

# A1-QA

## Q1

Q1.

1).  $L(w) = \sum_{i=1}^n r_i (y_i - w^T x_i)^2$   
对  $w$  求偏导  
 $\frac{\partial L}{\partial w} = \sum_{i=1}^n r_i \cdot 2(y_i - w^T x_i)(-x_i)$   
令导数为 0 得  
 $\sum_{i=1}^n r_i x_i y_i = \sum_{i=1}^n r_i (x_i x_i^T) w$   
设  $X = \begin{pmatrix} x_1^T \\ x_2^T \\ \vdots \\ x_n^T \end{pmatrix}$   $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T$   
 $R = \text{diag}(r_1, r_2, \dots, r_n)$   
 $\therefore$  上式表示为  $X^T R Y = X^T R X w$   
 $\therefore$  得  $w^* = (X^T R X)^{-1} X^T R Y$

$r$  作用:

- 权重  $r_i$  表示第  $i$  个样本的损失函数中的重要性.
- $r_i$  较大时, 该样本误差贡献更大. 反之, 该样本被削弱.
- 故可用于处理数据不平衡带来的影响. 亦可减小噪声影响.
- 惩罚权重  $w_i$  过大, 使模型倾向于权重更小, 更平滑.

2). 决策边界由  $w^T x = 0$  定义.  
证: 取其方向向量.  
 $d = x_2 - x_1$ , 其中  $w^T x_1 = w^T x_2 = 0$ .  
 $\therefore w^T d = w^T (x_2 - x_1) = 0$ .  
 $\therefore w$  与  $d$  正交.  
 $\therefore w$  垂直(正交)于决策边界  $w^T x = 0$ .

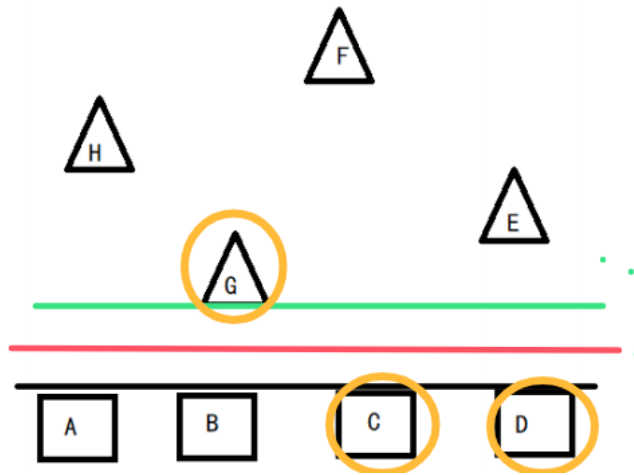
3) 不可以.  
因为 Logistic 回归的预测函数  $\sigma(w^T x)$  非线性, 且标签  $y$  一般为二分类取值  $\{0, 1\}$ .  
无法通过简单的加偏常数拟合离散的二分类函数.

## Q2

1. 因为  $Y$  在数据集固定的时候是一个常数, 即  $\lambda T^T T$  是一个常数  
其在优化过程中, 无法通过梯度对参数优化起到作用, 因此起不到正则化的作用
2. 对于 L2 正则化, 其作用是在损失函数中增加  $w$  的大小项, 起到对  $w$  过大时的惩罚, 减小过拟合的风险  
若  $\lambda < 0$ , 则效果恰好相反,  $w$  越大, 反而可以得到更小的损失, 无法达到限制  $w$  的效果

## Q3

- 1.



- 在图中，所有的正方形都在直线下方，所有的三角形都在直线上方，因此训练错误率为 0
- 根据 SVM 的理论，只有**支持向量**会映像最终的分界边界，对于其他非支持向量集合中的点，移除都不会改变间隔平面的解  
因此，只有移除这些支持向量才会导致分类边界发生变化，即 G 或者 C、D

## Q4

1). 目标变量熵:  $H(D) = -\frac{3}{8} \log \frac{3}{8} - \frac{5}{8} \log \frac{5}{8} \approx 0.811$  2).

“是否认真学习”的信息熵:

$$H(D|认真学习) = \frac{5}{8} \times 0 + \frac{3}{8} \times 0.918 \approx 0.344$$

信息增益:  $GR_1 = \frac{H(D) - H(D|认真学习)}{-\frac{5}{8} \log \frac{5}{8} - \frac{3}{8} \log \frac{3}{8}} \approx 0.489$

“是否超常发挥”的信息熵:

$$H(D|超常发挥) = \frac{1}{2} \times 0.811 + \frac{4}{8} \times 0.811 = 0.811$$

信息增益:  $GR_2 = \frac{0}{1} = 0$

∴ “是否认真学习”更佳.

决策树结构:

```

graph TD
    A[是否认真学习] -- 是 --> B((通过))
    A -- 否 --> C[是否超常发挥]
    C -- 是 --> D((通过))
    C -- 否 --> E((不通过))
  
```

决策结果与训练数据一致