atheneum Mariakerke

Naam: Klas:

Datum:

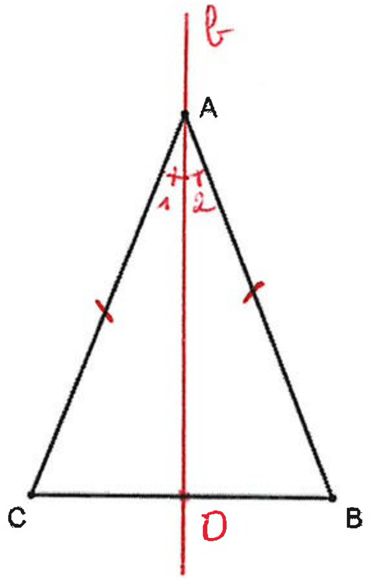
Bewijzen meetkunde studeren

Tips om een bewijs te studeren:

1. **Begrijp goed over welke eigenschap het bewijs gaat.**
   – Wat moet er bewezen worden? Welke wiskundige regel zit erachter?
2. **Bekijk aandachtig de gegevens en de figuur.**
   – Lees goed wat je krijgt en wat je moet aantonen.
3. **Duid in de figuur aan wat je al weet.**
   – Gebruik definities en eerder bewezen eigenschappen.
4. **Probeer het bewijs uit te leggen aan iemand anders.**
   – Zo merk je snel wat je goed snapt en waar je nog twijfelt.
5. **Verander eens de namen in de figuur.**
   – Dat helpt om het bewijs los te maken van de letters in je boek.
6. **Oefen het bewijs door het zelf op te schrijven.**
   – Schrijf eerst op wat je al weet, en vul aan in een andere kleur wat je vergat.
7. **Herhaal het bewijs op verschillende dagen.**
   – Zo onthoud je het beter dan bij één keer blokken.
8. **Begrijp het bewijs, leer het niet vanbuiten.**
   – Als je elke stap snapt, onthoud je het makkelijker.

Eigenschap van de gelijkbenige driehoek (1)

Eigenschap: In een gelijkbenige driehoek zijn de basishoeken even groot.



Gegeven: ΔABC

$|AB| = |BC|$

Te bewijzen: $\hat{B} = \hat{C}$

Bewijs:

Teken de bissectrice b van $\hat{A}$.

D is het snijpunt van b en [BC].

In ΔABD en ΔACD geldt:

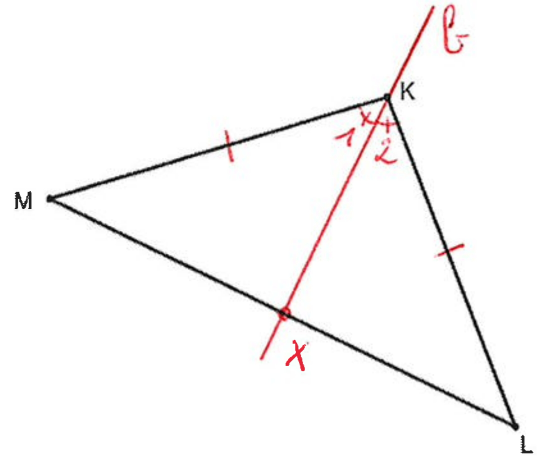
$$\left.\begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \text{ (def. biss.)} \\ |AD| = |AD| \text{ (gem. zijde)} \\ |AC| = |AB| \text{ (geg.)} \end{array}\right\} \overset{ZHZ}{\Rightarrow} \Delta ABD \cong \Delta ACD$$

$\Downarrow$ overeenkomstige hoeken

$\hat{B} = \hat{C}$

Eigenschap van de gelijkbenige driehoek (2)

Eigenschap: In een gelijkbenige driehoek zijn de basishoeken even groot.



Gegeven: ΔKLM

$|KL| = |KM|$

Te bewijzen: $\hat{M} = \hat{L}$

Bewijs:

Teken de bissectrice b van $\hat{K}$.

X is het snijpunt van b en [ML].

In ΔKMX en ΔKLX geldt:

$\hat{K}_1 = \hat{K}_2$ (def. bissectrice)

$|KM| = |KL|$ (def. gelijkb. Δ)

$|KX| = |KX|$ (gem. zijde)

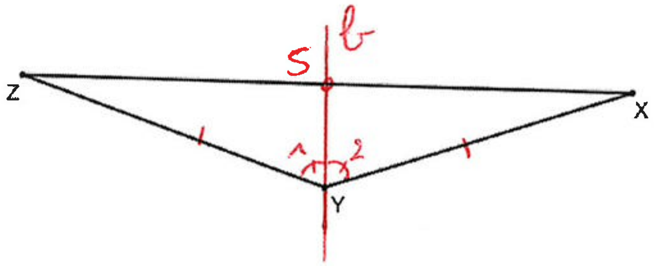
$\overset{ZHZ}{\Rightarrow} \Delta KMX \cong \Delta KLX$

$\Downarrow$ (overeenkomstige hoeken)

$\hat{M} = \hat{L}$

Eigenschap van de gelijkbenige driehoek (3)

Eigenschap: In een gelijkbenige driehoek zijn de basishoeken even groot.



Gegeven: ΔXYZ

$|XY| = |YZ|$

Te bewijzen: $\hat{X} = \hat{Z}$

Bewijs:

Teken de bissectrice b van $\hat{Y}$.

Noem het snijpunt van b en [XZ] S.

In ΔSYZ en ΔSYX geldt:

$$\left.\begin{array}{ll} \hat{Y}_1 = \hat{Y}_2 & \text{(def. bissectrice)} \\ |YZ| = |YX| & \text{(def. gelijkb. } \Delta\text{)} \\ |YS| = |YS| & \text{(gem. zijde)} \end{array}\right\} \overset{ZHZ}{\Rightarrow} \Delta SYZ \cong \Delta SYX$$

$\Downarrow$ (overeenkomstige hoeken)

$\hat{X} = \hat{Z}$

Eigenschap over de merkwaardige lijnen in een gelijkbenige driehoek (1)

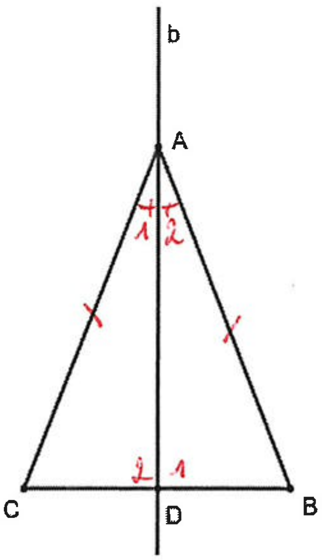
Eigenschap: In een gelijkbenige driehoek is de bissectrice van de tophoek ook:

- de hoogtelijn uit de top
- de zwaartelijn uit de top
- de middelloodlijn van de basis

Gegeven: ΔABC

b is de bissectrice van $\hat{A}$

D is het snijpunt van b en $[BC]$



Te bewijzen: b is de hoogtelijn uit A

b is de zwaartelijn uit A

b is de middelloodlijn van [BC]

Bewijs:

In ΔABD en ΔACD geldt:

$$\left.\begin{array}{ll} |AB| = |AC| & \text{(def. gelijkb. } \Delta) \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 & \text{(def. bissectrice)} \\ |AD| = |AD| & \text{(gem. zijde)} \end{array}\right\} \overset{ZHZ}{\Rightarrow} \Delta ABD \cong \Delta ACD$$

$\Downarrow$ $\hat{D}_1 = \hat{D}_2$ (nevenh.) $\Downarrow$ $\hat{D}_1 = \hat{D}_2 = 90°$ (def. hoogtelijn) $\Downarrow$ b is een hoogtelijn

$\Downarrow$ $|BD| = |CD|$ $\Downarrow$ $D = mi([BC])$ $\Downarrow$ (def. zwaartelijn) b is een zwaartelijn

$\Downarrow$

b is een middelloodlijn

Eigenschap over de merkwaardige lijnen in een gelijkbenige driehoek (2)

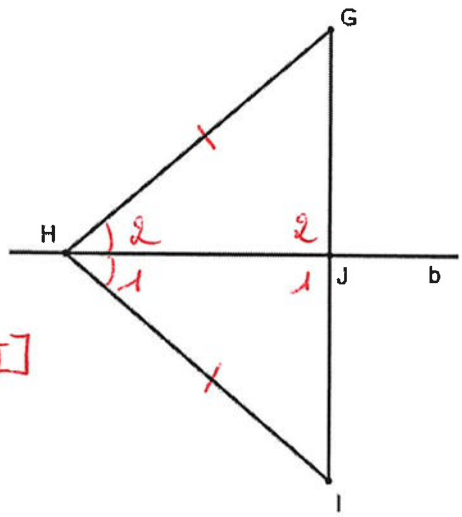
Eigenschap: In een gelijkbenige driehoek is de bissectrice van de tophoek ook:

- de hoogtelijn uit de top
- de zwaartelijn uit de top
- de middelloodlijn van de basis

Gegeven: ΔGHI

b is de bissectrice van $\hat{H}$

J is het snijpunt van b en $[GI]$



Te bewijzen: b is de hoogtelijn uit H

b is de zwaartelijn uit H

b is de middelloodlijn van $[GI]$

Bewijs:

In ΔHIJ en ΔHGJ geldt:

$|HI| = |HG|$ (def. gelijkb. Δ)

$\hat{H}_1 = \hat{H}_2$ (def. bissectrice)

$|HJ| = |HJ|$ (gem. zijde)

$\xRightarrow{ZHZ} \Delta HIJ \cong \Delta HGJ$

$\Downarrow$ $\hat{J}_1 = \hat{J}_2$

(nevenhoeken) $\Downarrow$

$\hat{J}_1 = \hat{J}_2 = 90°$

(def. hoogtelijn) $\Downarrow$

b is een hoogtelijn

$\Downarrow$ $|IJ| = |GJ|$

$\Downarrow$

$J = mi([GI])$

$\Downarrow$

b is een zwaartelijn

b is een middelloodlijn

Eigenschap over de merkwaardige lijnen in een gelijkbenige driehoek (3)

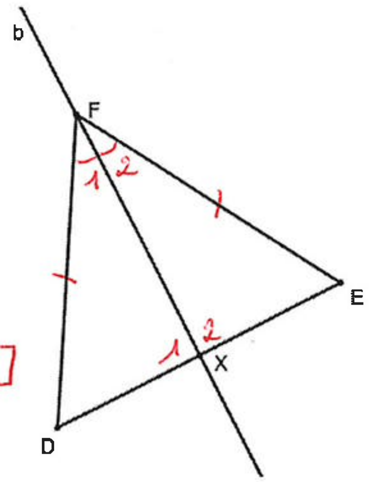
Eigenschap: In een gelijkbenige driehoek is de bissectrice van de tophoek ook:

- de hoogtelijn uit de top
- de zwaartelijn uit de top
- de middelloodlijn van de basis

Gegeven: ΔDEF

b is de bissectrice van $\hat{F}$

X is het snijpunt van b en $[DE]$



Te bewijzen: b is de hoogtelijn uit F

b is de hoogtelijn uit F

b is de middelloodlijn van [DE]

Bewijs:

In ΔDFX en ΔEFX geldt:

$|DF| = |EF|$ (def. gelijkb. Δ)

$\hat{F}_1 = \hat{F}_2$ (def. bissectrice)

$|FX| = |FX|$ (gem. zijde)

$\overset{ZHZ}{\Rightarrow} \Delta DFX \cong \Delta EFX$

$\hat{X}_1 = \hat{X}_2$ | $|DX| = |EX|$

(nevenhoeken) $\Downarrow$ | $\Downarrow$

$\hat{X}_1 = \hat{X}_2 = 90°$ | $X = mi([DE])$

(def. hoogtelijn) $\Downarrow$ | $\Downarrow$

b is een hoogtelijn | b is een zwaartelijn

$\Downarrow$

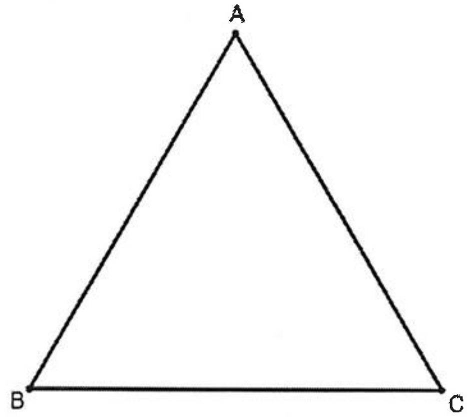
b is een middelloodlijn

Eigenschap over de gelijkzijdige driehoek (1)

Eigenschap: In een gelijkzijdige driehoek zijn alle hoeken even groot.

Gegeven: ΔABC is gelijkzijdig

Te bewijzen: $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C}$



Bewijs:

ΔABC is gelijkzijdig

$\Downarrow$ (def. gelijkz. Δ)

$|AB| = |AC|$ en $|AC| = |BC|$

$\Downarrow$ (kenmerk gelijkb. Δ)

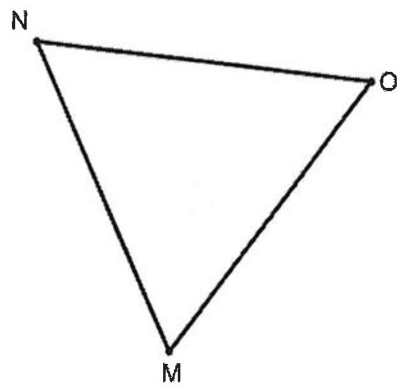
$\hat{B} = \hat{C}$ en $\hat{A} = \hat{B}$

$\Downarrow$

$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C}$

Eigenschap over de gelijkzijdige driehoek (2)

Eigenschap: In een gelijkzijdige driehoek zijn alle hoeken even groot.



Gegeven: ΔMNO is gelijkzijdig

Te bewijzen: $\hat{M} = \hat{N} = \hat{O}$

Bewijs:

ΔMNO is gelijkzijdig

$\Downarrow$ (def. gelijkz. Δ)

$|MN| = |MO|$ en $|MN| = |NO|$

$\Downarrow$ (kenmerk gelijkb. Δ)

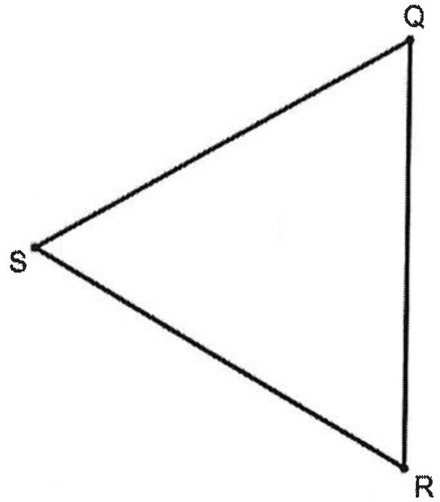
$\hat{N} = \hat{O}$ en $\hat{M} = \hat{O}$

$\Downarrow$

$\hat{M} = \hat{N} = \hat{O}$

Eigenschap over de gelijkzijdige driehoek (3)

Eigenschap: In een gelijkzijdige driehoek zijn alle hoeken even groot.



Gegeven: ΔQRS is gelijkzijdig

Te bewijzen: $\hat{Q} = \hat{R} = \hat{S}$

Bewijs:

ΔQRS is gelijkzijdig

$\Downarrow$ (def. gelijkz. Δ)

$|QR| = |QS|$ en $|QR| = |RS|$

$\Downarrow$ (kenmerk gelijk. Δ)

$\hat{R} = \hat{S}$ en $\hat{Q} = \hat{S}$

$\Downarrow$

$\hat{Q} = \hat{R} = \hat{S}$