E6 - H - 集合和集合的和还是集合

DeNeRATe 杨佳宇轩

12/18/2024

题目描述

集合计算 $A+B=\{x+y|x\in A,y\in B\}$
给定整数集合 S，求 $S+S$ 有多少个不同的整数

解题分析

- 可以联想到 $a^x \times a^y = a^{x+y}$
- 那么，对于两组不同的 $x_1 + y_1 = k, x_2 + y_2 = k$，若 x_1, x_2, y_1, y_2 均为 S 中的元素，那么它们在 $S + S$ 中算作一个数，把它们看作多项式的项，$a^{x_1} \times a^{y_1} + a^{x_2} \times a^{y_2} = 2a^k$
- 故，我们可以将 S 的项 x_i 看作 a^{x_i}，那么 $S \otimes S$ 中非零项的个数即为 $S + S$ 中不同整数的个数
- 当然，注意到数据范围 $-5 \times 10^4 \leq x_i \leq 5 \times 10^4$，故我们可以将所有的 x_i 加上 5×10^4 后作为多项式项的幂进行计算

解题分析

- 可以联想到 $a^x \times a^y = a^{x+y}$
- 那么，对于两组不同的 $x_1 + y_1 = k, x_2 + y_2 = k$，若 x_1, x_2, y_1, y_2 均为 S 中的元素，那么它们在 $S + S$ 中算作一个数，把它们看作多项式的项，$a^{x_1} \times a^{y_1} + a^{x_2} \times a^{y_2} = 2a^k$
- 故，我们可以将 S 的项 x_i 看作 a^{x_i}，那么 $S \otimes S$ 中非零项的个数即为 $S + S$ 中不同整数的个数
- 当然，注意到数据范围 $-5 \times 10^4 \le x_i \le 5 \times 10^4$，故我们可以将所有的 x_i 加上 5×10^4 后作为多项式项的幂进行计算

解题分析

- 可以联想到 $a^x \times a^y = a^{x+y}$
- 那么，对于两组不同的 $x_1 + y_1 = k, x_2 + y_2 = k$，若 x_1, x_2, y_1, y_2 均为 S 中的元素，那么它们在 $S + S$ 中算作一个数，把它们看作多项式的项，$a^{x_1} \times a^{y_1} + a^{x_2} \times a^{y_2} = 2a^k$
- 故，我们可以将 S 的项 x_i 看作 a^{x_i}，那么 $S \otimes S$ 中非零项的个数即为 $S + S$ 中不同整数的个数
- 当然，注意到数据范围 $-5 \times 10^4 \leq x_i \leq 5 \times 10^4$，故我们可以将所有的 x_i 加上 5×10^4 后作为多项式项的幂进行计算

解题分析

- 可以联想到 $a^x \times a^y = a^{x+y}$
- 那么，对于两组不同的 $x_1 + y_1 = k, x_2 + y_2 = k$，若 x_1, x_2, y_1, y_2 均为 S 中的元素，那么它们在 $S + S$ 中算作一个数，把它们看作多项式的项，$a^{x_1} \times a^{y_1} + a^{x_2} \times a^{y_2} = 2a^k$
- 故，我们可以将 S 的项 x_i 看作 a^{x_i}，那么 $S \otimes S$ 中非零项的个数即为 $S + S$ 中不同整数的个数
- 当然，注意到数据范围 $-5 \times 10^4 \le x_i \le 5 \times 10^4$，故我们可以将所有的 x_i 加上 5×10^4 后作为多项式项的幂进行计算

代码示例

```
    INT(n);
    vector<Complex> A(maxn);
    rep(n) {
        INT(x);
        A[x + delta].x += 1;
    }
    int lim;
    INIT(A, maxn, A, maxn, lim);
    FFT(A, lim, 1);
    rep(lim) A[i] = A[i] * A[i];
    FFT(A, lim, -1);

    int cnt = 0;
    rep(lim) cnt += (abs(A[i].x) > 1e-5);
    wt(cnt);

```

Thank you!