Université Paris Cité
L2 Informatique et doubles licences

Automates et Analyse Lexicale
Année 2022-2023

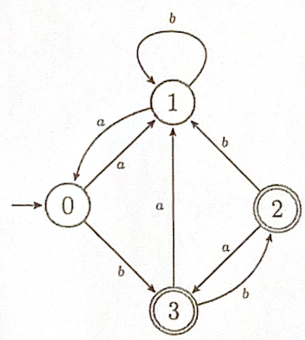
Examen — Mardi, 3 janvier 2023

Aucun document n'est autorisé. Les ordinateurs, les téléphones portables, comme tout autre moyen de communication vers l'extérieur, doivent être éteints et rangés.

Le temps à disposition est de 2 heures. Cet énoncé a 2 pages. Le barème est indicatif.

Exercice 1 [4 points] Utiliser l'algorithme de Glushkov pour construire l'automate *déterministe* reconnaissant le langage décrit par l'expression rationnelle $(a^*(ab+ba)^*+(bb)^*)^*$. Il n'est pas nécessaire d'expliciter le calcul des *first*, *last* et *next*.

Exercice 2 [3 points] En utilisant l'algorithme de Brzozowksi–McCluskey, calculer une expression rationnelle pour le langage reconnu par l'automate suivant :



Exercice 3 [2.5 points] Soit $\Sigma = \{a, b\}$. Dire pour chacune des trois relations suivantes sur Σ^* s'il s'agit d'une relation d'équivalence ou pas. Comptent seulement les réponses justifiées : si vous pensez que c'est le cas justifier en une ou deux phrases, si vous pensez que non donner un contre-exemple.

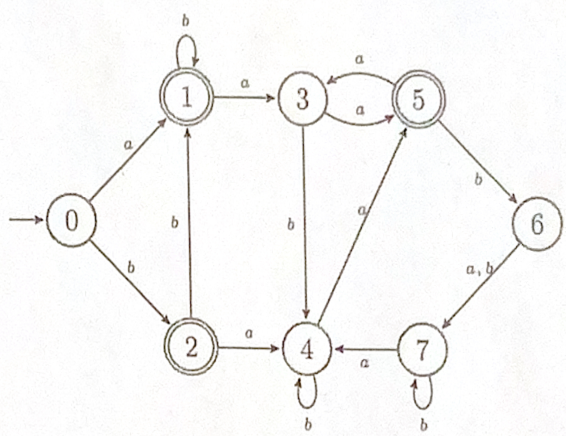
1. $\sim_1$ définie par : $x \sim_1 y$ ssi $|x|_a = |y|_b$
2. $\sim_2$ définie par : $x \sim_2 y$ ssi $|x|_b \geq |y|_b$
3. $\sim_3$ définie par : $x \sim_3 y$ ssi $(|x|_a = |y|_a$ ou $|x|_b = |y|_b)$

Exercice 4 [2.5 points] Construire l'automate des résiduels pour l'expression rationnelle suivante :

$$a((ab)^* + (ba)^*)b$$

Tourner la page s.v.p. ↷

Exercice 5 [3 points] Minimiser l'automate suivant en utilisant la méthode de Moore :



Exercice 6 [5 points] Soit $\Sigma = \{a, b\}$. Nous définissons pour chaque entier $n \geq 0$ le langage

$$L_n = \{w \in \Sigma^* \mid \text{ existe } v \in \Sigma^*, r \in \Sigma^n \text{ tel que } w = v \cdot a \cdot r\}.$$

Autrement dit, L_n consiste en tous les mots qui ont une lettre a à la $(n+1)$-ème position à partir de la fin. Par exemple, $babbbabb \in L_6 \cap L_2$ car il y a la lettre a aux 7-ème et 3-ème positions à partir de la fin du mot.

1. Donner un automate non-déterministe pour L_3.
2. En général, pour un n quelconque, de combien d'états a-t-on besoin pour construire un automate *non-déterministe* qui reconnaît L_n ?

Nous écrivons dans cet exercice $\sim_n$ pour la relation définie par le langage L_n.

3. Montrer que $bbbbabb \not\sim_3 bbb$. Il faudra donc exhiber un mot u tel que $bbbbabb \cdot u \in L_3$ et $bbb \cdot u \notin L_3$, ou vice-versa.
4. Montrer que, quand x et y diffèrent sur les $n+1$ dernières positions, alors $x \not\sim_n y$. En d'autres mots, il faut montrer que quand

$$\begin{aligned} x &= x_1 \cdot x_2 \\ y &= y_2 \cdot y_2 \end{aligned}$$

où $|x_2| = |y_2| = n+1$, et $x_2 \neq y_2$, alors $x \not\sim_n y$.

5. Que peut-on conclure pour le nombre d'états du plus petit automate *déterministe* complet qui reconnaît L_n ?