

Analysis I und Lineare Algebra für Ingenieurwissenschaften

Hausaufgabe 03 - Geuter 29

Moaz Haque, Felix Oechelhaeuser, Leo Pirker, Dennis Schulze

August 27, 2020

Contents

1	Aufgabe 1	2
1.1	a)	2
1.2	b)	2
2	Aufgabe 2	2
2.1	a)	2
2.2	b)	3
3	Aufgabe 3	4
3.1	a	4
3.2	b	4
3.3	c	4
4	Aufgabe 4	4
4.1	a	4
4.2	b	4
4.3	c	4
5	Aufgabe 5	4
5.1	a	4
5.2	b	4
6	Aufgabe 6	4
6.1	a	4
6.2	b	4

1 Aufgabe 1

1.1 a)

$$\begin{aligned}p(z) &= z^2 + 3z - 1 + 2i \\&= (z^2 - 2z) + (5z - 5) + (4 + 2i) \\&= 2T_2(z) + 5T_1(z) + (4 + 2i)T_0(z)\end{aligned}$$

1.2 b)

$$\begin{aligned}\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) &= \sin(x) \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + \cos(x) \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \\&= \sin(x) \frac{1}{2} + \cos(x) \frac{\sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

2 Aufgabe 2

2.1 a)

Umformung der Regel von T_1 :

$$\begin{aligned}0 &= 3x_1 - 2x_2 \\ \Leftrightarrow 2x_2 &= 3x_1 \\ \Leftrightarrow x_2 &= \frac{3}{2}x_1\end{aligned}$$

Damit gilt für T_1 :

$$\begin{aligned}T_1 &= \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ \frac{3}{2}x_1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2 \right\} \\ &= \text{span} \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{3}{2} \end{bmatrix} \right\}\end{aligned}$$

Damit gelten die Addition und Skalarmultiplikation in T_1 . Und daraus folgt:

$$T_1 \subset \mathbb{R}^2$$

Umformung der Regel von T_2 :

$$\begin{aligned}
1 &= x_1 x_2^3 \\
\Leftrightarrow \frac{1}{x_1} &= x_2^3 \\
\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt[3]{x_1}} &= x_2
\end{aligned}$$

Damit gilt für T_2 :

$$T_2 = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ \frac{1}{\sqrt[3]{x_1}} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2 \right\}$$

Daraus folgt, dass keiner der Vektoren in T_2 als vielfaches eines anderen Vektors aus T_2 dargestellt werden kann. Ebenso gibt es keine zwei Vektoren $v, w \in T_2, v \neq -w$ für die gilt $v + w \in T_2$.

Daraus folgt:

$$T_2 \not\subset \mathbb{R}^2$$

2.2 b)

$\forall f, g \in T$ gilt $f + g \in T$, da alle f und g an der Stelle $x = -2$ eine Nullstelle besitzen und $f + g$ muss dem zu folge ebenfalls bei $x = -2$ eine Nullstelle besitzen. Analog gilt auch $\forall f \in T$ mit $\lambda \in \mathbb{R}$, dass $\lambda f \in T$. Auch hier hat f eine Nullstelle bei $x = -2$, die bei λf erhalten bleibt.

Also gilt:

$$T \subset V$$

3 Aufgabe 3

3.1 a

3.2 b

3.3 c

4 Aufgabe 4

4.1 a

4.2 b

4.3 c

5 Aufgabe 5

5.1 a

5.2 b

6 Aufgabe 6

6.1 a

6.2 b