

# DP 例题分析与实现

2024 年 10 月 9 日

# 小水獭和最大值 I

- 给定整数序列  $a_1, a_2, \dots, a_n$ 。
- 求非空不相邻子序列元素和的最大值。
- $1 \leq n \leq 10^6$ ,  $-10^9 \leq a_i \leq 10^9$ 。

# 小水獭和最大值 II

- 给定一个  $n \times m$  的矩阵  $\{a_{i,j}\}_{n \times m}$ 。
- 初始时位于  $(1, 1)$ ，目标位置为  $(n, m)$ 。
- 每次可以向下移动或向右移动，即从  $(x, y) \rightarrow (x+1, y)$  或  $(x, y) \rightarrow (x, y+1)$ 。
- 求经过位置元素之和的最大值。
- $2 \leq n, m \leq 10^3$ ,  $-10^9 \leq a_{i,j} \leq 10^9$ 。

## 7sozx 特有的字符串

- 设字符串  $T = 1145141919810$ 。
- 设  $f(a, b)$  表示字符串  $a$  与  $b$  相同的位置数量，例如  $f(123, 32) = 1$ 。
- 给定字符串  $S$ ，求  $S$  的一个划分  $s_1, s_2, \dots, s_m$ ，满足  $S = s_1 + \dots + s_m$ ，且  $\sum_{i=1}^m f(s_i, T)$  最大。
- $1 \leq |S| \leq 10^5$ 。

# 杀戮尖塔

- $n$  层游戏，每层有编号为  $1, 2, \dots, k$  的  $k$  个关卡。
- 玩家通过一关后可以进入下一层  $k$  个关卡中任意一个，通过  $n$  层后结束。
- 要求相邻两层不能挑战相同编号的关卡。
- 给定  $a_1, \dots, a_m$ ，要求这些层不可进入第  $k$  关。
- 求通过  $n$  层的不同路线条数对 998244353 取模的结果。
- $1 \leq n \leq 10^6$ ,  $0 \leq m \leq n$ ,  $2 \leq k \leq 10^9$ 。

# 回文串串文回

- 给定长度为  $n$  的仅包含小写英文字母的字符串  $S$ 。
- 每次操作可以向  $S$  中任意位置插入任意一个字符。
- 问最少需要多少次操作，能使操作后的字符串是回文串。
- 回文串指从左往右读和从右往左读相同的字符串。
- $1 \leq n \leq 5 \times 10^3$ 。

# 任务达人莫卡 II

- 有  $n$  个城市，初始时位于城市  $k$ 。
- 第  $i$  天在城市  $c_i$  有任务，若接受任务，当前位于城市  $c_i$  可获得  $a_{c_i}$  收益，位于其他城市则前往城市  $c_i$  并获得  $b_{c_i}$  收益。
- 放弃任务不会获得收益，并停留在原所在城市。
- 求出  $m$  天后可获得的最大收益。
- $3 \leq n \leq 10^5$ ,  $1 \leq m \leq 10^5$ 。

# Malicious Mischance

- 无限长的一维数轴上会出现  $n$  枚金币。
- 第  $i$  枚金币仅在时刻  $t_i$  出现在整点  $x_i$ ，仅当时刻  $t_i$  位于  $x_i$  时才能获得金币。
- 初始时时刻  $t = 0$ ，位置为  $x = 0$ 。每个时刻可以选择不移动，或是向正方向移动一单位距离。也即，时刻  $t$  位于  $x_0$ ，则时刻  $t + 1$  需要位于  $x_0, x_0 + 1$  之一。
- 求最多能拿到的金币枚数。
- $1 \leq n \leq 2 \times 10^5$ ,  $1 \leq x_i, t_i \leq 10^9$ 。