Déterminer 5 modulo 16

L'inverse

A et B sont inverse l'un de l'autre si on a

$$\boxed{A \times B = 1}$$

Ici on cherche : $5 \times B = 1 + 16k,\ k \in \mathbb{Z}$

$\hookrightarrow 5 \times x = 1 + 16k,\ k \in \mathbb{Z}$

$$5x \equiv 1 \ [16]$$

Un entier a admet un inverse modulo n si a et n sont premiers entre eux

5 et 16 sont premier entre eux, donc 5 admet un inverse modulo 16

x est l'inverse de 5 modulo 16, si

$$5x \equiv 1 [16]$$

Or, x est nécessairement congru à l'un des entiers 0, 1, ..., 15 modulo 16

$x[16]$	0	1	2	3	4
$5x\ [16]$	0	5	10	15	

$15 - 16 = -1$

$$5 \times 3 \equiv -1 [16]$$

$$5 \times 3 \times (-1) \equiv -1 \times (-1) \ [16]$$

$$5 \times (-3) \equiv 1 \ [16]$$

b) $5x \equiv 7 [16]$

Isoler x

$$\frac{\cancel{1}}{\cancel{5}} \times \cancel{5}x = \dots \times \frac{1}{5}$$

donc

$$-3 \times 5x \equiv -3 \times 7 [16]$$

Si $a \equiv b [n]$ alors $a \times c \equiv b \times c [n]$

$$-15x \equiv -21 [16]$$

$$1x \equiv -21 [16]$$

$$x \equiv 11 [16]$$

$-21 + 16 = -5$
$-5 + 16 \equiv 11$

o Réciproquement

$$x \equiv 11 [16]$$

$$5x \equiv 5 \times 11 [16]$$
$$5x \equiv 55 [16]$$
$$5x \equiv 7 [16]$$

Ainsi $x \equiv 11 [16]$

$20 - 7 = 13$

$13 - 7 = 6$

$$2x \equiv 5 \, [7]$$

$$4 \times 2x \equiv 5 \times 4 \, [7]$$

$$x \equiv 20 \, [7]$$

$$x \equiv 6 \, [7]$$

$$2 \times 4 \equiv 1 \, [7]$$