5.1 Omtrek van vlakke figuren

1 Lengtematen

De hoogte van een boom wordt uitgedrukt in meter. De afstand Brussel-Oostende wordt uitgedrukt in kilometer. De lengte van een pasgeboren baby wordt uitgedrukt in centimeter.
Als eenheid gebruiken we in Europa (meestal) **meter**. Van die eenheid zijn de volgende lengtematen afgeleid: **kilometer**, **decimeter**, **centimeter**, **millimeter** …

1 km	1 hm	1 dam	1 m	1 dm	1 cm	1 mm
1000 m	100 m	10 m	1 m	0,1 m	0,01 m	0,001 m

De **decameter** (dam) en **hectometer** (hm) worden in het dagelijkse leven bijna niet meer gebruikt.
We zullen eerder spreken van 10 m en 100 m.

1 dam = 10 m
1 hm = 100 m

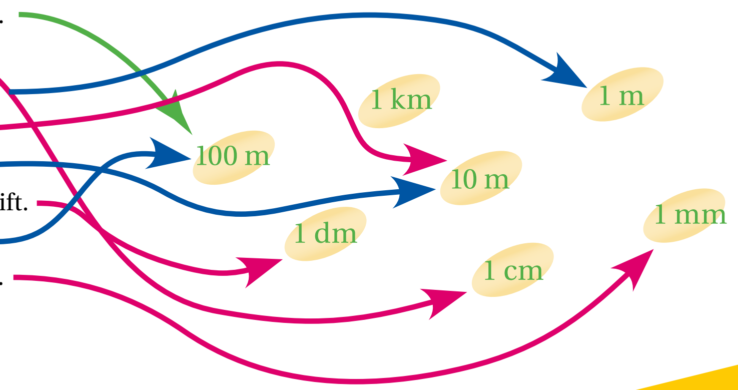
Wellicht heb je in de basisschool met een tabel gewerkt om van de ene eenheid naar een andere over te gaan.

Voorbeeld:
150 m = 1500 dm
= 0,15 km

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
	1	5	0			
	1	5	0	0		
0 ,	1	5				

Om behoorlijk te kunnen schatten moet je een ‘meetgevoel’ opbouwen. We zullen het al even trainen.
Met welke eenheid komen de volgende metingen ongeveer overeen?

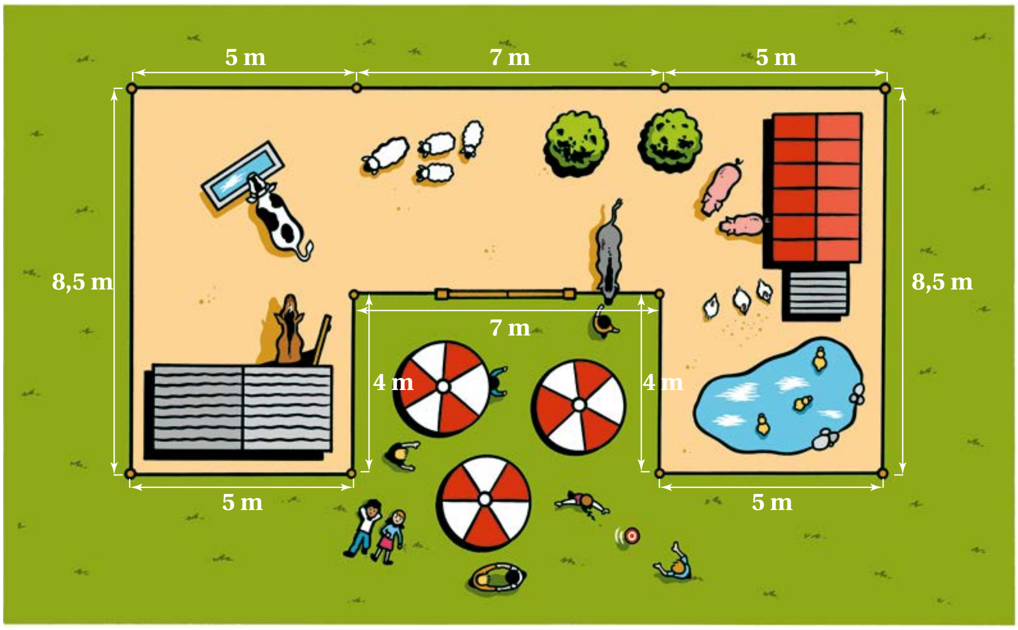
- De lengte van een voetbalveld.
- De dikte van dit boek.
- De diagonaal van je tv-toestel.
- De lengte van een lijnbus.
- De hoogte van een boom.
- De hoogte van een Pritt plakstift.
- De hoogte van het Atomium.
- De dikte van een potloodpunt.



2 Omtrek

Voorbeeld 1: de kinderboerderij

De kinderboerderij sluit even de deuren zodat ze alle afsluitingen kunnen vernieuwen. Hoeveel meter draad zullen ze hiervoor nodig hebben?



Om dit probleem op te lossen, maken we gebruik van het begrip **omtrek**.
We zullen de lengte van alle zijden optellen.

5 + 7 + 5 + 8,5 + 5 + 4 + 7 + 4 + 5 + 8,5 = 59

Antwoord:
De kinderboerderij heeft 59 meter draad nodig.

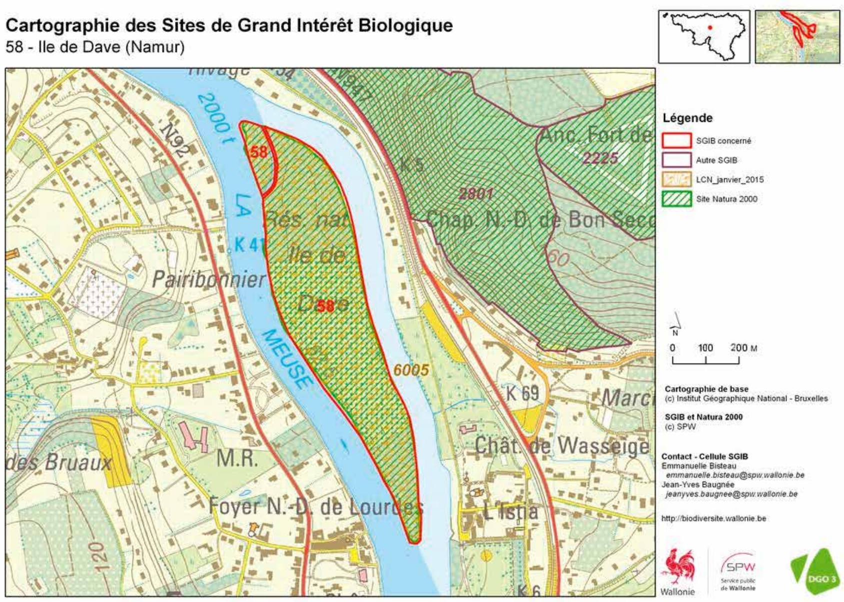
Voorbeeld 2: het grootste eiland in België

Op vijf kilometer van Namen vind je het grootste eiland van België: île de Dave. Timo besluit om met een klein bootje rond dit unieke natuurgebied te varen. Schat hoeveel km hij gevaren zal hebben.

We combineren onze kennis van
- schaal;
- omtrek;
- schatten.

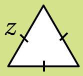
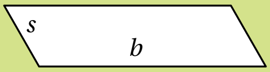
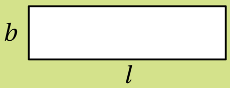
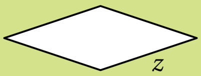
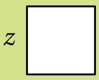
Bespreek hoe je dit het best aanpakt. Welke schatting is de meest juiste?

a minder dan 4 km
b tussen 4,1 en 7 km
c tussen 7,1 en 10 km
d tussen 10,1 en 13 km
e meer dan 13 km

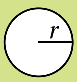


3 Omtrekformules

Als symbool voor omtrek gebruiken we p (van periferie).
Bij sommige driehoeken en vierhoeken kunnen we de omtrek met een formule weergeven.

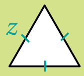
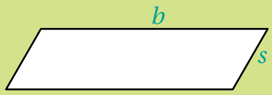
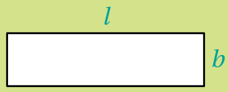
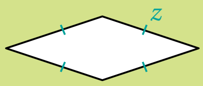
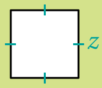
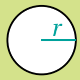
FIGUUR	BENAMING	FORMULE
	driehoek	p = som van de zijden
	gelijkzijdige driehoek	p = som van de zijden $= z + z + z$ $= 3 \cdot z$
	parallellogram	p = som van de zijden $= b + s + b + s$ $= 2 \cdot (b + s)$
	rechthoek	p = som van de zijden $= l + b + l + b$ $= 2 \cdot (l + b)$
	ruit	p = som van de zijden $= z + z + z + z$ $= 4 \cdot z$
	vierkant	p = som van de zijden $= z + z + z + z$ $= 4 \cdot z$
	trapezium	p = som van de zijden

Aangezien een cirkel geen zijden heeft, kun je ook geen som van de zijden maken. Je kunt wel proefondervindelijk de omtrek van een cirkel zoeken (zie oefeningen). De omtrek van een cirkel is gelijk aan de diameter (of het dubbele van de straal) vermenigvuldigd met het getal π $(= 3{,}1415926\ldots)$.
Als je geen ICT kunt gebruiken, neem je $\pi \approx 3{,}14$. Het symbool $\approx$ betekent: is afgerond.

	cirkel	$p = 2 \cdot \pi \cdot r$ $= \pi \cdot d$

4 Samenvatting

- Je kent de omtrekformules en kunt ze toepassen in vraagstukken.

DRIEHOEK	p = som van de zijden	
GELIJKZIJDIGE DRIEHOEK	$p = 3z$	
PARALLELLOGRAM	$p = 2(b + s)$	
RECHTHOEK	$p = 2(l + b)$	
RUIT	$p = 4z$	
VIERKANT	$p = 4z$	
TRAPEZIUM	p = som van de zijden	
CIRKEL	$p = 2\pi r$	

Deca, deci enzovoort

De voorvoegsels deci, centi en milli komen alle uit het Latijn en staan respectievelijk voor tien (decem), honderd (centrum) en duizend (mille). De voorvoegsels deca, hecto en kilo komen uit het Grieks en betekenen hetzelfde: tien (deka – δέκα), honderd (hekaton – ἑκατόν) en duizend (chilioi – χίλιοι).

Er bestaan ook nog andere voorvoegsels om grotere en kleinere afgeleide eenheden aan te duiden:

mega: 10^6 van het Griekse 'megas' (μέγας), wat 'groot' betekent;

giga: 10^9 van het Griekse 'gigas' (γίγας), wat 'reus' betekent;

tera: 10^{12} van het Griekse 'te(t)ras' (τέτρας), wat 'monster' betekent;

micro: $1/10^6$ van het Griekse 'micros' (μικρός), wat 'klein' betekent;

nano: $1/10^9$ van het Latijnse 'nanus', wat 'dwerg' betekent.

5.2 Oppervlakte van vlakke figuren

1 Oppervlaktematen

De oppervlakte van de speelplaats wordt uitgedrukt in m^2. De oppervlakte van België wordt uitgedrukt in km^2. De oppervlakte van een blad papier wordt uitgedrukt in dm^2.
Om een **oppervlakte** te berekenen, moet je telkens een product maken van twee lengtematen (bijvoorbeeld zijde maal zijde). De oppervlakte-eenheid is dan ook de meter maal meter (m · m) of **vierkante meter** (m^2).
Net als bij lengtematen werken we ook hier met afgeleide eenheden.

1 km^2	**1 ha** 1 hm^2	**1 a** 1 dam^2	**1 ca** 1 m^2	1 dm^2	1 cm^2	1 mm^2
1 000 000 m^2	10 000 m^2	100 m^2	1 m^2	0,01 m^2	0,0001 m^2	0,000 001 m^2

De ‘vierkante decameter’ en ‘vierkante hectometer’ worden in het dagelijkse leven niet gebruikt. Wel zullen grondoppervlakten dikwijls uitgedrukt worden in are en/of centiare.

- 1 **centiare** (1 ca) komt overeen met 1 m^2 (= oppervlakte van een vierkant met zijde 1 m).
- 1 **are** (1 a) komt overeen met 100 m^2 (= oppervlakte van een vierkant met zijde 10 m).
- 1 **hectare** (1 ha) komt overeen met 10 000 m^2 (= oppervlakte van een vierkant met zijde 100 m).

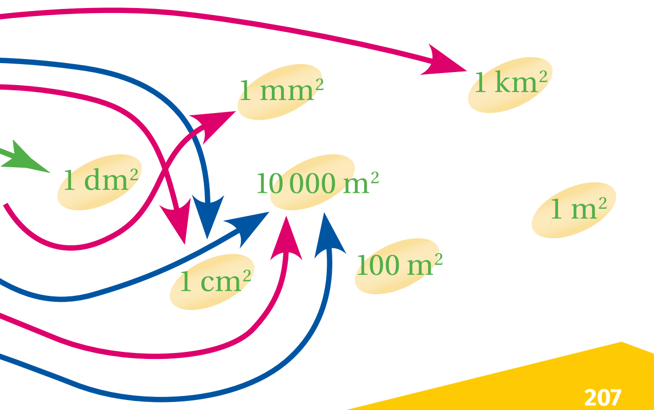
Ook hier kan een tabel je helpen om over te gaan van de ene naar de andere oppervlaktemaat.

Voorbeeld:
3,2 m^2 = 32 000 cm^2
5 km^2 = 5 000 000 m^2

km^2		hm^2		dam^2		m^2		dm^2		cm^2		mm^2	
							3	2	0				
							3	2	0	0	0		
	5												
	5	0	0	0	0	0	0						

Om behoorlijk te schatten, moet je een ‘oppervlaktegevoel’ opbouwen. We zullen het al even trainen.
Met welke eenheid komen volgende metingen ongeveer overeen?

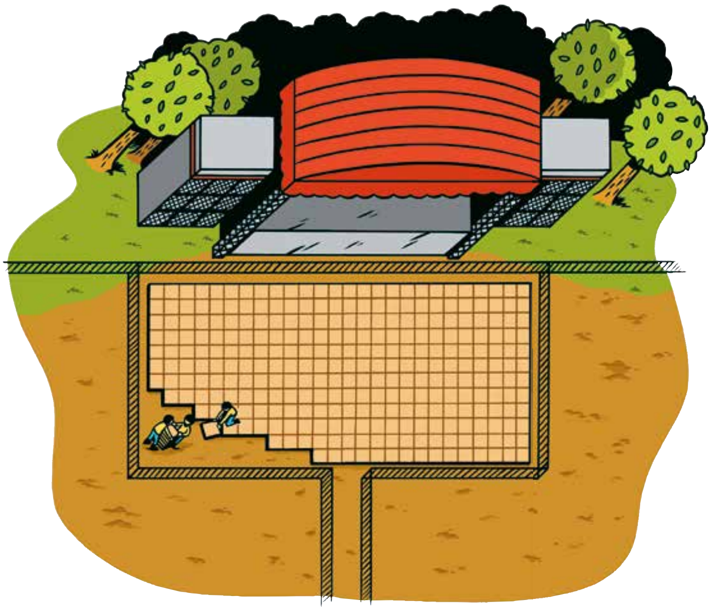
- De oppervlakte van het dorpscentrum.
- De oppervlakte van een punaise.
- De oppervlakte van een vingernagel.
- De oppervlakte van je handpalm.
- De oppervlakte van één vakje op een millimeterblad.
- De oppervlakte van een kleine boomgaard.
- De oppervlakte van twee voetbalpleinen.
- De oppervlakte van de speelplaats.



2 Oppervlakte

Voorbeeld 1: modder of geen modder

Voor een popfestival besluit de organisator om de vipzone in de weide te voorzien van vierkante houten platen (met zijde 1 m). Die zorgen ervoor dat de eigenaars van de duurste tickets niet in de modder zullen zitten. Hoeveel platen heeft hij nodig?



Om dit probleem op te lossen, maken we gebruik van het begrip oppervlakte. Hoeveel platen liggen er in de breedte? Hoeveel platen liggen er in de lengte?

De oppervlakte wordt dan:

$26\text{ m} \cdot 12\text{ m} = 312\text{ m}^2$

Antwoord:

De organisator heeft voor de vipzone 312 platen nodig.

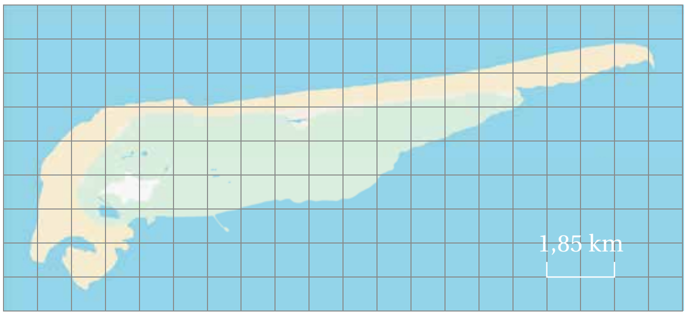
Voorbeeld 2: Schiermonnikoog

Na de zeilvakantie in de Ardennen besluit Timo om te gaan wandelen op een van de Waddeneilanden. Helemaal in het noorden van Nederland valt zijn oog op Schiermonnikoog!

Wat is de oppervlakte van dat eiland?

We combineren hier onze kennis van:

– oppervlakte;
– schaal;
– schatten.



Bespreek hoe je dit probleem het best aanpakt.

Wat is jouw bevinding?

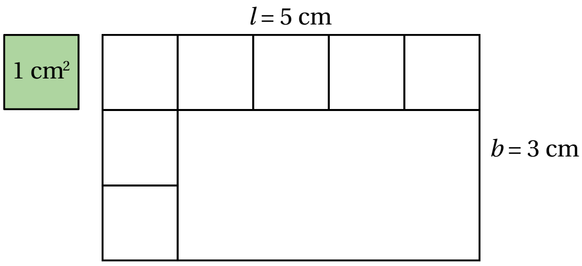
a 20 km^2
b 40 km^2
c 60 km^2
d meer dan 60 km^2

3 Oppervlakteformules

Als symbool voor oppervlakte gebruiken we A (van het Engelse 'area').

a Rechthoek

Als je volgende rechthoek (met lengte 5 cm en breedte 3 cm) zou onderverdelen in vierkanten van één vierkante centimeter, hoeveel heb je er dan nodig?

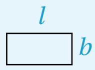


Je kunt er $5 \cdot 3$ cm² of 15 cm² opleggen.

$A_{\text{rechthoek}} = \text{lengte} \cdot \text{breedte}$

Oppervlakte rechthoek

$A_{\text{rechthoek}} = l \cdot b$



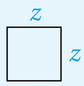
b Vierkant

Aangezien een vierkant een bijzondere rechthoek is, blijft de formule dezelfde:

$A_{\text{vierkant}} = \text{zijde} \cdot \text{zijde}$

Oppervlakte vierkant

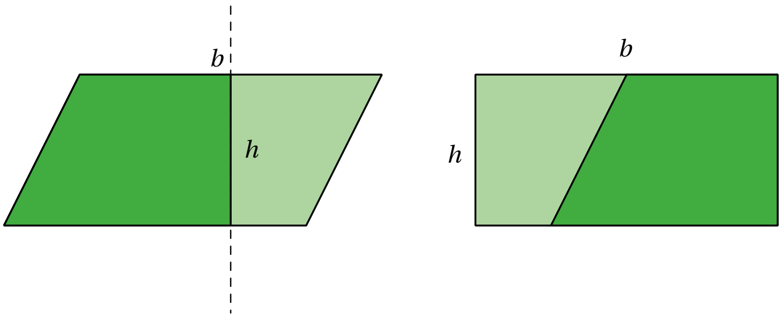
$A_{\text{vierkant}} = z \cdot z$



c Parallellogram

We proberen van dit parallellogram een rechthoek te maken.

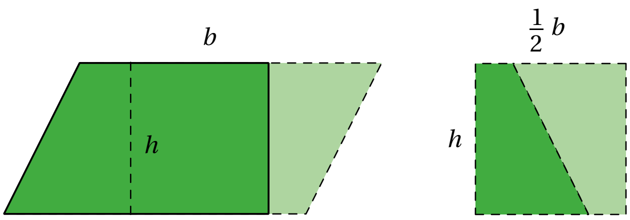
Door te knippen:



Besluit:

$A_{\text{parallellogram}} = \text{basis} \cdot \text{hoogte}$

Door te plooien:

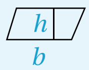


Besluit:

$A_{\text{parallellogram}} = 2 \cdot \frac{1}{2}\ \text{basis} \cdot \text{hoogte}$

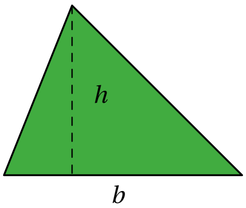
Oppervlakte parallellogram

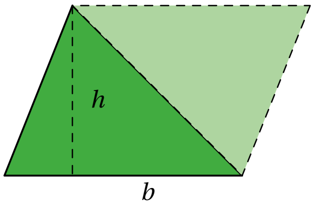
$A_{\text{parallellogram}} = b \cdot h$



d Driehoek

Van elke driehoek kun je een parallellogram maken door verdubbeling van de driehoek:





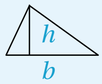
$A_{\text{parallellogram}} = \text{basis} \cdot \text{hoogte}$

$$A_{\text{driehoek}} = \frac{1}{2}\, A_{\text{parallellogram}}$$

$$= \frac{1}{2}\, b \cdot h$$

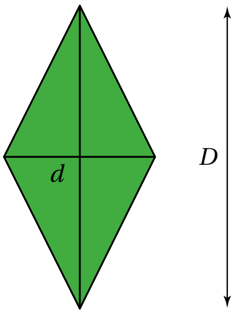
Oppervlakte driehoek

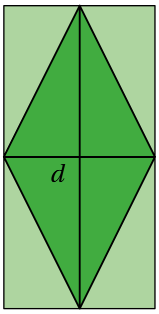
$$A_{\text{driehoek}} = \frac{b \cdot h}{2}$$



e Ruit

Om een oppervlakteformule voor een ruit op te stellen, gaan we gebruikmaken van de diagonalen.
We kunnen van een ruit een rechthoek maken door de ruit te verdubbelen:





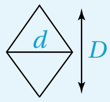
$A_{\text{rechthoek}} = D \cdot d$

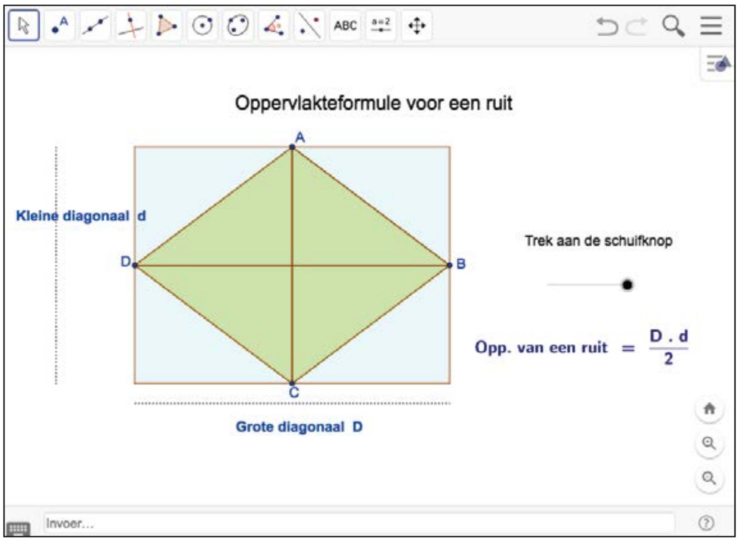
$$A_{\text{ruit}} = \frac{1}{2}\, A_{\text{rechthoek}}$$

$$= \frac{D \cdot d}{2}$$

Oppervlakte ruit

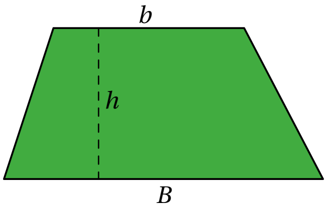
$$A_{\text{ruit}} = \frac{D \cdot d}{2}$$

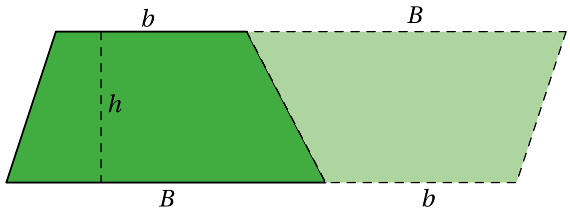




f Trapezium

We maken van een trapezium een parallellogram door te verdubbelen:



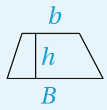


$A_{\text{parallellogram}} = (B + b) \cdot h$

$$A_{\text{trapezium}} = \frac{1}{2} A_{\text{parallellogram}}$$
$$= \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

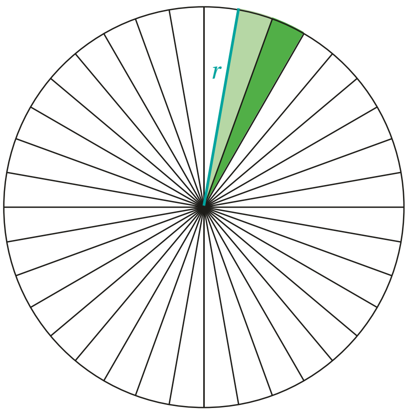
Oppervlakte trapezium

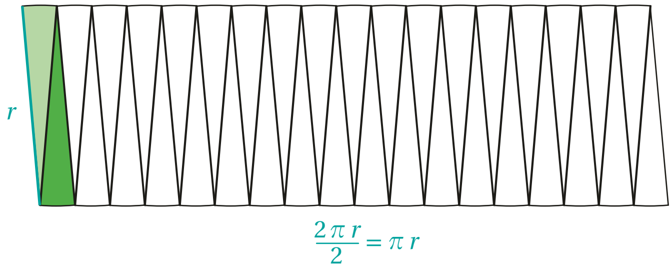
$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$



g Cirkel

We verdelen de cirkelschijf in hele smalle taartpuntjes. Die stukjes proberen we in een rechthoekige vorm te krijgen.





Die rechthoek heeft als

- breedte de straal van de oorspronkelijke cirkel
  $b = r$
- lengte (bij benadering) de helft van de omtrek van de cirkel
  $l = \frac{2\pi r}{2} = \pi r$

De oppervlakte wordt dus:

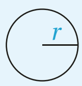
$$\pi r \cdot r$$
$$= \pi r^2$$

Besluit:

$A_{\text{cirkel}} = \pi r^2$

Oppervlakte cirkel

$A = \pi r^2$

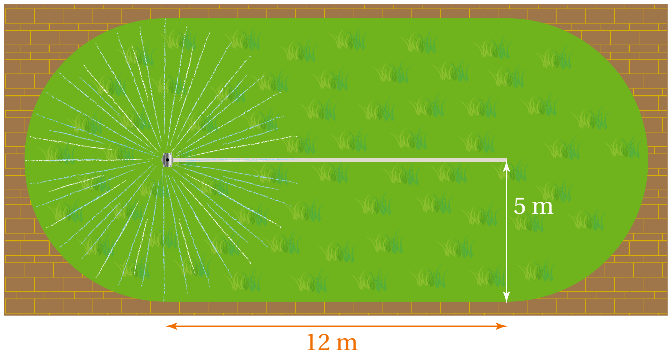


4 Samengestelde figuren

Je zult de formules ook kunnen gebruiken om de oppervlakte van **samengestelde figuren** te berekenen. Een samengestelde figuur bestaat uit verschillende vlakke figuren. Hiervoor verdeel je de figuur in een aantal vlakke figuren waarvan je voldoende gegevens hebt. Je maakt de som van de oppervlaktes (voorbeeld 1) of je maakt het verschil van oppervlaktes (voorbeeld 2).

Voorbeeld 1: sproei-installatie

Een sproei-installatie spuit water over een afstand van 5 m. De sproeikraan draait steeds rond. De kraan is bevestigd op een rail en rijdt altijd 12 m heen en terug om een zo groot mogelijk oppervlak te besproeien. Welke oppervlakte kan deze sproeikraan besproeien?



Het probleem begrijpen:
Een tekening maakt ons duidelijk dat onze samengestelde figuur uit een cirkel en een rechthoek bestaat.

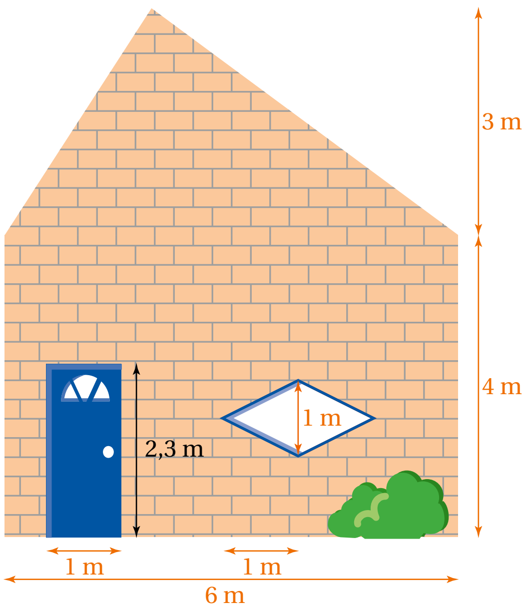
Oplossing:

$$
\begin{aligned}
A_{\text{figuur}} &= A_{\text{cirkel}} + A_{\text{rechthoek}} \\
&= \pi \cdot r^2 + l \cdot b \\
\text{dit wordt:} \quad & \pi \cdot 25\,\text{m}^2 + 12\,\text{m} \cdot 10\,\text{m} \\
&\approx 78,54\,\text{m}^2 + 120\,\text{m}^2 \\
A_{\text{figuur}} &\approx 198,54\,\text{m}^2
\end{aligned}
$$

Antwoord:
De sproei-installatie kan ongeveer 198,54 m^2 besproeien.

Voorbeeld 2: de voorgevel schilderen

Een handige doe-het-zelver wil de voorgevel van zijn huis verven. Wat is de totale te beschilderen oppervlakte?



Het probleem begrijpen:
De te beschilderen voorgevel is de samenstelling van een rechthoek en een driehoek, zonder het raam en de deur. We zullen die laatste oppervlaktes dus in mindering moeten brengen.

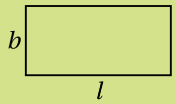
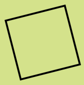
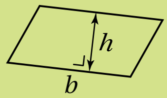
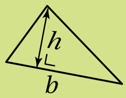
Oplossing:

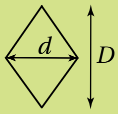
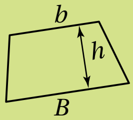
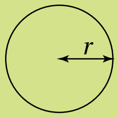
$$
\begin{aligned}
A_{\text{te beschilderen}} &= A_{\text{driehoek}} + A_{\text{rechthoek}} - A_{\text{deur}} - A_{\text{raam}} \\
&= \frac{b \cdot h}{2} + l \cdot b - l \cdot b - \frac{D \cdot d}{2} \\
\text{dit wordt:} \quad & \frac{6\,\text{m} \cdot 3\,\text{m}}{2} + 6\,\text{m} \cdot 4\,\text{m} - 1\,\text{m} \cdot 2,3\,\text{m} - \frac{2\,\text{m} \cdot 1\,\text{m}}{2} \\
&= 9\,\text{m}^2 + 24\,\text{m}^2 - 2,3\,\text{m}^2 - 1\,\text{m}^2 \\
&= 29,7\,\text{m}^2
\end{aligned}
$$

Antwoord:
De te beschilderen oppervlakte bedraagt 29,7 m^2.

5 Samenvatting

- Je kent de oppervlakteformules en kunt ze toepassen in vraagstukken.

RECHTHOEK	VIERKANT	PARALLELLOGRAM	DRIEHOEK
			
$A = l \cdot b$	$A = z^2$	$A = b \cdot h$	$A = \frac{b \cdot h}{2}$

RUIT	TRAPEZIUM	CIRKEL
		
$A = \frac{D \cdot d}{2}$	$A = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$	$A = \pi \cdot r^2$

- Je kunt gegevens omzetten van de ene oppervlakte-eenheid naar de andere.
- Je kent volgende oppervlakte-eenheden:
  1 ha = 10 000 m^2
  1 a = 100 m^2
  1 ca = 1 m^2
- Je kunt een strategie ontwikkelen om de oppervlakte van een samengestelde (of onregelmatige) figuur te berekenen.

Pi (π) of 3,14159265358979323846264338327 9...

π is de Griekse letter P. De Grieken gebruikten de letter om de 'periferie', 'perimeter' of omtrek van een standaardcirkel (d.i. een cirkel met als diameter 1) aan te geven. Het was pas in 1748 dat Leonhard Euler π als een getal gebruikte. Nu kunnen we π beschouwen als de verhouding van de omtrek van een cirkel tot zijn diameter, het is een irrationaal getal. Dat betekent dat dit getal niet als een breuk geschreven kan worden en dat er na de komma geen gedeelte is dat steeds terugkeert.

De waarde van π is in de loop van de geschiedenis steeds dichter benaderd: in het Oude Testament wordt π gelijkgesteld aan 3, de Babyloniërs spraken van $3\frac{1}{8}$, in Egypte had Ahmes het over $\left(\frac{16}{9}\right)^2$ en Archimedes kende de breuk $\frac{22}{7}$.