

## 5 Oefeningen

**1** Werk uit met behulp van het merkwaardig product  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ .

$$\begin{aligned} \text{a } (a+4)^2 &= a^2 + 2 \cdot a \cdot 4 + 4^2 \\ &= a^2 + 8a + 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b } (3-a)^2 &= 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot a + a^2 \\ &= 9 - 6a + a^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c } (b+6)^2 &= b^2 + 2 \cdot 6 \cdot b + 6^2 \\ &= b^2 + 12b + 36 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d } (a-2)^2 &= a^2 - 2 \cdot a \cdot 2 + 2^2 \\ &= a^2 - 4a + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e } (-a+2)^2 &= (-a)^2 - 2 \cdot a \cdot 2 + 2^2 \\ &= a^2 - 4a + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f } (7-x)^2 &= 7^2 - 2 \cdot 7 \cdot x + x^2 \\ &= 49 - 14x + x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g } \left(\frac{3}{4} + a\right)^2 &= \left(\frac{3}{4}\right)^2 + 2 \cdot \frac{3}{4} \cdot a + a^2 \\ &= \frac{9}{16} + \frac{3}{2}a + a^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h } (x^4+2)^2 &= (x^4)^2 + 2 \cdot x^4 \cdot 2 + 2^2 \\ &= x^8 + 4x^4 + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{i } \left(\frac{1}{2} - a\right)^2 &= \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot a + a^2 \\ &= \frac{1}{4} - a + a^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{j } (0,5+x)^2 &= 0,5^2 + 2 \cdot 0,5 \cdot x + x^2 \\ &= 0,25 + x + x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{k } (2a-9)^2 &= (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot 9 + 9^2 \\ &= 4a^2 - 36a + 81 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{l } (-7-x)^2 &= (-7)^2 - 2 \cdot 7 \cdot (-x) + x^2 \\ &= 49 + 14x + x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{m } \left(\frac{2}{5} + a^2\right)^2 &= \left(\frac{2}{5}\right)^2 + 2 \cdot \frac{2}{5} \cdot a^2 + (a^2)^2 \\ &= \frac{4}{25} + \frac{4}{5}a^2 + a^4 \end{aligned}$$

**2** Werk uit met behulp van het merkwaardig product  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ .

$$\begin{aligned}
 \text{a } (a + 5b)^2 &= a^2 + 2 \cdot a \cdot 5b + (5b)^2 \\
 &= a^2 + 10ab + 25b^2 \\
 \text{b } \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y\right)^2 &= \left(\frac{1}{2}x\right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}x \cdot \frac{1}{3}y + \left(\frac{1}{3}y\right)^2 \\
 &= \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}xy + \frac{1}{9}y^2 \\
 \text{c } (a^3 - 1)^2 &= (a^3)^2 - 2 \cdot a^3 \cdot 1 + 1^2 \\
 &= a^6 - 2a^3 + 1 \\
 \text{d } (0,2a^2 + 0,1b^2)^2 &= (0,2a^2)^2 + 2 \cdot 0,2a^2 \cdot 0,1b^2 + (0,1b^2)^2 \\
 &= 0,04a^4 + 0,04a^2b^2 + 0,01b^4 \\
 \text{e } (3x^2 - 2y^2)^2 &= (3x^2)^2 - 2 \cdot 3x^2 \cdot 2y^2 + (-2y^2)^2 \\
 &= 9x^4 - 12x^2y^2 + 4y^4 \\
 \text{f } (0,5a + 2b)^2 &= (0,5a)^2 + 2 \cdot 0,5a \cdot 2b + (2b)^2 \\
 &= 0,25a^2 + 2ab + 4b^2 \\
 \text{g } (3a + b)^2 &= (3a)^2 + 2 \cdot 3a \cdot b + b^2 \\
 &= 9a^2 + 6ab + b^2 \\
 \text{h } \left(\frac{2}{3}x^2 - \frac{3}{2}y^3\right)^2 &= \left(\frac{2}{3}x^2\right)^2 - 2 \cdot \frac{2}{3}x^2 \cdot \frac{3}{2}y^3 + \left(-\frac{3}{2}y^3\right)^2 \\
 &= \frac{4}{9}x^4 - 2x^2y^3 + \frac{9}{4}y^6 \\
 \text{i } (-a + a^2)^2 &= (-a)^2 - 2 \cdot a \cdot a^2 + (a^2)^2 \\
 &= a^2 - 2a^3 + a^4 \\
 \text{j } \left(-\frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{3}x^2\right)^2 &= \left(-\frac{1}{2}x^3\right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}x^3 \cdot \frac{1}{3}x^2 + \left(-\frac{1}{3}x^2\right)^2 \\
 &= \frac{1}{4}x^6 + \frac{1}{3}x^5 + \frac{1}{9}x^4 \\
 \text{k } \left(-\frac{1}{3}a^3 + 2b\right)^2 &= \left(-\frac{1}{3}a^3\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{3}a^3 \cdot 2b + (2b)^2 \\
 &= \frac{1}{9}a^6 - \frac{4}{3}a^3b + 4b^2 \\
 \text{l } (-10x - 10y)^2 &= (-10x)^2 + 2 \cdot 10x \cdot 10y + (-10y)^2 \\
 &= 100x^2 + 200xy + 100y^2 \\
 \text{m } (0,5a - 1)^2 &= (0,5a)^2 - 2 \cdot 0,5a \cdot 1 + (-1)^2 \\
 &= 0,25a^2 - a + 1 \\
 \text{n } \left(-3a^2 - \frac{1}{3}a\right)^2 &= (-3a^2)^2 + 2 \cdot 3a^2 \cdot \frac{1}{3}a + \left(-\frac{1}{3}a\right)^2 \\
 &= 9a^4 + 2a^3 + \frac{1}{9}a^2
 \end{aligned}$$

**3** Werk uit met behulp van het merkwaardig product  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ .

$$a \quad (a^m + 5)^2 = (a^m)^2 + 2 \cdot 5 \cdot a^m + 5^2$$

$$= a^{2m} + 10a^m + 25$$

$$b \quad (a^{m+2} + 3)^2 = (a^{m+2})^2 + 2 \cdot a^{m+2} \cdot 3 + 3^2$$

$$= a^{2m+4} + 6a^{m+2} + 9$$

$$c \quad (a^n b - a b^n)^2 = (a^n b)^2 - 2 \cdot a^n b \cdot a b^n + (a b^n)^2$$

$$= a^{2n} b^2 - 2a^{n+1} b^{n+1} + a^2 b^{2n}$$

$$d \quad (-a^{m+1} - a^{2m-1})^2 = (-a^{m+1})^2 + 2 \cdot a^{m+1} \cdot a^{2m-1} + (-a^{2m-1})^2$$

$$= a^{2m+2} + 2a^{3m} + a^{4m-2}$$

$$e \quad \left(\frac{3}{4}a^{2m} - \frac{4}{3}a^{m+2}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}a^{2m}\right)^2 - 2 \cdot \frac{3}{4}a^{2m} \cdot \frac{4}{3}a^{m+2} + \left(-\frac{4}{3}a^{m+2}\right)^2$$

$$= \frac{9}{16}a^{4m} - 2a^{3m+2} + \frac{16}{9}a^{2m+4}$$

**4** Wat hoort niet thuis in het rijtje?

(niet gelijk aan de andere vier)

a

$(2x - 3y)^2$	$(-3y + 2x)^2$	$(-2x + 3y)^2$	$4x^2 - 12xy + 9y^2$	$(-2x - 3y)^2$
---------------	----------------	----------------	----------------------	----------------

b

$(-a - 5)^2$	$(a + 5)^2$	$a^2 - 10a + 25$	$(-5 - a)^2$	$(5 + a)^2$
--------------	-------------	------------------	--------------	-------------

(niet gelijk aan de andere vier)

**5** Vul de ontbrekende termen aan.

$$a \quad \left(\boxed{x} + y\right)^2 = x^2 + \boxed{2xy} + \boxed{y^2}$$

$$b \quad \left(\boxed{-3b} + 2a\right)^2 = \boxed{9b^2} - 12ab + \boxed{4a^2}$$

$$c \quad \left(3b + \boxed{\frac{1}{2}}\right)^2 = \boxed{9b^2} + 3b + \boxed{\frac{1}{4}}$$

$$d \quad \left(\boxed{0,2} + \boxed{0,3r}\right)^2 = 0,04 + \boxed{0,12r} + 0,09r^2$$

$$e \quad \left(\boxed{x^3} + \boxed{x}\right)^2 = x^6 + 2x^4 + \boxed{x^2}$$

**6** Noteer een toegevoegde tweeterm.

a  $x + 3 \rightarrow x - 3$  of  $-x + 3$

b  $a - 1 \rightarrow a + 1$  of  $-a - 1$

c  $6 - b \rightarrow 6 + b$  of  $-6 - b$

d  $10 + x^2 \rightarrow 10 - x^2$  of  $-10 + x^2$

e  $0,5 + m \rightarrow 0,5 - m$  of  $-0,5 + m$

f  $-\frac{1}{5} + 10a \rightarrow -\frac{1}{5} - 10a$  of  $\frac{1}{5} + 10a$

**7** Werk uit met behulp van het merkwaardig product  $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$ .

a  $(\underline{a} - 3) \cdot (\underline{a} + 3) = a^2 - 9$

b  $(\underline{x} - 5) \cdot (5 + \underline{x}) = x^2 - 25$

c  $(0,5 + \underline{a}) \cdot (-0,5 + \underline{a}) = a^2 - 0,25$

d  $(\underline{b} + 10) \cdot (\underline{b} - 10) = b^2 - 100$

e  $(\underline{a^3} - 2) \cdot (\underline{-2} - a^3) = 4 - a^6$

f  $(\underline{x} + 1) \cdot (\underline{x} - 1) = x^2 - 1$

g  $(-0,1 + \underline{a}) \cdot (0,1 + \underline{a}) = a^2 - 0,01$

h  $\left(\frac{1}{3} + \underline{x}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3} + \underline{x}\right) = x^2 - \frac{1}{9}$

i  $(\underline{a^2} - 10) \cdot (\underline{-10} - a^2) = 100 - a^4$

j  $(y + \underline{2}) \cdot (\underline{2} - y) = 4 - y^2$

k  $\left(\frac{2}{5} - \underline{x}\right) \cdot \left(-\underline{x} - \frac{2}{5}\right) = x^2 - \frac{4}{25}$

l  $\left(-\frac{1}{3} + \underline{a}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} + \underline{a}\right) = a^2 - \frac{1}{9}$

m  $(\underline{2a} - 1) \cdot (\underline{2a} + 1) = 4a^2 - 1$

n  $\left(y + \frac{3}{2}\right) \cdot \left(\underline{y} - \frac{3}{2}\right) = y^2 - \frac{9}{4}$

o  $(\underline{-x} + 8) \cdot (\underline{-x} - 8) = x^2 - 64$

**8** Werk uit met behulp van het merkwaardig product  $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$ .

a  $(\underline{2a} + 3) \cdot (\underline{2a} - 3) = 4a^2 - 9$

b  $(-a^2 + \underline{11b}) \cdot (a^2 + \underline{11b}) = 121b^2 - a^4$

c  $(y^3 - \underline{z^7}) \cdot (\underline{-z^7} - y^3) = z^{14} - y^6$

d  $(3x^2 - \underline{1}) \cdot (\underline{-3x^2} - 1) = 1 - 9x^4$

e  $(b + \underline{c}) \cdot (\underline{-b} + c) = c^2 - b^2$

f  $\left(\frac{10}{3}a + \underline{b}\right) \cdot \left(\underline{b} - \frac{10}{3}a\right) = b^2 - \frac{100}{9}a^2$

g  $(x^2 - \underline{y}) \cdot (\underline{-x^2} - y) = y^2 - x^4$

h  $(\underline{-x^2} - y) \cdot (\underline{-x^2} + y) = x^4 - y^2$

i  $\left(\underline{-\frac{5}{7}x^2} + y^3\right) \cdot \left(\underline{-\frac{5}{7}x^2} - y^3\right) = \frac{25}{49}x^4 - y^6$

j  $(0, \underline{3a^2} - b) \cdot (0, \underline{3a^2} + b) = 0,09a^4 - b^2$

k  $(\underline{x^6} - y^2) \cdot (y^2 + \underline{x^6}) = x^{12} - y^4$

l  $\left(\underline{\frac{5}{2}y^4} - 1\right) \cdot \left(\underline{\frac{5}{2}y^4} + 1\right) = \frac{25}{4}y^8 - 1$

m  $(\underline{5a} - c) \cdot (\underline{5a} + c) = 25a^2 - c^2$

n  $(-1, \underline{5a^2} + \underline{b^2}) \cdot (1, \underline{5a^2} + \underline{b^2}) = b^4 - 2,25a^4$

**9** Werk uit met behulp van het merkwaardig product  $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$ .

a  $(\underline{a^n} + 3) \cdot (\underline{a^n} - 3) = \underline{a^{2n} - 9}$

b  $(\underline{x^{2m+1}} - 3) \cdot (\underline{x^{2m+1}} + 3) = \underline{x^{4m+2} - 9}$

c  $\left(\frac{1}{3}x^n - \frac{3}{8}y^n\right) \cdot \left(\frac{-3}{8}y^n - \frac{1}{3}x^n\right) = \underline{\frac{9}{64}y^{2n} - \frac{1}{9}x^{2n}}$

d  $((\underline{a+b}) - 1) \cdot ((\underline{a+b}) + 1) = \underline{(a+b)^2 - 1}$   
 $= \underline{a^2 + 2ab + b^2 - 1}$

e  $((\underline{x-2}) - y) \cdot ((\underline{x-2}) + y) = \underline{(x-2)^2 - y^2}$   
 $= \underline{x^2 - 4x + 4 - y^2}$

**10** Wat hoort niet thuis in het rijtje?

$(a + 4)(4 - a)$

$(-a + 4)(4 + a)$

$a^2 - 16$

$(-a - 4)(-4 + a)$

$16 - a^2$

(niet gelijk aan de andere vier)

**11** Vul de ontbrekende termen aan.

a  $\left(\underline{6a} + 3\right)\left(\underline{6a} - 3\right) = 36a^2 - \underline{9}$

b  $\left(5x - \underline{7y^8}\right)\left(\underline{-7y^8} + \underline{(-5x)}\right) = 49y^{16} - \underline{25x^2}$

c  $\left(x^3 + \underline{1}\right)\left(x^3 - \underline{1}\right) = \underline{x^6} - 1$

d  $(a^{2m} - 10)\left(\underline{a^{2m}} + \underline{10}\right) = a^{4m} - \underline{100}$

e  $\left(\frac{5}{2} + \underline{(-a^6)}\right)\left(-a^6 + \underline{\left(-\frac{5}{2}\right)}\right) = a^{12} - \underline{\frac{25}{4}}$

**12** Werk uit met behulp van een merkwaardig product.

a  $(\underline{x-2y}) \cdot (\underline{x+2y}) = \underline{x^2 - 4y^2}$

b  $(3a+1)^2 = \underline{(3a)^2 + 2 \cdot 3a + 1^2}$   
 $= \underline{9a^2 + 6a + 1}$

c  $\left(x - \frac{1}{3}y\right)^2 = \underline{x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{3}y + \left(-\frac{1}{3}y\right)^2}$   
 $= \underline{x^2 - \frac{2}{3}xy + \frac{1}{9}y^2}$

d  $(\underline{a-4b}) \cdot (\underline{a+4b}) = \underline{a^2 - 16b^2}$

e  $\left(\underline{-\frac{2}{3}a - \frac{1}{2}}\right) \cdot \left(\underline{\frac{1}{2} - \frac{2}{3}a}\right) = \underline{\frac{4}{9}a^2 - \frac{1}{4}}$

f  $(-x+5y)^2 = \underline{(-x)^2 - 2 \cdot x \cdot 5y + (5y)^2}$   
 $= \underline{x^2 - 10xy + 25y^2}$

g  $\left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{2}y\right)^2 = \underline{\left(\frac{2}{3}x\right)^2 - 2 \cdot \frac{2}{3}x \cdot \frac{3}{2}y + \left(-\frac{3}{2}y\right)^2}$   
 $= \underline{\frac{4}{9}x^2 - 2xy + \frac{9}{4}y^2}$

h  $(a-6) \cdot (-6+a) = \underline{(a-6)^2}$   
 $= \underline{a^2 - 12a + 36}$

i  $(x+\underline{0,5y}) \cdot (-x+\underline{0,5y}) = \underline{0,25y^2 - x^2}$

j  $(-0,1a^2+b^2)^2 = \underline{(-0,1a^2)^2 - 2 \cdot 0,1a^2 \cdot b^2 + (b^2)^2}$   
 $= \underline{0,01a^4 - 0,2a^2b^2 + b^4}$

k  $\left(5x^3 + \frac{1}{5}x\right)^2 = \underline{(5x^3)^2 + 2 \cdot 5x^3 \cdot \frac{1}{5}x + \left(\frac{1}{5}x\right)^2}$   
 $= \underline{25x^6 + 2x^4 + \frac{1}{25}x^2}$

l  $(\underline{0,4x-0,2}) \cdot (0,2+\underline{0,4x}) = \underline{0,16x^2 - 0,04}$

m  $(b^2+\underline{5}) \cdot (-b^2+\underline{5}) = \underline{25 - b^4}$

- 13** Het hoeft niet altijd een kruiswoordraadsel te zijn. In het onderstaande kruistermenraadsel vul je per vakje niet één letter maar één term van je uitkomst in. Kijk even mee naar het voorbeeld en je zult begrijpen hoe het werkt. Als een term een minteken voor zich heeft, moet je dit minteken ook in het vakje noteren. Los alle oefeningen op en controleer jezelf op die manier.

**Voorbeeld:**

$$A \quad (a^2b - 2)(a^2b + 2) = a^4b^2 - 4$$

	1	2	3
A	$a^4b^2$	$-4$	

	1	2	3	4	5	6
A	$a^2b^4$	$-1$		$b^8$		$4a^4b^2$
B	$4ab^2$		$\frac{1}{4}a^8$	$-a^4b^2$	$b^4$	
C	$4$	$4a^2$	$a^4$		$6ab^3$	$b^2$
D		$-16b^2$	$1$		$9a^2b^2$	$-81a^2$

**HORIZONTAAL**

- A**  $(ab^2 - 1) \cdot (ab^2 + 1)$   
 $(b^4 - 1) \cdot (b^4 + 1) = \dots - 1$   
 $(a^4 + 2b^2)^2 = a^8 + \dots + 4b^4$
- B**  $(3 - 4ab^2) \cdot (3 + \dots) = 9 - 16a^2b^4$   
 $\left(\frac{1}{2}a^4 - b^2\right)^2$
- C**  $(2 + a^2)^2$   
 $(6ab^3 - b^2) \cdot (\dots) = 36a^2b^6 - b^4$
- D**  $(8b^2 - 1)^2 = 64b^4 \dots$   
 $(3ab - 9a) \cdot (3ab + 9a)$

**VERTICAAL**

- 1**  $(ab^2 + 2)^2$
- 2**  $(x \dots) \cdot (x + 1) = x^2 - 1$   
 $(2a - 4b) \cdot (2a + 4b)$
- 3**  $\left(\frac{1}{2}a^4 + 1\right)^2$
- 4**  $(b^4 - a^2b) \cdot (b^4 + a^2b)$
- 5**  $(b^2 + 3ab)^2$
- 6**  $(2a^2b - 1) \cdot (2a^2b + 1) = \dots - 1$   
 $(b - 9a) \cdot (b + 9a)$



**14**

Werk uit met behulp van merkwaardige producten en herleid. Controleer je antwoorden met ICT.

a  $(a+b)^2 + (a-b)^2$

$$\begin{aligned} &= a^2 + 2ab + b^2 + a^2 - 2ab + b^2 \\ &= 2a^2 + 2b^2 \end{aligned}$$

b  $(3-a) \cdot (3+a) - (a-3)^2$

$$\begin{aligned} &= 9 - a^2 - (a^2 - 6a + 9) \\ &= 9 - a^2 - a^2 + 6a - 9 \\ &= -2a^2 + 6a \end{aligned}$$

c  $(x^3+3) \cdot (x^3-3) \cdot (x^6+9)$

$$\begin{aligned} &= (x^6 - 9) \cdot (x^6 + 9) \\ &= x^{12} - 81 \end{aligned}$$

d  $(x^3+3) \cdot (x^3-3) \cdot (x^6-9)$

$$\begin{aligned} &= (x^6 - 9) \cdot (x^6 - 9) \\ &= x^{12} - 18x^6 + 81 \end{aligned}$$

e  $(x-2y)^2 + (2y-x)^2$

$$= x^2 - 4xy + 4y^2 + 4y^2 - 4xy + x^2$$

$$= 2x^2 - 8xy + 8y^2$$

f  $(x^2+1) \cdot \underline{(x-1)} \cdot (x^4-1) \cdot \underline{(x+1)}$

$$= \underline{(x^2-1)} \cdot \underline{(x^2+1)} \cdot (x^4-1)$$

$$= (x^4-1) \cdot (x^4-1)$$

$$= x^8 - 2x^4 + 1$$

g  $(a+2) \cdot (a-2) - 2 \cdot (a-2)$

$$= a^2 - 4 - 2a + 4$$

$$= a^2 - 2a$$

h  $\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{5}y\right)^2 - \left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{5}y\right)^2$

$$= \frac{1}{9}x^2 - \frac{2}{15}xy + \frac{1}{25}y^2 - \left(\frac{1}{9}x^2 + \frac{2}{15}xy + \frac{1}{25}y^2\right)$$

$$= \underline{\frac{1}{9}x^2} - \underline{\frac{2}{15}xy} + \underline{\frac{1}{25}y^2} - \underline{\frac{1}{9}x^2} - \underline{\frac{2}{15}xy} - \underline{\frac{1}{25}y^2}$$

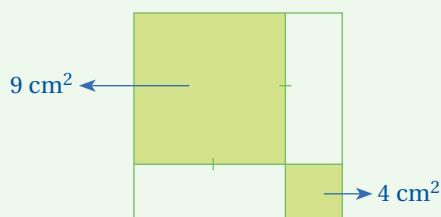
$$= -\frac{4}{15}xy$$

- 15** Werk uit met behulp van merkwaardige producten en herleid.

$$\begin{aligned}
 (x^n - 1)(x^n + 1) - (x^n - 1)^2 &= x^{2n} - 1 - (x^{2n} - 2x^n + 1) \\
 &= x^{2n} - 1 - x^{2n} + 2x^n - 1 \\
 &= 2x^n - 2 \\
 &=
 \end{aligned}$$

- 16** Bereken de oppervlakte van het grote vierkant.

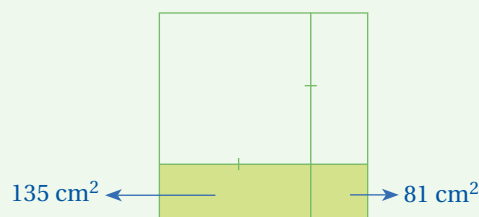
a



$$3^2 + 2 \cdot (3 \cdot 2) + 2^2$$

$$= 9 + 12 + 4 = 25 \rightarrow 25 \text{ cm}^2$$

b



$$15^2 + 2 \cdot (15 \cdot 9) + 9^2$$

$$= 225 + 270 + 81 = 576 \rightarrow 576 \text{ cm}^2$$



### Newton en Pascal

Er bestaan formules om  $(x + y)^n$  te berekenen voor elk natuurlijk getal  $n$ . De formule om deze merkwaardige producten te berekenen draagt de naam 'binomium van Newton', genoemd naar de Britse wetenschapper uit de 17e eeuw, sir Isaac Newton (die van de appel en de zwaartekracht).

$$\text{Zo is } (x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$(x + y)^4 = x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$$

$$(x + y)^5 = x^5 + 5x^4y + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + y^5$$

Om aan de coëfficiënten te raken die in deze producten moeten worden gebruikt, kun je gebruikmaken van de 'driehoek van Pascal', genoemd naar de Franse wiskundige uit de 17e eeuw, Blaise Pascal, de schepper van de eerste mechanische rekenmachine.

In deze driehoek is elk getal gelijk aan de som van de twee getallen die erboven staan (links en rechts).

De getallen in deze driehoek spelen ook een rol bij kansberekening. Per rij geeft de som van de getallen een macht van 2 weer en zo zijn er nog wel wat gebieden in de wiskunde waar deze driehoek gebruikt kan worden (bv. in de verzamelingenleer). Zelfs de eerste vier machten van 11 zijn in deze driehoek terug te vinden. Kun je zien waar? De driehoek van Pascal ziet er als volgt uit:

			1			
		1		1		
	1		2		1	
	1	3		3		1
1		4	6		4	1
1	5	10		10	5	1
1	6	15	20	15	6	1
...						...

- 17 Als  $(x + 1)(x - 1) = 6$ , dan is  $(x^2 + 1)(x^2 - 1)$  gelijk aan

(A) 12 (B) 24 (C) 36 (D) 48 (E) 60

JWO 2015 eerste ronde, vraag 16 © Vlaamse Wiskunde Olympiade vzw

$$x^2 - 1 = 6$$

$$\text{dus: } x^2 = 7 \text{ en } x^2 + 1 = 8$$

$$(x^2 + 1) \cdot (x^2 - 1) = 8 \cdot 6 = 48$$

- 18 Als  $x - y = x^2 - y^2 = 25$ , dan is  $x$  gelijk aan

(A) 5 (B) 12 (C) 13 (D) 26 (E) 52

JWO 2010 eerste ronde, vraag 9 © Vlaamse Wiskunde Olympiade vzw

$$x^2 - y^2 = (x - y) \cdot (x + y) = x - y$$

$$\text{dus: } x + y = 1 \text{ of } y = 1 - x$$

$$x - y = 25$$

$$\updownarrow$$

$$x - (1 - x) = 25$$

$$\updownarrow$$

$$x - 1 + x = 25$$

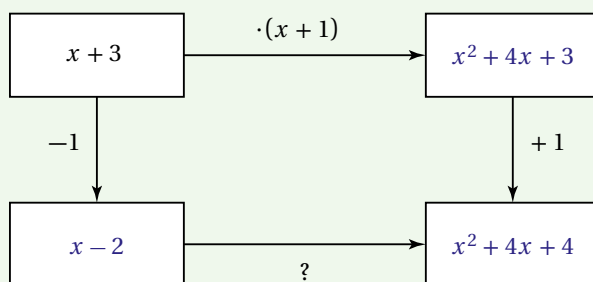
$$\updownarrow$$

$$2x = 26$$

$$\updownarrow$$

$$x = 13$$

- \* 19 Welke van onderstaande bewerkingen hoort op de plaats van het vraagteken zodat het hele rooster correct kan worden aangevuld voor alle waarden van  $x$ ?



- (A) vermenigvuldigen met  $x$   
 (B) vermenigvuldigen met  $x - 2$   
 (C) vermeerderen met  $x^2 + 2x$   
 (D) verdubbelen  
 (E) kwadrateren

JWO 2015 eerste ronde, vraag 6 © Vlaamse Wiskunde Olympiade vzw



- 20 Op een erg zonnige dag wil je aan de kust een ijsje kopen. Maar heel veel mensen hadden datzelfde idee. In de lange rij wachtenden staat 70 % van de kopers voor jou in de rij en 20 % van de kopers achter jou. Hoeveel mensen staan te wachten in de rij?



KRAAMPJE

70 %

JJ

20 %

$$70\% + 20\% = 90\%$$

Jij bent dus 10 % van de rij wachtenden

$$10\% \rightarrow 1 \text{ persoon}$$

$$100\% \rightarrow 10 \text{ personen}$$

ANTWOORD: Er staan 10 wachtenden aan het kraampje.



- 21 Welke rationale getallen stellen  $x$ ,  $y$  en  $z$  voor als je weet dat

$$x \cdot y = 4$$

$$y \cdot z = 16$$

$$x \cdot z = 1$$

$$x \cdot y = 4 \quad \text{dus} \quad y = \frac{4}{x}$$

$$y \cdot z = 16 \quad \text{wordt} \quad \frac{4}{x} \cdot z = 16 \quad \text{of} \quad \frac{z}{x} = 4 \quad \text{of} \quad z = 4x$$

$$x \cdot z = 1 \quad \text{wordt} \quad z = \frac{1}{x}$$

ANTWOORD:

$$x = \frac{1}{2} \quad y = 8 \quad z = 2 \quad \text{of} \quad x = -\frac{1}{2} \quad y = -8 \quad \text{en} \quad z = -2$$

$$* = ** \quad \text{dus} \quad 4x = \frac{1}{x}$$

$$\updownarrow$$

$$4x^2 = 1$$

$$\updownarrow$$

$$x^2 = \frac{1}{4}$$

$$\updownarrow$$

$$x = \frac{1}{2} \quad \text{of} \quad x = -\frac{1}{2}$$