Лабораторная работа №1
10 группа
Пашкевич Анастасия

Зачт —

1.27 (1.3)

а) - 4В б) 9В

		затраты времени на обработку 1 изделия		общий фонд раб. времени оборуд
		A_1	A_2	
тип	Ф	2	4	240
	Т	2	1	162
	Ш	1	7	350
прибыль		200	250	
нижнее огр.		10	15	
верхнее огр		70	48	

Решение:

1) $X_1 \to A_1$

$X_2 \to A_2$

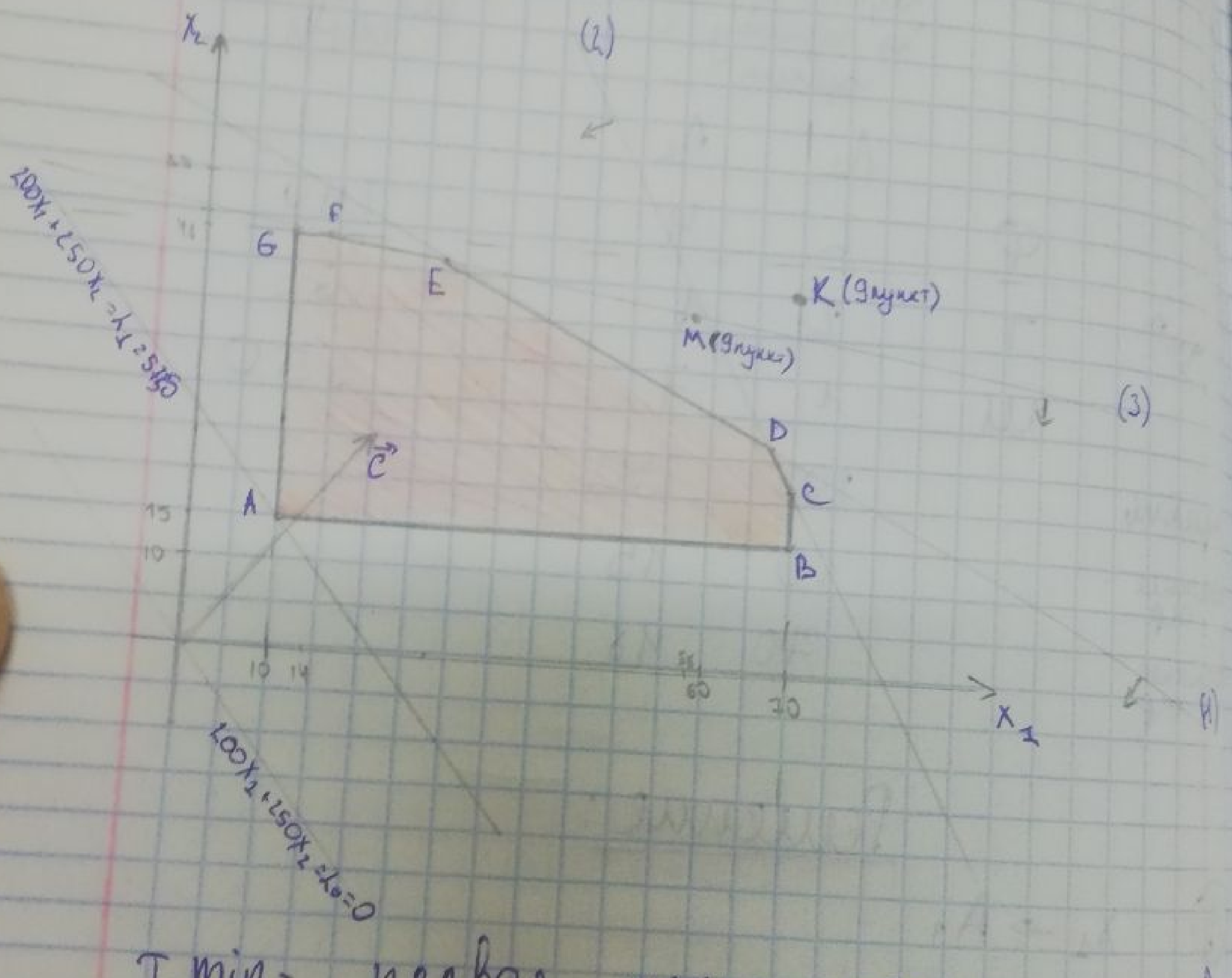
Составим целевую ф-цию

$200X_1 + 250X_2 \to max\ (min)$

$$\begin{cases} 2X_1 + 4X_2 \le 240 & (1) \\ 2X_1 + X_2 \le 162 & (2) \\ X_1 + 7X_2 \le 350 & (3) \end{cases}$$

$10 \leq x_1 \leq 70$

$15 \leq x_2 \leq 48$



т. min - первая точка касания - т. A

т. max - послед. точка касания. Найдем

$C' = (200, 250)$ - вектор из целевой ф-ции

$tg\,\alpha_c = \frac{250}{200} = 1,25$

$tg\,\alpha_{(1)} = 2$

$tg\alpha_{(2)} = \frac{1}{2} = 0,5$

$tg\alpha_{(3)} = 7$

$\Rightarrow \quad tg\alpha_{(2)} < tg\alpha_{(c)} < tg\alpha_{(1)} \Rightarrow$

точка пересечения $\alpha_{(1)}$ и $\alpha_{(2)}$ и есть

т. max — т. D

Найдем ее координаты:

$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 = 240 \\ 2x_1 + x_2 = 162 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 = 240 - 4x_2 \\ 240 - 4x_2 + x_2 = 162 \end{cases}$

$\begin{cases} 2x_1 = 136 \\ x_2 = 26 \end{cases} \Rightarrow D(68, 26)$

$\varphi_{max} = \varphi(68, 26) = 13600 + 6500 = 20100$

$\Rightarrow$ Чтобы получить макс. прибыль надо произвести: 68 единиц продукции A_1

26 единиц продукции A_2

Хватит ли ресурсов:

(1) и (2) использованы полностью

(3): остался неиспользованный ресурс

(2) Запишем каноническую форму

$\varphi(x) = 200x_1 + 250x_2 \rightarrow max$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 240 \\ 2x_1 + x_2 + x_4 = 162 \\ x_1 + 7x_2 + x_5 = 350 \end{cases}$$

$10 \leq x_1 \leq 70$ $\quad 0 \leq x_3 \leq 160$ $\quad 0 \leq x_5 \leq 235$

$15 \leq x_2 \leq 48$ $\quad 0 \leq x_4 \leq 127$

(3) на рисунке

(4) $d_3^* = max(240 - 2x_1 - 4x_2) = 240 - 20 - 60 = 160$

$d_4^* = max(162 - 2x_1 - x_2) = 162 - 20 - 15 = 127$

$\left.\begin{matrix} x_3^\circ = 0 \\ x_4^\circ = 0 \end{matrix}\right\}$ оптимальные свободные – дефицитные ресурсы

Какие?

$d_5^* = max(350 - x_1 - 7x_2) = 350 - 10 - 105 = 235$

$x_1 + 7x_2 + x_5 = 350$

$68 + 182 + x_5 = 350$

$x_5 = 100$

$x_5^\circ = 100$ – Шлиф оборуд $\Rightarrow$

уменьшить работу Ш1 на 100 часов

5 • A (10, 15)   Почему?

$X^A = (10, 15, 160, 127, 235)$ – вырожд. план

Это — План. О его вырожденности можно говорить, если он базисный. А для этого не указан ещё базис

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 7 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Любые три вектора АНЗ ⇒ вектор X^A базис. план из 10 базисных матриц

$A_5^1 = (a_3 a_4 a_5) = E$ $Y_5^1 = \{3, 4, 5\}$

$A_5^2 = (a_1 a_2 a_3)$ $Y_5^2 = \{1, 2, 3\}$

...

• B(70, 15)

$X^B = (70, 15, 40, 7, 175)$ – не вырожд. баз. план

$Y_4 = \{1, 2\}$ с $Y_5 = \{3, 4, 5\}$

• C(70, 22)

$X^C = (70, 22, 12, 0, 126)$ – не вырожд. базис план

$Y_4 = \{1, 4\}$ $Y_5 = \{1, 3, 5\}$

• D(68, 26)

$X^D = (68, 26, 0, 0, 100)$ – не вырожд. план

Почему? Нет пояснений

и Г-9

$Y_н = \{3,4\}$ $\quad Y_б = \{1,2,5\}$

- $E(28,46)$

$X^E = (28,46,0,60,0)$ – не вырожд. план

$Y_н = \{3,5\}$ $\quad Y_б = \{1,2,4\}$

- $F(14,48)$

$X^F = (14,48,20,86,0)$ – не вырожд. план

$Y_н = \{2,5\}$ $\quad Y_б = \{1,3,4\}$

- $G(10,48)$

$X^G = (10,48,28,94,4)$ – не вырожд. план

$Y_н = \{1,2\}$ $\quad Y_б = \{3,4,5\}$

(6) $200x_1 + 250x_2 \to max$

Проверить на оптимальность одну из неоптимальных вершин и оптимальн.

Оптимальная – т.D

Как неоптимальную возьмем т.A

- т.A

$$A_5^1(a_3 a_4 a_5) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$c' = (200, 250, 0, 0, 0)$

$a_j' u = c_j$

$u = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\Delta_1 = c_1 - u'a_1 = 200 > 0 \qquad x_1 = d_1^* \quad (-)$

$\Delta_2 = 250 > 0 \qquad x_2 = d_2^* \quad (-)$

Этого мало

$\Rightarrow$ условие оптимальности не выпол-нено $\Rightarrow$ план не оптимальный ~~Здесь~~

• т. D

$x^0 = (68, 26, 0, 0, 100)$

$A_Б = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 7 & 1 \end{pmatrix} \qquad J_Б = \{1, 2, 5\}$

$c' = (200, 250, 0, 0, 0)$

$(u_1 u_2 u_3) \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 7 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 200 \\ 250 \\ 0 \end{pmatrix}'$

$\begin{cases} u_3 = 0 \\ 2u_1 + 2u_2 = 200 \\ 4u_1 + u_2 = 250 \end{cases} \qquad u = \begin{pmatrix} 50 \\ 50 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\Delta_3 = 0 - (50\ 50\ 0)\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} = -50 < 0 \quad x_3 = d_{3*}$$

$$\Delta_4 = 0 - (50\ 50\ 0)\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} = -50 < 0 \quad x_4 = d_{4*}$$

=> условие оптимальности выполнено

(4) Для задачи на минимум найти хотя бы одну оптимальную и одну неоптимальную матрицы

$$200x_1 + 250x_2 \longrightarrow \min$$

$$-200x_1 - 250x_2 \to \max \ ; \ X^0_* = (10, 15, 160, 127, 255)$$

1) $$A_Б = (a_1\ a_3\ a_4) = \begin{pmatrix}2 & 1 & 0\\2 & 0 & 1\\1 & 0 & 0\end{pmatrix}$$

$$J_Б = \{1, 3, 4\}$$

$$u = \begin{pmatrix}0\\0\\-200\end{pmatrix}$$

$$\Delta_2 = -250 - (0\ 0\ -200)\begin{pmatrix}4\\1\\7\end{pmatrix} = -250 + 1400 =$$
$$= 1150 > 0 \quad x_2 = d_2^* \quad (-)$$

$$\Rightarrow A = (a_1\ a_3\ a_4) \text{ — не оптимальная.}$$

2) $A_Б = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 7 & 1 \end{pmatrix}$ $\quad y_Б = \{1, 2, 5\}$

$$\begin{cases} u_3 = 0 \\ 2u_1 + 2u_2 = -200 \\ 4u_1 + u_2 = -250 \end{cases} \qquad u = \begin{pmatrix} -50 \\ -50 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Delta_3 = 0 - (-50\ -50\ 0)\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 50 > 0 \quad x_3 = d_3^* \ (+)$$

$$\Delta_4 = 0 - (-50\ -50\ 0)\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 50 > 0 \quad x_4 = d_4^* \ (+)$$

$\Rightarrow A = (a_1\ a_2\ a_5)$ – оптимальная

8 Решить прямую симплекс-методом на max, взяв в $\tilde{x}$ нижние границы. Для каждого приближения указать соотв. границу на графике

$$\varphi(x) = 200x_1 + 250x_2 \to max$$

$$\tilde{x} = (10, 15)$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 240 \\ 2x_1 + x_2 + x_4 = 162 \\ x_1 + 7x_2 + x_5 = 350 \end{cases}$$

$10 \le x_1 \le 70$ $\quad 0 \le x_4 \le 127$

$15 \le x_2 \le 48$ $\quad 0 \le x_5 \le 235$

$0 \le x_3 \le 160$

$\omega = b - A\tilde{x}$

$\omega_1 = 240 - 20 - 60 = 160 \ge 0$

$\omega_2 = 162 - 20 - 15 = 127 \ge 0$

$\omega_3 = 350 - 10 - 105 = 235 \ge 0$

$x^1 = (10, 15, 160, 127, 235)$

$A_б = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\quad J_б = \{3, 4, 5\}$

$u = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Итерация 1

$\Delta_1 = 200 - 0 = 200 > 0$ $\quad x_1 = d_1^*$ $\quad (-)$

$\Delta_2 = 250 > 0$ $\quad x_2 = d_2^*$ $\quad (-)$

$j_0 = 1$

$\ell_1 = 1, \ \ell_2 = 0$

$\ell = (1, 0, -2, -2, -1)$

$\Theta_1 = 60, \ \Theta_2 = \infty, \ \Theta_3 = 80, \ \Theta_4 = \frac{127}{2} \ \Theta_5 = 235$

$\Theta^0 = \Theta_{j_0} = \Theta_1 \Rightarrow \bar{\mathcal{Y}}_н = \mathcal{Y}_н \setminus j_0 = \{2\}$

$X^2 = (70, 15, 40, 7, 175)$ — т. B

Итерация 2:

$j_0 = 2$

$\ell_2 = 1;\ \ell_3 = -4;\ \ell_4 = -1,\ \ell_5 = -7$

$\Theta_2 = 33,\ \Theta_3 = 10\ \ \Theta_4 = 7\ \ \Theta_5 = 25$

$\Theta^0 = \Theta_4$

$\bar{X}_1 = 70,\ \bar{X}_2 = 22,\ \bar{X}_3 = 40 - 28 = 12$

$\bar{X}_4 = 7 - 7 = 0,\ \bar{X}_5 = 175 - 49 = 126$

$X^3 = (70, 22, 12, 0, 126)$ — т. C

$\mathcal{Y}_Б = \{2, 3, 5\}$

Итерация 3:

$A_Б = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$u_1 = 0$

$u_2 = 250 \Rightarrow u = \begin{pmatrix} 0 \\ 250 \\ 0 \end{pmatrix}$

$u_3 = 0$

$\Delta_1 = 200 - (0\ 250\ 0)\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = 200 - 500 = -300 < 0$

$x_1 = d_{1*}$ (–)

$= 235$

$j_0 = 1$

$l_1 = -1, \; l_4 = 0$

$$\begin{cases} -2 + 4l_2 + l_3 = 0 \\ -2 + l_2 = 0 \\ -1 + 7l_2 + l_5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} l_3 = -6 \\ l_2 = 2 \\ l_5 = -13 \end{cases}$$

$$l = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -6 \\ 0 \\ -13 \end{pmatrix} \qquad \Theta = \begin{pmatrix} 60 \\ 13 \\ 2 \\ \infty \\ 126/13 \end{pmatrix}$$

$\Theta^0 = \Theta_3 = 2$

$\bar{x}_1 = 68, \quad \bar{x}_2 = 26$

$X^4 = (68, 26, 0, 0, 100) - \text{T.D}$

$y_б = \{1, 2, 5\}$

Итерация 4:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

$u_3 = 0$

$$\begin{cases} 2u_1 + 2u_2 = 200 \\ 4u_1 + u_2 = 250 \end{cases} \qquad \begin{matrix} u_2 = 50 \\ u_1 = 50 \end{matrix}$$

$$u = \begin{pmatrix} 50 \\ 50 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\Delta_3 = 0 - (50 \quad 50 \quad 0)\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} = -50 < 0 \quad x_3 = d_{3*} (+)$

$\Delta_4 = 0 - (50 \quad 50 \quad 0)\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} = -50 < 0 \quad x_4 = d_{4*} (+)$

$\Rightarrow X^0 = (68, 26, 0, 0, 100)$ — оптимальный план с $A_Б^0 = \begin{pmatrix}2 & 4 & 0\\2 & 1 & 0\\1 & 7 & 1\end{pmatrix}$

9) $\tilde{x} = (70, 48)$

$\omega = b - A\tilde{x}$

$\omega_1 = 240 - 140 - 192 = -92 < 0$

$\omega_2 = 162 - 140 - 48 = -26 < 0$

$\omega_3 = 350 - 70 - 336 = -56 < 0$

$\varphi(x) = -x_3 - x_4 - x_5 \longrightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 = 240 \\ 2x_1 + x_2 - x_4 = 162 \\ x_1 + 7x_2 - x_5 = 350 \end{cases} \qquad \begin{matrix} 10 \le x_1 \le 70 \\ 15 \le x_2 \le 48 \\ 0 \le x_3 \le 92 \\ 0 \le x_4 \le 26 \\ 0 \le x_5 \le 56 \end{matrix}$$

$X^1 = (70, 48, 92, 26, 56)$

$J_Б = \{3, 4, 5\}$ $\quad A_Б = \begin{pmatrix}-1 & 0 & 0\\0 & -1 & 0\\0 & 0 & -1\end{pmatrix}$

Итерация 1:

$$u = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$\Delta_1 = 0 - (1\ 1\ 1)\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = -5 < 0 \qquad x_1 = d_{1*}\ (-)$

$\Delta_2 = 0 - (1\ 1\ 1)\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} = -12 < 0 \qquad x_2 = d_{2*}\ (-)$

$j_0 = 2$

$l_1 = 0, \quad l_2 = -1$

$$\begin{cases} -4 - l_3 = 0 \\ -1 - l_4 = 0 \\ -7 - l_5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} l_3 = -4 \\ l_4 = -1 \\ l_5 = -7 \end{cases}$$

$\Theta_1 = \infty, \ \Theta_2 = 33, \ \Theta_3 = 23, \ \Theta_4 = 26 \quad \Theta_5 = 8$

$\Theta^0 = \Theta_5$

$X^2 = (70, 40, 60, 18, 0)$ – обозначим на графике, как точку K

$J_Б = \{2, 3, 4\} \qquad A_Б = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 7 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Новая задача:

$-x_3 - x_4 \to \max$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 = 240 \\ 2x_1 + x_2 - x_4 = 162 \\ x_1 + 3x_2 + x_5 = 350 \end{cases}$$

$10 \le x_1 \le 70$, $15 \le x_2 \le 48$, $0 \le x_3 \le 92$, $0 \le x_4 \le 26$, $0 \le x_5 \le 235$

$$\begin{cases} -u_1 = -1 \\ -u_2 = -1 \\ 7u_3 = -5 \end{cases} \Rightarrow u = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -5/7 \end{pmatrix}$$

$$\Delta_1 = 0 - (2\,2\,1)\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -5/7 \end{pmatrix} = -2-2+\frac{5}{7} = -\frac{23}{7} < 0$$

$x_1 = d_{1*}$ (-)

$j_0 = 1$

$\ell_1 = -1$, $\ell_5 = 0$

$$\begin{cases} -2 + 4\ell_2 - \ell_3 = 0 \\ -2 + \ell_2 - \ell_4 = 0 \\ -1 + 7\ell_2 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \ell_3 = -10/7 \\ \ell_4 = -13/7 \\ \ell_5 = 1/7 \end{cases}$$

$\Theta_5 = \infty$, $\Theta_1 = 60$, $\Theta_2 = 56$, $\Theta_4 = \frac{126}{13}$ $\Theta_3 = 70$

$\Theta^0 = \Theta_4 = \frac{126}{13} \approx 9$,

$X^3 = (60\frac{4}{13}, 41\frac{5}{13}, 46\frac{2}{13}, 0, 0)$ — точка M

$J_Б = \{1,2,3\}$ $A_Б = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 7 & 0 \end{pmatrix}$

Новая задача:

$$-x_3 \to \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 = 240 \\ 2x_1 + x_2 + x_4 = 162 \\ x_1 + 7x_2 + x_5 = 350 \end{cases}$$

$10 \le x_1 \le 70$ $\quad 0 \le x_3 \le 92$ $\quad 0 \le x_5 \le$

$15 \le x_2 \le 48$ $\quad 0 \le x_4 \le 127$

$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ 2 + 2u_2 + u_3 = 0 \\ 4 + u_2 + 7u_3 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} u_1 = 1 \\ -13u_3 = 6 \\ u_2 + 7u_3 = -4 \end{cases}$$

$$u = \begin{pmatrix} 1 \\ -10/13 \\ -6/13 \end{pmatrix}$$

$$\Delta_4 = 0 - (0\,1\,0)\begin{pmatrix} 1 \\ -10/13 \\ -6/13 \end{pmatrix} = \frac{10}{13} > 0 \qquad x_4 = d_4^* \ (-)$$

$$\Delta_5 = 0 - (0\,0\,1)\begin{pmatrix} 1 \\ -10/13 \\ -6/13 \end{pmatrix} = \frac{6}{13} > 0 \qquad x_5 = d_5^* \ (-)$$

$$j_0 = 5$$

$$l_5 = 1, \ l_4 = 0$$

$$\begin{cases} 2l_1 + 4l_2 - l_3 = 0 \\ 2l_1 + l_2 = 0 \\ l_1 + 7l_2 = -1 \end{cases} \qquad \begin{cases} l_1 = 1/13 \\ l_2 = -2/13 \\ l_3 = -6/13 \end{cases}$$

$\theta_1 = \dfrac{70 - 60\frac{4}{13}}{1/13} = 126$ $\quad \theta_3 = \dfrac{600}{13} \cdot \dfrac{13}{6} = 100$

$\theta_2 = 269$ $\quad \theta_4 = \infty, \ \theta_5 = 235$

$\overline{x}_1 = 60\frac{4}{13} + \frac{100}{13} = 68$

$\overline{x}^2_2 = 41\frac{5}{13} - \frac{200}{13} = 26$

$x^4 = (68, 26, 0, 0, 100)$ — т. D

$\theta^0 = \theta_3$ $\quad y_Б = \{1, 2, 5\}$

Т.к все искусств. переменные = 0, то переходим ко второй фазе, а полученный БП является искомым НБП. Запишем задачу 2 фазы:

$= d_4^*$ (−)

$= d_5^*$ (−)

$\varphi(x) = 200x_1 + 250x_2 \to max$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 240 \\ 2x_1 + x_2 + x_4 = 162 \\ x_1 + 7x_2 + x_5 = 350 \end{cases}$$

$10 \le x_1 \le 70$

$15 \le x_2 \le 48$

$0 \le x_3 \le 160$

$0 \le x_4 \le 127$

$0 \le x_5 \le 235$

$y_Б = \{1, 2, 5\}$

$x_7 = ?$

(10)

Каноническая задача

$\varphi(x) = 200x_1 + 250x_2 \to max$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 240 \\ 2x_1 + x_2 + x_4 = 162 \\ x_1 + 7x_2 + x_5 = 350 \end{cases}$$

$10 \leq x_1 \leq 7$[...]
$15 \leq x_2 \leq 4$[...]
$0 \leq x_3 \leq 16$[...]
$0 \leq x_4 \leq 12$[...]
$0 \leq x_5 \leq 23$[...]

Опт. план прямой задачи: $X^0 = (68, 26, 0, 0, 10$[...]

$Y_Б = \{1, 2, 5\}$

Двойственная к ней:

$\psi(\lambda) = 240y_1 + 162y_2 + 350y_3 - 10\vartheta_1 - 15\vartheta_2 +$
$+ 70\omega_1 + 48\omega_2 + 160\omega_3 + 127\omega_4 + 235\omega_5 \to$
$\to min$

$$\begin{cases} 2y_1 + 2y_2 + y_3 - \vartheta_1 + \omega_1 = 200 \\ 4y_1 + y_2 + 7y_3 - \vartheta_2 + \omega_2 = 250 \\ y_1 - \vartheta_3 + \omega_3 = 0 \\ y_2 - \vartheta_4 + \omega_4 = 0 \\ y_3 - \vartheta_5 + \omega_5 \geq 0 \end{cases}$$

$\cancel{y \geq 0}$ $v \geq 0,\ w \geq 0$

$u^{0'} = (50\ 50\ 0)$

$\Rightarrow y_1 = 50,\ y_2 = 50,\ y_2 = 0$

$\vartheta_j^0 = -\Delta_j \quad \omega_j^0 = 0 \quad \Delta_j \leq 0$

$\omega_j = 0,\ j = \overline{1,5}$

$\Delta_3^0 = -50 \quad \Rightarrow \quad \vartheta_3 = 50$

$\Delta_4^0 = -50 \quad \quad \vartheta_4 = 50$

$\vartheta^{0'} = (0, 0, 50, 50, 0)$

$\lambda^0 = (u^0, \vartheta^0, \omega^0)$

$$\left.\begin{array}{l} \varphi(x^0) = 20100 \\ \psi(\lambda^0) = 240 \cdot 50 + 162 \cdot 50 = 20100 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$\varphi(x^0) = \psi(\lambda^0)$

11

$\varphi(x) = 200x_1 + 250x_2 \longrightarrow max$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 240 \\ 2x_1 + x_2 + x_4 = 162 \\ x_1 + 7x_2 + x_5 = 350 \end{cases} \quad \begin{array}{l} 10 \leq x_1 \leq 70 \\ 15 \leq x_2 \leq 48 \\ 0 \leq x_3 \leq 160 \\ 0 \leq x_4 \leq 127 \\ 0 \leq x_5 \leq 235 \end{array}$$

$J_B = \{3, 4, 5\}$

Итерация 1

1) $u = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

2) $\delta_{u1} = 200 > 0$

$\delta_{u2} = 250 > 0$

3) $\varkappa_{u1} = 70$

$\varkappa_{u2} = 48$

$\varkappa_{u3} = 240 - 140 - 192 = -92 \ (-)$

$\varkappa_{u4} = 162 - 140 - 48 = -26 \ (-)$

$\varkappa_{u5} = 350 - 70 - 336 = -56 \ (-)$

4) $j_0 = 3$

5) $(1\,0\,0) \begin{pmatrix} p_{u1} \\ p_{u2} \\ p_{u5} \end{pmatrix} = 1$

$p_u = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

6) $p_{\delta_1} = -p_u' \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = -(1\,0\,0)\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = -2$

$p_{\delta_2} = -(1\,0\,0)\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} = -4$

7) $\sigma_1 = -\frac{\delta_1}{p_{\delta_1}} = -\frac{200}{-2} = 100$

$$\sigma_2 = -\frac{\delta_2}{p\delta_2} = -\frac{250}{-4} = 62{,}5$$

$$\Rightarrow \sigma^* = \sigma_2$$

$$J_Б = \{2, 4, 5\} \qquad A_Б = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 7 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$x = (70, 48, -92, -26, -56) \text{ – точка } K$$

<u>Итерация 2:</u>

1) $(4, 1, 7)\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = 250 \qquad (0, 0, 1)\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = 0$

$(0, 1, 0)\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = 0$

$$\begin{cases} 4u_1 = 250 \\ u_2 = 0 \\ u_3 = 0 \end{cases} \qquad u = \begin{pmatrix} 62{,}5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2) $\delta_{u_1} = 200 - (2\ 2\ 1)\begin{pmatrix} 62{,}5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 75 \quad > 0$

$\delta_{u_3} = 0 - (1\ 0\ 0)\begin{pmatrix} 62{,}5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = -62{,}5 < 0$

3) $x_{u_1} = 70$

$x_{u_3} = 0$

$$\begin{cases} 4x_{u_2} = 240 - 140 \\ x_{u_2} + x_{u_4} = 162 - 140 \\ 7x_{u_2} + x_{u_5} = 350 - 70 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_{u_2} = 25 \quad (+) \\ x_{u_4} = -3 \quad (-) \\ x_{u_5} = 105 \quad (+) \end{cases}$$

4) $j_0 = 4$

5) $(0, 1, 0)\begin{pmatrix} \rho_{42} \\ \rho_{44} \\ \rho_{45} \end{pmatrix} = 1$

$\rho_{44} = 1$

$\cancel{\rho_{42} = 0}$, $\rho_{45} = 0$

$(4\ 1\ 7)\begin{pmatrix} \rho_{42} \\ \rho_{44} \\ \rho_{45} \end{pmatrix} = 0$

$4\rho_{42} = -1 \Rightarrow \rho_{42} = -1/4$

$\rho_4 = \begin{pmatrix} -1/4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

6) $\rho_{s_1} = -\rho_4' \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = -(-1/4\ \ 1\ \ 0)\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}$

$\rho_{s_3} = -(-1/4\ \ 1\ \ 0)\begin{pmatrix} \cancel{0}1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}$

7) $\sigma_1 = -\frac{\delta_1}{\rho_{s_1}} = -\frac{75}{-3/2} = 50$

$\sigma_3 = -\frac{-62{,}5}{1/4} = 250$

$\Rightarrow \sigma^* = \sigma_1$

$J_b = \{1, 2, 5\}$ $\quad A_b = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 7 & 1 \end{pmatrix}$

$x = (40, 25, 0, -3, 105)$ — точка C

Итерация 3:

1) $(2\ 2\ 1)\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = 200$

$(4\ 1\ 7)\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = 250$

$u_3 = 0$

$\begin{cases} 2u_1 + 2u_2 = 200 \\ 4u_1 + u_2 = 250 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 + u_2 = 100 \\ 4u_1 + u_2 = 250 \end{cases}$

$\begin{cases} u_1 + u_2 = 100 \\ 3u_1 = 150 \end{cases} \quad \begin{cases} u_2 = 50 \\ u_1 = 50 \end{cases}$

$u = \begin{pmatrix} 50 \\ 50 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\frac{1}{2} - 2 = -\frac{3}{2}$

2) $\delta_{u_3} = 0 - (1\ 0\ 0)\begin{pmatrix} 50 \\ 50 \\ 0 \end{pmatrix} = -50 < 0$

$\delta_{u_4} = 0 - (0\ 1\ 0)\begin{pmatrix} 50 \\ 50 \\ 0 \end{pmatrix} = -50 < 0$

3) $x_{u_3} = 0 \ (+)$

$x_{u_4} = 0 \ (+)$

$\begin{cases} 2x_{u_1} + 4x_{u_2} = 240 \\ 2x_{u_1} + x_{u_2} = 162 \\ x_{u_1} + 7x_{u_2} + x_{u_5} = 350 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x_{u_2} = 78 \\ x_{u_1} = 68 \\ x_{u_5} = 100 \end{cases} \quad \begin{cases} x_{u_2} = 26 \ (+) \\ x_{u_1} = 68 \ (+) \\ x_{u_5} = 100 \ (+) \end{cases}$

$x = (68, 26, 0, 0, 100)$ – т.Д

$\Rightarrow x = (68, 26, 0, 0, 100) = X^0$

12

$y^{0'} = (50, 50, 0)$

$\omega^{0'} = (0, 0, 0, 0, 0)$

$\vartheta^{0'} = (0, 0, 50, 50, 0)$

Увеличение на 1 ед. ресурса Ф приведет к увеличению прибыли на 50 единиц

Увеличение на 1 ед ресурса Г приведет к увеличению макс прибыли на 50 единиц

Увеличение на 1 ед ресурса Ш не приведет к увеличению макс прибыли

$\Rightarrow$ Если надо увеличить прибыль, надо выбирать 1 или 2 ресурс.

$y_1^0 \neq 0 \Rightarrow$ дефицитный ресурс

Какой?