

诚信应考,考试作弊将带来严重后果!

考试中心填写:

____年____月____日
考 试 用

湖南大学课程考试试卷

课程名称: 高等数学 A(1); 课程编码: _____ 试卷编号: A; 考试时间: 120 分钟

湖南大学课程考试试卷

专业班级:

装订线(题目不得超过此线)

学号:

姓名:

题 号	1~2	3~5	6~8	9~10	11~12	13~14	总分
应得分	12	18	18	14	20	18	100
实得分							
评卷人							

一、计算题I (每题 6 分, 共 30 分)

得 分

1、求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(1 - \cos 2x)}{\sin x - \tan x}$.

2、求极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sin \sqrt{x+1} - \sin \sqrt{x})$.

湖南大学教务处考试中心

得 分

3、设 $a>0$, $b>0$, 且 $y=\left(\frac{x}{a}\right)^b\left(\frac{b}{x}\right)^a\left(\frac{a}{b}\right)^x$, 求 $y'(x)$.

4、设参数方程 $x=\ln(1+t^2)$, $y=t-\arctan t$ 确定函数 $y(x)$, 求 $\frac{d^2y}{dx^2}$.

5、利用微分计算 $\cos 29^\circ$ 的近似值 (计算时保留到小数第三位)

二、计算题II (第 6~ 8 题每题 6 分，第 9~10 题每题 7 分，共 32 分)

得 分

6、求不定积分 $\int \frac{dx}{1 + \sqrt{1 - x^2}}$.

7、计算积分 $\int_1^{+\infty} \frac{\arctan x dx}{x^2}$.

8、已知曲线 $y = f(x)$ 与曲线 $y = \int_0^{\arctan x} e^{-t^2} dt$ 在点(0,0)处的有相同切线，求出该切线方程.

得 分

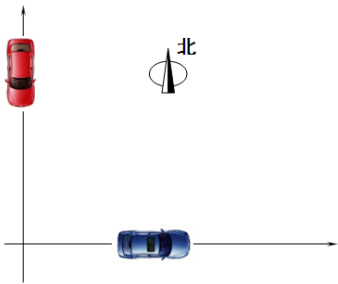
9、求解微分方程 $\cos y dx + (1 + e^{-x}) \sin y dy = 0$.

10、求解微分方程问题 $xy' + y = x \sin x$, $y(\frac{\pi}{2}) = 0$.

得分

三、应用题 (每题 10 分 , 共 20 分) .

- 11、如图，一辆追逐违章汽车的警车正从正北往正南驶向一个直角路口，而违章车已拐过路口向正东驶去. (1) 当警车距路口 0.8km 而违章车离路口向东 0.6km 时，警察用雷达测得两车之间的距离正以 20km/h 的速度缩小. 若此时警车的行驶速度为 70km/h，此时违章车的速度是多少？
- (2) 若两车继续保持上述速度行驶，警车到达路口前，在什么位置两车之间的距离最近？



- 12、一艘质量为 m 的潜艇，从水面上由静止开始铅直下沉，若所受阻力与下沉的速度成正比 (比例系数记为 k)，求下沉的深度 s 与时间 t 之间的函数关系 $s(t)$.

四、讨论和证明题 (第 13 题 10 分 , 第 14 题 8 分 , 共 18 分)

- 13、设直线 $y=ax$ ($0<a<1$) 与抛物线 $y=x^2$ 所围成的图形的面积为 S_1 , 它们与直线 $x=1$ 围成的图形的面积为 S_2 . (1) 当 a 为何值时可使面积 $S_1 + S_2$ 达到最小?
(2) 当 a 为何值时可使 $S_1 + S_2$ 对应的平面图形绕 x 轴旋转一周所成立体的体积达到最小?

- 14、设 $f''(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续, 证明

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{b-a}{2}[f(a) + f(b)] + \frac{1}{2} \int_a^b (x-a)(x-b)f''(x)dx.$$