

7 Oefeningen

1 Zet een kruisje in de juiste kolom.

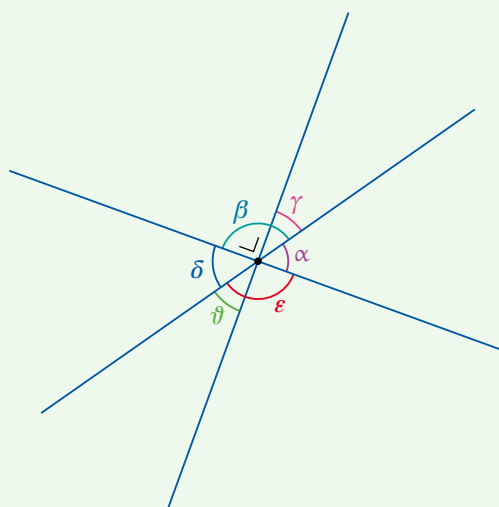
α	β	COMPLEMENTAIR	SUPPLEMENTAIR
46°	44°	X	
105°	75°		X
19°	71°	X	
45°	45°	X	
179°	1°		X

2 Vul in. Kies uit complementaire, overstaande en supplementaire hoeken.

- a α en β zijn supplementaire hoeken.
- b α en γ zijn complementaire hoeken.
- c δ en β zijn supplementaire hoeken.
- d ε en β zijn overstaande hoeken.
- e ϑ en δ zijn complementaire hoeken.

Hoeken worden dikwijls aangeduid met een letter uit het Griekse alfabet:

α alfa
 β bèta
 γ gamma
 δ delta
 ε epsilon
 ϑ thèta



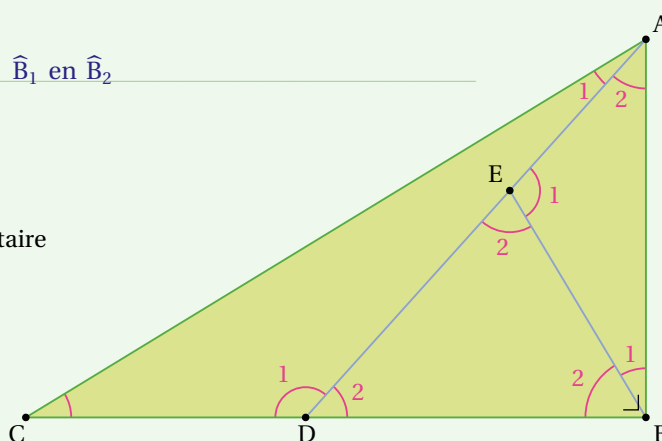
3 Bekijk aandachtig deze figuur.

- a Zoek twee hoeken die complementair zijn. \hat{B}_1 en \hat{B}_2
- b Zoek twee hoeken die supplementair zijn.
 \hat{D}_1 en \hat{D}_2
- c Zoek, indien mogelijk, nog andere complementaire en supplementaire hoeken.

COMPLEMENTAIR SUPPLEMENTAIR

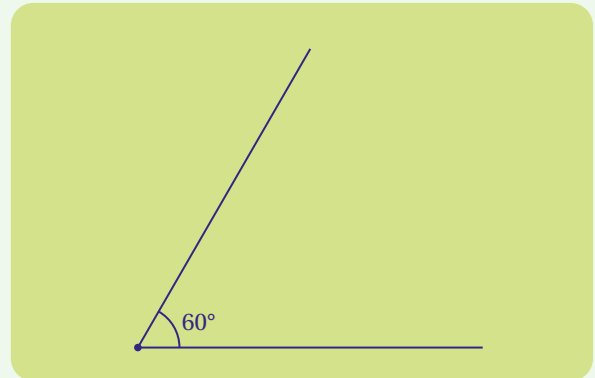
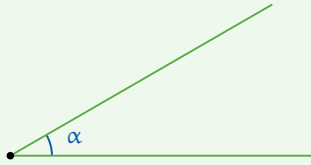
\hat{C} en \hat{A} \hat{E}_1 en \hat{E}_2

\hat{A}_2 en \hat{D}_2

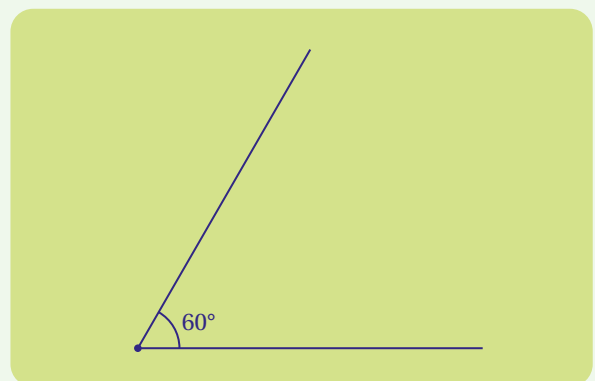
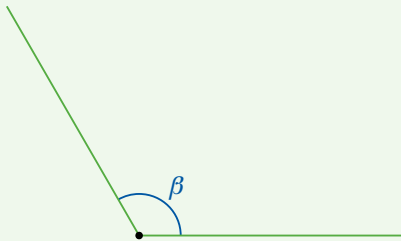


4 Tekenopdrachten.

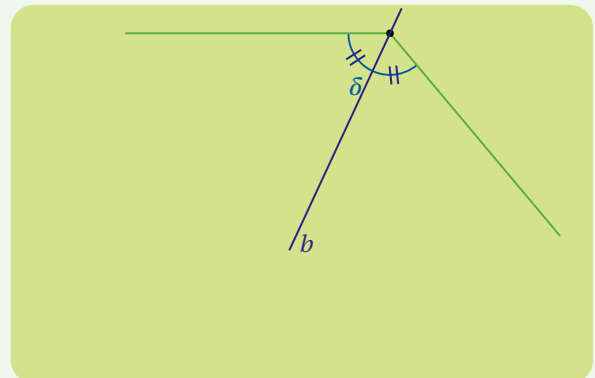
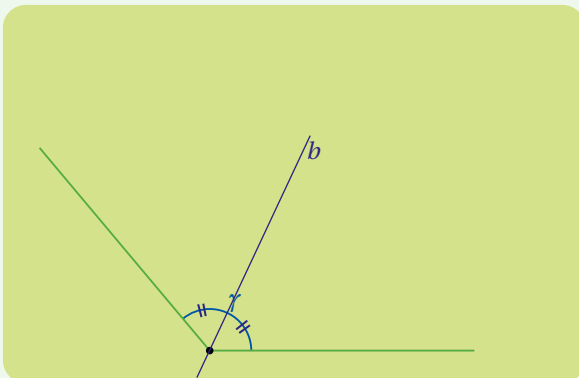
a Teken een hoek die het complement is van α .



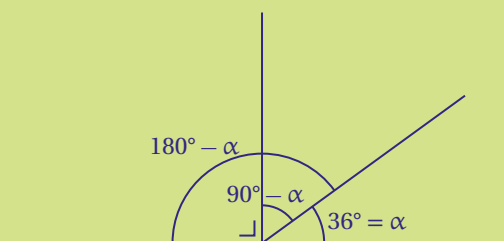
b Teken een hoek die het supplement is van β .



c Teken de bissectrice van γ en δ .



d Zoek het complement en het supplement van 36° en teken de drie hoeken.

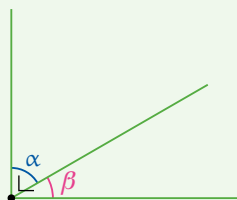


Het complement van een hoek van 36° is een hoek van 54° .

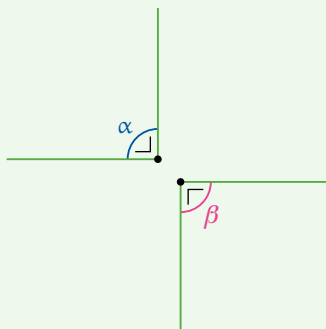
Het supplement van een hoek van 36° is een hoek van 144° .

5 Geef de meest specifieke naam voor α en β .

a

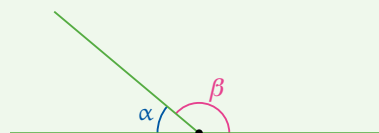

 complementaire en
aanliggende hoeken

c



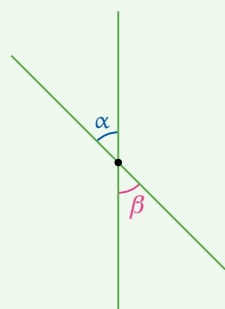
supplementaire hoeken

e



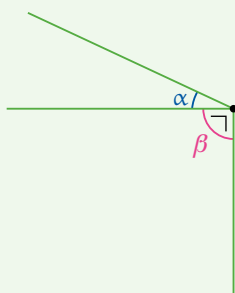
nevenhoeken

b



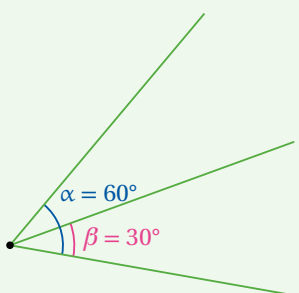
overstaande hoeken

d



aanliggende hoeken

f



complementaire hoeken

6 Vul de tabel aan.

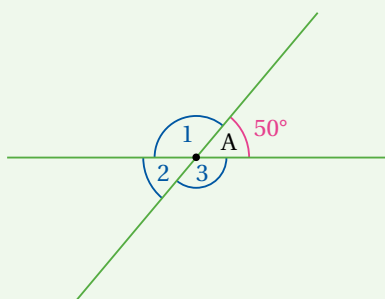
	HOEK	COMPLEMENT VAN DE HOEK	SUPPLEMENT VAN DE HOEK
a	47°	43°	133°
b	34°	56°	146°
c	$74^\circ 30'$	$15^\circ 30'$	$105^\circ 30'$
d	20°	70°	160°
e	α	$90^\circ - \alpha$	$180^\circ - \alpha$

- 7** Bereken het verschil tussen het supplement en het complement van een hoek α .
Werk hiervoor met drie concrete hoeken en veralgemeen.

	HOEK α	SUPPLEMENT VAN α	COMPLEMENT VAN α	VERSCHIL
VOORBEELD 1	20°	160°	70°	90°
VOORBEELD 2	40°	140°	50°	90°
VOORBEELD 3	1°	179°	89°	90°
ALGEMEEN	α	$180^\circ - \alpha$	$90^\circ - \alpha$	90°

- 8** Bepaal de grootte van elke hoek door te redeneren, dus niet door te meten.

a

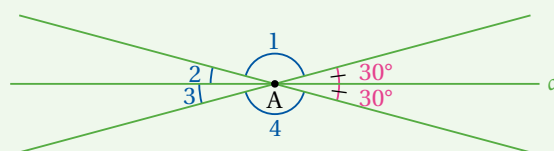


$$\hat{A}_1 = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

$$\hat{A}_2 = 50^\circ \quad (\text{overstaande hoeken})$$

$$\hat{A}_3 = 130^\circ \quad (\text{overstaande hoeken})$$

c



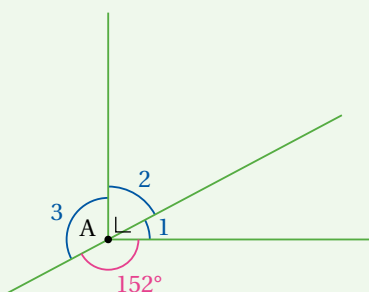
$$\hat{A}_1 = 180^\circ - 2 \cdot 30^\circ = 120^\circ$$

$$\hat{A}_2 = 30^\circ \quad (\text{overstaande hoeken})$$

$$\hat{A}_3 = 30^\circ \quad (\text{overstaande hoeken})$$

$$\hat{A}_4 = 120^\circ \quad (\text{overstaande hoeken})$$

b

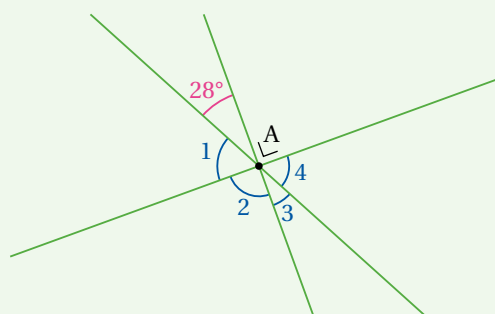


$$\hat{A}_1 = 180^\circ - 152^\circ = 28^\circ$$

$$\hat{A}_2 = 90^\circ - 28^\circ = 62^\circ$$

$$\hat{A}_3 = 180^\circ - 62^\circ = 118^\circ$$

d



$$\hat{A}_1 = 90^\circ - 28^\circ = 62^\circ$$

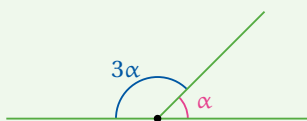
$$\hat{A}_2 = 90^\circ \quad (\text{overstaande hoeken})$$

$$\hat{A}_3 = 28^\circ \quad (\text{overstaande hoeken})$$

$$\hat{A}_4 = 62^\circ \quad (\text{overstaande hoeken})$$

9 Zoek telkens de grootte van α .

a



$$3\alpha + \alpha = 180^\circ$$



$$4\alpha = 180^\circ$$

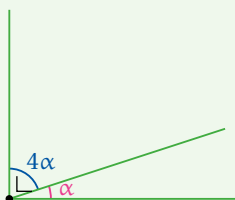


$$\alpha = 180^\circ : 4$$



$$\alpha = 45^\circ$$

b



$$4\alpha + \alpha = 90^\circ$$



$$5\alpha = 90^\circ$$

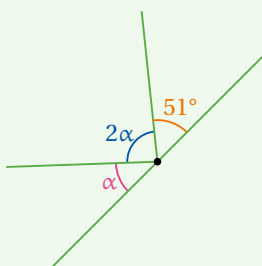


$$\alpha = 90^\circ : 5$$



$$\alpha = 18^\circ$$

c



$$\alpha + 2\alpha + 51^\circ = 180^\circ$$



$$3\alpha + 51^\circ = 180^\circ$$



$$3\alpha = 129^\circ$$

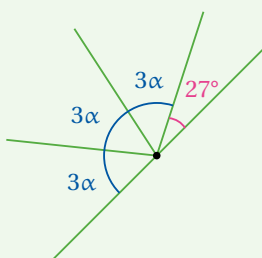


$$\alpha = 129^\circ : 3$$



$$\alpha = 43^\circ$$

d



$$3\alpha + 3\alpha + 3\alpha + 27^\circ = 180^\circ$$



$$9\alpha = 180^\circ - 27^\circ$$



$$9\alpha = 153^\circ$$

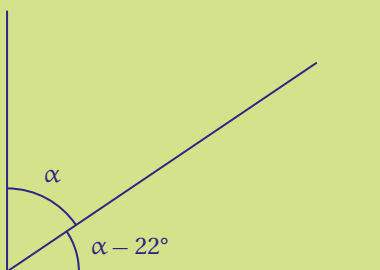


$$\alpha = 17^\circ$$

10 Problemen oplossen met hoeken.

- a Een hoek is 22° groter dan zijn complement. Zoek die hoek.

schets:

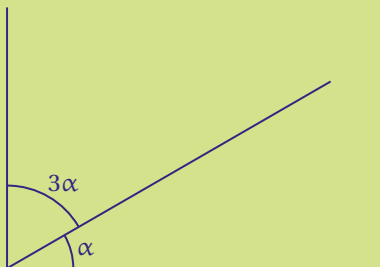


$$\begin{array}{lcl}
 \alpha + \alpha - 22^\circ = 90^\circ & & \alpha = 22^\circ + 90^\circ - \alpha \\
 \Downarrow & & \Downarrow \\
 2\alpha = 90^\circ + 22^\circ & & \alpha + \alpha = 112^\circ \\
 \Downarrow & \text{of} & \Downarrow \\
 2\alpha = 112^\circ & & 2\alpha = 112^\circ \\
 \Downarrow & & \Downarrow \\
 \alpha = 56^\circ & & \alpha = 56^\circ
 \end{array}$$

ANTWOORD: De gezochte hoek is 56° .

- b Het complement van een hoek is driemaal zo groot als de hoek zelf. Zoek die hoek.

schets:

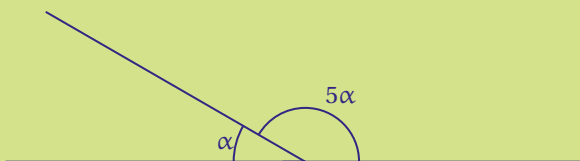


$$\begin{array}{lcl}
 \alpha + 3\alpha = 90^\circ & & 90^\circ - \alpha = 3\alpha \\
 \Downarrow & & \Downarrow \\
 4\alpha = 90^\circ & & 90^\circ = 4\alpha \\
 \Downarrow & \text{of} & \Downarrow \\
 \alpha = 22^\circ 30' & & 22^\circ 30' = \alpha
 \end{array}$$

ANTWOORD: De gezochte hoek is $22^\circ 30'$.

- c Het supplement van een hoek is vijfmaal zo groot als de hoek zelf. Zoek die hoek.

schets:

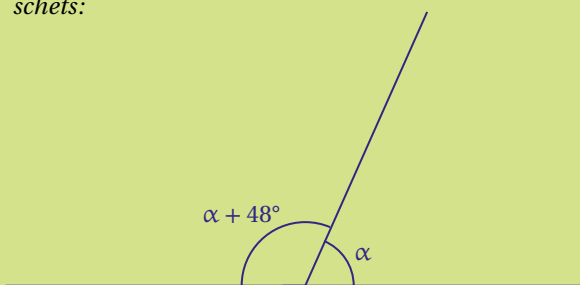


$$\begin{array}{lcl}
 \alpha + 5\alpha = 180^\circ & & 180^\circ - \alpha = 5\alpha \\
 \Downarrow & & \Downarrow \\
 6\alpha = 180^\circ & & 180^\circ = 6\alpha \\
 \Downarrow & \text{of} & \Downarrow \\
 \alpha = 30^\circ & & 30^\circ = \alpha
 \end{array}$$

ANTWOORD: De gezochte hoek is 30° .

- d Het supplement van een hoek is 48° groter dan de hoek zelf. Bereken het complement van die hoek.

schets:



$$\begin{array}{lcl}
 \alpha + \alpha + 48^\circ = 180^\circ & & 180^\circ - \alpha = 48^\circ + \alpha \\
 \Downarrow & & \Downarrow \\
 2\alpha = 132^\circ & & 180^\circ - 48^\circ = 2\alpha \\
 \Downarrow & \text{of} & \Downarrow \\
 \alpha = 66^\circ & & 132^\circ = 2\alpha \\
 & & \Downarrow \\
 & & 66^\circ = \alpha
 \end{array}$$

ANTWOORD: Het complement van de hoek is 24° .

11 ICT-onderzoeksopdrachten.

- a De twee hoeken $\widehat{AOB} = 37^\circ$ en $\widehat{BOC} = 59^\circ$ liggen aan weerszijden van $[OB]$.

Hoe groot zijn de hoeken die bepaald worden door de bissectrices van die hoeken? 48° en 132°

- b Gegeven is een hoek $\widehat{AOB} = 35^\circ$.

Teken in O de loodlijn op OA en de loodlijn op OB.

Hoe groot zijn de hoeken gevormd door die loodlijnen?

35° en 145°

- c Teken de loodlijn in S op x . Teken de loodlijn in S op y .
Meet de hoek \widehat{S}_1 en meet de hoek tussen de twee loodlijnen.
Wat kun je besluiten? Geef hiervoor een verklaring.

Beide hoeken zijn even groot.

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{S}_2 = 90^\circ - \widehat{S}_1 \\ \widehat{S}_2 = 90^\circ - \widehat{S}_3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 90^\circ - \widehat{S}_1 = 90^\circ - \widehat{S}_3 \\ \Downarrow \\ \widehat{S}_1 = \widehat{S}_3 \end{array}$$

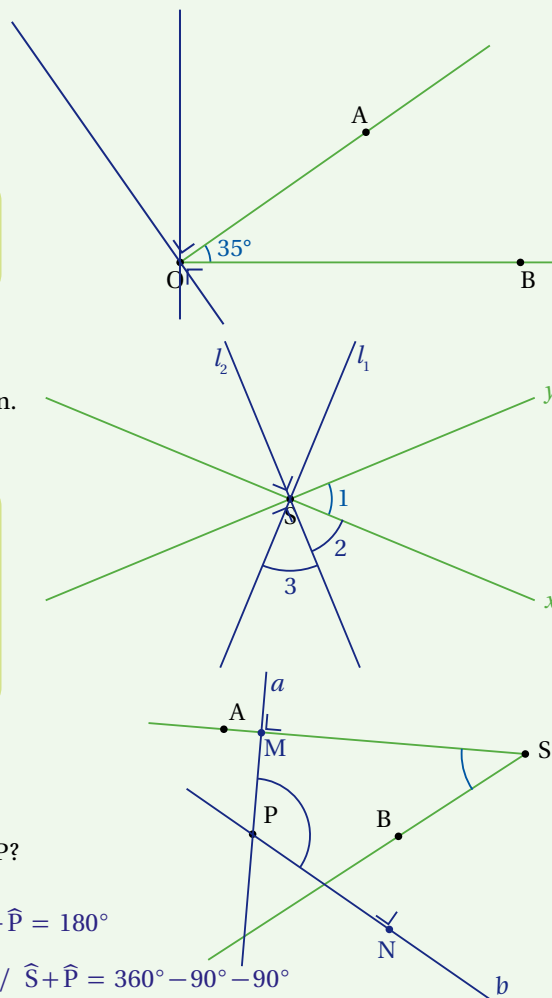
- d Teken door P de loodlijn a op $[SA]$.

Teken door P de loodlijn b op $[SB]$.

Welk verband bestaat er tussen \widehat{S} en de verkregen hoek in P?

De verkregen hoek is het supplement van \widehat{S} . of: $\widehat{S} + \widehat{P} = 180^\circ$

want $\widehat{S} + \widehat{N} + \widehat{P} + \widehat{M} = 360^\circ / \widehat{S} + 90^\circ + \widehat{P} + 90^\circ = 360 / \widehat{S} + \widehat{P} = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ$



12 Twee vierkanten hebben een hoekpunt gemeenschappelijk.

Zo ontstaan de hoeken α en 4α zoals in de figuur.

Hoe groot is α ?

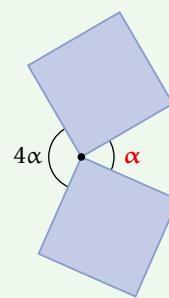
A 18°

B 30°

C 36°

D 54°

E 72°



$$\alpha + 4\alpha + 90^\circ + 90^\circ = 360^\circ$$

\Downarrow

$$5\alpha = 180^\circ$$

\Downarrow

$$\alpha = 36^\circ$$

JWO 2024 eerste ronde probleem 11 © Vlaamse Wiskunde Olympiade vzw

13 Een tegelsnijder maakt deze tegel.

Hoe groot is de hoek \widehat{PQR} ?

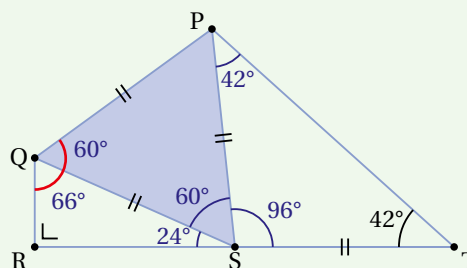
A 126°

B 127°

C 128°

D 129°

E 130°



NUMBAT 2024 probleem 10 © Vlaamse Wiskunde Olympiade vzw