1.1

Wat voorafging

1 Getalverzamelingen

Vorig schooljaar leerde je rekenen met natuurlijke, gehele en rationale getallen. Je maakte ook kennis met getallen die niet tot $\mathbb{Q}$ behoren.

$\mathbb{N}$ is de verzameling van de **natuurlijke getallen**.

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$

$\mathbb{Z}$ is de verzameling van de **gehele getallen**.

$\mathbb{Z} = \{0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, 4, -4, \ldots\}$

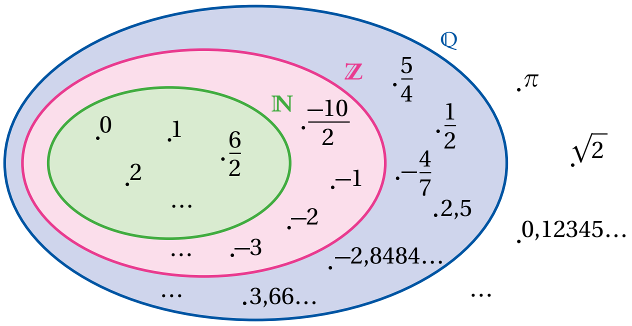
$\mathbb{Q}$ is de verzameling van de **rationale getallen**.

In deze verzameling zitten:

- alle gehele getallen;
- alle breuken;
- alle decimale getallen;
- alle onbegrensde decimale vormen met een periode.

Irrationale getallen (getallen die niet in $\mathbb{Q}$ zitten) hebben een onbegrensde decimale schrijfwijze zonder periode.

We stellen ze hiernaast voor in een handig overzicht.



2 Symbolen in de wiskunde

$\in$ $\notin$

Voorbeelden:

$8 \in \mathbb{N}$

Betekenis:
8 is een **element** van de verzameling van de natuurlijke getallen.
Lees:
8 is een natuurlijk getal.

$-\frac{5}{6} \in \mathbb{Q}$

Betekenis:
$-\frac{5}{6}$ is een element van de verzameling van de rationale getallen.
Lees:
$-\frac{5}{6}$ is een rationaal getal.

$\pi \notin \mathbb{Q}$

Betekenis:
π is geen element van de verzameling van de rationale getallen.
Lees:
π is geen rationaal getal.

$\subset$ $\not\subset$

Voorbeelden:

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$

Betekenis:
De verzameling van de natuurlijke getallen is een **deelverzameling** van de verzameling van de gehele getallen.
Lees:
Alle natuurlijke getallen zijn gehele getallen.

$\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$

Betekenis:
De verzameling van de gehele getallen is een deelverzameling van de verzameling van de rationale getallen.
Lees:
Alle gehele getallen zijn rationale getallen.

$\mathbb{Z} \not\subset \mathbb{N}$

Betekenis:
De verzameling van de gehele getallen is geen deelverzameling van de verzameling van de natuurlijke getallen.
Lees:
Niet alle gehele getallen zijn natuurlijke getallen.

$\Longrightarrow$ $\Longleftrightarrow$

Voorbeelden:

a is een natuurlijk getal

$\Downarrow$

a is een geheel getal

Betekenis:
Als a een natuurlijk getal is, dan is a ook een geheel getal.
(implicatie)
Lees:
Elk natuurlijk getal is ook een geheel getal.

a is een veelvoud van 2

$\Updownarrow$

2 is een deler van a

Betekenis:
a is een veelvoud van 2 als en slechts als 2 een deler is van a.
(equivalentie)
Lees:
a is een veelvoud van 2 en 2 is een deler van a zijn gelijkwaardige uitspraken.

Taak:
Vul telkens het correcte symbool in of geef het resultaat. Kies uit de symbolen die hierboven uitgelegd zijn.

a -7 ___$\in$___ $\mathbb{Z}$

b $\frac{15}{5}$ ___$\in$___ $\mathbb{N}$

c $\sqrt{9}$ ___$\in$___ $\mathbb{Q}$

d $\sqrt{2}$ ___$\notin$___ $\mathbb{Q}$

e $\mathbb{N}$ ___$\subset$___ $\mathbb{Q}$

f del 6 ___$\subset$___ del 12

g del 12 ___$\not\subset$___ del 6

h $4\mathbb{N}$ ___$\not\subset$___ $8\mathbb{N}$

i $a \in \mathbb{N}$ ___$\Longrightarrow$___ $a \in \mathbb{Z}$

j $a > 0$ ___$\Longrightarrow$___ a is positief

k $2x = 6$ ___$\Longleftrightarrow$___ $x = 3$

l $a > 0$ ___$\Longrightarrow$___ $a > -5$

Symbolen in de wiskunde worden gebruikt om bepaalde relaties kort en makkelijk weer te geven. We herhalen enkele symbolen waarmee je vorig jaar kennismaakte.

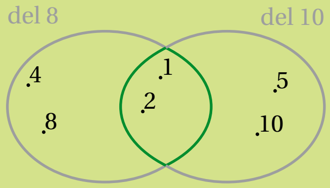
∩

Voorbeelden:

del 8 = {1, 2, 4, 8}
del 10 = {1, 2, 5, 10}

del 8 ∩ del 10 = {1, 2}

Voorstelling:



del 8 ∩ del 10

Betekenis:
In de **doorsnede** zitten de getallen die een deler zijn van 8 **en** die ook een deler zijn van 10.

Algemeen:
Je bekomt de verzameling met hierin de elementen die behoren tot de ene **en** de andere verzameling.

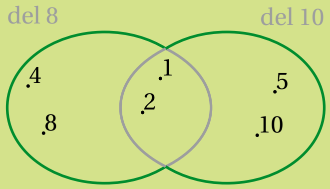
∪

Voorbeelden:

del 8 = {1, 2, 4, 8}
del 10 = {1, 2, 5, 10}

del 8 ∪ del 10 = {1, 2, 4, 5, 8, 10}

Voorstelling:



del 8 ∪ del 10

Betekenis:
In de **unie** zitten de getallen die een deler zijn van 8 **of** die een deler zijn van 10.

Algemeen:
Je bekomt de verzameling met hierin de elementen die behoren tot de ene **of** de andere verzameling.

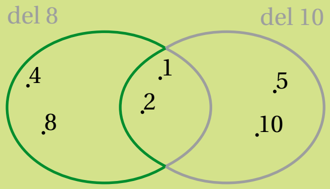
\

Voorbeelden:

del 8 = {1, 2, 4, 8}
del 10 = {1, 2, 5, 10}

del 8 \ del 10 = {4, 8}

Voorstelling:



del 8 \ del 10

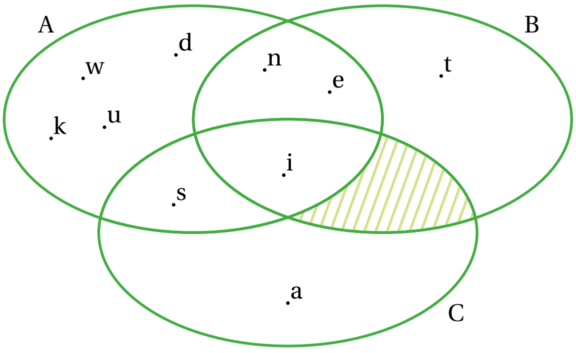
Betekenis:
In het **verschil** zitten de getallen die een deler zijn van 8, maar **niet** van 10.

Lees:
Je bekomt de verzameling met hierin de elementen die behoren tot de eerste, maar **niet** tot de tweede verzameling.

We kunnen ook bewerkingen met meerdere verzamelingen uitvoeren.
In het uitvoeren vullen we een klaverbladdiagram met de elementen van volgende verzamelingen.

Voorbeeld:
A = {x | x is een letter van het woord WISKUNDE}
B = {x | x is een letter van het woord NIET}
C = {x | x is een letter van het woord SAAI}

Merk op:
Eén van deze gebieden is leeg en wordt daarom gearceerd.
De **lege verzameling** noteer je als { } of ∅.



Taak:
Noteer onderstaande verzamelingen door opsomming:

a A ∩ B ∩ C = {i}

b A \ (B ∪ C) = {d,k,u,w}

c (B ∩ C) \ A = { }

3 De optelling en de aftrekking

Gehele en decimale getallen

Gehele en decimale getallen optellen

Als de twee getallen hetzelfde teken hebben:

1 Behoud het teken.

2 Tel de absolute waarden op.

Als de twee getallen een verschillend teken hebben:

1 Neem het teken van het getal met de grootste absolute waarde.

2 Trek de absolute waarden van elkaar af (grootste – kleinste).

Voorbeelden:

$15 + 39 = 54$

$17 + (-38{,}15) = -21{,}15$

$-104 + (-41) = -145$

$-85{,}02 + 27{,}19 = -57{,}83$

Om het verschil te zoeken van twee getallen tel je bij het eerste getal het tegengestelde van het tweede getal op en pas je de rekenregel toe.

Voorbeelden:

$$\begin{aligned} 18-(-3) &= 18+3 \\ &= 21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -5-(-21) &= -5+21 \\ &= 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -3{,}26-4{,}83 &= -3{,}26+(-4{,}83) \\ &= -8{,}09 \end{aligned}$$

Breuken

Om verschillende breuken met elkaar op te tellen (of af te trekken), ga je als volgt te werk:

Breuken optellen en aftrekken

1 Vereenvoudig – indien mogelijk – elke breuk.

2 Maak de breuken gelijknamig.

3 Tel de tellers op (of trek de tellers van elkaar af) en behoud de noemer.

4 Vereenvoudig – indien mogelijk – het resultaat.

Voorbeelden:

$$\begin{aligned} \frac{8}{14}+\frac{12}{36} &= \frac{4}{7}+\frac{1}{3} \\ &= \frac{12}{21}+\frac{7}{21} \\ &= \frac{19}{21} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\frac{36}{96}+\frac{1}{6}-\frac{33}{22}+\frac{1}{3} &= -\frac{3}{8}+\frac{1}{6}-\frac{3}{2}+\frac{1}{3} \\ &= -\frac{9}{24}+\frac{4}{24}-\frac{36}{24}+\frac{8}{24} \\ &= -\frac{33}{24} \\ &= -\frac{11}{8} \end{aligned}$$

Terminologie:

$$\underset{\textbf{term}}{\underset{\downarrow}{\frac{2}{7}}} \quad \underset{\text{plusteken}}{\underset{\downarrow}{+}} \quad \underset{\text{term}}{\underset{\downarrow}{\frac{1}{7}}} \quad = \quad \underset{\textbf{som}}{\underset{\downarrow}{\frac{3}{7}}}$$

$$\underset{\textbf{term}}{\underset{\downarrow}{12{,}67}} \quad \underset{\text{minteken}}{\underset{\downarrow}{-}} \quad \underset{\text{term}}{\underset{\downarrow}{3{,}3}} \quad = \quad \underset{\textbf{verschil}}{\underset{\downarrow}{9{,}37}}$$

4 De vermenigvuldiging

Gehele en decimale getallen

Gehele en decimale getallen vermenigvuldigen

1 Bepaal eerst het teken:
  – bij een oneven aantal mintekens in de opgave;
  \+ bij een even aantal mintekens in de opgave.
2 Vermenigvuldig de absolute waarden.

Voorbeelden:

$36 \cdot (-2) = -72$

$(-1) \cdot 24 \cdot (-2) \cdot (-3) = -144$

$100 \cdot (-5) \cdot (-1) \cdot 2 = 1000$

$0{,}5 \cdot 12 = 6$

Breuken

Om breuken met elkaar te vermenigvuldigen, ga je als volgt te werk:

Breuken vermenigvuldigen

1 Bepaal het teken:
  – bij een oneven aantal mintekens in de opgave;
  \+ bij een even aantal mintekens in de opgave.
2 Noteer een grote breukstreep.
3 Vermenigvuldig de tellers met elkaar zonder dit product uit te werken.
4 Vermenigvuldig de noemers met elkaar zonder dit product uit te werken.
5 Vereenvoudig.
6 Vermenigvuldig de resterende tellers met elkaar en de resterende noemers met elkaar.

Voorbeeld:

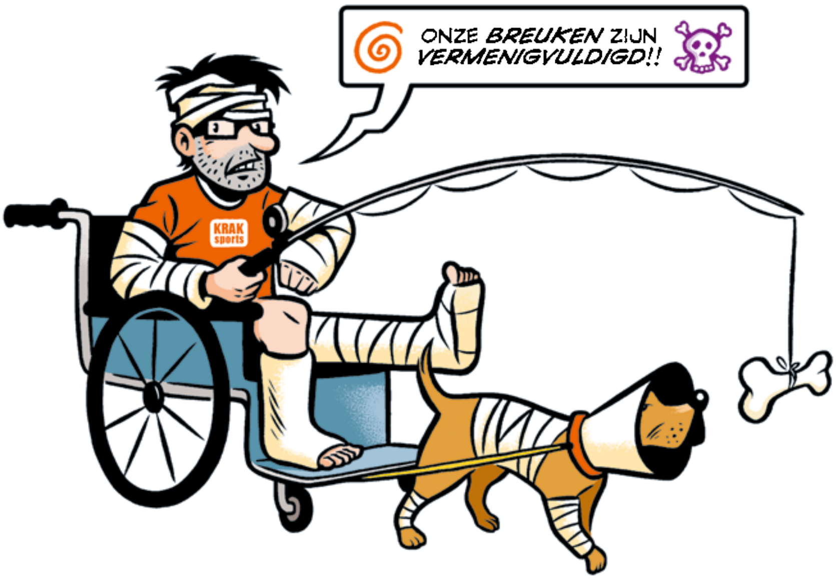
$$-\frac{3}{7}\cdot\left(-\frac{6}{11}\right)\cdot\left(-\frac{14}{9}\right)$$

$$=-\frac{\overset{1}{\cancel{3}}\cdot\overset{2}{\cancel{6}}\cdot\overset{2}{\cancel{14}}}{\underset{1}{\cancel{7}}\cdot 11\cdot\underset{\underset{1}{\cancel{3}}}{\cancel{9}}}$$

$$=-\frac{4}{11}$$

Terminologie:

$$\underset{\text{factor}}{\underset{\downarrow}{\frac{2}{5}}}\;\underset{\text{maalteken}}{\underset{\downarrow}{\cdot}}\;\underset{\text{factor}}{\underset{\downarrow}{\frac{1}{3}}}=\underset{\text{product}}{\underset{\downarrow}{\frac{2}{15}}}$$



5 De deling

Gehele en decimale getallen

Gehele en decimale getallen delen

1 Bepaal eerst het teken:
   - – bij een oneven aantal mintekens in de opgave;
   - + bij een even aantal mintekens in de opgave.

2 Deel de absolute waarden.

Voorbeelden:

$48 : (-3) = -16$	$-18{,}75 : (-7{,}5) = 2{,}5$
$-100 : (-10) = 10$	$3600 : (-2) = -1800$
$1{,}44 : (-1{,}2) = -1{,}2$	$-0{,}5 : 2{,}5 = -0{,}2$

Breuken

Om breuken door elkaar te delen ga je als volgt te werk:

Breuken delen

1 Bepaal vooraf het teken:
   - – bij een oneven aantal mintekens in de opgave;
   - + bij een even aantal mintekens in de opgave.

2 Vermenigvuldig de eerste breuk met het omgekeerde van de tweede breuk.

3 Pas de regel voor het vermenigvuldigen van breuken toe.

Voorbeeld:

$$\begin{aligned}\frac{-24}{14} : \frac{6}{5} &= -\frac{24}{14}\cdot\frac{5}{6}\\ &= -\frac{\overset{\overset{2}{\cancel{4}}}{\cancel{24}}\cdot 5}{\underset{7}{\cancel{14}}\cdot\underset{1}{\cancel{6}}}\\ &= -\frac{2\cdot 5}{7\cdot 1}\\ &= -\frac{10}{7}\end{aligned}$$

Terminologie:

$$\underset{\text{deeltal}}{\underset{\downarrow}{31{,}64}}\ \underset{\text{deelteken}}{\underset{\downarrow}{:}}\ \underset{\text{deler}}{\underset{\downarrow}{0{,}4}} = \underset{\text{quotiënt}}{\underset{\downarrow}{79{,}1}}$$

6 De machtsverheffing

Vorig jaar leerde je al **machten** berekenen zoals $2^3 = 8$.
Moeilijkere opgaven kon je met behulp van je rekenmachine berekenen.

machten

$\forall\, a \in \mathbb{Q}, \forall\, n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}:$ $\quad a^n = a \cdot a \cdot \ldots \cdot a$ (n factoren)
$\forall\, a \in \mathbb{Q}:$ $\quad a^1 = a$
$\forall\, a \in \mathbb{Q}_0:$ $\quad a^0 = 1$

Voorbeelden:

$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$
$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$
$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$
$10^6 = 1\,000\,000$

Machten berekenen van een negatief getal

1. Bepaal het teken:
   - – als de exponent een oneven getal is; het resultaat heeft dus het teken van het grondtal;
   - + als de exponent een even getal is.
2. Zoek de macht van de absolute waarde van dit getal.

Voorbeelden:

$(-10)^2 = 100$
$(-2)^3 = -8$

Terminologie:

Bij 4^6 noemen we 4 het **grondtal**
6 de **exponent**
4^6 de macht

Opmerkingen:

- Je moet goed opletten voor de mintekens in de opgaven. Onthoud dat de exponent slaat op datgene wat er net voor staat. Als dat een haakje is, dan slaat de exponent op alles wat tussen de haakjes staat.

  Voorbeelden:

  $-(-5)^3 = -(-125) = 125$
  $-(-2)^4 = -(16) = -16$
  $-8^2 = -64$

- De eerste macht van een getal is altijd dat getal zelf.

  Voorbeelden:

  $(5{,}26)^1 = 5{,}26$
  $(-27{,}5)^1 = -27{,}5$

- De nulde macht van een getal verschillend van 0 is altijd 1.

  Voorbeelden:

  $7^0 = 1$
  $(-18)^0 = 1$

Het grondtal van een macht kan ook een breuk zijn. Let goed op waar de exponent bij hoort.

Voorbeelden:

$$\left(\frac{-3}{4}\right)^2 = \left(\frac{-3}{4}\right)\cdot\left(\frac{-3}{4}\right) = \frac{9}{16}$$

$$\frac{-3^2}{4} = \frac{-3\cdot 3}{4} = -\frac{9}{4}$$

$$-\left(\frac{3}{4}\right)^2 = -\left(\frac{3}{4}\right)\cdot\left(\frac{3}{4}\right) = -\frac{9}{16}$$

$$\left(-\frac{3}{4}\right)^1 = -\frac{3}{4}$$

$$\left(-\frac{3}{4}\right)^0 = 1$$

Verderop in dit boek leer je heel wat rekenregels zodat je veel meer zult kunnen uitrekenen zonder rekenmachine.

7 De vierkantsworteltrekking

Voorbeelden:

$\sqrt{25} = 5$ omdat $5^2 = 25$ en omdat het resultaat positief moet zijn.

$\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$ omdat $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$ en omdat het resultaat positief moet zijn.

$\sqrt{0,36} = 0,6$ omdat $(0,6)^2 = 0,36$ en omdat het resultaat positief moet zijn.

Om de **vierkantswortel** van een niet-volkomen kwadraat, breuk of decimaal getal te berekenen, kun je je rekenmachine gebruiken. Om vlot uit het hoofd te kunnen rekenen is het zinvol om de eerste zestien volkomen kwadraten te herkennen. Leer ze daarom van boven naar onderen en van onderen naar boven uit het hoofd.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
x^2	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225

8 De volgorde van de bewerkingen

De **volgorde van de bewerkingen**.

1 Als er haakjes in de opgave staan, werk je die eerst uit. Komen er binnen deze haakjes opnieuw haakjes voor, dan start je in de binnenste haakjes.
2 Daarna bereken je alle machtsverheffingen en worteltrekkingen.
3 Dan bereken je de vermenigvuldigingen en delingen van links naar rechts.
4 Ten slotte reken je de optellingen en aftrekkingen uit, ook van links naar rechts.

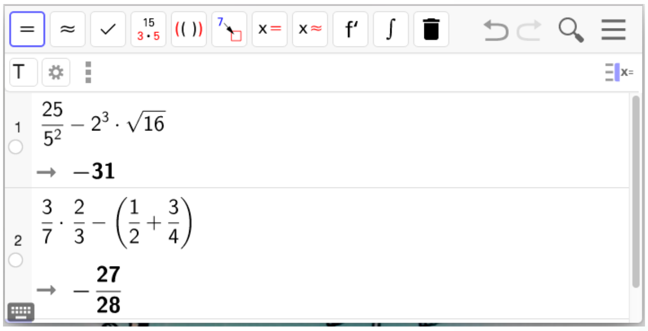
Voorbeelden:

$$
\begin{aligned}
& 25 : 5^2 - 2^3 \cdot \sqrt{16} \\
&= 25 : 25 - 8 \cdot 4 \\
&= 1 - 32 \\
&= -31
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{3} - \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) \\
&= \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{3} - \left(\frac{2}{4} + \frac{3}{4}\right) \\
&= \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{3} - \frac{5}{4} \\
&= \frac{2}{7} - \frac{5}{4} \\
&= \frac{8}{28} - \frac{35}{28} \\
&= -\frac{27}{28}
\end{aligned}
$$

Taak:

Controleer met de CAS van GeoGebra.



1 $\frac{25}{5^2} - 2^3 \cdot \sqrt{16}$

$\rightarrow -31$

2 $\frac{3}{7} \cdot \frac{2}{3} - \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right)$

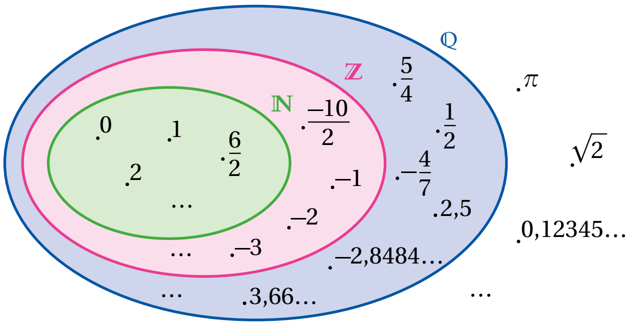
$\rightarrow -\frac{27}{28}$

Volgorde van de bewerkingen

1 Werk de haakjes uit. Staan er in de opgaven verschillende soorten haakjes, dan werk je eerst de binnenste haakjes uit.
2 Bereken alle machtsverheffingen en worteltrekkingen.
3 Bereken de vermenigvuldigingen en delingen van links naar rechts.
4 Reken de optellingen en aftrekkingen van links naar rechts uit.

9 Samenvatting

- Je kent de betekenis van natuurlijke, gehele en rationale getallen.



- Je kent de betekenis van de symbolen $\in$, $\notin$, $\subset$, $\not\subset$, $\Longrightarrow$ en $\Longleftrightarrow$.

$\in$	… is een element van …
$\notin$	… is geen element van …
$\subset$	… is een deelverzameling van …
$\not\subset$	… is geen deelverzameling van …
$\Longrightarrow$	als … dan …
$\Longleftrightarrow$	… als en slechts als …

- Je kunt volgende symbolen gebruiken: $\cup$, $\cap$ en $\setminus$.

$A \cap B$	(doorsnede):	de verzameling van de elementen die behoren tot A **en** tot B.
$A \cup B$	(unie):	de verzameling van de elementen die behoren tot A **of** tot B.
$A \setminus B$	(verschil):	de verzameling van de elementen die behoren tot A **en niet** tot B.

- Je weet dat de lege verzameling voorgesteld wordt als { } of $\varnothing$.

- Je kunt rationale getallen optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen.

- Je kent de definitie van machten.

$a^n = a \cdot a \cdot \ldots \cdot a$	n factoren met $n > 1$
$a^1 = a$	
$a^0 = 1$	$a \neq 0$

- Je kunt een macht van een rationaal getal berekenen (ook met ICT).

- Je kunt de vierkantswortel van een rationaal getal berekenen (ook met ICT).

- Je kunt de volgorde van bewerkingen toepassen.
  1. Haakjes.
  2. Machtsverheffingen en worteltrekkingen van links naar rechts.
  3. Vermenigvuldigingen en delingen van links naar rechts.
  4. Optellingen en aftrekkingen van links naar rechts.

  Staan er in de opgave verschillende soorten haakjes, dan werk je eerst de binnenste haakjes uit.

1.2

Oplossingsmethodes voor vraagstukken

In deze paragraaf herhalen we de oplossingsmethodes die je vorig jaar aangeleerd kreeg.

1 Hoofdbewerkingen

Yes, je mag op jeugdkamp! Net voor je vertrek gaf je moeder je nog wat zakgeld mee. De helft hiervan ging naar de drankjes 's avonds. Bij de dropping kocht je ook nog twee appelkoeken en een flesje water in een winkeltje. Je betaalde hiervoor 3,10 euro. Voor de kaartjes die je opstuurde naar het thuisfront moest je 4,40 euro betalen. Na het kamp had je nog 5 euro over, maar die mocht je van je moeder in je spaarpot stoppen. Hoeveel gaf ze jou als zakgeld mee?

Oplossing:
Dit probleem kun je oplossen met hoofdbewerkingen.
Als je weet dat de helft van je zakgeld naar drankjes ging, dan heb je nog steeds de andere helft over. Die wordt als volgt verdeeld:

€ 3,10 winkeltje
€ 4,40 kaartjes
\+ € 5,00 overschot
€ 12,50 totaal

Om het oorspronkelijke bedrag te kennen, moet je dit totaal verdubbelen.

Antwoord:
Je moeder gaf je € 25 zakgeld mee voor het kamp.

Taak:
Als drie wafels en twee pannenkoeken samen 6,60 euro kosten en vijf wafels en twee pannenkoeken samen 9 euro kosten, hoeveel kost dan één pannenkoek?

2 wafels kosten 2,40 euro twee pannenkoeken kosten 3,00 euro

1 wafel kost 1,20 euro 1 pannenkoek kost 1,50 euro

2 De regel van drie & de verhoudingstabel

WISKUNDE & WETENSCHAPPEN

Apollo 11 was de eerste ruimtemissie waarbij de mens voet op de maan zette. De missie werd gelanceerd in 1969. De Apollo 11 deed in totaal dertig omwentelingen rond onze maan.

Het duurde wel even voor die maan werd bereikt. De beginsnelheid was fenomenaal: 25 000 km/h.
Zodra de raket in de ruimte was, deed ze iets meer dan 78 uur over een afstand van 384 400 km. Wat was de gemiddelde snelheid van de Apollo 11 in de ruimte?

Oplossing:

Met de **regel van drie**:

$$\begin{tikzcd} 78 \text{ uur} \arrow[r] \arrow[d, ": 78"'] & 384\,400 \text{ km} \arrow[d, ": 78"] \\ 1 \text{ uur} \arrow[r] & 4928{,}2 \text{ km} \end{tikzcd}$$

In een **verhoudingstabel**:

: 78

TIJD (IN UUR)	78	1
AFSTAND (IN KM)	384 400	4928,2

: 78

Antwoord:

De gemiddelde snelheid in de ruimte was ongeveer 4928 km/h.

Taak:

a In elke verhoudingstabel is een fout geslopen. Verbeter die.

MASSA OP AARDE (IN KG)	6	36	60	90	~~12~~ 18
MASSA OP DE MAAN (IN KG)	1	6	10	15	3

GEBIED OP SATTELLIETFOTO (IN KM^2)	300	30	180	~~15~~ 60	1200
GROOTTE FOTO (IN CM^2)	10	1	6	2	40

b Een schaalmodel van onze maan (straal 1737 km) heeft als straal 1 cm. Hoe groot is het schaalmodel van de aarde (6371 km) en onze zon (straal 696 340 km)?

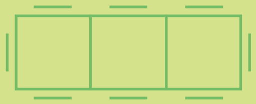
$$\begin{tikzcd} 1737 \text{ km} \rightarrow 1 \text{ cm} \arrow[d, bend right, "\cdot 3{,}67"'] \arrow[d, bend left, "\cdot 3{,}67"] \\ 6371 \text{ km} \rightarrow 3{,}67 \text{ cm} \end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd} 1737 \text{ km} \rightarrow 1\text{cm} \arrow[d, bend right, "\cdot 400{,}89"'] \arrow[d, bend left, "\cdot 400{,}89"] \\ 696\,340 \text{ km} \rightarrow 400{,}89 \text{ cm} \end{tikzcd}$$

3 Het gebruik van letters bij regelmaat

De eigenaar van een feestzaal overweegt nieuwe tafels te kopen die naast elkaar opgesteld moeten worden. Hij twijfelt tussen vierkante en achthoekige tafels.

Hoeveel zitplaatsen bekom je als je van elk 10 tafels voorziet?
Noteer ook de formule die het aantal zitplaatsen weergeeft in functie van het aantal tafels.

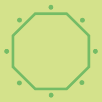
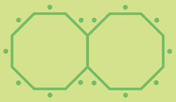
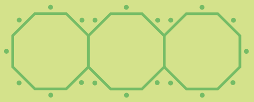
	1	**2**	**3**
OPSTELLING 1			
AANTAL STOELEN	**4**	**6**	**8**

Je merkt op de voorstelling dat elke tafel bovenaan en onderaan één stoel heeft. Helemaal links en helemaal rechts komt er telkens één stoel bij.

Woordformule: het aantal stoelen is gelijk aan het aantal tafels maal twee plus twee

Letterformule: $s = 2 \cdot t + 2$

Oplossing: Bij 10 tafels wordt het aantal stoelen: $2 \cdot 10 + 2 = 20 + 2 = 22$

	1	**2**	**3**
OPSTELLING 2			
AANTAL STOELEN	**8**	**14**	**20**

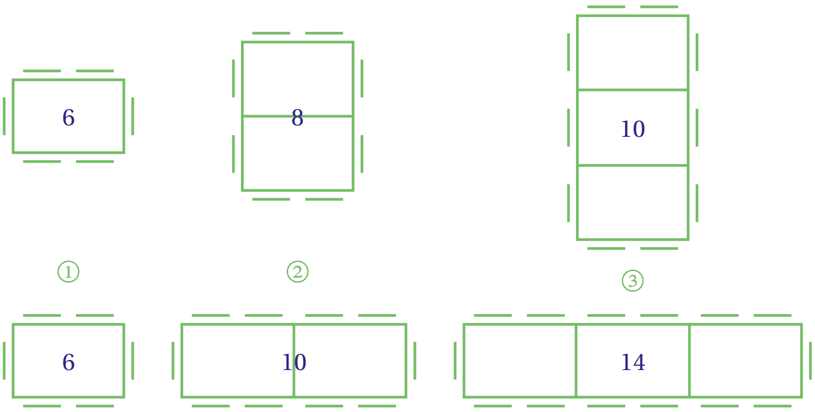
Je merkt op de voorstelling dat elke tafel zes stoelen heeft (drie boven en drie onder). Helemaal links en helemaal rechts komt er telkens één stoel bij.

Woordformule: het aantal stoelen is gelijk aan het aantal tafels maal zes plus twee

Letterformule: $s = 6 \cdot t + 2$

Oplossing: Bij 10 tafels wordt het aantal stoelen: $6 \cdot 10 + 2 = 60 + 2 = 62$

Taak:
Deze tafels kunnen zowel in de lengte als in de breedte tegen elkaar geschoven worden.
Bepaal voor elke mogelijkheid de letterformule en het aantal stoelen bij tien tafels.



$s = 2t + 4$ s = aantal stoelen
t = aantal tafels
$s = 2 \cdot 10 + 4$
$s = 24$

$s = 4t + 2$
$s = 4 \cdot 10 + 2$
$s = 42$

4 Vergelijkingen

Zodra in een gelijkheid als 2 + (–5) = –3 een of meerdere getallen vervangen worden door een onbekende, spreken we van een **vergelijking**. Vorig schooljaar leerde je deze eenvoudige vergelijkingen op te lossen.

$$\begin{aligned} x + a &= b \\ &\Updownarrow \quad \text{in beide leden } a \text{ aftrekken} \\ x &= b - a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x - a &= b \\ &\Updownarrow \quad \text{in beide leden } a \text{ optellen} \\ x &= b + a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x \cdot a &= b \\ &\Updownarrow \quad \text{beide leden delen door } a \ (\neq 0) \\ x &= \frac{b}{a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x : a &= b \\ &\Updownarrow \quad \text{beide leden vermenigvuldigen met } a \\ x &= b \cdot a \end{aligned}$$

Merk op:

Bij $a \cdot x = b$ mag het getal a nooit 0 zijn. Kun je verklaren waarom?

Voorbeelden:

$$\begin{aligned} x+(-5) &= -13 \\ &\Updownarrow \\ x-5 &= -13 \\ &\Updownarrow \\ x &= -13+5 \\ &\Updownarrow \\ x &= -8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -8\cdot x &= 56 \\ &\Updownarrow \\ x &= 56:(-8) \\ &\Updownarrow \\ x &= -7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x-(-2,5) &= -7 \\ &\Updownarrow \\ x+2,5 &= -7 \\ &\Updownarrow \\ x &= -7-2,5 \\ &\Updownarrow \\ x &= -9,5 \end{aligned}$$

Doordat je de distributieve eigenschap kent, kun je al een stap verder gaan. Je moet dan eerst de haakjes wegwerken en daarna de termen met x samenbrengen in één lid.

Voorbeelden:

$$\begin{aligned} 2\cdot(x+4) &= -6 \\ &\Updownarrow \\ 2x+8 &= -6 \\ &\Updownarrow \\ 2x &= -6-8 \\ &\Updownarrow \\ 2x &= -14 \\ &\Updownarrow \\ x &= (-14):2 \\ &\Updownarrow \\ x &= -7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -(x-5) &= 3\cdot(2x+4) \\ &\Updownarrow \\ -x+5 &= 6x+12 \\ &\Updownarrow \\ -x-6x &= 12-5 \\ &\Updownarrow \\ -7x &= 7 \\ &\Updownarrow \\ x &= -1 \end{aligned}$$

Merk op:

Je kunt steeds je resultaat controleren met ICT of door de onbekende in de opgave te vervangen door de oplossing.

$$\begin{aligned} 2\cdot(-7+4) &\overset{?}{=} -6 \\ 2\cdot(-3) &\overset{!}{=} -6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -(-1-5) &\overset{?}{=} 3\cdot(2\cdot(-1)+4) \\ -(-6) &\overset{?}{=} 3\cdot(-2+4) \\ 6 &\overset{!}{=} 3\cdot 2 \end{aligned}$$

Taak:

Los volgende vergelijkingen op:

$$\begin{aligned} x+\left(-\frac{2}{3}\right) &= -1 \\ &\Updownarrow \\ x &= -1+\frac{2}{3} \\ &\Updownarrow \\ x &= \frac{-1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2\cdot(2x-3) &= x+6 \\ &\Updownarrow \\ 4x-6 &= x+6 \\ &\Updownarrow \\ 4x-x &= 6+6 \\ &\Updownarrow \\ 3x &= 12 \\ &\Updownarrow \\ x &= 4 \end{aligned}$$

5 Vraagstukken

Bij sommige vraagstukken kun je het te zoeken getal vervangen door x. Je ‘vertaalt’ dan het vraagstuk naar een vergelijking. Dat noemen we **mathematiseren**. Het vraagstuk beantwoorden en controleren noemen we **demathematiseren**.

Methode:

Het vraagstuk begrijpen:

1 Lees grondig het vraagstuk.
2 Wat je zoekt, stel je voor door x.

Oplossing:

3 Vertaal het vraagstuk naar een vergelijking.
4 Los de vergelijking op.

Antwoord:

5 Formuleer het antwoord en controleer.

Voorbeeld:

Het hoofdkwartier van Apple in San Francisco is een groot cirkelvormig gebouw. Je kunt er als bezoeker niet zomaar binnen, maar je kunt wel rond het gebouw wandelen. Dat is een wandeling van 1,458 km.
Bepaal de straal van de buitencirkel.

Keuze van de onbekende x:
x is de straal van de buitencirkel.

Oplossing:

$$\begin{aligned} 2\cdot\pi\cdot x &= 1458 \\ &\Updownarrow \\ x &= \frac{1458}{2\pi} \\ &\Updownarrow \\ x &\approx 232 \end{aligned}$$

Antwoord:

De straal van de buitencirkel van het gebouw is ongeveer 232 meter.

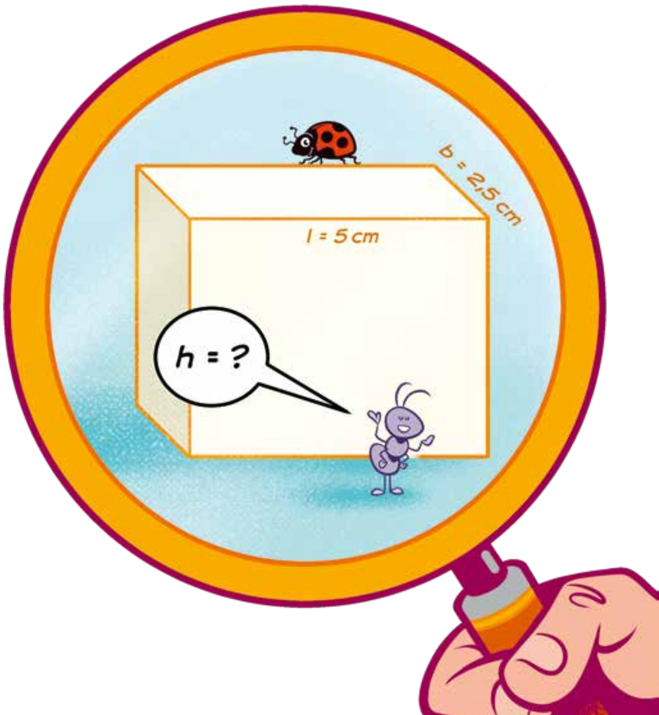
Taak:

Los dit vraagstuk op door het om te vormen naar een vergelijking.

Een lieveheersbeestje besluit om te wandelen over alle ribben van een balk en legt 46 cm af. Hoe hoog is de balk als $l = 5$ cm en $b = 2{,}5$ cm?

- x = hoogte balk
- $$\begin{aligned} 4\cdot5+4\cdot2{,}5+4\cdot x &= 46 \\ &\Updownarrow \\ 20+10+4x &= 46 \\ &\Updownarrow \\ 4x &= 16 \\ &\Updownarrow \\ x &= 4 \end{aligned}$$

ANTWOORD:
De balk is 4 cm hoog.



6 Procentrekenen

Veel vraagstukken in verband met procentrekenen kun je terugbrengen tot een vergelijking.

17 % van 400 is gelijk aan 68

In een opgave met procenten is (zoals in bovenstaande zin) een van de gekleurde getallen het te zoeken getal. We stellen het te zoeken getal voor door x en zetten dan de opgave om in een vergelijking.

Hoeveel procent van 400 is gelijk aan 68?

x % van 400 is 68

$$\begin{aligned} \frac{x}{100}\cdot 400 &= 68 \\ &\Updownarrow \\ x\cdot 400 &= 68\cdot 100 \\ &\Updownarrow \\ x\cdot 400 &= 6800 \\ &\Updownarrow \\ x &= 6800 : 400 \\ &\Updownarrow \\ x &= 17 \end{aligned}$$

17 % van een bepaald getal is 68. Zoek dat getal.

17 % van x is 68

$$\begin{aligned} \frac{17}{100}\cdot x &= 68 \\ &\Updownarrow \\ 17\cdot x &= 68\cdot 100 \\ &\Updownarrow \\ 17\cdot x &= 6800 \\ &\Updownarrow \\ x &= 6800 : 17 \\ &\Updownarrow \\ x &= 400 \end{aligned}$$

Hoeveel is 17 % van 400?

17 % van 400 is x

$$\begin{aligned} \frac{17}{100}\cdot 400 &= x \\ &\Updownarrow \\ 68 &= x \end{aligned}$$

7 Samenvatting

- Je kunt een probleem oplossen door gebruik te maken van:
  - hoofdbewerkingen;
  - de regel van drie;
  - een verhoudingstabel.
- Je kunt vergelijkingen oplossen van de volgende vormen.

$$\begin{aligned} x+a &= b \\ &\Updownarrow \\ x &= b-a \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x-a &= b \\ &\Updownarrow \\ x &= b+a \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x\cdot a &= b \\ &\Updownarrow \\ x &= \frac{b}{a} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x : a &= b \\ &\Updownarrow \\ x &= b\cdot a \end{aligned}$$

- Je kunt eenvoudige vraagstukken oplossen met behulp van een vergelijking.

Methode:

Het vraagstuk begrijpen:

1 Lees grondig het vraagstuk.

2 Wat je zoekt, stel je voor door x.

Oplossing:

3 Vertaal het vraagstuk naar een vergelijking.

4 Los de vergelijking op.

Antwoord:

5 Formuleer het antwoord en controleer.