Кругтов. Владислав

3 курс 10 группа

В 36

К/р 19 из 20 Оц 10

Кол-м 6 из 9 Оц 7

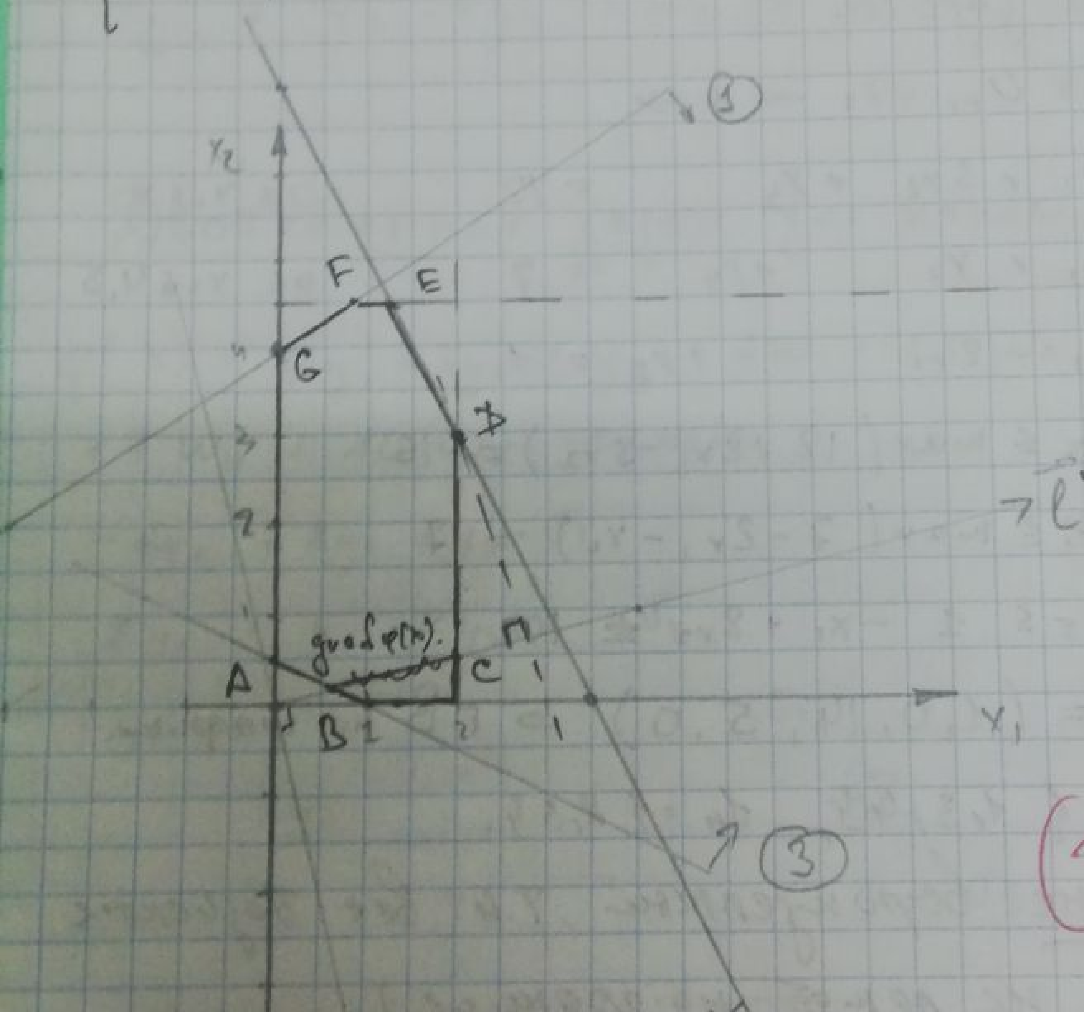
№1.

$\varphi(x) = 4x_1 + x_2 \to max$

$$\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 \le 12 \\ 2x_1 + x_2 \le 7 \\ x_1 - 2x_2 \le 1 \end{cases}$$

$0 \le x_1 \le 2$

$0 \le x_2 \le 4,5$



3

$\varphi(x)=0$ Двигая прямую l_1 в напр. градиента получим т. D, (2,3) как последнюю точку касания. $\varphi(x)=8+3=11$.

2). $\varphi(x) = 4x_1 + x_2 \to max$ $\qquad 0 \le x_1 \le 2$

$\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad 0 \le x_2 \le 4,5$

$$\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 \le 12 \\ 2x_1 + x_2 \le 7 \\ x_1 - 2x_2 \le 1 \end{cases}$$

Канон. задача:

$\varphi(x) = 4x_1 + x_2 \to max$

$$\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 + x_3 = 12 \\ 2x_1 + x_2 + x_4 = 7 \\ x_1 - 2x_2 + x_5 = 1 \end{cases} \qquad \begin{matrix} 0 \le x_1 \le 2 \\ 0 \le x_2 \le 4,5 \end{matrix}$$

2 $\quad 0 \le x_3 \le max(12 + 2x_1 - 3x_2) = 16$

$0 \le x_4 \le max(7 - 2x_1 - x_2) = 7$

$0 \le x_5 \le 1 - x_1 + 2x_2 \le 10$

3) $x' = (1, 0, 14, 5, 0) \Rightarrow$ т. B на графике

$J_Б = \{1, 3, 4\}$, $J_Н = \{2, 5\}$.

Б. План не вырожденный, т.к. все базисные

4 $\quad$ коорд. не лежат на границе.).

$x^0 = (2, 3, 7, 0, 5)$

$J_Б = \{2, 3, 5\}$, $J_Н\{1, 4\}$.

Б. План не вырожденный т.к. все баз.

коорд. не лежат на границе.

4.1. Двойственная задача для исходной

$\psi(\lambda) = 12y_1 + 7y_2 + y_3 + 2w_1 + 4,5 w_2 \to \min.$

$$\begin{cases} -2y_1 + 2y_2 + y_3 + w_1 \geq 4 \\ 3y_1 + y_2 - 2y_3 + w_2 \geq 1. \end{cases} \qquad y_{1,2,3} \geq 0, \quad w_{1,2} \geq 0.$$

1

Двойственная задача для канон. формы.

$\psi(\lambda) = 12y_1 + 7y_2 + y_3 + 2w_1 + 4,5 w_2 + 16 w_3 + 7 w_4 + 10 w_5 \to \min$

$$\begin{aligned}
-2y_1 + 2y_2 + y_3 - v_1 \quad\quad\quad\quad + w_1 &= 4 \\
3y_1 + y_2 - 2y_3 \quad - v_2 \quad\quad\quad + w_2 &= 1 \\
y_1 \quad\quad\quad - v_3 \quad\quad + w_3 &= 0 \\
y_2 \quad\quad\quad - v_4 \quad + w_4 &= 0 \\
y_3 \quad\quad\quad - v_5 + w_5 &= 0
\end{aligned}$$

2

$v_j \geq 0, \; w_j \geq 0 \quad j = \overline{1,5}$

5).

Оптимальный прямой план: $x^0 = (2, 3, 7, 0, 5)$

$J_Б = \{2, 3, 5\}, \quad J_Н = \{1, 4\}.$

2

4,5

$A_Б \cdot U = C_Б$. $\quad u = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = y^0$

$\Delta_1 = 4 - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} (-2, 2, 1) = 2 > 0$, при $x_1 = d_1^*$ ⊕

$\Delta_4 = 0 - 1 = -1 < 0$, при $x_4 = d_{4*}$ ⊕

Критерий выполняется.

$\Delta_2 = \Delta_3 = \Delta_5 = 0 \quad V_i = 0,\ \omega_i = 0 \quad i = 2,3,5.$

$\Delta_1 > 0,\ V_1 = 0,\ \omega_1 = 2$

$\Delta_4 < 0,\ V_4 = 1,\ \omega_4 = 0$

4

$\lambda^0 = (y^0, v^0, \omega^0) = (0,1,0,0,0,0,1,0,2,0,0,0,0)$

$\varphi(\lambda^0) = 7 + 4 = 11. = \varphi(x^0).$

6).

$x_3 = 7$, т.е. излишки ресурса ~~x_3~~ b_1 (не дефицитный)

$x_4 > 0$, т.е. ресурс ~~x_4~~ b_2 используется полностью (дефицитный)

$x_5 = 5$ т.е излишки ресурса ~~x_5~~ b_3 (не дефицитный)

1

7) $y^0 = (0,1,0)$.

Каждая компонента оптимального двойственного плана есть начальная скорость изменения макс значения целевой ф-ии при увеличении соотв. пар-ра.

$y_2 > 0$, при увеличении ресурса B_2

на 1 единицу (7 → 8) макс значение целевой ф-ии тоже увеличится на 1.

$y_1 = y_3 = 0$ ⇒ изменение их ни к чему не приводит.

2

Задача 2.

$$\varphi(x) = 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 4x_4 \to max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 2 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = 8 \\ 3x_1 + 5x_2 + 5x_3 \le 15 \end{cases}$$

$-10 \le x_1 \le 12$
$4 \le x_2 \le 10$
$-3 \le x_3 \le 1$
$-15 \le x_4 \le 14$

$$\varphi(x) = 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 4x_4 \to max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 2 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = 8 \\ 3x_1 + 5x_2 + 5x_3 + x_5 = 15 \end{cases}$$

соотв.

$0 \le x_5 \le max(15 - 3x_1 - 5x_2 - 5x_3) = 15 + 30 - 20 + 15 = 40$

$$x^0 = (-10, \overset{4}{\cancel{\square}}, -3, \overset{-15}{\cancel{\square}}, \overset{40}{\cancel{\square}}).$$

$$w = \begin{pmatrix} 2 - 2x_1 - x_2 - 2x_3 - x_4 = 2 + 20 - 4 + 6 + 15 = 39 > 0 \\ 8 + x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 8 - 10 - 8 - 3 - 15 = -36 < 0 \\ 15 - 3x_1 - 5x_2 - 5x_3 - x_5 = 0 \end{pmatrix}$$

Получаем задачу первой фазы.

$-x_6 - x_7 \to \max$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \quad + x_6 = 12 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 \quad - x_7 = 8 \\ 3x_1 + 5x_2 + 5x_3 \quad + x_5 = 15 \end{cases}$$

$x = (-10, 4, -3, -15, 40, 39, 36)$. $\quad 0 \le x_6 \le 39$

$J_Б = \{5, 6, 7\}$, $J_н = \{1, 2, 3, 4\}$. $\quad 0 \le x_7 \le 36$.

Итерация 1.

$a_j u_j = c_j$. $\quad u = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\quad x_1 \dots x_5$ — аналогично предыд.

$\Delta_1 = 0 - \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot (2, -1, 3) = 2 + 1 - 0 = 3 > 0$ при $x_1 = d_*$ ⊖

$\Delta_2 = -\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} (1, 2, 5) = 1 - 2 = -1 < 0$ при $x_2 = d_*$ ⊕

$\Delta_3 = -\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} (2, -1, 5) = 2 + 1 > 0$ при $x_3 = d_*$ ⊖

$\Delta_4 = -\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} (1, -1, 0) = 1 + 1 = 2 > 0$ при при $x_4 = d_*$ ⊖

$j_0 = 1$.

$l_1 = 1 \quad l_2 = l_3 = l_4 = 0 \qquad l_5 = -3 \quad l_6 = -2 \quad l_7 = -1$

$l = (1, 0, 0, 0, -3, -2, -1)$.

$\Theta = \left(\frac{12+10}{1} = 22, \infty, \infty, \infty, \frac{0-40}{-3}, \frac{0-39}{-2}, \frac{0-36}{-1}\right)$.

$j_* = 6$

$\Theta = \left(22, \infty, \infty, \infty, \frac{40}{3}, \frac{39}{2}, \frac{36}{1}\right) \quad \Theta = 19{,}5$

$x = (19{,}5,\ 4,\ 3,\ -15;\ \cancel{-17{,}5},\ 0,$ $\quad -10 + 19{,}5 \cdot 1$

$40 - 19{,}5 \cdot (-5)$

$j_0 = 3$

$l = (0, 0\ 1, 0, -5, \cancel{4{,}5}\ -2, -1).$ $\qquad \underline{1+3}$

$\Theta = (\infty, \infty, 4, \infty, 8;\ 19{,}5;\ 36).$ $\qquad \Theta^0 = 36,\ j_* = 7$

$\bar{x} = (-10, 4, 33, -15, -140, -83, 0).$ $\qquad 39 - 7?$

$J_Б = \{5, 6, 3\}$ $\quad J_н = \{1, 2, 4, 7\}.$

т.к. 7 искусств. переменная и заключаев в базис → выкидываем её:

Получим $J_Б = \{5, 6, 3\}$ $\quad J_н = \{1, 2, 4\}$.

получим опт. план. $x^0 = \{x^*, x_н^*\}$., с $J_Б^*$ 4

$x_н = x_6$.

2) 1) Если $x_6 \neq 0$, ? то исходная задача не имеет решения.

2) Если $x_6 = 0$ и $\{6\} \notin \{J_Б\}$ т.е x_6 не в базисе, ? то её выкидываем и получим начальный БП с которым начнём решение 2 фазы

3) Если $x_б^* = 0$ и $\{б\} \in \{J_Б^*\}$, то мы переводим в разряд фиктивных $0 \le x_б \le 0$ и начинаем решать исходную задачу в которой БП $J_Б^*$

т.е. задачу второй фазы.

2

3) 0