

Индивидуальное задание № 4

Для 10-ой группы номер варианта совпадает с личным номером в моем списке, для 11-ой – номер варианта = 15+ личный номер, для 12-ой – номер варианта = 29+ личный номер.,

Тема : МАТРИЦЫ

При решении следующих задач использовать **динамический массив**. При необходимости заполнения массива предусмотреть **два способа**: ввод с клавиатуры и заполнение с помощью датчика случайных чисел. В последнем случае перед заполнением массива ввести границы интервала, которому должны принадлежать элементы массива.

Вывести результаты расчетов. Если по каким-либо причинам решение задачи невозможно, вывести соответствующее сообщение.

Вариант 1

В целочисленной квадратной матрице найти:

- максимальный элемент в тех столбцах, которые не содержат положительных элементов;
- подсчитать количество отрицательных элементов в нижнем правом треугольнике квадратной матрицы, включая диагональ.

Вариант 2

В целочисленной квадратной матрице найти:

- в первой строке первый нулевой элемент и столбец с этим элементом поменять местами с первым столбцом матрицы
- найти максимальный элемент верхнего правого треугольника полученной матрицы.

Вариант 3

В целочисленной квадратной матрице найти:

- максимальный элемент нижнего правого треугольника матрицы.
- переставить строки и столбцы матрицы так, чтобы в левом верхнем углу матрицы оказался максимальный положительный элемент матрицы.

Вариант 4

В целочисленной прямоугольной матрице найти:

- сумму элементов в столбцах, содержащих хотя бы один ноль;
- расположить элементы четных строк матрицы по возрастанию, а нечетных - по убыванию.

Вариант 5

В целочисленной прямоугольной матрице найти:

- произведение элементов в тех строках, которые не содержат отрицательных элементов;
- переставить строки и столбцы матрицы так, чтобы в левом верхнем углу матрицы оказался максимальный положительный элемент матрицы.

Вариант 6

В целочисленной прямоугольной матрице найти:

- сумму элементов в тех строках, которые не содержат нулей;
- переставить местами 1-ый и последний столбец, 2-ой и предпоследний и т. д.

Вариант 7

В квадратной матрице найти:

- скалярное произведение строки с наименьшим элементом матрицы и столбца с наибольшим элементом;
- наименьшее целое число K , для которого хотя бы в одной строке матрицы все элементы ее будут меньше этого числа.

Вариант 8

Заполнить квадратную матрицу последовательными натуральными числами, расположенными по спирали, начиная с левого верхнего угла и продвигаясь по часовой стрелке.

Например:

1	2	3	4
12	13	14	5
11	16	15	6
10	9	8	7

Найти сумму элементов побочной диагонали.

Вариант 9

На основании двух векторов $X(P)$ и $Y(Q)$ построить матрицу Коши по правилу $a[i,j]=1/(x[i]+y[j])$.

Найти сумму элементов каждого столбца.

Вариант 10

Заполнить квадратную матрицу последовательными натуральными числами, расположенными по спирали, начиная с центра и продвигаясь по часовой стрелке. Первый ход – вверх.

Например:

25	10	11	12	13
24	9	2	3	14
23	8	1	4	15
22	7	6	5	16
21	20	19	18	17

Подсчитать сумму элементов правого нижнего треугольника.

Вариант 11

В целочисленной квадратной матрице $n \times n$ ($3 \leq n \leq 101$, n - нечетное) найти:

- найти номер первого из столбцов, не содержащих отрицательных элементов;
- начиная с центра, обойти по спирали все элементы квадратной матрицы, выводя их в порядке обхода. Обход выполнять против часовой стрелки, первый ход - вверх.

Вариант 12

В целочисленной квадратной матрице $n \times n$ ($3 \leq n \leq 101$, n - нечетное) найти:

- найти сумму элементов нижнего правого треугольника;
- начиная с центра, обойти по спирали все элементы квадратной, выводя их в порядке обхода. Обход выполнять по часовой стрелки, первый ход - вниз.

Вариант 13

В целочисленной прямоугольной матрице $A(m \times n)$ найти:

- номер первой из строк, содержащей хотя бы один нуль;
- координаты всех ее седловых точек, если таковые имеются

$$\max_i \min_j (a[i, j]) = \min_j \max_i (a[i, j]) .$$

Вариант 14

В целочисленной квадратной матрице:

- Переставить строки матрицы таким образом, чтобы нулевые элементы стояли на главной диагонали, если в каждой строке и в каждом столбце квадратной матрицы имеется единственный нуль;
- Подсчитать произведение элементов, лежащих ниже главной диагонали полученной матрицы, если были перестановки, или в исходной матрице, если перестановок не было..

Вариант 15

Для вещественной квадратной матрицы путем перестановки строк и столбцов добиться того, чтобы ее максимальный элемент находился в левом верхнем углу, следующий по величине — в позиции (2,2), следующий по величине — в позиции (3,3) и т. д., заполняя таким образом всю главную диагональ.

Найти номер первой из строк полученной матрицы, не содержащих ни одного положительного элемента.

Вариант 16

Соседями элемента целочисленной квадратной матрицы назовем элементы, имеющие с ним общую сторону или угол. Элемент матрицы называется локальным минимумом, если он строго меньше всех своих соседей.

- найти число локальных минимумов и их координаты;
- найти сумму элементов, находящихся выше главной диагонали матрицы.

Вариант 17

Соседями элемента целочисленной квадратной матрицы назовем элементы, имеющие с ним общую сторону или угол. Элемент матрицы называется локальным максимумом, если он строго больше всех своих соседей.

- найти максимальный среди локальных максимумов (значение и координаты);
- найти произведение элементов, находящихся ниже побочной диагонали матрицы.

Вариант 18

Соседями элемента целочисленной квадратной матрицы назовем элементы, имеющие с ним общую сторону или угол. Операция сглаживания матрицы заменяет каждый элемент матрицы на среднее арифметическое его соседей.

Найти максимальный среди отрицательных элементов полученной матрицы (значение и координаты).

Вариант 19

В целочисленной квадратной матрице найти:

- суммы элементов матрицы, параллельных главной диагонали;
- номер первой из строк, не содержащих отрицательных элементов.

Вариант 20

Соседями элемента целочисленной квадратной матрицы назовем элементы, имеющие с ним общую сторону или угол. Элемент матрицы называется локальным максимумом, если он строго больше всех своих соседей. Операция сглаживания матрицы заменяет каждый элемент матрицы на среднее арифметическое его соседей.

- выполнить операцию сглаживания для каждого из локальных максимумов квадратной матрицы и вывести полученную матрицу;
- найти сумму элементов, находящихся выше побочной диагонали этой матрицы.

Вариант 21

Перестроить целочисленную матрицу, переставляя в ней строки так, чтобы сумма элементов в строках полученной матрицы возрастала.

- найти в ней номер первого из столбцов, не содержащих отрицательных элементов.

Вариант 22

В целочисленной квадратной матрице требуется определить

- сумму элементов в тех строках, которые не содержат отрицательных элементов;
- минимум среди элементов диагоналей, параллельных главной диагонали матрицы.

Вариант 23

Характеристикой строки прямоугольной матрицы называется сумма ее положительных элементов. Перестроить прямоугольную матрицу, переставляя в ней строки так, чтобы значения их характеристик возрастали.

- найти в ней количество столбцов, не содержащих нулей.

Вариант 24

В целочисленной квадратной матрице найти:

- максимальный элемент в тех столбцах, которые не содержат положительных элементов;
- найти максимальный элемент верхнего правого треугольника полученной матрицы.

Вариант 25

Элементами целочисленной матрицы являются 0 или 1. Определить:

- номера строк, совпадающих полностью или в результате циклического сдвига;
- найти номер строки с максимальным количеством 1.

Вариант 26

В целочисленной квадратной матрице найти:

- в первой строке первый нулевой элемент и столбец с этим элементом поменять местами с первым столбцом матрицы;
- подсчитать количество отрицательных элементов в нижнем правом треугольнике квадратной матрицы, включая диагональ.

Вариант 27

В целочисленной прямоугольной матрице требуется определить:

- количество строк, не содержащих нулей;
- номер последней из строк, в которой содержится самая длинная строго убывающая последовательность элементов.

Вариант 28

В целочисленной прямоугольной матрице требуется определить

- количество столбцов, не содержащих элементов, совпадающих с $A(1,1)$;
- номер строки, в которой содержится самая длинная серия одинаковых элементов.

Вариант 29

В целочисленной прямоугольной матрице требуется определить:

- количество столбцов, не содержащих нулей;
- номер первой из строк, в которой содержится самая длинная строго возрастающая последовательность элементов.

Вариант 30

В целочисленной квадратной матрице найти:

- максимальный элемент верхнего правого треугольника матрицы.
- расположить элементы четных строк матрицы по возрастанию, а нечетных - по убыванию.

Вариант 31

В целочисленной прямоугольной матрице найти:

- сумму элементов в столбцах, содержащих все положительные элементы;
- переставить строки и столбцы матрицы так, чтобы в левом верхнем углу матрицы оказался максимальный отрицательный элемент матрицы.

Вариант 32

В целочисленной прямоугольной матрице найти:

- произведение элементов в тех строках, которые не содержат положительных элементов;
- переставить строки и столбцы матрицы так, чтобы в правом нижнем углу матрицы оказался минимальный положительный элемент матрицы.

Вариант 33

В целочисленной прямоугольной матрице найти:

- сумму элементов в тех столбцах, которые не содержат нулей;
- переставить местами 1-ую и последнюю строку, 2-ую и предпоследнюю и т. д.

Вариант 34

В квадратной матрице найти:

- скалярное произведение строки с наибольшим элементом матрицы и столбца с наименьшим элементом;
- наименьшее целое число K , для которого хотя бы в одном столбце матрицы все элементы ее будут меньше этого числа.

Вариант 35

В целочисленной квадратной матрице $n \times n$ ($3 \leq n \leq 101$, n - нечетное)

- найти номер первого из столбцов, не содержащих положительных элементов;
- начиная с центра, обойти по спирали все элементы квадратной матрицы, выводя их в порядке обхода. Обход выполнять против часовой стрелки, первый ход - вправо.

Вариант 36

В целочисленной квадратной матрице $n \times n$ ($3 \leq n \leq 101$, n - нечетное) найти:

- найти сумму элементов нижнего левого треугольника;
- начиная с центра, обойти по спирали все элементы квадратной, выводя их в порядке обхода. Обход выполнять по часовой стрелки, первый ход - вверх.

Вариант 37

В целочисленной прямоугольной матрице $A(m \times n)$ найти:

- номер первого из столбцов, содержащего хотя бы один нуль;
 - координаты всех ее седловых точек, если таковые имеются
- $$\max_i \min_j (a[i, j]) = \min_j \max_i (a[i, j]) .$$

Вариант 38

Построить матрицу размерности N , элементами первой строки которой являются числа натурального ряда, а все остальные строки получаются из предыдущей в результате циклического сдвига элементов предыдущей строки на один элемент.

Вычислить сумму элементов, находящихся ниже побочной диагонали матрицы.

Вариант 39

Построить матрицу размерности N , элементами первого столбца которой являются числа натурального ряда, а все остальные столбцы получаются из предыдущего в результате циклического сдвига элементов предыдущего столбца на один элемент.

Вычислить сумму элементов, находящихся выше главной диагонали матрицы.

Вариант 40

Заполнить квадратную матрицу последовательными натуральными числами, расположенными по спирали, начиная с центра и продвигаясь по часовой стрелке. Первый ход – вверх.

Например:

26	10	11	12	13
24	9	2	3	14
23	8	1	4	15
22	7	6	5	16
21	20	19	18	17

Подсчитать сумму элементов правого верхнего треугольника.

Вариант 41

Соседями элемента целочисленной квадратной матрицы назовем элементы, имеющие с ним общую сторону или угол. Операция сглаживания матрицы заменяет каждый элемент матрицы на среднее арифметическое его соседей.

Найти минимальный среди положительных элементов полученной матрицы (значение и координаты).

Задачи для самостоятельной работы

1. Симметричная матрица A пятого порядка задана в виде одномерного массива, содержащего элементы верхнего треугольника матрицы A , выбранными построчно. Найти максимальный элемент матрицы, номер строки и столбца, не приводя матрицу к квадратному виду.
2. Симметричная матрица A задана верхним треугольником в виде одномерного массива. Умножить ее на вектор B , не приводя A к квадратному виду.
3. Симметричная матрица A задана верхним треугольником в виде одномерного массива. Найти квадрат этой матрицы, не приводя ее к квадратному виду.
4. Возвести в заданную степень квадратную матрицу.
5. Вычислить определитель N -го порядка путем приведения его к треугольному виду.
6. Построить квадрат размерности N , элементами первой строки

которого являются числа натурального ряда, а все остальные строки получаются из предыдущей в результате циклического сдвига элементов предыдущей строки на один элемент.

7. Построить арифметический квадрат, у которого элементы первой строки и первого столбца равны 1, а все остальные получаются как сумма соседей слева и сверху. Например для $N=5$ имеем

1	1	1	1	1
1	2	3	4	5
1	3	6	10	15
1	4	10	20	35
1	5	15	35	70

8. Построить магический квадрат размерности N .
9. Дана целочисленная матрица, элементами которой являются 0 или 1. Подсчитать число изолированных нулевых областей (состоящих из одних нулей).

Например:

Имеем 3 области:

1	0	1	0	0	1)	[1,2]
1	1	1	1	0	2)	[3,1], [3,2], [3,3], [4,2], [5,2]
0	0	0	1	0	3)	[1,4], [1,5], [2,5], [3,5], [4,5], [5,5]
1	0	1	1	0		
1	0	1	1	0		

10. Дана целочисленная матрица, элементами которой являются 0 или 1. Найти максимальный по площади прямоугольник, состоящий из одних нулей.
11. Дана целочисленная матрица, элементами которой являются 0 или 1. Подсчитать количество прямоугольников, состоящих полностью из одних единиц.
12. Дана целочисленная матрица, элементами которой являются 0 или 1. Определить номера строк, совпадающих полностью или в результате циклического сдвига.

Задачи для получения дополнительных баллов

(баллы получает тот, кто первым решит задачу)

1. Командные соревнования (15 баллов)

В легкоатлетическом забеге участвовало n спортсменов из m команд. Если два или более спортсменов показали одинаковый результат, всем им присуждается наилучшее из возможных мест (так, например, могут быть присуждены два третьих места, но при этом ни одного четвертого).

Каждая команда состоит не менее чем из 5 спортсменов. Результат команды определяется по сумме мест 3-х лучших участников; команда, в которой дошло до финиша менее 4-х участников, снимается с соревнований.

Найти лучшую команду. Если таких команд несколько, перечислить все их.

Входные данные: текстовый файл SPORT.IN содержит строки с описанием одного теста. Описание теста включает:

- строку со значениями n и m ;

- **n** строк с информацией о каждом спортсмене. Каждая такая строка содержит номер команды и время, показанное в забеге этим спортсменом (действительное число с точностью до $1 \cdot 10^{-3}$). Если спортсмен сошел с дистанции, его время равно 0.

Все величины разделяются в строке пробелами. Ограничения на параметры задачи:

$$1 \leq n \leq 100; 1 \leq m \leq 20.$$

Выходные данные помещаются в текстовый файл SPORT.OUT и содержат единственную строку, в которой записываются номера лучших команд в порядке возрастания этих номеров. Номера разделяются ровно одним пробелом. Если все команды были сняты с соревнований, выходной файл должен содержать строку *'total disqualification'*.

Пример входных данных

```
10 2
1 4.16
1 4.23
2 4.45
2 4.18
1 4.23
2 0
2 4.51
2 3.99
1 4.01
1 4.1
```

Пример выходных данных

```
1
```

2. Лабиринт 1 (10 баллов)

Лабиринт задается матрицей смежности A , элементы которой равны 1, если из клетки с номером i есть вход в клетку с номером j и 0 – в противном случае. Начальное положение путника – (k, l) . Найти выход из лабиринта (провести путника в граничную клетку).

3. Лабиринт 2 (10 баллов)

Лабиринт задается матрицей A , элементы которой равны 0 или 1. Клетка (i, j) считается проходимой, если $a[i, j] = 0$. Начальное положение путника в проходимой клетке (k, l) . Перемещение возможно из одной проходимой клетки в другую, если они имеют общую сторону. Найти выход из лабиринта (провести путника в граничную клетку).

4. Симметричные матрицы (10 баллов)

Перемножить две симметричные матрицы, заданные верхними треугольниками в виде одномерных массивов, не приводя матрицы к квадратному виду.