

Вопросы к экзамену по дисциплине «Дискретная математика и математическая логика» для студентов специальностей 1-31 03 05 «Актурная математика», 1-98 01 01-01 «Компьютерная безопасность» и 1-31 03 06-01 «Экономическая кибернетика» ФПМИ БГУ, 2020 г.

1. Высказывание. Логические операции над высказываниями [1, стр. 26–37].
2. Формула логики высказываний. Таблица истинности формулы логики высказываний. Выполнимые формулы, тавтологии и противоречия логики высказываний. Равносильные формулы логики высказываний.
3. Логическое следование. Теорема о логическом следствии.
4. Правила вывода (утверждающий модус, отрицающий модус, правило контрапозиции и правило силлогизма) [2, стр. 55–62]
5. Понятие n -местного предиката. Множество истинности предиката. Выполнимые, тождественно-истинные и тождественно-ложные предикаты. Равносильные предикаты.
6. Операции над предикатами. Формула логики предикатов. Интерпретация формулы логики предикатов на множестве.
7. Формула логики предикатов. Выполнимые, тождественно-истинные, тождественно-ложные на множестве формулы логики предикатов.
8. Формула логики предикатов. Общезначимые формулы (тавтологии) логики предикатов.
9. Формула логики предикатов. Приведённая и нормальная формы для формул логики предикатов.
10. Множества и способы их задания. Подмножества и их свойства. Собственные и несобственные подмножества множества.
11. Множества. Операции над множествами.
12. Множества. Равенство множеств. Основные теоретико-множественные тождества.
13. Отображение. Равные отображения. Инъективные, сюръективные и биективные отображения.
14. Равномощные множества [1, стр. 116]. Конечные и бесконечные множества. Лемма об инъективном отображении.
15. Равномощные множества [1, стр. 116]. Конечные и бесконечные множества. Лемма о сюръективном отображении.
16. Равномощные множества [1, стр. 116]. Конечные и бесконечные множества. Лемма о биективном отображении.
17. Отображение. Композиция отображений. Теорема об ассоциативности композиции отображений [1, стр. 109].
18. Отображение. Композиция отображений. Теорема о композиции отображений [1, стр. 116].
19. Отображение. Биективное отображение. Тождественное отображение. Обратное отображение [1, стр. 120]. Лемма о композиции отображения и обратного отображения.
20. Отображение. Левое обратное отображение и правое обратное отображение [1, стр. 122]. Существование левого (правого) обратного отображения [1, стр. 129, Теорема 1 и стр. 130, Теорема 2].
21. Отображение. Левое обратное отображение и правое обратное отображение [1, стр. 122]. Связь обратного отображения с левым обратным и правым обратным отображениями [1, стр. 123, Теорема 1].
22. Принцип Дирихле. Примеры.
23. Правило сложения для множеств.

24. Равномощные множества [1, стр. 116]. Счётные и несчётные множества. Примеры.
25. Декартово произведение множеств. Правило произведения для множеств.
26. Унарное отношение. Примеры. Бинарное отношение. Примеры. Область определения и область значений бинарного отношения. Произведение бинарных отношений. Рефлексивное, симметричное и транзитивное бинарные отношения [1, стр. 67–74].
27. Отношение эквивалентности [1, стр. 75]. Классы эквивалентности и их представители. Свойства классов эквивалентности [1, стр. 75, утверждения 1 и 2].
28. Отношение эквивалентности [1, стр. 75]. Классы эквивалентности и их представители. Разбиение на классы эквивалентности [1, стр. 76, Теорема 1 (i)].
29. Основные правила комбинаторики (правило сложения, правило умножения, биективное соответствие, основной принцип комбинаторики [3, стр. 32]). Примеры.
30. Размещения и сочетания (с повторениями и без повторений) из n элементов по k элементам. Число размещений с повторениями из n элементов по k элементам.
31. Размещения и сочетания (с повторениями и без повторений) из n элементов по k элементам. Число размещений без повторений из n элементов по k элементам. Число перестановок элементов n -элементного множества.
32. Размещения и сочетания (с повторениями и без повторений) из n элементов по k элементам. Число сочетаний без повторений из n элементов по k элементам.
33. Размещения и сочетания (с повторениями и без повторений) из n элементов по k элементам. Число сочетаний с повторениями из n элементов по k элементам.
34. Свойства биномиальных коэффициентов. Бином Ньютона [1, стр. 155].
35. Полиномиальная формула.
36. Формула включений и исключений и её приложения [1, стр. 160].
37. Линейные однородные рекуррентные соотношения k -го порядка с постоянными коэффициентами. Теорема о решении линейного однородного рекуррентного соотношения 2-го порядка.
38. Линейные однородные рекуррентные соотношения k -го порядка с постоянными коэффициентами. Теорема о решении линейного однородного рекуррентного соотношения k -го порядка.
39. Булевы функции. Табличное задание булевых функций. Число булевых функций от n переменных.
40. Булевы функции. Элементарные булевы функции. Булевы формулы.
41. Разложение булевой функции в дизъюнктивную форму по одной переменной.
42. Разложение булевой функции в дизъюнктивную форму по k переменным. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма.
43. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма и совершенная конъюнктивная нормальная форма.
44. Полином Жегалкина.
45. Полная система булевых функций. Замкнутые классы булевых функций. Класс булевых функций, сохраняющих константу 1, и класс булевых функций, сохраняющих константу 0.
46. Полная система булевых функций. Замкнутые классы булевых функций. Класс линейных функций.
47. Полная система булевых функций. Замкнутые классы булевых функций. Класс монотонных функций.
48. Полная система булевых функций. Замкнутые классы булевых функций. Класс самодвойственных функций.
49. Лемма о несамодвойственной функции.

50. Лемма о немонотонной функции.
51. Лемма о нелинейной функции.
52. Основная лемма критерия полноты.
53. Критерий полноты системы булевых функций.
54. Минимальные дизъюнктивные нормальные формы булевой функции. Метод минимизации Квайна.
55. Граф. Смежные вершины, рёбра. Окружение и степень вершины. Простейшие графы специального вида [4, стр. 9-11].
56. Подграфы графа [4, стр. 17]. Операции над графами [4, стр. 19–22].
57. Матрицы графа [4, стр. 27, 31]. Лемма «о рукопожатиях» и её следствия [4, стр. 26].
58. Графическая последовательность целых неотрицательных чисел. Критерий графичности последовательности.
59. Помеченные графы [4, стр. 14]. Число помеченных графов заданного порядка [4, стр. 15, утверждение 1.1]. Изоморфизм графов [4, стр. 13].
60. Открытые и замкнутые маршруты, цепь, простая цепь, цикл, простой цикл [4, стр. 22–24]. Связный граф и компоненты связности графа [1, стр. 23]. Теорема о представлении графа в виде дизъюнктного объединения его компонент связности [4, стр. 24, Теорема 4.6].
61. Двудольный граф. Критерий двудольности графа [4, стр. 26–38].
62. Дерево [4, стр. 53]. Эквивалентные определения дерева [4, стр. 53, теорема 13.1].
63. Теорема Кэли о числе помеченных деревьев заданного порядка.
64. Плоские и планарные графы. Грани плоского графа [4, стр. 153]. Формула Эйлера [4, стр. 155].
65. Плоские и планарные графы. Границы на число ребер в планарном графе. Непланарность графов K_5 и $K_{3,3}$.
66. Плоские и планарные графы. Гомеоморфные графы [4, стр. 160]. Критерий планарности Понтрягина-Куратовского [4, стр. 160].
67. Эйлеровы графы [4, стр. 191]. Критерий эйлеровости графа.
68. Гамильтоновы графы [4, стр. 196]. Критерий гамильтоновости в терминах замыкания графов. Достаточные условия гамильтоновости графов.
69. Конечные автоматы. Теорема о существовании эквивалентного недетерминированного конечного автомата без ϵ -переходов [5, стр. 14].
70. Конечные автоматы. Теорема об эквивалентности недетерминированного конечного автомата некоторому детерминированному [5, стр. 16].
71. Автоматные языки и их замкнутость относительно объединения, произведения и замыкания [5, стр. 17].
72. Полные детерминированные конечные автоматы. Замкнутость автоматных языков относительно дополнения и пересечения [5, стр. 19].
73. Регулярные выражения и их языки [5, стр. 23]. Теорема Клини [5, стр. 25].
74. Лемма о разрастании для автоматных языков [5, стр. 19]. Пример не автоматного языка [5, стр. 20].
75. Порождающие грамматики и их классы [5, стр. 6–10].
76. Лемма о разрастании для контекстно-свободных языков [5, стр. 40]. Пример не контекстно-свободного языка [5, стр. 41].
77. Устройство и программа детерминированной (недетерминированной) одноленточной машины Тьюринга [3, стр. 101–104 и 114]. Функции, вычислимые по Тьюрингу [3, стр. 104]. Алгоритмически разрешимые и неразрешимые проблемы.

78. Классы P и NP [3, стр. 112–113 и 115–116]. Полиномиальная сводимость проблем распознавания и NP-полные задачи [3, стр. 115–117].

Список литературы

1. Кононов, С.Г. Введение в математику: учебное пособие для студентов механико-математического факультета специальности G 31 03 01 «Математика», в 3-х частях. Часть 1. Множества и функции / С.Г. Кононов, Р.И. Тышкевич, В.И. Янчевский. — Мн.: БГУ, 2003. — 171 с.
2. Столяр, А.А. Элементарное введение в математическую логику / А.А. Столяр. — М.: Просвещение, 1965. — 166 с.
3. Васильков, Д.М. Дискретная математика и математическая логика: курс лекций для студентов, обучающихся по специальности «Прикладная информатика» / Д.М. Васильков. — Рукопись.
4. Лекции по теории графов / В.А. Емеличев, О.И. Мельников, В.И. Сарванов, Р.И. Тышкевич. — М.: Наука, 1990. — 384 с.
5. Пентус, А.Е. Теория формальных языков: учебное пособие / А.Е. Пентус, М.Р. Пентус. — М.: Изд-во ЦПИ при механико-математическом ф-те. МГУ, 2004