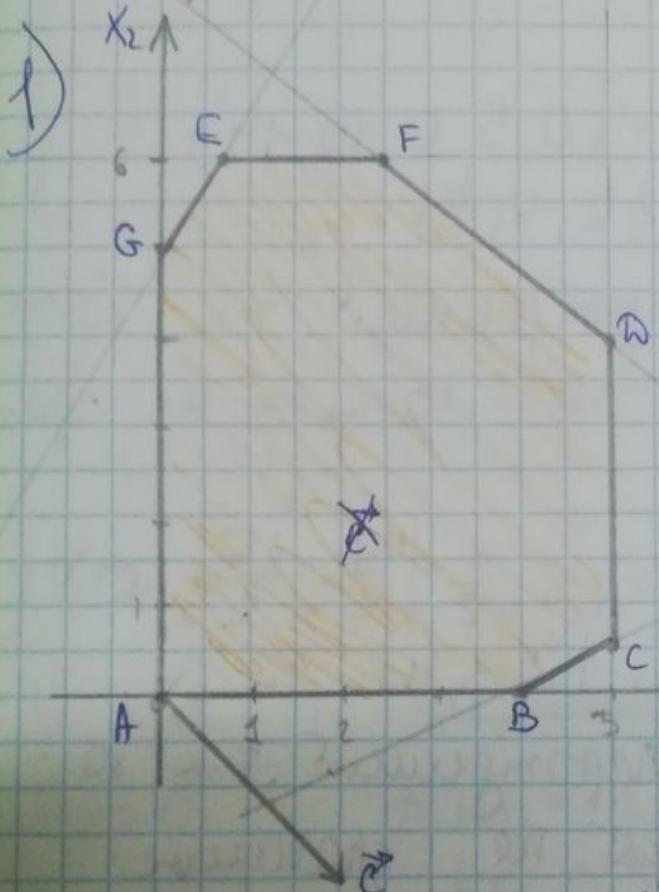


N1

(1)

$$\varphi(x) = x_1 - x_2 \rightarrow \max$$

(2)



$$\begin{cases} -5x_1 + 3x_2 \leq 15 & (1) \\ 4x_1 + 5x_2 \leq 40 & (2) \\ x_1 - 2x_2 \leq 4 & (3) \end{cases}$$

$$0 \leq x_1 \leq 5$$

$$0 \leq x_2 \leq 6$$

(3)

$$\operatorname{tg} d_{(1)} = -1$$

$$\operatorname{tg} d_{(2)} = -\frac{3}{5}$$

$$\operatorname{tg} d_{(3)} = \frac{5}{4}$$

$$\operatorname{tg} d_{(4)} = -2$$

B touch

$$C(5, \frac{1}{2})$$

germeerde rechtegelyk

③

$$\varphi_{\max} = 5 - \frac{1}{2} = 4,5$$

2) $x_1 - x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -5x_1 + 3x_2 + x_3 & = 15 \\ 4x_1 + 5x_2 + x_4 & = 40 \\ x_1 - 2x_2 + x_5 & = 4 \end{cases} \quad \begin{array}{l} 0 \leq x_1 \leq 5 \\ 0 \leq x_2 \leq 6 \end{array}$$

$$d_3^* = \max(15 + 5x_2 - 3x_2) = 15 + 25 = 40 \Rightarrow 0 \leq x_3 \leq 40$$

(2)

$$d_4^* = \max(40 - 4x_1 - 5x_2) = 40$$

$$0 \leq x_4 \leq 40$$

$$d_5^* = \max(4 - x_1 + 2x_2) = 16$$

$$0 \leq x_5 \leq 16$$

3) $x^* = (0, 5)$

ДНД планов: $x^* = (0, 5, 0, 15, 14)$

$$Y_H = \{1, 3\}$$

$$Y_B = \{2, 4, 5\}$$

Базисный план невырожденный, т.к. для зеленые координаты не лежат на границе

$$x^* = (5, \frac{1}{2}) \Rightarrow x^* = (5, \frac{1}{2}, \frac{7}{2}, \frac{35}{2}, 0)$$

$$Y_H = \{1, 5\}$$

$$Y_S = \{2, 3, 4\}$$

(2)

Базисный план невырожденный, т.к. для зеленые коорд. не лежат на границе

4) Решение ген. неизвестн:

$$\begin{cases} -5y_1 + 4y_2 + y_3 + w_1 \geq 1 & y \geq 0 \\ 3y_1 + 5y_2 - 2y_3 + w_2 \geq -1 & w \geq 0 \end{cases}$$

$$\psi(\lambda) = 15y_1 + 40y_2 + 4y_3 + 5w_1 + 6w_2$$

Решени. в канонических:

$$\psi(\lambda) = 15y_1 + 40y_2 + 4y_3 + 5w_1 + 6w_2$$

$$\begin{aligned} x_4 &\leq 40 \\ x_5 &\leq 16 \end{aligned} \quad + 40w_3 + 40w_4 + 16w_5 \rightarrow \min$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -5y_1 + 4y_2 + y_3 - v_1 + w_1 = 1 \\ 3y_1 + 5y_2 - 2y_3 - v_2 + w_2 = -1 \\ y_1 - v_3 + w_3 = 0 \\ y_2 - v_4 + w_4 = 0 \\ y_3 - v_5 + w_5 = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} w \geq 0 \\ v \geq 0 \end{array}$$

(2)

$$x^0 = (5, \frac{1}{2}, \frac{47}{2}, \frac{35}{2}, 0)$$

$$y_b = \{2, 3, 4\}$$

$$(v_1, v_2, v_3) \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix} = (-1 \ 0 \ 0)$$

$$u_2 = 0 \quad 3u_1 = -1 \Rightarrow u_1 = -\frac{1}{3}$$

$$u_1 = 0 \quad -2u_3 = -1 \quad u_3 = \frac{1}{2}$$

$$b) \Delta_1 = 1 - \left(\begin{smallmatrix} 0 & 0 & 1/2 \\ -1/3 & 0 & 0 \end{smallmatrix} \right) \left| \begin{smallmatrix} -5 \\ 4 \\ 1 \end{smallmatrix} \right\rangle = 1 - \frac{1}{3} > 0 \quad x_1 = d_1^*$$

$$\Delta_5 = 0 - \left(\begin{smallmatrix} 0 & 0 & 1/2 \\ -1/3 & 0 & 0 \end{smallmatrix} \right) \left(\begin{smallmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{smallmatrix} \right) = 0 - \frac{1}{2} < 0 \quad x_5 = d_5^*$$

$\omega_2 \rightarrow \min \Rightarrow$ условие оптимального базисного

$$\Delta_j^* \leq 0 \quad v_j^* = -\Delta_j^* \quad \omega_j^* = 0$$

$$\Delta_j^* \geq 0 \quad v_j^* = 0 \quad \omega_j^* = +\Delta_j^*$$

$$\omega_1^\circ = \frac{1}{2} \quad \vartheta_1^\circ = 0$$

$$\vartheta_5^\circ = \frac{1}{2} \quad \omega_5^\circ = 0$$

$$\omega_i = 0 \quad i = 2, 3, 4$$

$$\vartheta_i = 0 \quad i = 2, 3, 4$$

$$U^\circ = (0 \ 0 \ \frac{1}{2}) \Rightarrow y_3^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\Psi(x^\circ) = 4 \cdot \frac{1}{2} + 5 \cdot \frac{1}{2} = 2 + \frac{5}{2} = \frac{9}{2} = 4,5$$

$$\underline{\Psi(x^\circ) = \Psi(x^\circ)}$$

$$6) X^\circ = (5, \frac{1}{2}, \frac{47}{2}, \frac{35}{2}, 0)$$

$x_5^\circ = 0 \Rightarrow$ ресурс b_3 ограничен

$\begin{cases} x_3^\circ \neq 0 \\ x_4^\circ \neq 0 \end{cases} \Rightarrow$ ресурсы b_1 и b_2 не ограничены

4) Сформулируйте математическое выражение целевой функции относительно лимитов ресурсов.

К выражению из п. 3 приложено

а ограничение ресурса

$$\text{N2} \quad \varphi(x) \rightarrow 2x_1 + x_2 - 5x_3 + 2x_4 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 15x_4 = 7 \\ 20x_1 + 30x_2 + x_3 + x_4 = 30 \\ 4x_1 + 10x_2 + 2x_3 + 7x_4 = 10 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} -5 \leq x_1 \leq 20 \\ -1 \leq x_2 \leq 23 \\ -4 \leq x_3 \leq 27 \\ 0 \leq x_4 \leq 10 \end{array}$$

Приведем к канонич. (ненеиз. коэффициенты)

$$\begin{cases} -2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 15x_4 = 7 \\ 20x_1 + 30x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 30 \\ 4x_1 + 10x_2 + 2x_3 + 7x_4 = 10 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} -5 \leq x_1 \leq 20 \\ -1 \leq x_2 \leq 23 \\ -4 \leq x_3 \leq 27 \\ 0 \leq x_4 \leq 10 \\ 0 \leq x_5 \leq 1097 \end{array}$$

$$d_5^* = \max (-30 + 20x_1 + 30x_2 + x_3 + x_4) =$$

$$\geq -30 + 400 + 690 + 27 + 10 = 1097$$

3) Несимб. CM: $2x_1 + x_2 - 5x_3 + 2x_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 15x_4 + x_6 = 7 \\ 20x_1 + 30x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 30 \\ 4x_1 + 10x_2 + 2x_3 + 7x_4 + x_7 = 10 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} 0 \leq x_6 \leq 0 \\ 0 \leq x_7 \leq 0 \end{array}$$

$$Y_5 = \{5, 6, 7\}$$

Исправка 1:

$$1) \quad u = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$2) \delta_1 = 2 > 0$$

$$\delta_2 = 1 > 0$$

$$\delta_3 = -5 < 0$$

$$\delta_4 = 2 > 0$$

$$3) R_{u_1} = 20 \quad R_{u_2} = 23 \quad R_{u_3} = -4 \quad R_{u_4} = 10$$

$$\begin{cases} -40 - 82 + 12 + 150 \\ 400 + 690 - 4 + 10 - R_{u_5} \\ 140 + 230 - 8 + 70 \end{cases} \begin{matrix} + R_{u_6} = 4 \\ = 30 \\ + R_{u_7} = 10 \end{matrix}$$

$$R_{u_1} = -23 \quad (-)$$

$$R_{u_5} = 1066 \quad (+)$$

$$R_{u_7} = -422 \quad (-)$$

$$4) j_0 = 6$$

$$5) (1 \ 0 \ 0) \begin{pmatrix} p_{u_1} \\ p_{u_2} \\ p_{u_3} \end{pmatrix} = 1 \Rightarrow p_{u_1} = 1$$

$$(0 \ -1 \ 0) \begin{pmatrix} p_{u_1} \\ p_{u_2} \\ p_{u_3} \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow p_{u_2} = 0$$

$$(0 \ 0 \ 1) \begin{pmatrix} p_{u_1} \\ p_{u_2} \\ p_{u_3} \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow p_{u_3} = 0$$

$$6) p_{\delta_1} = - (1 \ 0 \ 0) \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = 2$$

$$p_{\delta_2} = 4$$

$$P_{\delta_3} = 3$$

$$P_{\delta_4} = -15$$

$$\Rightarrow \text{M}) \quad G_3 = -\frac{\delta_1}{P_{\delta_1}} = 3$$

$$\delta_2 = \infty$$

$$\delta_3 = \frac{5}{3}$$

$$\delta_4 = \frac{2}{15}$$

$$\Rightarrow G^1 = G_4 = \frac{2}{15}$$

$$Y_5 = \{4, 5, 7\}$$

③

1) ~~Übungsaufgabe~~

$$-2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 15x_4 = 7$$

$$20x_1 + 30x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 30$$

$$4x_1 + 10x_2 + 2x_3 + 7x_4 = 10$$

$$\tilde{X} = (20, 23, 27, 10)$$

$$W = B - A\tilde{X}$$

$$W_1 = 4 + 40 + 9 + 81 + 150 = 370$$

$$W_2 = 0$$

$$W_3 = 10 - 140 - 230 - 54 - 70 = -484$$

$$W_4 = (20, 23, 27, 10, 1037, 370, 484)$$

$$X' = (20, 23, 27, 10, 1037, 370, 484)$$

$$-X_6 - X_7 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -2X_1 - 4X_2 - 3X_3 + 15X_4 \\ 20X_1 + 30X_2 + X_3 + 10X_4 - X_5 \\ 4X_1 + 10X_2 + 2X_3 + 7X_4 \end{cases} \quad \begin{array}{l} +X_6 \geq 4 \\ -X_5 \geq 30 \\ -X_7 \leq 10 \end{array}$$

$$Y_5 = \{5, 6, 7\}$$

Lösungswerte

$$1) (U_1, U_2, U_3) \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = (0 \ -1 \ -1)$$

$$\textcircled{1} \quad \begin{array}{l} -U_1 = 0 \\ U_2 = -1 \\ -U_3 = -1 \end{array}$$

$$U = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$2) \Delta_1 = 0 - (-1 \ 0 \ 1) \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \ 0 \\ 7 \end{pmatrix} = -2 - 7 = -9 < 0$$

$$x_3 = d_1^* (-)$$

$$3) j_0 = 1$$

$$4) l_1 = -1 \quad l_2 = l_3 = l_4 = 0$$

$$\begin{cases} 2 + l_6 \geq 0 \\ -20 - l_5 \geq 0 \\ -7 - l_7 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} l_6 = -2 \\ l_5 \geq -20 \\ l_7 \geq -7 \end{array}$$

$$5) \Theta_1 = 2.5 \quad \Theta_2 = \Theta_3 = \Theta_4 = 0$$

нрименимых. В таки аязде решает
исходя задачу с наименьшими нравах
 $(x^*, x_{\alpha}^* = 0)$ \bar{J}_B^*

3) $x_{\alpha}^* = 0$ - Все неравенства нрименимы
нулевые, но $\bar{J}_B^* \cap M_n \neq \emptyset$, т.е среди
сatisfiableных неравенств имеются неравенства
искусств. $I_B = \{n+i \in M_B^*, i \in \overline{1, m}\}$
В таки аязде решает буферную
задачу. Решение переходит к исходной

Q

$$Q(x) = C'x \rightarrow \max$$

$$\sum a_{ij} x_j + x_{nn} = b_i \quad i \in I_B \quad (x^*, x_{\alpha}^* = 0)$$

$$\sum a_{ij} x_j = b_i \quad i \in I \setminus I_B$$

$$x_{\alpha} = (x_{nni}, i \in I_B)$$

$$0 \leq x_{nni} \leq 0 \quad i \in I_B$$

$$\theta_5 = \frac{1097}{20} \approx 54,85 \quad \theta_6 = \frac{370}{2}$$

$$\theta_7 = \frac{484}{7}$$

≈ 4
 ≈ 30
 ≈ 10

$\theta^* = \theta_1 \Rightarrow \theta^* > \theta_{j_0} \Rightarrow \bar{M}_n = J_n \setminus j_0$
 $\bar{M}_n \neq \emptyset \Rightarrow$ будем искать j_0 в
 решении с 4)
 $x_0 \in$ новых планов;

$$X^2 = (-5, 23, 27, 10, \cancel{1097}, \cancel{370}, 309)$$

$$\Delta_2 = 0 - (-1 \ 0 \ 1) \begin{pmatrix} -4 \\ 30 \\ 10 \end{pmatrix} = -4 - 10 = -14 < 0 \quad x_2 = d_2^* (-)$$

t.e. дальше $j_0 = 2$ и можно искать с 4)

$\subset X^2$.

2) Проверка выполнения неравенств
 мы получим (x^*, x_{\cdot}^*) — решение и
 это юн. означает условий:

1) $x_{\cdot}^* \neq 0$ (x_{\cdot}^* не 0 для всех неуст. перемен.
 $x_{\cdot}^* \neq 0$) $\Rightarrow X = \emptyset$ (нет решений из-за ны-
 хим. ун-тий наруш.)

2) $x_{\cdot}^* = 0$ $y_s^* \cap M_n = \emptyset$ — базисное
 ун-тие неуст. содержит единиц