

Questão 1: O perímetro de um retângulo $ABCD$ é $20m$. Qual é o menor comprimento, em metros, que a diagonal AC pode ter?

Questão 2: Seja $V = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$ um conjunto com as seguintes operações:

- Adição de elementos: $x_1 \boxplus x_2 = x_1 x_2$.
- Multiplicação por escalar: $\alpha \odot x = x^\alpha$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

Responda as seguintes perguntas:

- (a) Exiba o elemento neutro da operação adição, o elemento inverso do elemento $x \in V$ e mostre que $\alpha \odot (u \boxplus v) = (\alpha \odot u) \boxplus (\alpha \odot v)$, $\forall u, v \in V$ e $\forall \alpha \in \mathbb{R}$.
- (b) Se, em V , considerarmos as operações usuais de soma e multiplicação de números reais, teremos que V é um espaço vetorial? Justifique sua resposta!

Observação 1: Sejam $u, v, w \in V$ e $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, temos que as seguintes propriedades são necessárias para um espaço vetorial:

- Soma entre vetores, que satisfaz
 1. **Associatividade da soma:** $(u + v) + w = u + (v + w)$;
 2. **Elemento neutro da soma:** Existe $0 \in V$ tal que $v + 0 = 0 + v = v$;
 3. **Inverso aditivo:** Para cada $v \in V$, existe $u = -v \in V$ tal que $u + v = 0$;
 4. **Comutatividade:** $u + v = v + u$.
- Multiplicação de vetor por escalar, que satisfaz
 5. **Associatividade da multiplicação:** $\alpha \cdot (\beta \cdot v) = (\alpha \cdot \beta) \cdot v$;
 6. **Elemento neutro da multiplicação:** Existe $1 \in V$ tal que $1 \cdot v = v$;
 7. **Distributividade de um escalar em relação à soma de vetores:** $\alpha \cdot (u + v) = \alpha \cdot u + \alpha \cdot v$;
 8. **Distributividade da soma de escalares em relação a um vetor:** $(\alpha + \beta) \cdot v = \alpha \cdot v + \beta \cdot v$.