# 1.1

# **Wat voorafging**

## 1 Getalverzamelingen



Vorig schooljaar leerde je rekenen met natuurlijke, gehele en rationale getallen. Je maakte ook kennis met getallen die niet tot  $\mathbb Q$  behoren.

N is de verzameling van de natuurlijke getallen.

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$$

 $\mathbb{Z}$  is de verzameling van de **gehele getallen**.

$$\mathbb{Z} = \{0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, 4, -4, \ldots\}$$

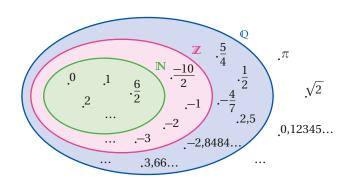
Q is de verzameling van de rationale getallen.

In deze verzameling zitten:

- alle gehele getallen;
- alle breuken;
- alle decimale getallen;
- alle onbegrensde decimale vormen met een periode.

**Irrationale getallen** (getallen die niet in Q zitten) hebben een onbegrensde decimale schrijfwijze zonder periode.

We stellen ze hiernaast voor in een handig overzicht.





### 2 Symbolen in de wiskunde

 $\in$ 



#### Voorbeelden:

 $8 \in \mathbb{N}$ 

$$-\frac{5}{6} \in \mathbb{Q}$$

 $\pi \notin \mathbb{Q}$ 

#### Betekenis:

8 is een **element** van de verzameling van de natuurlijke getallen

-5/6 is een element van de verzameling van de rationale getallen

 $\pi$  is geen element van de verzameling van de rationale getallen

#### Lees:

8 is een natuurlijk getal

 $-\frac{5}{6}$  is een rationaal getal

 $\pi$  is geen rationaal getal

#### Voorbeelden:

 $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ 

 $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ 

 $\mathbb{Z} \not\subset \mathbb{N}$ 

#### Betekenis:

De verzameling van de natuurlijke getallen is een **deelverzameling** van de verzameling van de gehele getallen.

De verzameling van de gehele getallen is een deelverzameling van de verzameling van de rationale getallen.

De verzameling van de gehele getallen is geen deelverzameling van de verzameling van de natuurlijke getallen.

#### Lees:

Alle natuurlijke getallen zijn gehele getallen.

Alle gehele getallen zijn rationale getallen.

Niet alle gehele getallen zijn natuurlijke getallen.

#### Voorbeelden:

a is een natuurlijk getal



a is een geheel getal

*a* is een veelvoud van 2



2 is een deler van a

#### Betekenis:

Als a een natuurlijk getal is, dan is a ook een geheel getal.

a is een veelvoud van 2 als en slechts als 2 een deler is van a.

#### Lees:

Elk natuurlijk getal is ook een geheel getal.

a is een veelvoud van 2 en 2 is een deler van a zijn gelijkwaardige uitspraken.

#### Taak:

Vul telkens het correcte symbool in of geef het resultaat. Kies uit de symbolen die hierboven uitgelegd zijn.

a −7 <u>∈</u> Z

e N \_\_\_\_ Q

i  $a \in \mathbb{N}$   $\longrightarrow$   $a \in \mathbb{Z}$ 

 $b \quad \frac{15}{5} \quad \boxed{\quad } \in \quad \mathbb{N}$ 

f del 6 \_\_\_\_ del 12

j a > 0  $\implies$  a is positief

c √9 <u>∈</u> ℚ

g del 12 <u>⊄</u> del 6

k 2x = 6  $\Longrightarrow$  x = 3

d √2 <u>∉</u> Q

h 4№ <u>⊄</u> 8№

1 a > 0  $\implies$  a > -5

Symbolen in de wiskunde worden gebruikt om bepaalde relaties kort en makkelijk weer te geven. We herhalen enkele symbolen waarmee je vorig jaar kennismaakte.



# U

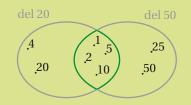


#### Voorbeelden:

 $del 20 = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$  $del 50 = \{1, 2, 5, 10, 25, 50\}$ 

 $del 20 \cap del 50 = \{1, 2, 5, 10\}$ 

#### Voorstelling:



**del 20 ∩ del 50** 

#### Betekenis:

In de doorsnede zitten de getallen die een deler zijn van 20 en die ook een deler zijn van 50.

#### Algemeen:

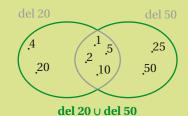
Je bekomt de verzameling met hierin de elementen die behoren tot de ene **en** de andere verzameling.

#### Voorbeelden:

 $del 20 = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$  $del 50 = \{1, 2, 5, 10, 25, 50\}$ 

 $del 20 \cup del 50$  $= \{1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50\}$ 

#### Voorstelling:



#### Betekenis:

In de **unie** zitten de getallen die een deler zijn van 20 **of** die een deler zijn van 50.

#### Algemeen:

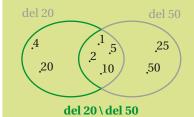
Je bekomt de verzameling met hierin de elementen die behoren tot de ene of de andere verzameling.

#### Voorbeelden:

 $del 20 = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$  $del 50 = \{1, 2, 5, 10, 25, 50\}$ 

 $del 20 \setminus del 50 = \{4, 20\}$ 

#### Voorstelling:



#### Betekenis:

In het verschil zitten de getallen die een deler zijn van 20, maar niet van 50.

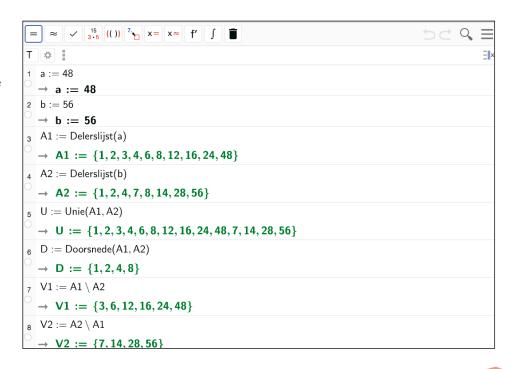
#### T 000.

Je bekomt de verzameling met hierin de elementen die behoren tot de eerste, maar **niet** tot de tweede verzameling.



#### Taak:

Controleer met de CAS van GeoGebra. Kies hierin een nieuwe a en b en alles past zich aan.





### 3 De optelling en de aftrekking

#### Gehele en decimale getallen

Voorbeelden:

$$15 + 39 = 54$$
  $-104 + (-41) = -145$   $17 + (-38,15) = -21,15$   $-85,02 + 27,19 = -57,83$ 

Om het verschil te zoeken van twee getallen tel je bij het eerste getal het tegengestelde van het tweede getal op en pas je de rekenregel toe.

Voorbeelden:

$$18-(-3) = 18+3$$
  $-3,26-4,83 = -3,26+(-4,83)$   
= 21 = -8,09  
 $-5-(-21) = -5+21$   
= 16

#### **Breuken**

Om verschillende breuken met elkaar op te tellen (of af te trekken), ga je als volgt te werk.

Voorbeelden:

$$\frac{8}{14} + \frac{12}{36} = \frac{4}{7} + \frac{1}{3}$$

$$= \frac{12}{21} + \frac{7}{21}$$

$$= \frac{19}{21}$$

$$= \frac{36}{96} + \frac{1}{6} - \frac{33}{22} + \frac{5}{12} = -\frac{3}{8} + \frac{1}{6} - \frac{3}{2} + \frac{5}{12}$$

$$= -\frac{9}{24} + \frac{4}{24} - \frac{36}{24} + \frac{10}{24}$$

$$= -\frac{31}{24}$$

Terminologie:

$$\frac{2}{7} + \frac{1}{7} = \frac{3}{7}$$

$$\downarrow \qquad \qquad \downarrow \qquad \qquad \downarrow$$

$$\text{erm} \qquad \text{term} \qquad \text{term} \qquad \text{term} \qquad \text{versch}$$

$$\text{plusteken}$$

#### Gehele en decimale getallen optellen

Als de twee getallen hetzelfde teken hebben:

- 1 Behoud het teken;
- 2 Tel de absolute waarden op.

Als de twee getallen een verschillend teken hebben:

- 1 Neem het teken van het getal met de grootste absolute waarde;
- 2 Trek de absolute waarden van elkaar af (grootste kleinste).

#### Breuken optellen en aftrekken

- 1 Vereenvoudig indien mogelijk elke breuk.
- 2 Maak de breuken gelijknamig.
- 3 Tel de tellers op (of trek de tellers van elkaar af) en behoud de noemer.
- 4 Vereenvoudig indien mogelijk het resultaat.

### 4 De vermenigvuldiging

### Gehele en decimale getallen

#### Voorbeelden:

$$36 \cdot (-2) = -72$$
  
 $(-1) \cdot 24 \cdot (-2) \cdot (-3) = -144$   
 $(-36) : 6 = -6$ 

$$100 \cdot (-5) \cdot (-1) \cdot 2 = 1000$$
  
 $0.5 \cdot 12 = 6$   
 $(-8) : (-2) = 4$ 

#### **Breuken**

Om breuken met elkaar te vermenigvuldigen, ga je als volgt te werk:

#### Voorbeeld:

$$-\frac{3}{7} \cdot \left(-\frac{6}{11}\right) \cdot \left(-\frac{14}{9}\right)$$

$$=-\frac{\cancel{\cancel{3}} \cdot \cancel{\cancel{6}} \cdot \cancel{\cancel{14}}}{\cancel{\cancel{7}} \cdot \cancel{\cancel{11}} \cdot \cancel{\cancel{9}}}$$

$$=-\frac{4}{11}$$



#### Terminologie:

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$$

$$\downarrow \qquad \qquad \downarrow$$

$$factor \qquad factor \qquad product$$

$$maalteken$$

#### Gehele en decimale getallen vermenigvuldigen of delen

- 1 Bepaal eerst het teken:
  - bij een oneven aantal mintekens in de opgave;
  - + bij een even aantal mintekens in de opgave.
- 2 Vermenigvuldig (of deel) de absolute waarden.

#### Breuken vermenigvuldigen

- 1 Bepaal het teken:
  - bij een oneven aantal mintekens in de opgave;
  - + bij een even aantal mintekens in de opgave.
- 2 Noteer een grote breukstreep.
- 3 Vermenigvuldig de tellers met elkaar zonder dit product uit te werken.
- 4 Vermenigvuldig de noemers met elkaar zonder dit product uit te werken.
- 5 Vereenvoudig.
- 6 Vermenigvuldig de resterende tellers met elkaar en de resterende noemers met elkaar.



### 5 De deling

### Gehele en decimale getallen

#### Voorbeelden:

48: (-3) = -16 -18,75: (-7,5) = 2,5 -100: (-10) = 10 3600: (-2) = -1800 1,44: (-1,2) = -1,2 -0,5: 2,5 = -0,2

#### **Breuken**

Om breuken door elkaar te delen ga je als volgt te werk:

#### Voorbeeld:

$$\frac{-24}{14} : \frac{6}{5} = -\frac{24}{14} \cdot \frac{5}{6}$$

$$= -\frac{24 \cdot 5}{14 \cdot 6}$$

$$= -\frac{2 \cdot 5}{7 \cdot 1}$$

$$= -\frac{10}{7}$$

#### Terminologie:

$$31,64$$
 :  $0,4$  =  $79,1$ 

deeltal deler quotiënt

deelteken

#### Breuken delen

- 1 Bepaal vooraf het teken:
  - bij een oneven aantal mintekens in de opgave;
  - + bij een even aantal mintekens in de opgave.
- $2\quad \mbox{Vermenigvuldig de eerste breuk met het omgekeerde van de tweede breuk.}$
- 3 Pas de regel voor het vermenigvuldigen van breuken toe.

Vorig jaar leerde je al **machten** berekenen zoals  $2^3 = 8$ .

Moeilijkere opgaven kon je met behulp van je rekenmachine berekenen.

#### machten



 $\forall a \in \mathbb{Q}, \forall n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}:$   $a^n = a \cdot a \cdot ... \cdot a \ (n \text{ factoren})$ 

 $\forall a \in \mathbb{Q}$ :  $a^1 = a$  $\forall a \in \mathbb{Q}_0$ :  $a^0 = 1$ 

Bij 4<sup>6</sup> noemen we 4 het **grondtal** 

6 de exponent

46 de macht

#### Voorbeelden:

$$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$$

$$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$$

$$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$$

$$10^6 = 1\,000\,000$$

Machten berekenen van een negatief getal

- 1 Bepaal het teken:
  - als de exponent een oneven getal is; het resultaat heeft dus het teken van het grondtal.
  - + als de exponent een even getal is.
- 2 Zoek de macht van de absolute waarde van dit getal.

#### Voorbeelden:

$$(-10)^2 = 100$$

$$(-2)^3 = -8$$

#### Opmerkingen:

 Je moet goed opletten voor de mintekens in de opgaven. Onthoud dat de exponent slaat op datgene wat er net voor staat. Als dat een haakje is, dan slaat de exponent op alles wat tussen de haakjes staat.

#### Voorbeelden:

$$-(-5)^3 = -(-125) = 125$$

$$-(-2)^4 = -(16) = -16$$

$$-8^2 = -64$$

- De nulde macht van een getal verschillend van 0 is altijd 1.

#### **Voorbeelden:**

$$7^0 = 1$$

$$(-18)^0 = 1$$

- De eerste macht van een getal is altijd dat getal zelf.

#### Voorbeelden:

$$(5,26)^1 = 5,26$$

$$(-27,5)^1 = -27,5$$





Het grondtal van een macht kan ook een breuk zijn. Ook hier is de exponent van belang.

Voorbeelden:

$$\left(\frac{-3}{4}\right)^2 = \left(\frac{-3}{4}\right) \cdot \left(\frac{-3}{4}\right) = \frac{9}{16}$$

$$\frac{-3^2}{4} = \frac{-3 \cdot 3}{4} = \frac{-9}{4}$$

$$-\left(\frac{3}{4}\right)^2 = -\left(\frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{4}\right) = -\frac{9}{16}$$

$$\left(-\frac{3}{4}\right)^1 = -\frac{3}{4}$$

$$\left(-\frac{3}{4}\right)^0 = 1$$

Verderop in dit boek leer je heel wat rekenregels zodat je veel meer zult kunnen uitrekenen zonder rekenmachine.

### 7 De vierkantsworteltrekking

Voorbeelden:

 $\sqrt{25} = 5$  omdat  $5^2 = 25$  en omdat het resultaat positief moet zijn.

 $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$  omdat  $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$  en omdat het resultaat positief moet zijn.  $\sqrt{0,36} = 0,6$  omdat  $(0,6)^2 = 0,36$  en omdat het resultaat positief moet zijn.

Om de **vierkantswortel** van een niet-volkomen kwadraat, breuk of decimaal getal te berekenen, kun je je rekenmachine gebruiken. Om vlot uit het hoofd te kunnen rekenen is het zinvol om de eerste zestien volkomen kwadraten te herkennen. Leer ze daarom van boven naar onderen en van onderen naar boven uit het hoofd.

|       |   |   |   | 3 |    |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |     |
|-------|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $x^2$ | 0 | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 | 64 | 81 | 100 | 121 | 144 | 169 | 196 | 225 |

### 8 De volgorde van de bewerkingen

De volgorde van de bewerkingen.

- 1 Als er haakjes in de opgave staan, werk je die eerst uit. Komen er binnen deze haakjes opnieuw haakjes voor, dan start je in de binnenste haakjes.
- 2 Daarna bereken je alle machtsverheffingen en worteltrekkingen.
- 3 Dan bereken je de vermenigvuldigingen en delingen van links naar rechts.
- 4 Ten slotte reken je de optellingen en aftrekkingen uit, ook van links naar rechts.

Volgorde van de bewerkingen

- 1 haakjes
- 2 machtsverheffingen en worteltrekkingen
- 3 vermenigvuldigingen en delingen van links naar rechts
- 4 optellingen en aftrekkingen van links naar rechts

Staan er in de opgaven verschillende soorten haakjes, dan werk je eerst de binnenste haakjes uit.

Voorbeelden:

$$25:5^2-2^3\cdot\sqrt{16}$$

$$=25:25-8\cdot4$$

$$=1-32$$

$$= -31$$

$$\frac{3}{7} \cdot \frac{2}{3} - \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right)$$

$$= \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{3} - \left(\frac{2}{4} + \frac{3}{4}\right)$$

$$=\frac{3}{7}\cdot\frac{2}{3}-\frac{5}{4}$$

$$=\frac{2}{7}-\frac{5}{4}$$

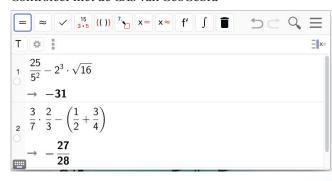
$$=\frac{8}{28}-\frac{35}{28}$$

$$=\frac{-27}{28}$$



Taak:

Controleer met de CAS van GeoGebra



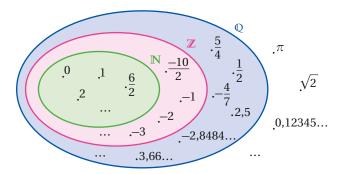






### 9 Samenvatting

• Je kent de betekenis van natuurlijke, gehele en rationale getallen.



- Je kent de betekenis van de symbolen  $\in$ ,  $\notin$ ,  $\subset$ ,  $\not\subset$ ,  $\Longrightarrow$  en  $\Longleftrightarrow$ .
  - € ... is een element van ...
  - ∉ ... is geen element van ...

  - $\implies$  als ... dan ...
  - $\iff$  ... als en slechts als ...
- Je kunt volgende symbolen gebruiken: ∪, ∩ en \.

 $A \cap B$  (doorsnede): de verzameling van de elementen die behoren tot A **en** tot B.  $A \cup B$  (unie): de verzameling van de elementen die behoren tot A **of** tot B.

A\B (verschil): de verzameling van de elementen die behoren tot A **en niet** tot B.

- Je kunt rationale getallen optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen.
- Je kent de definitie van machten.

 $a^n = a \cdot a \cdot \dots \cdot a$  n factoren met n > 1

 $a^1 = a$ 

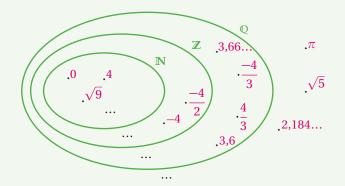
 $a^0 = 1$   $a \neq 0$ 

- Je kunt een macht van een rationaal getal berekenen (ook met ICT).
- Je kunt de vierkantswortel van een rationaal getal berekenen (ook met ICT).
- Je kunt de volgorde van bewerkingen toepassen.
  - 1 haakjes;
  - 2 machtsverheffingen en worteltrekkingen van links naar rechts;
  - 3 vermenigvuldigingen en aftrekkingen van links naar rechts;
  - 4 optellingen en aftrekkingen van links naar rechts.

Staan er in de opgave verschillende soorten haakjes, dan werk je eerst de binnenste haakjes uit.

### Plaats deze getallen in de juiste verzameling.

| 0              | 4          | -4         | $\frac{4}{3}$  |  |
|----------------|------------|------------|----------------|--|
| $\frac{-4}{3}$ | $\sqrt{9}$ | $\sqrt{5}$ | π              |  |
| 3,6            | 3,66       | 2,184      | $-\frac{4}{2}$ |  |



### Vul aan met de symbolen $\in$ , $\notin$ , $\subset$ of $\not\subset$ .

a 3,5  $\mathbb{Z}$  del 28

b 3,5

7IN

c  $\mathbb{Z}$ 

i 3N6IN

 $\mathbb{Q}^+$  $d \mathbb{Z}^+$ 

 $\mathbb{Z}$ 

e {2,4,6}  $\mathbb{N}$   $\mathbb{Q}_0$ 

del 12 f del 24

 $\mathbb{Z}^{+}$  $1 \mathbb{N}_0$ 

### Plaats $\Longrightarrow$ , $\Longleftrightarrow$ indien mogelijk.

- $x\in \mathrm{del}\, 16$  $x \in \text{del } 48$
- 3x + 2 = 5x = 1
- $x\in \mathbb{Q}$  $x \in \mathbb{Z}$ c
- 2a = 2bd a = b
- a > 2*a* > 5

#### Vul aan.

- Z a  $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} =$
- b  $\mathbb{Z}^- \cup \mathbb{Z}^+ =$
- $\mathbb{N}$  (of  $\mathbb{Z}^+$ ) c  $\mathbb{N} \cap \mathbb{Z} =$
- $d~\mathbb{N} \cup \mathbb{Z}^+ =$  $\mathbb{N}$  (of  $\mathbb{Z}^+$ )
- e del 24 \ del 6 = {4, 8, 12, 24}

- f del 8 ∩ del 4 = del 4
- g del 8 \ del 4 = {8}
- h  $\mathbb{Z}^+ \cap \mathbb{Z}^- =$ {0}
- $del 8 \cup del 4 =$ del 8
- $2\mathbb{N} \cap 4\mathbb{N} =$  $4 \mathbb{N}$

a 
$$17 + (-5)$$
 =  $17 - 5 = 12$ 

$$g -5 + (-9) = _{-5-9=-14}$$

b 
$$29+18 = 47$$

h 
$$6+(-13)$$
 =  $6-13=-7$ 

$$c - 16 + 3 = -13$$

$$i -6 + 13 = 7$$

$$d -25 + (-33) = \underline{-25 - 33} = -58$$

$$j -6 + (-13) = -6 - 13 = -19$$

$$e -5 + 17 = 12$$

$$k -17 + (-2) = -17 - 2 = -19$$

$$f 12 + (-18) = 12 - 18 = -6$$

$$1 -3+9 = 6$$

### 6 Werk uit.

$$a \frac{5}{7} + \left(-\frac{2}{7}\right) = \frac{5}{7} - \frac{2}{7}$$

$$g - \frac{15}{8} + \left(-\frac{15}{4}\right) = \frac{-15}{8} - \frac{30}{8}$$

$$=\frac{3}{7}$$

$$=\frac{-45}{8}$$

b 
$$\frac{3}{8} + \left(-\frac{5}{8}\right) = \frac{3}{8} - \frac{5}{8} = \frac{-2}{8}$$

$$h \frac{2}{9} + \frac{16}{9} = \frac{18}{9}$$

$$=\frac{18}{0}$$

$$=\frac{-1}{4}$$

$$c - \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{-2}{4}$$

$$= \frac{-2}{4}$$

 $=\frac{-1}{2}$ 

$$i - \frac{7}{5} + \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{-10}{5}$$

d 
$$\frac{5}{2} + (-5)$$

$$d \frac{5}{8} + (-5) = \frac{5}{8} - \frac{40}{8}$$

$$j -4 + \frac{7}{6}$$

$$j -4 + \frac{7}{6} = \frac{-24}{6} + \frac{7}{6}$$

$$= \frac{-35}{8}$$

$$=\frac{-17}{6}$$

$$e \frac{5}{7} + \left(-\frac{2}{9}\right) = \frac{45}{63} - \frac{14}{63}$$

$$=$$
  $\frac{45}{-} - \frac{14}{-}$ 

$$k = \frac{2}{9} + \left(-\frac{5}{6}\right)$$

$$k \quad \frac{2}{9} + \left(-\frac{5}{6}\right) \quad = \quad \frac{4}{18} - \frac{15}{18}$$

$$=\frac{31}{63}$$

$$=\frac{-1}{100}$$

$$f -\frac{7}{4} + \frac{3}{2}$$

$$f - \frac{7}{4} + \frac{3}{2} = \frac{-7}{4} + \frac{6}{4}$$

$$1 \frac{7}{12} + \frac{5}{16}$$

$$1 \quad \frac{7}{12} + \frac{5}{16} \qquad = \quad \frac{28}{48} + \frac{15}{48}$$

$$= \frac{-1}{4}$$

a 
$$-7-(+5)$$
 =  $-7-5=-12$ 

$$g -13-4 = _{-17}$$

b 
$$4-(-9)$$
 =  $4+9=13$ 

h 
$$13-(-6)$$
 =  $13+6=19$ 

$$c 6-3 = 3$$

$$i \quad 13-29 = -16$$

$$d -5-7 = -12$$

$$j -2-8 = _{-10}$$

$$e \quad 3-(-4) \qquad = \underline{3+4=7}$$

$$k \ 24-37 = _{-13}$$

$$1 \quad 17 - (-4) = 17 + 4 = 21$$

$$a \frac{2}{3} - \frac{5}{3} = \frac{-3}{3}$$

$$g \frac{2}{9} - \frac{1}{3} = \frac{2}{9} - \frac{3}{9}$$

$$= \frac{-1}{9}$$

b 
$$-\frac{5}{12} - \frac{17}{12} = \frac{-22}{12}$$

$$h \quad \frac{4}{5} - \left(-\frac{13}{15}\right) \quad = \quad \frac{12}{15} + \frac{13}{15}$$

$$=\frac{-11}{6}$$

$$=$$
  $\frac{25}{15} = \frac{5}{3}$ 

$$c \frac{13}{4} - \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{13}{4} + \frac{3}{4}$$

$$i \frac{12}{25} - \frac{2}{5}$$

$$i \frac{12}{25} - \frac{2}{5} = \frac{12}{25} - \frac{10}{25}$$

$$=\frac{16}{4}=4$$

$$=\frac{2}{25}$$

$$d -\frac{2}{5} - \left(-\frac{8}{5}\right) = \frac{-2}{5} + \frac{8}{5}$$

$$j \quad -\frac{8}{15} - \left(-\frac{3}{10}\right) = \frac{-16}{30} + \frac{9}{30}$$

$$= \frac{6}{5}$$

$$= \frac{-7}{30}$$

$$e \frac{8}{15} - \frac{8}{15} = 0$$

$$k = \frac{5}{18} - \left(-\frac{1}{4}\right)$$

$$k \quad \frac{5}{18} - \left(-\frac{1}{4}\right) \quad = \quad \frac{10}{36} + \frac{9}{36}$$

$$=\frac{19}{36}$$

$$f \quad \frac{9}{16} - \left(-\frac{3}{16}\right) \quad = \quad \frac{9}{16} + \frac{3}{16}$$

$$1 - 7 - \frac{1}{6}$$

$$1 \quad -7 - \frac{1}{6} \qquad = \frac{-\frac{42}{6} - \frac{1}{6}}{6}$$

$$=\frac{12}{16}=\frac{3}{4}$$

$$= -\frac{43}{6}$$

a 
$$5+(-7)-(-3)-(+5)+(-3) = 5-7+3-5-3$$

b 
$$-5-(-7)+(-9)$$
 =  $-5+7-9$ 

c 
$$25+(-14)-(+7)-(+7)-(-9) = \underline{25-14-7-7+9}$$

$$d -4 + (-3) + (+5) + (+7) + (-2) = \underline{-4 - 3 + 5 + 7 - 2}$$

$$e -4 + (-16) - (-2) + (+5) + (-1) = \underline{-4 - 16 + 2 + 5 - 1}$$

$$f \quad 15-7+3+(-9)-4+6 \qquad \qquad = \quad \underline{15-7+3-9-4+6}$$

$$g \quad 112 - (-121) + 121 - 211 + (-122) = \underline{112 + 121 + 121 - 211 - 122}$$

h 
$$12-(-4)-(+7)+(-6)-5 = 12+4-7-6-5$$

$$i -16+(+5)+(-29)+(-1) = -16+5-29-1$$

### 3

#### 🏏 Een beetje magie ...

Een magisch vierkant (of een tovervierkant) is een vierkant waarin de som van de getallen van elke horizontale rij, elke verticale rij en elke diagonale rij dezelfde is. Vijf eeuwen geleden was er een magisch vierkant te zien in een ets van de Duitse kunstenaar Dürer. De som is telkens 34. Hij verwerkte er meteen ook het jaartal 1514 in en zorgde voor enkele extra's: de vier hoeken samen of de vier middelste vakken vormen 34 en als je het vierkant verdeelt in vier kleinere vierkanten, is ook daar de som steeds 34.



### 10 Magische vierkanten.

Een magisch vierkant is een vierkant waarbij de som van elke rij, kolom en diagonaal gelijk is. Vul volgende magische vierkanten aan.

#### magische som 102

| 39 | 24 | 36 | 3  |
|----|----|----|----|
| 6  | 33 | 21 | 42 |
| 9  | 30 | 18 | 45 |
| 48 | 15 | 27 | 12 |

 $magische som \, \frac{15}{2}$ 

| 1             | $\frac{9}{2}$ | 2             |
|---------------|---------------|---------------|
| $\frac{7}{2}$ | $\frac{5}{2}$ | $\frac{3}{2}$ |
| 3             | $\frac{1}{2}$ | 4             |

#### magische som 10,2

| 1,2 | 2,7 | 1,5 | 4,8 |
|-----|-----|-----|-----|
| 4,5 | 1,8 | 3   | 0,9 |
| 4,2 | 2,1 | 3,3 | 0,6 |
| 0,3 | 3,6 | 2,4 | 3,9 |

a 
$$6 \cdot (-5)$$
 =  $-30$  g  $-4 \cdot (-1)$  =  $4$ 

b 
$$-4 \cdot (-7)$$
 = \_\_\_\_\_\_ h  $9 \cdot (-3)$  = \_\_\_\_\_\_\_

$$c \quad 3 \cdot 8 \qquad = \underline{\qquad 24 \qquad \qquad } \qquad \qquad i \quad -9 \cdot 3 \qquad = \underline{\qquad -27 \qquad }$$

d 
$$-7.5$$
 =  $-35$  j  $-6.(-10)$  =  $60$ 

$$e \ 0 \cdot (-4) = 0$$
  $k \ -11 \cdot 7 = -77$ 

#### 12 Werk uit.

$$a - \frac{2}{11} \cdot \frac{22}{5}$$
  $= \frac{-\frac{2 \cdot 22^2}{1 \times 5}}{\frac{1}{5}}$ 

$$b \quad \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \qquad \qquad = \quad \frac{1}{12}$$

$$c \quad \frac{5}{6} \cdot 4 \qquad \qquad = \frac{10}{3}$$

$$d -3 \cdot \frac{8}{9} = -\frac{8}{3}$$

$$e \quad -\frac{7}{5} \cdot \left(-\frac{10}{7}\right) \cdot \frac{-14}{5} \qquad = \frac{-\frac{7}{1} \cdot \cancel{10}^2 \cdot 14}{\cancel{5} \cdot \cancel{17} \cdot 5}$$

$$= \frac{-28}{5}$$

$$f = \frac{81}{39} \cdot \left(-\frac{3}{27}\right) \cdot \frac{6}{9} = \frac{-\frac{\cancel{81}^{\cancel{1}} \cdot \cancel{3}^{1} \cdot \cancel{6}^{2}}{\cancel{13} \cancel{39} \cdot \cancel{13} \cancel{27} \cdot \cancel{19}}}{= \frac{-2}{\cancel{13}}}$$

$$g \frac{21}{8} \cdot (-2) \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{2\cancel{1}^7 \cdot \cancel{2}^1 \cdot \cancel{4}^1}{\cancel{1}\cancel{8} \cdot \cancel{1}\cancel{3}}$$

$$h -18 \cdot \frac{7}{9} \cdot \left(-\frac{25}{2}\right) = \frac{\cancel{18}^{1} \cdot 7 \cdot 25}{\cancel{19} \cdot \cancel{12}}$$

$$i \quad -\frac{2}{5} \cdot \left(-\frac{25}{6}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \qquad = \frac{\cancel{2}^{1} \cdot \cancel{25}^{5} \cdot \cancel{3}^{1}}{\cancel{5} \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{4}}$$

$$j \quad \frac{11}{4} \cdot \frac{2}{-19} \cdot \frac{-3}{121} \cdot \frac{38}{9} \qquad = \frac{\cancel{\cancel{1}}^{1} \cdot \cancel{\cancel{2}}^{1} \cdot \cancel{\cancel{3}}^{1} \cdot \cancel{\cancel{3}}^{\cancel{2}}}{\cancel{\cancel{4}} \cdot \cancel{\cancel{1}} \cancel{\cancel{1}} \cdot \cancel{\cancel{1}} \cdot \cancel{\cancel{1}} \cdot \cancel{\cancel{1}} \cdot \cancel{\cancel{3}}^{\cancel{2}}}$$

$$= \frac{1}{26}$$

### 13 Bereken volgende gedurige producten.

- a  $-3 \cdot 4 \cdot (-2) \cdot 1 \cdot (-3)$  = \_\_\_\_72
- b  $1 \cdot (-1) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot 3 \cdot (-3) = __36$
- c  $8 \cdot (-5) \cdot (-3) \cdot 2 \cdot (-1) = -240$
- $d \quad 7 \cdot (-5) \cdot (-3) \cdot 4 \cdot 0 \cdot (-6) \qquad = \qquad 0$
- $e \ 2 \cdot (-4) \cdot (-2) \cdot 4 \cdot 1 = \underline{64}$
- $f -3 \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot 5 \cdot (-25) = 750$

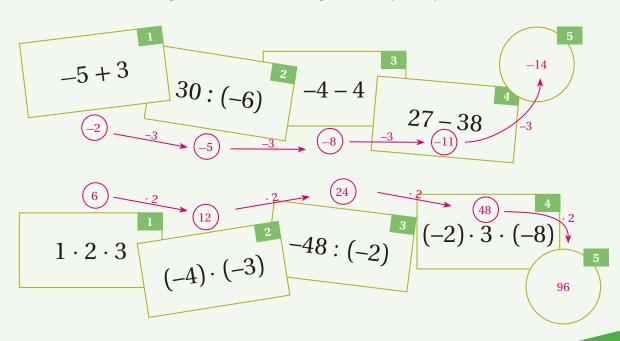
### 14 Werk uit.

- a -36:(-4) = 9
- h -22:(-11) = 2
- b -25:(-25) = 1
- i -1:1 = -1
- $c -6:2 = _{-3}$
- $j \quad 96: (-16) = _{-6}$
- d  $2:(-2) = _{-1}$
- k -144:12 = -12
- $e \ 0:(-4) = 0$
- $1 \quad 1000: (-8) = _{-125}$
- f -36:(-12) = 3
- m -1000:(-25) = 40

 $g \ 36:(-1) = _{-36}$ 

n  $360:(-12) = ___30$ 

### Werk uit en herken door een regelmaat te ontdekken welk getal in het vijfde vakje komt.



$$a \quad \frac{21}{8} : \frac{21}{8} \qquad = \underbrace{\frac{1}{21}}_{1} \underbrace{\frac{\cancel{8}^{1}}{\cancel{21}_{1}}}$$

$$g \ 5: \frac{3}{2} = \underbrace{5 \cdot \frac{2}{3}}$$

$$=\frac{10}{3}$$

$$b \quad \frac{11}{8} : \frac{8}{11} \qquad = \frac{11}{8} \cdot \frac{11}{8}$$

$$121$$

h 
$$\frac{78}{9}:\frac{2}{3}$$
 =  $\frac{\cancel{78}}{\cancel{9}}:\frac{\cancel{3}}{\cancel{2}}$ 

$$c \frac{-5}{7} : \frac{15}{2} = \frac{-\frac{15}{7} \cdot \frac{2}{\cancel{15}_3}}{-\frac{2}{\cancel{15}_3}}$$
$$= \frac{-\frac{2}{21}}{-\frac{2}{15}}$$

$$i -\frac{5}{2}:5 = \frac{-\frac{15}{2} \cdot \frac{1}{5}}{1}$$

$$d -\frac{7}{5} : \frac{2}{15} = \frac{-\frac{7}{15} \cdot \frac{\cancel{15}^{3}}{2}}{21}$$

$$j -1: \left(-\frac{7}{4}\right) = -1 \cdot \left(\frac{-4}{7}\right)$$

$$e \quad -\frac{1}{3}:\left(-\frac{7}{6}\right) = \frac{-1}{13}\cdot\left(\frac{\cancel{6}^2}{7}\right)$$
$$= \frac{2}{7}$$

$$k \frac{-3}{22} : \frac{-7}{11} = \frac{3}{222} \cdot \frac{11}{7}$$
$$= \frac{3}{14}$$

$$f \quad 0: \left(-\frac{5}{2}\right) \qquad = \quad 0$$

$$1 \quad \frac{8}{13} : \left(\frac{-7}{39}\right) = \frac{8}{113} \cdot \frac{39^3}{7}$$
$$= \frac{-24}{7}$$

### Reken uit met ICT.

a 
$$7,58+1,04+21,407 = 30,027$$

b 
$$-1,407-9,5$$
 =  $-10,907$ 

$$c \ 8,2:0,5 = 16,4$$

d 
$$5,4.7$$
 =  $37,8$ 

e 
$$6,25:(-0,125)$$
 =  $_{-50}$ 

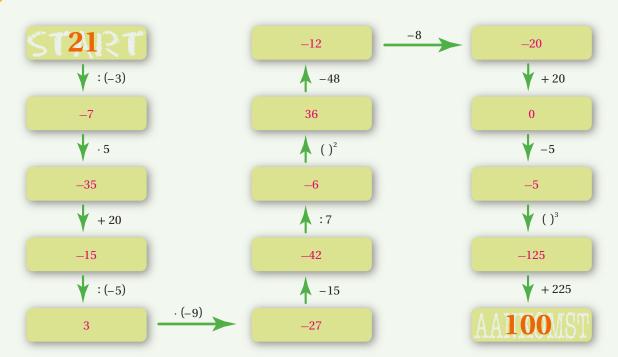
$$f \quad 0,025 - 1,01 \qquad = \quad \underline{-0,985}$$

$$g -2,6-(-1,53) = _{-1,07}$$

$$h -12,03+6,5 = -5,53$$

$$i -4, 5 \cdot 2, 4 \cdot (-0, 1) = 1,08$$

18 Bereik de eindmeet zonder fouten.



Reken uit het hoofd uit.

a 
$$\sqrt{144}$$
 = 12

h 
$$2^5$$
 = 32

b 
$$-4^2$$
 =  $-16$ 

i 
$$\sqrt{121}$$
 = 11

$$c \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$=\frac{4}{0}$$

$$j -3^3 = -27$$

d 
$$(-2)^2 = 4$$

$$k \ 1^{17} = 1$$

$$e \sqrt{64}$$

$$e \sqrt{64} = 8$$

$$1 - \sqrt{10000}$$

$$f - (-4)^2$$

$$m -2^0 = -1$$

$$g = \frac{-2^2}{3}$$

$$g = \frac{-2^2}{3} = \frac{-4}{3}$$

$$n \left(\frac{-3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

$$= \frac{9}{25}$$

Reken uit met ICT.

$$a \quad \sqrt{\frac{676}{361}}$$

$$=\frac{26}{19}$$

d 
$$3,5^3$$
 =  $42,875$ 

$$b \quad -\frac{178}{114} \cdot \frac{111}{191} \cdot \frac{57}{222} \cdot \frac{382}{89} = 1$$

c 
$$\frac{111}{625}$$
:  $\frac{37}{25}$ 

$$= \frac{3}{25}$$

$$f \sqrt{14,0625}$$

$$f \sqrt{14,0625} = 3,75$$

a 
$$5 \cdot (7-2) - 8$$

$$= 5 \cdot 5 - 8$$
$$= 25 - 8$$

b 
$$3^2 - 5 \cdot 3 + \sqrt{16}$$

$$=9-15+4$$

= -2

c 
$$8-(5\cdot 3+6)\cdot 2^2$$

$$= 8 - (15 + 6) \cdot 4$$
$$= 8 - 21 \cdot 4$$
$$= 8 - 84$$

$$= -76$$

d 
$$(18-5):(7-20)$$

$$= (-5 + 7) : (-1)$$
$$= 2 : (-1)$$
$$= -2$$

f 
$$4^0 \cdot 2 + (-14:7)$$

$$= 1 \cdot 2 + (-2)$$
$$= 2 - 2$$
$$= 0$$

g 
$$(-21:3)-3^2\cdot 2:(-6)$$

$$= -7 - 9 \cdot 2 : (-6)$$

$$= -7 - 18 : (-6)$$

$$= -7 + 3$$

$$= -4$$

h 
$$(-14+\sqrt{25}):3\cdot2-1$$

$$= (-14+5): 3 \cdot 2 - 1$$

$$= -9: 3 \cdot 2 - 1$$

$$= -3 \cdot 2 - 1$$

$$= -6 - 1$$

$$= -7$$

a 
$$\frac{7}{8} - \left(\frac{4}{3} + \frac{1}{12} - \frac{3}{4}\right)$$

$$= \frac{7}{8} - \left(\frac{16+1-9}{12}\right)$$

$$=\frac{7}{8}-\frac{8}{12}$$

$$=\frac{21}{24}-\frac{16}{24}$$

$$= \frac{5}{24}$$

d 
$$\left(\frac{3}{5} - \frac{2}{5} + \frac{3}{2}\right) - \frac{1}{2}$$

$$= \left(\frac{6-4+15}{10}\right) - \frac{5}{10}$$

$$= \frac{17}{10} - \frac{5}{10}$$

$$=\frac{12}{10}$$

$$=\frac{6}{5}$$

b 
$$\frac{2}{9} - \left(-\frac{4}{3} + \frac{7}{9} - 2\right)$$

$$= \frac{2}{9} - \left(\frac{-12 + 7 - 18}{9}\right)$$

$$=\frac{2}{9}-\left(\frac{-23}{9}\right)$$

$$=\frac{25}{9}$$

e 
$$\left(2 - \frac{3}{5}\right) \cdot \left(\frac{5}{2} + \frac{5}{4}\right)$$

$$=\left(\frac{10}{5} - \frac{3}{5}\right) \cdot \left(\frac{10}{4} + \frac{5}{4}\right)$$

$$= \frac{7}{15} \cdot \frac{15^3}{4}$$

$$= \frac{21}{4}$$

c 
$$\left(\frac{4}{3} + \frac{3}{4}\right) - \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{16}{12} + \frac{9}{12}\right) - \left(\frac{8}{12} - \frac{18}{12}\right)$$

$$=\frac{25}{12} - \left(-\frac{10}{12}\right)$$

$$=\frac{35}{12}$$

$$f = \frac{5}{6} \cdot \left(\frac{6}{5} + \frac{3}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{2}{3}\right)$$

$$= \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{5} \cdot \left(\frac{3-8}{12}\right)$$

$$= \frac{13}{2} \cdot \frac{-5}{\cancel{12}_4}$$

$$=\frac{-5}{8}$$

a 
$$-\frac{3}{2}:\left(-\frac{5}{4}+\frac{3}{8}\right)-3\cdot\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)$$

$$= -\frac{3}{2} : \left(-\frac{10}{8} + \frac{3}{8}\right) - 3 \cdot \left(\frac{2}{6} - \frac{3}{6}\right)$$

$$= -\frac{3}{2} : \left(\frac{-7}{8}\right) - 3 \cdot \left(\frac{-1}{6}\right)$$

$$= -\frac{3}{12} \cdot \left(\frac{-8^4}{7}\right) + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{12}{7} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{24 + 7}{14} = \frac{31}{14}$$

d 
$$(0,2+0,8\cdot1,25):0,4-2,75$$

$$= (0.2 + 1): 0.4 - 2.75$$

$$= 1.2: 0.4 - 2.75$$

$$= 3 - 2.75$$

$$= 0.25$$

b 
$$\left(\frac{-2}{3}\right)^2: \frac{4}{3} - \sqrt{\frac{1}{16}} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{4}{9} : \frac{4}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6}$$

$$= \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{9}} \cdot \frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{4}_{1}} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6}$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6}$$

$$= \frac{4 - 3 + 2}{12}$$

$$= \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

e 
$$1,6:6,4-(0,5+0,125\cdot4)$$

$$= 1,6:6,4 - (0,5 + 0,5)$$

$$= 1,6:6,4 - 1$$

$$= 0,25 - 1$$

$$= -0,75$$

c 
$$4-\frac{6}{5}:\frac{4}{14}-\sqrt{\frac{3}{4}-\frac{1}{2}}$$

$$= 4 - \frac{6}{5} \cdot \frac{7}{2} - \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$= 4 - \frac{21}{5} - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{40 - 42 - 5}{10}$$

$$= \frac{-7}{10}$$

f 
$$7,2:6\cdot5-(2,74-2,34)$$

$$= 7.2 : 6 \cdot 5 - 0.4$$

$$= 6 - 0.4$$

$$= 5.6$$



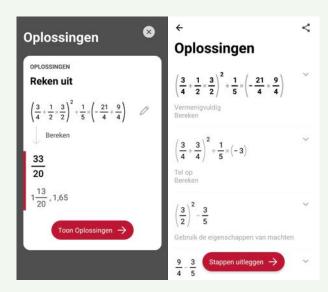
Ingewikkelde berekeningen maak of controleer je het best met ICT.

Voorbeeld:

$$\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{5} \cdot \left(-\frac{21}{4} + \frac{9}{4}\right)$$

#### Methode 1:

controle met Photomath.



Met deze gratis app controleer je in eerste instantie je oplossing. Open de app. Trek een foto van de opgave. Controleer jouw oplossing. Foutje gemaakt? Tik dan op **Show solving steps** en je krijgt de tussenstappen te zien.

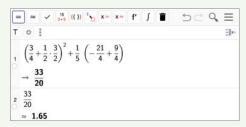
#### Methode 2:

controle met Microsoft Math Solver.



#### Methode 3:

controle met de CAS van GeoGebra 6.



De CAS-versie van GeoGebra geeft na het invoeren van de uitdrukking onmiddellijk het resultaat weer als je op enter klikt.

Bereken met behulp van ICT:

a 
$$\left[ \left( -\frac{4}{3} \right)^2 + \frac{9}{27} \right] + \left[ \frac{1}{2} \cdot \frac{13}{3} - \frac{7}{18} \right] = \frac{\frac{35}{9}}{9}$$

$$b \quad \frac{\frac{6}{21} - \frac{6^2}{3}}{\sqrt{\frac{7}{12} - \frac{1}{3}}} = \frac{-164}{7}$$

c 
$$\left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{64}{27} - 2 \cdot \left(\frac{-2^3}{24} \cdot \frac{3}{4^2} - \frac{3}{4}\right) = \frac{245}{72}$$

$$d \frac{1 - \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{4^2}{19} \cdot \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{7} : 4\right)} = \frac{49}{16}$$