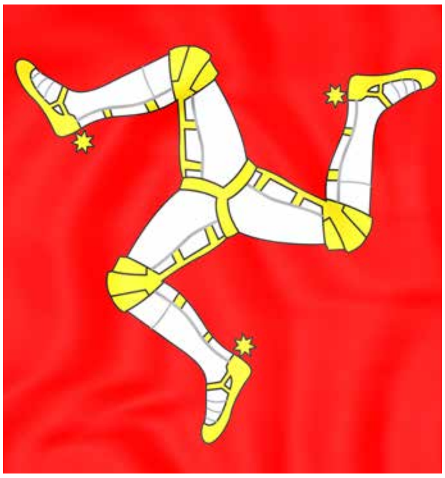
1.1

Even observeren

Hier vind je een collage van een aantal mooie foto's. Bekijk de foto's en bespreek wat er te zien is.

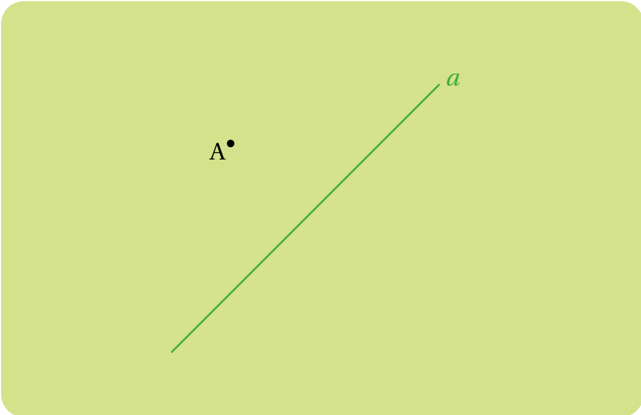


1.2
Spiegeling om een as

1 Spiegeling van een punt om een as

A is het punt dat we willen spiegelen.

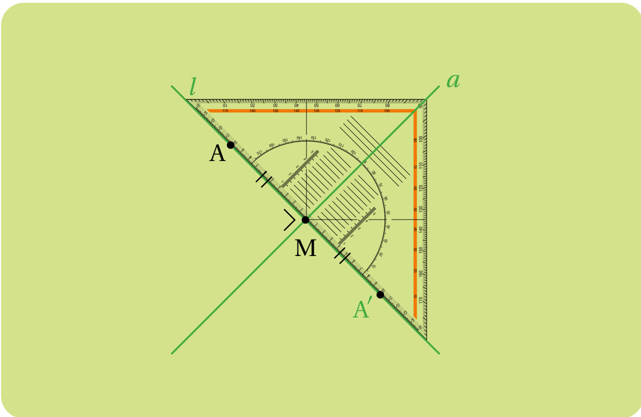
a noemen we de **spiegelas**, of kortweg de as.



Teken door het punt A de loodlijn l op de rechte a.

M is het snijpunt van l met a.

Bepaal het punt A′ zodat $|\mathrm{AM}| = |\mathrm{MA'}|$.



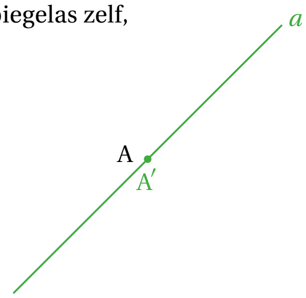
Het punt A′ is het **spiegelbeeld** van het punt A om de as a.

In symbolen:
$\mathrm{A'} = s_a(\mathrm{A})$

Merk op:

– Als het punt A′ het spiegelbeeld is van het punt A om de as a, dan is a de middelloodlijn van $[\mathrm{AA'}]$.

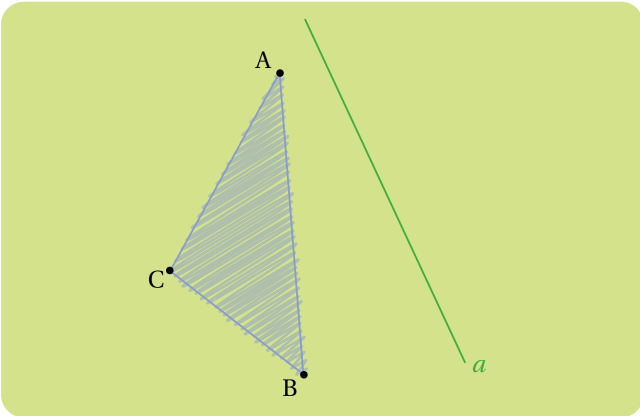
– Ligt het punt A dat je wilt spiegelen op de spiegelas zelf, dan heeft A zichzelf als spiegelbeeld. We noemen A een **dekpunt**.
  In symbolen:
  $\forall\, \mathrm{A} \in a: \; s_a(\mathrm{A}) = \mathrm{A}$



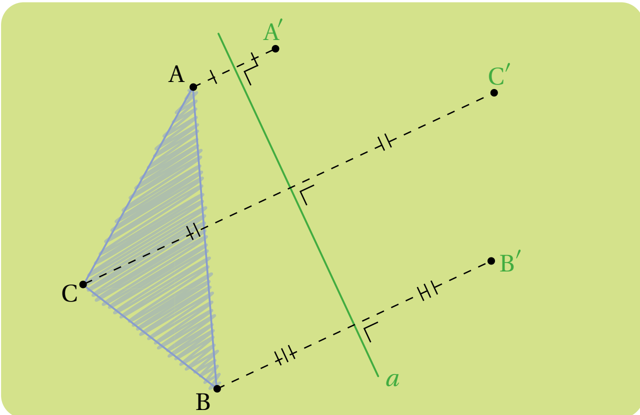
2 Spiegeling van een driehoek om een as

Δ ABC is de driehoek die we willen spiegelen.

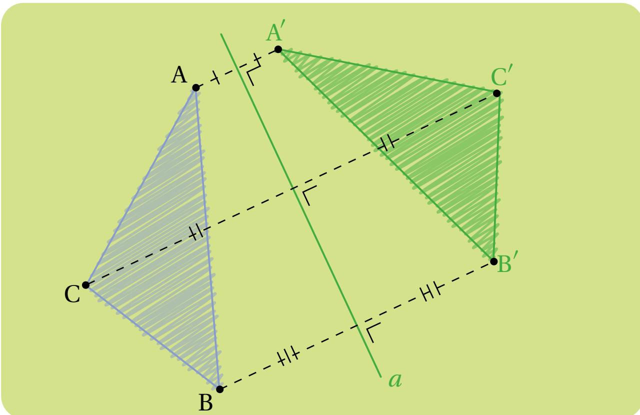
a is de spiegelas.



Om een driehoek te spiegelen om een as is het voldoende dat je het spiegelbeeld van elk hoekpunt van die driehoek bepaalt.



Je krijgt het spiegelbeeld door de spiegelpunten met elkaar te verbinden.

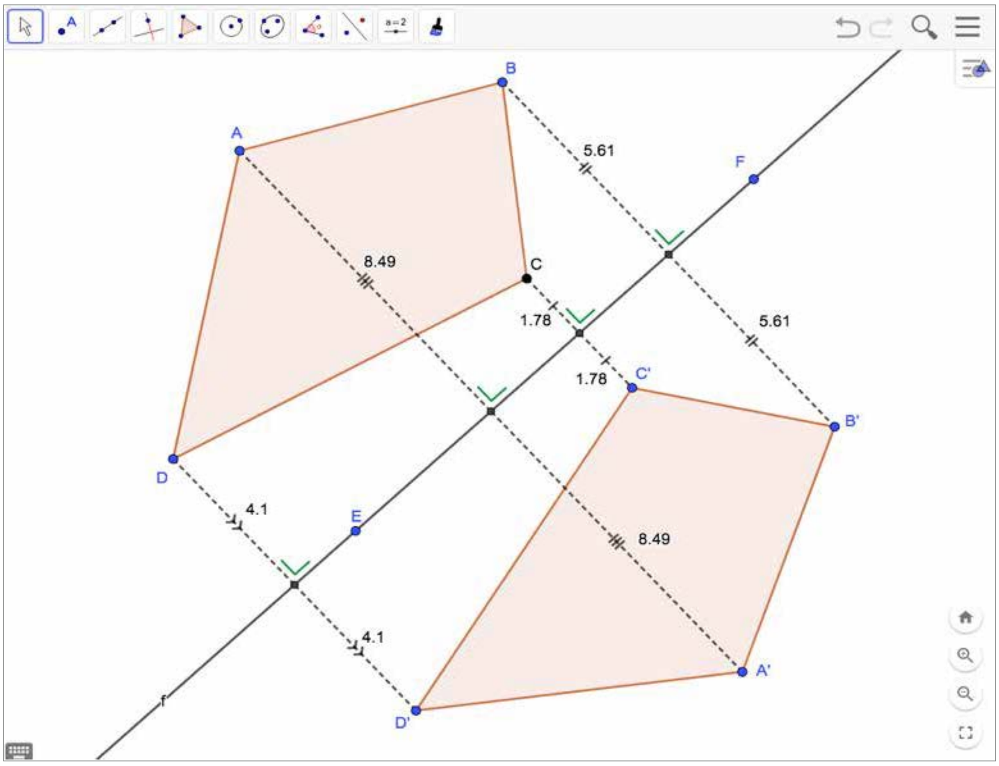


$\Delta\, \mathrm{A'B'C'}$ is het spiegelbeeld van $\Delta\, \mathrm{ABC}$ om de as a.

In symbolen:
$\Delta\, \mathrm{A'B'C'} = s_a(\Delta\, \mathrm{ABC})$

3 Vlakke figuren spiegelen om een as met ICT

a Een vierhoek spiegelen



Stappenplan om dit met ICT te tekenen:

- Teken een vierhoek ABCD.
- Teken een rechte EF.
- Spiegel de vierhoek om de as EF door op het derde laatste icoontje te kiezen voor lijnspiegeling. Klik nu eerst op de getekende vierhoek en dan op de rechte EF.
- Teken de rechten AA′, BB′, …
- Duid de snijpunten aan van die rechten met de rechte EF.
- Duid alle hoeken aan die de rechten maken met de rechte EF.
- Zorg ervoor dat je het symbool voor rechte hoek gebruikt. Klik daarvoor eerst op de selecteerknop en klik dan met de rechtermuisknop in het tekenvenster. Kies onderaan voor tekenvenster en selecteer dan helemaal onderaan (bij stijl voor rechte hoek) het gepaste symbool.
- Teken de nodige lijnstukken en selecteer ze in het algebravenster. Klik erop met de rechtermuisknop, ga naar instellingen en dan naar stijl. Kies een gepaste markering.

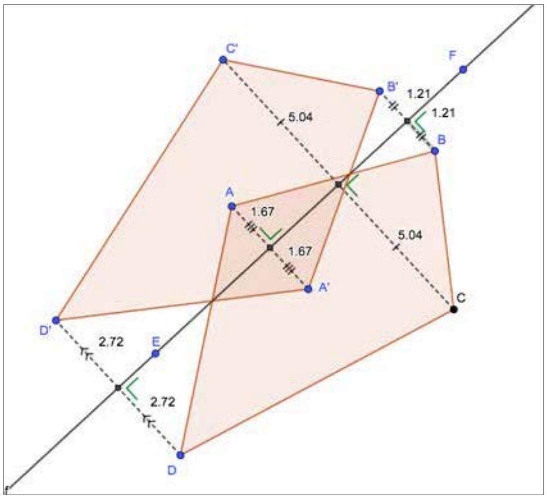
Versleep een van de hoekpunten van vierhoek ABCD en observeer wat er gebeurt.

Blijven de rechten AA′, BB′, … loodrecht staan op de rechte EF? ja

Blijft de afstand van A tot de as EF dezelfde als de afstand van A′ tot de as? ja

Blijft dit ook geldig voor alle andere punten van de vierhoek ABCD? ja

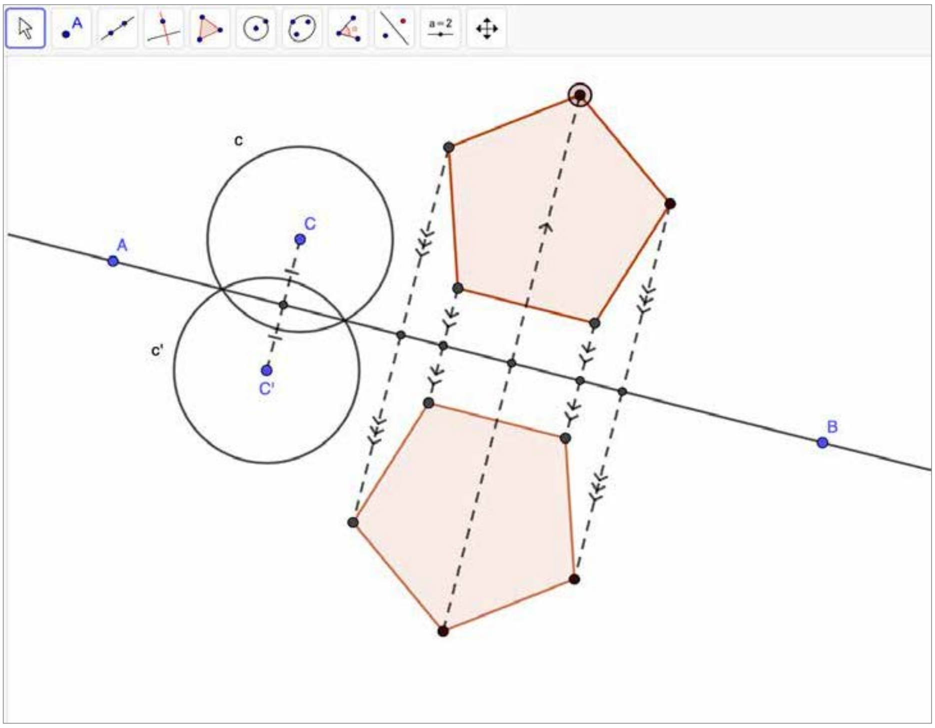
Je krijgt een nieuwe situatie door punten van de vierhoek of de vierhoek zelf te verslepen.



Merk op:
EF is de middelloodlijn van [AA′], [BB′], [CC′] en [DD′].

b Een cirkel en een regelmatige vijfhoek spiegelen

Werk dit uit met ICT.



4 Samenvatting

- Je kunt het verband leggen tussen een vlakke figuur en haar beeld onder een spiegeling om een as.
- Je kunt een vlakke figuur spiegelen om een as (met en zonder ICT).
- Je kunt $s_a(\mathrm{A}) = \mathrm{A}'$ lezen als A′ is het spiegelbeeld van A om de as a.

1.3 Translatie over een vector

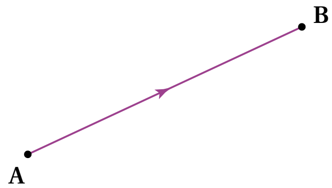
1 Vector

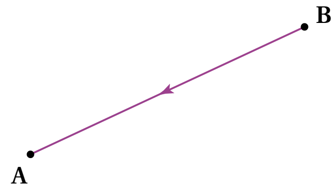
Een voetballer wil een bal over de grond trappen. Hij heeft hier natuurlijk veel mogelijkheden voor.
De andere spelers denken hierover na:

- Welke richting zal hij de bal geven?
- In welke zin (= oriëntatie) zal hij de bal trappen?
- Hoe ver zal hij de bal trappen?

De bal vertrekt vanuit A en gaat naar het punt B. Als de tweede speler de bal terugspeelt, dan gaat de bal van punt B naar punt A.

Als we de oriëntatie hebben aangeduid, hebben we een **vector** (of een **georiënteerd lijnstuk**). We hebben dan (met een pijlpunt) een zin aangeduid. Een van de grenspunten is nu het beginpunt, het andere het eindpunt.





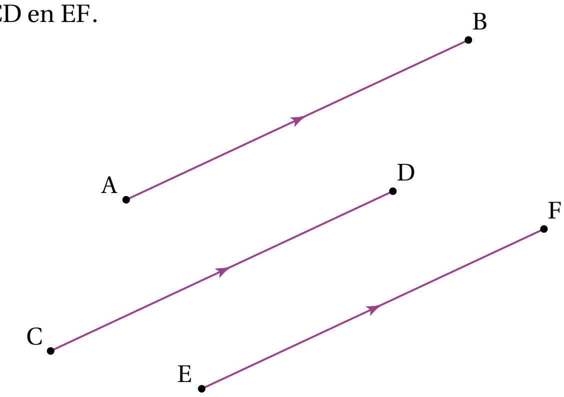
In symbolen: $\overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{BA}$

vector

Een **vector** is een lijnstuk waarop een doorloopzin (oriëntatie) is aangeduid.

2 Gelijke vectoren

Bekijk aandachtig de drie hiernaast getekende vectoren $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ en $\overrightarrow{EF}$.



Wat valt je op?

Evenwijdig? AB // CD // EF
Als rechten evenwijdig zijn, bepalen ze dezelfde richting.

Even lang? $|AB| = |CD| = |EF|$

Oriëntatie? De zin van $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ en $\overrightarrow{EF}$ is dezelfde.

Als vectoren evenwijdig zijn, even lang zijn en dezelfde oriëntatie hebben, dan zijn ze gelijk.

Conclusie: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{EF}$

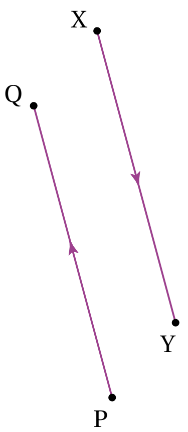
gelijke vectoren

Gelijke vectoren zijn vectoren die dezelfde richting, lengte en zin hebben.

Een vector bepaalt een **translatie**.
We spreken dan van de translatie bepaald door $\overrightarrow{AB}$ en kunnen dit noteren als $t_{\overrightarrow{AB}}$.
Die translatie is net dezelfde als de translatie bepaald door $\overrightarrow{CD}$ ($t_{\overrightarrow{CD}}$) of de translatie $t_{\overrightarrow{EF}}$ (zie tekening bovenaan).

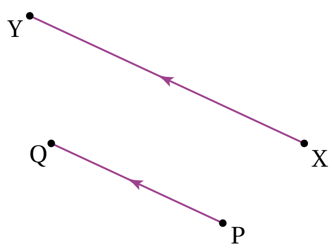
In onderstaande voorbeelden bepalen $\overrightarrow{XY}$ en $\overrightarrow{PQ}$ verschillende translaties.

Voorbeeld 1:



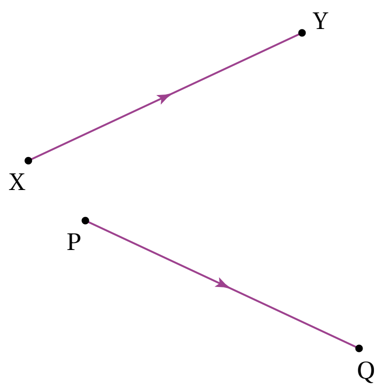
De zin is verschillend.

Voorbeeld 2:



De lengte is verschillend.

Voorbeeld 3:

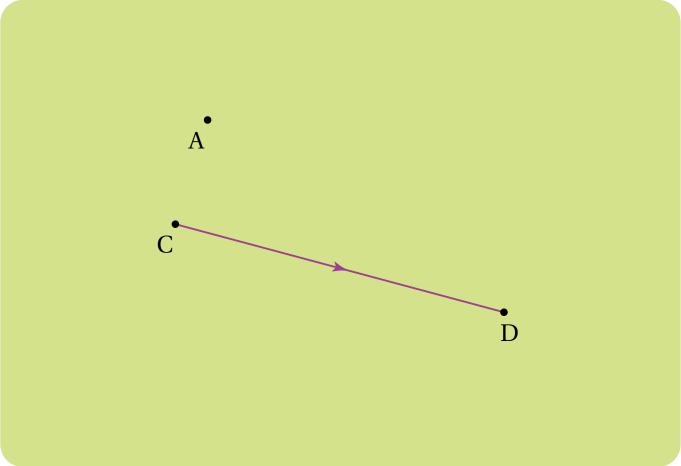


XY en PQ zijn niet evenwijdig, de richting is verschillend.

3 Translatie van een punt over een vector

Na de spiegeling bestuderen we nu een tweede transformatie van het vlak: de **translatie** (t) over een vector. Hoe teken je het schuifbeeld van het punt A over vector $\overrightarrow{\mathrm{CD}}$?

A is het punt dat we willen verschuiven.
$\overrightarrow{\mathrm{CD}}$ is de gegeven vector.



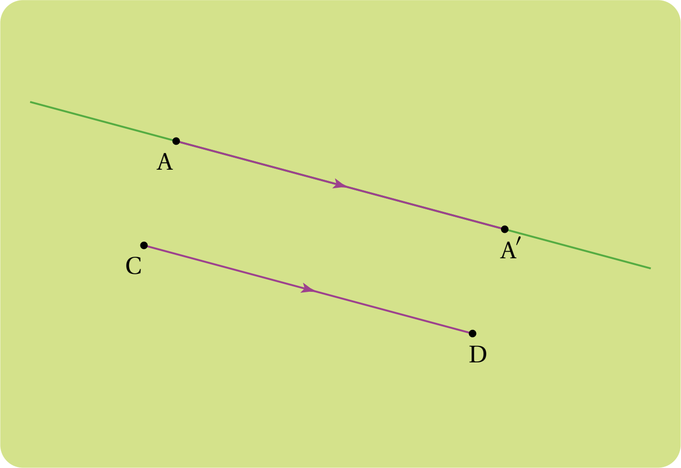
Teken door het punt A een evenwijdige rechte met CD.

De richting is nu in orde.

Bepaal nu de zin van de pijl.
Zoek een punt A′ zodat $|\mathrm{CD}| = |\mathrm{AA'}|$.

De zin en de lengte zijn nu ook in orde.

A′ is het schuifbeeld van A.



Het punt A′ is het **schuifbeeld** van het punt A door de translatie bepaald door vector $\overrightarrow{\mathrm{CD}}$.

In symbolen:
$\mathrm{A'} = t_{\overrightarrow{\mathrm{CD}}}(\mathrm{A})$

Merk op:
Een bijzondere translatie is $t_{\overrightarrow{\mathrm{AA}}} = t_{\overrightarrow{\mathrm{BB}}} = \ldots$. Elk punt van het vlak wordt afgebeeld op zichzelf.
We noemen dit de **identieke transformatie**.

Translatie

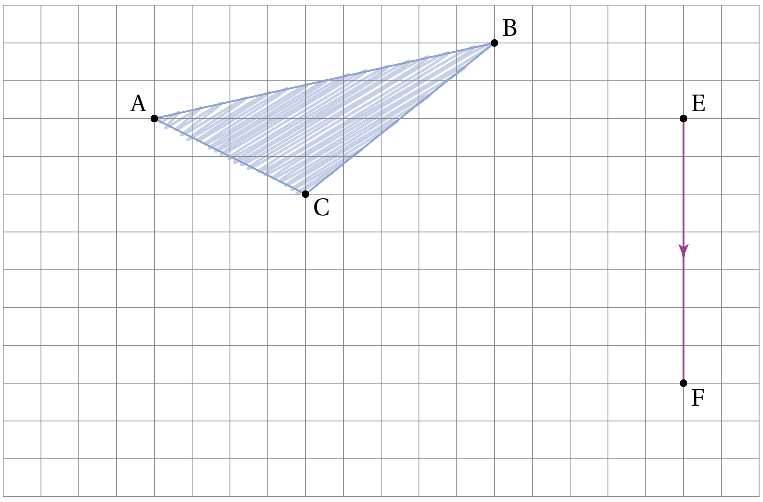
Het woord 'translatie' is afgeleid van het Latijnse 'translatio'. Dat betekent vertaling, omzetting of overdraging. De meetkundige figuur wordt eigenlijk 'overgedragen' naar een andere plaats.
Denk ook aan het Engelse 'translation', wat staat voor vertaling. Ook in de economie wordt het woord gebruikt om iemands rechtsgebied te verleggen.

4 Translatie van een driehoek over een vector

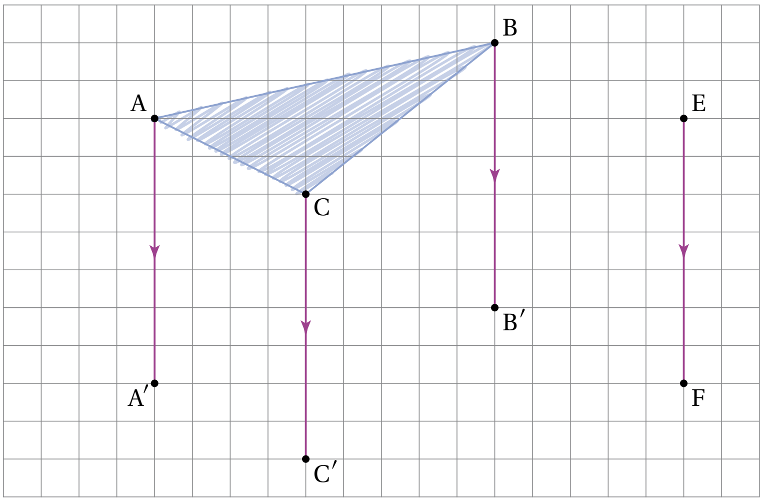
Voorbeeld:

ΔABC is de driehoek die we willen verschuiven.

De translatie wordt bepaald door vector $\overrightarrow{EF}$.

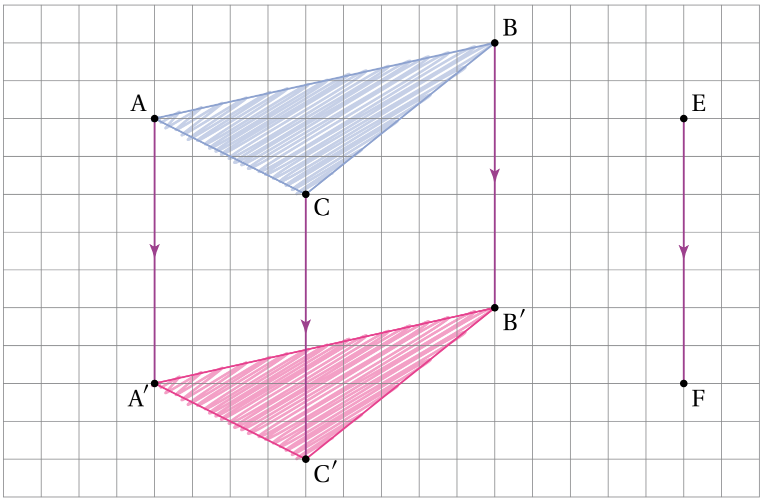


Om een driehoek te verschuiven volgens vector $\overrightarrow{EF}$ is het voldoende dat je het schuifbeeld van elk hoekpunt van die driehoek bepaalt.



Je krijgt het schuifbeeld van ΔABC door de schuifbeelden A′, B′ en C′ met elkaar te verbinden.

ΔA′B′C′ is het schuifbeeld van ΔABC over vector $\overrightarrow{EF}$.

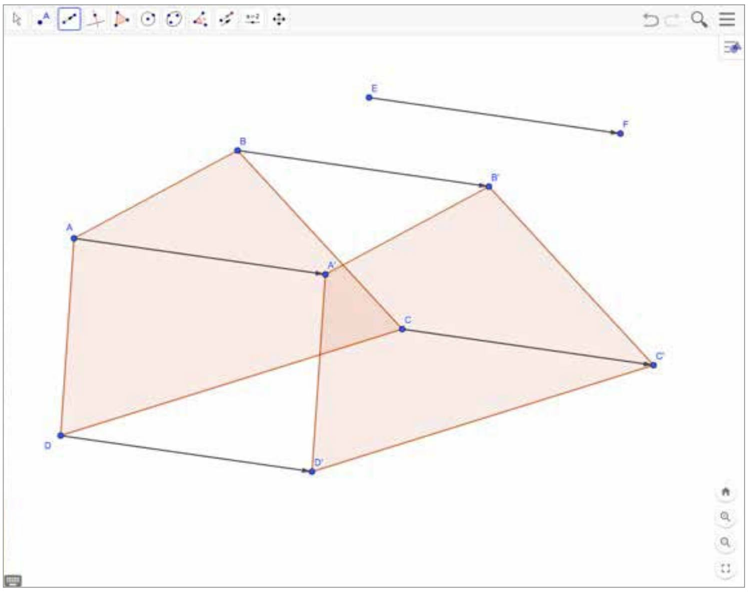


In symbolen:

$\Delta A'B'C' = t_{\overrightarrow{EF}}(\Delta ABC)$

5 Vlakke figuren verschuiven over een vector met ICT

a Een vierhoek verschuiven

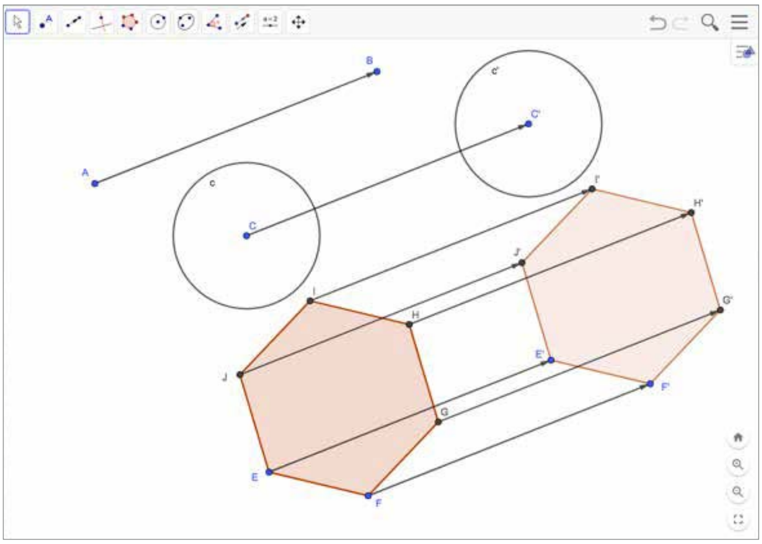


Stappenplan om dit met ICT te tekenen:

- Teken een vierhoek ABCD.
- Teken een vector $\overrightarrow{EF}$.
- Klik op het derde laatste icoontje en kies voor **verschuiving door vector**. Klik nu eerst op de getekende vierhoek en dan op de vector $\overrightarrow{EF}$.
- Teken eveneens de vectoren $\overrightarrow{AA'}$, $\overrightarrow{BB'}$, $\overrightarrow{CC'}$ en $\overrightarrow{DD'}$.

b Een cirkel en een regelmatige zeshoek verschuiven

Werk dit uit met ICT.



6 Samenvatting

- Je weet wat een vector is en wanneer vectoren gelijk zijn.
- Je kent het verband tussen een vlakke figuur en haar beeld onder een translatie over een vector.
- Je kunt van een vlakke figuur haar beeld bepalen onder een translatie over een vector (met en zonder ICT).
- Je kunt $A' = t_{\overrightarrow{CD}}(A)$ lezen als A′ is het schuifbeeld van A door de translatie over een vector $\overrightarrow{CD}$.

1.4

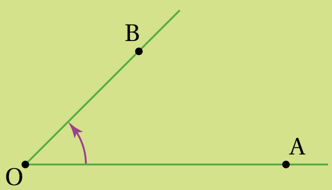
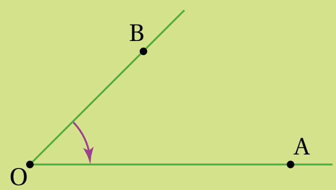
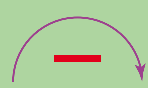
Rotatie rond een centrum over een hoek

1 Georiënteerde hoeken

Lien zit op het reuzenrad.
Het punt waarrond het rad draait, noemen we O.

O wordt het **centrum** van de **rotatie** (of **draaiing**) genoemd.

De hoek waarover gedraaid wordt, noemen we de **draaiingshoek**. Maar opgelet! Je kunt het rad in **wijzerzin** of in **tegenwijzerzin** laten draaien.
De hoek gevormd door de benen [OA en [OB kunnen we dus op twee manieren doorlopen.

IN TEGENWIJZERZIN	IN WIJZERZIN
 [OA: **beginbeen** [OB: **eindbeen**	 [OB: beginbeen [OA: eindbeen
afspraak: tegenwijzerzin = positieve zin 	afspraak: wijzerzin = negatieve zin 
de georiënteerde hoek $\widehat{AOB}$ is 45°	de georiënteerde hoek $\widehat{BOA}$ is –45°

georiënteerde hoek

Een **georiënteerde hoek** is een hoek waarop een oriëntatie is aangeduid.

Merk op:
Een georiënteerde hoek wordt bepaald door het hoekpunt, de oriëntatie en de hoekgrootte.

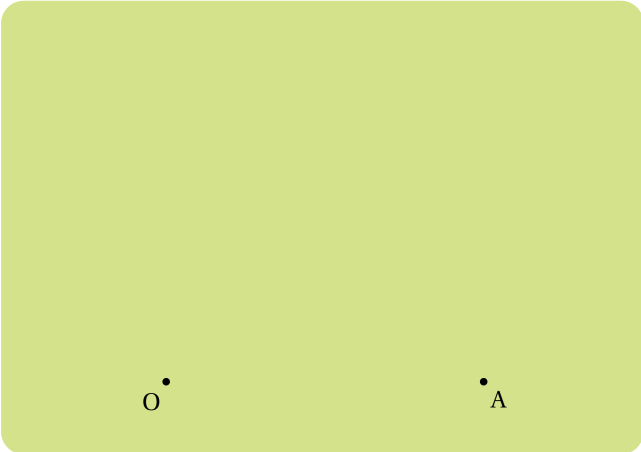
2 Rotatie van een punt over een hoek

Als derde transformatie van het vlak bestuderen we de **rotatie** rond een **centrum** over een hoek.
Hoe teken je het draaibeeld van het punt A door de rotatie rond het punt O over een hoek van 60°?

A is het punt dat we willen draaien (of roteren).

O is het punt waarrond we draaien:
we noemen dit het **centrum** van de rotatie.

De **draaiingshoek** is 60°.
Dat is dus in tegenwijzerzin.

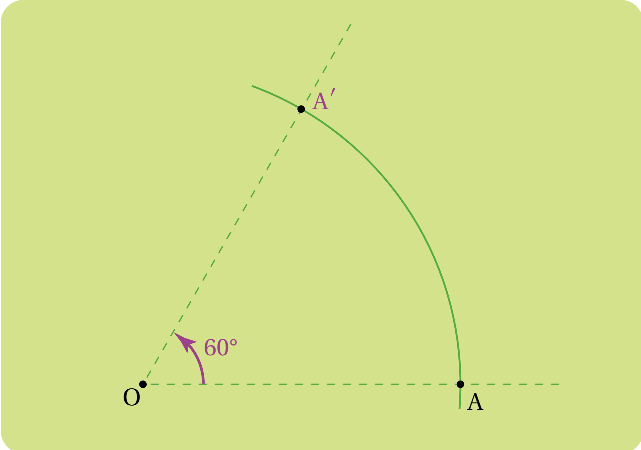


Zet je passerpunt in het punt O en teken in tegenwijzerzin een cirkelboog door A.

Teken een hoek van 60° met als hoekpunt O en als eerste been [OA.

Het snijpunt van het tweede been met de cirkelboog noem je A′.

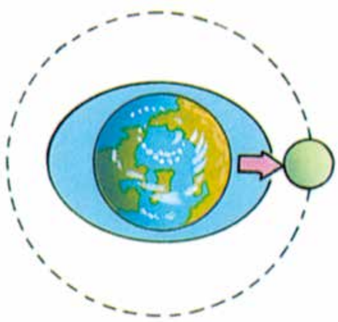
Zo is de hoek $A\hat{O}A' = 60°$.



Het punt A′ is het **draaibeeld** van het punt A door **rotatie** rond het punt O over een hoek van 60°.

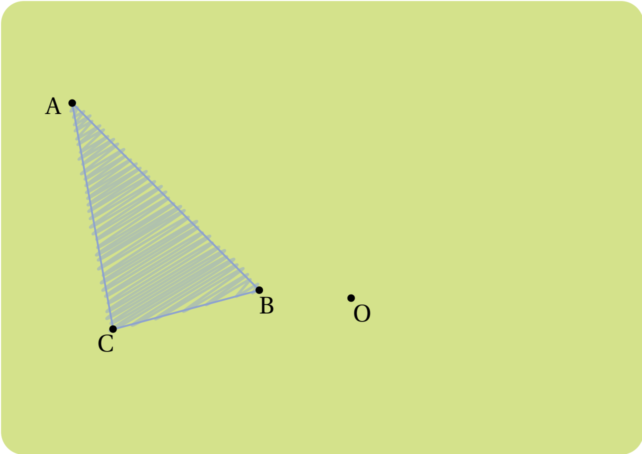
In symbolen:
$A' = r_{(O,\, 60°)}(A)$

Rotatie
Het woord 'rotatie' is afgeleid van het Latijnse 'rotare', wat letterlijk draaien of omwentelen betekent.
Ook in de sterrenkunde wordt dit woord gebruikt als eigenschap van de hemellichamen. Zo verloopt de rotatie van een hemellichaam positief als de omwenteling rond de as in dezelfde zin gebeurt als zijn beweging rond de zon.
Bij de aarde en de maan is er sprake van een 'gebonden rotatie'. Dat wil zeggen dat de omlooptijd en de rotatietijd van de maan gelijk zijn.
Onze getijden (eb en vloed, door de maan opgewekt) zorgen voor een versnelling van de rotatietijd van de aarde.

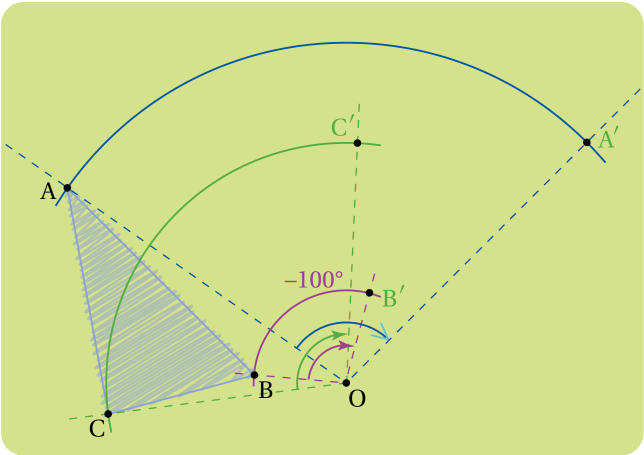


3 Rotatie van een driehoek over een hoek

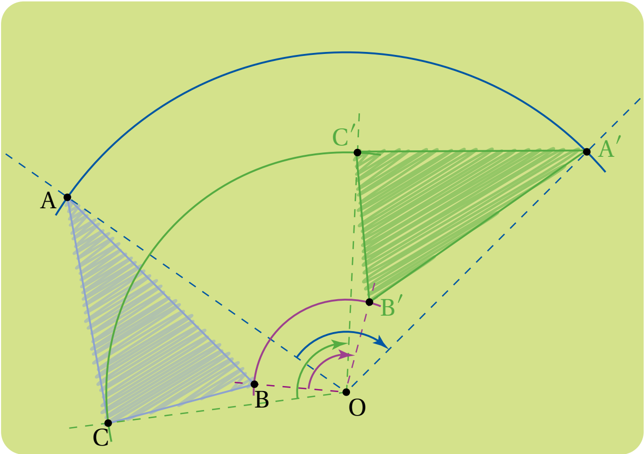
ΔABC is de driehoek die we willen roteren rond het punt O over een hoek van $-100°$.



Om een driehoek te roteren over een georiënteerde hoek is het voldoende dat je het draaibeeld zoekt van elk hoekpunt.



Je krijgt het draaibeeld van ΔABC door de draaibeelden A′, B′ en C′ met elkaar te verbinden.



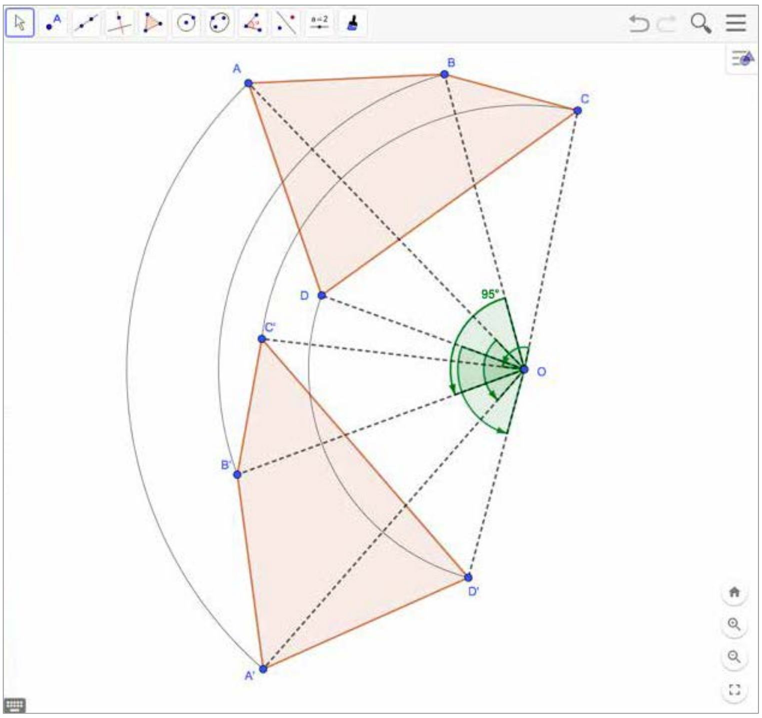
ΔA′B′C′ is het draaibeeld van ΔABC door de rotatie rond het punt O over een hoek van $-100°$.

In symbolen:
$\Delta A'B'C' = r_{(O,\,-100°)}(\Delta ABC)$

4 Vlakke figuren roteren over een hoek met ICT

a Een vierhoek roteren

Teken een vierhoek ABCD en een punt O en roteer de vierhoek in tegenwijzerzin rond O over een hoek van 95°.



Stappenplan om dit met ICT te tekenen:

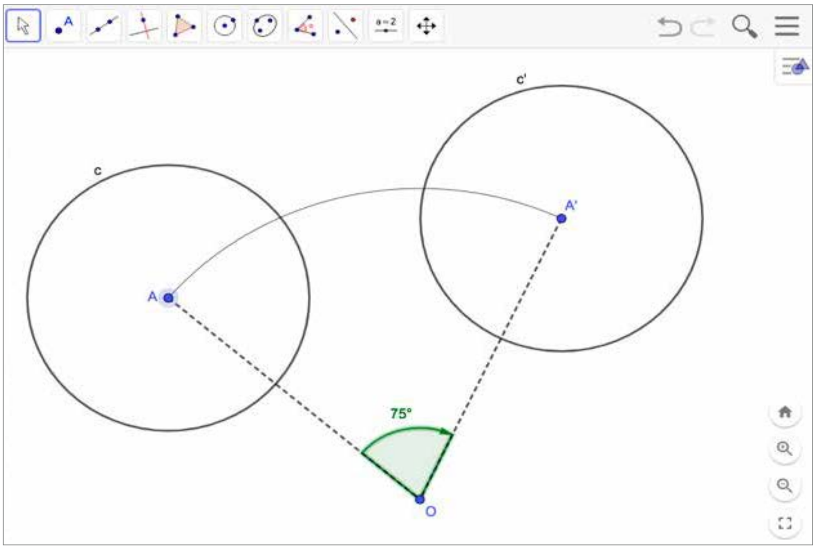
- Teken een vierhoek ABCD en een punt O.
- Klik op het derde laatste icoontje en kies voor **roteer rond punt**. Klik eerst op de getekende vierhoek en dan op O.
- Kies dan bij het scherm dat zich opent voor **tegenwijzerzin** en als grootte van de hoek vul je 95° in.
- Teken alle stippellijnen.
- Teken alle cirkelbogen (gebruik het icoontje **cirkelboog**).
- Duid alle hoeken aan.

Merk op:

Een vierhoek roteren over een hoek van 95° in tegenwijzerzin komt dus neer op een vierhoek roteren over een hoek van +95°.

b Een cirkel roteren over een bepaalde hoek

Teken een cirkel c en roteer die cirkel in wijzerzin rond O over een hoek van 75°.

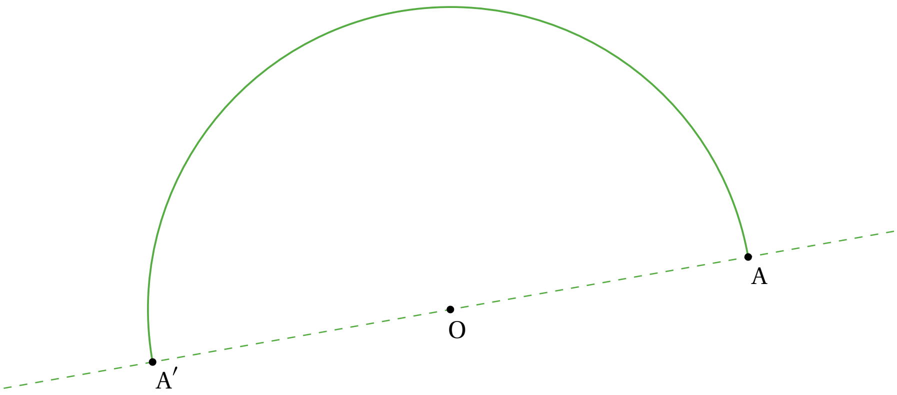


Merk op:

Een cirkel roteren over een hoek van 75° in wijzerzin komt dus neer op een cirkel roteren over een hoek van –75°.

5 Spiegeling om een punt

Roteer een punt A rond het centrum O over een hoek van 180°.



Merk op:

– O is het midden van het lijnstuk [AA′].

– Een rotatie met draaiingshoek 180° is hetzelfde als een rotatie met draaiingshoek –180°.
Een dergelijke rotatie noemen we ook een **puntspiegeling** met centrum O.

puntspiegeling

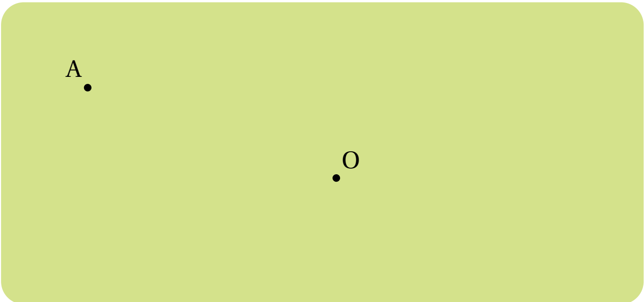
Een **puntspiegeling** met centrum O is een rotatie over 180° rond O.

Het is niet nodig om een puntspiegeling met een passer uit te voeren. Je kunt het sneller met een geodriehoek.

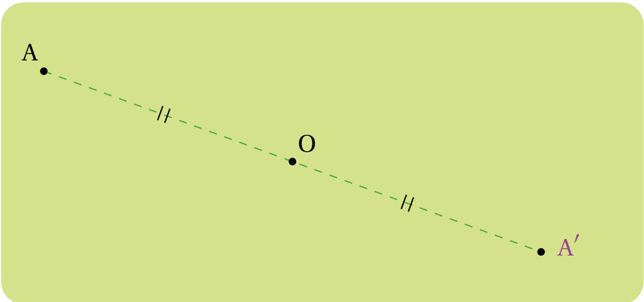
Voorbeeld 1: spiegelen van een punt om een punt

O is het centrum van de puntspiegeling.

A is het punt dat we willen puntspiegelen.



Teken de rechte AO.
Bepaal een punt A′ zodat O het midden is van [AA′].

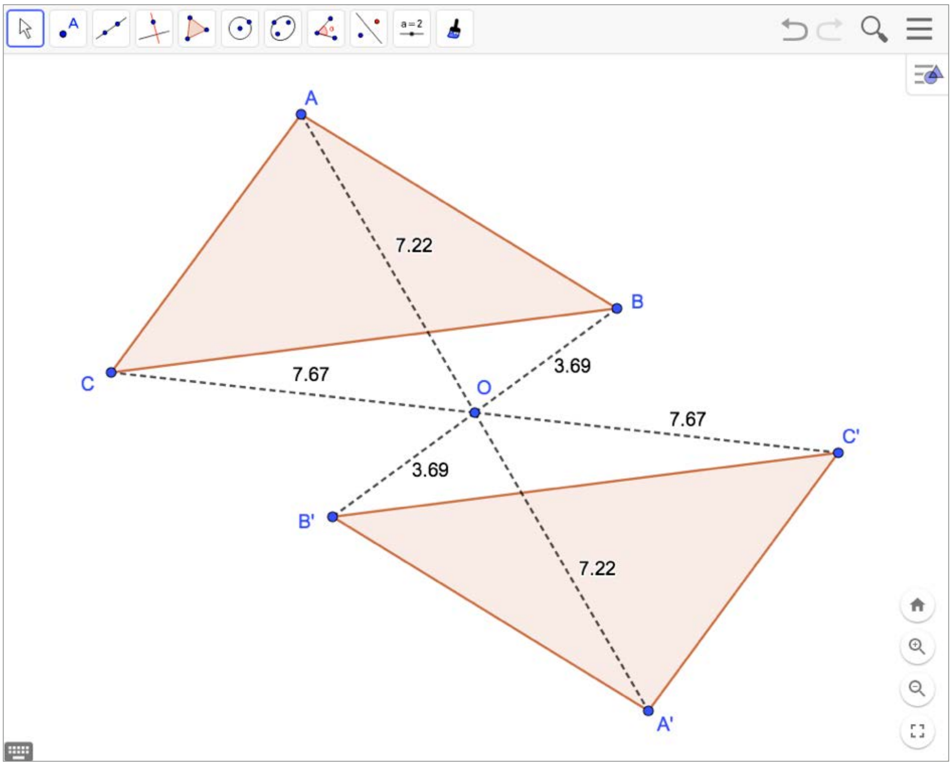


A′ is het beeld van het punt A door de puntspiegeling om O.

In symbolen:
$A' = s_O(A)$

Voorbeeld 2: spiegeling van een driehoek om een punt

Teken met ICT een driehoek ABC en een punt O. Spiegel de driehoek om het punt O.

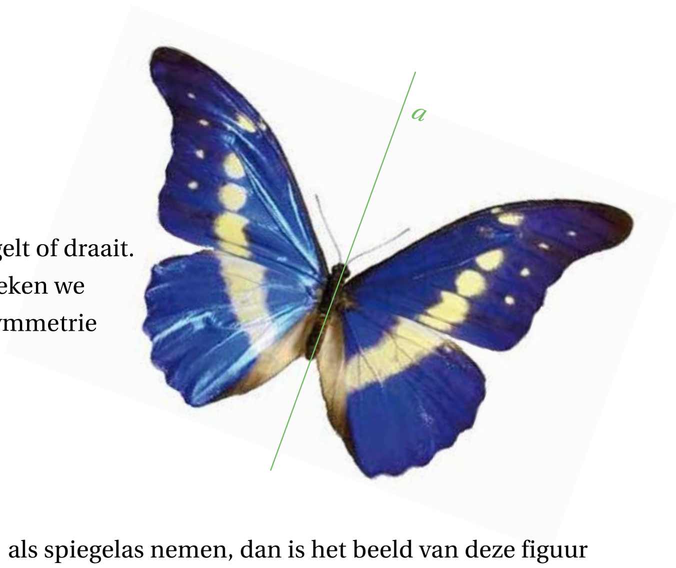


6 Samenvatting

- Je weet dat een georiënteerde hoek een hoek is waarop een oriëntatie werd aangebracht.
- Je kan het verband leggen tussen een vlakke figuur en haar beeld onder een rotatie rond een centrum over een hoek.
- Je kunt een vlakke figuur roteren rond een centrum over een bepaalde hoek (met en zonder ICT).
- Je kunt een vlakke figuur spiegelen om een punt (met en zonder ICT).
- Je kunt $A' = r_{(O,\,\alpha)}(A)$ lezen als A′ is het draaibeeld van A door rotatie rond het centrum O over een hoek α.

1.5 Symmetrie

Sommige figuren hebben zichzelf als beeld als je ze spiegelt of draait. We spreken dan van **symmetrie**. In deze paragraaf bespreken we symmetrie bij vlakke figuren. In hoofdstuk 6 vind je de symmetrie bij ruimtefiguren.



1 Spiegelsymmetrie om een as

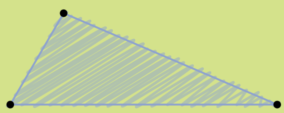
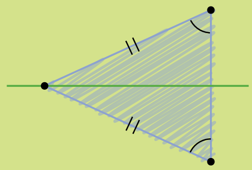
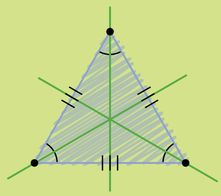
In de vlinder hierboven zit symmetrie. Als we de rechte a als spiegelas nemen, dan is het beeld van deze figuur de figuur zelf.

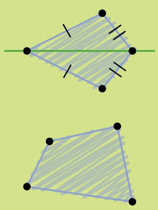
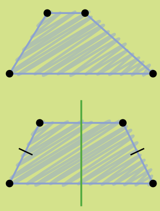
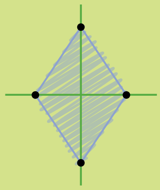
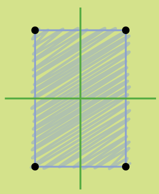
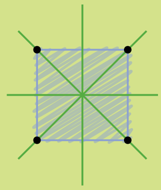
Een dergelijke rechte (spiegelas) noemen we een **symmetrieas**.

spiegelsymmetrisch om een as

Een vlakke figuur is **spiegelsymmetrisch om een as** als ze zichzelf als beeld heeft bij een spiegeling om die as. Die rechte is een **symmetrieas** van de figuur.

Sommige veelhoeken hebben ook symmetrieassen. Dit zijn de symmetrieassen in de driehoeken en vierhoeken.

	DRIEHOEKEN		
	ONGELIJKBENIGE DRIEHOEK	GELIJKBENIGE DRIEHOEK	GELIJKZIJDIGE DRIEHOEK
Voorbeeld			
Aantal symmetrie-assen	0	1	3

	VIERHOEKEN					
	VIERHOEK	TRAPEZIUM	PARALLEL-LOGRAM	RUIT	RECHT-HOEK	VIERKANT
Voorbeeld						
Aantal symmetrie-assen	0 of 1	0 of 1	0	2	2	4

2 Spiegelsymmetrie om een punt

De figuur hiernaast kun je roteren rond het middelpunt over 180°. Je krijgt dezelfde figuur.
Met andere woorden: je kunt de figuur puntspiegelen en het beeld bedekt perfect het origineel.

Het punt waar je om roteert, noemen we het **symmetriemiddelpunt**.

Een figuur kan maximaal één symmetriemiddelpunt hebben.

spiegelsymmetrisch om een punt

Een vlakke figuur is **spiegelsymmetrisch om een punt** als ze zichzelf als beeld heeft bij een puntspiegeling om dat punt. Dit punt noemen we het **symmetriemiddelpunt** van de figuur.

3 Draaisymmetrie om een punt

Je kunt ook symmetrie hebben door te roteren.
Je kunt de molenwieken draaien zodat ze precies zichzelf als beeld hebben.

Die rotatie is een bijzondere rotatie. We noemen dit een **eigendraaiing** van de figuur.
Niet alle figuren hebben eigendraaiingen.
De rotatie over 0° wordt uitgesloten.

De figuur van de vijf molenwieken heeft volgende eigendraaiingen:

$r_{(O, 72°)}$, $r_{(O, 144°)}$, $r_{(O, 216°)}$ en $r_{(O, 288°)}$

draaisymmetrisch om een punt

Een vlakke figuur is **draaisymmetrisch om een punt** als ze zichzelf als beeld heeft bij een rotatie rond dat punt over een hoek verschillend van 0°. Die rotatie noemen we een **eigendraaiing** van de figuur.

Merk op:
Als een figuur draaisymmetrisch is rond een punt over een hoek van 180°, dan is ze ook spiegelsymmetrisch rond dat punt.

4 Samenvatting

- Je weet wanneer een vlakke figuur spiegelsymmetrisch is om een as.
  Een vlakke figuur is spiegelsymmetrisch om een as als ze zichzelf als beeld heeft bij een spiegeling om die as.
- Je weet wat een symmetrieas is.
- Je kunt de symmetrieassen aanduiden in een vlakke figuur.
- Je weet wanneer een vlakke figuur spiegelsymmetrisch is om een punt.
  Een vlakke figuur is spiegelsymmetrisch om een punt als ze zichzelf als beeld heeft bij een puntspiegeling rond dat punt.
- Je weet wat een symmetriemiddelpunt is.
- Je kunt het symmetriemiddelpunt aanduiden in een vlakke figuur.
- Je weet wanneer een vlakke figuur draaisymmetrisch is om een punt.
  Een vlakke figuur is draaisymmetrisch om een punt als ze zichzelf als beeld heeft bij een rotatie rond dat punt over een hoek verschillend van 0°.
- Je weet wat een eigendraaiing is.
- Je kunt de eigendraaiingen bepalen van een vlakke figuur.

Rorschach

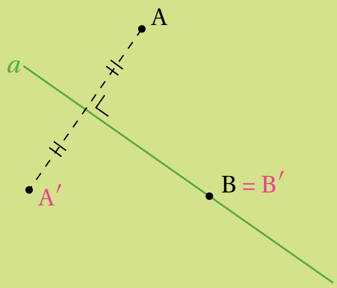
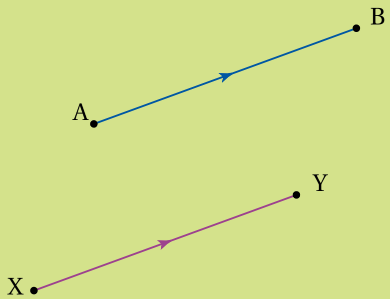
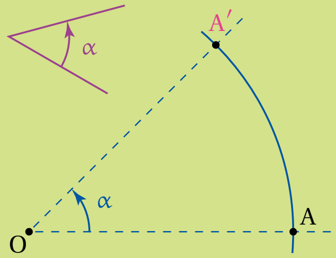
De Zwitserse psychiater Hermann Rorschach gebruikte een reeks inktvlekken om een beeld te krijgen van de persoonlijkheid van zijn patiënten. De vlekken werden op een blad gebracht, waarna dat blad geplooid werd. Hierdoor ontstaan symmetrische figuren en kun je de plooi van het blad gelijkstellen met een spiegelas.
De vlekken werden zeer doelbewust uitgekozen. Volgens sommigen was Hermann Rorschach de eerste die een verband legde tussen deze 'vlekkenproef' en de persoonlijkheid van zijn patiënten.
De 'vlekkenproef' bestaat uit tien gekleurde platen waarvan de onderzochte persoon moet zeggen wat hij in deze vlekken ziet.
Probeer jij ook eens te kijken?

1.6 Eigenschappen van transformaties

1 Transformaties van het vlak

In de vorige paragrafen heb je heel wat kunnen spiegelen, verschuiven, roteren en puntspiegelen.
Voor elk punt had je precies één beeld.

Als je voor elk punt in het vlak precies één beeld vindt, dan spreken we over een **transformatie** van het vlak.

SPIEGELEN	TRANSLATIES	ROTEREN
s_a	$t_{\overrightarrow{AB}}$	$r_{(O,\,\alpha)}$
A ligt niet op de as *a*. Door A kun je maar één loodlijn tekenen op a. Er is maar één punt A′ zodat a de middelloodlijn is van [AA′]. Dus heeft A precies één beeld: A′.	X heeft maar één beeld Y door de translatie volgens $\overrightarrow{AB}$. Door X kun je maar één evenwijdige tekenen aan AB en hierop ligt maar één punt Y zodat $\lvert AB \rvert = \lvert XY \rvert$ en $\overrightarrow{AB}$ dezelfde zin heeft als $\overrightarrow{XY}$.	**A is niet het centrum van de rotatie.** Teken een cirkelboog met middelpunt O en straal $\lvert OA \rvert$. Er bestaat steeds één punt A′ zodat $A\hat{O}A' = \alpha$ en $\lvert OA' \rvert = \lvert OA \rvert$.
		
B ligt op de spiegelas *a*. Het beeld van B is B zelf en is dus enig.		**O is het centrum van de rotatie.** Het beeld van O is O zelf en is dus enig.
Besluit: Elk punt van het vlak heeft precies één beeld bij de spiegeling om a. Een spiegeling is een transformatie van het vlak.	Besluit: Elk punt van het vlak heeft door de translatie over $\overrightarrow{AB}$ precies één beeld. Een translatie is een transformatie van het vlak.	Besluit: Elk punt van het vlak heeft door de rotatie met centrum O en draaiingshoek α precies één beeld. Een rotatie is een transformatie van het vlak.

Merk op:

Een puntspiegeling is een speciale rotatie en dus ook een transformatie van het vlak.

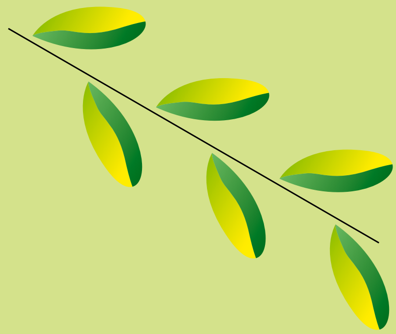
eigenschap

Een spiegeling, translatie, rotatie en puntspiegeling zijn transformaties van een vlak.

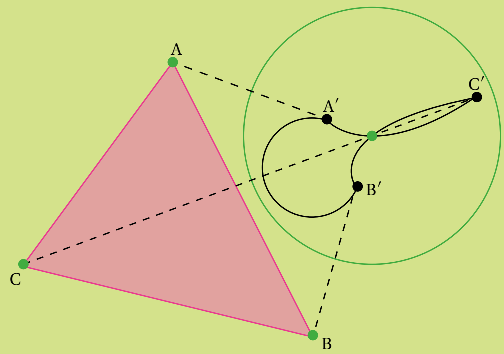
Naast het spiegelen, verschuiven en roteren bestaan er nog andere transformaties van het vlak.

Voorbeelden:

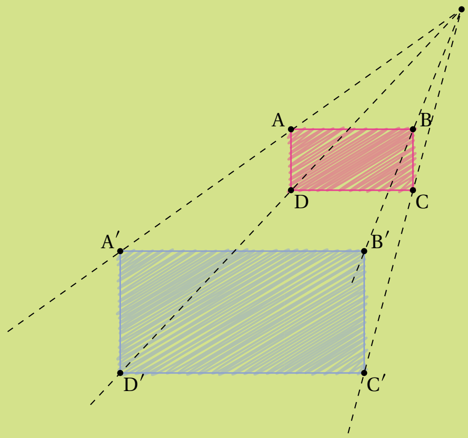
GLIJSPIEGELING



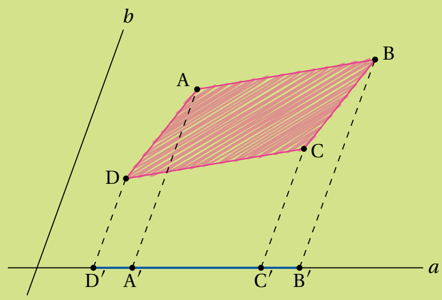
CIRKELSPIEGELING



HOMOTHETIE



EVENWIJDIGE PROJECTIE



Transformaties

Het woord ‘transformatie’ hebben we geleend van het Latijnse ‘transformatio’. Dat betekent gedaanteverwisseling.

De betekenis wordt beter geïllustreerd in de fysica (wetenschappen), waar bijvoorbeeld een transformator elektrische spanning omzet.

2 Op zoek naar eigenschappen

We gaan op zoek naar enkele eigenschappen van de geziene transformaties van het vlak.

a Voer deze onderzoeken uit in vier aparte bestanden

ONDERZOEK SPIEGELEN	– Teken met ICT een parallellogram ABCD en een rechte a. – Teken een punt E dat collineair is met A en B. – Spiegel het parallellogram ABCD en het punt E om a.
ONDERZOEK VERSCHUIVEN	– Teken met ICT een parallellogram ABCD en een vector $\overrightarrow{GH}$. – Teken een punt E dat collineair is met A en B. – Teken het beeld van het parallellogram ABCD en het punt E over de vector $\overrightarrow{GH}$.
ONDERZOEK ROTEREN	– Teken met ICT een parallellogram ABCD en een punt O. – Teken een punt E dat collineair is met A en B. – Teken het beeld van het parallellogram ABCD en het punt E door de rotatie rond O over een hoek.
ONDERZOEK PUNTSPIEGELEN	– Teken met ICT een parallellogram ABCD en een punt O. – Teken een punt E dat collineair is met A en B. – Spiegel het parallellogram ABCD en het punt E om O.

Voer nu op de gemaakte bestanden volgende opdrachten uit. Versleep dan een van de punten van de oorspronkelijk getekende figuur en ga na welke gegevens steeds aan elkaar gelijk zijn of welke eigenschappen steeds geldig blijven.

- I Meet de zijden van de gegeven figuur en de zijden van het beeld.
- II Controleer de evenwijdigheid van rechten bij de gegeven figuur en bij het beeld.
- III Meet de hoeken in beide figuren. Is de oriëntatie dezelfde gebleven?
- IV Ga na of het beeld van E collineair is met de beelden van A en B.
- V Bereken de oppervlakte van beide figuren.

b Voer deze onderzoeken uit in één bestand

ONDERZOEK SPIEGELEN	– Teken met ICT een rechte a. Teken ook een spiegelas k. – Spiegel de rechte a om k.
ONDERZOEK VERSCHUIVEN	– Teken ook een vector $\overrightarrow{GH}$. – Verschuif de rechte a over de vector $\overrightarrow{GH}$.
ONDERZOEK ROTEREN	– Teken met ICT een punt O. – Teken het draaibeeld van de rechte a door de rotatie rond O over 60°.
ONDERZOEK PUNTSPIEGELEN	– Teken het spiegelbeeld van de rechte a om O.

- VI Is het beeld van een rechte evenwijdig met de oorspronkelijke rechte?

  Ga dit na door in het algebravenster in te vullen: ZijnEvenwijdig (…, …).
  Je krijgt dan als antwoord **true** als de genoteerde rechten tussen haakjes evenwijdig zijn.
  Je krijgt **false** als ze niet evenwijdig zijn.

Vul op de fiches je bevindingen in voor een door jou gekozen situatie.

SPIEGELING

I **LENGTE VAN DE ZIJDEN**

$|BC| =$ ……

$|B'C'| =$ ……

$|AD| =$ ……

$|A'D'| =$ ……

II **EVENWIJDIGHEID**

AB … CD

A′B′ … C′D′

III **GROOTTE VAN DE HOEKEN**

$\widehat{A} =$ …… en $\widehat{A'} =$ ……

$\widehat{D} =$ …… en $\widehat{D'} =$ ……

IV **E′, A′ EN B′ COLLINEAIR**

JA / NEEN

V **OPPERVLAKTE**

$A_{ABCD} =$ ……

$A_{A'B'C'D'} =$ ……

VI **IS HET BEELD EVENWIJDIG MET DE OORSPRONKELIJKE RECHTE?**

JA / NEEN

ROTATIE

I **LENGTE VAN DE ZIJDEN**

$|BC| =$ ……

$|B'C'| =$ ……

$|AD| =$ ……

$|A'D'| =$ ……

II **EVENWIJDIGHEID**

AB … CD

A′B′ … C′D′

III **GROOTTE VAN DE HOEKEN**

$\widehat{A} =$ …… en $\widehat{A'} =$ ……

$\widehat{D} =$ …… en $\widehat{D'} =$ ……

IV **E′, A′ EN B′ COLLINEAIR**

JA / NEEN

V **OPPERVLAKTE**

$A_{ABCD} =$ ……

$A_{A'B'C'D'} =$ ……

VI **IS HET BEELD EVENWIJDIG MET DE OORSPRONKELIJKE RECHTE?**

JA / NEEN

TRANSLATIE

I **LENGTE VAN DE ZIJDEN**

$|BC| =$ ……

$|B'C'| =$ ……

$|AD| =$ ……

$|A'D'| =$ ……

II **EVENWIJDIGHEID**

AB … CD

A′B′ … C′D′

III **GROOTTE VAN DE HOEKEN**

$\widehat{A} =$ …… en $\widehat{A'} =$ ……

$\widehat{D} =$ …… en $\widehat{D'} =$ ……

IV **E′, A′ EN B′ COLLINEAIR**

JA / NEEN

V **OPPERVLAKTE**

$A_{ABCD} =$ ……

$A_{A'B'C'D'} =$ ……

VI **IS HET BEELD EVENWIJDIG MET DE OORSPRONKELIJKE RECHTE?**

JA / NEEN

PUNTSPIEGELING

I **LENGTE VAN DE ZIJDEN**

$|BC| =$ ……

$|B'C'| =$ ……

$|AD| =$ ……

$|A'D'| =$ ……

II **EVENWIJDIGHEID**

AB … CD

A′B′ … C′D′

III **GROOTTE VAN DE HOEKEN**

$\widehat{A} =$ …… en $\widehat{A'} =$ ……

$\widehat{D} =$ …… en $\widehat{D'} =$ ……

IV **E′, A′ EN B′ COLLINEAIR**

JA / NEEN

V **OPPERVLAKTE**

$A_{ABCD} =$ ……

$A_{A'B'C'D'} =$ ……

VI **IS HET BEELD EVENWIJDIG MET DE OORSPRONKELIJKE RECHTE?**

JA / NEEN

Bij een spiegeling, translatie, rotatie en puntspiegeling:
- is de lengte van het oorspronkelijke lijnstuk gelijk aan de lengte van het beeld van dit lijnstuk;
- zullen evenwijdige rechten als beeld ook evenwijdige rechten opleveren;
- is de grootte van een hoek gelijk aan de grootte van het beeld van die hoek;
- blijft de oppervlakte van de oorspronkelijke figuur en het beeld dezelfde.

Bovendien zijn het schuifbeeld van een rechte en het spiegelbeeld om een punt van een rechte telkens rechten evenwijdig aan de oorspronkelijke rechte.

We vatten dit samen in deze eigenschappen:

eigenschappen

Elke spiegeling, translatie, rotatie en puntspiegeling behoudt:

- de **lengte van een lijnstuk** (of de afstand);
- de **evenwijdigheid** van rechten;
- de **grootte van een hoek**;
- de **collineariteit**;
- de **oppervlakte** van een figuur.

Het schuifbeeld van een rechte is een evenwijdige rechte.
Het spiegelbeeld van een rechte om een punt is een evenwijdige rechte.

Gevolg: aangezien een spiegeling, translatie, rotatie en puntspiegeling de grootte van een hoek behouden, zullen ze ook de loodrechte stand behouden.

Merk op:
Translaties, rotaties en spiegelingen om een punt behouden de oriëntatie (of doorloopzin).
Spiegelingen om een as behouden de oriëntatie (of doorloopzin) niet.

3 Samenvatting

- Je kunt verklaren waarom een spiegeling, translatie, rotatie en puntspiegeling transformaties zijn van het vlak.
- Je kunt de eigenschappen van een spiegeling, translatie, puntspiegeling en rotatie verwoorden.

  Elke spiegeling, translatie, rotatie en puntspiegeling behoudt:
  - de lengte van een lijnstuk (of de afstand);
  - de evenwijdigheid van rechten;
  - de grootte van een hoek;
  - de collineariteit;
  - de oppervlakte van een figuur.

  Het schuifbeeld van een rechte is een evenwijdige rechte.
  Het spiegelbeeld van een rechte om een punt is een evenwijdige rechte.

- Je kunt bovenstaande eigenschappen illustreren met ICT.