

ФПМИ, 3 курс, 9а группа

Крагель Алина Олеговна

ИСО

Исаченко Александр Николаевич

Лабораторная работа №6

1.  $m = 4$ .

Алгоритм Басакера-Гоуэна.

См. рис. 1.1.

В сети пропускаем нулевой поток  $f$ . Его мощность и стоимость равны нулю. Граф модифицированных стоимостей совпадает с исходным.

Наиболее дешевый путь из  $s$  в  $t$ :  $s \rightarrow b \rightarrow t$ . Его удельная стоимость равна 3. В соответствующей сети цепи  $\varepsilon = \min(2, 2, 4 - 0) = 2$ . Дуги цепи прямые. Увеличиваем поток на 2. Мощность нового потока 2 меньше требуемого 4.

См. рис. 1.2.

Работаем с путем  $s \rightarrow a \rightarrow t$ . Его удельная стоимость равна 4. В соответствующей сети цепи  $\varepsilon = \min(2, 3, 4 - 2) = 2$ . Дуги цепи прямые. Увеличиваем поток на 2.

См. рис. 1.3.

$S(f) = 14$ .

Алина Крагель  
3 группа

Чел. изд. №6

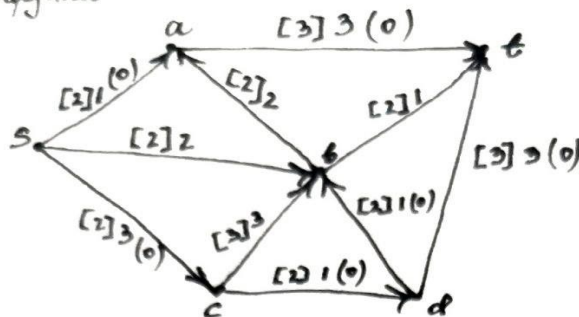


рис. 1.1

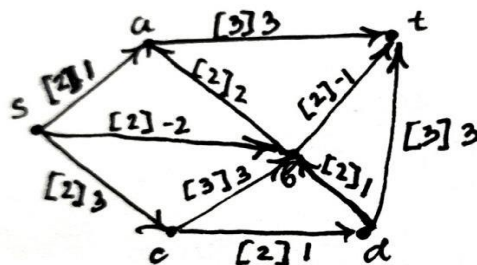


рис. 1.2

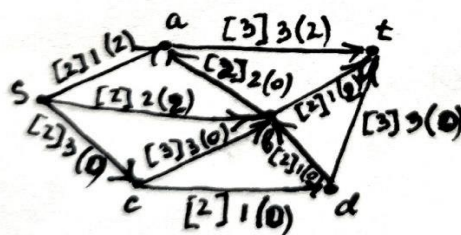


рис. 1.3

### Алгоритм Клейна

См. рис. 1.4.

Начальный поток на рис. выше.

См. рис. 1.5.

Граф модифицированной стоимости на рис. выше.

Контур с отрицательной удельной стоимостью  $s \rightarrow b \rightarrow t \rightarrow d \rightarrow c$ .

Увеличиваем поток на  $s \rightarrow b \rightarrow t$  на 2, уменьшаем на 2 на  $d \rightarrow c \rightarrow s$ .

См. рис. 1.6.

Граф модифицированных стоимостей на рис. ниже.

См. рис. 1.7.

В графе нет контуров с отрицательной удельной стоимостью, поток оптимальный.  $S(f) = 14$ .

Алиса и Кэссель  
9 группа

ЧЕО

Лаб. № 6

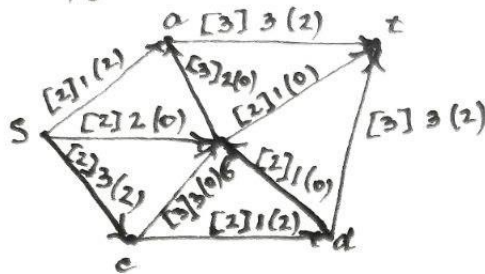


рис. 1.4

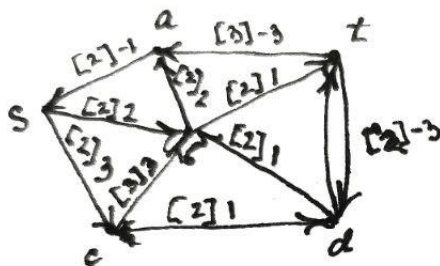


рис. 1.5

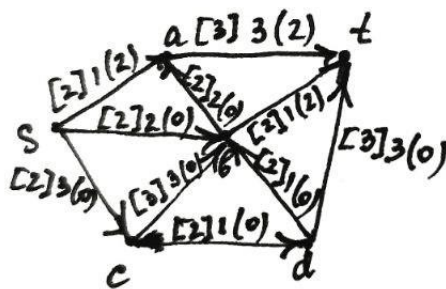


рис. 1.6

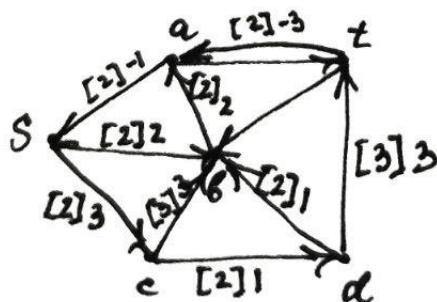


рис. 1.7

2. Приводим исходную матрицу по строкам (с помощью  $\alpha$ ).

Как можно заметить ниже, матрица не видоизменяется, переходим к приведению по столбцам (с помощью  $\beta$ ). Результат тот же.

Вводим коэффициент – сумму приводящих констант  $\gamma$ .

$$\begin{pmatrix} \text{inf} & 0 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & \text{inf} & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & \text{inf} & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & \text{inf} & 2 \\ 1 & 0 & 4 & 1 & \text{inf} \end{pmatrix}$$

$$\alpha_i = 0, \quad \beta_i = 0, i = \overline{1,5}$$

$$\begin{pmatrix} \text{inf} & 0^2 & 2 & 3 & 4 \\ 0^1 & \text{inf} & 0^2 & 0^1 & 0^1 \\ 3 & 0^1 & \text{inf} & 2 & 1 \\ 2 & 0^2 & 3 & \text{inf} & 2 \\ 1 & 0^1 & 4 & 1 & \text{inf} \end{pmatrix}$$

$$\gamma = 0$$

$$\begin{pmatrix} \text{inf} & 0 & 0 & 0 \\ 3 & \text{inf} & 2 & 1 \\ 2 & 3 & \text{inf} & 2 \\ 1 & 4 & 1 & \text{inf} \end{pmatrix}$$

$$\alpha_1 = 0, \alpha_2 = 1, \alpha_3 = 2, \alpha_4 = 1$$

$$\begin{pmatrix} \text{inf} & 0^1 & 0^0 & 0^0 \\ 2 & \text{inf} & 1 & 0^1 \\ 0^0 & 1 & \text{inf} & 0^0 \\ 0^0 & 3 & 0^0 & \text{inf} \end{pmatrix}$$

$$\gamma = 4$$

$$\begin{pmatrix} \text{inf} & 1 & 0 \\ 0 & \text{inf} & 0 \\ 0 & 0 & \text{inf} \end{pmatrix}$$

$$\alpha_i = 0, \quad \beta_i = 0, i = \overline{1,3}$$

$$\begin{pmatrix} \text{inf} & 1 & 0^1 \\ 0^0 & \text{inf} & 0^0 \\ \text{inf} & 0^1 & \text{inf} \end{pmatrix}$$

$$\gamma = 4$$

$$\begin{pmatrix} \text{inf} & 0 \\ 0 & \text{inf} \end{pmatrix}$$

Маршрут: 1 ->2->4->4->5->1

Цена: 4

3.

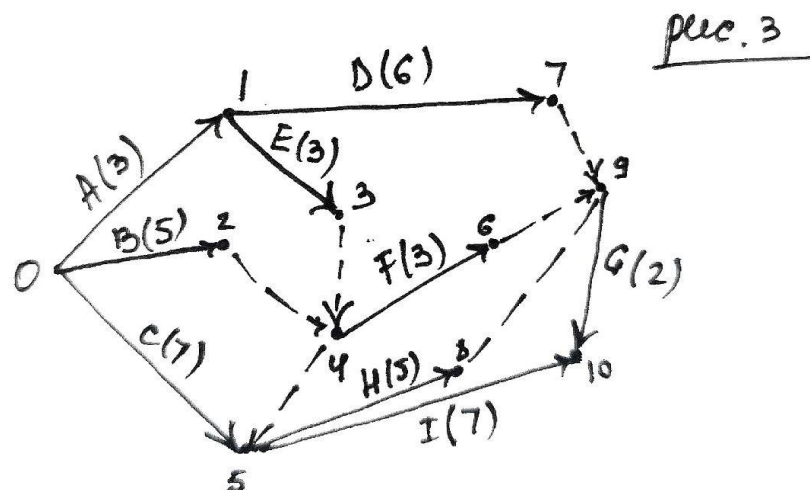
Обозначение работы	Продолжительность	Непосредственно предшествующие работы
A	3	—
B	5	—
C	7	—
D	6	A
E	3	A
F	3	B, E
G	2	D, F, H
H	5	B, C, E
I	7	B, C, E

Построим сетевой график “вершина-событие”.

Анализ & Критерий  
9 событий

УСО

поб. N=6



Ранние сроки наступления событий:

$$T_0^p = 0,$$

$$T_1^p = T_0^p + t_{01} = 3,$$

$$T_2^p = \max [T_0^p + t_{02}, T_1^p + t_{12}] = 6,$$

$$T_3^p = \max [T_0^p + t_{03}, T_2^p + t_{23}] = 7,$$

$$T_4^p = \max [T_1^p + t_{14}, T_2^p + t_{24}, T_3^p + t_{34}] = 12,$$

$$T_5^p = \max [T_3^p + t_{35}, T_4^p + t_{45}] = 14 = T_{kp} = 14.$$

Поздние сроки наступления событий:

$$T_5^n = T_5^p = 14,$$

$$T_4^n = T_5^n - t_{45} = 12,$$

$$T_3^n = \min [T_5^n - t_{35}, T_4^n - t_{34}] = 7,$$

$$T_2^n = \min [T_4^n - t_{24}, T_3^n - t_{23}] = 7,$$

$$T_1^n = \min [T_4^n - t_{14}, T_2^n - t_{12}] = 4,$$

$$T_0^n = \min [T_3^n - t_{03}, T_2^n - t_{02}, T_1^n - t_{01}] = 0.$$

Резервы времени для событий:

$$R_0 = T_0^n - T_0^p = 0,$$

$$R_1 = T_1^n - T_1^p = 1,$$

$$R_2 = T_2^n - T_2^p = 1,$$

$$R_3 = T_3^n - T_3^p = 0,$$

$$R_4 = T_4^n - T_4^p = 0,$$

$$R_5 = T_5^n - T_5^p = 0.$$

События критического пути имеют резервы, равные 0. Критический путь: (0,3), (3,4), (4,5).

Ранние сроки начала и завершения работ:

$$T_H^p(0,1) = 0, T_3^p(0,1) = T_0^p + t_{01} = 3,$$

$$T_H^p(0,2) = 0, T_3^p(0,2) = T_0^p + t_{02} = 5,$$

$$T_H^p(0,3) = 0, T_3^p(0,3) = T_0^p + t_{03} = 7,$$

$$T_H^p(1,2) = T_1^p = 3, T_3^p(1,2) = T_1^p + t_{12} = 6,$$

$$T_H^p(1,4) = T_1^p = 3, T_3^p(1,4) = T_1^p + t_{14} = 9,$$

$$T_H^p(2,3) = T_2^p = 6, T_3^p(2,3) = T_2^p + t_{23} = 6,$$

$$T_H^p(2,4) = T_2^p = 6, T_3^p(2,4) = T_2^p + t_{24} = 9,$$

$$T_H^p(3,4) = T_3^p = 7, T_3^p(3,4) = T_3^p + t_{34} = 12,$$

$$T_H^p(3,5) = T_3^p = 7, T_3^p(3,5) = T_3^p + t_{35} = 14,$$

$$T_H^p(4,5) = T_4^p = 12, T_3^p(4,5) = T_4^p + t_{45} = 14.$$

Поздние сроки завершения и начала работ:

$$T_3^n(4,5) = T_5^n = 14, T_H^n(4,5) = T_3^n(4,5) - t_{45} = 12,$$

$$T_3^n(3,5) = T_5^n = 14, T_H^n(3,5) = T_3^n(3,5) - t_{35} = 7,$$

$$T_3^n(3,4) = T_4^n = 12, T_H^n(3,4) = T_3^n(3,4) - t_{34} = 7,$$

$$T_3^n(2,4) = T_4^n = 12, T_H^n(2,4) = T_3^n(2,4) - t_{24} = 9,$$

$$T_3^n(2,3) = T_3^n = 7, T_H^n(2,3) = T_3^n(2,3) - t_{23} = 7,$$

$$T_3^n(1,4) = T_4^n = 12, T_H^n(1,4) = T_3^n(1,4) - t_{14} = 6,$$

$$T_3^n(1,2) = T_2^n = 7, T_H^n(1,2) = T_3^n(1,2) - t_{12} = 3,$$

$$T_3^n(0,3) = T_3^n = 7, T_H^n(0,3) = T_3^n(0,3) - t_{03} = 0,$$

$$T_3^n(0,2) = T_2^n = 7, T_H^n(0,2) = T_3^n(0,2) - t_{02} = 2,$$

$$T_3^n(0,1) = T_1^n = 4, T_H^n(0,1) = T_3^n(0,1) - t_{01} = 1.$$

Суммарные резервы времени для работ:

$$R_c(0,1) = T_1^n - T_0^p - t_{01} = 1,$$

$$R_c(0,2) = T_2^n - T_0^p - t_{02} = 2,$$

$$R_c(0,3) = T_3^n - T_0^p - t_{03} = 0,$$

$$R_c(1,2) = T_2^n - T_1^p - t_{12} = 1,$$

$$R_c(1,4) = T_4^n - T_1^p - t_{14} = 3,$$

$$R_c(2,3) = T_3^n - T_2^p - t_{23} = 1,$$

$$R_c(2,4) = T_4^n - T_2^p - t_{24} = 3,$$

$$R_c(3,4) = T_4^n - T_3^p - t_{34} = 0,$$

$$R_c(3,5) = T_5^n - T_3^p - t_{35} = 0,$$

$$R_c(4,5) = T_5^n - T_4^p - t_{45} = 0.$$

Свободный резерв времени для работ:

$$R_{св}(0,1) = T_1^p - T_0^p - t_{01} = 0,$$

$$R_{св}(0,2) = T_2^p - T_0^p - t_{02} = 1,$$

$$R_{св}(0,3) = T_3^p - T_0^p - t_{03} = 0,$$

$$R_{св}(1,2) = T_2^p - T_1^p - t_{12} = 0,$$

$$R_{св}(1,4) = T_4^p - T_1^p - t_{14} = 3,$$

$$R_{св}(2,3) = T_3^p - T_2^p - t_{23} = 1,$$

$$R_{св}(2,4) = T_4^p - T_2^p - t_{24} = 3,$$

$$R_{св}(3,4) = T_4^p - T_3^p - t_{34} = 0,$$

$$R_{св}(3,5) = T_5^p - T_3^p - t_{35} = 0,$$

$$R_{св}(4,5) = T_5^p - T_4^p - t_{45} = 0.$$

Независимый резерв времени для работ:

$$R_{н}(0,1) = \max [ 0, T_1^p - T_0^n - t_{01} ] = 0,$$

$$R_{н}(0,2) = \max [ 0, T_2^p - T_0^n - t_{02} ] = 1,$$

$$R_{н}(0,3) = \max [ 0, T_3^p - T_0^n - t_{03} ] = 0,$$

$$R_{н}(1,2) = \max [ 0, T_2^p - T_1^n - t_{12} ] = 0,$$

$$R_{н}(1,4) = \max [ 0, T_4^p - T_1^n - t_{14} ] = 2,$$

$$R_{н}(2,3) = \max [ 0, T_3^p - T_2^n - t_{23} ] = 0,$$

$$R_{н}(2,4) = \max [ 0, T_4^p - T_2^n - t_{24} ] = 2,$$

$$R_{н}(3,4) = \max [ 0, T_4^p - T_3^n - t_{34} ] = 0,$$

$$R_{н}(3,5) = \max [ 0, T_5^p - T_3^n - t_{35} ] = 0,$$

$$R_{н}(4,5) = \max [ 0, T_5^p - T_4^n - t_{45} ] = 0.$$

Гарантированный резерв времени для работ:

$$R_{г}(0,1) = T_1^n - T_0^n - t_{01} = 1,$$

$$R_{г}(0,2) = T_2^n - T_0^n - t_{02} = 2,$$

$$R_{г}(0,3) = T_3^n - T_0^n - t_{03} = 0,$$

$$R_{г}(1,2) = T_2^n - T_1^n - t_{12} = 0,$$

$$R_{г}(1,4) = T_4^n - T_1^n - t_{14} = 2,$$

$$R_{г}(2,3) = T_3^n - T_2^n - t_{23} = 0,$$

$$R_{г}(2,4) = T_4^n - T_2^n - t_{24} = 2,$$

$$R_{г}(3,4) = T_4^n - T_3^n - t_{34} = 0,$$

$$R_{г}(3,5) = T_5^n - T_3^n - t_{35} = 0,$$

$$R_{г}(4,5) = T_5^n - T_4^n - t_{45} = 0.$$