

Лабораторная работа 1.1.3

Статистическая обработка результатов многократных измерений

1 сентября 2023 г.

1. Цели и задачи

- Измерение сопротивления резисторов.
- Применение методов обработки экспериментальных данных при измерении сопротивлений.
- Проверка соответствию распределению Гаусса.
- Проверка закона i -сигм.

2. Оборудование

- Набор резисторов (270 штук).
- Универсальный цифровой вольтметр (GDM-8245), работающий в режиме «Измерение сопротивлений постоянному току»:

Таблица 1. Погрешность измерения сопротивления

Предел	Разрешение	Погрешность ¹
5 кОм	0,1 Ом	$\pm(0,001 \cdot X + 2 \cdot k)$

3. Теория

Для нахождения среднего значения сопротивления:

$$\langle R \rangle = \frac{\sum_{i=1}^N R_i}{N} \quad (1)$$

Для характеристики разброса случайной величины используется среднеквадратичное отклонение:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (R_i - \langle R \rangle)^2} \quad (2)$$

Используя σ , можно построить функцию распределения Гаусса:

$$w = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(R - \langle R \rangle)^2}{2\sigma^2}} \quad (3)$$

¹где X — измеряемая величина, k — единица младшего разряда

4. Результаты измерений

Измерения сопротивлений $N = 270$ резисторов приведены в таблице 2.

Таблица 2. Измерения сопротивлений 270 резисторов, Ом

499,4	498,8	499,3	499,5	500,6	500,0	498,4	499,7	499,5
500,2	499,4	499,4	498,7	498,6	498,7	497,1	500,2	500,0
499,9	498,2	498,8	499,8	497,8	500,3	499,8	500,3	500,6
497,2	499,8	496,8	498,1	500,2	499,8	499,0	498,3	499,7
499,9	496,5	500,1	499,7	499,8	498,0	501,2	500,1	499,5
498,2	500,4	500,4	501,8	498,3	499,6	499,1	500,3	499,5
498,1	499,2	499,0	499,5	500,2	500,0	499,5	498,1	500,3
499,3	500,3	500,7	499,1	499,7	500,4	500,7	498,8	497,6
498,6	498,2	500,8	501,6	499,6	498,1	501,3	500,9	499,1
497,7	497,4	499,7	497,4	500,4	499,0	500,3	501,2	499,3
497,6	499,6	499,0	499,5	501,9	498,7	500,6	499,4	503,0
500,3	499,4	499,9	499,0	498,2	499,3	501,4	500,3	498,8
499,5	499,9	499,0	499,6	499,9	498,2	501,5	499,3	499,4
498,6	500,0	499,5	498,8	499,8	498,8	500,3	499,1	500,7
501,2	500,7	499,8	501,2	498,7	500,6	500,7	499,6	499,8
498,9	499,1	500,2	499,5	500,5	500,9	499,0	500,0	498,9
498,2	498,7	501,3	497,9	499,9	498,7	498,4	500,3	500,3
498,3	499,1	500,4	498,4	499,7	500,9	497,8	500,6	500,0
497,4	499,7	496,8	498,8	500,6	500,5	499,4	499,1	500,1
500,5	498,6	501,0	499,7	499,3	500,5	498,0	500,3	499,2
502,1	500,3	501,3	500,6	500,5	497,9	499,4	500,2	498,2
501,4	500,1	499,1	499,0	501,1	500,9	498,9	498,8	499,0
499,0	500,1	499,7	498,7	500,0	497,7	500,5	498,5	500,2
500,8	500,1	499,4	500,3	499,3	498,6	499,0	498,0	498,6
498,0	501,7	499,3	498,5	499,2	502,1	500,8	497,4	499,4
498,6	501,3	499,6	497,6	499,7	498,4	498,8	497,8	499,7
500,1	499,3	497,8	499,3	497,6	500,7	498,2	498,2	500,5
502,1	499,4	500,8	499,4	500,5	497,4	500,5	497,6	499,1
498,1	501,0	498,4	498,8	501,0	498,8	500,1	501,8	499,4
499,2	499,4	498,0	499,5	498,3	499,8	498,9	501,4	500,6

Построим гистограммы с числом столбцов $m = \{10, 15, 20\}$, ширина одного столбца ΔR :

$$\Delta R = \frac{R_{\text{макс}} - R_{\text{мин}}}{m}$$

Для удобства сравнения с нормальным распределением по оси ординат будем строить плотность вероятности w равную числу результатов Δn , делённых на N и величину интервала ΔR :

$$w = \frac{\Delta n}{N \Delta R}$$

Среднее сопротивление по формуле 1:

$$\langle R \rangle = \sum_{i=1}^N R_i \approx 499,5 \text{ Ом}$$

Стандартное отклонение по формуле 2:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (R_i - \langle R \rangle)^2} \approx 1,1 \text{ Ом}$$

Инструментальная погрешность по формуле из таблицы 1 составляет:

$$\Delta R = 0,001 \cdot X + 2 \cdot k \approx 0,7 \text{ Ом}$$

Что достаточно мало по сравнению со случайной погрешностью резисторов: $\sigma/\Delta R = 1,6$, поэтому пренебрежём.

Тогда, в интервал $(\langle R \rangle \pm \sigma)$ попадает 68,5% результатов, в $(\langle R \rangle \pm 2\sigma)$ попадает 95,6%, а в $(\langle R \rangle \pm 3\sigma)$ попадает 99,6%, что близко соответствует теоретическим вероятностям — 68,27%, 95,45%, 99,97% соответственно (согласуется с правилом i -сигм).

Используя формулу 3, построим кривые Гаусса:

$$w = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(R-\langle R \rangle)^2}{2\sigma^2}}$$

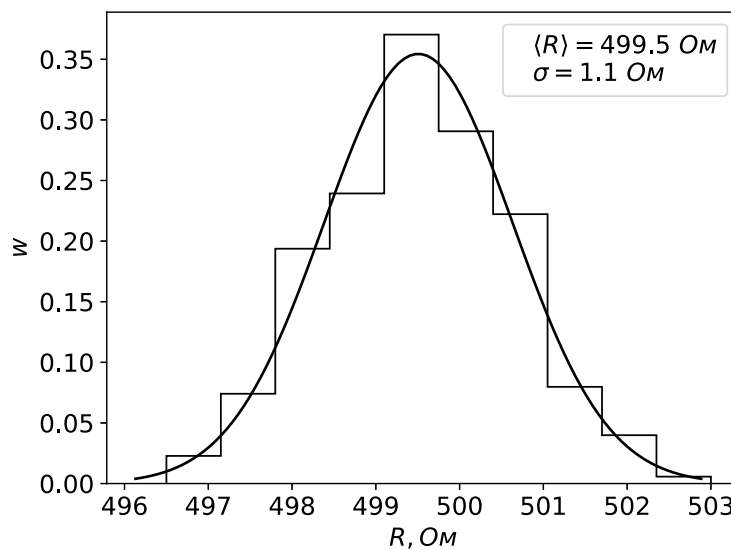


Рис. 1. Гистограмма для $m = 10$

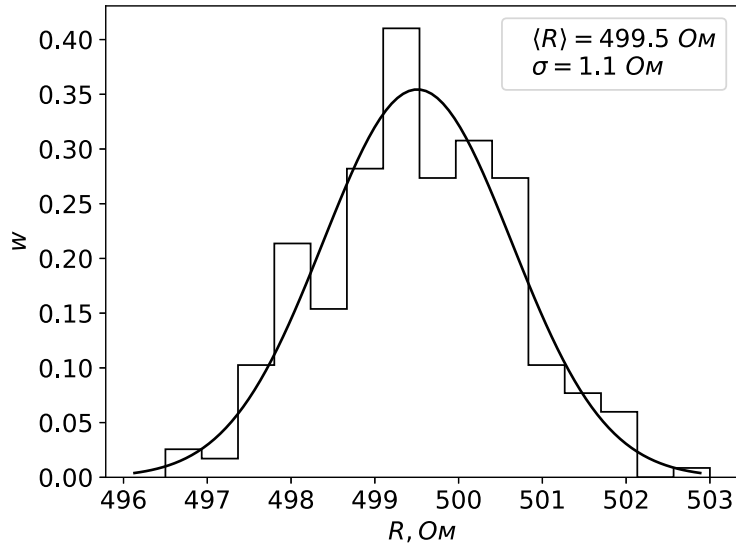


Рис. 2. Гистограмма для $m = 15$

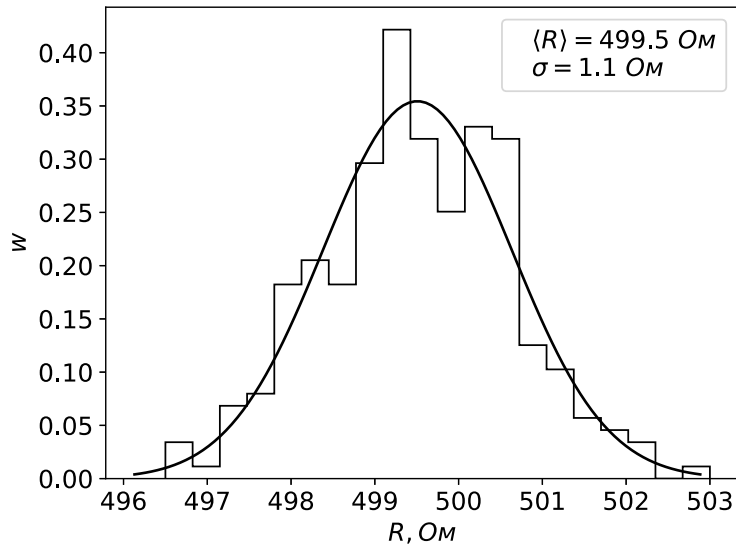


Рис. 3. Гистограмма для $m = 20$

5. Выводы

В результате, измеренная величина сопротивления составляет $R = 499,5 \pm 1,1 \text{ Ом}$ и случайное отклонение точек подчиняется распределению Гаусса.

В интервал $(\langle R \rangle \pm \sigma)$ попадает 68,5% результатов, в $(\langle R \rangle \pm 2\sigma)$ попадает 95,6%, а в $(\langle R \rangle \pm 3\sigma)$ попадает 99,6%, что близко соответствует теоретическим вероятностям — 68,27%, 95,45%, 99,97% соответственно, что согласуется с правилом i -сигм. Таким образом, величины всех сопротивлений укладываются в интервал $(\langle R \rangle \pm 4\sigma)$.