

# 2.1

## Even observeren

Vorig schooljaar leerde je al heel wat in verband met hoeken.  
 Waar worden hoeken gebruikt?  
 Hoe worden hoeken uitgedrukt?  
 En welke hoeken zijn speciaal dan andere?

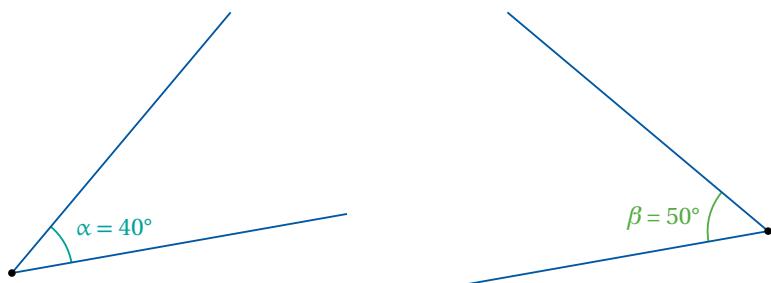


# 2.2

## Soorten hoeken

### 1 Complementaire hoeken

Voorbeeld:



Omdat de som van de twee hoeken  $\alpha$  en  $\beta$  gelijk is aan  $90^\circ$ , noemen we  $\alpha$  en  $\beta$  **complementaire hoeken**.



#### complementaire hoeken

**Complementaire hoeken** zijn twee hoeken waarvan de som  $90^\circ$  is.

Nog meer voorbeelden:

$$\gamma = 37^\circ$$

$$\delta = 53^\circ$$

$$\gamma + \delta = 90^\circ$$

$\gamma$  en  $\delta$  zijn complementaire hoeken.

$\gamma$  is het **complement** van  $\delta$  en ook omgekeerd is  $\delta$  het complement van  $\gamma$ .

$$\hat{A} = 46^\circ$$

$$\hat{B} = 44^\circ$$

$$\hat{A} + \hat{B} = 90^\circ$$

$\hat{A}$  en  $\hat{B}$  zijn complementaire hoeken.

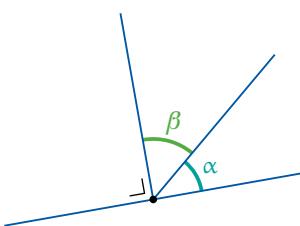
$$\hat{C} = 15^\circ 25'$$

$$\hat{D} = 74^\circ 35'$$

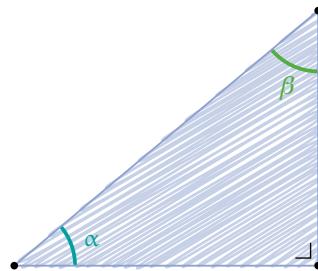
$$\hat{C} + \hat{D} = 90^\circ$$

$\hat{C}$  en  $\hat{D}$  zijn complementaire hoeken.

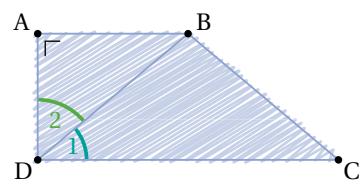
Complementaire hoeken kun je ook herkennen in sommige meetkundige situaties.



$\alpha$  en  $\beta$  zijn complementaire hoeken, want  $\alpha + \beta = 90^\circ$ .



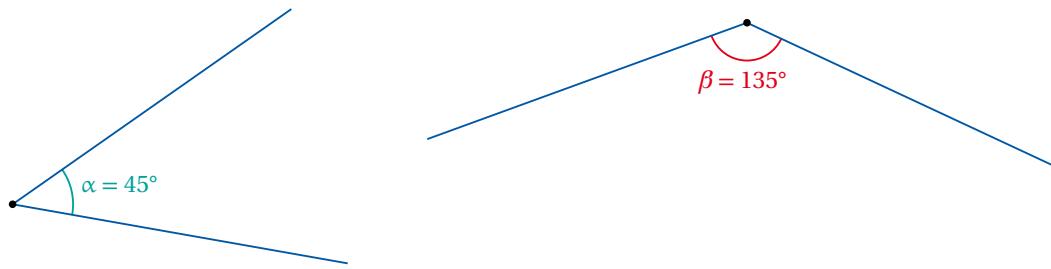
In een driehoek is de som van de hoeken  $180^\circ$ . Als de driehoek één rechte hoek heeft, zijn de twee andere hoeken complementair:  $\alpha + \beta = 90^\circ$ .



In dit rechthoekig trapezium verdeelt de diagonaal [DB] de hoek  $\hat{D}$  in twee complementaire hoeken, want  $\hat{D}_1 + \hat{D}_2 = 90^\circ$ .

## 2 Supplementaire hoeken

Voorbeeld:



Omdat de som van de twee hoeken  $\alpha$  en  $\beta$  gelijk is aan  $180^\circ$ , noemen we  $\alpha$  en  $\beta$  **supplementaire hoeken**.



### supplementaire hoeken

**Supplementaire hoeken** zijn twee hoeken waarvan de som  $180^\circ$  is.

Nog meer voorbeelden:

$$\gamma = 37^\circ \quad \delta = 143^\circ$$

$$\gamma + \delta = 180^\circ$$

$\gamma$  en  $\delta$  zijn supplementaire hoeken.

$\gamma$  is het **supplement** van  $\delta$  en ook omgekeerd is  $\delta$  het supplement van  $\gamma$ .

$$\hat{A} = 46^\circ$$

$$\hat{B} = 134^\circ$$

$$\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ$$

$\hat{A}$  en  $\hat{B}$  zijn supplementaire hoeken.

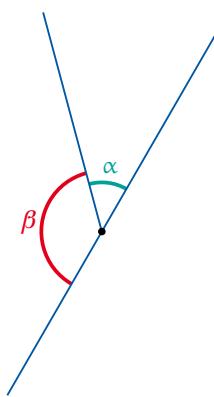
$$\hat{C} = 15^\circ 25'$$

$$\hat{D} = 164^\circ 35'$$

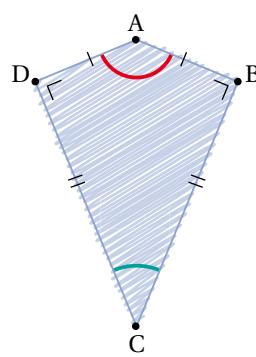
$$\hat{C} + \hat{D} = 180^\circ$$

$\hat{C}$  en  $\hat{D}$  zijn supplementaire hoeken.

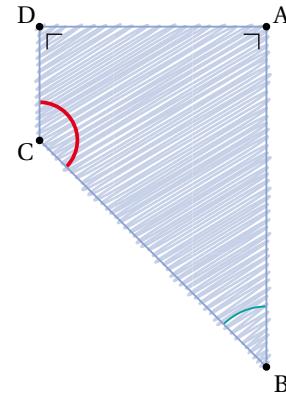
Supplementaire hoeken kun je ook herkennen in sommige meetkundige situaties.



$\alpha$  en  $\beta$  zijn supplementaire hoeken want ze vormen een gestrekte hoek.  
 $\alpha + \beta = 180^\circ$ .



In een vierhoek is de som van de hoeken  $360^\circ$ . Als de vlieger al twee rechte hoeken heeft, dan zijn de twee andere hoeken supplementair:  
 $\hat{A} + \hat{C} = 180^\circ$ .



In dit rechthoekig trapezium zijn de twee niet-rechte hoeken  $\hat{B}$  en  $\hat{C}$  supplementair.  
Kun je verklaren waarom?

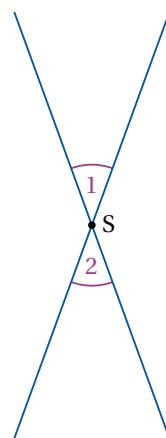
### 3 Overstaande hoeken

Twee hoeken waarvan de benen van de ene hoek in het verlengde van de benen van de andere hoek liggen, noemen we **overstaande hoeken**.

**Voorbeeld:**

Zo zijn  $\hat{S}_1$  en  $\hat{S}_2$  overstaande hoeken.

Ook de niet-aangeduiden hoeken zijn twee overstaande hoeken.



#### overstaande hoeken



**Overstaande hoeken** zijn hoeken waarvan de benen in elkaars verlengde liggen.

**Onderzoek:**

Teken twee overstaande hoeken en bepaal hun grootte.

Wat kun je besluiten?

Onderzoek of je besluit algemeen geldig is.



#### eigenschap



Overstaande hoeken zijn even groot.

**Bewijs:**

**Gegeven:**  $\hat{S}_1$  en  $\hat{S}_2$  zijn overstaande hoeken

**To bewijzen:**  $\hat{S}_1 = \hat{S}_2$

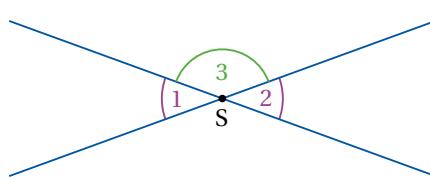
**Bewijs:**  $\hat{S}_1 + \hat{S}_3 = 180^\circ$  gestrekte hoek

en

$\hat{S}_2 + \hat{S}_3 = 180^\circ$  gestrekte hoek

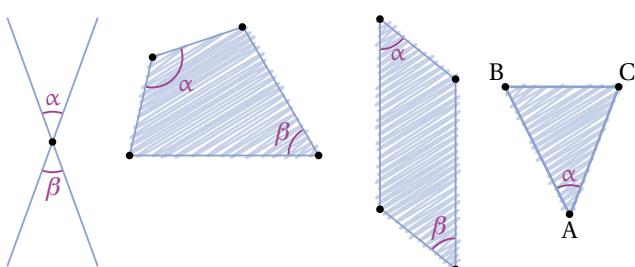
Dus  $\hat{S}_1 + \hat{S}_3 = \hat{S}_2 + \hat{S}_3$

$$\hat{S}_1 = \hat{S}_2$$



#### Overstaande hoeken

Het begrip 'overstaande hoek' kom je in de wiskunde gereeld tegen. Zo zijn in de tekeningen hiernaast  $\alpha$  en  $\beta$  steeds overstaande hoeken. Bovendien is bij de driehoek ABC  $\alpha$  de overstaande hoek van [BC]. Je zult dus goed moeten opletten in welke context het begrip overstaande hoek gebruikt wordt.

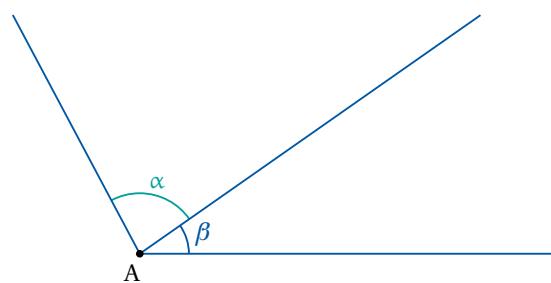


## 4 Aanliggende hoeken

**Aanliggende hoeken** zijn hoeken die één been gemeenschappelijk hebben. Bovendien moeten de andere benen langs beide zijden van het gemeenschappelijke been liggen.

**Voorbeeld:**

Zo zijn  $\alpha$  en  $\beta$  aanliggende hoeken.

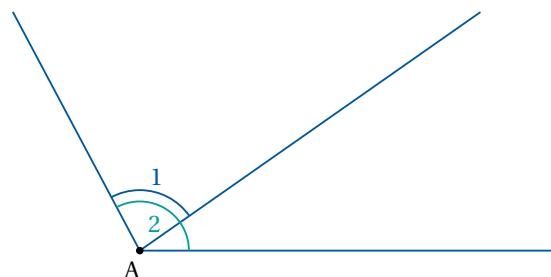


### ! aanliggende hoeken

**Aanliggende hoeken** zijn hoeken die een gemeenschappelijk been hebben en waarvan de andere benen langs beide zijden van het gemeenschappelijke been liggen.

**Tegen voorbeeld:**

$\hat{A}_1$  en  $\hat{A}_2$  zijn geen aanliggende hoeken. Ze hebben wel een gemeenschappelijk been, maar de andere benen liggen aan dezelfde zijde van het gemeenschappelijke been.

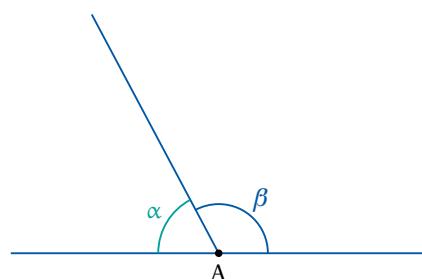


## 5 Nevenhoeken

Hoeken die aanliggend zijn en ook supplementair, noemen we **nevenhoeken**.

**Voorbeeld:**

$\alpha$  en  $\beta$  zijn aanliggend en supplementair.  
 $\alpha$  en  $\beta$  zijn dus nevenhoeken.



### ! nevenhoeken

**Nevenhoeken** zijn hoeken die aanliggend en supplementair zijn.

## 6 Samenvatting

- Je weet wat complementaire en supplementaire hoeken zijn.
  - Complementaire hoeken zijn twee hoeken waarvan de som  $90^\circ$  is.
  - Supplementaire hoeken zijn twee hoeken waarvan de som  $180^\circ$  is.
- Je kunt in een figuur complementaire hoeken benoemen.
- Je kunt de complementaire hoek en de supplementaire hoek van een gegeven hoek bepalen en tekenen.
- Je weet wat overstaande hoeken, aanliggende hoeken en nevenhoeken zijn.
  - Overstaande hoeken zijn hoeken waarvan de benen in elkaars verlengde liggen.
  - Aanliggende hoeken zijn hoeken die een gemeenschappelijk been hebben en waarvan de andere benen langs beide zijden van het gemeenschappelijke been liggen.
  - Nevenhoeken zijn hoeken die aanliggend en supplementair zijn.
- Je weet dat overstaande hoeken even groot zijn.
- Je kunt bewijzen dat overstaande hoeken even groot zijn.



### Complementair en supplementair

Het woord ‘complementair’ betekent aanvullend. Zo verkrijg je de complementaire kleur van rood door de andere twee hoofdkleuren (blauw en geel) samen te voegen. Zo zijn rood en groen dus complementaire kleuren. In de economie bestaan ook complementaire goederen. Voorbeelden hiervan zijn een printer en inkt, maar ook een wagen en autobanden.

Het woord ‘supplementair’ is afgeleid van het Latijnse woord ‘supplementum’. Het betekent aanvullend, bijgevoegd of extra. Zo kun je bijvoorbeeld voedingssupplementen kopen die bepaalde vitamines bevatten. En als je een vliegtuigticket koopt, komen er steeds supplementen bij in de vorm van reservatie-, bagage- en/of dossierkosten.

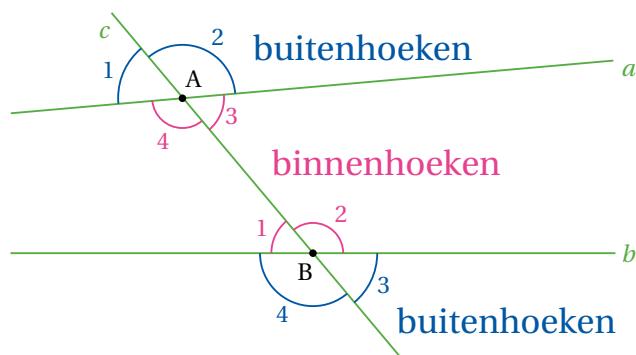
# 2.3

## Hoeken bij evenwijdigen en een snijlijn

### 1 Terminologie

De rechten  $a$  en  $b$  worden gesneden door de rechte  $c$ . Je ziet op de tekening acht hoeken. We geven ze een speciale naam. De hoeken  $\hat{A}_3, \hat{A}_4, \hat{B}_1$  en  $\hat{B}_2$  liggen tussen  $a$  en  $b$ . We noemen ze **binnenhoeken**.

De andere vier hoeken noemen we **buitenhoeken**.



**OVEREENKOMSTIGE HOEKEN**

De hoeken  $\hat{A}_1$  en  $\hat{B}_1$  liggen allebei linksboven van de hoekpunten A en B. We noemen  $\hat{A}_1$  en  $\hat{B}_1$  **overeenkomstige hoeken**. De hoeken  $\hat{A}_2$  en  $\hat{B}_2$  liggen allebei rechtsboven van de hoekpunten A en B. Het zijn ook overeenkomstige hoeken, net als  $\hat{A}_3$  en  $\hat{B}_3$  en ook  $\hat{A}_4$  en  $\hat{B}_4$ .

**BINNENHOEKEN**

$\hat{A}_3, \hat{A}_4, \hat{B}_1$  en  $\hat{B}_2$

$\hat{A}_4$  en  $\hat{B}_1$  zijn binnenhoeken die niet aan dezelfde kant van de snijlijn liggen en ze hebben een verschillend hoekpunt. Daarom noemen we ze **verwisselende binnenhoeken**. Ook  $\hat{A}_3$  en  $\hat{B}_1$  zijn verwisselende binnenhoeken.

$\hat{A}_4$  en  $\hat{B}_1$  zijn binnenhoeken die aan dezelfde kant van de snijlijn liggen. Daarom noemen we ze **binnenhoeken aan dezelfde kant van de snijlijn**. Ook  $\hat{A}_3$  en  $\hat{B}_2$  zijn binnenhoeken aan dezelfde kant van de snijlijn.

**BUITENHOEKEN**

$\widehat{A}_1, \widehat{A}_2, \widehat{B}_3$  en  $\widehat{B}_4$

$\widehat{A}_1$  en  $\widehat{B}_3$  zijn buitenhoeken die niet aan dezelfde kant van de snijlijn liggen en ze hebben een verschillend hoekpunt. Daarom noemen we ze **verwisselende buitenhoeken**. Ook  $\widehat{A}_2$  en  $\widehat{B}_4$  zijn verwisselende buitenhoeken.

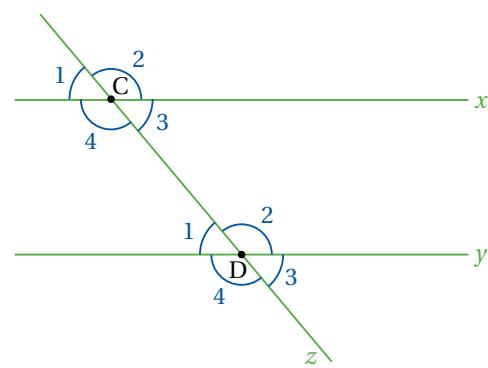
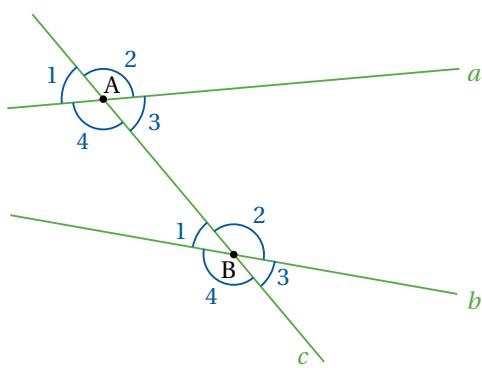
$\widehat{A}_1$  en  $\widehat{B}_4$  zijn buitenhoeken die aan dezelfde kant van de snijlijn liggen. Daarom noemen we ze **buitenhoeken aan dezelfde kant van de snijlijn**. Ook  $\widehat{A}_2$  en  $\widehat{B}_3$  zijn buitenhoeken aan dezelfde kant van de snijlijn.

## 2 Eigenschappen

Tijd om onze wiskunderugzak te vullen met materiaal dat je later geregeld zult kunnen gebruiken bij het opstellen van bewijzen. We onderscheiden twee situaties:  $a \not\parallel b$  en  $x \parallel y$ .

*Taak:*

Meet de aangeduiden hoeken, vul de tabel aan en formuleer nadien een besluit.



| MEET   |  |  | WAT KUN JE BESLUITEN?                                     |
|--|--|--|---|
| overeenkomstige hoeken                         | $\widehat{A}_2 = 125^\circ$<br>$\widehat{B}_2 = 140^\circ$ | $\widehat{C}_2 = 130^\circ$<br>$\widehat{D}_2 = 130^\circ$ | Ze zijn even groot bij 2 evenwijdigen en een snijlijn.    |
| verwisselende binnenhoeken                     | $\widehat{A}_3 = 55^\circ$<br>$\widehat{B}_1 = 40^\circ$   | $\widehat{C}_3 = 50^\circ$<br>$\widehat{D}_1 = 50^\circ$   | Ze zijn even groot bij 2 evenwijdigen en een snijlijn.    |
| verwisselende buitenhoeken                     | $\widehat{A}_1 = 55^\circ$<br>$\widehat{B}_3 = 40^\circ$   | $\widehat{C}_1 = 50^\circ$<br>$\widehat{D}_3 = 50^\circ$   | Ze zijn even groot bij 2 evenwijdigen en een snijlijn.    |
| binnenhoeken aan dezelfde kant van de snijlijn | $\widehat{A}_3 = 55^\circ$<br>$\widehat{B}_2 = 140^\circ$  | $\widehat{C}_3 = 50^\circ$<br>$\widehat{D}_2 = 130^\circ$  | Ze zijn supplementair bij 2 evenwijdigen en een snijlijn. |
| buitenhoeken aan dezelfde kant van de snijlijn | $\widehat{A}_2 = 125^\circ$<br>$\widehat{B}_3 = 40^\circ$  | $\widehat{C}_2 = 130^\circ$<br>$\widehat{D}_3 = 50^\circ$  | Ze zijn supplementair bij 2 evenwijdigen en een snijlijn. |

Alle besluiten van de vorige opdracht kunnen we nu noteren als eigenschappen.

### eigenschap

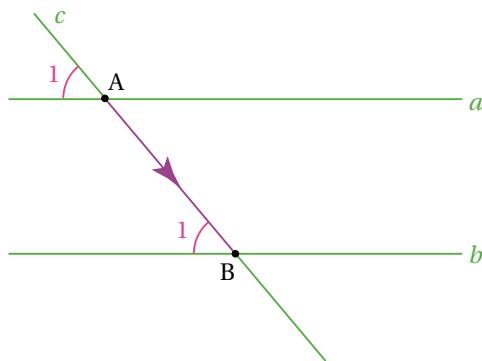


**Als** twee evenwijdige rechten gesneden worden door een derde rechte, **dan** zijn elke twee overeenkomstige hoeken even groot.

Je kunt dit aantonen door gebruik te maken van de eigenschap 'een translatie bewaart de grootte van een hoek'. Als je de hoek  $\hat{A}$  verschuift, dan komt die immers op  $\hat{B}$  terecht. Als je ook noteert waarom dit zo is, krijg je een bewijs.

**Bewijs:**

**Gegeven:**  $a \parallel b$   
 $c$  snijdt  $a$  en  $b$   
 $\hat{A}_1$  en  $\hat{B}_1$  zijn overeenkomstige hoeken



**To bewijzen:**  $\hat{A}_1 = \hat{B}_1$

**Bewijs:**  $t_{\overrightarrow{AB}}(a) = b$  omdat •  $t_{\overrightarrow{AB}}(A) = B$   
• Het beeld van een rechte door een translatie is een evenwijdige rechte.  
 $t_{\overrightarrow{AB}}(c) = c$  omdat  $c$  de drager is van  $\overrightarrow{AB}$ .

Dus  $t_{\overrightarrow{AB}}(\hat{A}_1) = \hat{B}_1$   
Aangezien elke translatie de grootte van een hoek behoudt, is  $\hat{A}_1 = \hat{B}_1$ .



### gevolgen van de eigenschap

**Als** twee evenwijdige rechten gesneden worden door een derde rechte, **dan zijn:**

- elke twee verwisselende binnenhoeken even groot;
- elke twee verwisselende buitenhoeken even groot;
- elke twee binnenhoeken aan dezelfde kant van de snijlijn supplementair;
- elke twee buitenhoeken aan dezelfde kant van de snijlijn supplementair.

Ook deze gevallen kunnen we bewijzen. Je kunt dit opnieuw doen door te steunen op de transformaties, maar het kan eenvoudiger. We bewijzen het eerste en het laatste gevolg.

**Bewijs van het eerste gevolg:**

**Gegeven:**  $a \parallel b$

$c$  snijdt  $a$  en  $b$

$\widehat{A}_3$  en  $\widehat{B}_1$  zijn verwisselende binnenhoeken

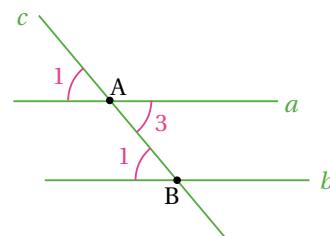
**To bewijzen:**  $\widehat{A}_3 = \widehat{B}_1$

**Bewijs:**  $\widehat{A}_3 = \widehat{A}_1$  overstaande hoeken



overeenkomstige hoeken  $\widehat{A}_1 = \widehat{B}_1$

$$\widehat{A}_3 = \widehat{B}_1$$



**Bewijs van het laatste gevolg:**

**Gegeven:**  $a \parallel b$

$c$  snijdt  $a$  en  $b$

$\widehat{A}_2$  en  $\widehat{B}_3$  zijn buitenhoeken aan dezelfde kant van de snijlijn

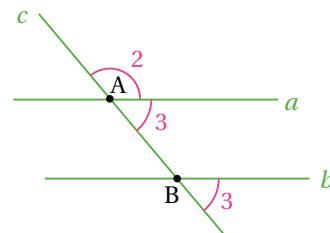
**To bewijzen:**  $\widehat{A}_2 + \widehat{B}_3 = 180^\circ$

**Bewijs:**  $\widehat{A}_2 + \widehat{A}_3 = 180^\circ$  gestrekte hoek



overeenkomstige hoeken  $\widehat{A}_3 = \widehat{B}_3$

$$\widehat{A}_2 + \widehat{B}_3 = 180^\circ$$



**Taak:**

Noteer nu zelf het bewijs voor de twee andere gevallen.

### 3 Omgekeerde eigenschappen

Je kunt met GeoGebra vaststellen dat de vorige eigenschappen ook omgekeerd geldig zijn.

Deze vijf omgekeerde eigenschappen zullen later handig zijn als we evenwijdigheid moeten aantonen.

#### omgekeerde eigenschap



**Als** twee overeenkomstige hoeken, bepaald door twee rechten en een snijlijn, even groot zijn, **dan** zijn de twee rechten evenwijdig.

Die eigenschap zullen we op een nieuwe manier bewijzen: een **bewijs uit het ongerijmde**.

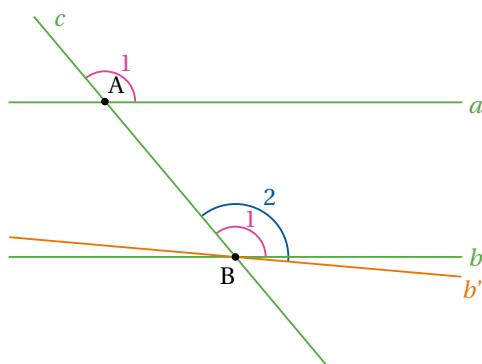
Hoe gaat dat in zijn werk? Je veronderstelt dat het te bewijzen NIET WAAR is. Je redeneert en toont aan dat dit leidt tot een onware bewering.

**Bewijs:**

**Gegeven:**  $c \not\parallel a$  en  $c \not\parallel b$

$$\hat{A}_1 = \hat{B}_1$$

**To bewijzen:**  $a \parallel b$



**Bewijs:** Stel:  $a \not\parallel b$  Dan kun je een andere rechte tekenen  $b' \parallel a$ .

$\hat{B}_2$  is de hoek bepaald door  $b'$  en  $c$ .

Omdat  $b \not\parallel a$  en  $b' \parallel a$  is  $\hat{B}_2 \neq \hat{B}_1$  (1)

We weten:  $\hat{B}_2 = \hat{A}_1$  overeenkomstige hoeken  
 $\hat{B}_1 = \hat{A}_1$  gegeven  
dus is  $\hat{B}_2 = \hat{B}_1$  (2)

Aangezien (1) en (2) elkaar tegenspreken, is onze veronderstelling  $a \not\parallel b$  vals.

Bijgevolg is  $a \parallel b$ .



### gevolgen van de omgekeerde eigenschap

- Als twee verwisselende binnenhoeken, bepaald door twee rechten en een snijlijn, even groot zijn,  
OF
- Als twee verwisselende buitenhoeken, bepaald door twee rechten en een snijlijn, even groot zijn,  
OF
- Als twee binnenhoeken aan dezelfde kant van de snijlijn, bepaald door twee rechten en een snijlijn, supplementair zijn,  
OF
- Als twee buitenhoeken aan dezelfde kant van de snijlijn, bepaald door twee rechten en een snijlijn, supplementair zijn,

... dan zijn de twee rechten evenwijdig.

Ook die gevallen kunnen we bewijzen. Je kunt dit opnieuw doen door een bewijs uit het ongerijmde, maar het kan eenvoudiger. We bewijzen het eerste en het laatste gevolg.

**Bewijs van het eerste gevolg:**

**Gegeven:**  $c \not\parallel a$  en  $c \not\parallel b$

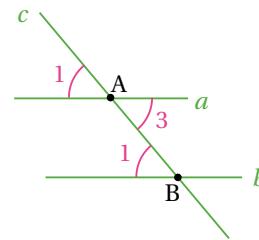
$$\hat{A}_3 = \hat{B}_1$$

**To bewijzen:**  $a \parallel b$

**Bewijs:**  $\hat{A}_3 = \hat{B}_1$  gegeven

$$\Downarrow \text{ overstaande hoeken } \hat{A}_1 = \hat{B}_3$$

$$\hat{A}_1 = \hat{B}_1$$



Aangezien  $\hat{A}_1$  en  $\hat{B}_1$  even grote overeenkomstige hoeken zijn, is  $a \parallel b$ .

**Bewijs van het laatste gevolg:**

**Gegeven:**  $c \not\parallel a$  en  $c \not\parallel b$

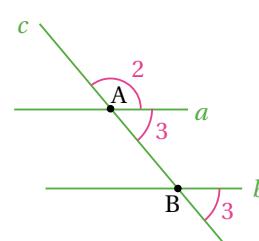
$$\hat{A}_2 + \hat{B}_3 = 180^\circ$$

**To bewijzen:**  $a \parallel b$

**Bewijs:**  $\hat{A}_2 + \hat{B}_3 = 180^\circ$  gegeven

$$\Downarrow \text{ nevenhoeken } \hat{A}_2 + \hat{A}_3 = 180^\circ$$

$$\hat{A}_3 = \hat{B}_3$$



Aangezien  $\hat{A}_3$  en  $\hat{B}_3$  even grote overeenkomstige hoeken zijn, is  $a \parallel b$ .

**Taak:**

Noteer nu zelf de bewijzen voor de twee andere gevallen.

## 4 Samenvatting

- Je kunt volgende benamingen die gebruikt worden bij hoeken gevormd door twee rechten en een snijlijn, correct gebruiken:
  - binnenhoeken;
  - buitenhoeken;
  - verwisselende binnenhoeken en verwisselende buitenhoeken;
  - binnenhoeken aan dezelfde kant van de snijlijn en buitenhoeken aan dezelfde kant van de snijlijn;
  - overeenkomstige hoeken.
- Je weet dat bij twee evenwijdigen en een snijlijn overeenkomstige hoeken steeds even groot zijn.
- Je kent de gevolgen van die eigenschap.

Als twee evenwijdige rechten gesneden worden door een derde rechte, dan zijn:

  - elke twee verwisselende binnenhoeken even groot;
  - elke twee verwisselende buitenhoeken even groot;
  - elke twee binnenhoeken aan dezelfde kant van de snijlijn supplementair;
  - elke twee buitenhoeken aan dezelfde kant van de snijlijn supplementair.
- Je weet dat als twee overeenkomstige hoeken, bepaald door twee rechten en een snijlijn, even groot zijn, de twee rechten evenwijdig zijn.
- Je kent de gevolgen van die omgekeerde eigenschap.
  - Als twee verwisselende binnenhoeken, bepaald door twee rechten en een snijlijn, even groot zijn,  
OF
  - Als twee verwisselende buitenhoeken, bepaald door twee rechten en een snijlijn, even groot zijn,  
OF
  - Als twee binnenhoeken aan dezelfde kant van de snijlijn, bepaald door twee rechten en een snijlijn,  
supplementair zijn,  
OF
  - Als twee buitenhoeken aan dezelfde kant van de snijlijn, bepaald door twee rechten en een snijlijn,  
supplementair zijn,

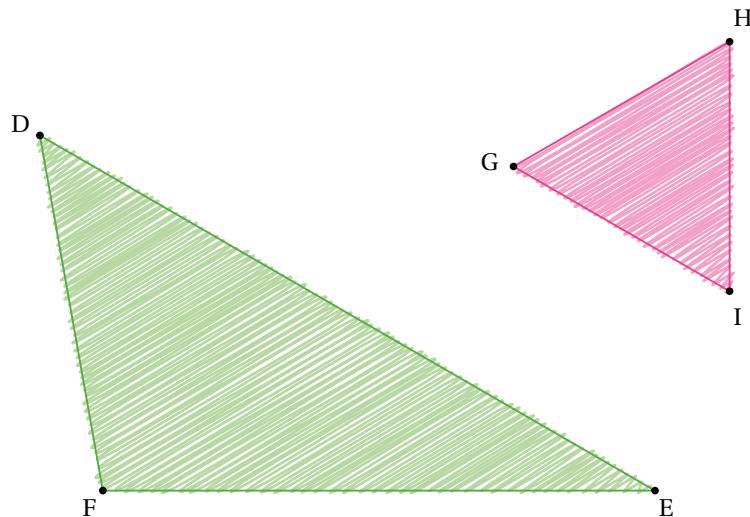
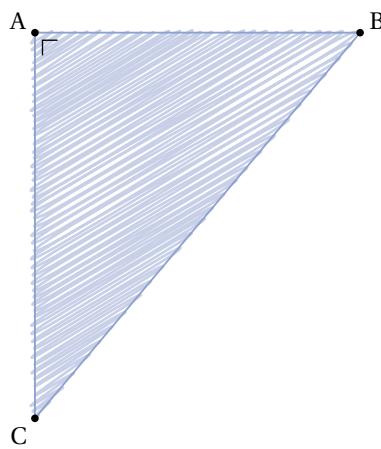
... dan zijn de twee rechten evenwijdig.
- Je kunt bovenstaande eigenschappen bewijzen.

## 2.4

## Som van de hoeken in een veelhoek

## 1 Som van de hoeken in een driehoek

Een drievoudig onderzoek:



**Door te meten:**

Meet in bovenstaande driehoeken alle hoeken. Bepaal telkens de som van de drie hoeken.

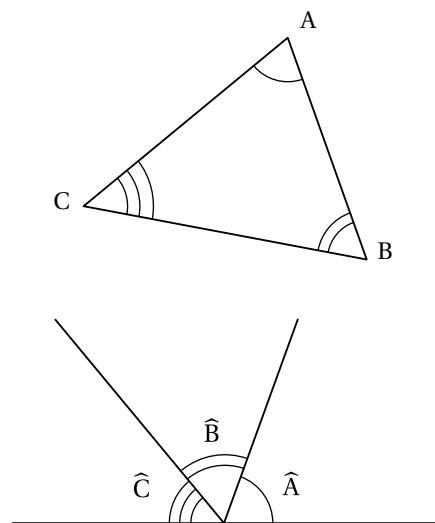
Wat kun je besluiten?

**Door te knippen:**

Teken een willekeurige driehoek ABC op een blad papier.  
en knip die uit.

Knip de hoeken  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  en  $\hat{C}$  af met een schaar  
en plak ze tegen elkaar.

Wat kun je besluiten?

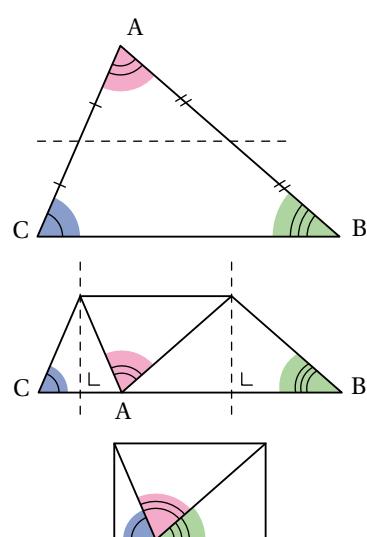


**Door te plooien:**

Teken een willekeurige driehoek ABC  
en knip die uit.

Plooit dan volgens onderstaande werkwijze.

Wat kun je besluiten?



### hoekensom driehoek



De som van de hoeken van een driehoek is steeds  $180^\circ$ .

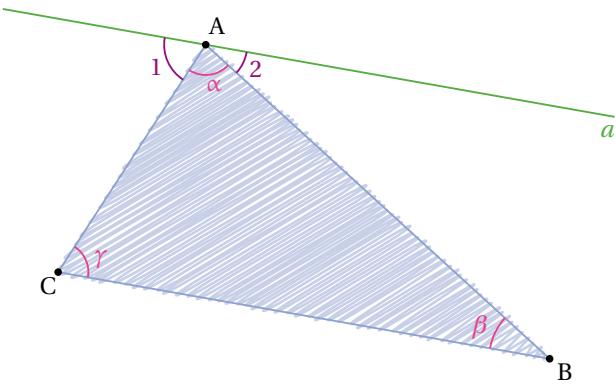
**Bewijs:**

**Gegeven:**  $\triangle ABC$

**Te bewijzen:**  $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

**Bewijs:** *Teken door A een evenwijdige rechte  $a$  aan  $BC$ .*

- $\widehat{A}_1 = \gamma$  verwisselende binnenhoeken bij  $a \parallel BC$  en snijlijn  $AC$
- $\widehat{A}_2 = \beta$  verwisselende binnenhoeken bij  $a \parallel BC$  en snijlijn  $AB$



De gestrekte hoek in A wordt:

$$\widehat{A}_1 + \alpha + \widehat{A}_2 = 180^\circ$$

$$\Downarrow \quad \widehat{A}_1 = \gamma \text{ en } \widehat{A}_2 = \beta$$

$$\gamma + \alpha + \beta = 180^\circ$$

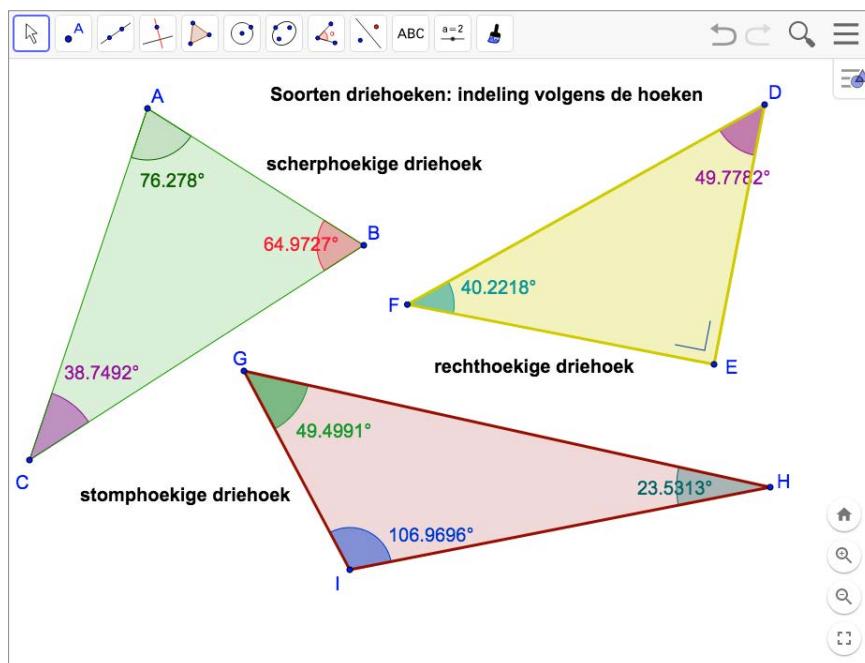
$$\Downarrow$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Als gevolg van deze eigenschap kunnen we de driehoeken indelen volgens hun hoeken. Er kan in een driehoek hoogstens één rechte hoek aanwezig zijn. Er kan ook maximaal één stompe hoek in een driehoek zitten, anders zou de som van de hoeken groter zijn dan  $180^\circ$ .

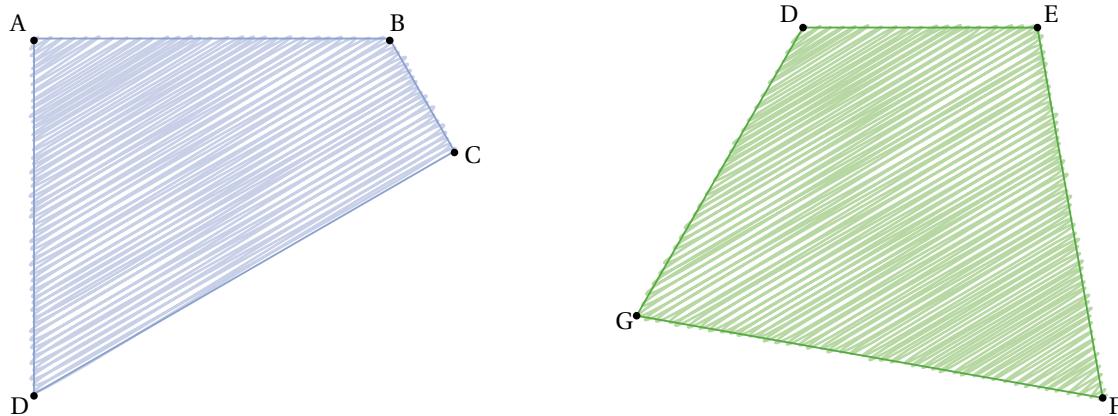
We delen de driehoeken als volgt in:

- **scherphoekige driehoeken:** driehoeken met drie scherpe hoeken;
- **stomphoekige driehoeken:** driehoeken met één stompe hoek en twee scherpe hoeken;
- **rechthoekige driehoeken:** driehoeken met één rechte hoek en twee scherpe hoeken.



## 2 Som van de hoeken in een vierhoek

Onderzoek:



Meet in bovenstaande vierhoeken alle hoeken. Bepaal telkens de som van de vier hoeken.

Wat kun je besluiten?

### hoekensom vierhoek

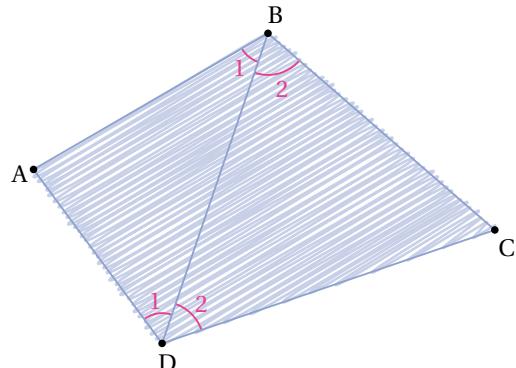


De som van de hoeken van een vierhoek is  $360^\circ$ .

**Bewijs:**

**Gegeven:** ABCD is een vierhoek

**Te bewijzen:**  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ$



**Bewijs:** Teken in de vierhoek ABCD de diagonaal [BD].

$$\text{In } \triangle ABD \text{ geldt: } \hat{A} + \hat{B}_1 + \hat{D}_1 = 180^\circ \quad \text{som van de hoeken in een driehoek}$$

$$\text{In } \triangle BCD \text{ geldt: } \hat{B}_2 + \hat{D}_2 + \hat{C} = 180^\circ \quad \text{som van de hoeken in een driehoek}$$

$$\hat{A} + \hat{B}_1 + \hat{B}_2 + \hat{D}_1 + \hat{D}_2 + \hat{C} = 360^\circ$$



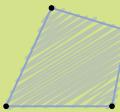
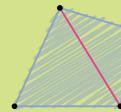
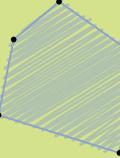
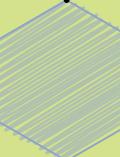
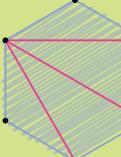
$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{D} + \hat{C} = 360^\circ$$



$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ$$

### 3 Som van de hoeken in een veelhoek

Als we in een vierhoek een diagonaal tekenen, ontstaan er twee driehoeken.  
We veralgemenen deze eigenschap.

| VEELHOEK  | VERDEELED IN<br>MINIMAAL AANTAL<br>DRIEHOEKEN                                       | AANTAL DRIEHOEKEN | SOM VAN DE HOEKEN                 |
|---|---|-------------------|-----------------------------------|
|    |    | 2                 | $2 \cdot 180^\circ = 360^\circ$   |
|    |    | 3                 | $3 \cdot 180^\circ = 540^\circ$   |
|   |   | 4                 | $4 \cdot 180^\circ = 720^\circ$   |
|  |  | 10                | $10 \cdot 180^\circ = 1800^\circ$ |
| $n$ -hoek   |   | $n - 2$           | $(n - 2) \cdot 180^\circ$         |

### 4 Samenvatting

- Je weet dat de som van de hoeken in een driehoek  $180^\circ$  is.
- Je kunt bewijzen dat de som van de hoeken in een driehoek  $180^\circ$  is.
- Je weet dat de som van de hoeken in een vierhoek  $360^\circ$  is.
- Je kunt bewijzen dat de som van de hoeken in een vierhoek  $360^\circ$  is.
- Je weet dat de som van de hoeken in een  $n$ -hoek gelijk is aan  $(n - 2) \cdot 180^\circ$ .