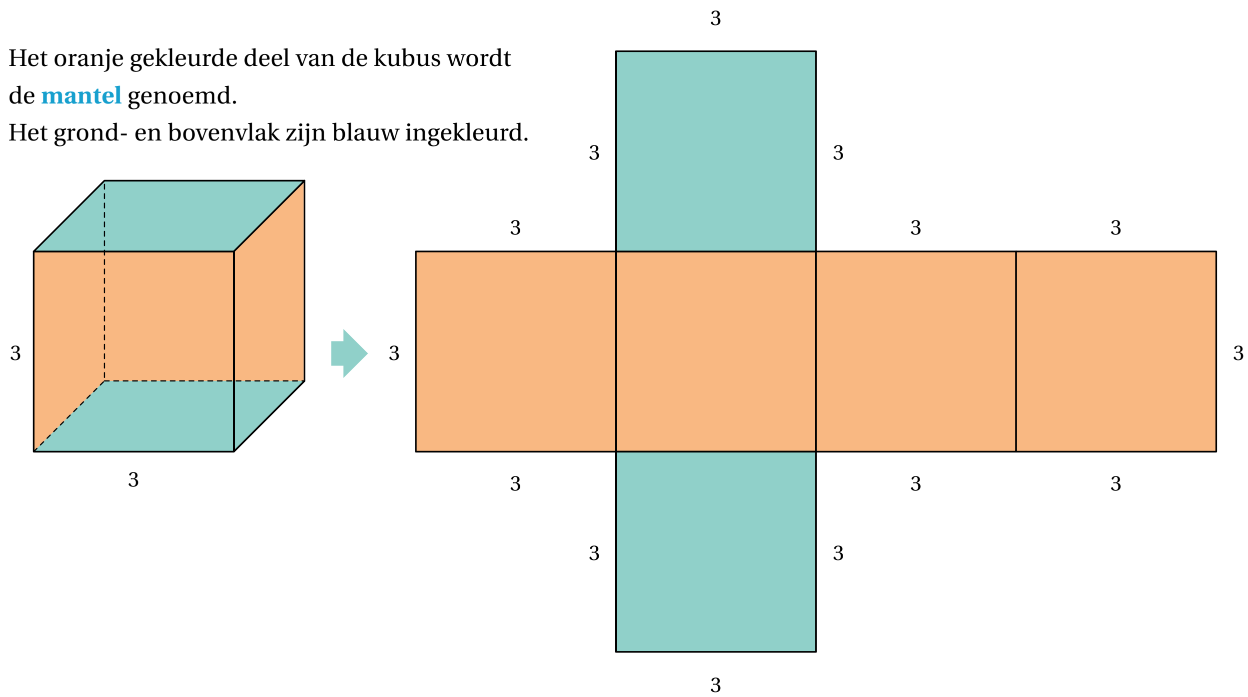
6.1 Oppervlakte van ruimtefiguren

1 De kubus

Het oranje gekleurde deel van de kubus wordt de **mantel** genoemd.
Het grond- en bovenvlak zijn blauw ingekleurd.



	BEREKENING	ALGEMENE FORMULE
MANTELOPPERVLAKTE VAN DE KUBUS	$4 \cdot 3^2\ \text{cm}^2 = 36\ \text{cm}^2$	vier maal oppervlakte zijvlak of $4z^2$
TOTALE OPPERVLAKTE VAN DE KUBUS	$6 \cdot 3^2\ \text{cm}^2 = 54\ \text{cm}^2$	zes maal oppervlakte zijvlak of $6z^2$

Opmerkingen:

– **manteloppervlakte** kubus = omtrek grondvlak · hoogte
$= 4z \cdot z$
$= 4z^2$

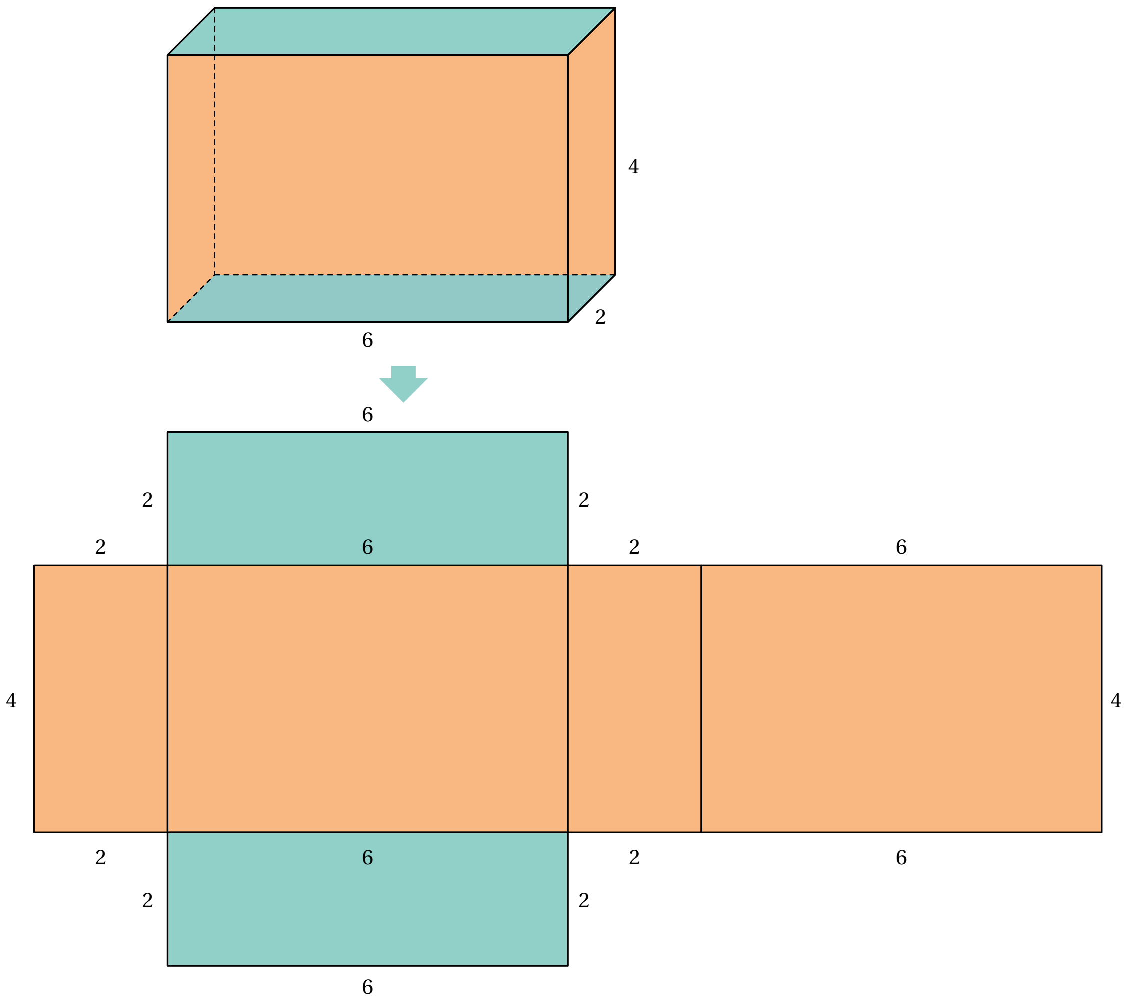
– totale oppervlakte kubus = manteloppervlakte + oppervlakte grondvlak + oppervlakte bovenvlak
= manteloppervlakte + tweemaal oppervlakte grondvlak

Te onthouden:

	WOORDFORMULE	LETTERFORMULE
MANTELOPPERVLAKTE KUBUS	4 maal oppervlakte zijvlak	$A_m = 4 \cdot z^2 = 4z^2$
TOTALE OPPERVLAKTE KUBUS	6 maal oppervlakte zijvlak	$A_t = 6 \cdot z^2 = 6z^2$

2 De balk

Het oranje gekleurde deel van de balk is de mantel. Het grond- en bovenvlak zijn blauw ingekleurd.



	BEREKENING	ALGEMENE FORMULE
MANTEL-OPPERVLAKTE VAN DE BALK	$(2 \cdot 4 + 6 \cdot 4 + 2 \cdot 4 + 6 \cdot 4)\,\text{cm}^2 = 64\,\text{cm}^2$	$2 \cdot l \cdot h + 2 \cdot b \cdot h$ of $2 \cdot (l + b) \cdot h$ of omtrek grondvlak · hoogte
TOTALE OPPERVLAKTE VAN DE BALK	$(2 \cdot 4 + 6 \cdot 4 + 2 \cdot 4 + 6 \cdot 4 + 6 \cdot 2 + 6 \cdot 2)\,\text{cm}^2 = 88\,\text{cm}^2$	$2 \cdot (l \cdot h + b \cdot h + l \cdot b)$

Te onthouden:

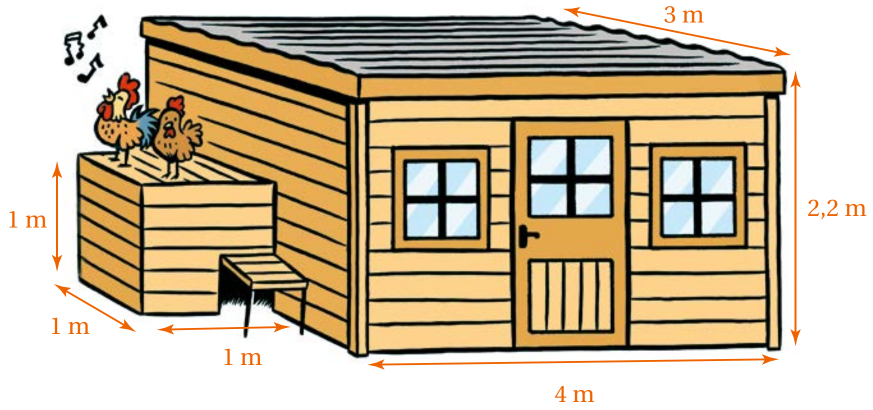
	WOORDFORMULE	LETTERFORMULE
MANTELOPPERVLAKTE BALK	omtrek grondvlak maal hoogte	$A_m = 2 \cdot (l + b) \cdot h$
TOTALE OPPERVLAKTE BALK	omtrek grondvlak maal hoogte plus tweemaal oppervlakte grondvlak	$A_t = 2 \cdot (l \cdot h + b \cdot h + l \cdot b)$

3 Oppervlakte van samengestelde ruimtefiguren

Je zal deze formules ook kunnen gebruiken om de oppervlakte van samengestelde figuren te berekenen. Bestudeer eerst grondig het vraagstuk, want het is best mogelijk dat sommige vlakken niet meer bijgeteld moeten worden.

Voorbeeld 1: het kippenhok

Om de kippen een warm nestje te geven, besluit je tante om naast het (balkvormige) tuinhuis een kleiner (kubusvormig) gedeelte te bouwen. Alles wordt gebouwd op een betonnen vloer. Hoeveel m^2 hout zal zij in totaal nodig hebben?



Het probleem begrijpen:

De ruimtefiguur bestaat uit een balk en een kubus. Maar voor beide zullen we het grondvlak niet meerekenen. Bij de kubus verdwijnt ook één zijvlak, aangezien het tegen het tuinhuis wordt gebouwd.

Oplossing:

$$\begin{aligned} A_{\text{balk}} &= 2\cdot(l\cdot h+b\cdot h+l\cdot b)-l\cdot b \\ \text{wordt:}\ & \quad 2\cdot(4\,\text{m}\cdot 2{,}2\,\text{m}+3\,\text{m}\cdot 2{,}2\,\text{m}+4\,\text{m}\cdot 3\,\text{m})-4\,\text{m}\cdot 3\,\text{m} \\ &= 2\cdot 27{,}4\,\text{m}^2-4\cdot 3\,\text{m}^2 \\ &= 54{,}8\,\text{m}^2-12\,\text{m}^2 \\ &= 42{,}8\,\text{m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{\text{kubus}} &= 6\cdot z^2-2\cdot z^2 = 4\cdot z^2 \\ \text{wordt:}\ & \quad 4\cdot 1\,\text{m}^2 \\ &= 4\,\text{m}^2 \end{aligned}$$

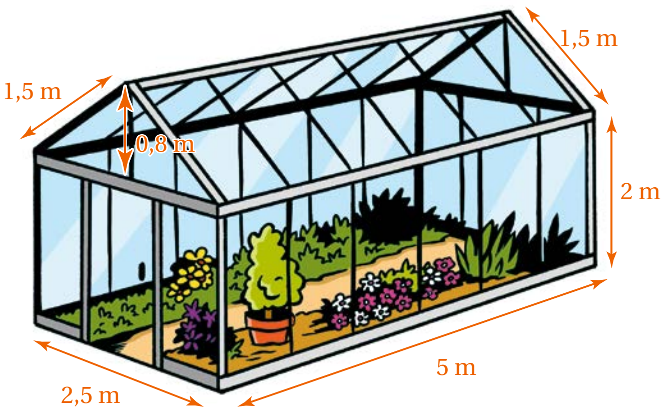
$$\begin{aligned} A_{\text{totaal}} &= A_{\text{balk}}+A_{\text{kubus}} \\ \text{wordt:}\ & \quad 42{,}8\,\text{m}^2+4\,\text{m}^2 \\ &= 46{,}8\,\text{m}^2 \end{aligned}$$

Antwoord:

Je tante zal in totaal 46,8 m^2 hout nodig hebben.

Voorbeeld 2: de serre

Uit hoeveel m^2 glas is deze serre opgebouwd?



Het probleem begrijpen:

De ruimtefiguur bestaat uit een prisma en een balk. Van de balk berekenen we enkel de manteloppervlakte. Bij het prisma maken we de som van de oppervlaktes van twee (even grote) rechthoeken en twee (even grote) driehoeken.

Oplossing:

$$A_{\text{balk}} = 2 \cdot l \cdot h + 2 \cdot b \cdot h$$

wordt: $2 \cdot 5\,\text{m} \cdot 2\,\text{m} + 2 \cdot 2{,}5\,\text{m} \cdot 2\,\text{m}$

$$= 20\,\text{m}^2 + 10\,\text{m}^2$$

$$= 30\,\text{m}^2$$

$$A_{\text{prisma}} = 2 \cdot A_{\text{rechthoek}} + 2 \cdot A_{\text{driehoek}}$$

wordt: $2 \cdot (5\,\text{m} \cdot 1{,}5\,\text{m}) + 2 \cdot \left(\dfrac{2{,}5\,\text{m} \cdot 0{,}8\,\text{m}}{2}\right)$

$$= 15\,\text{m}^2 + 2\,\text{m}^2$$

$$= 17\,\text{m}^2$$

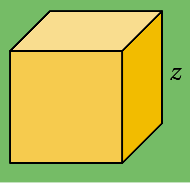
$$A_{\text{totaal}} = 30\,\text{m}^2 + 17\,\text{m}^2 = 47\,\text{m}^2$$

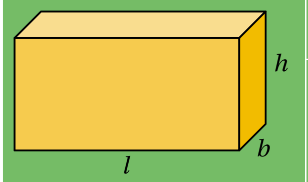
Antwoord:

De serre is opgebouwd uit 47 m^2 glas.

4 Samenvatting

- Je kent de formules voor de manteloppervlakte en de totale oppervlakte van een kubus en een balk, en je kunt ze toepassen in vraagstukken.

		WOORDFORMULE	LETTERFORMULE
KUBUS 	MANTELOPPERVLAKTE	vier maal oppervlakte zijvlak	$A_m = 4z^2$
	TOTALE OPPERVLAKTE	zes maal oppervlakte zijvlak	$A_t = 6z^2$

BALK 	MANTELOPPERVLAKTE	omtrek grondvlak maal hoogte	$A_m = 2 \cdot (l + b) \cdot h$
	TOTALE OPPERVLAKTE	omtrek grondvlak maal hoogte plus twee maal oppervlakte grondvlak	$A_t = 2 \cdot (l \cdot h + b \cdot h + l \cdot b)$

- Je kunt een strategie ontwikkelen om de oppervlakte te berekenen van een samengestelde figuur.

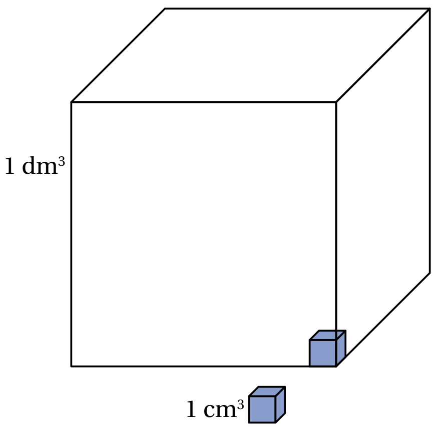
6.2

Volume van ruimtefiguren

1 Inhouds- en volumematen

Het **volume** van een ruimtelijke figuur vind je door na te gaan hoe vaak een gekozen inhoudsmaat in de figuur past. Als eenheid gebruiken we 1 m^3. Dat lees je als één **kubieke meter**. Je kunt dit het best voorstellen als een kubus met ribben van 1 meter.

$$
\begin{aligned}
1\ m^3 &= 1000\ dm^3 = 1\,000\,000\ cm^3 \\
&\ 1\ dm^3 = 1000\ cm^3 = 1\,000\,000\ mm^3 \\
&\ \ 1\ cm^3 = 1000\ mm^3
\end{aligned}
$$



$1\ m^3$	1 l $1\ dm^3$	1 ml $1\ cm^3$	$1\ mm^3$
	$0{,}001\ m^3$	$0{,}000001\ m^3$	$0{,}000000001\ m^3$

In 1 dm^3 gaan 1000 cm^3.
Een tabel kan handig zijn bij omzettingen.

Voorbeeld: $23{,}4\ dm^3 = 23400\ cm^3$
$= 0{,}0234\ m^3$

m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
				2	3,	4					
				2	3	4	0	0			
		0,	0	2	3						

Alhoewel inhoudsberekeningen op hetzelfde neerkomen als volumeberekeningen (we spreken meestal van inhoud bij vloeistoffen), gebruiken we voor inhoud toch vaak andere eenheden. De basiseenheid van inhoud is liter en dat komt overeen met 1 dm^3.
Om inhoudsmaten naar volumematen om te rekenen, zet je het gegeven eerst om in liter en verander je de eenheid in dm^3.

Voorbeeld: 23 dl = 2,3 l = 2,3 dm^3 = 2300 cm^3

1 hl	10 l	$1\ dm^3$ 1 l	1 dl	1 cl	$1\ cm^3$ 1 ml
100 l	10 l	1 l	0,1 l	0,01 l	0,001 l

2 Volume

Om behoorlijk te kunnen schatten moet je een 'inhoudsgevoel' opbouwen. We zullen dat al even trainen. Met welke eenheid komen de volgende metingen overeen?

- Een half gevuld bad.
- Een dessertlepeltje hoestsiroop.
- Een brik melk.
- De inhoud van 1 cm^3.
- Drie blikjes limonade.
- Een klein inktbuisje.
- Een grote emmer.
- Een fles hoestsiroop.

10 l 1 dl 1 l 1 cl 100 l 1 ml

Voorbeeld 1: olympisch zwembad

Een zwembad is pas een olympisch zwembad als het een lengte heeft van 50 m, een breedte van 25 m en een diepte van (minstens) 2 m. Hoeveel liter water zit er in zo'n zwembad als het volledig gevuld is?

De inhoud wordt dan:

$$\begin{aligned} 50\text{ m} \cdot 25\text{ m} \cdot 2\text{ m} &= 2500\text{ m}^3 \\ &= 2\,500\,000\text{ dm}^3 \\ &= 2\,500\,000\text{ l} \end{aligned}$$

Voorbeeld 2: een vat wijn

Wijn wordt dikwijls bij de wijnbouwer en bij de groothandel opgeslagen in wijnvaten. Die lijken wel op cilinders, maar ze zijn eerder bolvormig. Het rechtopstaande vat heeft een hoogte van bijna 1 meter. Wat is de inhoud van zo'n wijnvat?

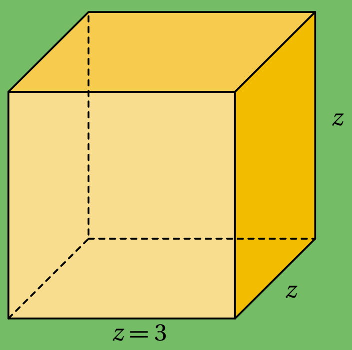
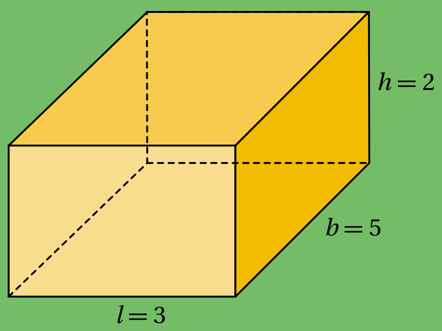
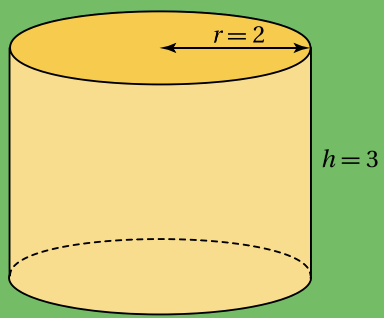
We combineren hier onze kennis van
- inhoud;
- ruimtefiguren;
- schatten.

Bespreek hoe je dit probleem het best aanpakt.
Wat is jouw bevinding?

a 3 liter
b 30 liter
c 300 liter
d 3000 liter

3 Volume van een kubus, een balk en een cilinder

Als symbool gebruiken we V. Voor ruimtefiguren met gelijke grond- en bovenvlakken (zoals kubus, balk, cilinder, en recht prisma) kun je het volume berekenen door het grondvlak A_g te vermenigvuldigen met de hoogte.

	FORMULE	VOORBEELD
KUBUS 	V = oppervlakte grondvlak × hoogte of $V = A_g \cdot h$ $= (z \cdot z) \cdot z$ $= z^3$	$V = 3 \cdot 3 \cdot 3 \text{ cm}^3$ $= 27 \text{ cm}^3$
BALK 	V = oppervlakte grondvlak × hoogte of $V = A_g \cdot h$ $= (l \cdot b) \cdot h$ $= l \cdot b \cdot h$	$V = 3 \cdot 5 \cdot 2 \text{ cm}^3$ $= 30 \text{ cm}^3$
CILINDER 	V = oppervlakte grondvlak × hoogte of $V = A_g \cdot h$ $= (\pi \cdot r^2) \cdot h$ $= \pi \cdot r^2 \cdot h$	$V = \pi \cdot 2^2 \cdot 3 \text{ cm}^3$ $\approx 37{,}7 \text{ cm}^3$

4 Volume van samengestelde ruimtefiguren

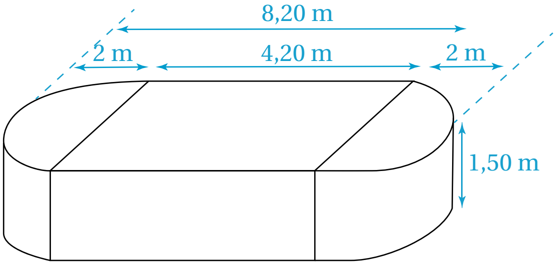
Je kunt de formules ook gebruiken om het volume te berekenen van **samengestelde figuren**.

Voorbeeld:

Als de dame dobbert over de kortste zijde van het zwembad, legt ze 4,00 m af.
Als de dame dobbert over de langste horizontale afstand, legt ze 8,20 m af.
Hoeveel liter water bevat het zwembad als het bad 1,50 m diep is en tot de rand gevuld is?

Het probleem begrijpen

We kunnen het zwembad beschouwen als de som van een balk en een cilinder.
We maken een duidelijke technische tekening, waarbij het belangrijk is de juiste afmetingen te achterhalen.



Oplossing:

$V_{\text{balk}} = l \cdot b \cdot h$ wordt: $V_{\text{balk}} = 4{,}20 \text{ m} \cdot 4{,}00 \text{ m} \cdot 1{,}50 \text{ m}$
$= 25{,}200 \text{ m}^3$

$V_{\text{cilinder}} = \pi \cdot r^2 \cdot h$ wordt: $V_{\text{cilinder}} = \pi \cdot (2{,}00 \text{ m})^2 \cdot 1{,}50 \text{ m}$
$= 6\pi \text{ m}^3$
$\approx 18{,}850 \text{ m}^3$

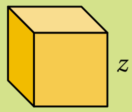
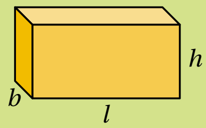
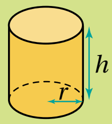
$V_{\text{totaal}} = 25{,}200 \text{ m}^3 + 18{,}850 \text{ m}^3$
$= 44{,}850 \text{ m}^3$
$= 44\,850 \text{ dm}^3$
$= 44\,850 \text{ l}$

Antwoord:

In dit zwembad kan ongeveer 44 850 liter water.

5 Samenvatting

- Je kent de formules voor het volume van een kubus, een balk en een cilinder en kunt ze toepassen.

KUBUS		$V = z^3$
BALK		$V = l \cdot b \cdot h$
CILINDER		$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

- Je kunt een strategie ontwikkelen om het volume van een samengestelde figuur te berekenen.

Liter

Het woord ‘liter’ komt waarschijnlijk van het Griekse ‘litra’ (λίτρα). Dat was de benaming van een gewicht in het oude Griekenland. Bij de motoren van wagens gebruiken we ook cm^3 *om de cilinderinhoud aan te geven. Vaak gebruiken we hier foutief de afkorting cc (van cubic of kubieke centimeters) of ccm.*

Wat is het verschil tussen volume en inhoud? Onder volume verstaan we de ruimte die het lichaam inneemt, onder inhoud verstaan we de grootte van de holte die opgevuld kan worden.