Ex 1

1, $PGCD(129, 63) = 3$

$$129 = 2 \times 63 + 3$$
$$63 = 21 \times 3 + 0$$

2, $129x + 63y = 21$

$$129x + 63y = 33$$

$\Rightarrow$

(1) On a $pgcd(129, 63) = 3$ puisque $3 | 129x + 63y$ et
$$3 | 21$$

l'équation admet donc des solutions

On a :
$$3 = 129 - 2 \times 63$$

On a $(x_0, y_0) = (1, (-2))$

On cherche sa solution particulière
$$129x + 63y = 21$$
$$129 \times 1 \times 7 + 63 \times (-2) \times 7 = 3 \times 7$$
$$129 \times 7 + 63 \times (-14) = 21$$
$(x_0, y_0) = (7, (-14))$

Sait a' et b', l'équation initiale est sous-forme
$ax + by = c$, avec $a = 129$ $b = 63$

$a = pgcd(a,b) \times a'$ $b = pgcd(a,b) \times b'$

$129 = \quad 3 \quad \times a'$ $63 = \quad 3 \quad \times b'$

$a' = \quad 43$ $b' = 21$

d'ensemble des solutions est :

$$S = \{[7 + 21k, \ (-14) - 43k] \mid k \in \mathbb{Z}\}$$