

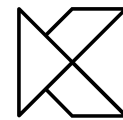
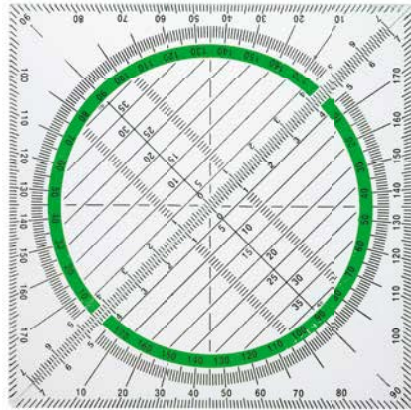
3.1

Vlakke figuren rondom ons herkennen

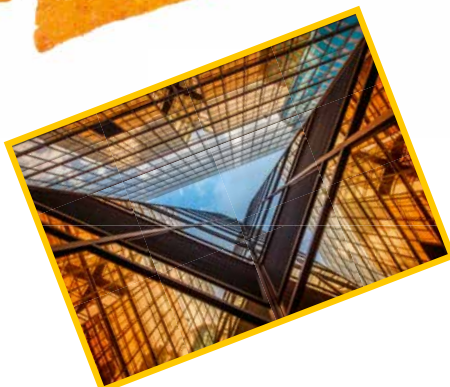
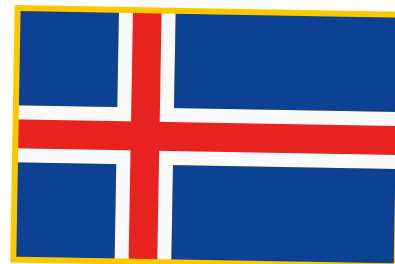
Vlakke figuren zijn deelverzamelingen van het vlak. Je vindt ze in allerlei vormen: er zijn regelmatige veelhoeken, onregelmatige figuren, cirkels, krommen, ...

Op deze en volgende bladzijde herken je heel wat vlakke figuren. Welke horen bij elkaar en waarom?





die Keure
— educatief



3.2

Driehoeken

1 Begrippen

Sommige vormen zijn van nature uit steviger dan andere.

In de architectuur is het algemeen bekend dat vierkante vormen vrij zwakke figuren zijn.

Constructies worden veel steviger door het gebruik van driehoeken.

Zo bestaat het geraamte van deze hijskraan uit heel veel driehoeken.



Een driehoek is veel steviger van structuur.
Je kunt een vierkant steviger maken door er een of twee dwarsbalken in te plaatsen.

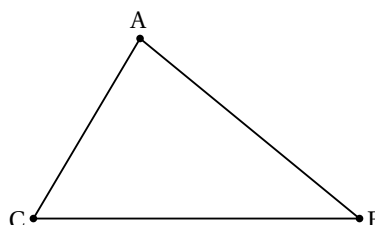
**driehoek**

Een **driehoek** is een vlakke figuur die wordt gevormd door drie zijden en drie hoeken.

Merk op:

De drie punten die de driehoek vormen, liggen niet op eenzelfde rechte.

We spreken van driehoek ABC en we noteren $\triangle ABC$.

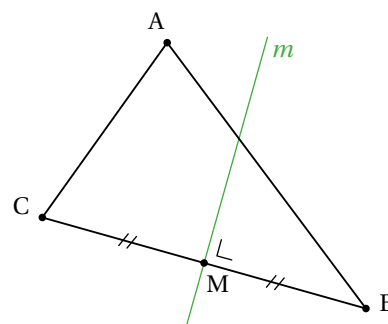
**Terminologie:**

HOEKPUNTEN	A, B, C
HOEKEN	\hat{A} , \hat{B} , \hat{C}
ZIJDEN	[AB], [BC], [AC]
DRAGERS VAN DE ZIJDEN	AB, BC, AC
OVERSTAANDE HOEK VAN EEN ZIJDE	\hat{A} is de overstaande hoek van zijde [BC]
AANLIGGENDE HOEKEN VAN EEN ZIJDE	\hat{B} en \hat{C} zijn de aanliggende hoeken van zijde [BC]
INGESLOTEN HOEK VAN 2 ZIJDEN	\hat{A} is de ingesloten hoek van zijden [AB] en [AC]

2 Merkwaardige lijnen in een driehoek

a Middelloodlijn

De middelloodlijn m op de zijde $[BC]$ van driehoek ABC is de rechte die door het midden van $[BC]$ gaat en loodrecht op BC staat.



middelloodlijn



Een **middelloodlijn** van een driehoek is de rechte die door het midden gaat van een zijde en loodrecht staat op de drager van die zijde.

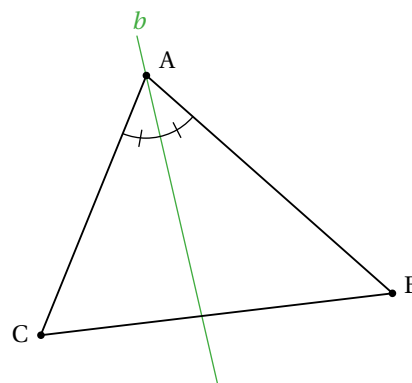
In elke driehoek kun je drie middelloodlijnen tekenen.

Onderzoek:

- Teken in een willekeurige driehoek de drie middelloodlijnen.
- Wat merk je op?

b Bissectrice

De bissectrice b van \hat{A} van driehoek ABC is de rechte die \hat{A} in twee even grote delen verdeelt.



bissectrice



Een **bissectrice** van een driehoek is de rechte die door een hoekpunt gaat en de bijbehorende hoek in twee even grote hoeken verdeelt.

In elke driehoek kun je drie bissectrices tekenen.

Onderzoek:

- Teken in een willekeurige driehoek de drie bissectrices.
- Wat merk je op?



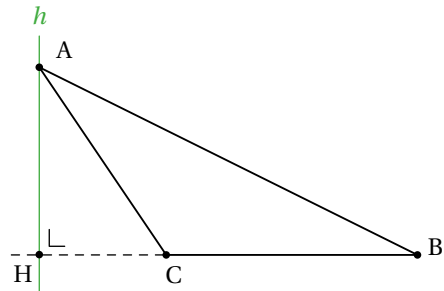
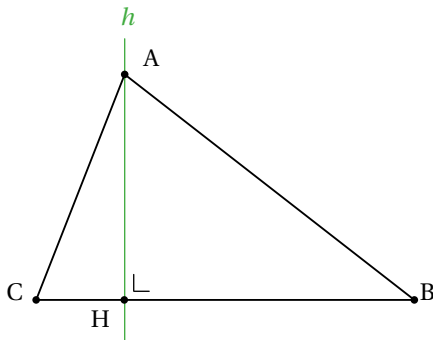
Zwaartelijn

Waarom spreken we op p. 97 van 'zwaarte'-lijn?

Door die rechte wordt de driehoek in twee 'gelijke' (d.w.z. even zware) delen verdeeld. Neem de proef op de som: als je een driehoek ondersteunt op zijn zwaartelijn (bv. met een lat), dan blijft de driehoek in evenwicht: de massa of de 'zwaarte' is gelijk verdeeld langs beide kanten van de lijn.

c Hoogtelijn

De hoogtelijn h van driehoek ABC vanuit A is de loodlijn uit A op de drager van de overstaande zijde [BC].



hoogtelijn

Een **hoogtelijn** van een driehoek is de loodlijn uit een hoekpunt op de drager van de overstaande zijde.

In elke driehoek kun je drie hoogtelijnen tekenen.

Onderzoek:

- Teken in een willekeurige driehoek de drie hoogtelijnen.
- Wat merk je op?

Opmerkingen:

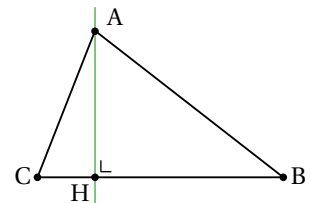
Het lijnstuk [AH] wordt de **hoogte** van de driehoek genoemd.

Ook de lengte van het lijnstuk [AH] noemen we de hoogte van de driehoek.

Als [AH] als de hoogte wordt genomen, dan noemen we [BC] de basis van de driehoek.

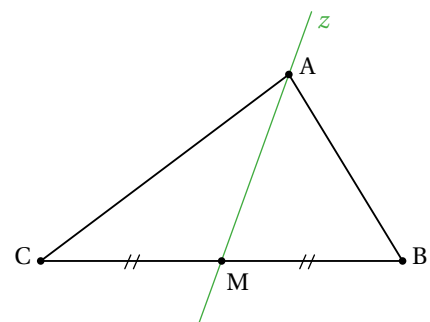
Als de hoogte vanuit B wordt genomen, dan is [AC] de basis.

Als de hoogte vanuit C wordt genomen, dan is [AB] de basis.



d Zwaartelijn

De zwaartelijn z van driehoek ABC vanuit A is de rechte door A en door het midden van de overstaande zijde [BC].



zwaartelijn

Een **zwaartelijn** van een driehoek is de rechte door een hoekpunt en door het midden van de overstaande zijde.

In elke driehoek kun je drie zwaartelijnen tekenen.

Onderzoek:

- Teken in een willekeurige driehoek de drie zwaartelijnen.
- Wat merk je op?

Opmerkingen:

Soms bedoelen we met de zwaartelijn uit A het lijnstuk [AM].

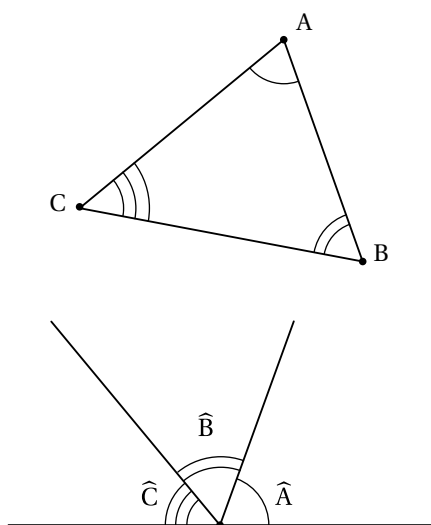
3 Som van de hoeken van een driehoek

Meet in de driehoeken van de vorige bladzijde de grootte van \hat{A} , \hat{B} en \hat{C} . Bepaal ook telkens de som van de drie hoeken. Wat merk je? Je kunt dit ook op andere manieren onderzoeken:

Door te knippen:

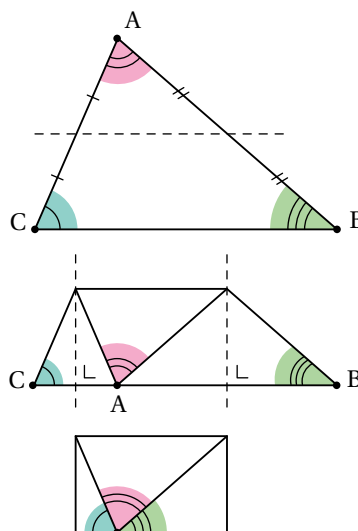
Teken een willekeurige driehoek ABC op een blad papier.

Knip de hoeken \hat{A} , \hat{B} en \hat{C} af met een schaar en plak ze tegen elkaar.



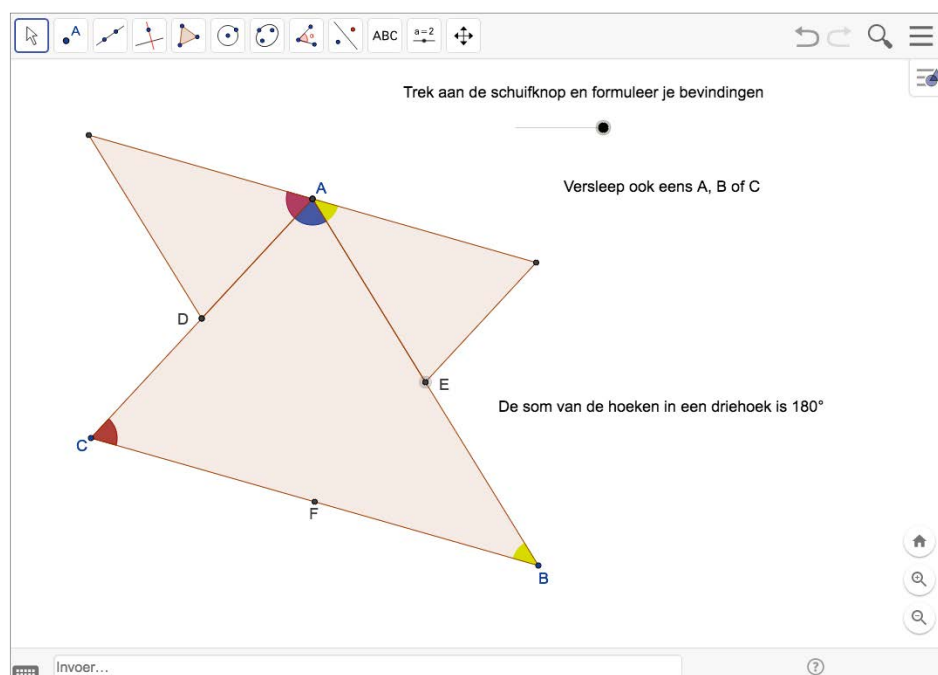
Door te plooien:

Teken een willekeurige driehoek ABC en knip die uit. Plooi dan volgens onderstaande werkwijze.



eigenschap

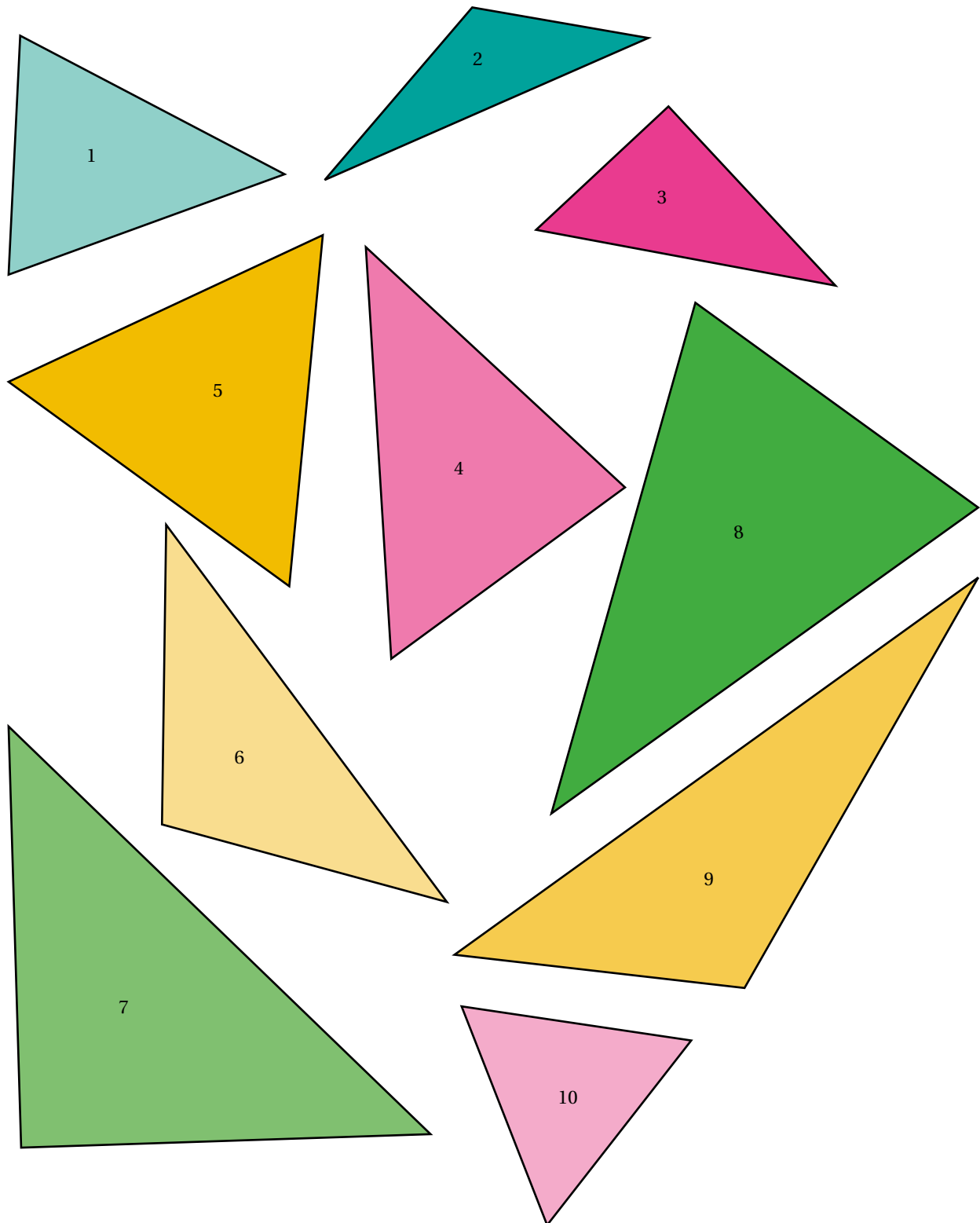
De som van de hoeken van een driehoek is steeds 180° .



4 Classificatie van de driehoeken

Onderzoek:

- Hieronder zie je een aantal driehoeken. Welke horen volgens jou bij elkaar?
- Op basis van welke kenmerken heb jij de driehoeken gegroepeerd?
- Probeer voor elke groep een omschrijving te geven die deze groep driehoeken typeert.
- Vergelijk jouw groepering met de groepering van andere leerlingen uit de klas.



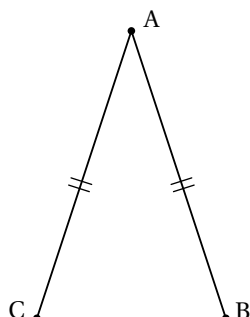
a Driehoeken ingedeeld volgens de zijden

gelijkbenige driehoek



Een **gelijkbenige driehoek** is een driehoek waarvan minstens twee zijden even lang zijn.

Terminologie:



TOPHOEK	\hat{A}
BASISHOEKEN	\hat{B} en \hat{C}
BASIS	[BC]
BENEN	[AB] en [AC]

Opdracht:

Meet de basishoeken. Wat merk je op?

Besluit:

eigenschap



In een gelijkbenige driehoek zijn de basishoeken even groot.

Opmerking:

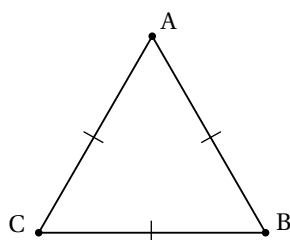
Deze eigenschap geldt ook omgekeerd:

Als in een driehoek twee hoeken even groot zijn, dan is de driehoek gelijkbenig.

gelijkzijdige driehoek



Een **gelijkzijdige driehoek** is een driehoek waarvan de drie zijden even lang zijn..



$$|AB| = |AC| = |BC|$$

Opmerking:

Elke gelijkzijdige driehoek is gelijkbenig.

Opdracht:

Meet de hoeken van de driehoek. Wat merk je op?

Besluit:

eigenschap



In een gelijkzijdige driehoek zijn de drie hoeken even groot, namelijk 60° .

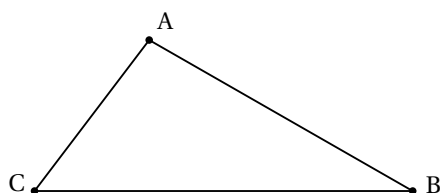
Opmerking:

Ook deze eigenschap geldt omgekeerd:

Als in een driehoek de drie hoeken even groot zijn, dan is de driehoek gelijkzijdig.

ongelijkbenige driehoek

Een **ongelijkbenige driehoek** is een driehoek die niet gelijkbenig is, d.w.z. de drie zijden hebben een verschillende lengte.

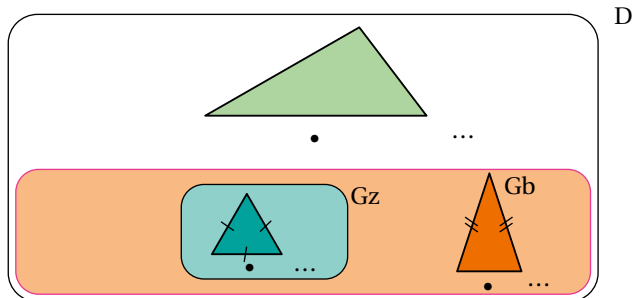


$$|AB| \neq |AC|$$

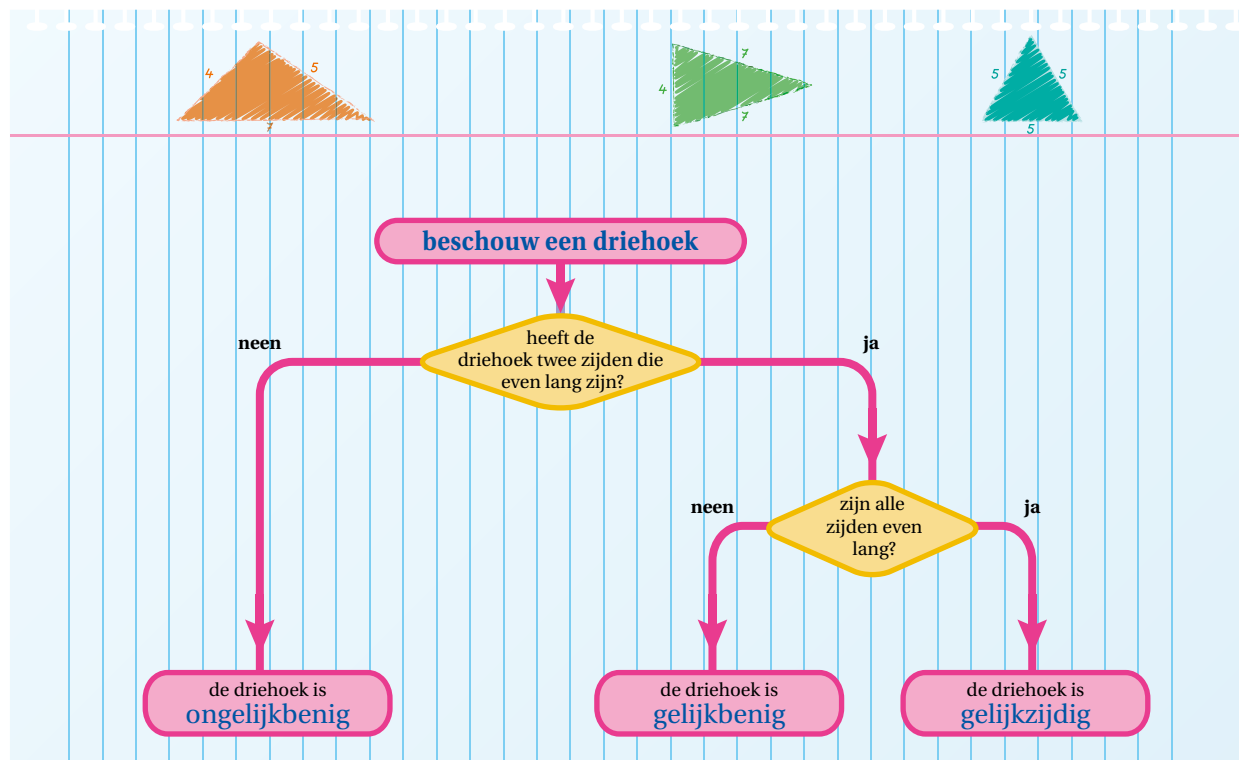
$$|AB| \neq |BC|$$

$$|AC| \neq |BC|$$

In schemavorm:



Je kunt bepalen welke soort driehoek er getekend is op basis van de lengte van de zijde. Beantwoord de vragen in deze **flowchart** en je krijgt de juiste benaming van de driehoek.

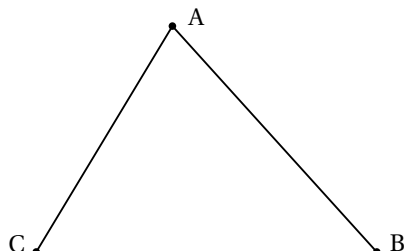


b Driehoeken ingedeeld volgens de hoeken

scherphoekige driehoek



Een **scherphoekige driehoek** is een driehoek waarvan alle hoeken scherp zijn.



$$\hat{A} < 90^\circ$$

$$\hat{B} < 90^\circ$$

$$\hat{C} < 90^\circ$$

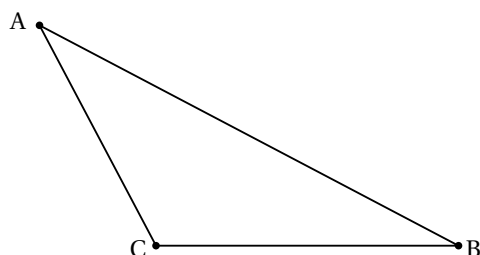
Merk op:

Je hoeft de hoeken van de driehoek niet echt te meten. Het is voldoende de hoeken te vergelijken met een rechte hoek (van je geodriehoek bijvoorbeeld) om uit te maken of ze scherp zijn.

stomphoekige driehoek



Een **stomphoekige driehoek** is een driehoek waarvan één hoek stomp is.



$$\hat{C} > 90^\circ$$

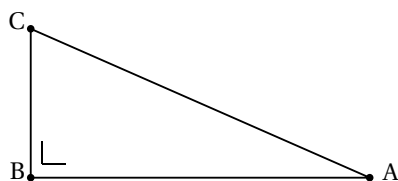
Merk op:

Een driehoek kan nooit meer dan één stompe hoek hebben, anders wordt de som van de hoeken groter dan 180° .

rechthoekige driehoek



Een **rechthoekige driehoek** is een driehoek waarvan één hoek recht is.



$$\hat{B} = 90^\circ$$

[AB] en [BC] noemen we de **rechthoekszijden**.

[AC] is de **schuine zijde** of **hypotenusa**.

Merk op:

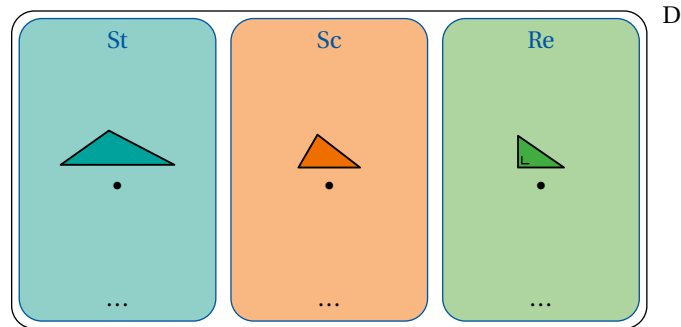
Als \hat{B} een rechte hoek is, dan zijn de twee andere hoeken scherpe hoeken. De som van die twee hoeken is 90° .



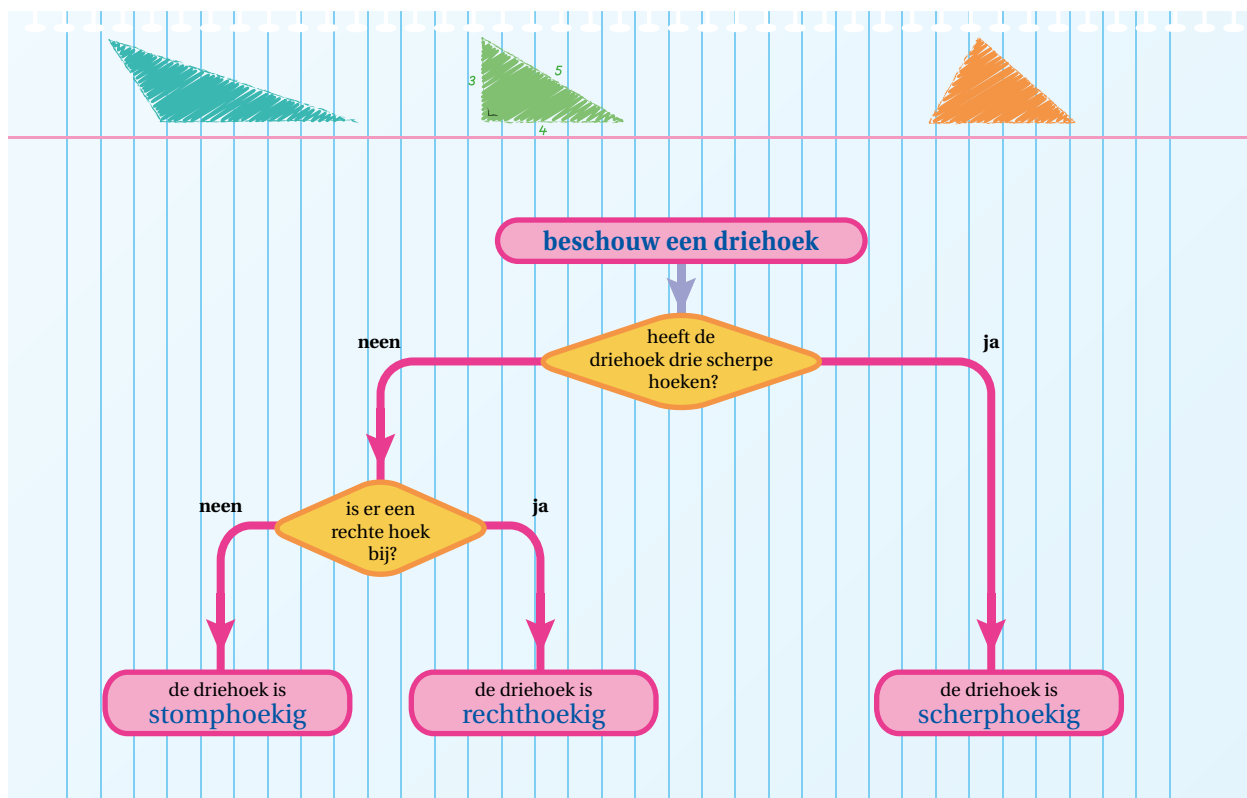
Hypotenusa

Hypotenusa komt uit het Grieks (ὑποτεινούσα) en betekent letterlijk 'zich uitstrekkend onder'.

We kunnen de verzameling van de driehoeken ook als volgt opsplitsen:









Ook op basis van de hoeken kan een **flowchart** je helpen om tot de juiste benaming te komen van de driehoek.



5 Driehoeken grafisch voorstellen

Onze wiskunderugzak is nu weer wat meer gevuld. Aan de hand van de definities en eigenschappen van de verschillende driehoeken is het nu ook gemakkelijker om een goede schets te maken van bepaalde driehoeken.

a Schetsen

ONGELIJBENIGE DRIEHOEK	GELIJBENIGE DRIEHOEK	GELIJKZIJDIGE DRIEHOEK
		
SCHERPHOEKIGE DRIEHOEK	STOMPHOEKIGE DRIEHOEK	RECHTHOEKIGE DRIEHOEK
		

b Teken van driehoeken met behulp van een geodriehoek

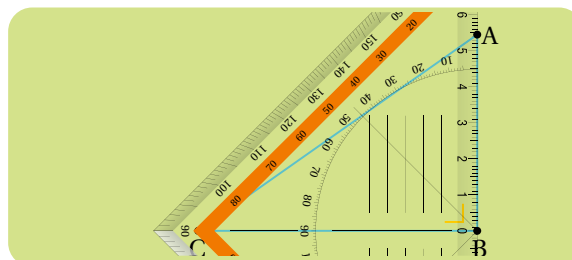
Voorbeeld 1:

Teken een rechthoekige driehoek.

Oplossing:

Teken een willekeurig lijnstuk [BC].

Gebruik je geodriehoek om in B een loodlijn op [BC] te tekenen. Neem op de loodlijn een punt A en teken de driehoek ABC.



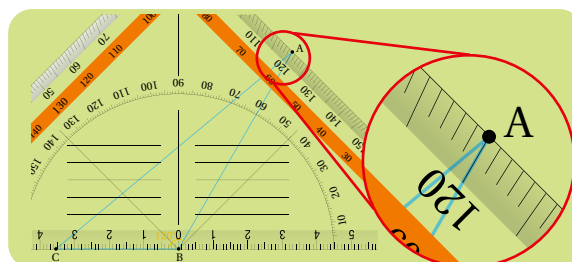
Voorbeeld 2:

Teken een stomphoekige driehoek.

Oplossing:

Teken een willekeurig lijnstuk [BC].

Gebruik je geodriehoek om in B een stompe hoek te tekenen. Leg daarom het nulpunt van je geodriehoek in B en zet een streepje bij 120° of een andere stompe hoek. Zo krijg je het punt A. Teken de driehoek ABC.

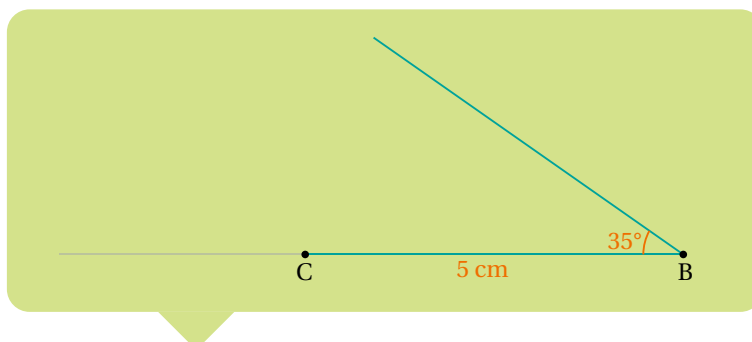


Voorbeeld 3:

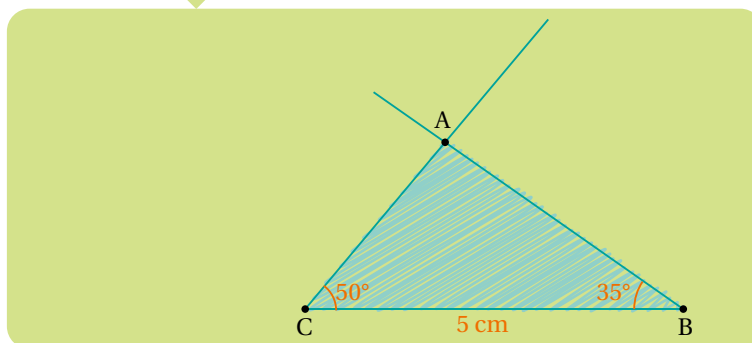
Teken een driehoek waarvan één zijde 5 cm is en de aanliggende hoeken 35° en 50° zijn.

Oplossing:

Teken een lijnstuk $[BC]$ dat 5 cm lang is.
Gebruik je geodriehoek om in B een hoek te tekenen van 35° .



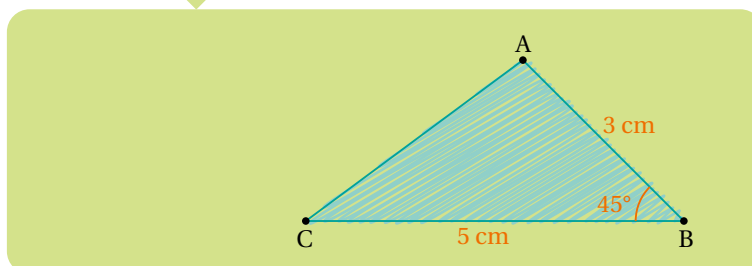
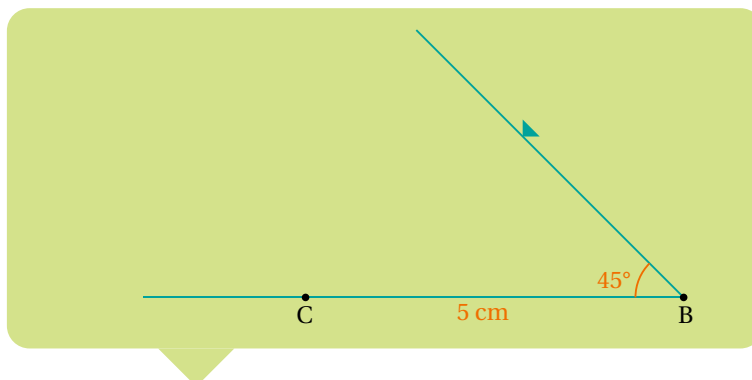
Teken daarna in C een hoek van 50° .
Het snijpunt van de twee halfrechten is het derde hoekpunt A.

**Voorbeeld 4:**

Teken een driehoek met zijden van 3 cm en 5 cm en waarbij de ingesloten hoek 45° is.

Oplossing:

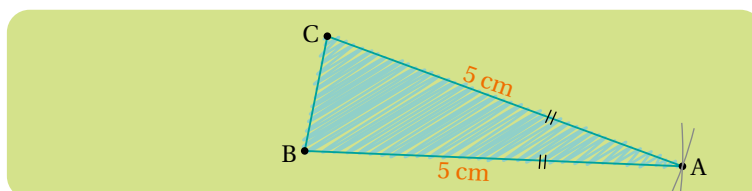
Teken een lijnstuk $[BC]$ waarvan de lengte 5 cm is. Gebruik je geodriehoek om in B een hoek te tekenen van 45° .
Zorg ervoor dat het nieuwe lijnstuk precies 3 cm lang is.
Werk je driehoek af.

**Voorbeeld 5:**

Teken een gelijkbenige driehoek met benen van 5 cm.

Oplossing:

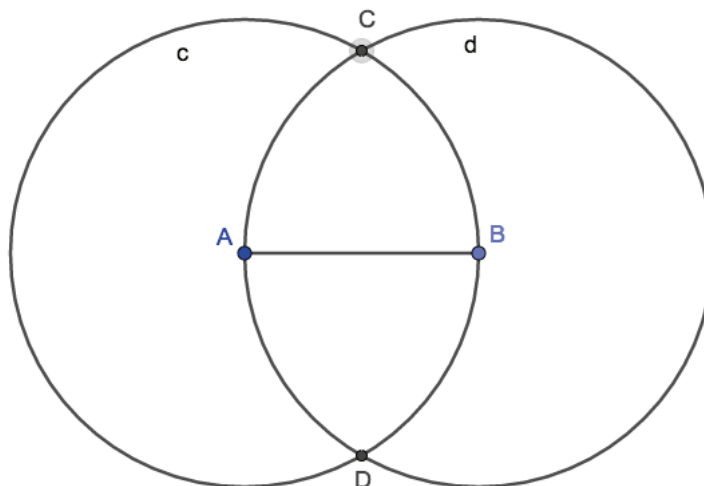
Teken een lijnstuk $[BC]$.
Neem je passer en neem als passeropening 5 cm. Plaats het passerpunt in B en teken met je passer een boogje.
Plaats het passerpunt in C en teken met je passer een boogje. Het snijpunt van de twee boogjes is het derde hoekpunt A.



c Driehoeken tekenen met GeoGebra

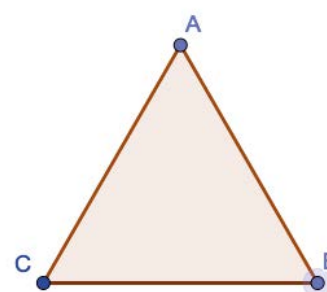
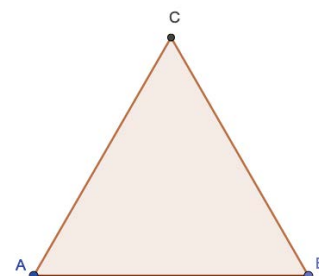
Voorbeeld 1:

Teken een gelijkzijdige driehoek met zijden van 3,5.



Stappenplan:

- Klik op het icoontje voor rechte en kies voor **Lijnstuk met lengte**.
Klik nadien in het tekenvenster en vul in het scherm dat zich opent 3.5 in.
- Klik op het icoontje voor cirkel en kies voor **Cirkel: middelpunt & straal**. Klik op A en vul in het scherm dat zich opent 3.5 in.
Druk nadien op OK.
- Klik nadien op B en vul in het scherm dat zich opent 3.5 in.
Druk op OK.
- Klik op het icoontje voor punt, kies voor **Snijpunten** en klik op de twee getekende cirkels.
- Verberg de twee getekende cirkels alsook het punt D (klik met de rechtermuisknop op deze objecten en vink steeds **Object tonen** uit).
Teken nu de driehoek met **Veelhoek**.
Je hebt een gelijkzijdige driehoek getekend.
- Om de driehoek te benoemen kun je eventueel nog de naam van C wijzigen in A (klik met de rechtermuisknop op C, kies voor **Naam wijzigen** en wijzig de naam in A) en de naam van A wijzigen in C.
- Wil je ook op het scherm laten zien dat elke zijde 3,5 lang is?
Klik hiervoor op een lijnstuk met de rechtermuisknop.
Ga naar instellingen. Zorg dat **Label tonen** is aangevinkt.
Kies in het keuzemenu naast Label tonen voor **Waarde**.
Herhaal dit voor elk lijnstuk.

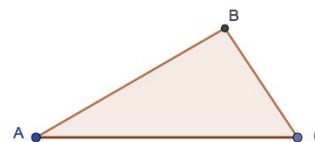
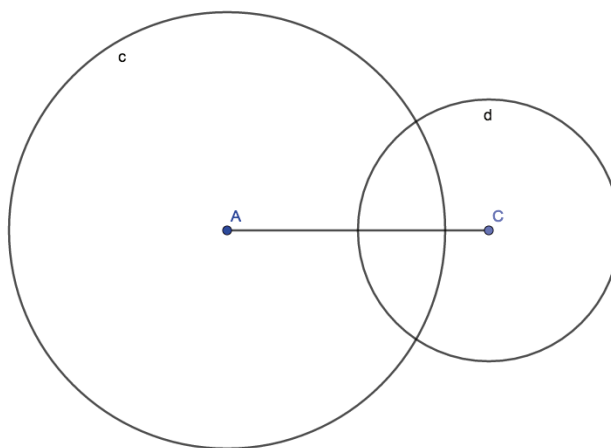


Voorbeeld 2:

Teken een driehoek ABC met $|AC| = 6$, $|AB| = 5$ en $|BC| = 3$.

Stappenplan:

- Teken een lijnstuk $[AC]$ waarvan de lengte 6 is (gebruik **Lijnstuk met lengte**).
Wijzig (eventueel) de naam van de punten zodat je lijnstuk wel degelijk de naam $[AC]$ heeft!
- Teken een cirkel met middelpunt A en met straal 5 (gebruik **Cirkel: middelpunt & straal**).
- Teken een cirkel met middelpunt C en met straal 3 (gebruik **Cirkel: middelpunt & straal**).
- Duid de snijpunten van de twee getekende cirkels aan.
- Verberg de cirkels en één van de getekende snijpunten.
- Teken de driehoek die aan alle voorwaarden voldoet.

**Voorbeeld 3:**

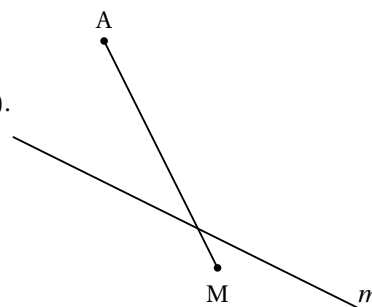
Teken een driehoek ABC waarbij AM de zwaarteliijn is op $[BC]$ en m de middelloodlijn is van $[AC]$.

Het probleem begrijpen:

Hoe los je het best zo'n probleem op?

Begin met de opgave goed te ontrafelen (net zoals bij een vraagstuk).

Dit noemen we de 'analyse' van het probleem. Hieronder vind je een voorbeeld hoe zo'n analyse kan verlopen:

**Analyse:**

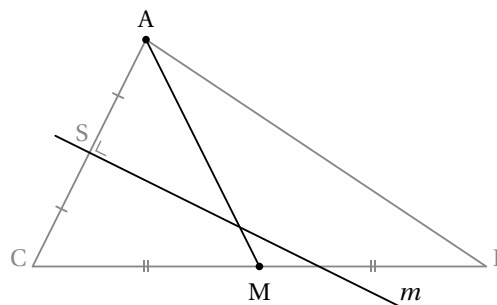
We lezen in de opgave dat AM een zwaarteliijn moet zijn van de driehoek en m een middelloodlijn van $[AC]$.

We schetsen een willekeurige driehoek ABC met daarin een zwaarteliijn $[AM]$ en een middelloodlijn m .

Aan de hand van deze kladtekening ontdekken we dat:

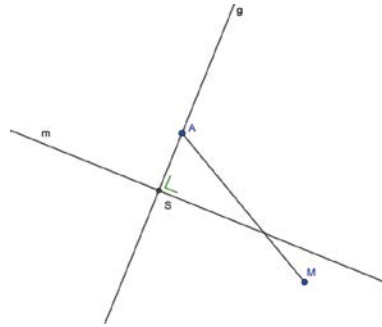
- 1 $[BM]$ en $[CM]$ even lang zijn;
- 2 $AC \perp m$;
- 3 $[AS]$ en $[CS]$ even lang zijn.

Met welke van die drie vaststellingen kun je nu aan de slag?

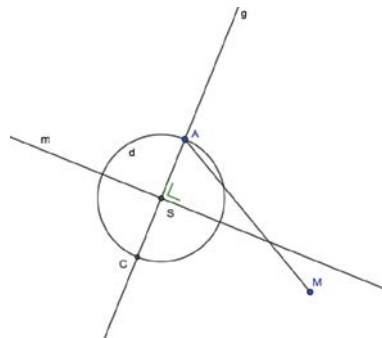


Stappenplan:

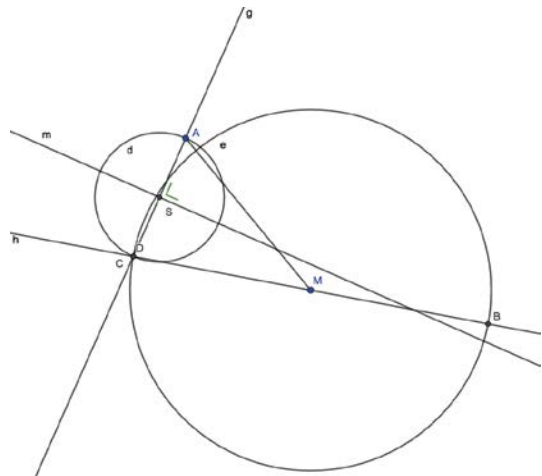
- Omdat m de middelloodlijn van $[AC]$ is, kunnen we C vinden. We tekenen vanuit A de loodlijn op m en noemen het snijpunt S (gebruik **Loodlijn** en **Snijpunten**).



- Omdat m de middelloodlijn is van $[AC]$, is $|AS| = |SC|$. Om C te vinden tekenen we een cirkel met middelpunt S die door A gaat (kies voor **Cirkel met middelpunt door punt**). Het snijpunt van deze cirkel met g is C (gebruik **Snijpunten**).



- We kunnen nu ook B vinden. We tekenen CM en zorgen ervoor dat $|CM| = |MB|$. We tekenen hiervoor een cirkel met middelpunt M die door C gaat en het snijpunt van deze cirkel met CM is B (gebruik **Rechte** en nadien **Cirkel met middelpunt door punt** en dan **Snijpunten**).



6 Samenvatting

- Je weet dat een driehoek een vlakke figuur is die wordt gevormd door drie zijden en drie hoeken.
- Je kunt de juiste notatie gebruiken in verband met hoekpunt, zijde, lengte van zijden en hoeken van een driehoek.

\hat{A} : hoek

A: hoekpunt

[AB]: zijde

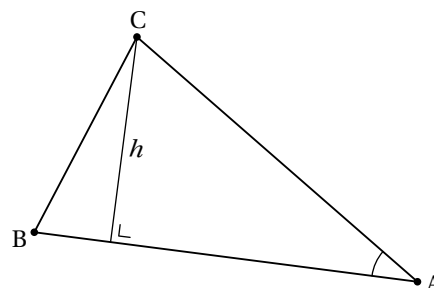
\hat{A} : de overstaande hoek van zijde [BC]

\hat{A} en \hat{B} : de aanliggende hoeken van de zijde [AB]

\hat{A} : de ingesloten hoek van de zijden [AB] en [AC]

h : de hoogte van de driehoek

[AB]: de basis van de driehoek



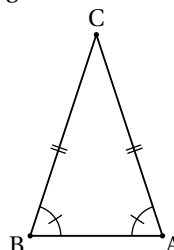
- Je kunt volgende begrippen bij een gelijkbenige driehoek correct gebruiken:

[AB]: basis

[BC] en [AC]: benen

\hat{A} en \hat{B} : basishoeken

\hat{C} : tophoek



- Je kent de definities van een hoogtelijn, bissectrice (of deellijn), zwaartelijn en middelloodlijn in een driehoek.
Een hoogtelijn van een driehoek is de loodlijn uit een hoekpunt op de drager van de overstaande zijde.
Een bissectrice (of deellijn) van een driehoek is de rechte die door een hoekpunt gaat en de bijbehorende hoek in twee even grote delen verdeelt.
Een zwaartelijn van een driehoek is de rechte door een hoekpunt en door het midden van de overstaande zijde.
Een middelloodlijn van een driehoek is de rechte die door het midden gaat van een zijde en loodrecht staat op de drager van die zijde.
- Je kunt eigenschappen in verband met de merkwaardige lijnen in een driehoek verwoorden.
De drie middelloodlijnen in een driehoek snijden elkaar in één punt.
De drie bissectrices in een driehoek snijden elkaar in één punt.
De drie hoogtelijnen in een driehoek snijden elkaar in één punt.
De drie zwaartelijnen in een driehoek snijden elkaar in één punt.
- Je kunt de verschillende driehoeken herkennen, schetsen en definiëren.
Een gelijkbenige driehoek is een driehoek waarvan minstens twee zijden even lang zijn.
Een gelijkzijdige driehoek is een driehoek waarvan de drie zijden even lang zijn.
Een ongelijkbenige driehoek is een driehoek die niet gelijkbenig is, d.w.z. de drie zijden hebben een verschillende lengte.
Een scherphoekige driehoek is een driehoek waarvan alle hoeken scherp zijn.
Een stomphoekige driehoek is een driehoek waarvan één hoek stomp is.
Een rechthoekige driehoek is een driehoek waarvan één hoek recht is.
- Je kent de volgende eigenschappen in verband met hoeken in een driehoek.
De som van de hoeken van een driehoek is steeds 180° .
In een gelijkbenige driehoek zijn de basishoeken even groot.
In een gelijkzijdige driehoek zijn de drie hoeken even groot, namelijk 60° .
- Je kunt een driehoek tekenen die aan gegeven voorwaarden voldoet.

3.3

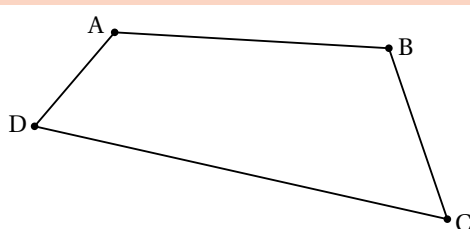
Vierhoeken

1 Begrippen

vierhoek



Een **vierhoek** is een vlakke figuur die wordt gevormd door vier zijden en vier hoeken.



We spreken van vierhoek ABCD.

Terminologie:

HOEKPUNTEN	A, B, C, D
HOEKEN	\hat{A} , \hat{B} , \hat{C} , \hat{D}
ZIJDEN	[AB], [BC], [CD], [DA]
DRAGERS VAN DE ZIJDEN OF ZIJLIJNEN	AB, BC, CD, DA
DIAGONALEN	[AC] en [BD]
OVERSTAANDE HOEKEN	\hat{A} en \hat{C} \hat{B} en \hat{D}
OVERSTAANDE ZIJDEN	[AB] en [CD] [AD] en [BC]

2 Som van de hoeken van een vierhoek

Meet de hoeken van vierhoek ABCD.

Maak de som.

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = \underline{360^\circ}$$

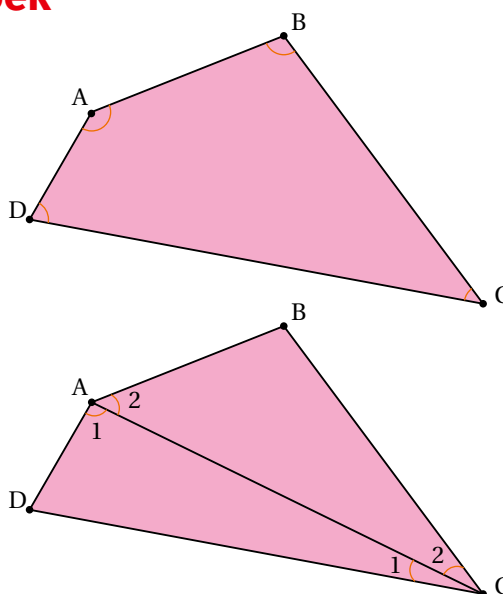
Teken in de vierhoek ABCD de diagonaal [AC].

De diagonaal verdeelt de vierhoek in twee driehoeken:

$\triangle ABC$ en $\triangle ACD$.

In elk van die driehoeken is de som 180° .

Dus zal de som van de vierhoeken 360° zijn.



eigenschap

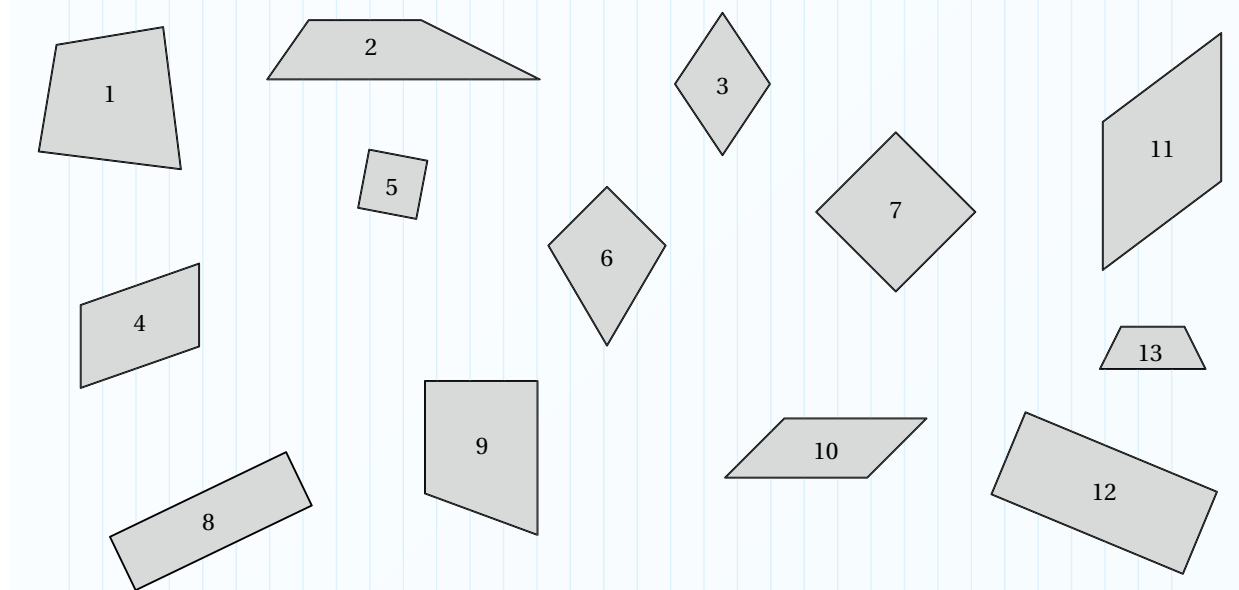


De som van de hoeken van een vierhoek is steeds 360° .

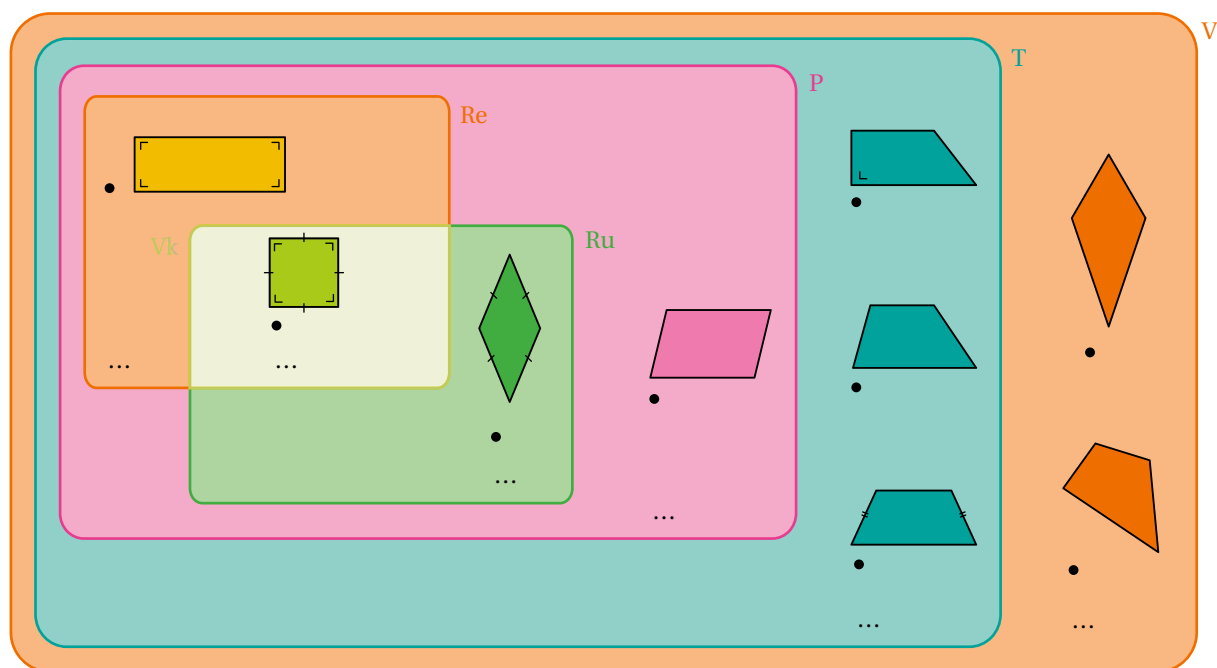
3 Classificatie van de vierhoeken

Allemaal vierhoeken

In het basisonderwijs maakte je al kennis met verschillende soorten vierhoeken. In de volgende paragrafen zullen we alles op een rijtje zetten en nog hier en daar de leerstof verfijnen. Hieronder vind je een aantal vierhoeken. We zullen deze groep vierhoeken uitdunnen door telkens de voorwaarde voor de figuur strenger te definiëren.



Ze zullen allemaal een plaats krijgen in dit schema:



4 Het trapezium

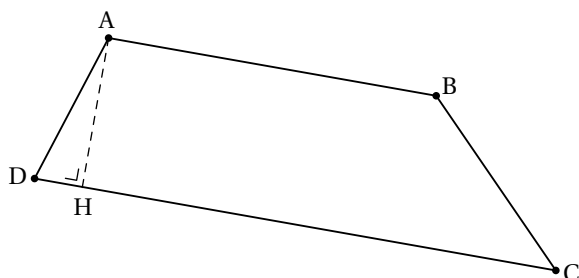
Zoek op de vorige bladzijde alle vierhoeken die minstens één paar evenwijdige zijden hebben. Die vierhoeken noemen we trapezijs (of trapezia).

trapezium



Een **trapezium** is een vierhoek met ten minste één paar evenwijdige zijden.

Terminologie:



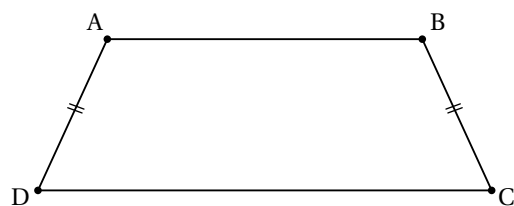
EVENWIJDIGE ZIJDEN	[AB] en [DC] (ook 'kleine basis' en 'grote basis' genoemd)
OPSTAANDE ZIJDEN	[AD] en [BC]
DIAGONALEN	[AC] en [BD]
HOOGTE	[AH] of AH

Bijzondere gevallen:

gelijkbenig trapezium



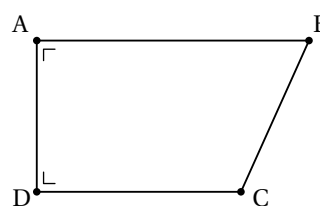
Een **gelijkbenig trapezium** is een trapezium waarvan de opstaande zijden even lang en niet evenwijdig zijn.



rechthoekig trapezium



Een **rechthoekig trapezium** is een trapezium met precies twee rechte hoeken.



Bij het gelijkbenig trapezium ABCD noemen we de **opstaande zijden** ook de benen van het trapezium. \widehat{C} en \widehat{D} noemen we de **basishoeken**.

Onderzoek:

- Teken een gelijkbenig trapezium en bepaal de middens van de grote en kleine basis.
- Verbind de middens en noem die rechte m . Knip de figuur uit en plooi de figuur in m .
- Wat kun je besluiten over de hoeken?

eigenschap



In een gelijkbenig trapezium zijn de basishoeken even groot.

5 Het parallellogram

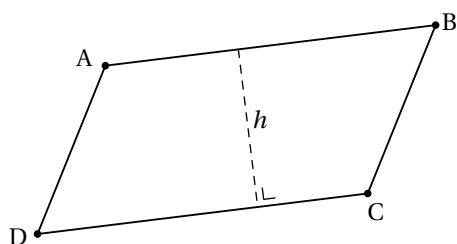
Zoek op blz. 124 alle vierhoeken die twee paar evenwijdige zijden hebben.
Dergelijke vierhoeken noemen we parallellogrammen.

parallellogram



Een **parallellogram** is een vierhoek met twee paar evenwijdige zijden.

Terminologie:



EVENWIJDIGE ZIJDEN	[AB] en [DC] [AD] en [BC] worden ook de schuine zijden genoemd.
OVERSTAANDE HOEKEN	\hat{A} en \hat{C} \hat{B} en \hat{D}
DIAGONALEN	[AC] en [BD]
HOOGTE	h De hoogte is de afstand tussen twee evenwijdige zijden.

Onderzoek 1:

- Teken een parallellogram ABCD.
- Meet de lengte van de overstaande zijden.
- Meet de grootte van de overstaande hoeken.
- Probeer je vaststellingen te verwoorden.

Onderzoek 2:

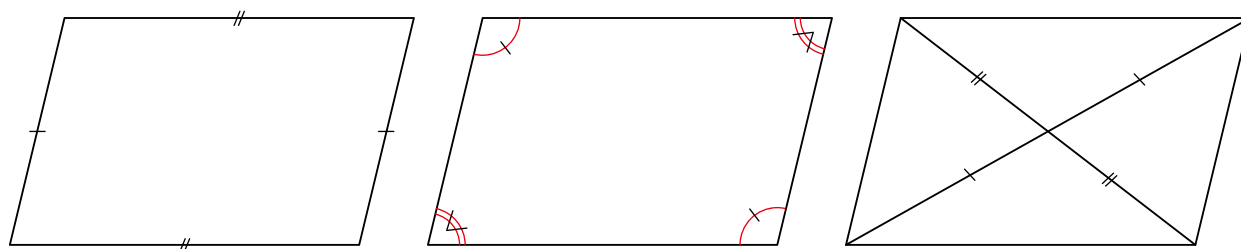
- Teken een parallellogram ABCD.
- Teken de diagonalen [AC] en [BD].
- Noem het snijpunt van de diagonalen M.
- Meet |AM| en |MC|. Meet ook |BM| en |MD|.
- Probeer je vaststellingen te verwoorden.

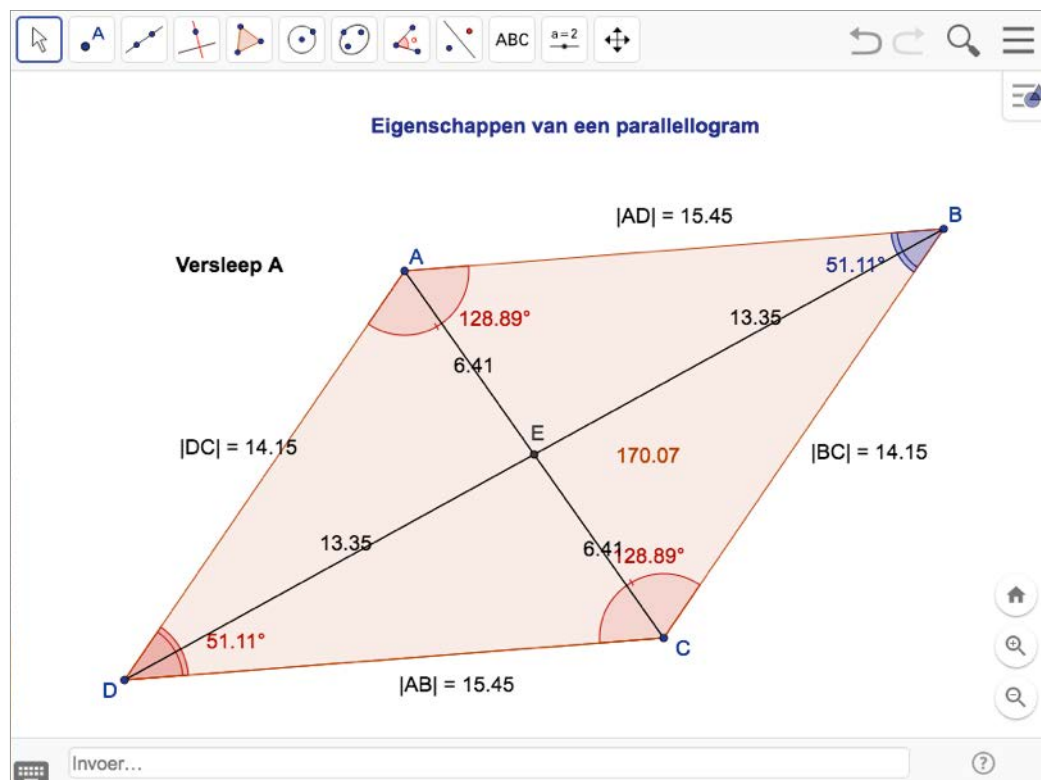
Na onderzoek van onze parallellogrammen komen we tot volgende eigenschappen:

eigenschappen



In een parallellogram zijn de overstaande zijden even lang en de overstaande hoeken even groot.
In een parallellogram delen de diagonalen elkaar middendoor.





Opmerkingen:

De omgekeerde eigenschappen gelden ook:

- Als in een vierhoek de overstaande zijden even lang zijn, dan is die vierhoek een parallellogram.
- Als in een vierhoek de overstaande hoeken even groot zijn, dan is die vierhoek een parallellogram.
- Als in een vierhoek de diagonalen elkaar middendoor delen, dan is die vierhoek een parallellogram.



Trapezium en parallellogram

Dit woord komt van het Griekse woord 'trapezion' (τραπέζιον), dat oorspronkelijk 'onderzetter met vier poten' (of eigenlijk 'tafeltje') betekende.

Een zweefrek voor de acrobaten in een circus is een 'trapeze'. Ook daar kun je een kenmerk van een trapezium ontdekken. De stang van het zweefrek blijft namelijk steeds evenwijdig met de grond.

In het woord 'parallellogram' (steeds met 2 keer een dubbele 'l') vind je het woord 'parallel' terug. Parallel (afkomstig uit het Grieks – παράλληλος) betekent immers evenwijdig of gelijklopend.

6 De rechthoek

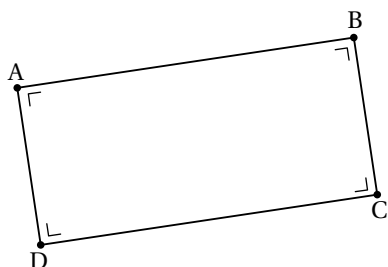
Zoek op blz. 124 alle vierhoeken met vier rechte hoeken.
Dergelijke vierhoeken noemen we rechthoeken.

rechthoek



Een **rechthoek** is een vierhoek met vier rechte hoeken.

Terminologie:



ZIJDEN	[AB], [BC], [CD], [DA]
LENGTE	[AB] of [CD] maar ook AB of CD
BREEDTE	[AD] of [BC] maar ook AD of BC
DIAGONALEN	[AC] en [BD]

Ook van een rechthoek kunnen we eigenschappen vinden door zijden en diagonalen te meten.

Omdat elke rechthoek ook een parallellogram is, gelden alle eigenschappen van een parallellogram ook voor een rechthoek.

Onderzoek:

- Teken een rechthoek ABCD.
- Teken de diagonalen [AC] en [BD].
- Wat kun je besluiten over de diagonalen?

eigenschappen

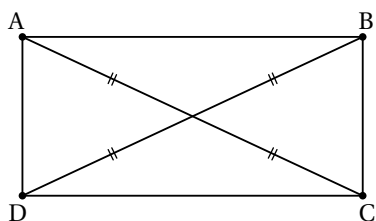


In een rechthoek zijn de diagonalen even lang en delen ze elkaar middendoor.

Opmerking:

De omgekeerde eigenschap geldt ook:

Als in een vierhoek de diagonalen even lang zijn en elkaar middendoor delen, dan is die vierhoek een rechthoek.



7 De ruit

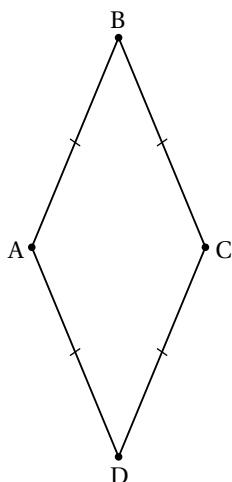
Zoek op blz. 124 alle vierhoeken met vier even lange zijden.
Dergelijke vierhoeken noemen we ruiten.

ruit



Een **ruit** is een vierhoek met vier even lange zijden.

Terminologie:



ZIJDEN	[AB], [BC], [CD], [DA]
DIAGONALEN	[AC] en [BD] [AC] wordt ook de kleine diagonaal genoemd. [BD] wordt ook de grote diagonaal genoemd.

Ook van een ruit kunnen we eigenschappen vinden door hoeken en diagonalen te meten.
Omdat elke ruit een parallellogram is, gelden alle eigenschappen van een parallellogram ook voor een ruit.

Onderzoek:

- Teken een ruit ABCD.
- Teken de diagonalen [AC] en [BD].
- Wat kun je besluiten over de diagonalen?

eigenschap

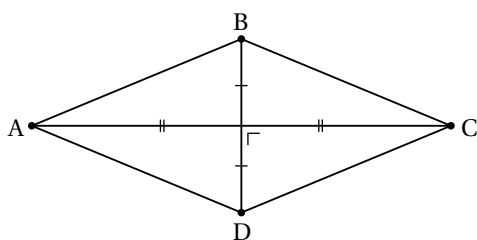


In een ruit staan de diagonalen loodrecht op elkaar en delen ze elkaar middendoor.

Opmerking:

Ook hier geldt de omgekeerde eigenschap:

Als in een vierhoek de diagonalen loodrecht op elkaar staan en elkaar middendoor delen, dan is die vierhoek een ruit.



8 Het vierkant

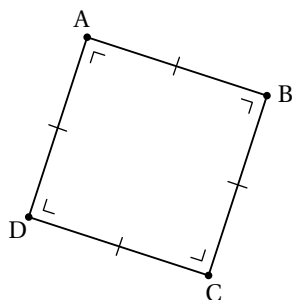
Zoek op blz. 124 alle vierhoeken die zowel een rechthoek zijn als een ruit.
Dergelijke vierhoeken noemen we vierkanten.

vierkant



Een **vierkant** is een vierhoek met vier even lange zijden en vier rechte hoeken.

Terminologie:



ZIJDEN	[AB], [BC], [CD], [DA]
DIAGONALEN	[AC] en [BD]

Omdat een vierkant zowel een rechthoek als een ruit is, gelden alle eigenschappen van de rechthoeken en van de ruiten (en dus ook van de parallelogrammen) ook voor een vierkant.

eigenschap

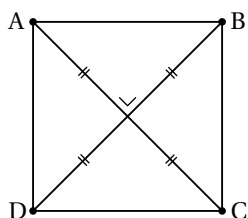


In een vierkant staan de diagonalen loodrecht op elkaar, delen ze elkaar middendoor en zijn ze even lang.

Opmerking:

Ook hier geldt de omgekeerde eigenschap:







Als bij een vierhoek de diagonalen loodrecht op elkaar staan, elkaar middendoor delen en even lang zijn, dan is die vierhoek een vierkant.



9 Vierhoeken grafisch voorstellen

Nu we een mooi overzicht hebben van de definities en eigenschappen van de verschillende vierhoeken, kunnen we gemakkelijker een goede schets maken.

a Schetsen

RECHTHOEK	VIERKANT	PARALLELLOGRAM	TRAPEZIUM	RUIT	WILLEKEURIGE VIERHOEK
					

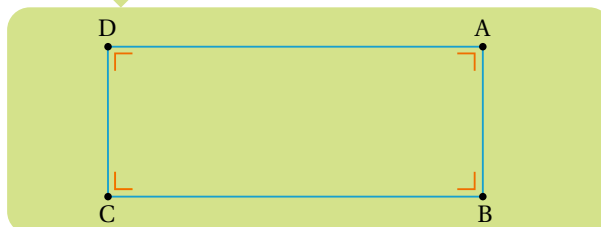
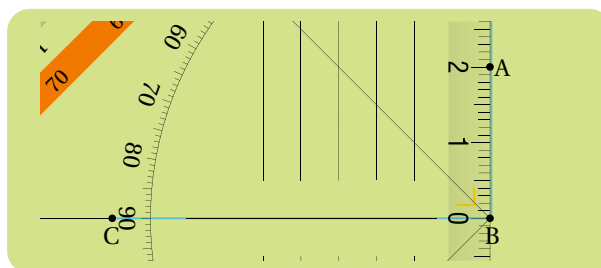
b Tekenen van vierhoeken die aan bepaalde voorwaarden voldoen

Voorbeeld 1:

Teken een rechthoek met lengte 5 cm en breedte 2 cm.

Oplossing:

Teken een lijnstuk [BC] dat 5 cm lang is. Omdat in een rechthoek elke hoek 90° is, plaats je je geodriehoek in B en teken je (loodrecht) een lijnstuk dat 2 cm lang is. Doe hetzelfde in C en maak je rechthoek ABCD af.

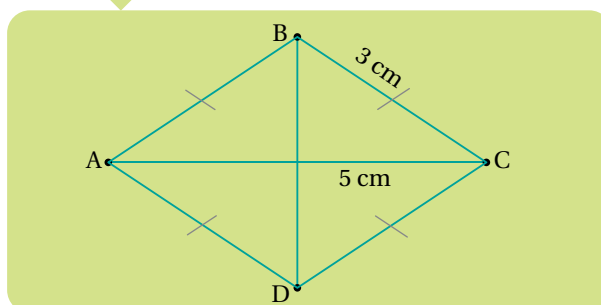
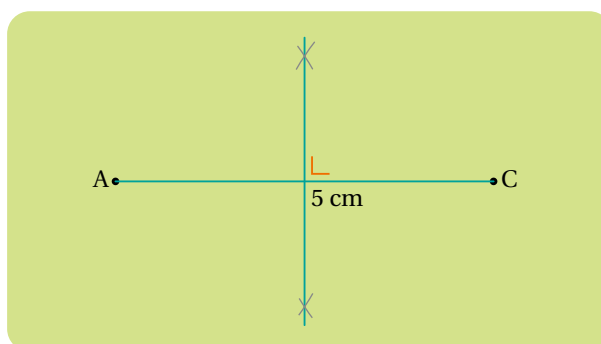


Voorbeeld 2:

Teken een ruit met zijden van 3 cm en een grote diagonaal die 5 cm lang is.

Oplossing:

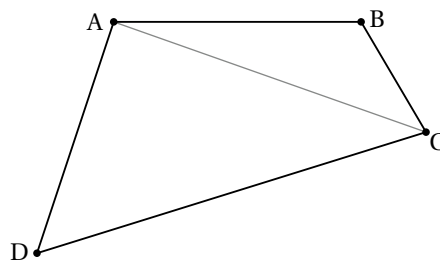
Teken een lijnstuk [AC] dat 5 cm lang is. Dat wordt de grote diagonaal. Bepaal het midden van [AC] en teken daar de loodlijn op. Op de loodlijn liggen ergens de punten B en D. Om precies te weten waar B en D liggen, plaats je je passerpunt in A en teken je (met als passeropening 3 cm) een boogje. Doe hetzelfde vanuit C en maak je ruit ABCD af.



10 Samenvatting

- Je weet dat een vierhoek een vlakke figuur is die gevormd is door vier zijden en vier hoeken.
- Je weet dat de som van de hoeken van een vierhoek 360° is.
- Je kent de betekenis van de begrippen hoekpunt, hoek, zijde, diagonaal, overstaande hoeken, overstaande zijden, hoogte, basis, lengte en breedte.

\hat{A} : hoek
 $[BC]$: zijde
 $[AC]$: diagonaal
 \hat{A} en \hat{C} : overstaande hoeken
 $[AB]$ en $[CD]$: overstaande zijden



- Je kent de definities en eigenschappen van de verschillende vierhoeken.

	TRAPEZIUM	PARALLELOGRAM	RECHTHOEK	RUIT	VIERKANT
FIGUUR					
DEFINITIE	een vierhoek met minstens één paar evenwijdige zijden	een vierhoek met twee paar evenwijdige zijden	een vierhoek met vier rechte hoeken	een vierhoek met vier even lange zijden	een vierhoek met vier even lange zijden en vier even grote hoeken
EIGENSCHAPPEN		de overstaande zijden zijn evenwijdig	de overstaande zijden zijn evenwijdig	de overstaande zijden zijn evenwijdig	de overstaande zijden zijn evenwijdig
		de overstaande zijden zijn even lang	de overstaande zijden zijn even lang	de overstaande zijden zijn even lang	de overstaande zijden zijn even lang
		de overstaande hoeken zijn even groot	de overstaande hoeken zijn even groot	de overstaande hoeken zijn even groot	de overstaande hoeken zijn even groot
		de diagonalen delen elkaar middendoor	de diagonalen delen elkaar middendoor	de diagonalen delen elkaar middendoor	de diagonalen delen elkaar middendoor
			de diagonalen zijn even lang		de diagonalen zijn even lang
				de diagonalen staan loodrecht op elkaar	de diagonalen staan loodrecht op elkaar

3.4

Cirkels

1 Begrippen

De bijna perfecte cirkel op de foto hiernaast vind je voor de kust van Belize. Dit was eeuwen geleden een grot, waarvan het 'dak' na verloop van tijd is ingestort door een stijgende waterspiegel. De cirkel heeft een diameter van 300 meter en een diepte van 124 meter.

Het vormen van cirkels komt ook in ons dagelijks leven veelvuldig voor. Een muntstuk, een reddingsboei, het binnenwerk van horloges en de wielen van je fiets zijn enkele praktische voorbeelden. Als een straatartiest op de Gentse Feesten een nummertje opvoert, gaan de mensen spontaan in cirkelvorm staan. En liefhebbers van graancirkels hebben ook een sterke voorkeur voor deze vlakke figuur.



cirkel



Een **cirkel** is de verzameling van alle punten die op eenzelfde afstand liggen van een gegeven punt, het **middelpunt**.

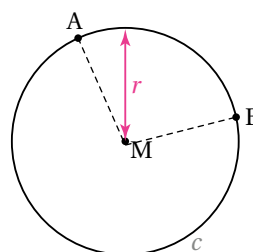
De afstand van een punt van de cirkel tot het middelpunt noemen we de **straal** van de cirkel.

symbool: r

$$r = |MA| = |MB|$$

Notatie:

$c_{(M, r)}$: cirkel met middelpunt M en straal r



2 Straal, diameter en middellijn

Het begrip **straal** heeft een dubbele betekenis.

Het is zowel het lijnstuk als de lengte ervan.

$[MA]$ is een straal van de cirkel.

$|MA|$ noemen we ook de straal.

a is een middellijn van de cirkel.

Als je een lijnstuk tekent dat twee punten van de cirkel verbindt, dan noem je dat een **koorde**.

$[BC]$ is een koorde van de cirkel.

Ook het begrip **diameter** heeft een dubbele betekenis.

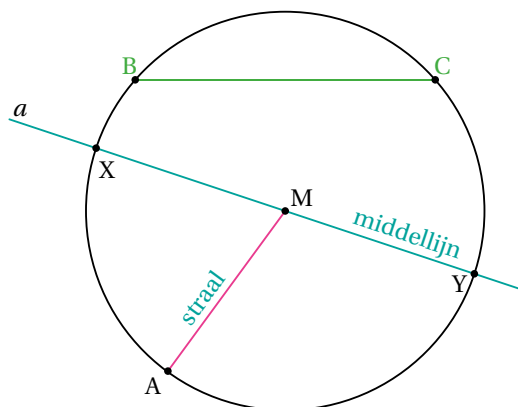
Het is zowel het lijnstuk als de lengte ervan. Het lijnstuk is een koorde die door het middelpunt van de cirkel gaat.

De lengte is het dubbele van de straal.

$[XY]$ is een diameter van de cirkel.

$|XY|$ noemen we ook de diameter.

Een rechte die door het midden van een cirkel gaat, noemen we een **middellijn**.



straal



Een **straal** van een cirkel is (de lengte van) een lijnstuk bepaald door het middelpunt en een punt op de cirkel.

koorde en diameter



Een **koorde** van een cirkel is een lijnstuk dat twee punten van de cirkel verbindt.

Een **diameter** van een cirkel is een koorde die door het middelpunt gaat.

middellijn

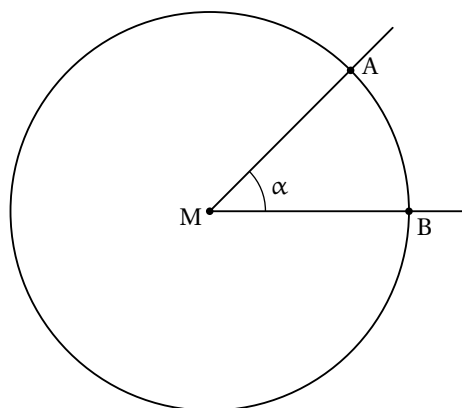


Een **middellijn** van een cirkel is een rechte die door het middelpunt gaat.

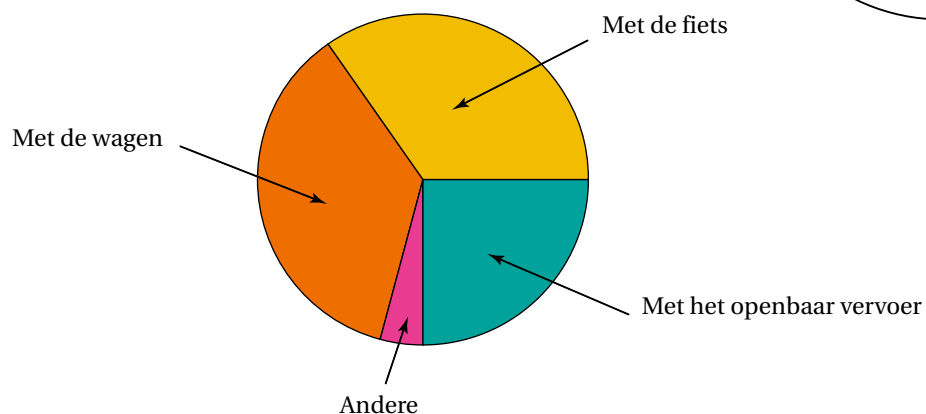
Opmerking:

Een hoek waarvan het hoekpunt samenvalt met het middelpunt van de cirkel noemen we een **middelpuntshoek**.

α is een middelpuntshoek.



Voorbeeld: Hoe komen leerlingen naar school?



3 Samenvatting

- Je kunt de volgende begrippen herkennen en zelf tekenen:

M: middelpunt

[MC]: straal

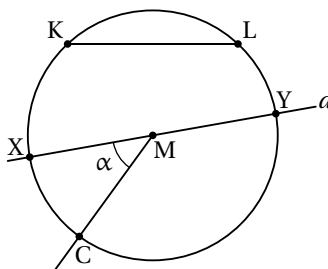
|MC|: straal

[KL]: koorde

[XY]: diameter

a : middellijn

α : middelpuntshoek



- Je kent de definitie van een cirkel.

Een cirkel is de verzameling van alle punten die op eenzelfde afstand liggen van een gegeven punt, het middelpunt.

- Je kent de definities van een straal, een koorde, de diameter en een middellijn van een cirkel.

Een straal van een cirkel is (de lengte van) een lijnstuk bepaald door het middelpunt en een punt op de cirkel.

Een koorde van een cirkel is een lijnstuk dat twee punten van de cirkel verbindt.

Een diameter van een cirkel is een koorde die door het middelpunt gaat.

Een middellijn van een cirkel is een rechte die door het middelpunt gaat.

- Je weet wat een middelpuntshoek is van een cirkel.

Een middelpuntshoek van een cirkel is een hoek met als hoekpunt het middelpunt van de cirkel.



Cirkel en straal

Het woord 'cirkel' komt via het Frans (*cercle*) uit het Latijn (*circulus*). Het betekent kring of rondgang.

Het symbool ' r ' dat wordt gebruikt om de straal aan te geven, is de eerste letter van het woord 'radius' (een ander woord voor 'straal').

Het woord 'diameter' kent zijn herkomst bij het Griekse *diametros* (διάμετρος). 'Dia' (δια) betekent 'doorheen' en 'métron' (μέτρον) betekent 'maat', waarbij onze maat natuurlijk de meter is. De Grieken gebruikten dit woord ook om een diagonaal aan te duiden.