2014年7月高数A2

试 用

课程名称：高等数学A(2) 课程编码：______ 试卷编号：A ；考试时间：120分钟

题　号	1~10	11~12	13~14	15~16	17~18	19~20					总分
应得分	30	14	14	14	14	14					100
实得分											
评卷人											

装订线（题目不得超过此线）

一、填空题(每小题3分，共30分)

1、点 $(1,2,1)$ 到平面 $\pi: x+2y+2z-10=0$ 的距离为______________

2、曲线 $\begin{cases} x^2+y^2+2z^2=1 \\ x^2-y^2+z^2=1 \end{cases}$ 在 xOy 坐标面上的投影曲线是 ______________

3、函数 $f(x,y)=xy+\sin(x+2y)$ 在点 $(0,0)$ 处沿 $\vec{l}=(1,2)$ 的方向导数

$\frac{\partial f}{\partial l}\Big|_{(0,0)}=$______

4、设 L 为连接 $(1,0)$ 与 $(0,1)$ 两点的直线段，则 $\int_L (x+y)ds=$______

5、已知一元函数 $f(x)$ 可导，二元函数 $\varphi(x,y)$ 可微；$f(0)=\varphi(0,0)=0$，

$f'(0)=1$，$\varphi'_x(0,0)=2$，$\varphi'_y(0,0)=3$ ；设 $z=f(\varphi(f(x),f(x)))$，则

$\frac{dz}{dx}\Big|_{x=0}=$ ______________

6、若正项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} n^p$ 收敛，则常数 p 的取值范围为 ______________

7、函数 $f(x,y)=\begin{cases} \frac{xy^2}{x^2+y^4}, & x^2+y^2\neq 0 \\ 0, & x^2+y^2=0 \end{cases}$ 在点 $(0,0)$ 处的偏导数 $f'_x(0,0)=$____

8、曲面 $xyz=8$ 上平行于平面 $x+2y+4z=0$ 的切平面方程是________

9、函数 $f(x)=\begin{cases}-1, & -\pi \le x < 0 \\ 1, & 0 < x \le \pi\end{cases}$ 的傅里叶系数 $b_n(n=1,2,\cdots)=$________

10、设 $u=yf(\frac{x}{y})+xf(\frac{y}{x})$，其中 f 具有二阶连续导数，则 $x\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+y\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=$________

二、计算题（每小题 7 分，共 63 分）

11、求极限 $\lim\limits_{\substack{x\to\infty \\ y\to 0}}(1+\frac{1}{x})^{\frac{x^2}{x+y}}$.

12、设 $u=f(\frac{x}{y},\frac{y}{z})$，其中 f 具有连续偏导数，求 du .

13、计算 $I=\int_0^2 dx\int_x^2 e^{-y^2}dy$.

14、计算 $I=\iint\limits_{\Sigma}2x^3dydz+2y^3dzdx+3(z^2-1)dxdy$，其中 Σ 是曲面 $z=1-x^2-y^2$ $(z\geq 0)$ 取上侧.

15、将函数 $f(x)=\ln(1+x+x^2+x^3)$ 展开成 x 的幂级数.

$$\ln\frac{1-x^4}{1-x}=\ln(1-x^4)-\ln(1-x)$$

分别展开

16、计算曲线积分 $\int_L(e^x\sin y-m)dx+(e^x\cos y-mx)dy$，其中 m 为常数，L 为由点 $A(a,0)$ 至原点 $O(0,0)$ 的上半圆周 $x^2+y^2=ax$ $(a>0)$.

17、计算曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma}\frac{dS}{z}$，其中 Σ 是球面 $x^2+y^2+z^2=a^2$ 被平面 $z=h$ $(0<h<a)$ 截出的顶部.

18、设 $f(x)$ 为连续函数，$f(0)=a$，$F(t)=\iiint\limits_{\Omega}[z+f(x^2+y^2+z^2)]dv$，其中 Ω 是由曲面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 与 $z=\sqrt{t^2-x^2-y^2}$ 所围成的闭区域，求极限 $\lim\limits_{t\to 0^+}\frac{F(t)}{t^3}$.

19、利用正项级数判敛方法说明级数 $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{n}{n+1}\cdot\frac{1}{2^n}$ 是收敛的；并求出该级数的和.

三、应用题（本题7分）

20、在半径为 R 的球内，求一个表面积为最大的内接长方体.