Algorithmique (AL5)
Contrôle Continu n° 1 : Groupe Maths-Info

Exercice 1 : Complexités

Est-ce que les appartenances ci-dessous sont correctes ? Justifier vos réponses.

1. a. $3 * 2^n + 5n \in O\left(\frac{4^n}{20} + n^2\right)$

   b. $(n + \log n)^2 \in \Theta(n \log n)$

   c. $(\sqrt{n})^3 \in O\left(\frac{n^3}{n^{3/2}}\right)$

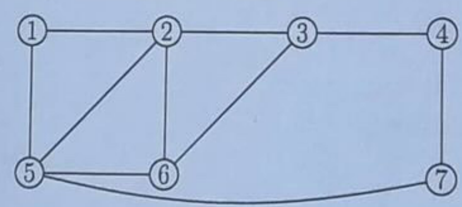
2. Quelle est la complexité des algorithmes suivants ?

   a.
```
s = 0
for (int i = 0; i < n; i = i + 1)
  for (int j = 0; j < i * i ; j = j + 1)
     s = s + 1;
```

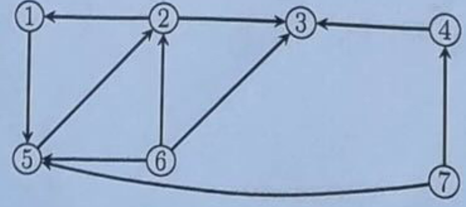
   b. (Bonus)
```
s = 0
for (int i = 0; i < n; i = i + 1)
  for (int j = 0; i + j < n ; i = i * 2)
     s = s + 1;
```

Exercice 2 : Déroulé de parcours

1. Appliquez l'algorithme de parcours en largeur depuis le sommet 1 sur le graphe suivant (on suppose que les listes d'adjacence sont ordonnées par ordre croissant). Vous mettrez en avant l'arbre du parcours et l'ordre des sommets visités.



2. Appliquez l'algorithme de parcours en profondeur depuis le sommet 1 sur le graphe suivant, en précisant les dates de pré et postvisites pour chaque sommet (on suppose que les listes d'adjacence sont ordonnées par ordre croissant). Vous mettrez en avant la forêt du parcours.



3. En changeant l'ordre des listes d'adjacence, existe-t-il un parcours avec un seul appel de l'instruction explorer(G,u) à l'avant dernière ligne de DFS(G) dans l'algorithme de parcours en profondeur ? Justifier votre réponse.

$O <$ $\Omega >$ $\Theta \leq \geq$

Ex 1

Exercice 1 : Complexités

Est-ce que les appartenances ci-dessous sont correctes ? Justifier vos réponses.

1. a. $3 * 2^n + 5n \in O\left(\frac{4^n}{20} + n^2\right)$

   b. $(n + \log n)^2 \in \Theta(n \log n)$

   c. $(\sqrt{n})^3 \in O\left(\frac{n^3}{n^{3/2}}\right)$

a) $3 * 2^n + 5n \in O\left(\frac{4^n}{20} + n^2\right)$

Oui 2^n croit main vite que 4^n

puis ~~pour~~ $5n$ croit aussi main vite que n^2

b) $(n + \log n)^2 \in \Theta(n\log n)$ V

On développe $(n + \log(n))^2$

$= n^2 + 2n\log(n) + (\log(n))^2$

n^2 le terme dominant

Donc n^2 croit plus vite que $n\log n$ $\Rightarrow S_2 \in \Theta(n^2)$

c) $(\sqrt{n})^3 \in O\left(\frac{n^3}{n^{3/2}}\right)$

Non

$(\sqrt{n})^3 = n^{\frac{3}{2}}$

$\frac{n^3}{n^{\frac{3}{2}}} = n^{3 - \frac{3}{2}} = n^{\frac{6}{2} - \frac{3}{2}} = n^{\frac{3}{2}}$

Donc $(\sqrt{n})^3 \in \Theta(n^{\frac{3}{2}})$

Algorithmique (AL5)
Contrôle Continu n°1 : Groupe 1

1. Est-ce que les appartenances ci-dessous sont correctes ? (Il n'est pas nécessaire de justifier vos réponses.)

a. $3n^3 + 2n^2 + n \in O(n^4)$ V
b. $3n^3 + 2n^2 + n \in \Omega(n^4)$ F
c. $3n^3 + 2n^2 + n \in \Theta(n^4)$ F
d. $n^n \in O(2n!)$ V
e. $n^n \in \Omega(2n!)$ V
f. $n^n \in \Theta(2n!)$ F

$O <$ $\Omega >$ $\Theta \Leftrightarrow$

Exercice 1 : ordres de grandeur

Est-ce que les appartenances ci-dessous sont correctes ? Justifier vos réponses.

1. $3n^2 + 4n - 6 \in O(n^2)$ V
2. $3n^2 + 4n - 6 \in O(n^5)$ V
3. $3n^2 + 4n - 6 \in \Theta(n^2)$ V
4. $3n^2 - 4n - 6 \in \Theta(n^4)$ F
5. $3n^3 - 4n^2 - 6 \in \Theta(n^3)$ V
6. $3n^2 + 2^n \in \Theta(2^n)$ V
7. $3n^2 + 2^{3n+2} \in \Theta(2^n)$ F
8. $3n^2 + 2^{3n^2} \in O(2^{n^3})$ V
9. $3 + 5 \cdot |\sin(n)| \in \Theta(1)$ V
10. $2n + 3 \in \Theta(n)$ V
11. $3^n \in O(2^n)$ F
12. $(n+1)! \in O(n!)$ F
13. $n! \in O(n^n)$ V
14. $n^n \in O(n!)$ F
15. $n^n + 2^n + n^{10} + n! \in \Theta(n^n)$ V

xercice 1 : Calculs et complexités - (10 points)

1. On vous rappelle que $\sqrt[n]{x} = x^{1/n}$. Pouvez vous justifier quelle est la valeur la plus grande : 2^{81} ou 9^{27} ?
2. Donnez la formule générale pour $1 + 2 + 3 + ... + (n + 4)$
3. Donnez la formule générale pour $1 + 4 + 4^2 + 4^3 + ... + 4^{n+2}$
4. Donnez le code d'un algorithme dont la complexité en temps est en $\Theta(n^2)$ et justifiez le !
5. Même question pour un algorithme en $\Theta(ln(n))$

Exercice 2 ...

1) $\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$

$2^{81} = (2^3)^{27} = 8^{27}$

$8^{27} < 9^{27}$

2) formule $S_n = \dfrac{n(n+1)}{2}$

Donc $S_{n+4} = \dfrac{(n+4)(n+5)}{2}$

3) formule $S_n = \dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$ (si $r \neq 1$)