(\delta)$ *верно представление*:

$$\mathbf{P}_0^{\perp}(\delta) = \mathbf{P}_0^{\perp} + \sum_{p=1}^{\infty} \mathbf{W}_p(\delta), \qquad (2)$$

$$\mathbf{W}_p(\delta) = (-1)^p \sum_{l_1+\cdots+l_{p+1}=p,\, l_j \geqslant 0} \mathbf{W}_p(l_1, \ldots, l_{p+1}),$$

$$\mathbf{W}_p(l_1, \ldots, l_{p+1}) = \mathbf{S}_0^{(l_1)} \mathbf{B}(\delta) \mathbf{S}_0^{(l_2)} \ldots \mathbf{S}_0^{(l_p)} \mathbf{B}(\delta) \mathbf{S}_0^{(l_{p+1})}.$$

Проделанные шаги

В ходе проделанной работы удалось оценить выражение

$$\forall n \in \mathbb{N}: \left\| \mathbf{P}_0^{\perp}(\delta) - \mathbf{P}_0^{\perp} - \sum_{p=1}^{n} \mathbf{W}_p(\delta) \right\| \tag{3}$$

(3)

Дальнейшие действия

Другие способы оценки разности $\mathbf{P}_0^{\perp}(\delta) - \mathbf{P}_0^{\perp}$, сравнение ганкелизированного временного ряда с исходным, дальнейшее исследование этапов SSA.

Заключение

Повторение ранее рассказанного, формулировка пользы проделанной работы

Nekrutkin Vladimir. Perturbation expansions of signal subspaces for long signals // arXiv preprint arXiv:1001.1051. — 2010.