

Contrôle 1 - mardi 26 octobre

Durée : 1h30.

*Tous les documents sont interdits, ainsi que les calculatrices et les téléphones portables.
Les exercices sont indépendants entre eux. Une attention particulière sera portée sur la
rédaction. Toute affirmation doit être justifiée.*

Exercice 1. Calculer les limites suivantes :

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x\sqrt{1+x^3} - \sin(x)}{x^3} \qquad (2) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\ln(1-x)} + \frac{1}{x} \right)$$

Exercice 2. Donner un équivalent en 0 pour chacune des fonctions suivantes :

$$(1) \frac{e^{\sin(x)} - 1}{\ln(1+x)} \qquad (2) \left(\frac{1-2x}{1+2x} \right)^{\frac{1}{x}}$$

Exercice 3. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1/2\}$ par $f(x) = \frac{x\sqrt{1+4x^2}}{1+2x}$.

1. Donner le DL de f à l'ordre 2 en 0. En déduire $f'(0)$, $f''(0)$, l'équation de la tangente en 0, puis la position de la courbe par rapport à cette tangente.
2. Montrer l'existence d'une asymptote en $+\infty$, donner son équation, puis la position de la courbe par rapport à cette asymptote.

Barème indicatif : Exercice 1 (6 points : 3+3 points). Exercice 2 (5 points : 2+3). Exercice 3 (9 points ; 5+4).