2020 秋期末考试评分参考（2021.1）

一、选择（每小题 3 分，共 30 分）

1C，2C，3B，4C，5D， 6C，7B，8B，9D，10C

二、填空（每小题 4 分，共 28 分）

1、 $q/(4\pi\varepsilon_0 R)$； 2、0,0； 3、铁磁质， 顺磁质，抗磁质

4、 5.8×10^{-13} ， 8.04×10^{-2} ； 5、 $\dfrac{m}{lS}$，$\dfrac{25m}{9lS}$

6、 $h/(2m_e eU_{12})^{1/2}$；7、1，0， $\dfrac{1}{2}$ 或 $-\dfrac{1}{2}$ 锐

三、问答题 能流密度定义 4 分，第二问 1 分

单位时间内，流过垂直单位面积的电磁波能量（或 $S = E\times H$ ）4 分；以场的形式（依托导线）传到负载 1 分。

四、计算题

1、解：在球内取半径为 r、厚为 dr 的薄球壳，该壳内所包含的电荷为

$$\mathrm{d}q = \rho\,\mathrm{d}V = Ar\cdot 4\pi r^2\,\mathrm{d}r \qquad 1\text{ 分}$$

在半径为 r 的球面内包含的总电荷为

$$q = \int_V \rho \mathrm{d}V = \int_0^r 4\pi A r^3\,\mathrm{d}r = \pi A r^4 \quad (r\leqslant R) \qquad 1\text{ 分}$$

以该球面为高斯面，按高斯定理有 $E_1\cdot 4\pi r^2 = \pi A r^4/\varepsilon_0$ 3 分

得到 $E_1 = Ar^2/(4\varepsilon_0)$， $(r\leqslant R)$ 3 分

方向沿径向，$A>0$ 时向外, $A<0$ 时向里.

在球体外作一半径为 r 的同心高斯球面，按高斯定理有

$$E_2\cdot 4\pi r^2 = \pi A R^4/\varepsilon_0$$

得到 $E_2 = AR^4/(4\varepsilon_0 r^2)$， $(r>R)$

方向沿径向，$A>0$ 时向外，$A<0$ 时向里. 2 分

2、解：以 O 为圆心，在线圈所在处作一半径为 r 的圆．则在 r 到 r + dr 的圈数为

$$\frac{N}{R_2 - R_1}\mathrm{d}r \qquad 3\text{ 分}$$

由圆电流公式得 $$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0 NI\,\mathrm{d}r}{2r(R_2-R_1)} \qquad 4\text{ 分}$$

$$B = \int_{R_1}^{R_2}\frac{\mu_0 NI\,\mathrm{d}r}{2r(R_2-R_1)} = \frac{\mu_0 NI}{2(R_2-R_1)}\ln\frac{R_2}{R_1} \qquad 3\text{ 分}$$

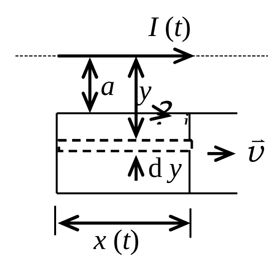
方向⊙

3、解：线框内既有感生又有动生电动势．设顺时针绕向为 $_i$ 的正方向．由 $_i = -\mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}t$ 出发，先求任意时刻 t 的 $\Phi(t)$

$$\Phi(t) = \int \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

$$= \int_a^{a+b}\frac{\mu_0 I(t)}{2\pi y}x(t)\,\mathrm{d}y \qquad 2\text{ 分}$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi}I(t)x(t)\ln\frac{a+b}{a} \qquad 2\text{ 分}$$



再求 $\Phi(t)$对 t 的导数：

$$\frac{\mathrm{d}\Phi(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mu_0}{2\pi}(\ln\frac{a+b}{b})(\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}x + I\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t})$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi} I_0 e^{-\lambda t} \upsilon (1-\lambda t) \ln \frac{a+b}{a} \qquad (x = \upsilon t)$$

$\therefore$ $$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\mu_0}{2\pi} \upsilon I_0 e^{-\lambda t} (\lambda t - 1) \ln \frac{a+b}{a}$$ 4 分

ε_i 方向：$\lambda t < 1$ 时，逆时针；$\lambda t > 1$ 时，顺时针． 2 分

4、解：

方法一：设粒子能量为 E, 根据一维定态薛定谔方程

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} = E\psi$$ 2 分

令 $k^2 = (2mE)/\hbar^2$

上面方程可改写为 $$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = 0$$

方程的解为 $\psi = A\cos kx + B\sin kx$ 1 分

由题意 $x \leqslant 0$ $\psi = 0$

$x \geqslant a$ $\psi = 0$ 1 分

可得 $A = 0$， $B\sin ka = 0$.

因为 B 不可能等于 0，所以必须 $\sin ka = 0$

则 $ka = n\pi$，$k = n\pi/a$，

n 不能取零值，如果 $n = 0$，导则 $k = 0$，$\psi(x)$在 $0 < x < a$ 区间各处都为零，与原题不合．故 $\psi = B\sin(n\pi x/a)$ $n = 1，2，\cdots\cdots$ 1 分

粒子能量 $E_n = (n^2h^2)/(8ma^2)$ $n = 1，2，\cdots\cdots$ 1 分

根据归一化条件 $$\int_0^\infty |\psi|^2 dx = 1$$

可得 $$\int_0^a B^2 \sin^2(n\pi x/a) x\, dx = 1$$

$$B = \sqrt{2}/\sqrt{a}$$

所以粒子的归一化波函数为 $$\psi = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi x}{a}$$ 1 分

求能量方法二驻波法: $a = n\frac{\lambda}{2}$ 2 分

$$\lambda = \frac{h}{p} \qquad p = \frac{h}{\lambda} = \frac{nh}{2a}$$ 2 分

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2m}\left(\frac{nh}{2a}\right)^2 = (n^2h^2)/(8ma^2)$$ 1 分

方法三 求基态能量：$\Delta x \Delta p \geq h/2$ （或$\geq h$、$\hbar$、$\hbar/2$） $\Delta x = a$ 2 分

$$p \geq \Delta p \geq h/(2a)$$ 1 分

$$E \geq \frac{p^2}{2m} \geq \frac{h^2}{8ma^2}$$ 1 分