

7 Oefeningen

- 1 Zet een kruisje in de juiste kolom.

α	β	COMPLEMENTAIR	SUPPLEMENTAIR
46°	44°	X	
105°	75°		X
19°	71°	X	
45°	45°	X	
179°	1°		X

- 2 Vul in. Kies uit complementaire, overstaande en supplementaire hoeken.

- a α en β zijn supplementaire hoeken.
- b α en γ zijn complementaire hoeken.
- c δ en β zijn supplementaire hoeken.
- d ε en β zijn overstaande hoeken.
- e ϑ en δ zijn complementaire hoeken.

Hoeken worden dikwijls aangeduid met een letter uit het Griekse alfabet:

α alfa

β beta

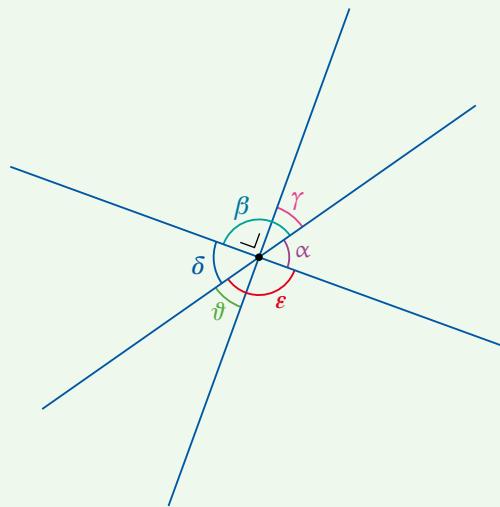
γ gamma

δ delta

ε epsilon

ϑ theta

....



- 3 Bekijk aandachtig deze figuur.

- a Zoek twee hoeken die complementair zijn. \widehat{B}_1 en \widehat{B}_2

- b Zoek twee hoeken die supplementair zijn. \widehat{D}_1 en \widehat{D}_2

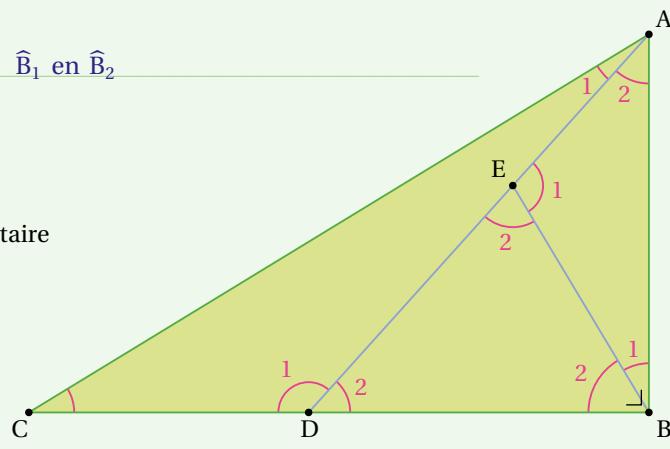
- c Zoek, indien mogelijk, nog andere complementaire en supplementaire hoeken.

COMPLEMENTAIR SUPPLEMENTAIR

\widehat{C} en \widehat{A}

\widehat{E}_1 en \widehat{E}_2

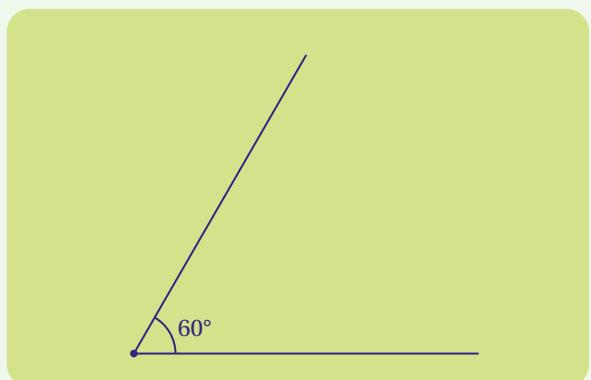
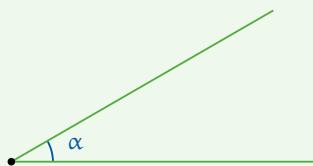
\widehat{A}_2 en \widehat{D}_2



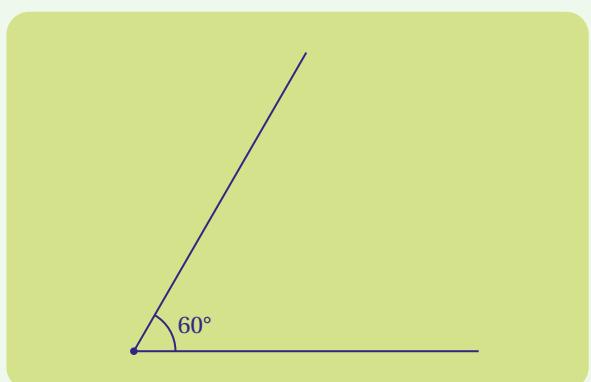
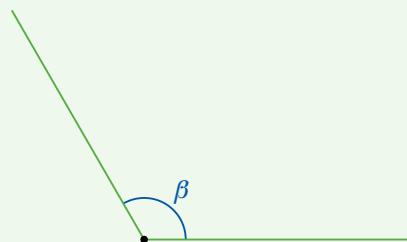
4

Tekenopdrachten.

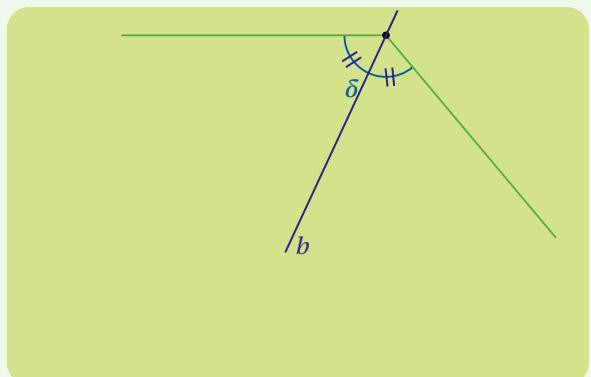
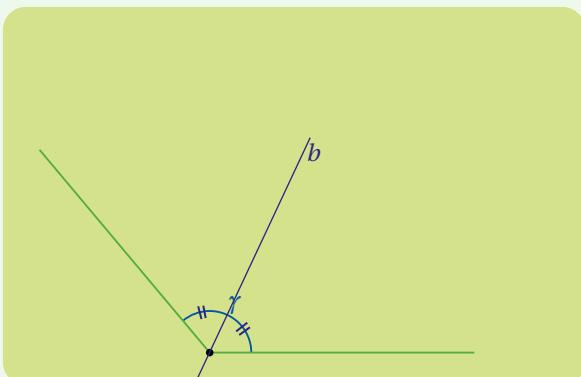
- a Teken een hoek die het complement is van α .



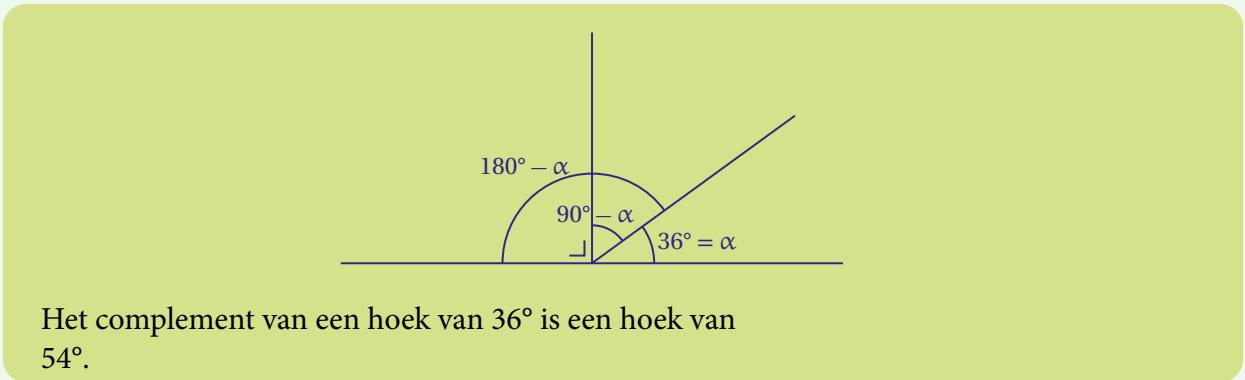
- b Teken een hoek die het supplement is van β .



- c Teken de bissectrice van γ en δ .



- d Zoek het complement en het supplement van 36° en teken de drie hoeken.

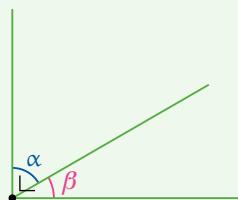


Het complement van een hoek van 36° is een hoek van 54° .

Het supplement van een hoek van 36° is een hoek van 144° .

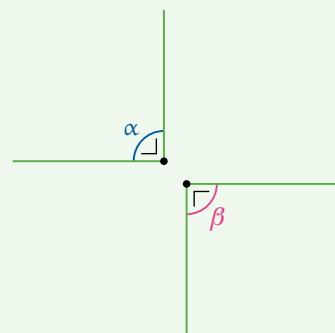
5 Geef de meest specifieke naam voor α en β .

a

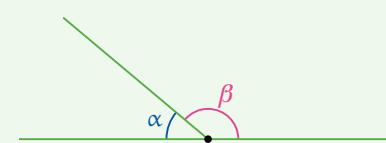


complementaire en aanliggende hoeken

c

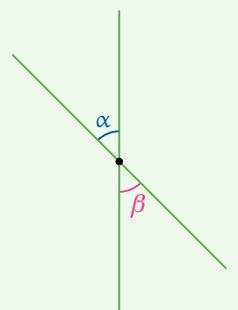


e



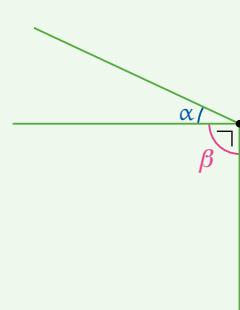
nevenhoeken

b

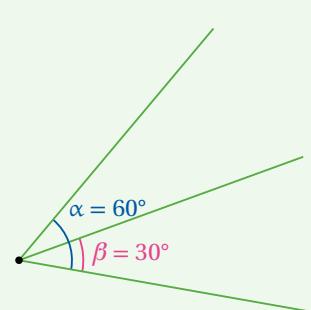


overstaande hoeken

d



f



complementaire hoeken

6 Vul de tabel aan.

	HOEK	COMPLEMENT VAN DE HOEK	SUPPLEMENT VAN DE HOEK
a	47°	43°	133°
b	34°	56°	146°
c	$74^\circ 30'$	$15^\circ 30'$	$105^\circ 30'$
d	20°	70°	160°
e	α	$90^\circ - \alpha$	$180^\circ - \alpha$

7

Bereken het verschil tussen het supplement en het complement van een hoek α .

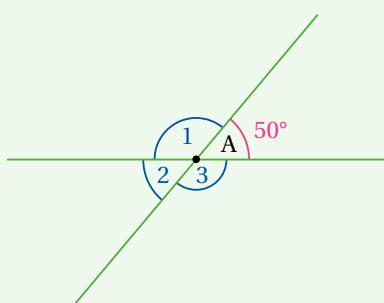
Werk hiervoor met drie concrete hoeken en veralgemeen.

	HOEK α	SUPPLEMENT VAN α	COMPLEMENT VAN α	VERSCHIL
VOORBEELD 1	20°	160°	70°	90°
VOORBEELD 2	40°	140°	50°	90°
VOORBEELD 3	1°	179°	89°	90°
ALGEMEEN	α	$180^\circ - \alpha$	$90^\circ - \alpha$	90°

8

Bepaal de grootte van elke hoek door te redeneren, dus niet door te meten.

a

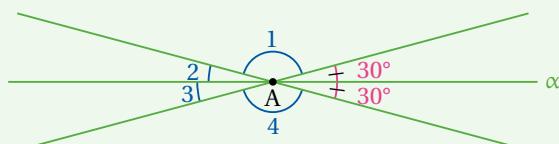


$$\hat{A}_1 = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

$$\hat{A}_2 = 50^\circ \text{ (overstaande hoeken)}$$

$$\hat{A}_3 = 130^\circ \text{ (overstaande hoeken)}$$

c



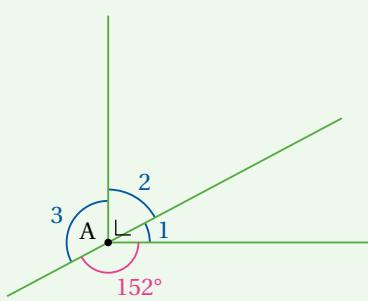
$$\hat{A}_1 = 180^\circ - 2 \cdot 30^\circ = 120^\circ$$

$$\hat{A}_2 = 30^\circ \text{ (overstaande hoeken)}$$

$$\hat{A}_3 = 30^\circ \text{ (overstaande hoeken)}$$

$$\hat{A}_4 = 120^\circ \text{ (overstaande hoeken)}$$

b

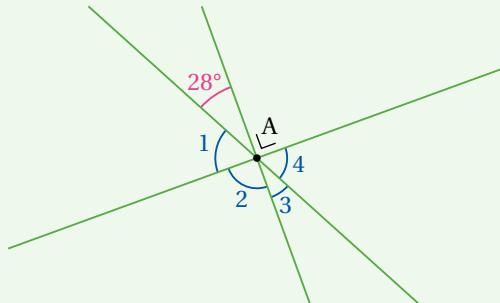


$$\hat{A}_1 = 180^\circ - 152^\circ = 28^\circ$$

$$\hat{A}_2 = 90^\circ - 28^\circ = 62^\circ$$

$$\hat{A}_3 = 180^\circ - 62^\circ = 118^\circ$$

d



$$\hat{A}_1 = 90^\circ - 28^\circ = 62^\circ$$

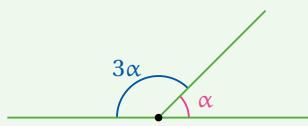
$$\hat{A}_2 = 90^\circ \text{ (overstaande hoeken)}$$

$$\hat{A}_3 = 28^\circ \text{ (overstaande hoeken)}$$

$$\hat{A}_4 = 62^\circ \text{ (overstaande hoeken)}$$

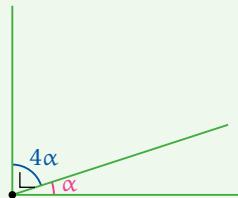
- * 9 Zoek telkens de grootte van α .

a



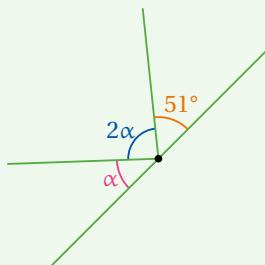
$$\begin{aligned} 3\alpha + \alpha &= 180^\circ \\ \Updownarrow \\ 4\alpha &= 180^\circ \\ \Updownarrow \\ \alpha &= 180^\circ : 4 \\ \Updownarrow \\ \alpha &= 45^\circ \end{aligned}$$

b



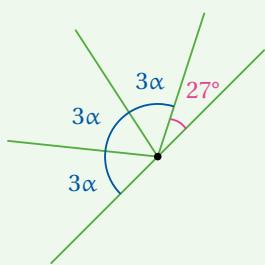
$$\begin{aligned} 4\alpha + \alpha &= 90^\circ \\ \Updownarrow \\ 5\alpha &= 90^\circ \\ \Updownarrow \\ \alpha &= 90^\circ : 5 \\ \Updownarrow \\ \alpha &= 18^\circ \end{aligned}$$

c



$$\begin{aligned} \alpha + 2\alpha + 51^\circ &= 180^\circ \\ \Updownarrow \\ 3\alpha + 51^\circ &= 180^\circ \\ \Updownarrow \\ 3\alpha &= 129^\circ \\ \Updownarrow \\ \alpha &= 129^\circ : 3 \\ \Updownarrow \\ \alpha &= 43^\circ \end{aligned}$$

d



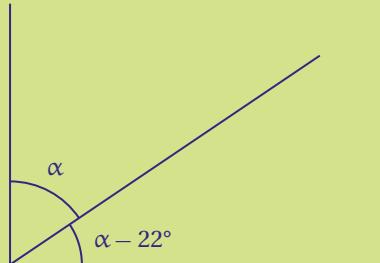
$$\begin{aligned} 3\alpha + 3\alpha + 3\alpha + 27^\circ &= 180^\circ \\ \Updownarrow \\ 9\alpha &= 180^\circ - 27^\circ \\ \Updownarrow \\ 9\alpha &= 153^\circ \\ \Updownarrow \\ \alpha &= 17^\circ \end{aligned}$$

10

Problemen oplossen met hoeken.

- a Een hoek is 22° groter dan zijn complement. Zoek die hoek.

schem:

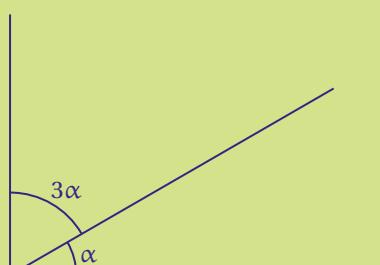


$$\begin{aligned} \alpha + \alpha - 22^\circ &= 90^\circ \\ \Downarrow & \\ 2\alpha &= 90^\circ + 22^\circ \\ \Downarrow & \\ 2\alpha &= 112^\circ \\ \Downarrow & \\ \alpha &= 56^\circ \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \alpha = 22^\circ + 90^\circ - \alpha \\ \Downarrow \\ \alpha + \alpha = 112^\circ \\ \Downarrow \\ 2\alpha = 112^\circ \\ \Downarrow \\ \alpha = 56^\circ \end{array} \right\} \text{of}$$

ANTWOORD: De gezochte hoek is 56° .

- b Het complement van een hoek is driemaal zo groot als de hoek zelf. Zoek die hoek.

schem:



$$\begin{aligned} \alpha + 3\alpha &= 90^\circ \\ \Downarrow & \\ 4\alpha &= 90^\circ \\ \Downarrow & \\ \alpha &= 22^\circ 30' \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} 90^\circ - \alpha = 3\alpha \\ \Downarrow \\ 90^\circ = 4\alpha \\ \Downarrow \\ 22^\circ 30' = \alpha \end{array} \right\} \text{of}$$

ANTWOORD: De gezochte hoek is $22^\circ 30'$.

- c Het supplement van een hoek is vijfmaal zo groot als de hoek zelf. Zoek die hoek.

schem:

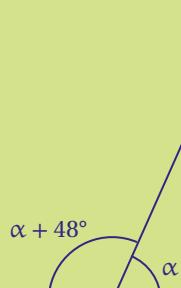


$$\begin{aligned} \alpha + 5\alpha &= 180^\circ \\ \Downarrow & \\ 6\alpha &= 180^\circ \\ \Downarrow & \\ \alpha &= 30^\circ \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} 180^\circ - \alpha = 5\alpha \\ \Downarrow \\ 180^\circ = 6\alpha \\ \Downarrow \\ 30^\circ = \alpha \end{array} \right\} \text{of}$$

ANTWOORD: De gezochte hoek is 30° .

- d Het supplement van een hoek is 48° groter dan de hoek zelf. Bereken het complement van die hoek.

schem:



$$\begin{aligned} \alpha + \alpha + 48^\circ &= 180^\circ \\ \Downarrow & \\ 2\alpha &= 132^\circ \\ \Downarrow & \\ \alpha &= 66^\circ \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} 180^\circ - \alpha = 48^\circ + \alpha \\ \Downarrow \\ 180^\circ - 48^\circ = 2\alpha \\ \Downarrow \\ 132^\circ = 2\alpha \\ \Downarrow \\ 66^\circ = \alpha \end{array} \right\} \text{of}$$

ANTWOORD: Het complement van de hoek is 24° .

11 ICT-onderzoeksopdrachten.

- a De twee hoeken $A\hat{O}B = 37^\circ$ en $B\hat{O}C = 59^\circ$ liggen aan weerszijden van $[OB]$.

Hoe groot zijn de hoeken die bepaald worden door de bissectrices van die hoeken?

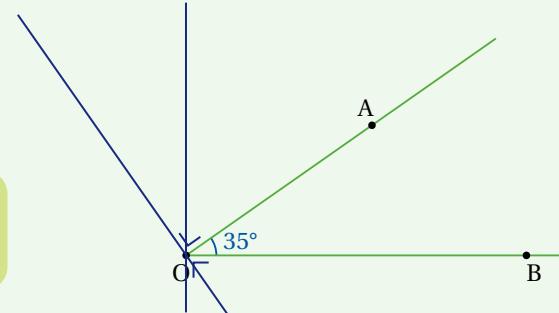
48° en 132°

- b Gegeven is een hoek $A\hat{O}B = 35^\circ$.

Teken in O de loodlijn op OA en de loodlijn op OB.

Hoe groot zijn de hoeken gevormd door die loodlijnen?

35° en 145°



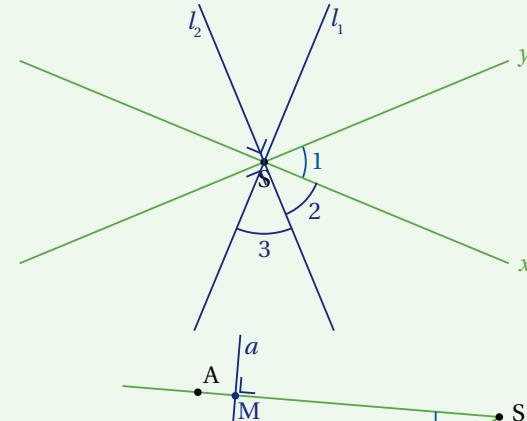
- c Teken de loodlijn in S op x . Teken de loodlijn in S op y .

Meet de hoek \widehat{S}_1 en meet de hoek tussen de twee loodlijnen.

Wat kun je besluiten? Geef hiervoor een verklaring.

Beide hoeken zijn even groot.

$$\begin{aligned}\widehat{S}_2 &= 90^\circ - \widehat{S}_1 \\ \widehat{S}_2 &= 90^\circ - \widehat{S}_3\end{aligned}\left.\right\} 90^\circ - \widehat{S}_1 = 90^\circ - \widehat{S}_3 \quad \Downarrow \quad \widehat{S}_1 = \widehat{S}_3$$



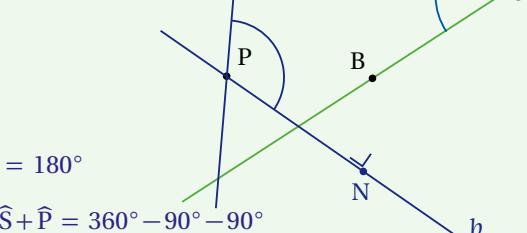
- d Teken door P de loodlijn a op $[SA]$.

Teken door P de loodlijn b op $[SB]$.

Welk verband bestaat er tussen \widehat{S} en de verkregen hoek in P?

De verkregen hoek is het supplement van \widehat{S} . of: $\widehat{S} + \widehat{P} = 180^\circ$

want $\widehat{S} + \widehat{N} + \widehat{P} + \widehat{M} = 360^\circ / \widehat{S} + 90^\circ + \widehat{P} + 90^\circ = 360 / \widehat{S} + \widehat{P} = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ$

12 Twee vierkanten hebben een hoekpunt gemeenschappelijk.
Zo ontstaan de hoeken α en 4α zoals in de figuur.

Hoe groot is α ?

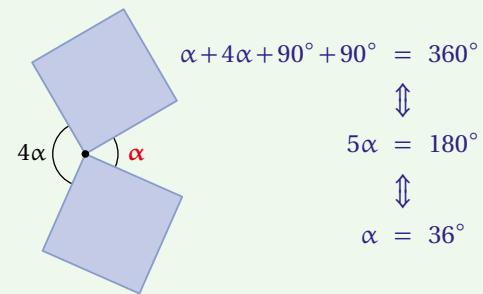
A 18°

B 30°

C 36°

D 54°

E 72°



JWO 2024 eerste ronde probleem 11 © Vlaamse Wiskunde Olympiade vzw

13 Een tegelsnijder maakt deze tegel.
Hoe groot is de hoek $P\hat{Q}R$?

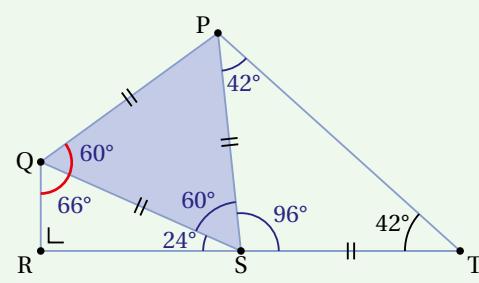
A 126°

B 127°

C 128°

D 129°

E 130°



NUMBAT 2024 probleem 10 © Vlaamse Wiskunde Olympiade vzw