6 Oefeningen

1 Noteer de grootste gemeenschappelijke deler van de gegeven getallen.

a ggd (30, 20) = 10
b ggd (48, 60) = 12
c ggd (27, 36) = 9
d ggd (12, 24) = 12
e ggd (30, 45) = 15
f ggd (28, 42) = 14
g ggd (10, 15) = 5
h ggd (21, 14) = 7
i ggd (32, 56) = 8
j ggd (24, 48, 60) = 12
k ggd (80, 100, 220) = 20
l ggd (26, 39, 130) = 13

2 Noteer het kleinste gemeenschappelijk veelvoud van de gegeven getallen.

a kgv (4, 7) = 28
b kgv (8, 6) = 24
c kgv (20, 30) = 60
d kgv (4, 12) = 12
e kgv (10, 15) = 30
f kgv (18, 27) = 54
g kgv (24, 36) = 72
h kgv (20, 25) = 100
i kgv (8, 12) = 24
j kgv (4, 5, 6) = 60
k kgv (4, 10, 25) = 100
l kgv (6, 10, 12) = 60

* **3** Met dit schema bepaal je ggd(424, 64) door toepassing van het algoritme van Euclides.

grootste getal	424	64	40	24	16
kleinste getal	64	40	24	16	8
quotiënt	6	1	1	1	2
rest	40	24	16	8	0

a Bepaal nu ggd(231, 84).

grootste getal	231	84	63		
kleinste getal	84	63	21		
quotiënt	2	1	3		
rest	63	21	0		

b Bepaal nu ggd(504, 180).

grootste getal	504	180	144		
kleinste getal	180	144	36		
quotiënt	2	1	4		
rest	144	36	0		

4 Bepaal telkens de grootste gemeenschappelijke deler.

a ggd (98, 42) = 14

$$\begin{array}{r|l} 98 & 2 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$98 = 2 \cdot 7^2$

$42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$

$\text{ggd}(98, 42) = 2 \cdot 7 = 14$

b ggd (150, 45) = 15

$$\begin{array}{r|l} 150 & 2 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$

$45 = 3^2 \cdot 5$

$\text{ggd}(150, 45) = 3 \cdot 5$

$= 15$

c ggd (400, 75) = 25

$$\begin{array}{r|l} 400 & 2 \\ 200 & 2 \\ 100 & 2 \\ 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$400 = 2^4 \cdot 5^2$

$75 = 3 \cdot 5^2$

$\text{ggd}(400, 75) = 5^2$

$= 25$

d ggd (252, 525) = 21

$$\begin{array}{r|l} 252 & 2 \\ 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 525 & 3 \\ 175 & 5 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$

$525 = 3 \cdot 5^2 \cdot 7$

$\text{ggd}(252, 525) = 3 \cdot 7$

$= 21$

e ggd (1488, 1152) = 48

$$\begin{array}{r|l} 1488 & 2 \\ 744 & 2 \\ 372 & 2 \\ 186 & 2 \\ 93 & 3 \\ 31 & 31 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 1152 & 2 \\ 576 & 2 \\ 288 & 2 \\ 144 & 2 \\ 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$1488 = 2^4 \cdot 3 \cdot 31$

$1152 = 2^7 \cdot 3^2$

$\text{ggd}(1488, 1152) = 2^4 \cdot 3 = 48$

f ggd (1196, 5720) = 52

$$\begin{array}{r|l} 1196 & 2 \\ 598 & 2 \\ 299 & 13 \\ 23 & 23 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 5720 & 2 \\ 2860 & 2 \\ 1430 & 2 \\ 715 & 5 \\ 143 & 11 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$

$1196 = 2^2 \cdot 13 \cdot 23$

$5720 = 2^3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13$

$\text{ggd}(1196, 5720) = 2^2 \cdot 13$

$= 52$

5 Bepaal telkens het kleinste gemeenschappelijk veelvoud.

a kgv (76, 240) = 4560

76	2		240	2
38	2		120	2
19	19		60	2
1			30	2
			15	3
			5	5
			1	

$76 = 2^2 \cdot 19$

$240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$

$\text{kgv}(76, 240) = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 19 = 4560$

d kgv (42, 105) = 210

42	2		105	3
21	3		35	5
7	7		7	7
1			1	

$42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$

$105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$

$\text{kgv}(42, 105) = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$

b kgv (360, 630) = 2520

360	2		630	2
180	2		315	3
90	2		105	3
45	3		35	5
15	3		7	7
5	5		1	
1				

$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$

$630 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$

$\text{kgv}(360, 630) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 2520$

e kgv (1190, 2210) = 15 470

1190	2		2210	2
595	5		1105	5
119	7		221	13
17	17		17	17
1			1	

$1190 = 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 17$

$2210 = 2 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 17$

$\text{kgv}(1190, 2210) = 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17 = 15\,470$

c kgv (140, 320, 400) = 11 200

140	2		320	2		400	2
70	2		160	2		200	2
35	5		80	2		100	2
7	7		40	2		50	2
1			20	2		25	5
			10	2		5	5
			5	5		1	
			1				

$140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$

$320 = 2^6 \cdot 5$

$400 = 2^4 \cdot 5^2$

$\text{kgv}(140, 320, 400) = 2^6 \cdot 5^2 \cdot 7 = 11\,200$

f kgv (121, 154, 220) = 16 940

121	11		154	2		220	2
11	11		77	7		110	2
1			11	11		55	5
			1			11	11
						1	

$121 = 11^2$

$154 = 2 \cdot 7 \cdot 11$

$220 = 2^2 \cdot 5 \cdot 11$

$\text{kgv}(121, 154, 220) = 2^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11^2 = 16\,940$

6 Een weerstation heeft drie satellieten die draaien rond de aarde, boven de evenaar. De omwentelingstijd van de eerste is 12 dagen. Een tweede satelliet is na 16 dagen rond de aarde en de derde satelliet doet er 18 dagen over. Als ze van het weerstation mooi boven elkaar te zien zijn, binnen hoeveel dagen zal dat opnieuw het geval zijn?

We zoeken kgv(12, 16, 18)

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} 12 & = & 2^2 \cdot 3 \\ 16 & = & 2^4 \\ 18 & = & 2 \cdot 3^2 \end{array}$$

$\text{kgv}(12, 16, 18) = 2^4 \cdot 3^2 = 144$

ANTWOORD: Binnen 144 dagen staan ze weer mooi boven elkaar.

*

7 Drie stukken stof meten respectievelijk 180 m, 252 m en 324 m. Een naaister wil ze verdelen in stukken van gelijke lengte. Welke zal de lengte zijn als het aantal stukken zo klein mogelijk moet zijn?

We zoeken ggd(180, 252, 324)

$$\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 252 & 2 \\ 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 324 & 2 \\ 162 & 2 \\ 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} 180 & = & 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \\ 252 & = & 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7 \\ 324 & = & 2^2 \cdot 3^4 \end{array}$$

$\text{ggd}(180, 252, 324)$
$= 2^2 \cdot 3^2 = 36$

ANTWOORD: De lengte van een stuk stof is 36 m.

8 In een metrostation vertrekt op spoor 1 om de twaalf minuten een metrostel. Op spoor 2 vertrekt om de acht minuten een metrostel en op spoor 3 om de tien minuten. Als op dit moment op elk spoor een metrostel vertrekt, wanneer zal dat dan de eerstvolgende keer opnieuw gebeuren?

We zoeken kgv(12, 8, 10)

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} 12 & = & 2^2 \cdot 3 \\ 8 & = & 2^3 \\ 10 & = & 2 \cdot 5 \end{array}$$

$\text{kgv}(12, 8, 10) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$

ANTWOORD: Dit gebeurt opnieuw elke 120 minuten.

9 Enkele onderzoeksopdrachten.

a Bestaan er even priemgetallen? Ja, eentje: 2

b a is een veelvoud van b, dan is kgv (a, b) = a

ggd $(a, 3a)$ = a

c $3a$ is het drievoud van a, dan is kgv $(a, 3a)$ = $3a$

d Als a en b onderling ondeelbaar zijn, dan is kgv (a, b) = $a \cdot b$

ggd (a, b) = 1

10 Waar of niet waar? Onderzoek volgende beweringen aan de hand van enkele voorbeelden.

a Twee opeenvolgende natuurlijke getallen zijn steeds onderling ondeelbaar.

☒ Waar
☐ Niet waar

Voorbeelden:

1 3 en 4
ggd $(3, 4) = 1$

2 10 en 11
ggd $(10, 11) = 1$

b Het product van twee natuurlijke getallen is gelijk aan het product van hun ggd en kgv.

☒ Waar
☐ Niet waar

Voorbeelden:

1 3 en 4
ggd $(3, 4) = 1$
kgv $(3, 4) = 12$
$3 \cdot 4 = 1 \cdot 12$

2 12 en 18
ggd $(12, 18) = 6$
kgv $(12, 18) = 36$
$12 \cdot 18 = 6 \cdot 36$

c Vermenigvuldig twee getallen met eenzelfde getal, dan wordt ook hun ggd met datzelfde getal vermenigvuldigd.

☒ Waar
☐ Niet waar

Voorbeelden:

1 3 en 4
ggd $(3, 4) = 1$ $\cdot 2$
6 en 8 $\cdot 2$
ggd $(6, 8) = 2$

2 12 en 18
ggd $(12, 18) = 6$ $\cdot 3$
36 en 54 $\cdot 3$
ggd $(36, 54) = 18$

11 Oma heeft een peperkoek gebakken. Straks komen kleinkinderen van haar op bezoek.
Ze is alleen vergeten of er 3, 5 of 6 komen.
Zij wil ze allemaal evenveel koek geven. Zij wil de peperkoek in zo min mogelijk gelijke plakjes snijden.
In hoeveel plakjes moet ze de koek snijden?

kgv$(3, 5, 6)$ = 30

(A) 15 (B) 24 (C) 30 (D) 60 (E) 90

WIZBRAIN 2010 probleem 11 © Stichting Wiskunde Kangoeroe

12 Een kruisgetallenraadsel. Noteer in elk lichtgroen vakje één cijfer.

	1	2	3	4	5	6	7
A	1	1	2		2	8	8
B	0		3	0	0		6
C	5	3		1		2	4
D	8	7	5		1	2	2
E	4	9		1		5	0
F		5	5	0	5	0	
G	2	1	3		5	0	0

HORIZONTAAL

A kgv (7, 16) • ggd (2016, 2880)

B kleinste cijfer • veelvoud van 50 dat ook een veelvoud van 20 is • drievoud dat ook een tweevoud is

C ggd (53, 106) • is een deler van elk getal • kgv (8, 6)

D kgv (35, 125) • ggd (244, 366)

E kgv (49, 1) • ggd (3, 7) • kgv (5, 10, 25)

F getal opgebouwd uit twee verschillende cijfers en met som van de cijfers 15

G grootste deler van 426 die niet 426 zelf is • veelvoud van 250

VERTICAAL

1 kgv (216, 441) • ggd (16, 18)

2 als a en b verschillende priemgetallen zijn, dan is ggd $(a, b) = \ldots$ • alle oneven cijfers in willekeurige volgorde

3 kleinste priemgetal groter dan 20 • ggd (35, 125) • kleinste priemgetal groter dan 50

4 de twee cijfers die gebruikt worden in het binair stelsel • ggd (540, 410)

5 kgv (4, 5) • ggd van twee onderling ondeelbare getallen • kgv (5, 11)

6 een veelvoud van 4 dat ook een veelvoud is van 8 • kgv (1125, 2500)

7 de vijf even cijfers van groot naar klein • kleinste veelvoud van elk getal