Analysis I und Lineare Algebra für Ingenieurwissenschaften

Hausaufgabe 07 - Geuter 29

Moaz Haque, Felix Oechelhaeuser, Leo Pirker, Dennis Schulze

September 16, 2020

Contents

1 Aufgabe 1

1.1 a)

Es gilt

$$\begin{aligned}\frac{1}{b}+\frac{1}{g}&=\frac{1}{f}\\ \Leftrightarrow \frac{1}{b}&=\frac{g-f}{fg}\\ \Leftrightarrow b&=\frac{fg}{g-f}\end{aligned}$$

Damit ist b betrachtet als Funktion

$$b(g)=\frac{fg}{g-f}$$

1.2 b)

Da der Bruch nur für alle $g \neq f$ definiert ist,
ist b nur auf $\mathbb{R} \setminus \{f\}$ stetig.

1.3 c)

Es gilt für den ersten Term

$$\begin{aligned}\lim_{g\to\infty} b(g)&=\lim_{g\to\infty}\frac{fg}{g-f}\\ &=\lim_{g\to\infty}\frac{f}{1-\frac{f}{g}}\\ &=\frac{f}{1-0}\\ &=f\end{aligned}$$

Es gilt für den zweiten Term

$$\begin{aligned}\lim_{g\to f} b(g)&=\lim_{g\to f}\frac{fg}{g-f}\\ &=\frac{\lim_{g\to f} fg}{\lim_{g\to f}(g-f)}\\ &=\frac{f^2}{f-f}\\ \Rightarrow \lim_{g\to f} b(g)&=\infty\end{aligned}$$

2 Aufgabe 2

2.1 a)

Es gilt für $\lim_{x\to 1^-} f(x)$

$$\begin{aligned}\lim_{x\to 1^-} f(x) &= \lim_{x\to 1^-} (\cos(\pi x) + 3)\\ &= \cos(\pi) + 3 = -1 + 3 = 2\end{aligned}$$

und es gilt für $\lim_{x\to 1^+} f(x)$

$$\begin{aligned}\lim_{x\to 1^+} f(x) &= \lim_{x\to 1^+} \frac{x^2+1}{x+1}\\ &= \frac{1^2+1}{1+1} = \frac{2}{2} = 1\end{aligned}$$

daraus folgt, dass f an der Stelle $x = 1$ nicht stetig ist.

...

Damit ist f auf $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ stetig.

2.2 b)

- Punkte an Intevallgrenzen (P_1(-1, -1) und P_2(2, ln(2)))
- einsetzten in $s(x) = y_1 + \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x$

3 Aufgabe 3

3.1 a)

- Intevallgrenzen einsetzten in f
- f ist stetig und differenzierbar
- Folgerung: Nullstelle

3.2 b)

4 Aufgabe 4

4.1 a)

4.2 b)

4.2.1 a

$$(5x^3 - 2\sin(3x))' = 15x^2 - 6\cos(3x)$$

4.2.2 b

$$(\cos(x)e^x)' = \cos(x)e^x - \sin(x)e^x$$

4.2.3 c

$$(e^{2x^2+11} + 7)' = 4xe^{2x^2+11}$$

4.2.4 d

$$\left(\frac{\sin(x^2 - 2\pi)}{\cos(3\pi - x^2)}\right)' = \frac{-2x}{\cos^2(3\pi - x^2)}$$

5 Aufgabe 5

Für die 1. Ableitung von f gilt

$$f'(x) = -\frac{2}{(x-2)^2}$$

dann gilt für eine beliebige Tangente $t(x) = ax + b$ am Graphen von f

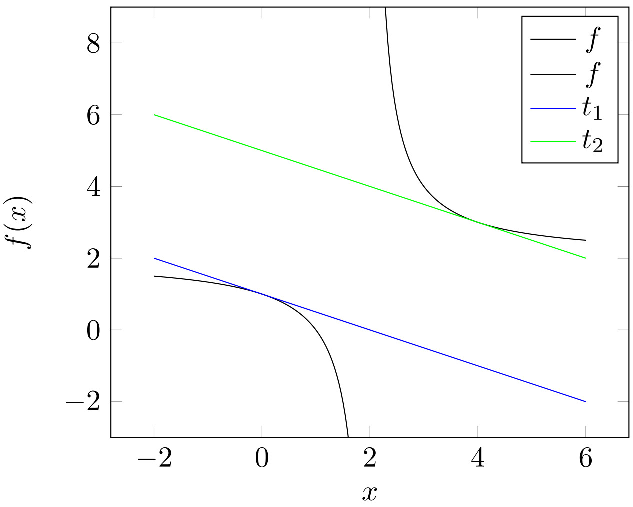
$$\begin{aligned} a &= f'(x_0) = -\frac{2}{(x_0-2)^2} \\ b &= f(x_0) - f'(x_0) \cdot x_0 = \frac{2}{x_0 - 2} + 2 + \frac{2x_0}{(x_0-2)^2} \end{aligned}$$

mit der Anforderung, dass $a = -\frac{1}{2}$ sein muss. Damit gilt

$$\begin{aligned} a = -\frac{2}{(x_0-2)^2} &= -\frac{1}{2} \\ \Leftrightarrow \frac{(x_0-2)^2}{2} &= 2 \\ \Leftrightarrow (x_0-2)^2 &= 4 \\ \Leftarrow x_0 - 2 &= \pm 2 \end{aligned}$$

daraus ergeben sich die beiden Stellen $x_1 = 0$ und $x_2 = 4$. Daraus folgen dann die beiden Tangenten

$$t_1(x) = -\frac{1}{2}x + 1$$
$$t_2(x) = -\frac{1}{2}x + 5$$



6 Aufgabe 6

6.1 a)

6.2 b)