



## Mathématiques discrètes

## QCM n° 1



Durée : 15 minutes

Énoncé constitué de 5 questions. Pour chaque question, zéro, une ou plusieurs options peuvent être correctes. Colorier entièrement les cases de votre choix.

Nom :

Prénom :

Groupe :

Question 1 ♣ La relation d'ordre strict ( $a < b$ ) sur l'ensemble des entiers  $\mathbb{Z}$  est-elle bien-fondée ?

☐ Oui☒ Non

$x_i = -i$  est une suite strict dec

Question 2 ♣ Soit  $f$  la fonction définie par  $f(0) = 0$ ,  $f(1) = 1$  et  $f(n) = 2f(n-1) + f(n-2)$  quand  $n \geq 2$ . On souhaite montrer par récurrence que  $2\sqrt{2}f(n) = (1 + \sqrt{2})^n - (1 - \sqrt{2})^n$ . Pour les cas de base, on a  $(1 + \sqrt{2})^0 - (1 - \sqrt{2})^0 = 1 - 1 = 0$  et  $(1 + \sqrt{2})^1 - (1 - \sqrt{2})^1 = 2\sqrt{2}$ . Pour l'hérédité, on a

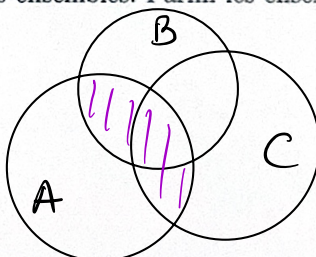
$$2\sqrt{2}f(n) \stackrel{(A)}{=} 2\sqrt{2}(2f(n-1) + f(n-2)) \stackrel{(B)}{=} 2((1 + \sqrt{2})^{n-1} - (1 - \sqrt{2})^{n-1}) + (1 + \sqrt{2})^{n-2} - (1 - \sqrt{2})^{n-2}$$

$$\stackrel{(C)}{=} (1 + \sqrt{2})^{n-2}(2(1 + \sqrt{2}) + 1) - (1 - \sqrt{2})^{n-2}(2(1 - \sqrt{2}) + 1) \stackrel{(D)}{=} (1 + \sqrt{2})^n - (1 - \sqrt{2})^n$$

Dans quelle étape de la preuve utilise-t-on l'hypothèse de récurrence ?

☐ (A)☒ (B)☐ (C)☐ (D)

Question 3 ♣ Soient  $A, B, C$  trois ensembles. Parmi les ensembles suivants, lesquels sont toujours égaux à  $A \cap (B \cup C)$  ?

☐  $(A \cup B) \cap (A \cup C)$ ☐  $A \cap B \cap C$ ☒  $(A \cap B) \cup (A \cap C)$ ☐  $A \cup (B \cap C)$ 

Question 4 ♣ Soit  $M_n$  le nombre de mots de longueur  $n$  dans un alphabet de cardinalité 3. Quelle est la relation de récurrence satisfaite par la suite  $M_n$  ?  $n \geq 0$

☐  $M_0 = 1, M_{n+1} = (M_n)^3$  pour  $n \geq 1$ .☐  $M_0 = 1, M_{n+1} = nM_3$  pour  $n \geq 1$ .☒  $M_0 = 1, M_{n+1} = 3M_n$  pour  $n \geq 1$ .☐  $M_0 = 0, M_{n+1} = 3M_n$  pour  $n \geq 1$ .

$$M_0 = 1$$

$$M_{n+1} = 3M_n$$

Question 5 ♣ Soit  $f$  une fonction  $f : A \rightarrow B$ . Que peut-on conclure sur les cardinaux de  $A$  et  $B$  ?

☐  $|A| = |B|$ ☒ Aucune de ces réponses☐  $|A| \geq |B|$ ☐  $|A| \leq |B|$ ☐  $|A| = |B|$ 

$f : A \rightarrow B$   
injectif  $|A| \leq |B|$   
surjectif  $|A| \geq |B|$   
bijectif  $|A| = |B|$