

作业二

1. 请用真值表的方法证明下列语句是有效的, 可满足的, 还是不可满足的? (20 分)

a) $(P \wedge Q) \vee \neg Q$

b) $((P \wedge Q) \Rightarrow R) \Leftrightarrow ((P \Rightarrow R) \vee (Q \Rightarrow R))$

【answer】

a) 可满足的(6 分) 真值表 4 行每行 1 分

b) 有效的(6 分) 真值表 8 行每 2 行 1 分

2. 考虑下列的一阶逻辑表达式:

1. $\forall x [\text{equal}(x, x)]$

2. $\forall y, z [\text{equal}(y, z) \Rightarrow \text{equal}(z, y)]$

3. $\forall w, s, t [\text{equal}(w, s) \wedge \text{equal}(s, t) \Rightarrow \text{equal}(w, t)]$

4. $\text{equal}(b, a)$

5. $\text{equal}(b, c)$

其中 x, y, z, w, s, t 是变量, a, b, c 是常数。

a) 讲 1, 2, 3 式子转换为 CNF 形式(9 分)

b) 从上述知识库(KB)中使用归结算法证明结论 $\text{equal}(c, a)$ 。(16 分)

【answer】

a) 1. $\text{equal}(x, x)$

2. $\neg \text{equal}(y, z) \vee \text{equal}(z, y)$

3. $\neg \text{equal}(w, s) \vee \neg \text{equal}(s, t) \vee \text{equal}(w, t)$

b) $\neg \text{equal}(y, z) \vee \text{equal}(z, y)$ 与 $\text{equal}(b, a)$ 归结
得到 $\text{equal}(a, b)$

$\neg \text{equal}(w, s) \vee \neg \text{equal}(s, t) \vee \text{equal}(w, t)$ 与 $\text{equal}(a, b)$
得到 $\neg \text{equal}(b, t) \vee \text{equal}(a, t)$

$\neg \text{equal}(b, t) \vee \text{equal}(a, t)$ 与 $\text{equal}(b, c)$ 归结
得到 $\text{equal}(a, c)$

$\neg \text{equal}(y, z) \vee \text{equal}(z, y)$ 与 $\text{equal}(a, c)$ 归结
得到 $\text{equal}(c, a)$ (答案不唯一)

3. 把下列表达式转换为 CNF 形式 (10 分)

$$(\forall x \forall y \exists z q(z, y, x)) \rightarrow (\neg \exists x \{ \forall y [p(x, y) \rightarrow q(x, y)] \})$$

【answer】

$$(\neg q(z, C_2, C_1) \vee p(w, F(w))) \wedge (\neg q(z, C_2, C_1) \vee \neg q(w, F(w)))$$

4. 考虑从一副标准的 52 张纸牌 (不含大小王) 中分发每手 5 张牌的扑克牌域。假设发牌人是公平的。

a) 在联合概率分布中共有多少个原子事件 (即, 共有多少种 5 张手牌的组合)? (5 分)

b) 每个原子事件的概率是多少? (5 分)

c) 拿到大同花顺 (即同花的 A、K、Q、J、10) 的概率是多少? (5 分)

d) 四同张 (4 张相同的牌, 分别为 4 种花色) 的概率是多少? (5 分)

【answer】

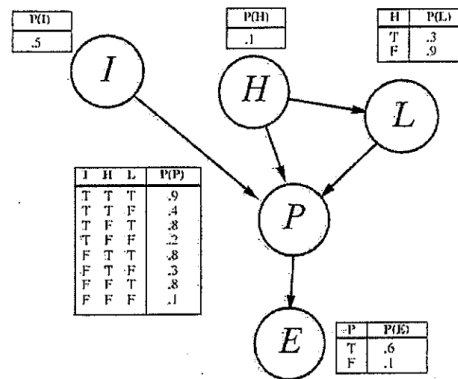
a)共有多少个原子事件: C_{52}^5

b)每个原子事件的概率: $\frac{1}{C_{52}^5}$

c)拿到大同花顺的概率: $\frac{4}{C_{52}^5}$

d)四同张的概率: $\frac{C_{13}^1 C_{48}^1}{C_{52}^5}$

5. 参考下图中的贝叶斯网络（见图二），其中布尔变量 I=聪明(intelligence) H=诚实(Honest) P=受欢迎的(Popular) L=大量的竞选资金 E=竞选成功



(a) 根据该网络结构，是否可以得到 $P(I, L, H) = P(I)P(L)P(H)$, 如果不是，请给出正确的表达式； (6 分)

(b) 根据该网络结构计算 $P(i, h, \neg l, p, \neg e)$ 的值，只有答案没有步骤不得分； (8 分)

(c) 假设已知某个人是诚实的，没有大量的竞选资金但是竞选成功了，那么他是聪明的概率是多少？只有答案没有过程不得分。 (11 分)

【answer】

(a) $P(I, L, H) = P(I)P(L|H)P(H)$

(b) $P(i, h, \neg l, p, \neg e) = P(\neg e|p)P(p|i, h, \neg l)P(i)P(\neg l|h)P(h) = 0.0056$

(c) $P(i, h, \neg l, p, e) = P(i)P(h)P(\neg l|h)P(p|i, h, \neg l)P(e|p) = 0.0084$

$P(i, h, \neg l, \neg p, e) = P(i)P(h)P(\neg l|h)P(\neg p|i, h, \neg l)P(e|\neg p) = 0.0021$

$P(\neg i, h, \neg l, p, e) = 0.0063$

$P(\neg i, h, \neg l, \neg p, e) = 0.00245$

$P(i|h, e, \neg l) = P(i, h, e, \neg l) / P(h, e, \neg l) = (P(i, h, \neg l, p, e) + P(i, h, \neg l, \neg p, e)) / (P(i, h, \neg l, p, e) + P(i, h, \neg l, \neg p, e) + P(\neg i, h, \neg l, p, e) + P(\neg i, h, \neg l, \neg p, e)) = 0.5455$ (四位有效数字)