

Вопросы к экзамену по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

I. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

1. Основные понятия выборочного метода.
2. Понятие статистики, статистической оценки; состоятельность, несмещенность, точность оценки. Матрица вариаций и ее свойства.
3. Выборочная функция распределения $\hat{F}(z)$. Состоятельность, несмещенность и вариация(с доказательством) этой оценки.
4. Статистическое оценивание плотности распределения вероятности $p(z)$. Гистограмма: построение и свойства.
5. Выборочные моменты a_k . Состоятельность, несмещенность и вариация(с доказательством) этой оценки.
6. Теорема об асимптотической нормальности эмпирической функции распределения и выборочных моментов.
7. Информационная матрица Фишера и ее свойства. Условия регулярности.
8. Неравенство информации и его следствия.
9. Понятие эффективности оценки. Критерий эффективности статистической оценки.
10. Неравенство Крамера-Рао и его следствие.
11. Функция правдоподобия и ее вероятностный смысл. Вычисление ОМП.
12. Инвариантность и связь с эффективными оценками.
13. Сильная состоятельность ОМП.
14. Асимптотическая нормальность ОМП.
15. Метод моментов. Оценки по методу моментов и их свойства. Пример.
16. Порядковые статистики и их распределения вероятностей.
17. Выборочная -квантиль и ее распределения вероятностей: точное и асимптотическое.
18. Выборочная медиана и ее свойства; сравнение с выборочным средним.
19. Понятие достаточной статистики. Критерий факторизации Неймана-Фишера. Пример.
20. Свойства достаточных статистик: инвариантность, связь с эффективными оценками, эквивалентное определение.
21. Свойства достаточных статистик: теорема Колмогорова-Рао-Блекуэлла.
22. Основные понятия теории интервального оценивания параметров.
23. Метод обратной функции построения доверительных интервалов.

24. Метод студентизации построения доверительных интервалов.
25. Метод построения асимптотически наикратчайших доверительных интервалов.
26. Регрессионная модель. Принцип метода наименьших квадратов
27. Оптимальные свойства МНК-оценки для линейной множественной регрессионной модели.
28. Основные понятия теории статистической проверки гипотез.
29. Решающее правило Неймана – Пирсона.
30. Проверка простой гипотезы против сложной альтернативы.
31. χ^2 -критерий согласия Пирсона.
32. Критерий Колмогорова.
33. Критерий отношения правдоподобия для проверки сложных гипотез.

II. СЛУЧАЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ

1. Случайные процессы и их основные характеристики.
2. Непрерывность случайных процессов. Критерий непрерывности случайных процессов в среднем квадратичном.
3. Дифференцируемость случайных процессов. Критерий дифференцируемости случайного процесса в среднем квадратичном.
4. Интегрируемость случайных процессов. Теорема о существовании интегралов случайных процессов.
5. Свойства производных и интегралов случайных процессов.
6. Стационарность случайных процессов в узком и широком смыслах. Теорема о связи стационарности в узком и широком смысле.
7. Ковариационная и корреляционная функции стационарных случайных процессов и их свойства.
8. Дифференцирование и интегрирование стационарных случайных процессов.
9. Спектральная плотность стационарного случайного процесса. Теорема Винера - Хинчина.
10. Эргодические по математическому ожиданию случайные процессы.
11. Выборочное среднее стационарного временного ряда и его свойства.
12. Выборочная ковариационная функция стационарного в широком смысле временного ряда и ее свойства.
13. Статистическое оценивание спектральной плотности.
14. Однородные цепи Маркова. Основные понятия и свойства. Условия стационарности.
15. Метод максимального правдоподобия для оценивания матрицы вероятностей одношаговых переходов и стационарного распределения вероятностей.