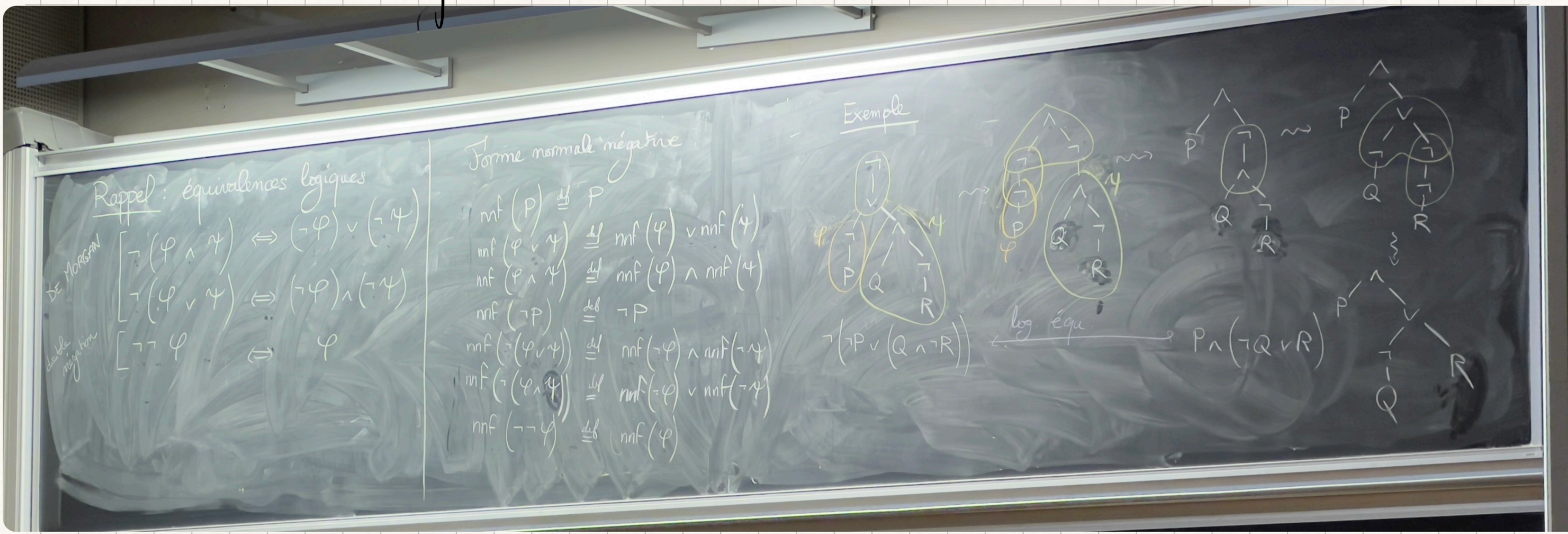
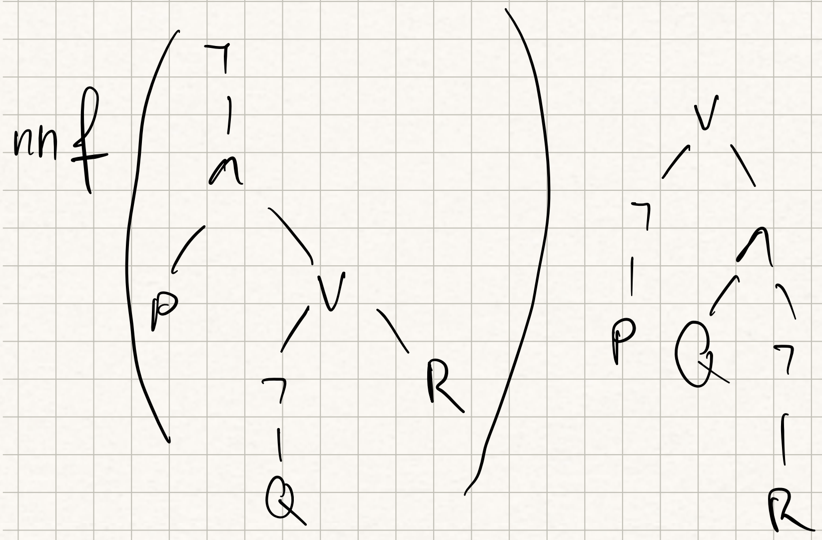
Notation : formule duale de φ



$\overline{\varphi} \overset{def}{=} nnf(\neg \varphi)$



$\neg P \vee (Q \wedge \neg R)$

Équivalences logiques / disjonctive

$$\varphi \vee (\psi \wedge \theta) \Leftrightarrow (\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \theta)$$

Forme normale conjonctive

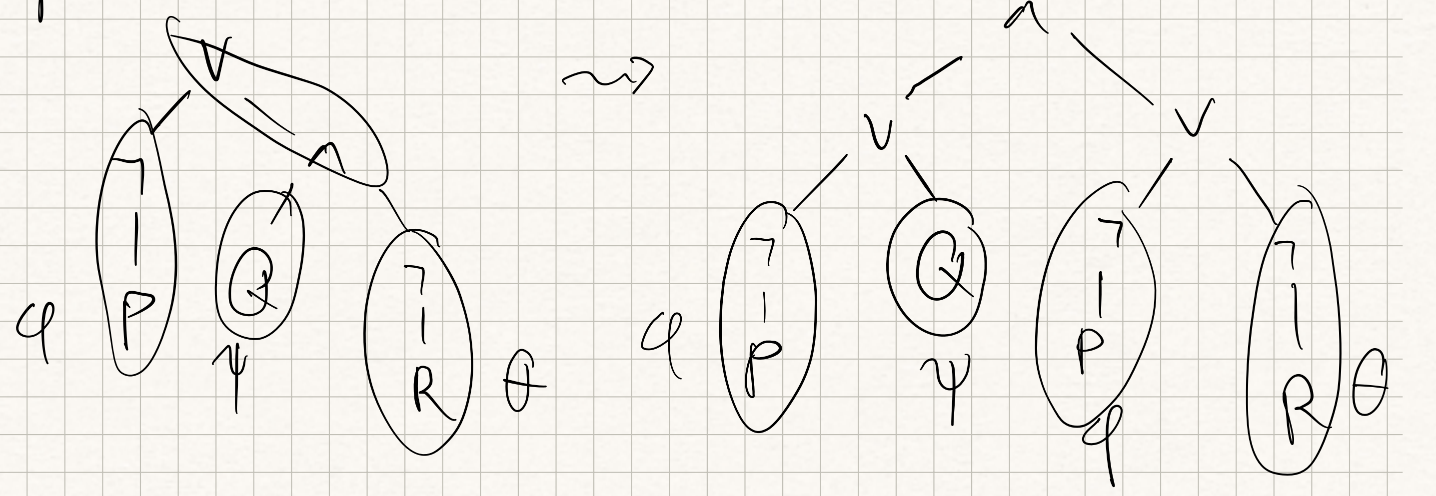
$\varphi ::= C \mid \varphi \wedge \varphi$ (formule CNF) $\quad \varphi ::= M \mid \varphi \vee \varphi$ (dnf)

$C ::= \ell \mid C \vee C$ (clause) $\quad C ::= \ell \mid M \wedge M$ (monôme)

$\ell ::= P \mid \neg P$ (littéral) $\quad \ell ::= P \mid \neg P$ (littéraux)

$P \in P_0 \quad P \in P_0$

Exemple



Notation : Forme clausale

$\{\{\neg P, Q\}, \{\neg P, \neg R\}\}$ $\quad \underbrace{(\neg P \vee Q)}_{\text{clause}} \wedge \underbrace{(\neg P \vee \neg R)}_{\text{clause}}$

Exemple de mise sous forme normale conjonctive

$$\varphi' = (P_1 \wedge Q_1) \vee (P_2 \wedge Q_2) \vee \dots \vee (P_n \wedge Q_n) \quad \text{taille } O(n)$$

$$\mathrm{Cnf}(\varphi) = \bigwedge_{J \subseteq \{1,\dots,n\}} \ \bigvee_{1 \leq i \leq n} \begin{cases} P_i & \text{si } i \in J \\ Q_i & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{taille } \Omega(2^n)$$

Problème : Satisfiabilité propositionnelle

entrée : φ une formule prop en CNF

question : φ est-elle satisfiable ?

c-à-d $\exists I .\ I \models \varphi$?

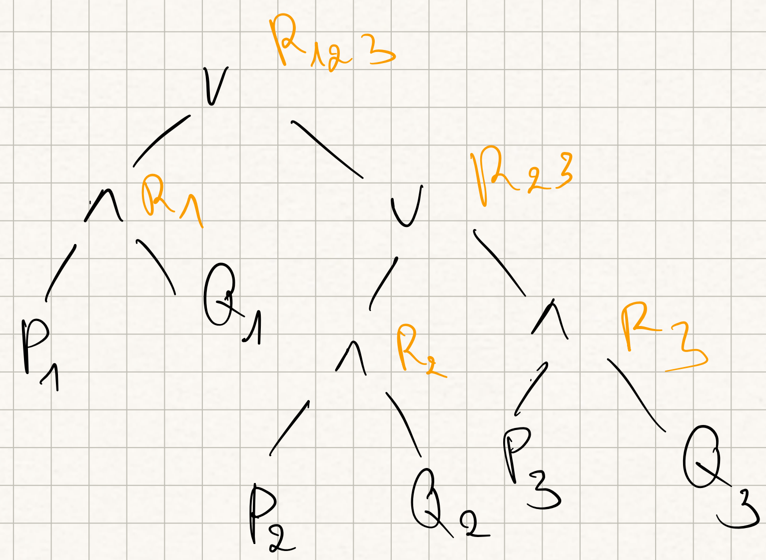
\+ si la réponse est oui, fournir une telle interprétation I

→ résolu par des solveurs SAT pour les formes clausales mise en CNF équi-satisfiable

Déf φ et ψ sont <u>équi-satisfiables</u>

si $(\exists I \; I \models \varphi)$ ssi $(\exists I'. \; I' \models \psi)$

φ]



$\psi = R_{123} \wedge (\neg R_{123} \vee (R_1 \vee R_{23})) \wedge (\neg R_1 \vee R_1) \wedge (\neg R_1 \vee Q_1)$
$\wedge (\neg R_{23} \vee (R_2 \vee R_3)) \wedge (\neg R_2 \vee P_2) \wedge (\neg R_2 \vee Q_2) \wedge (\neg R_3 \vee P_3)$
$\wedge (\neg R_3 \vee Q_3)$

Dans le cas général : on considère

une proposition $R_{\varphi'}$ pour toute sous-formule φ' de φ en NNF

$$\psi \overset{\text{def}}{=} R_\varphi \wedge \bigwedge_{\varphi' \text{ ss-forme de } \varphi}$$

$$\psi_{\varphi'} \overset{\text{def}}{=} \begin{cases} P & \text{si } \varphi' = P \\ \neg P & \text{si } \varphi' = \neg P \\ R_{\varphi_1} \vee R_{\varphi_2} & \text{si } \varphi' = \varphi_1 \vee \varphi_2 \end{cases}$$

$L_{R\varphi_1 \wedge R\varphi_2}$ si $\varphi' = \varphi_1 \wedge \varphi_2$

Dé