Зачтено =

1.27(1,3)

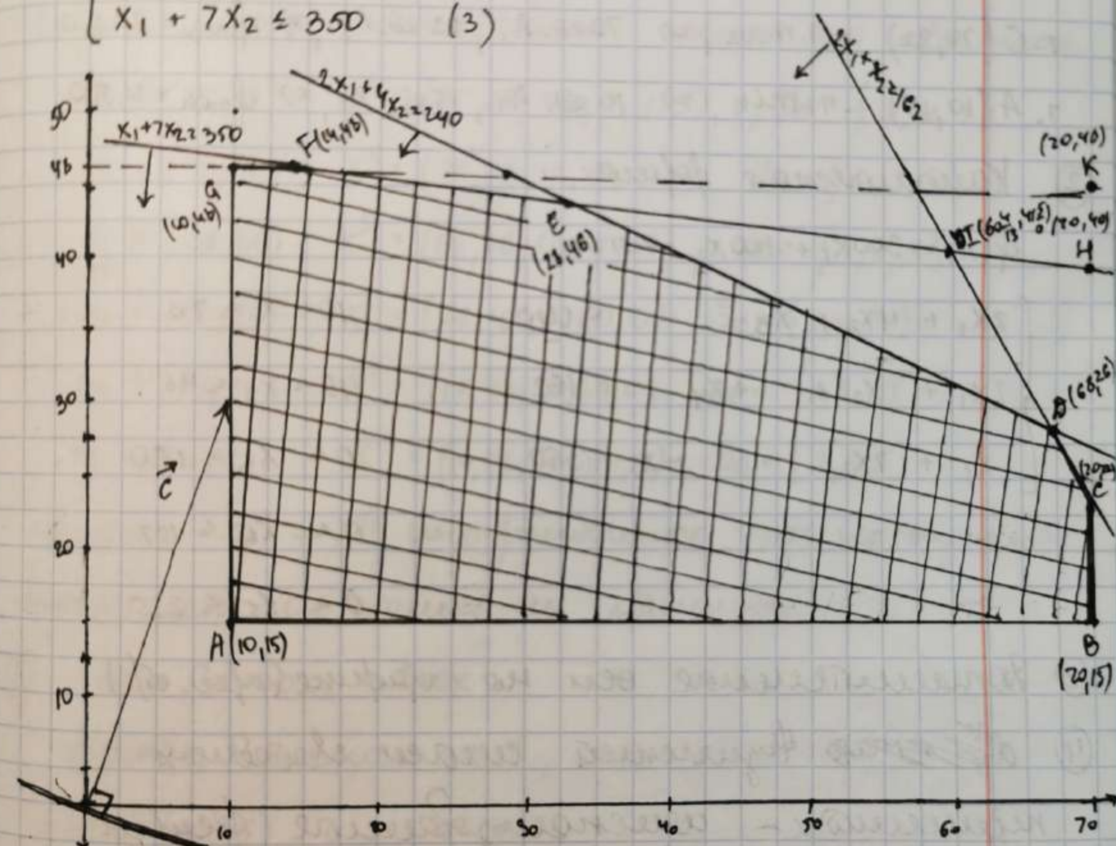
Замечания в тексте

① $\varphi(x) = 300x_1 + 100x_2 \to max$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \le 240 & (1) \\ 2x_1 + x_2 \le 162 & (2) \\ x_1 + 7x_2 \le 350 & (3) \end{cases}$$

$10 \le x_1 \le 70$

$15 \le x_2 \le 48$



$$\begin{cases} 2\cdot 70 + 4x_2 = 240 \\ 2x_1 + 4\cdot 48 = 240 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} (70,25) \\ (24,48) \end{matrix}$$

$$\begin{cases} 2\cdot 70 + x_2 = 162 \\ 2x_1 + 48 = 162 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} (70,22) \\ (57,48) \end{matrix}$$

$$\begin{cases} 70 + 7x_1 = 350 \\ x_1 + 7 \cdot 48 = 350 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} (70, 40) \\ (14, 48) \end{matrix}$$

$tg\,\alpha_{(c)} = 1/3$, $tg\,\alpha_{(1)} = 2$, $tg\,\alpha_{(2)} = 1/2$, $tg\,\alpha_{(3)} = 7$

$0 < tg\,\alpha_{(c)} < tg\,\alpha_{(2)}$

т. $C(70, 22)$ – т. max, $\Rightarrow$ 70 ед. A_1, 22 ед. A_2, $\Rightarrow$ $f_{max} = 23.200$

т. $A(10, 15)$ – т. min, $\Rightarrow$ 10 ед. A_1, 15 ед. A_2, $\Rightarrow$ $f_{min} = 4.500$

② Каноническая форма:

$f(x) = 300x_1 + 100x_2 \to max$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 240 \\ 2x_1 + x_2 + x_4 = 162 \\ x_1 + 7x_2 + x_5 = 350 \end{cases}$$

$10 \le x_1 \le 70$

$15 \le x_2 \le 48$

$0 \le x_3 \le 160$

$0 \le x_4 \le 127$

$0 \le x_5 \le 235$

③ Дополнительные оси на графике (пред. ст.)

④ ~~[illegible]~~ Физический смысл свободных переменных – неиспользованные ресурсы.

Подставим т. max в каждое уравнение:

(1) $2 \cdot 70 + 4 \cdot 22 + x_3 = 240$, $\Rightarrow$ $x_3 = 12$

(2) $2 \cdot 70 + 22 + x_4 = 162$, $\Rightarrow$ $x_4 = 0$

(3) $70 + 7 \cdot 22 + x_5 = 350$, $\Rightarrow$ $x_5 = 126$

тоа есть ресурс Т дефицитный, а ресурсы Ф и Ш можно уменьшить на 12 и 126 ед. соответственно.

⑤ • т. $A(10,15)$: $X^A = (10, 15, 160, 127, 235)$

имеем $C_5^3 = 10$ базисных матриц, к-рые еще и

Разве? может, баз. план

вырожденные, тк координаты лежат на границе.

X^A с нулями вырожд.?

• т. $B(70,15)$: $X^B = (70, 15, 40, 7, 175)$, $J_B = \{3,4,5\}$

• т. $C(70,22)$: $X^C = (70, 22, 12, 0, 126)$, $J_C = \{2,3,5\}$

• т. $D(68,26)$: $X^D = (68, 26, 0, 0, 100)$, $J_D = \{1,2,5\}$

• т. $E(28,48)$: $X^E = (28, 48, 0, 60, 0)$, $J_C = \{1,2,4\}$

• т. $F(14,48)$: $X^F = (14, 48, 20, 86, 0)$, $J_E = \{1,3,4\}$

• т. $G(10,48)$: $X^G = (10, 48, 28, 84, 4)$, $J_G = \{3,4,5\}$

планы $X^B - X^G$ невырожденные, тк их базисные координаты не лежат на границах.

⑥ $300x_1 + 100x_2 \to max$

Неоптимальная т. A, оптимальная – т. C

• т. $A(10,15)$

$X^A = (10, 15, 160, 127, 135)$, $J_Б = \{3,4,5\}$, $A_Б = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$u = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\Delta = \begin{pmatrix} 300 & 100 \\ (+) & (-) \end{pmatrix}$, $x_1 = d_{y1}$, $x_2 = d_{y2}$

тк для оптимального базисного плана (любого ~~вырожденного~~) достаточно выполнения неравенства $\Delta_j \le 0$, $j \in J_H$

Неверно

(критерий оптимальности), а в данном случае неравенство не выполняется, то план неоптимален.

Это недостаточно? Что ещё надо?

• т. C (70, 22)

$X^c = (70, 22, 12, 0, 126)$, $J_Б = \{2, 3, 5\}$, $A_Б = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$(u_1\ \ u_2\ \ u_3)\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\Rightarrow u = \begin{pmatrix} 0 \\ 100 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\Delta_1 = 300 - (0\ \ 100\ \ 0)\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = 100 > 0$, $x_1 = d_1^*$ (+)

$\Delta_4 = -100 < 0$, $x_4 = d_{*4}$ (+)

Критерий оптимальности выполняется, план, рассматриваемый нами (X^c) оптимален.

⑦ $\varphi(x) = 300x_1 + 100x_2 \to \min$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \le 240 & 10 \le x_1 \le 70 \\ 2x_1 + x_2 \le 162 & 15 \le x_2 \le 48 \\ x_1 + 7x_2 \le 350 & \end{cases}$$

Рассмотрим эквивалентную задачу:

$\bar{\varphi}(x) = -300x_1 - 100x_2 \to \max$

т. A (10, 15), $X^0 = (10, 15, 160, 127, 235)$ – оптим.

1) $A_Б = (a_1\ a_3\ a_4) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $J_Б = \{1, 3, 4\}$

$u = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -300 \end{pmatrix}$

$\Delta_2 = -100 - (0 \quad 0 \quad -300)\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} = 2000 > 0$, $x_2 = d_{*2}$ (−)

$\Rightarrow A = (a_1 a_3 a_4)$ неоптимальна. матрица, а план-то оптим. В чём дело? И условия не выполн. Ко[гда] утверждать, что план не опт. не можем. В чём дело? Подумайте

2) $A_Б = (a_2 a_3 a_4) = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 7 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$u = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -100/7 \end{pmatrix}$

$\Delta_1 = -300 + 100/7 < 0$, $x_1 = d_{*1}$ (+)

$\Delta_5 = 0 - (0 \quad 0 \quad -100/7) = 100/7 > 0$, $x_5 = d_{*5}$ (+)

$\Rightarrow A = (a_2 a_3 a_4)$ оптимальна.

⑧ $\varphi(x) = 300x_1 + 100x_2 \to \max$

$\tilde{x} = (10, 15)$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 240 \\ 2x_1 + x_2 + x_4 = 162 \\ x_1 + 7x_2 + x_5 = 350 \end{cases}$$

$10 \le x_1 \le 70$

$15 \le x_2 \le 48$

$0 \le x_3 \le 160$

$0 \le x_4 \le 127$

$0 \le x_5 \le 235$

$\omega = b - A\tilde{x}$, $\omega = \begin{pmatrix} 160 \\ 127 \\ 235 \end{pmatrix} > 0$

$x' = (10, 15, 160, 127, 235)$, $J_Б = \{3, 4, 5\}$, $u = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

<u>Итерация 1.</u> $\Delta_1 = 300 > 0$, $x_1 = d_{*1}$ (−)

$\Delta_2 = 100 > 0$, $x_2 = d_{*1}$ (−)

$j_0 = 1$

$\cancel{\Rightarrow}\ \ell = (1, 0, -2, -2, -1)$

$\Theta = (60, \infty, 80, 127/2, 235)$, $j_0 = 4$

$\Theta_0 = \Theta_{j_0} = \Theta_4 \Rightarrow x^2 = (70, 15, 40, 7, 175)$, $J_Б = \{3, 4, 5\}$ #т.В

<u>Итерация 2.</u> $j_0 = 2$

$\ell = (0, 1, -4, -1, -7)$

$\Theta = (\cancel{3}\infty, 33, 10, 7, 25)$

$\Theta_0 = \Theta_4 = 7$, $x^3 = (70, 22, 12, 0, 126)$, $J_Б = \{2, 3, 5\}$ #т.С

<u>Итерация 3.</u> $A_Б = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $u = \begin{pmatrix} 0 \\ 100 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\Delta_1 = 100 > 0$, $x_1 = d_1^*$ (+)

$\Delta_4 = -100 < 0$, $x_4 = d_{*4}$ (+)

$\Rightarrow x^0 = (70, 22, 12, 0, 126)$, т.к. выполнены условия оптимальности , $\Rightarrow$ имеем оптимальный базисный план x^0 с $J_Б = \{2, 3, 5\}$.

9) $f(x) = 300x_1 + 100x_2 \to max$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \le 140 \\ 2x_1 + x_2 \le 162 \\ x_1 + 7x_2 \le 350 \end{cases} \qquad \begin{matrix} 10 \le x_1 \le 70 \\ 15 \le x_2 \le 48 \end{matrix}$$

$\tilde{x} = (70, 48)$

$\omega = b - A\tilde{x}$

$$w = \begin{pmatrix} 240 \\ 162 \\ 350 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 1 \\ 1 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 70 \\ 48 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -92 \\ -26 \\ -56 \end{pmatrix} < 0$$

$$\varphi(x) = -x_3 - x_4 - x_5 \to max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 = 240 \\ 2x_1 + x_2 - x_4 = 162 \\ x_1 + 7x_2 - x_5 = 350 \end{cases} \qquad \begin{array}{l} 10 \le x_1 \le 70 \\ 15 \le x_2 \le 48 \\ 0 \le x_3 \le 92 \\ 0 \le x_4 \le 26 \\ 0 \le x_5 \le 56 \end{array}$$

$x^1 = (70, 48, 92, 26, 56)$, $J_Б = \{3, 4, 5\}$ # т.к

Итерация 1. $u = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\Delta_1 = -5 < 0$, $x_1 = d_1^* \ (-)$

$j_0 = 2$

$\Delta_2 = -12 < 0$, $x_2 = d_2^* \ (-)$

$l = (0, -1, -4, -1, -7)$

$\Theta = (\infty, 33, 23, 46, 8)$, $\Theta_0 = \Theta_5 = 8$

$x^2 = (70, 40, 60, 18, 0)$, $J_Б = \{2, 3, 4\}$ # т.н

Итерация 2. т.к $x_5 = 0$, делаем ее свободной переменной и решаем новую задачу:

$$-x_3 - x_4 \to max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 = 240 \\ 2x_1 + x_2 - x_4 = 162 \\ x_1 + 7x_2 + x_5 = 350 \end{cases} \qquad \begin{array}{l} 10 \le x_1 \le 70 \\ 15 \le x_2 \le 48 \\ 0 \le x_3 \le 92 \\ 0 \le x_4 \le 126 \\ 0 \le x_5 \le 235 \end{array}$$

$u = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -5/7 \end{pmatrix}$

$\Delta_1 = -23/7 < 0, \ x_1 = d_1^* \ (-)$

$\Delta_5 = 5/7 > 0, \ x_5 = d_{*5} \ (-)$

$j_0 = 1$

$\ell = (-1, \ 1/7, \ -10/7, \ -13/7, \ 0)$

$\Theta = (60, 56, 70, 126/13, \infty), \ \Theta_0 = \Theta_4 = 128/13$

$x^3 = (784/13, \ 530/13, \ 600/13, \ 0, \ 0)$ #m. I

Итерация 3. $J_Б = \{1, 2, 3\}$, т.к $x_4 = 0$, объявим ее свободной переменной и решим новую задачу:

$\varphi(x) = -x_3 \to max$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 = 240 \\ 2x_1 + x_2 + x_4 = 162 \\ x_1 + 7x_2 + x_5 = 350 \end{cases}$$

$10 \le x_1 \le 70$

$15 \le x_2 \le 48$

$0 \le x_3 \le 92$

$0 \le x_4 \le 127$

$0 \le x_5 \le 235$

$u = \begin{pmatrix} 1 \\ -10/13 \\ -6/13 \end{pmatrix}$

$\Delta_4 = 10/13 > 0, \ x_4 = d_{*4} \ (-)$

$\Delta_5 = 6/13 > 0, \ x_5 = d_{*5} \ (-)$

$\ell = (1/13,\ -2/13,\ -6/13,\ 0,\ 1)$

$\Theta = (126,\ 343/2,\ 100,\ \infty,\ 235)$, $\Theta_0 = \Theta_3 = 100$

$x^4 = (60, 26, 0, 0, 100)$ #т.д

тк $x_3 = 0$, оно теперь свободная переменная.

Все искусственные переменные $= 0$, переходим

ко 2-ой фазе симплекс-метода с начальным

базисным планом $J_Б = \{1, 2, 5\}$. Разве это баз. план?

Задача 2-ой фазы:

$$\varphi(x) = 300x_1 + 100x_2 \to max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 240 \\ 2x_1 + x_2 + x_4 = 162 \\ x_1 + 7x_2 + x_5 = 350 \end{cases} \quad \begin{array}{l} 10 \le x_1 \le 70 \\ 15 \le x_2 \le 48 \\ 0 \le x_3 \le 160 \\ 0 \le x_4 \le 127 \\ 0 \le x_5 \le 235 \end{array}$$

$J_Б = \{1, 2, 5\}$

$x = (60, 26, 0, 0, 100)$

(10) $\varphi(x) = 300x_1 + 100x_2 \to max$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 240 \\ 2x_1 + x_2 + x_4 = 162 \\ x_1 + 7x_2 + x_5 = 350 \end{cases} \quad \begin{array}{l} 10 \le x_1 \le 70 \\ 15 \le x_2 \le 48 \\ 0 \le x_3 \le 160 \\ 0 \le x_4 \le 127 \\ 0 \le x_5 \le 235 \end{array}$$

Оптимальный план прямой задачи:

$X^0 = (70, 22, 12, 0, 128)$, $J_Б = \{2, 3, 5\}$

Двойственная к ней:

$\varphi(\Lambda) = 140y_1 + 182y_2 + 350y_3 - 10\vartheta_1 - 15\vartheta_2 + 70w_1 + 48w_2 + 160w_3 +$

$+ 127w_4 + 235w_5 \Rightarrow min$

$$\begin{cases} 2y_1 + 2y_2 + y_3 - \vartheta_1 + w_1 = 300 \\ 4y_1 + y_2 + 7y_3 - \vartheta_2 + w_2 = 100 \\ y_1 - \vartheta_3 + w_3 = 0 \\ y_2 - \vartheta_4 + w_4 = 0 \\ y_3 - \vartheta_5 + w_5 = 0 \end{cases}$$

$\vartheta \geq 0$, $w \geq 0$

$\delta_j^0 = -\Delta_j^0$, $w_j^0 = 0$, $\Delta_j \leq 0$,

$\delta_1 = 100$, $w_1 = 100$

$\delta_4 = -100$, $w_4 = 0$

$w^0 = (100, 0, 0, 0, 0)$

$\vartheta^0 = (0, 0, 0, 100, 0)$

$\Lambda^0 = (u^0, \vartheta^0, w^0)$

$\varphi(x^0) = 300 \cdot 70 + 100 \cdot 22 = 23.200$

$\varphi(\Lambda^0) = 23.200$

$\Rightarrow \varphi(x^0) = \varphi(\Lambda^0)$

4

(11) $f(x) = 300x_1 + 100x_2 \to max$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 240 \\ 2x_1 + x_2 + x_4 = 162 \\ x_1 + 7x_2 + x_5 = 350 \end{cases}$$

$10 \le x_1 \le 70$

$15 \le x_2 \le 48$

$0 \le x_3 \le 160$

$0 \le x_4 \le 127$

$0 \le x_5 \le 235$

$J_Б = \{ \cancel{1,2,3,4}\ 3,4,5 \}$

<u>итерация 1.</u> $u = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\Delta_1 = 300 > 0$

$\Delta_2 = 150 > 0$

$\varkappa_1 = 70,\ \varkappa_2 = 48$

$A_Б \varkappa_Б = b - A_Н \varkappa_Н \Rightarrow \varkappa = (70, 48, \underset{(-)}{\overset{< d_{*3}}{-92}}, \underset{(-)}{\overset{< d_{*4}}{-26}}, \underset{(-)}{\overset{< d_{*5}}{-56}})$

$j_* = 3$

$(1\ 0\ 0)\begin{pmatrix} l_{y_1} \\ l_{y_2} \\ l_{y_3} \end{pmatrix} = 1,\ (0\ 1\ 0)\begin{pmatrix} l_{y_1} \\ l_{y_2} \\ l_{y_3} \end{pmatrix} = 0,\ (0\ 0\ 1)\begin{pmatrix} l_{y_1} \\ l_{y_2} \\ l_{y_3} \end{pmatrix} = 0$

$l_y = (1\ 0\ 0)$

$l = (-2, -4, 0, 0, 0)$

$\sigma_1 = -\frac{\Delta_1}{l_1} = 150,\ \sigma_2 = 75/2 \Rightarrow \sigma^* = \sigma^2,\ j_0 = 2$

$J_Б = \{2, 4, 5\},$

$\varkappa = (70, 48, -92, -26, -56)$ # т.к

Итерация 2. $u = \begin{pmatrix} 25 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\delta_1 = 300 - (25 \;\; 0 \;\; 0)\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = 250 > 0$

$\delta_3 = -25 < 0$

$x_1 = 70$, $x_3 = 0$,

$x = (70, \underset{(+)}{25}, 0, \underset{(-)}{-3}, \underset{(+)}{105})$

$j_* = 4$

$l_y = (-1/4 \;\; 1 \;\; 0)$

$l = (-3/2, 0, 100, 0, 0)$

$\sigma_1 = 500/3 \quad \sigma_3 = 100 \Rightarrow \sigma^* = \sigma_3 = 100$

$J_Б = \{2, 3, 5\}$

$x = (70, 22, 0, -3, 105)$

Итерация 3. $u = \begin{pmatrix} 0 \\ 100 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\delta_1 = 100 > 0$

$\delta_4 = -100 < 0$

$x_1 = 70$, $x_4 = 0$

$x = (70, 22, 12, 0, 186)$ #т.с

Условие оптимальности выполнено,

$X^0 = x = (70, 22, 12, 0, 186)$, $J_Б = \{2, 3, 5\}$

12 $y^{0'} = (0, 100, 0)$

$w^{0'} = (100, 0, 0, 0, 0)$

$v^{0'} = (0, 0, 0, 100, 0)$

y_i^0 - мера чувствительности ~~его~~ максимальной прибыли к изменению i-го ресурса:

если $y_i^0 > 0$,

то увеличение объема i-го ресурса ведет к увеличению максимальной прибыли, и тем эффективнее, чем больше y_i^0 (т.е. увеличение ресурса Т в нашем случае на 1 ед. ведет к увеличению максимальной прибыли на 100 ед.)

$y_1^0 = 0$, $y_3^0 = 0$, обращаясь к оптимальному плану замечаем, что $x_3^{0'} = 12$, $x_5^{0'} = 186$,

$\Rightarrow$ ресурсы Ф и Ш недефицитные, тем временем как Т дефицитный.

1.10

1) $\varphi(x) = 70x_1 + 60x_2 + 15x_3 + 140x_4 \to min$

$\bar{\varphi}(x) = -70x_1 - 60x_2 - 15x_3 - 140x_4 \to max$

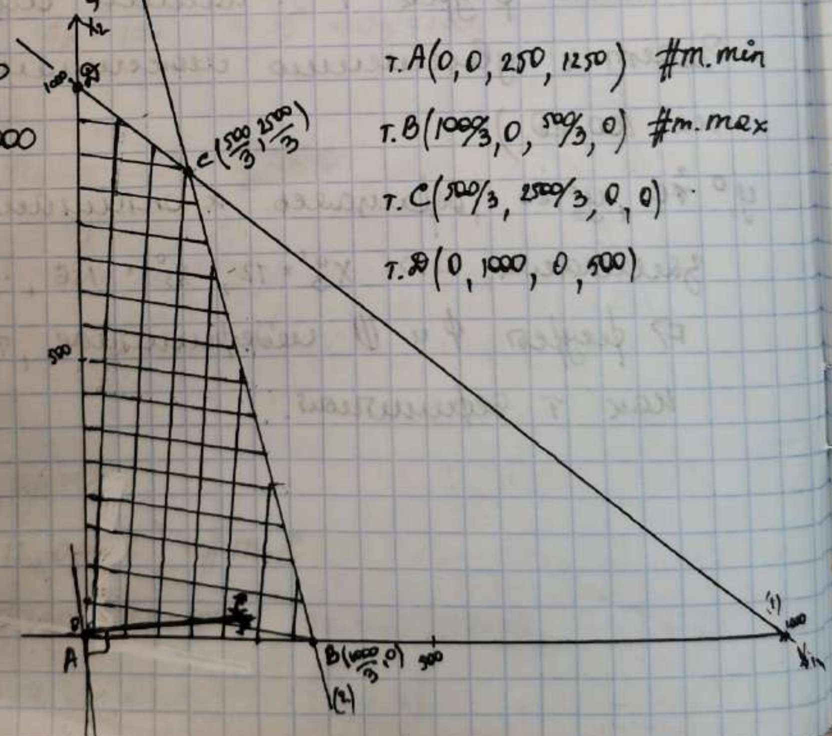
$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + 5x_3 + x_4 = 2500 \\ 4x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1500 \end{cases}$$

Выразим x_3 и x_4:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 4x_3 = 1000 \\ 4x_1 + x_2 + \frac{1000 - x_1 - x_2}{4} + x_4 = 1500 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_3 = \frac{1000 - x_1 - x_2}{4} \geq 0 \\ x_4 = \frac{5000 - 15x_1 - 3x_2}{4} \geq 0 \end{cases}$$

$\bar{\varphi}(x) = \frac{1835}{4}x_1 + \frac{195}{4}x_2 - 178.750$

$$\begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix} \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 1000 \\ 15x_1 + 3x_2 \leq 5000 \end{cases}$$



т. A(0, 0, 250, 1250) # т. min

т. B(1000/3, 0, 500/3, 0) # т. max

т. C(500/3, 2500/3, 0, 0)

т. D(0, 1000, 0, 500)

$\tilde{x} = (0, 0, 0, 0)$ # нет задачи ? Разве ?

$w^0 = \begin{pmatrix} 2500 \\ 1500 \end{pmatrix} \geq 0$

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + 5x_3 + x_4 + x_5 = 2500 \\ 4x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_6 = 1500 \end{cases}$$

$0 \leq x_i \leq M, \; i = \overline{1,4}$

$0 \leq x_5 \leq 2500$

$0 \leq x_6 \leq 1500$

$\tilde{x} = (0, 0, 0, 0, 2500, 1500), \quad J_Б = \{5, 6\}$

$-x_5 - x_6 \to \max$

Итерация 1. $u' = (-1, -1)$

$$\Delta = (\underset{(-)}{\overset{\uparrow 0}{9}}, \underset{(-)}{\overset{\uparrow 0}{3}}, \underset{(-)}{\overset{\uparrow 0}{6}}, \underset{(-)}{\overset{\hat{}\, 0}{2}}, 0, 0), \quad j_0 = 1$$

$\ell = (1, 0, 0, 0, -5, -4)$

$\Theta = (M, M, M, M, 500, 375), \quad j_* = 6, \quad \Theta_0 = \Theta_6 = 375$

$\tilde{x} = (375, 0, 0, 0, 625, 0), \quad J_Б = \{1, 5\}$

Итерация 2. $\varphi(x) = -x_5 \to \max$

$u' = (-1, 5/4)$

$$\Delta = (0, \underset{(-)}{\overset{\uparrow 0}{3/4}}, \underset{(-)}{\overset{\uparrow 0}{15/4}}, \underset{(+)}{\overset{\leq 0}{-1/4}}, 0, \underset{(+)}{\overset{\leq 0}{-5/4}}), \quad j_0 = 3$$

$\ell = (-1/4, 0, 1, 0, -15/4, 0)$

$\Theta = (1500, M, M, M, 500/3, M), \quad j_* = 5, \quad \Theta_0 = \Theta_5 = 500/3$

$\tilde{x} = (1000/3, 0, 500/3, 0, 0, 0), \quad J_Б = \{1, 3\}$

Искусственные переменные x_5 и x_6 ~~перешли~~ ? ~~свободные~~, занулились и удаляем

=> переходим ко 2-ой фазе.

$\varphi(x) = -70x_1 - 60x_2 - 15x_3 - 140x_4 \to max$

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + 5x_3 + x_4 = 2500 \\ 4x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1500 \end{cases} \qquad 0 \le x_i \le M,\ i = \overline{1,4}$$

$\tilde{x} = (100/3,\ 0,\ 500/3,\ 0)$, $J_Б = \{1, 3\}$

$(u_1, u_2)\begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -70 \\ -15 \end{pmatrix}$ $\Rightarrow$ $u = \begin{pmatrix} 2/3 \\ -55/3 \end{pmatrix}$

$\Delta = (0,\ \underset{(+)}{-43} \le 0,\ 0,\ \underset{(+)}{-122} \le 0)$, критерий оптимальности выполнен.

$x^0 = (100/3,\ 0,\ 500/3,\ 0)$ – оптимальный план.

(2) $\psi(\lambda) = 250y_1 + 150y_2 \to max$

$$\begin{cases} 0.5y_1 + 0.4y_2 \le 70 \\ 0.2y_1 + y_2 \le 60 \\ 0.5y_1 + 0.1y_2 \le 15 \\ 0.1y_1 + 0.1y_2 \le 140 \end{cases}$$

$-70x_1 - 60x_2 - 15x_3 - 140x_4 \to max$

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + 5x_3 + x_4 + x_5 = 2500 \\ 4x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_6 = 1500 \end{cases} \qquad \begin{matrix} 0 \le x_i \le M,\ i = \overline{1,4} \\ 0 \le x_5 \le 2500 \\ 0 \le x_6 \le 1500 \end{matrix}$$

?

$J_Б = \{5, 6\}$

Решаем без буфер.

З-ку: $x_5 = 0, x_6 = 0$

Итерация 1. $u = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $J_Б = \{5, 6\}$

$\delta_j = c_j - a_j u$, $\Rightarrow$ $\delta = (-70, -60, -15, -140, 0, 0)$

$x = (0, 0, 0, 0, \underset{(-)}{2500}, \underset{(-)}{1500})$, $j_0 = 5$

$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_{y_1} \\ l_{y_2} \end{pmatrix}$, $l_y = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$l = (5, 2, 5, 1, 0, 0)$

$\sigma = (14, 30, 5, 140, M, M)$, $\sigma_0 = \sigma_3 = 5$, $j_* = 3$,

$J_Б = \{3, 6\}$. удаляем x_5.

Итерация 2. $u = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\delta = (-55, -54, 0, -125, \overset{\delta_6}{0})$

$x = (0, 0, 500, 0, \overset{x_6}{1000})$, $j_0 = 6$

$\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_{y_3} \\ l_{y_6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $l_y = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}$

$l = (10, 4, 2, 0, 0)$

$\sigma = (-5.5, -13.5, -60.5, M, M)$, $\sigma_0 = \sigma_1 = -5.5$, $j_* = 1$

$J_Б = \{1, 3\}$

Итерация 3. $u = \begin{pmatrix} 70/3 \\ -550/3 \end{pmatrix}$

$\delta_2 = -4.3$, $\delta_4 = -367.3$

$\begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2500 \\ 1500 \end{pmatrix}$ $x_1 = 1000/3$ (+)
$x_3 = 500/3$ (+)

Условия оптимальности выполняются, $\Rightarrow$

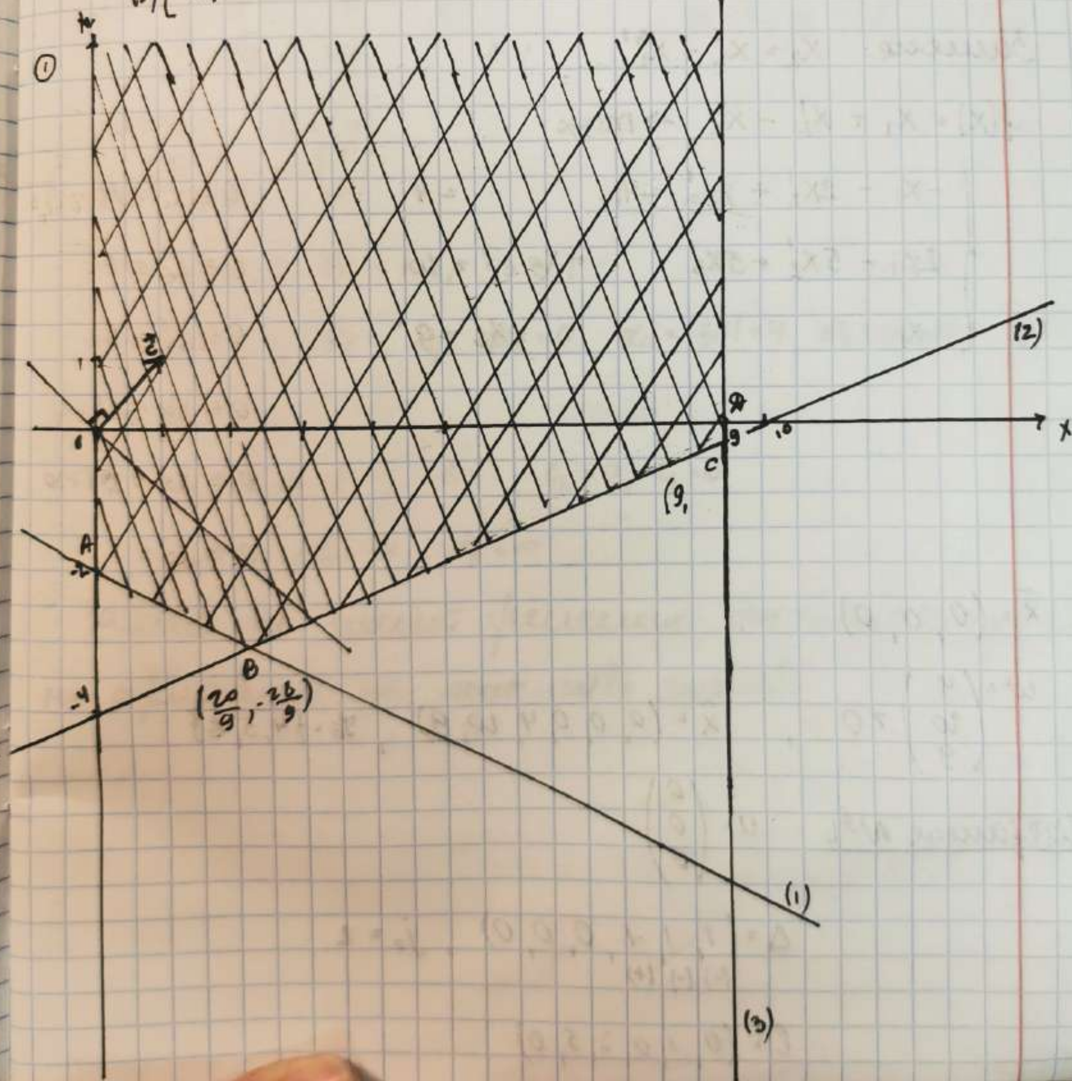
оптимальный план исходной задачи.

$x^0 = (1000/3,\ 0,\ 500/3,\ 0)$, $J_Б = \{1,\ 3\}$

1.17

$$f(x) = x_1 + x_2$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq -4 & (1) \\ 2x_1 - 5x_2 \leq 20 & (2) \\ x_1 \leq 9 & (3) \end{cases}$$



① • Задача на max не имеет решения, т.к. целевая функция НЕограничена на множестве планов. ?

• На min.

$x^0 = (-2, 0)$ # т.А, $\varphi(x^0) = -2$

② $\varphi(x) = x_1 + x_2 \to max$

Замена: $x_2 = x_2' - x_2''$

$\varphi(x) = x_1 + x_2' - x_2'' \to max$

$$\begin{cases} -x_1 - 2x_2' + 2x_3' + x_4 = 4 \\ 2x_1 - 5x_2' + 5x_3' + x_5 = 20 \\ x_1 + x_6 = 9 \end{cases}$$

$0 \le x_1 \le M$

$0 \le x_2' \le M$

$0 \le x_3' \le M$

$0 \le x_4 \le 3M + 4$

$0 \le x_5 \le 5M + 20$

$0 \le x_6 \le 9$

③ $\tilde{x} = (0, 0, 0)$

$\omega = \begin{pmatrix} 4 \\ 20 \\ 9 \end{pmatrix} \geq 0$, $\tilde{x} = (0, 0, 0, 4, 20, 9)$, $J_Б = \{4, 5, 6\}$

<u>Итерация №1.</u> $u = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\Delta = (\underset{(-)}{1}, \underset{(-)}{1}, \underset{(+)}{-1}, 0, 0, 0)$, $j_0 = 2$

$\ell = (0, 1, 0, 2, 5, 0)$

$\Theta = (\infty, \infty, \infty, \infty, \infty, \infty)$

Задача не имеет решения, т.к. целевая функция не ограничена на множестве планов.

④ $\psi(\lambda) = 4y_1 + 20y_2 + 9y_3 \to \min$

$$\begin{cases} -y_1 + 2y_2 + y_3 \geq 1 \\ -2y_1 - 5y_2 \geq 1 \end{cases} \quad y_i \geq 0,\ y = \overline{1,3}$$

$u = \begin{pmatrix} u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{pmatrix}, \quad u = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\delta_1 = 1, \quad \delta_2 = 1, \quad \delta_3 = -1$

$x_1 = \quad , x_2 = \quad , x_3 = 0, \; x_4 = 3M + 4, \; x_5 = 5M + 20, \; x_6 = 9 - M$

$j_0 = 6$

$l_y' = (0, 0, 1), \quad l_1 = 1, \; l_2 = 0, \; l_3 = 0$

$\underline{\delta_1 = \infty, \; \delta_2 = \infty, \; \delta_3 = \infty}$? Неверно.

Задача не имеет решения, т.к. целевая функция не ограничена на множестве планов.

Если в дв. мет. $\delta^0 = +\infty \Rightarrow$

$X = \varnothing$

А у нас $X \neq 0$. Где ошибка?

1.20(1.30а)

$$\varphi(x) = 2x_1 - 4x_2 - 4x_3 \to max$$

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 - x_3 = 15 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 6x_1 - x_2 + 2x_3 = 21 \end{cases} \qquad \begin{matrix} 3 \le x_1 \le 4 \\ -13 \le x_2 \le 3 \\ -8 \le x_3 \le 3 \end{matrix}$$

$\tilde{x} = d^* = (4, 3, 3)$

$\omega' = (-5, -1, -6)$

$-x_4 - x_5 - x_6 \to max$

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 15 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_5 = 6 \\ 6x_1 - x_2 + 2x_3 - x_6 = 21 \end{cases} \qquad \begin{matrix} 3 \le x_1 \le 4 \\ -13 \le x_2 \le 3 \\ -8 \le x_3 \le 3 \\ 0 \le x_4 \le 5 \\ 0 \le x_5 \le 1 \\ 0 \le x_6 \le 6 \end{matrix}$$

$x' = (4, 3, 3, 5, 1, 6)$, $J_Б = \{4, 5, 6\}$

<u>Итерация №1.</u> $u = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\Delta = (\underset{(-)}{-12}, \underset{(+)}{2}, \underset{(-)}{-4}, 0, 0, 0)$, $j_0 = 1$

$l = (-1, 0, 0, -5, -1, -6)$

$\Theta = (1, \infty, \infty, 1, 1, 1)$, $\Theta_0 = 1$, $j_* = 6$

$x^2 = (3, 3, 3, 0, 0, 0)$ – план оптимален, т.к. искусст- **Неверно**

венные переменные $= 0$, но невырожден,

$\Rightarrow$ не любая базисная матрица идентифицирует **?**

его оптимальность. $J_Б = \{1, 4, 5\}$, x_6 вышел.

Откуда такие „красивые" фразы?

Итерация №2. $u = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

?

$\Delta = (0, 0, 0, 0, 0, -2)$ – критерий опт. выполнен

$\Delta_2 = \Delta_3$ – двойственная невырожденность **Почему?**

Решение задачи 1-ой фазы: $\tilde{x} = (3, 3, 3, 0, 0, 0)$

Нет объяснения!

В базисе есть искусственные переменные x_4, x_5

$\Rightarrow$ строим буферную задачу.

$$2x_1 - 4x_2 - 4x_3 \to \max$$

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 15 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_5 = 6 \\ 6x_1 - x_2 + 2x_3 = 21 \end{cases}$$

Разберитесь

$3 \le x_1 \le 4$

$-13 \le x_2 \le 3$

$-8 \le x_3 \le 3$

$0 \le x_4 \le 0$

$0 \le x_5 \le 0$

Искусственные переменные теперь фиктивные и зануляются

? ноль.

$\tilde{x} = (3, 3, 3, 0, 0, 0)$ – начальный базисный план,

$J_Б = \{1, 4, 5\}$

Итерация №1. $J_Б = \{1, 4, 5\}$

$$u = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/3 \end{pmatrix}$$

$$\Delta = (0, \underset{(-)}{-11/3}, \underset{(-)}{-14/3}, 0, 0), \quad j_0 = 3$$

$$l = (1/3, 0, -1, -8/3, 8/3)$$

$$\Theta = (3, \infty, 11, 0, 0), \quad \Theta_0 = 0, \quad j_* = 5$$

5-ый столбец покидает базис, фиктивная переменная x_5 удаляется из буферной задачи, за счет того, что шаг нулевой, план остается.

Итерация №2. $J_Б = \{1, 3, 4\}$, $x = (3, 3, 3, 0)$

$$u = \begin{pmatrix} 0 \\ -7/4 \\ 5/8 \end{pmatrix}$$

$$\Delta = (0, \underset{(-)}{-41/8}, 0, 0), \quad j_0 = 2$$

$$l = (1/16, -1, -11/16, 0)$$

$$\Theta = (16, 16, 16, \infty), \quad \Theta_0 = 16, \quad j_* = 1$$

Итерация №3. $J_Б = \{2, 3, 4\}$, $x = (4, -13, -8, 0)$

$$u = \begin{pmatrix} 0 \\ 12 \\ -20 \end{pmatrix}$$

$$\Delta = (\underset{(+)}{104}, 0, 0, 0)$$

Критерий оптимальности выполнен, $x^0 = (4, -13, -8)$,

но x_4 осталась. Наблюдаем линейную зависимость строк. ?

Это зрительно. Компьютер это сразу не увидит

Обратная матрица для базиса $J_Б = \{2, 3, 4\}$:

$$A_Б^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_Б^{-1} A = \begin{pmatrix} 16 & 1 & 0 \\ 11 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$ 3-я строка матрицы A линейно зависит от первых 2-ух строк,

$\Rightarrow$ ее можно удалить вместе с фиктивной переменной x_4.

Задача 2-ой фазы:

$$\varphi(x) = 2x_1 - 4x_2 - 4x_3 \to max$$

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 - 4x_3 + x_4 = 15 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_5 = 6 \end{cases}$$

$3 \le x_1 \le 4$

$-13 \le x_2 \le 3$

$-8 \le x_3 \le 3$

120(1.306)

$\varphi(x) = 2x_1 - 4x_2 - 4x_3 \to max$

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 10 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 4x_4 = -12 \\ 2x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 5x_4 = -20 \end{cases}$$

$0 \le x_1 \le 5$

$0 \le x_2 \le 3$

$1 \le x_3 \le 5$

$2 \le x_4 \le 10$

① · Прямой симплекс-метод.

$\tilde{x} = (0, 0, 1, 2)$

$$\omega = \begin{pmatrix} 12 \\ -5 \\ -36 \end{pmatrix}$$

$-x_5 - x_6 - x_7 \to max$

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 - 3x_4 + x_5 = 10 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 4x_4 - x_6 = -12 \\ 2x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 5x_4 - x_7 = -20 \end{cases}$$

$0 \le x_1 \le 5$

$0 \le x_2 \le 3$

$1 \le x_3 \le 5$

$2 \le x_4 \le 10$

$0 \le x_5 \le 12$

$0 \le x_6 \le 5$

$0 \le x_7 \le 36$

$x^1 = (0, 0, 1, 2, 12, 5, 36)$,

$J_Б = \{5, 6, 7\}$

Итерация №1. $u = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\Delta = (\underset{(-)}{1}, \underset{(+)}{-2}, \underset{(+)}{-3}, \underset{(+)}{-4}), \quad j_0 = 1$$

$$l = (1, 0, 0, 0, 4, -1, -2)$$

$$\Theta = (5, \infty, \infty, \infty, 0, 5, 10), \quad \Theta_0 = \Theta_5 = 0, \quad j_* = 5$$

$$x^2 = (0, 0, 1, 2, 12, 5, 36), \quad J_Б = \{1, 6, 7\}$$

Итерация 2. $u = \begin{pmatrix} -5/2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\Delta = (0, \underset{(+)}{5/2}, \underset{(+)}{10}, \underset{(+)}{15/2}, \underset{(+)}{3/2}, 0, 0)$$

Условия оптимальности выполняются, однако искусственные переменные не занулились, ⇒ не имеет решения из-за пустоты мн-ва планов.

• Двойственный симплекс-метод

$$\varphi(x) = 2x_1 - 4x_2 - 4x_3 \to \max$$

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 - 3x_4 + x_5 = 10 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 4x_4 + x_6 = -12 \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 5x_4 + x_7 = -20 \end{cases}$$

$0 \le x_1 \le 5$

$0 \le x_2 \le 3$

$1 \le x_3 \le 5$

$2 \le x_4 \le 10$

$0 \le x_5 \le 12$

$0 \le x_6 \le 5$

$J_Б = \{5, 6, 7\}$ $\qquad 0 \le x_7 \le 36$

<u>Итерация №1.</u> $u = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\delta = (2, -4, -4, 0, 0, 0, 0)$

$\text{æ} = (5, 0, 1, 2, \underset{(-)}{-6}, \underset{(-)}{-10}, \underset{(-)}{-56})$, $j_* = 7$

$\ell_y = (0, 0, 1)$

$\ell = (-4, -5, -6, -5)$

$\sigma = (1/2, \infty, \infty, 0, \infty, \infty, \infty)$, $\sigma^0 = 0$, $j_0 = 4$

<u>Итерация №2.</u> $J_Б = \{4, 5, 6\}$

$u = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\delta = (2, -4, -4, 0, 0, 0, 0)$

$\text{æ} = (5, 0, 1, -[illegible], \underset{(-)}{-46/5}, \underset{(-)}{-208/5}, \underset{(-)}{-224/5}, 0)$, $j_* = 6$

$\ell_y = (0, 1/2, -1)$

$\ell = (4, -5/2, -3, 0, 0, 0, 0)$

$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \infty$,

∃ нет решения, тк у прямой задачи ограничения несовместны.

② $\varphi(\lambda) = 10y_1 - 12y_2 - 20y_3 - \vartheta_3 - 2\vartheta_4 + 5\omega_1 + 3\omega_2 + 5\omega_3 + 10\omega_4 \to \max$

$$\begin{cases} 4y_1 + y_2 + 4y_3 - \vartheta_1 + \omega_1 = 2 \\ y_1 - 2y_2 + 5y_3 - \vartheta_2 + \omega_2 = 4 \\ 4y_1 + y_2 + 6y_3 - \vartheta_3 + \omega_3 = 4 \\ -3y_1 - 4y_2 + 5y_3 - \vartheta_4 + \omega_4 = 0 \end{cases}$$

$\vartheta_1 \geq 0$ $\omega_1 \leq 5$

$\vartheta_2 \geq 0$ $\omega_2 \leq 3$

$\vartheta_3 \geq 1$ $\omega_3 \leq 5$

$\vartheta_4 \geq 2$ $\omega_4 \leq 10$