

时间序列分析对中国平安股票收盘价格的拟合与预测



时间序列分析对中国平安股票收盘价格的拟合与预测..... 1

摘要..... 4

1.引言 4

2.时间序列模型介绍 4

2.1 自回归模型（AR） 5

2.2 滑动平均模型(MOVING AVERAGE MODELS)..... 5

2.3 自回归滑动平均模型(ARMA) 5

2.4 时间序列差分整合自回归移动平均模型（ARIMA） 6

3.ARMA 建模..... 6

3.1 数据介绍..... 6

3.2 时间序列预处理 7

3.2.1 纯随机性检验..... 7

3.2.2 平稳性检验原理简介 8

3.2.3 平稳性检验..... 8

3.2.4 数据差分..... 9

3.3 模型识别与模型定阶 11

3.3.1 相关函数法确定阶数..... 11

3.4 参数估计 12

3.5 模型诊断与检验 14

3.6 ARIMA 股票收盘价预测	15
4. ARCH 建模.....	16
4.1 理论介绍	16
4.1.1 波动集群性(丛集性或积聚性)	16
4.1.2 异方差性(heteroscedasticity)	16
4.1.3 ARCH 模型简介.....	17
4.1.4 GARCH 模型简介.....	17
4.2 建立 GARCH 模型	17
4.3 ARIMA+GARCH 模型拟合	19
5. 结束语.....	19
参考文献.....	19

摘要

本文选取中国平安 2010 年 01 月至 2020 年 01 月十年间日收盘价格进行分析，同时利用 Python 相关的金融分析工具，建立 ARIMA 和 GARCH 模型，对中国平安的收盘价格进行建模与预测。针对波动信息的提取首先是考察 ARIMA(6,1,10)模型的残差平方序列的异方差特征，经 LM 检验和 Q 检验显示残差序列显著方差非齐，且具有自相关性。构造 GARCH(1,1)模型，并根据该模型的拟合并预测未来股票价格，结果表明该模型效果拟合良好，两种预测模型都达到比较理想的预测精度和短期预测可行的效果。

1.引言

时间序列指将某指标按照时间的顺序依次排列，得到排列后的数据结果就是时间序列。时间序列分析的本质就是从时间序列数据中，寻找出潜在的数据之间的规律与联系，从而推理出接下来的时间序列数据。

时间序列分析着重于其本身的概率或者随机性质，由于股价等金融时间序列的波动和趋势受到政策，市场和人为的许多不同因素的影响，影响因素难以被全部考虑，或无法进行量化。金融时间序列有尖峰厚尾、长记忆性、波动集群性(丛集性或积聚性)、条件异方差性等特点，所以，用因变量本身过去或者滞后值以及误差项来解释因变量自身的波动，并且对未来做出预测。目前时间序列预测方面的研究取得了显著成果，其中 ARMA 和 ARCH 模型就是两类较为经典且短期预测效果理想的时间序列模型。

国外的股票市场起步早，发展成熟，长期以来国外的研究者已经对股市的波动性做了充分研究。他们广泛运用 ARCH 类模型对金融市场的波动特征进行实证分析，结果表明，大多数股票市场都表现出波动集聚性、异方差性和非对称性特征。中国股市在 20 多年发展历程中，出现了牛熊市的轮替，也经历了数次跌宕起伏，对比现有的研究成果，我国股票市场在这种情况下是否仍然具有股市波动的一般特性值得我们思考。

2.时间序列模型介绍

研究人员通过各式各样的方法对股票价格的预测展开研究，取得了一定的成果。由于股票系统庞大且复杂，目前研究中还存在许多问题，如对股价的数据建模效果不理想、趋势拟合性较差以及准确率有限等。时间序列模型的理论较为简单且可以应用范围大、对数据和使用者限制不高，时间序列模型已逐步成为金融领域用于预测的模型之一。时间序列有以下四个特点：数据顺序与时间有关、序列值具有随机性、相邻时刻间的数据值具有一定的相关性和序列整体有周期性变化趋势。股票市场中价格的变化也具有这些特点。第一，股

价数据是一组是按照时间倒叙排列的数值(数据顺序与时间有关);第二, 股价变化与多种因素有关, 具有随机性(序列值具有随机性);第三, 有效市场假说理论中表明, 未来股价与当前股价具有关联性(邻时刻间的数据值具有一定的相关性);第四, 股票价格有着长期的, 整体均值上升(或下降)的趋势, 且序列整体有周期性的变化趋势。

经济学家 Box 在上世纪 70 年代表明, 时序分析方法不仅仅是一种统计学方法, 理论上可以在各种领域研究中应用。自回归模型(AR)、滑动平均模型(MA)、自回归滑动平均模型(ARMA)和差分整合自回归移动平均模型(ARIMA)是几种常见的时间序列模型, 下面简要介绍对几种模型: . .

2.1 自回归模型 (AR)

自回归模型 (Autoregressive Models) 是指来自一个时间序列的变量值是由同一个时间序列过去时间的值回归而得。比如, y_t 是基于 y_{t-1} 的回归值:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \epsilon_t \quad (1)$$

在这个回归模型中, 前一个时间段的响应变量已成为预测变量, 并且误差是我们对简单线性回归模型中误差的通常假设。自回归模型的阶数是序列中用于预测当前值的过去时间段的数量。可以看出, 上面的模型是一阶自回归, 记为 AR (1)。

如果我们要使用前两年的全球温度测量值 (y_{t-1} , y_{t-2}) 预测今年的温度测量值 y , 则将要使用的自回归模型将是:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \epsilon_t \quad (2)$$

该模型是二阶自回归模型, 记为 AR (2)。更一般地写为 AR (k) 的 k 阶自回归, 其中任何时间 t 的序列值都是时间 t-1, t-2, ..., t-k 的值的 (线性) 函数。

2.2 滑动平均模型(Moving Average Models)

时间序列模型中的移动平均项是过去时间项的误差 (乘以系数)。

一阶滑动平均 MA 模型, 记为 MA(1), 为:

$$y_t = \mu + \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{t-1} \quad (3)$$

更一般地, q 阶的滑动平均 MA 模型, 记为 MA(q):

$$y_t = \mu + \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{t-1} + \theta_2 \epsilon_{t-2} + \cdots + \theta_q \epsilon_{t-q} \quad (5)$$

2.3 自回归滑动平均模型(ARMA)

顾名思义, 这个模型就是把前面所述的两个模型 AR 和 MA 结合到一起而得到的。

ARMA (p,q)模型的数学表达式为:

$$y_t = \sum_{i=1}^p \varphi_i y_{t-1} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i}$$

上述模型中 p 、 q 为参数， X_t 代表时序的值， $X_{t-i} (i = 1, 2, \dots, p)$ 代表前 p 天的时序值， $\varepsilon_{t-i} (i = 1, 2, \dots, q)$ 表示前 q 天的误差项序列。· ·

2.4 时间序列差分整合自回归移动平均模型（ARIMA）

ARIMA 是由 C.P.Box 和 G.M.Jenkins 提出用于预测时间序列的模型，是 Autoregressive Integrated Moving Average Model 的缩写。金融时间序列大多是不平稳的，需要对数据进行差分处理，用得到差分序列来建立模型。若差分过后的时序是平稳的，还需判断差分后的时间序列是否是白噪声序列；若不是白噪声序列，则表明序列中有某些确定性的信息，还需通过 ARIMA 建立模型进行预测。

基本上，ARIMA 建模方法有五个阶段：一、时间序列预处理（包括纯随机检验和平稳性检验）、二、模型识别与模型定阶，三、参数估计、四、模型诊断和五、模型预测。目前，ARIMA 模型已经广泛的应用于线性时间序列预测中。

3.ARMA 建模

下面我们开始我们的模型建模，首先我们要清楚 ARMA 模型建模基本步骤。

ARMA 模型的建模过程分为六个步骤，具体如下：

第一步：判断时间序列的平稳性。

第二步：对平稳序列做白噪声检验，将序列平稳化：若时间序列为不平稳的，可以通过差分的形式将其平稳化；如时间序列为平稳的，直接进入第三步。

第三步：模型的定阶：通过 ACF 和 PACF 图可以大致判断出 p 和 q 的值，选择使得 AIC/BIC 准则最小的 p 和 q ，用选好的参数进行建模。

第四步：估计未知参数：采用软件或者软件包等，对时间序列进行 OLS 估计，得到回归系数。

第五步：模型检验。确定阶数和参数后，检验建立的模型的模拟值和真实数据之间的残差是否是白噪声，如果残差序列为白噪声，则表明模型与数据吻合良好，测试通过。如果没有，重复步骤 3。

第六步：模型预测：利用上述步骤建立好的 ARIMA 模式，对时间序列进行预测。

3.1 数据介绍

本文通过调用 BaoStock 获取了 2010-2019 十年间中国平安日收盘价，并对 2020 的一月的所有开盘日共 16 天的股票价格进行预测，最后展示股票收盘价格的预测效果。

时间序列随机变量是按时间顺序排列一组随机变量。时序序列 $X: X_1, X_2, \dots, X_n$ 其中时序序列 X 中 X_1, X_2, \dots, X_n 的对应的观测样本值为 x_1, x_2, \dots, x_n 。时间序列由时间点和观测点样本值这两部分组成。在本文中，股票的历史数据就是时间序列随机变量的观测值数据，如下图所示。



图 1: 中国平安股票价格时间序列图

3.2 时间序列预处理

3.2.1 纯随机性检验

原假设：延迟期数小于或等于 m 期的序列值之间相互独立

$$H_0: \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_m = 0$$

备择假设：延迟期数小于或等于 m 期的序列值之间有相关性

H_1 : 至少存在某 $\rho_k \neq 0, \forall m \geq 1, k \leq m$

本文中用基于 jupyter notebook 平台的 python3.7.3 进行下面所有的实验操作。

由图 1 很明显的看出，这个序列不是纯随机序列，保险起见，我们对它做纯随机检验：

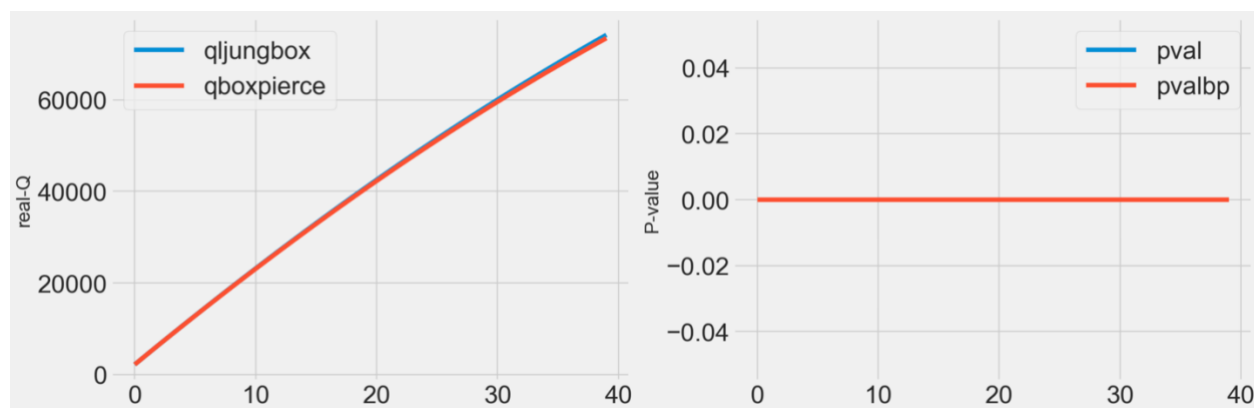


图 2：原序列的白噪声检验统计量和 p 值图

p 值稳定为 0，小于 0.05，拒绝原假设，说明此序列不是纯随机序列，符号我们的直观判断。

3.2.2 平稳性检验原理简介

- 相关函数法

我们使用相关函数法进行初步的定阶工作。我们先简要介绍一下它的原理：

ACF 是一个（完全的）给出任何序列与它自身滞后值的自相关函数，我们将置信区间与数据一起画在图上，简单的说，ACF 描绘了一个序列的当前的值与它过去的值的拟合关系的好坏，一个时间序列通常由一些成分组成，包括趋势，季节性，周期性和残差等，ACF 考虑了所有这些关系的组成，因此它是一个“完全的自相关图”。

PACF 是部分自相关函数，可以被解释为当前面所有的时序值保持不变时，某一特定的滞后值所解释的变化。基本上，它不是像 ACF 那样寻找当前值与滞后值的相关关系的存在，而是找到残差（保留了去除了之前的所有滞后值的影响之后的部分）与下一个滞后值的相关性，因此是“部分”而不是“完整”。举个例子，今天的股票价格可能同时和昨天，前天的股票价格有关，昨天的股票价格可能也与前天的股票价格有关，昨天的 PACF 值就是在去掉前天的影响后，今天和昨天“真实的”相关关系。所有我们可以通过观察 PACF 的值来确定 AR 模型的阶数。

- ADF 检验法

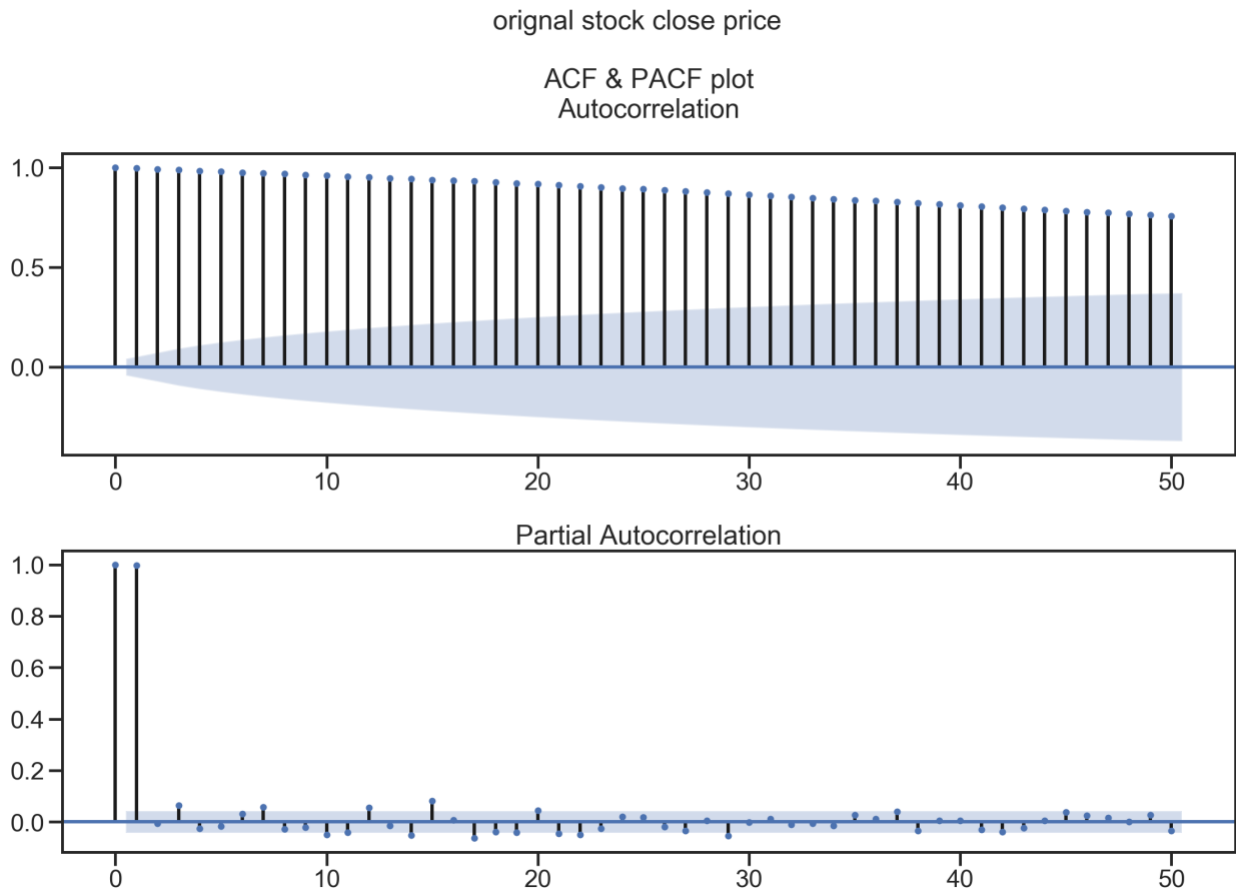
我们所用的检验方法为 AugmentedDickey-FullerTest (ADF)，ADF 检验方法是一种统计学的检测方法，用于检测一个有某种趋势的时间序列的平稳性。是一种重要的单根检测方法。DF(Dickey-Fuller)检验通过检验特征根是在单位圆内还是单位圆上(外)，来检验序列的平稳性。DF(Dickey-Fuller)检验只适用于 AR(1)过程的平稳性检验。为了使检验能适用于 AR(p)过程的平稳性检验，人们对检验进行了一定的修正，得到增广检验 (AugmentedDickey-Fuller)，简记为 ADF 检验。

其原假设是该序列不平稳，拒绝原假设则认为该序列平稳。检测可以有两种途径，一是统计量小于特定拒绝域值；二是 p-value 大于相应域值。如果是，则拒绝假设，认为序列是稳定的。

3.2.3 平稳性检验

从上面的序列图可以看出，股票收盘价格数据的均值随着时间在变大，不仅有自回归部分还有移动平均的部分，而且不满足平稳性所以不能对其直接进行模型拟合。保险起见，还是对数据进行平稳性检验。

我们对原价格序列进行平稳性检验，先画出原序列的相关函数图：



由中国平安股票价格的相关函数图可以看出，其价格的自相关性过强，序列显然不平稳，下面我们进行 ADF 检验：

```
Results of Augmented Dickey Fuller Test:
Test Statistic                -1.866436
p-value                        0.348012
#Lags Used                     21.000000
Number of Observations Used    2183.000000
Critical Value (1%)            -3.433349
Critical Value (5%)            -2.862865
Critical Value (10%)           -2.567475
```

可以看到 p 值为 0.348 大于 0.05，所以我们接受原假设，认为该序列是不平稳的。

3.2.4 数据差分

差分运算有着非常强大的确定性信息提取功能。通常来说，具有随机性趋势的非平稳时间序列会在适当的差分之后显示出平稳序列的性质，此时我们称这个非平稳序列为差分平稳序列。对于这种差分平稳序列我们就需要利用 ARIMA 模型来进行拟合。

我们先对时间序列作差分，经过一次差分后，我们发现序列一直围绕零轴波动，没有明显的规律，数据均值和方差不发生明显变化，成为平稳序列（下图中的橘色线）。

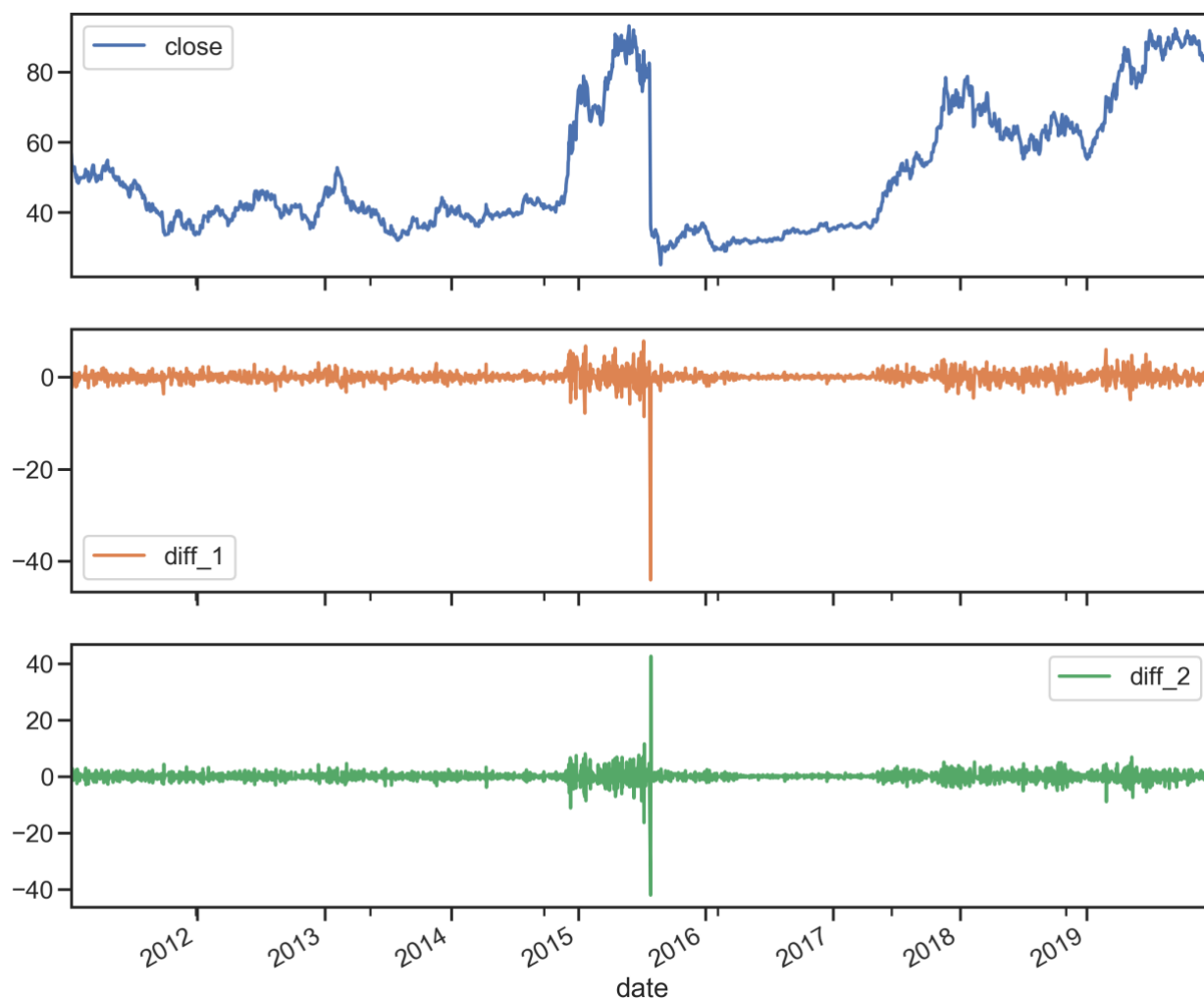


图 3：股票数据两次差分后的时间序列图

我们还可以从原序列看出其具有一定的方差波动集群性，所以在后面我们会检验其异方差性，若存在异方差性，则建立 ARCH/GARCH 模型。

下面我们对一阶差分序列进行 ADF 检验：

ADF Statistic: -8.654246292667343

p-value: 5.018833517581692e-14

{'1%': -3.433372653139527, '5%': -2.8628753016111688, '10%': -2.567480848042739}

从检验结果看出， p 值远小于 0.05 且统计值 ADF 小于 1% 水平下的数字，可以极显著的拒绝原假设，说明一阶差分序列已是平稳序列，适合于建立模型。

下面我们重新对一阶差分后的数据进行白噪声检验。

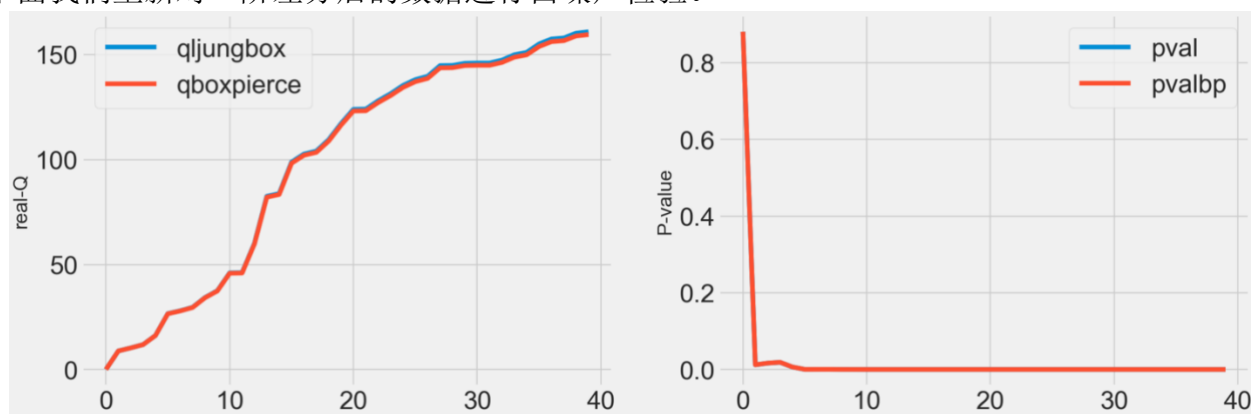


图 4：一阶差分纯随机检验图

此时，再检验序列的纯随机性。结果显示，在各阶延迟下 LB 检验统计量的 p 值都远远小于 0.05，因此可以确定原序列属于非白噪声序列，有继续研究下去及对未来预测的意义。

3.3 模型识别与模型定阶

3.3.1 相关函数法确定阶数

我们画出一阶差分的 ACF 和 PACF 图。

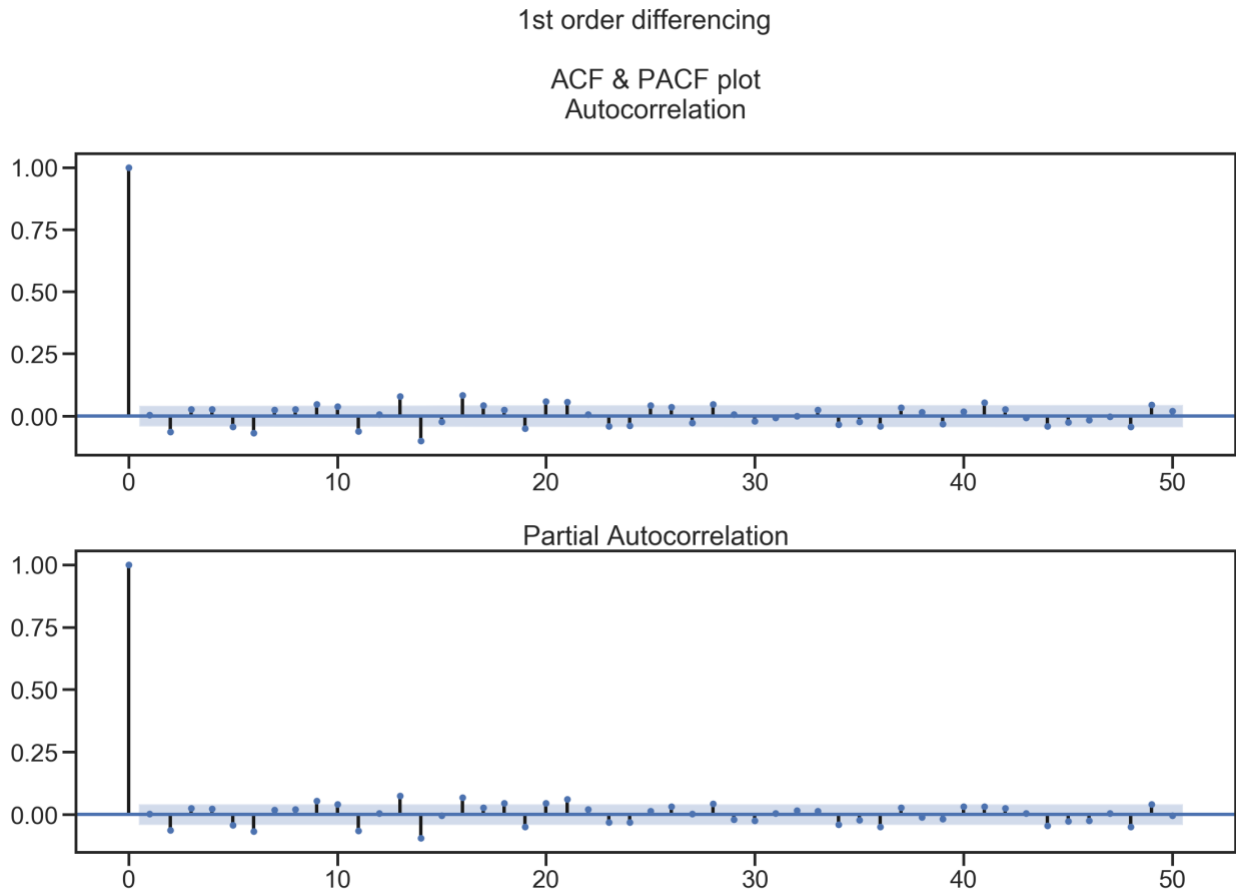


图 5:一阶差分相关函数图

本着模型最简化模型且避免过度差分的原则，我们对一阶的差分的数据选择如下：

- 从自相关函数图看出 $MA(q)$ 的参数 q 应该选取为 2,6 或 10;
- 从偏自相关函数图看出 $AR(p)$ 的参数 p 也应该选取 2,6 或 10.

3.4 参数估计

下面我们拟合如下九个模型，并比较它们的 AIC 值：

模型	AIC
ARIMA(2,1,2)	7930.713
ARIMA(2,1,6)	#计算失败
ARIMA(2,1,10)	7892.665
ARIMA(6,1,2)	7922.804
ARIMA(6,1,6)	7896.412
ARIMA(6,1,10)	7877.764
ARIMA(10,1,2)	7916.486
ARIMA(10,1,6)	7875.049
ARIMA(10,1,10)	7879.132

由 AIC 准则，采用 AIC 值最小确定模型原则，我们选择 ARIMA(6,1,10)作为我们的最终预测模型。

ARIMA(6,1,10)的参数估计如下：

Dep. Variable:		D.y	No. Observations:		2187		
Model:	ARIMA(6, 1, 10)		Log Likelihood		-3920.882		
Method:	css-mle		S.D. of innovations		1.451		
Date:	Sat, 13 Jun 2020		AIC		7877.764		
Time:	01:31:32		BIC		7980.189		
Sample:	1		HQIC		7915.203		
	coef	std err	z	P> z	[0.025	0.975]	
const	5.176e-05	4.87e-05	1.064	0.287	-4.36e-05	0.000	
ar.L1.D.y	-1.7181	0.253	-6.782	0.000	-2.215	-1.222	
ar.L2.D.y	-2.7508	0.444	-6.198	0.000	-3.621	-1.881	
ar.L3.D.y	-2.6047	0.619	-4.210	0.000	-3.817	-1.392	
ar.L4.D.y	-2.1965	0.570	-3.851	0.000	-3.315	-1.078	
ar.L5.D.y	-0.9950	0.410	-2.424	0.015	-1.799	-0.191	
ar.L6.D.y	-0.4508	0.153	-2.937	0.003	-0.752	-0.150	
ma.L1.D.y	0.7276	0.254	2.863	0.004	0.229	1.226	
ma.L2.D.y	1.0028	0.217	4.623	0.000	0.578	1.428	

ma.L3.D.y	-0.1481	0.176	-0.839	0.401	-0.494	0.198
ma.L4.D.y	-0.4134	0.102	-4.034	0.000	-0.614	-0.213
ma.L5.D.y	-1.2163	0.154	-7.895	0.000	-1.518	-0.914
ma.L6.D.y	-0.5993	0.253	-2.366	0.018	-1.096	-0.103
ma.L7.D.y	-0.4714	0.158	-2.988	0.003	-0.781	-0.162
ma.L8.D.y	-0.0183	0.036	-0.505	0.614	-0.089	0.053
ma.L9.D.y	0.0440	0.038	1.165	0.244	-0.030	0.118
ma.L10.D.y	0.0972	0.030	3.226	0.001	0.038	0.156

由上表，除了常数项， ε_{t-3} ， ε_{t-8} 和 ε_{t-9} 系数项的 p 值大于 0.05，其余回归系数全部小于 0.05，说明它们显著，所以认为我们的模型是成功的。

3.5 模型诊断与检验

- 目的与标准：残差项是否为白噪声序列
- 主要是检验模型对原时间序列的拟和效果，就是检验整个模型对信息的提取是否充分，即检验残差序列是否为白噪声序列。
- 如果拟合模型通不过检验，即残差序列不是白噪声序列，那么要重新选择模型进行拟合。如残差序列是白噪声序列，就认为拟合模型是有效的。
- 模型的有效性检验仍然是使用上述 Q 统计量对残差序列进行卡方检验。

下面我们对 ARIMA(6,1,10)模型的残差项进行检验。

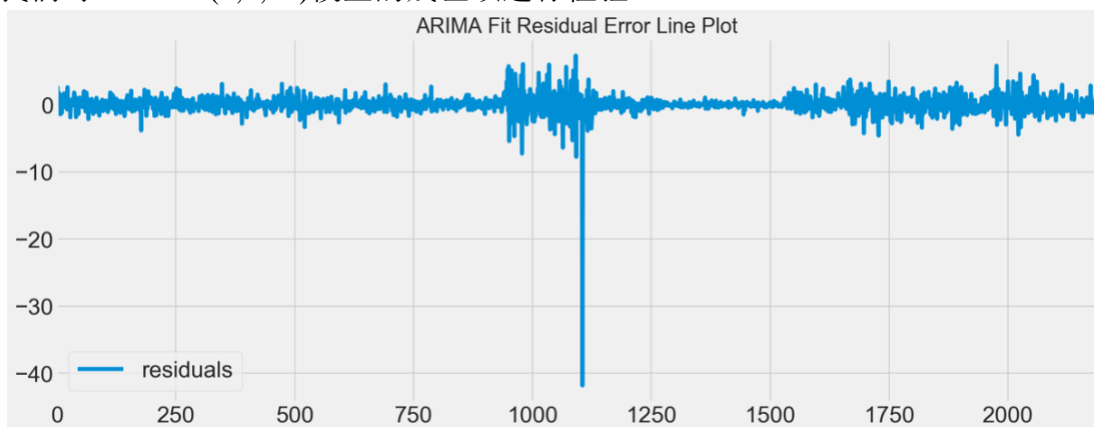


图 6:ARIMA(6,1,10)残差图

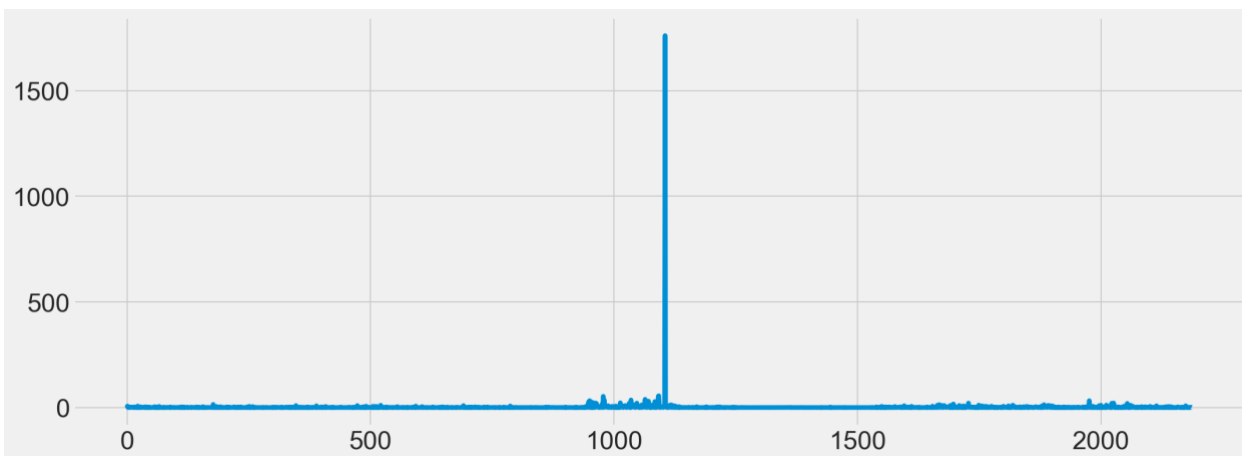


图 7:ARIMA(6,1,10)的残差平方图

画出它的残差图如图 6 和残差平方图如图 7，可以看到残差大致在 0 附近波动，但是存在较明显的波动聚集的现象，初步可以判断出残差序列存在 ARCH 效应。

我们再次用纯随机检验检验其纯随机性，即检验残差序列是否为白噪声序列。

real data:

qljungbox p-values:1.1568625477087433e-05

qboxpierce p-values:1.5044809338035506e-05

由上面的结果，其 p 值均小于 0.05，说明此序列不是一个白噪声序列。因此，我们在之后可能还需要建立 GARCH 模型。

3.6 ARIMA 股票收盘价预测

我们将一阶差分预测数据还原为原序列预测数据后，画出预测模型对 2020 年一月所有开盘日（共 16 天）的中国平安的股票收盘价格的预测值与真实值的对比图，如图 8 所示。

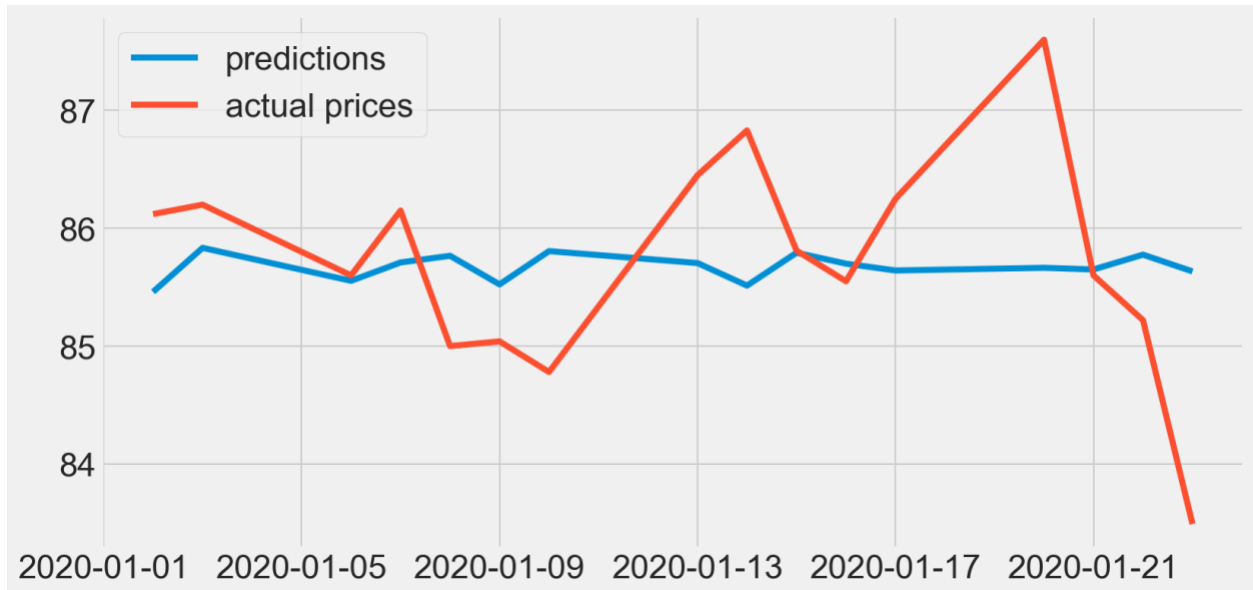


图 8:中国平安收盘价格预测值与真实值对比图

此 ARIMA(6,1,10)预测模型的均方误差为 0.934588853177754。

4. ARCH 建模

建立 ARIMA-GARCH 模型对股票价格进行预测主要包括以下步骤:

- (1)对于选择的 ARIMA 模型进行 ARCH 检验，确定模型是否存在异方差性。若存在异方差性，则需建立 GARCH 模型。
- (2)对于建立的 ARIMA-GARCH 模型进行残差检验。检验残差项是否符合白噪声过程，若不符合，则表明残差项中仍存在相关信息未被提取，并进一步改善模型。
- (3)利用确定好的模型，对宇通客车的股票收盘价格进行预测。

4.1 理论介绍

4.1.1 波动集群性(丛集性或积聚性)

一些时间序列特别是金融时间序列，常常会出现某一特征的值成群出现的情况。如对股票收益率序列建模，其随机扰动项往往在较大幅度波动后紧接着较大幅度的波动，在较小幅度波动后紧接着较小幅度的波动。波动是自相关的。这种性质称为波动的集群性或积聚性(volatility clustering)。

4.1.2 异方差性(heteroscedasticity)

随着金融理论的发展及实证工作的深入，人们发现方差不变性的假设不尽合理；

从事股票价格、通货膨胀率、外汇汇率等金融时间序列预测时，这些变量的预测精度随时期的不同而有很大差异；差异特征可能由于金融市场的波动易受消息、政局变动、政府货

币与财政政策变化等因素的影响；一种特殊的异方差形式——误差项的方差主要依赖于以前期间误差的变化程度，即存在某种自相关性。

经典线性回归模型的一个重要假定是：总体回归函数中的随机误差项满足同方差性，即它们都有相同的方差。如果这一假定不满足，则称线性回归模型存在异方差性。异方差性破坏了古典模型的基本假定，如果我们直接应用最小二乘法估计回归模型，将得不到准确、有效的结果。

4.1.3 ARCH 模型简介

1982 年恩格尔（Engle）提出“条件异方差自回归模型”，简称 ARCH 模型。ARCH 模型获得了 2003 年诺贝尔经济学奖被认为是最集中反映了方差变化特点，而被广泛应用于金融数据时间序列分析的模型。ARCH 理论是目前国际上前沿的用于金融市场资产定价的理论。与传统的 CAPM、APT 理论相比，ARCH 是一种动态非线性的股票定价模型，它突破了传统的方法论和思维方式，摒弃了风险与收益呈线性关系的假定，反映了随机过程的一个特殊性质——方差随时间变化而变化。

ARCH 模型的基本思想如下：

残差序列 ε_t 在 t 时刻的方差与前面时刻的残差平方存在相关性。即残差项本身不存在相关性，但残差项的平方却存在序列相关。

它的一般形式如下：

$$\begin{cases} r_t = f(t, r_{t-1}, r_{t-2}, \dots) + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t = \sigma_t v_t \\ \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 \end{cases} \quad \alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0$$

4.1.4 GARCH 模型简介

Bollerslev(1986)扩充了 Engle(1982)的工作，假设条件方差服从 ARMA 过程。

GARCH(q,m)模型的一般形式如下：

$$\begin{cases} r_t = f(t, r_{t-1}, r_{t-2}, \dots) + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t = \sigma_t v_t \\ \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \dots + \beta_s \sigma_{t-s}^2 \end{cases}$$

$$\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, \beta_j \geq 0,$$

$$\sum_{i=1}^{\max(q,s)} (\alpha_i + \beta_j) \leq 1$$

4.2 建立 GARCH 模型

由前面的分析，我们直观的看出残差项可能存在着波动集群性。我们对之前所构建模型 ARIMA(6,1,10)的方差进行异方差性检验，得到模型存在异方差性，需要建立 GARCH 模

型。由于当 GARCH 模型阶数较高时，会增加模型的不稳定性，因此本文选择 GARCH(1, 1)建立残差模型，得到的模型结果如下表：

Dep. Variable:	residuals	R-squared:	-0.000
Mean Model:	Constant Mean	Adj. R-squared:	-0.000
Vol Model:	GARCH	Log-Likelihood:	-3004.58
Distribution:	Normal	AIC:	6017.16
Method:	Maximum Likelihood	BIC:	6039.92
		No. Observations:	2187
Date:	Sat, Jun 13 2020	Df Residuals:	2183
Time:	03:48:25	Df Model:	4

Mean Model					
	coef	std err	t	P> t	95.0% Conf. Int.
mu	0.0109	1.355e-02	0.803	0.422	[-1.567e-02,3.745e-02]

Volatility Model					
	coef	std err	t	P> t	95.0% Conf. Int.
omega	3.8865e-03	4.038e-03	0.963	0.336	[-4.028e-03,1.180e-02]
alpha[1]	0.0848	7.335e-03	11.559	6.622e-31	[7.041e-02,9.917e-02]

beta[1]	0.9152	1.784e-02	51.303	0.000	[0.880, 0.950]
---------	--------	-----------	--------	-------	-----------------

可以看到，除了常数项，其他的所有参数系数均显著，说明我们建立的模型是成功的。则我们所建立的 GARCH(1,1)模型具体为：

$$\sigma_t^2 = 11.559\varepsilon_{t-1}^2 + 51.303\sigma_{t-1}^2 + 0.963$$

下面我们将水平模型和波动模型进行结合，可以得到完整的模型。

再次进行残差检验，结果如下：

real data:

qljungbox p-values:0.07713874890940838

qboxpierce p-values:0.08685182805845418

结果表明，不能拒绝残差序列符合白噪声过程的原假设，表明残差序列中已经不存在有用的信息待识别。因此不需要对建立的模型进行修正。

4.3 ARIMA+GARCH 模型拟合

所以，我们最终够构建的模型为：ARIMA(6, 1, 10)+GARCH(1, 1)模型。

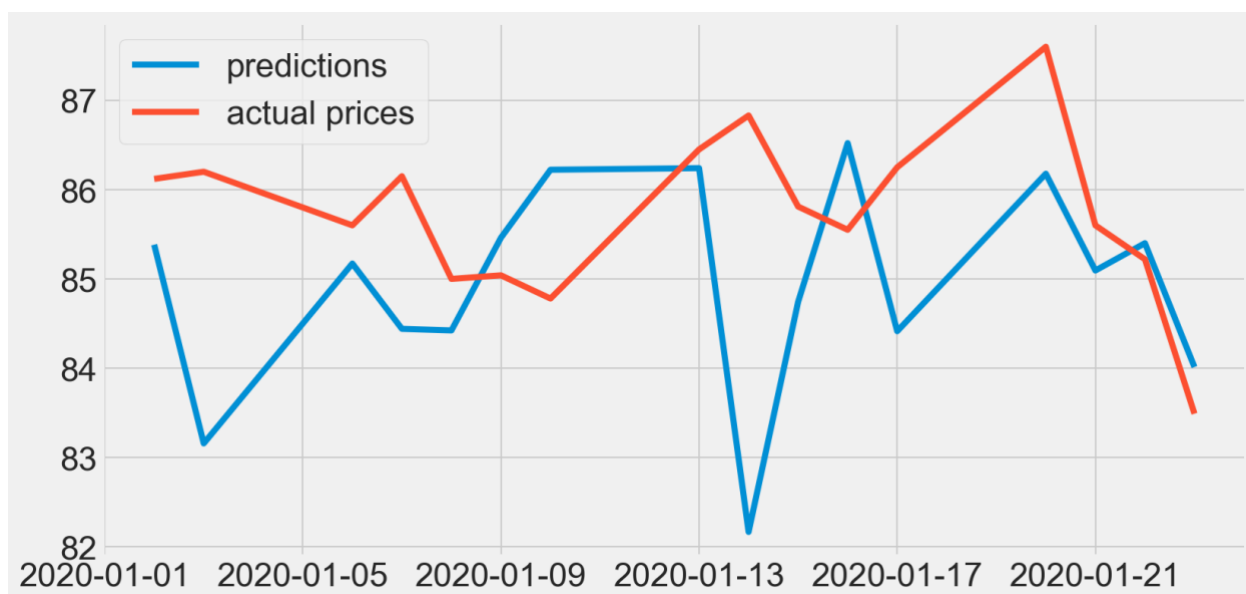


图 9:ARIMA(6,1,10)+GARCH(1,1)模型预测值与真实值对比图

从图 9 中可以看到，经过训练的模型能够预测中国平安的收盘价格，计算出均方误差为 1.68。表明 ARIMA-GARCH 模型可以应用于股票价格预测。

5. 结束语

本文主要介绍 ARIMA 与 GARCH 时间序列模型在股票预测中的应用。通过实证研究，利用 ARIMA 与 GARCH 模型针对 2010 年 01 月 01 日至 2020 年 01 月 01 日的中国平安股票收盘价进行建模分析，对收盘价序列进行了拟合，并进行了误差分析。从实证结果来看，ARIMA 与 ARIMA-GARCH 模型均可以拟合和预测股票的收盘价格，可以应用于股票预测，但效果很一般。可以看到，2015 年 6-7 月左右中国平安的股票价格出现了大幅的震荡，对本文模型的效果造成了影响。本文在选取数据时若选择期间无重大事故发生或政治因素等引起波动的的数据，这样用 ARIMA-GARCH 模型拟合的效果更好。

参考文献

[1]周丹文.MATLAB 中基于 GARCH 模型对股票指数的拟合与预测——以恒生指数为例[J].对外经贸,2020(04):77-80.

[2]王晟坦途.基于 GARCH 族模型的比亚迪股票价格波动性研究[J].价值工程,2020,39(09):280-284.

[3]许舒雅,梁晓莹.基于 ARIMA-GARCH 模型的股票价格预测研究[J].河南教育学院学报(自然科学版),2019,28(04):20-24.

[4]张亚婕.基于 ARIMA 模型对股票和指数预测结果的简单比较分析[J].市场研究,2019(11):23-26.