

1.1

Ruimtefiguren en vlakke figuren herkennen

1 Ruimtefiguren herkennen

Overal ter wereld vind je allerhande **ruimtefiguren** (of **ruimtelichamen**) terug. In oude en moderne gebouwen, kunstwerken... overal zie je ruimtelichamen waar je een speciale naam op kunt kleven.



Pont du Gard in Frankrijk

Herken je hier bepaalde patronen die terugkeren? Weet je waarvoor dit bouwwerk werd gebruikt?



Taj-Mahal in India

Sinds 2007 officieel een 'wereldwonder'. Dit gigantische 17e-eeuwse bouwwerk werd gebouwd als grafmonument en zit vol marmer en symmetrie.



Planetarium Sir Thomas in Brisbane, Australië

Binnenin worden de sterren geprojecteerd op een halve bol. Die rust dan weer op een grote cilinder.



Het koninklijk paleis in Brussel

Vaak komt er ook symmetrie voor in een gebouw. Beeld je in dat we in het midden een verticale rechte zouden tekenen. Links en rechts van die lijn zie je dan hetzelfde.



Kubushuizen in Nederland

In Rotterdam treffen we deze zeer unieke kubushuizen. Ze werden in 1982 gebouwd en het lijkt alsof ze op een van hun hoekpunten rusten.



Earth Pixel LLC - stock.adobe.com

De Sphere in Las Vegas

Eind 2023 opende dit bolvormig entertainment-gebouw: The Sphere. Het is 112 m hoog en wordt bedekt door 54 000 m² led-schermen.



Futuroscope

Dit is een van de vele knappe bouwwerken in het Franse pretpark Futuroscope. Buiten ziet het eruit als een groot ijskristal, binnen zie je o.a. IMAX-films.



Kakslauttanen in Finland

's Ochtends wakker worden in een iglohotel met boven jou het noorderlicht? Of in de zomermaanden de middernachtzon? Dan moet je naar Saariselkä in Finland.



Egyptische piramides

Meer dan 4000 jaar oud en gebouwd als graftombe voor de farao.

Sommige ruimtefiguren hebben een regelmatige vorm. Andere ruimtefiguren (zoals een kei of het ijskristal van Futuroscope) hebben een willekeurige vorm.

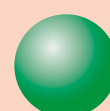
Ze hebben dit gemeen: allemaal nemen ze ruimte in en worden ze begrensd door **grensvlakken**. Deze grensvlakken zijn vlakke of gebogen oppervlakken.

Niet alle ruimtelichamen hebben een bovenvlak en een grondvlak. Zo hebben een kegel en een piramide geen bovenvlak en heeft een bol geen van beide. Die ruimtefiguren bestuderen we in het tweede jaar.

ruimtefiguren

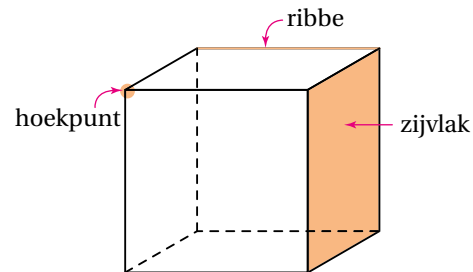
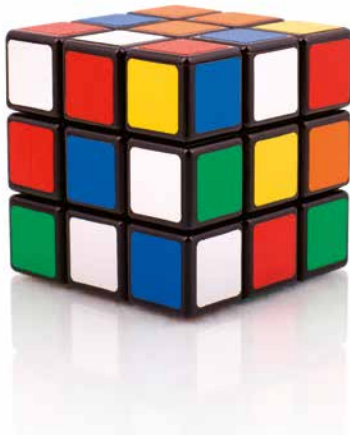


Een kubus, een balk, een recht prisma, een cilinder, een kegel, een piramide en een bol zijn **ruimtefiguren**.



2 Kubus, balk, prisma en cilinder

a De kubus

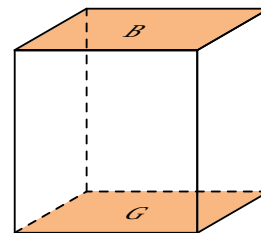


Een **kubus** wordt begrensd door 6 **grensvlakken** of **zijvlakken**. Dat zijn even grote vierkanten. De vlakken snijden elkaar in de **ribben**. We tellen 12 ribben. In een hoekpunt van de kubus komen telkens 3 ribben samen. We tellen 8 hoekpunten.

De kubus heeft één **grondvlak** en één bovenvlak.
De vier opstaande **zijvlakken** vormen samen de mantel.

Opmerking:

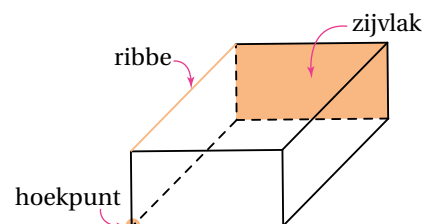
Onzichtbare ribben worden in streepjeslijnen getekend.



b De balk



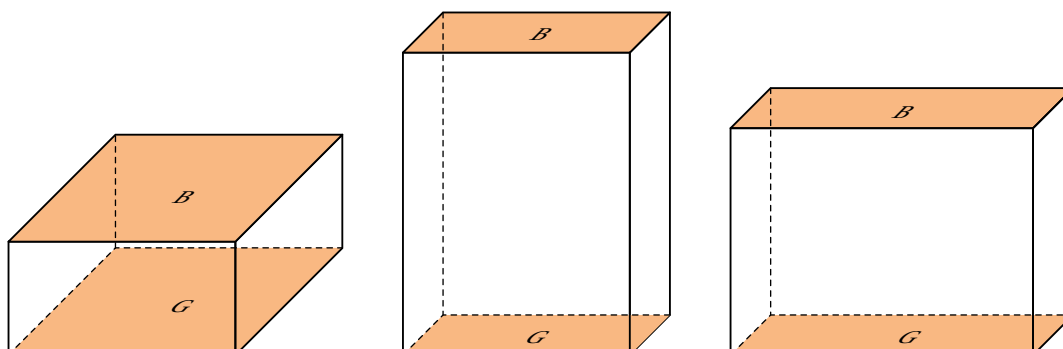
© 999 Games



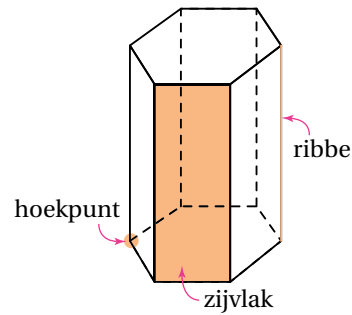
Een **balk** wordt begrensd door 6 grensvlakken. Elk grensvlak is een rechthoek. We tellen 12 ribben en 8 hoekpunten. Er zijn 3 maal 4 even lange ribben.

Opmerking:

Een balk heeft één grondvlak en één bovenvlak, die steeds even groot zijn.



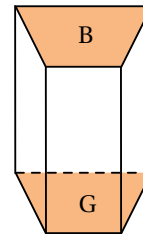
c Het rechte prisma



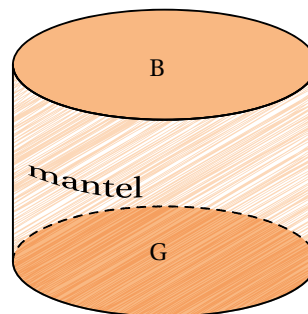
Een **recht prisma** is een lichaam dat wordt begrensd door twee evenwijdige en even grote veelhoeken (driehoek, vierhoek, vijfhoek ...) als grond- en bovenvlak. De opstaande zijvlakken zijn rechthoeken, die samen de mantel vormen. Er zijn zoveel opstaande zijvlakken als er zijden aan de veelhoek van het grond- of bovenvlak zijn. De opstaande ribben zijn allemaal evenwijdig en even lang.

Opmerkingen:

- De opstaande ribben staan loodrecht op grondvlak en bovenvlak.
- Een kubus en een balk zijn speciale gevallen van prisma's.



d De cilinder



Een **cilinder** is een lichaam dat begrensd wordt door twee even grote cirkelschijven en een gebogen zijvlak. De cirkelschijven worden grond- en bovenvlak genoemd. Het gebogen zijvlak is de **mantel**.






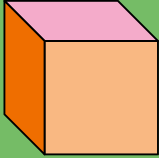
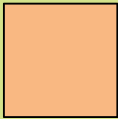

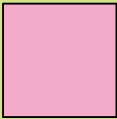




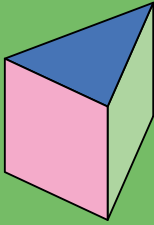
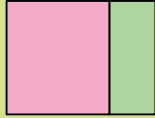
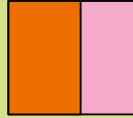

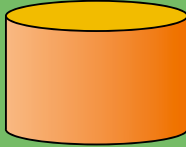


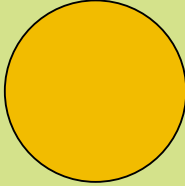






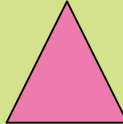





Kubus, prisma en cilinder

De woorden 'kubus', 'prisma' en 'cilinder' komen uit Griekenland. Zo is 'cubos' een soort dobbelsteen met zes vlakken. 'Cilinder' betekende eigenlijk 'rol' en prisma betekent letterlijk 'het afgezaagde'.

3 Vlakke figuren herkennen

Voorbeeld 1: door te kijken naar ruimtefiguren

Bespreek welke figuren het mannetje ziet.

RUIMTEFIGUUR	MANNETJE DAT ERVOOR STAAT 	MANNETJE DAT ER LINKS VAN STAAT 	MANNETJE DAT ERBOVEN HANGT 
KUBUS 			
BALK 			
PRISMA 			
CILINDER 			
PIRAMIDE 			
KEGEL 			
BOL 			

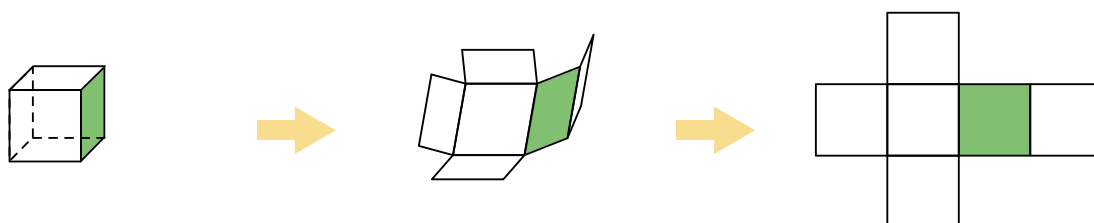
Voorbeeld 2: in bouwplaten

Een kubus, een balk, een prisma en een cilinder zijn allemaal ruimtefiguren die we kunnen ontwikkelen.

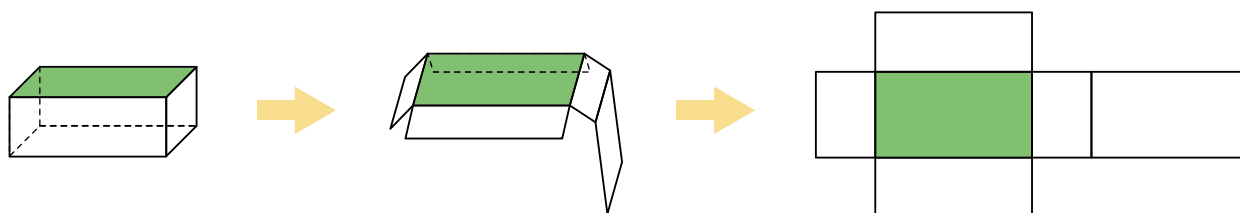
We hebben dan als het ware een bouwplaat die (met wat knip- en plakwerk) de originele ruimtefiguur oplevert.

Dankzij die **ontwikkeling** kunnen we gemakkelijk zien wat de grensvlakken zijn van de ruimtefiguur.

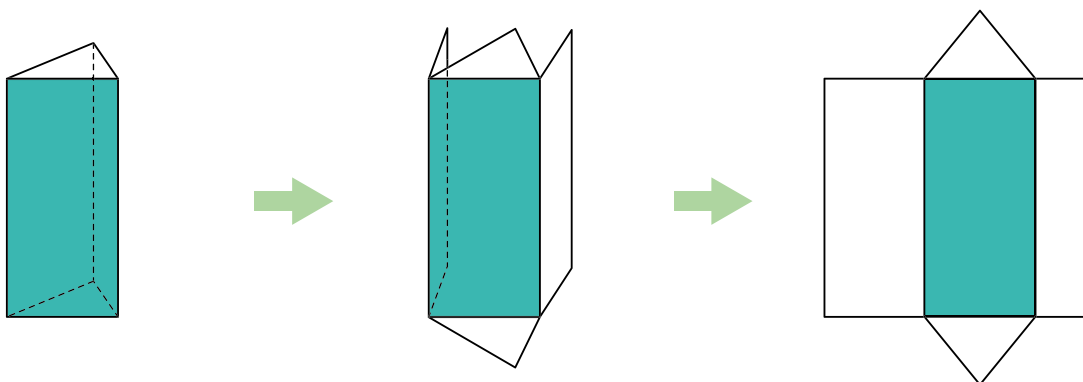
Zo zijn alle zijvlakken bij een kubus **vierkanten**. Een vierkant heeft vier even lange zijden en vier rechte hoeken.



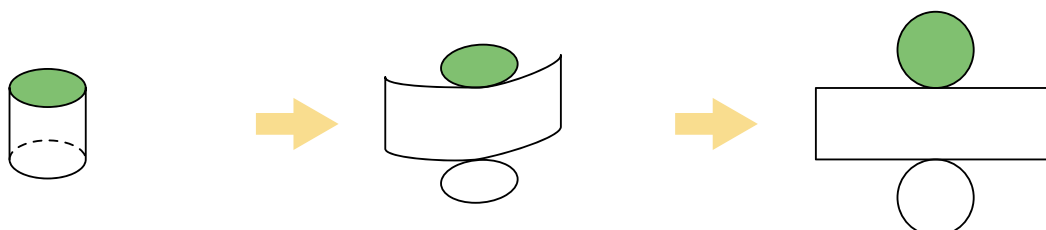
De zijvlakken bij een balk zijn **rechthoeken**, die per twee even groot zijn. Een rechthoek heeft vier rechte hoeken.



De zijvlakken bij een recht prisma zijn **rechthoeken**, die niet noodzakelijk even groot zijn.



Het grond- en bovenvlak van een cilinder zijn **cirkels**. Bij een cirkel liggen alle punten even ver van het middelpunt.

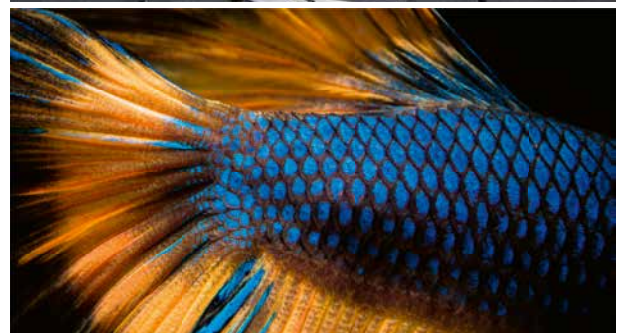
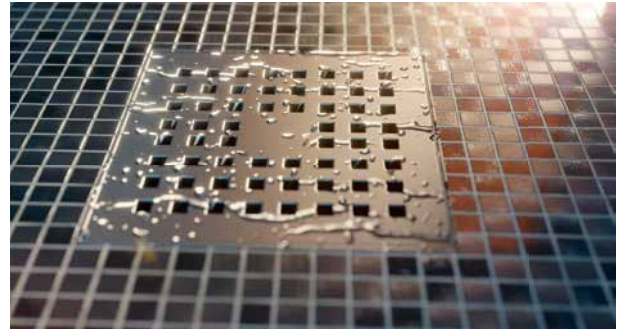


Voorbeeld 3: in patronen

Vlakke figuren kom je overal tegen.

- de tegels in de badkamer;
- figuren op het behangpapier;
- het zebrapad;
- de stenen op de speelplaats;
- de ruitjes op het hemd van de leraar of de jurk van de juf;
- de lijnen op het sportveld.

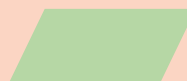
De speelplaats kan gewoon een aaneenschakeling zijn van vierkante tegels. We noemen dat een **vlakvulling** met vierkanten. De zijgevel van je huis is misschien een vlakvulling van rechthoeken?



Vlakke figuren zijn delen van het vlak.
Je vindt ze in allerlei vormen terug.

vlakke figuren

Een vierkant, een rechthoek, een driehoek, een ruit, een parallellogram, een trapezium en een cirkel zijn voorbeelden van **vlakke figuren**.



4 Aanzichten

Maak kennis met Max, onze bordercollie, die even blijft stilstaan zodat de tekenaar drie aanzichten kan weergeven.

Max in vooraanzicht



Max in linkerzijaanzicht



Max in bovenaanzicht

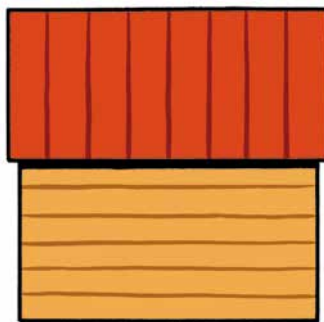


Max heeft ook een eigen hondenhek. Ook daar lukt het om de drie aanzichten weer te geven.

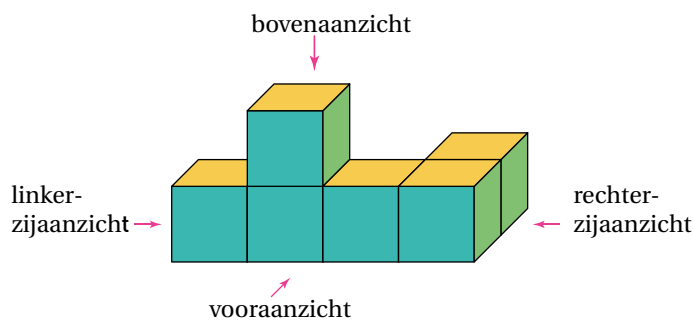
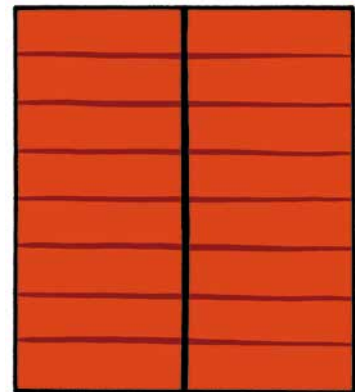
hondenhek in vooraanzicht



hondenhek in linkerzijaanzicht

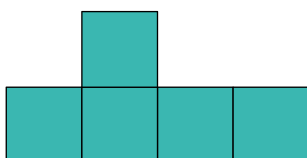


hondenhek in bovenaanzicht

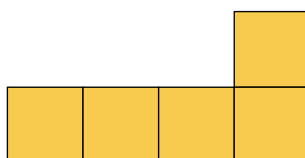


Niet alleen honden en hun hokjes kunnen we vanuit verschillende posities bekijken. Het lukt ook met ruimtefiguren, zoals deze blokkencombinatie.

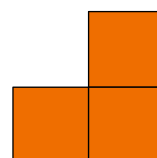
vooraanzicht



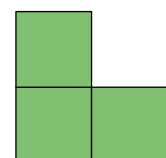
bovenaanzicht



linkerzijaanzicht



rechterzijaanzicht



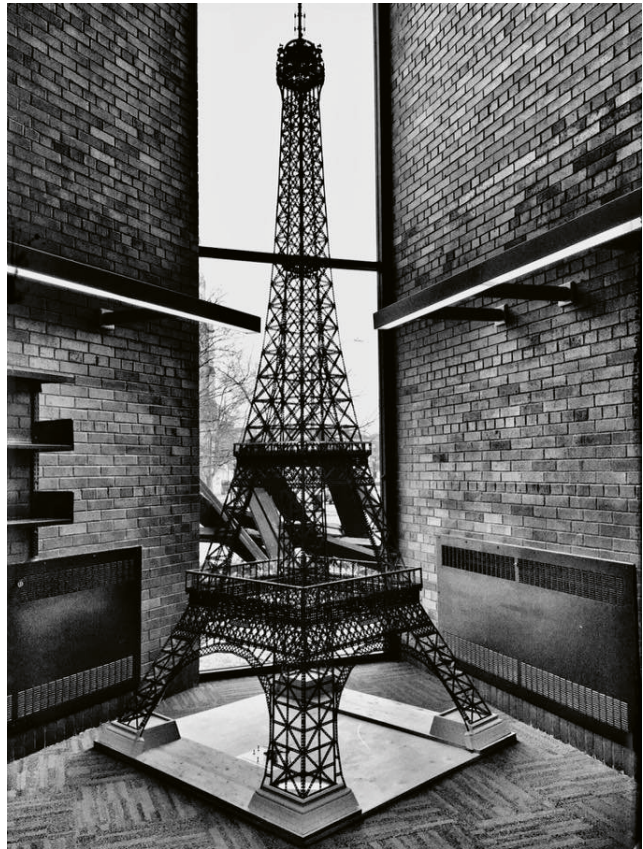
5 Schaal

Schepen, auto's en monumenten zoals de Eiffeltoren zijn in werkelijkheid heel groot. In de modelbouw wordt het allemaal op **schaal** nagemaakt. Dat gebeurt heel precies en de afmetingen worden steeds met eenzelfde factor verkleind.

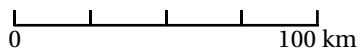
Voor de Eiffeltoren hiernaast is de schaal $\frac{1}{75}$.

Voor heel wat speelgoedautootjes is de schaal 1 : 64.

We noemen dit allebei een **breukschaal**.



In een atlas, op een wegenkaart of bij een luchtfoto vind je ook een schaal terug. Die noemen we een **lijnschaal**.



Soms is het nodig de werkelijkheid te vergroten.

Een watervlo is in het echt een heel klein diertje. Als we het willen bekijken, leggen we de vlo het best onder een microscoop. Op het oculair vinden we de breukschaal terug.



de watervlo in het echt



de watervlo uitvergroot



De gebruikte schaal is hier 24 : 1.

We hebben te maken met een vergroting van de werkelijkheid.

6 Schaalproblemen oplossen

Voorbeeld 1: de druivenfietsroute

De druivenroute is een fietsroute in Vlaams-Brabant. Hieronder zie je een stukje van de kaart met onderaan een lijnschaal. Op de kaart is de afstand tussen knooppunt 60 en knooppunt 57 (een knooppunt is aangeduid met een cirkel) in vogelvlucht precies 5 cm. Wat is de werkelijke afstand in vogelvlucht?

Oplossing:

- Maak een schatting.
- Zet de lijnschaal eerst om naar een breukschaal.
- Maak een tabel.
- Noteer bovenaan de gegevens van de tekening, onderaan de gegevens in werkelijkheid.
- Bereken met hoeveel 5 cm op de tekening in werkelijkheid overeenkomt.

Om te schatten kun je je duim tegen de lijnschaal leggen. Je duim komt ongeveer overeen met 1000 m.

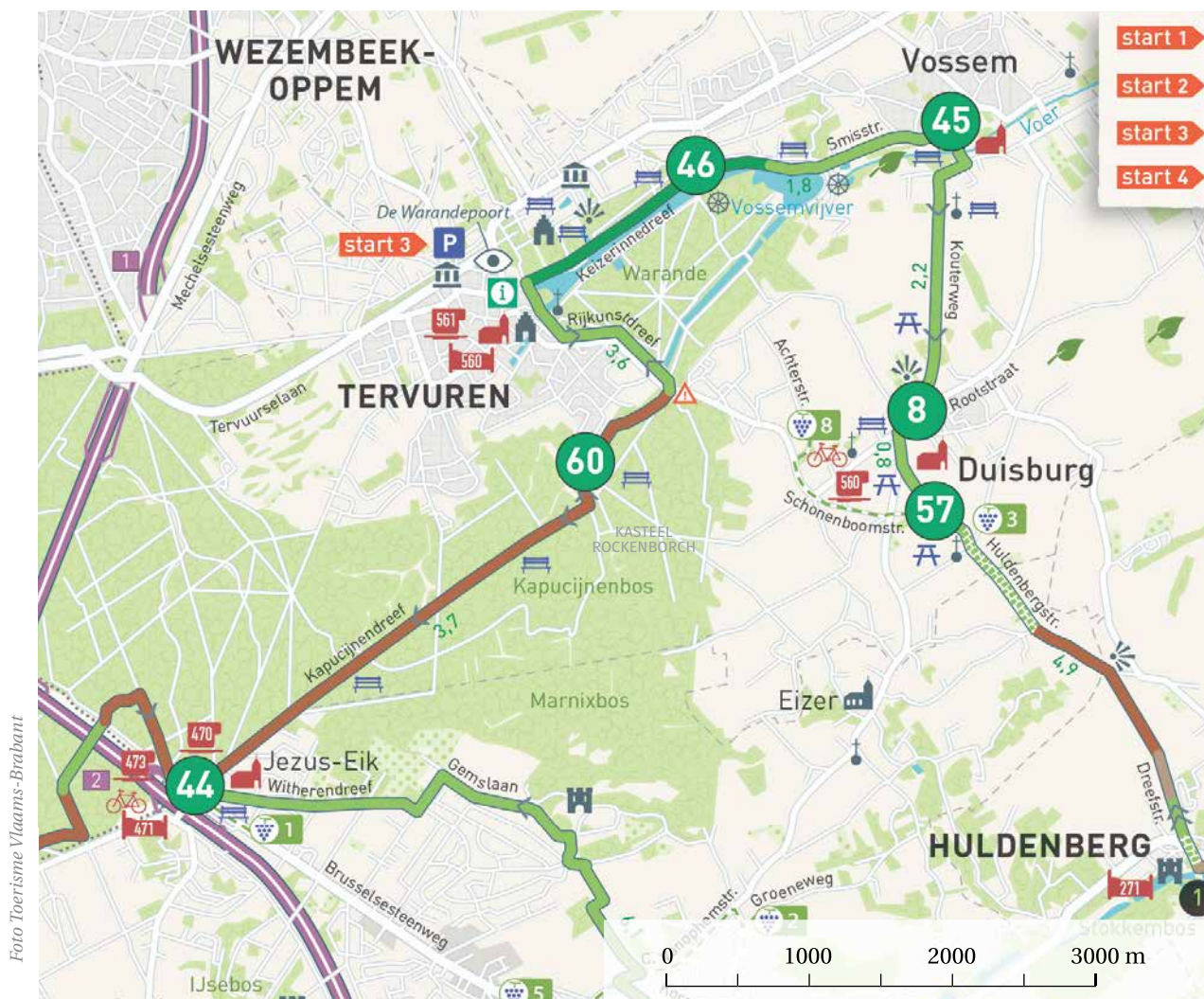
Schat nu hoeveel keer je duim in de gevraagde afstand past.

Uit de lijnschaal leer je dat 1 cm overeenkomt met 500 m. Als we dezelfde eenheden hanteren, komt 1 cm overeen met 50 000 cm. De schaal is dus 1 : 50 000.

AANTAL CM OP TEKENING	1	5
AANTAL CM IN WERKELIJKHEID	50 000	250 000

Antwoord:

In werkelijkheid bedraagt de afstand in vogelvlucht 250 000 cm of 2,5 km.



Voorbeeld 2: Gloster Gladiator

Laura's vader is fan van modelbouw en stak al heel wat vliegtuigjes in elkaar. Op een rommelmarkt tikt hij een ongeopende doos van de Gloster Gladiator op de kop, een Engelse dubbeldekker. De schaal die op de doos vermeld staat, is 1 : 72. Als zijn vliegtuigje helemaal af is (zie foto hiernaast), meet hij de totale lengte: 11,6 cm. Om de lengte van het echte vliegtuig te kennen, kun je werken met een tabel.

Oplossing:

- Maak een tabel.
- Noteer bovenaan de gegevens van het model, onderaan de gegevens in werkelijkheid.
- Vul de gegevens in.
- Bereken met hoeveel 11,6 cm op het model in werkelijkheid overeenkomt.

AANTAL CM OP SCHAAL	1	11,6
AANTAL CM IN WERKELIJKHEID	72	835,2

· 11,6

· 11,6

Antwoord:

In werkelijkheid is de Gloster Gladiator 835,2 cm of 8,352 m lang.

Voorbeeld 3: de Lærdalstunnel

De langste autotunnel van de wereld bevindt zich in Noorwegen en is bijna 25 km lang. Om de 6 km krijg je door de extra verlichte uitbouw de indruk dat je door een ijsberg rijdt.

Op het kaartje vind je de tunnel terug, hij is aangegeven met een oranje lijn.

Op welke schaal is de kaart weergegeven?

**Oplossing:**

- Maak een tabel.
- Noteer bovenaan de gegevens van de tekening, onderaan de gegevens in werkelijkheid.
- Vul de gegevens in.
- Bereken met hoeveel 1 cm op de tekening in werkelijkheid overeenkomt.

AANTAL CM OP TEKENING	5	1
AANTAL CM IN WERKELIJKHEID	250000	50000

: 5

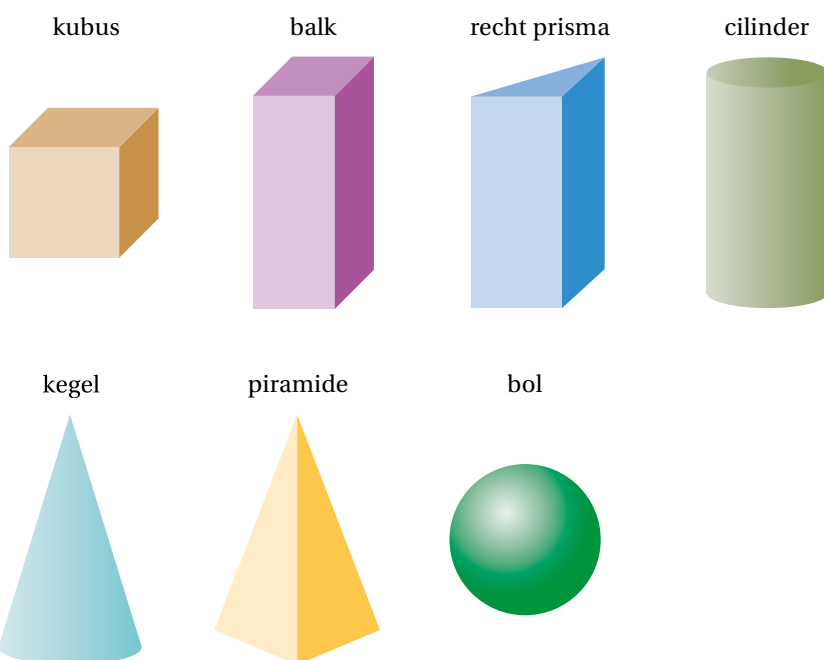
: 5

Antwoord:

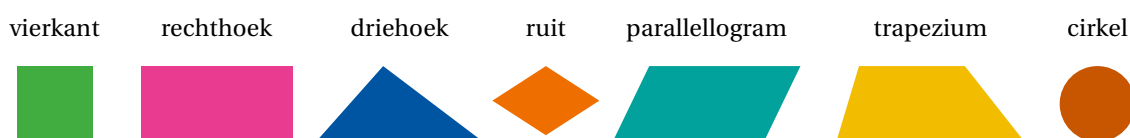
De kaart is getekend op schaal 1 : 500 000.

7 Samenvatting

- Je kunt vlakke figuren herkennen in de zijvlakken van een ruimtefiguur.
- Je kunt van een kubus (of een figuur die opgebouwd is door enkele kubusjes) en een balk aanzichten herkennen en aanzichten tekenen.
- Je herkent de volgende ruimtefiguren:



- Je herkent de volgende vlakke figuren:



- Je kunt vlakke figuren en ruimtefiguren herkennen in voorbeelden uit je eigen leefomgeving, wetenschappen, techniek en kunst.
- Je kunt voorbeelden geven van vlakke figuren en ruimtefiguren uit je eigen leefomgeving, wetenschappen, techniek en kunst.
- Je kunt de schaal bij een gegeven figuur aflezen en op een figuur gemeten lengtes omzetten naar ware grootte. Je kunt gegevens in ware grootte omrekenen naar een voorstelling op schaal.
- Je kent de verschillende notatievormen van een schaal en kunt de ene in de andere omzetten.



1.2

Begrippen in de vlakke meetkunde

1 Punt, vlak en rechte

Meetkunde kun je perfect vergelijken met een spelletje dammen, stratego of schaken. Er zijn verschillende begrippen die meespelen (speelstukken), er moeten afspraken gemaakt worden (spelregels) en er is het vlak waarin alles gebeurt (het spelbord).



STRATEGO	SCHAKEN	MEETKUNDE
spelbord	schaakbord	het vlak
maarschalk, kapitein, spion ...	pion, loper, toren ...	punt, lijnstuk, rechte ...
een verkenner mag meer dan één vakje vooruit of opzij	een toren mag zich alleen horizontaal of verticaal verplaatsen	door twee verschillende punten kun je precies één rechte tekenen
...

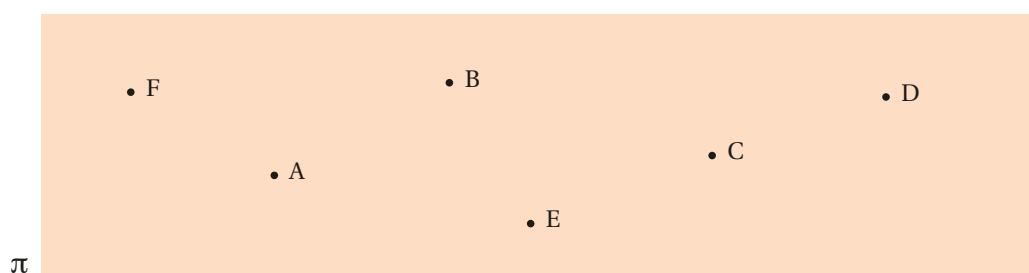
De vlakke meetkunde speelt zich af in het **vlak** π (lees: pi).

Het vlak π (het vlak van het bord, van je blad of van je werktafel) is een oneindige verzameling van punten.

Het is onbegrensd en beperkt zich niet tot datgene wat je bijvoorbeeld van het bord kunt zien. Het loopt oneindig door naar boven, onder, links en rechts.

In de ruimte kun je werken met meerdere vlakken.

Een **punt** stellen we voor door een stip en benoemen we met een hoofdletter.



Een **rechte** is een verzameling van punten. Een rechte is onbegrensd.

We duiden een rechte aan met een kleine letter of met twee punten die op die rechte liggen.

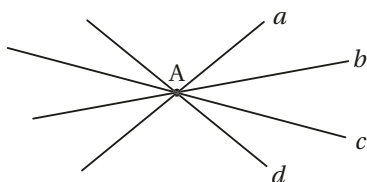
Voorbeeld: rechte AB
of rechte BA
of rechte a



het punt A ligt op de rechte a	het punt C ligt niet op de rechte a	de rechte a is een deelverzameling van het vlak π
$A \in a$	$C \notin a$	$a \subset \pi$

Onderzoeksoopdrachten:

- Teken een punt A.
- Hoeveel rechten kun je tekenen door dit punt?
- Formuleer je besluit in een zin.
- Teken twee verschillende punten A en B.
- Hoeveel rechten kun je tekenen die door A en B gaan?
- Formuleer je besluit in een zin.



eigenschappen

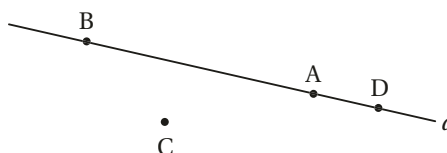
Door een punt A gaan oneindig veel rechten.
Door twee verschillende punten A en B gaat juist één rechte.

collineaire punten

Collineaire punten zijn punten die op eenzelfde rechte liggen.

Voorbeeld:

A, B en D zijn collineair.
A, B en C zijn niet collineair.



2 Halfrechte en lijnstuk

Als we een schaar zetten in een rechte, dan hebben we plots twee **halfrechten**. Een halfrechte is langs één kant begrensd. Een **lijnstuk** is langs twee kanten begrensd. Bij het lijnstuk $[AB]$ noemen we A en B de **grenspunten** van het lijnstuk.

De rechte waar de halfrechte of het lijnstuk op ligt, noemen we de **drager**.

Zo is a de drager van $[AB]$ en ook de drager van $[AC]$.

Notatie:

rechte a of AB



halfrechte $[AB]$



halfrechte $[AC]$



lijnstuk $[AB]$



Collineair

Het woord collineair is afgeleid van het Latijnse 'collineare'. Dat betekent 'in rechte lijn sturen'. Het voorzetsel 'co' (of col/con/com/cor) duidt erop dat wat volgt gemeenschappelijk is. Denk maar aan collega, collage, collectie, compagnie... Het woord 'lineair' vinden we ook terug in liniaal (ligne is Frans voor lijn), wat synoniem is voor je meetlat.

3 Meten van lijnstukken

Doordat een lijnstuk begrensd is, kunnen we dat lijnstuk **meten**.

Meten is eigenlijk bepalen hoe dikwijls een **eenheid** in een gegeven **grootheid** gaat.

GROOTHEID	SYMBOOL GROOTHEID	MEETEENHEID	SYMBOOL MEETEENHEID
lengte	l	meter	m
temperatuur	t	graad Celsius	°C
oppervlakte	A	vierkante meter	m ²

Meten is in het dagelijkse leven een belangrijke activiteit. Als we willen behangen, moeten we meten hoe hoog en hoe breed de muren zijn.

Als we een nieuw pak willen kopen, neemt de verkoopster de maten.

Daarvoor gebruikt ze een lintmeter.



Als we een nieuwe eetkamer willen kopen, moeten we eerst de woonkamer goed opmeten om te weten hoe lang, hoe hoog en hoe breed de meubels mogen zijn. Hiervoor gebruiken we een plooiometer of een rolmeter.



In de meetkunde (= de kunde van het meten) gebruiken we een meetlat.

Nauwkeurig meten is belangrijk.

Ook de keuze van de **meeteenheid** is belangrijk.

In Europa wordt meestal gemeten in **meter** (m).

Van deze eenheid zijn volgende eenheden afgeleid:

1000 m	100 m	10 m	eenheid	0,1 m	0,01 m	0,001 m
1 km	1 hm	1 dam	1 m	1 dm	1 cm	1 mm



De decameter (dam) en hectometer (hm) worden in het dagelijkse leven niet veel meer gebruikt.

We zullen eerder spreken van 10 m en van 100 m.



Herkomst van de meter

De 'meter' werd gedefinieerd ten tijde van Napoleon. Hij liet een metalen staaf aanmaken, zei dat dit vanaf nu één meter was en liet zo'n metalen staaf brengen naar alle steden van zijn rijk. Hij liet ook de meter in 10 verdelen en daarna nog eens in 10. Hij had een naam voor tien meter en tien keer tien meter. Nu nog kun je de eerste 'meter' gaan bezichtigen in een museum in Parijs, onder glas. Want Napoleon was één ding vergeten: metaal zet uit met de warmte, en daardoor was de meter iets langer in de zomer...

In landen waar Napoleon niets te zeggen had, zoals Engeland, Amerika en Australië, werden andere lengtematen gebruikt. Daar werd en wordt gerekend in o.a. mijlen, duimen en voeten. Een mijl komt overeen met ongeveer 1,85 kilometer, een voet is ongeveer 30,47 cm lang en een duim 2,54 cm.



De **lengte** van dit lijnstuk $[AB]$ is 4 cm.

De **afstand** tussen A en B is 4 cm.



Notatie:

$$|AB| = 4 \text{ cm}$$

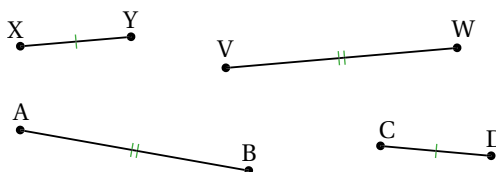
Hierbij noemen we

- $|AB|$ de lengte van het lijnstuk $[AB]$
- 4 is het maatgetal
- cm is de eenheid

Om aan te duiden dat lijnstukken even lang zijn, gebruiken we eenzelfde merkteken:

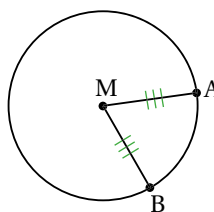
$$|XY| = |CD|$$

$$|VW| = |AB|$$



In een cirkel zijn alle stralen even lang.

$$|MA| = |MB| = r$$



Opmerking:

Om lijnstukken te tekenen met eenzelfde lengte, zal de nauwkeurigheid bepaald worden door je meet-instrument. Gebruik je een geodriehoek, dan werk je tot op 1 millimeter nauwkeurig.

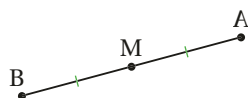
- Meet de lengte van het gegeven lijnstuk.
- Teken daarna een lijnstuk met eenzelfde lengte.

4 Midden van een lijnstuk

Onderzoek:

Is M het **midden van het lijnstuk**? Verklaar waarom (niet).

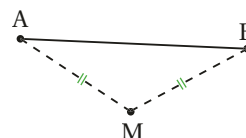
Voorbeeld:



Tegenvoorbeeld 1:



Tegenvoorbeeld 2:



midden van een lijnstuk

in woorden:

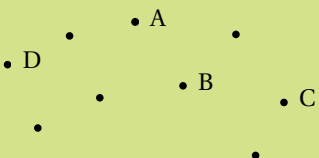

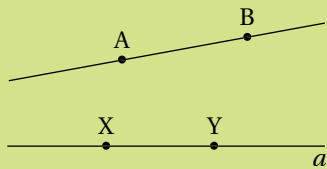
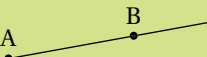


M is het **midden van het lijnstuk** $[AB]$ als en slechts als M op het lijnstuk $[AB]$ ligt en het lijnstuk in twee even lange stukken verdeelt.

in symbolen:

$$M = \text{mi } [AB] \iff M \in [AB] \text{ en } |AM| = |BM|$$

5 Samenvatting

- Je weet dat de meetkunde is opgebouwd uit een aantal basisbegrippen zoals vlak, punt en rechte.
Het vlak is een oneindige verzameling van punten.
Door twee verschillende punten gaat precies één rechte.
Door één punt gaan oneindig veel rechten.

NAAM	VOORSTELLING	NOTATIE
vlak		π <i>Griekse letter</i>
punt		A <i>hoofdletter</i>
rechte		AB $XY = a$ <i>twee hoofdletters of één kleine letter</i>
halfrechte		[AB
lijnstuk		[AB]
lengte van een lijnstuk		$ AB = 2 \text{ cm}$

- Je kunt bij afstanden een geschikte eenheid kiezen.
- Je weet dat elk lijnstuk precies één midden heeft.
M is het midden van het lijnstuk [AB] als en slechts als M op het lijnstuk [AB] ligt en het lijnstuk in twee even lange stukken verdeelt.
in symbolen:
 $M = \text{mi } [AB] \iff M \in [AB] \text{ en } |AM| = |BM|$
- Je weet wat collineaire punten zijn.
Collineaire punten zijn punten die op eenzelfde rechte liggen.
- Je kunt een lijnstuk tekenen dat even lang is als een gegeven lijnstuk tot op 1 mm nauwkeurig.