

Лабораторная работа 1.1.3

Статистическая обработка результатов многократных измерений

1 сентября 2023 г.

1. Цели и задачи

- Измерение сопротивления
- Проверка распределения Гаусса
- Проверка закона i -сигм
- Применение методов обработки экспериментальных данных при измерении сопротивлений.

2. Оборудование

- Набор резисторов (270 штук)
- Универсальный цифровой вольтметр (GDM-8245), работающий в режиме «Измерение сопротивлений постоянному току»:

Предел	Разрешение	Погрешность ¹
5 кОм	0,1 Ом	$\pm(0,001 \cdot X + 2 \cdot k)$

Таблица 1: Погрешность измерения сопротивления

3. Теория

Для нахождения среднего значения сопротивления:

$$\langle R \rangle = \sum_{i=1}^N R_i \quad (1)$$

Для характеристики разброса случайной величины используется среднеквадратичное отклонение:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (R_i - \langle R \rangle)^2} \quad (2)$$

Используя σ , можно построить функцию распределения Гаусса:

$$w = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(R - \langle R \rangle)^2}{2\sigma^2}} \quad (3)$$

¹где X — измеряемая величина, k — единица младшего разряда

4. Результаты измерений

Измерения сопротивлений $N = 270$ резисторов приведены в таблице 2.

Таблица 2: Измерения сопротивлений 270 резисторов, Ом

499,4	498,8	499,3	499,5	500,6	500,0	498,4	499,7	499,5
500,2	499,4	499,4	498,7	498,6	498,7	497,1	500,2	500,0
499,9	498,2	498,8	499,8	497,8	500,3	499,8	500,3	500,6
497,2	499,8	496,8	498,1	500,2	499,8	499,0	498,3	499,7
499,9	496,5	500,1	499,7	499,8	498,0	501,2	500,1	499,5
498,2	500,4	500,4	501,8	498,3	499,6	499,1	500,3	499,5
498,1	499,2	499,0	499,5	500,2	500,0	499,5	498,1	500,3
499,3	500,3	500,7	499,1	499,7	500,4	500,7	498,8	497,6
498,6	498,2	500,8	501,6	499,6	498,1	501,3	500,9	499,1
497,7	497,4	499,7	497,4	500,4	499,0	500,3	501,2	499,3
497,6	499,6	499,0	499,5	501,9	498,7	500,6	499,4	503,0
500,3	499,4	499,9	499,0	498,2	499,3	501,4	500,3	498,8
499,5	499,9	499,0	499,6	499,9	498,2	501,5	499,3	499,4
498,6	500,0	499,5	498,8	499,8	498,8	500,3	499,1	500,7
501,2	500,7	499,8	501,2	498,7	500,6	500,7	499,6	499,8
498,9	499,1	500,2	499,5	500,5	500,9	499,0	500,0	498,9
498,2	498,7	501,3	497,9	499,9	498,7	498,4	500,3	500,3
498,3	499,1	500,4	498,4	499,7	500,9	497,8	500,6	500,0
497,4	499,7	496,8	498,8	500,6	500,5	499,4	499,1	500,1
500,5	498,6	501,0	499,7	499,3	500,5	498,0	500,3	499,2
502,1	500,3	501,3	500,6	500,5	497,9	499,4	500,2	498,2
501,4	500,1	499,1	499,0	501,1	500,9	498,9	498,8	499,0
499,0	500,1	499,7	498,7	500,0	497,7	500,5	498,5	500,2
500,8	500,1	499,4	500,3	499,3	498,6	499,0	498,0	498,6
498,0	501,7	499,3	498,5	499,2	502,1	500,8	497,4	499,4
498,6	501,3	499,6	497,6	499,7	498,4	498,8	497,8	499,7
500,1	499,3	497,8	499,3	497,6	500,7	498,2	498,2	500,5
502,1	499,4	500,8	499,4	500,5	497,4	500,5	497,6	499,1
498,1	501,0	498,4	498,8	501,0	498,8	500,1	501,8	499,4
499,2	499,4	498,0	499,5	498,3	499,8	498,9	501,4	500,6

Построим гистограммы с числом столбцов $m = \{10, 15, 20\}$, ширина одного столбца ΔR :

$$\Delta R = \frac{R_{\text{макс}} - R_{\text{мин}}}{m}$$

Для удобства сравнения с нормальным распределением по оси ординат будем строить плотность вероятности w равную числу результатов Δn , делённых на N и величину интервала ΔR :

$$w = \frac{\Delta n}{N \Delta R}$$

Среднее сопротивление по формуле 1:

$$\langle R \rangle = \sum_{i=1}^N R_i \approx 499,5 \text{ Ом}$$

Стандартное отклонение по формуле 2:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (R_i - \langle R \rangle)^2} \approx 1,1 \text{ Ом}$$

Инструментальная погрешность по формуле из таблицы 1 составляет:

$$\Delta R = 0,001 \cdot X + 2 \cdot k \approx 0,7 \text{ Ом}$$

Что пренебрежимо мало по сравнению с случайной погрешностью резисторов (в 2 раза).

Тогда, в интервал $(\langle R \rangle \pm \sigma)$ попадает 68,5% результатов, в $(\langle R \rangle \pm 2\sigma)$ попадает 95,6%, а в $(\langle R \rangle \pm 3\sigma)$ попадает 99,6%, что близко соответствует теоретическим вероятностям — 68,27%, 95,45%, 99,97% соответственно (согласуется с правилом i -сигм).

Используя формулу 3, построим кривые Гаусса:

$$w = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(R-\langle R \rangle)^2}{2\sigma^2}}$$

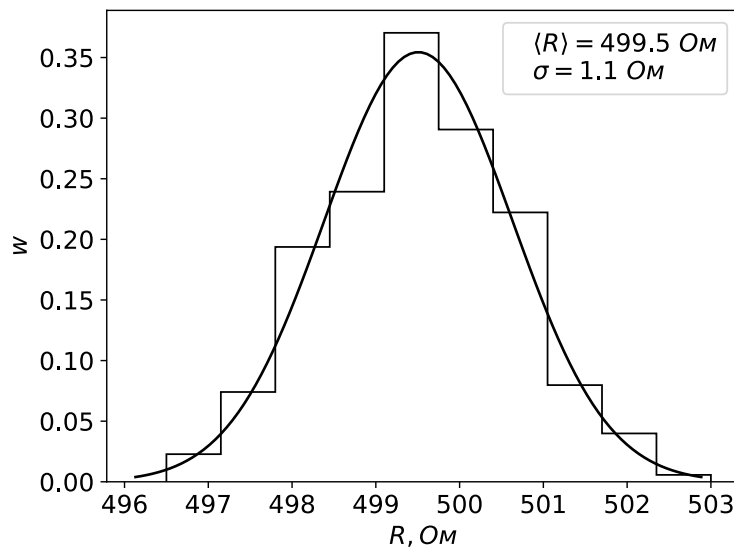


Рис. 1: Гистограмма для $m = 10$

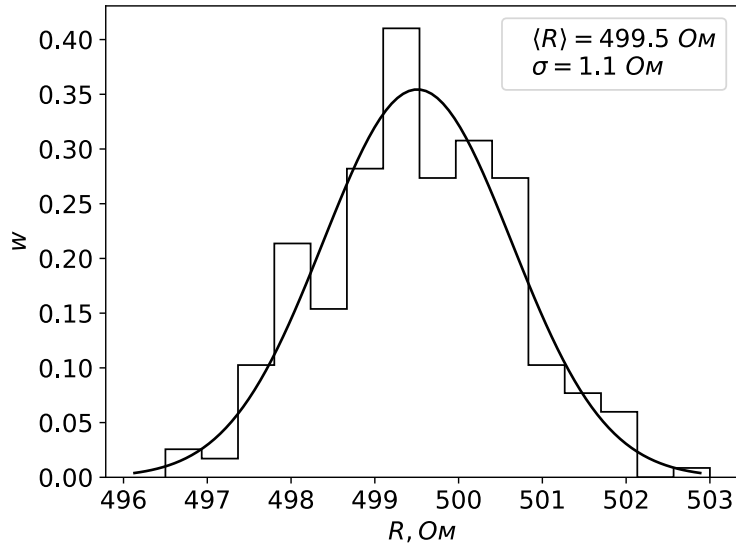


Рис. 2: Гистограмма для $m = 15$

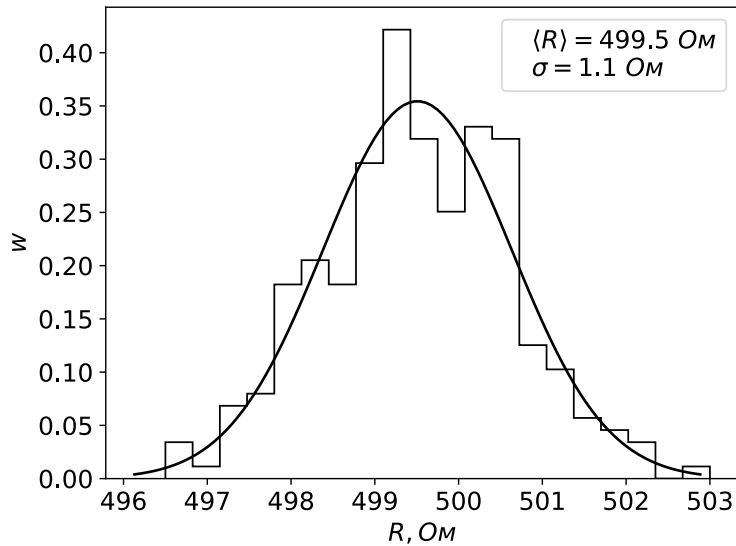


Рис. 3: Гистограмма для $m = 20$

5. Выводы

В результате, измеренная величина сопротивления составляет $R = 499,5 \pm 1,1 \text{ Ом}$.

Значение R подчиняется распределению Гаусса.

В интервал $(\langle R \rangle \pm \sigma)$ попадает 68,5% результатов, в $(\langle R \rangle \pm 2\sigma)$ попадает 95,6%, а в $(\langle R \rangle \pm 3\sigma)$ попадает 99,6%, что близко соответствует теоретическим вероятностям — 68,27%, 95,45%, 99,97% соответственно. Таким образом, величины всех сопротивлений укладываются в интервал $(\langle R \rangle \pm 4\sigma)$.