第15章 电磁场

第15章 电磁场

§15.1 法拉第电磁感应定律

§15.2 动生电动势

§15.3 感生电动势

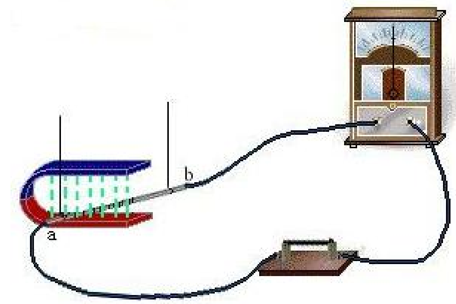
§15.4 自感和互感

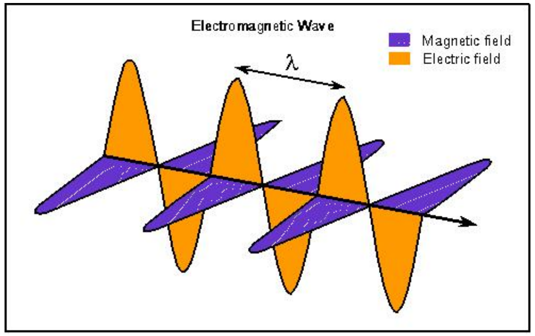
§15.5 磁场的能量

§15.6 位移电流

§15.7 麦克斯韦方程组

§15.8 电磁波





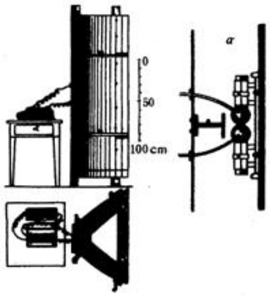
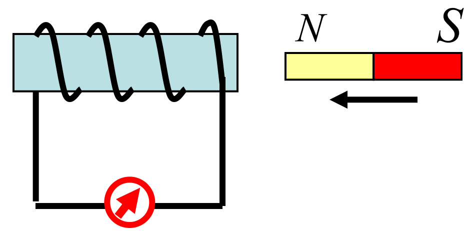


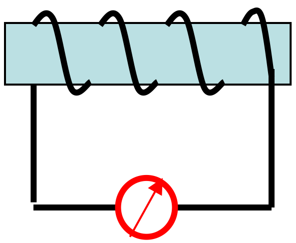
图4 赫兹的电磁波实验

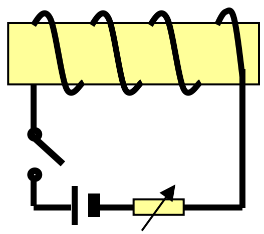
作业：练习册

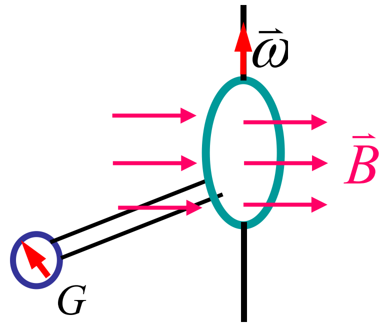
§ 1 法拉第电磁感应定律

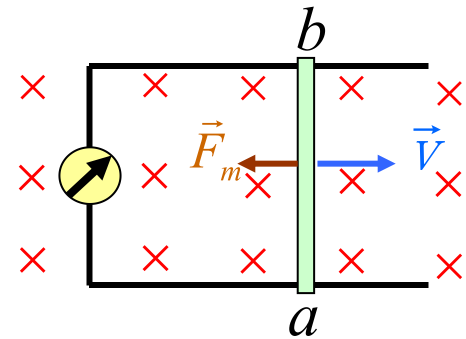
一、电磁感应现象











当穿过一个闭合导体回路所包围的面积内的磁通量发生变化时，在导体回路中就有电流产生。这种现象称为电磁感应现象。

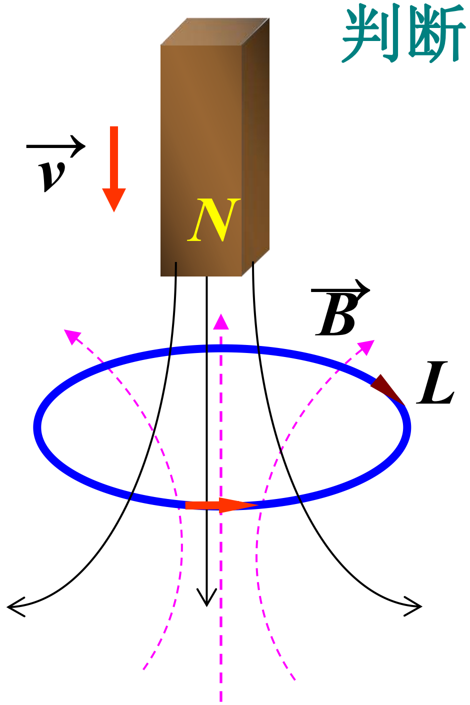
回路中所产生的电流称为感应电流。

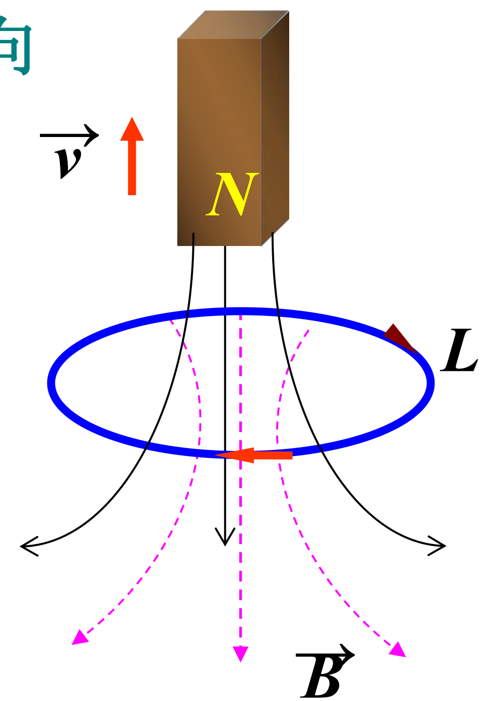
相应的电动势则称为感应电动势。

二、楞次定律——判断感应电流的方向（16-1）

闭合回路中感应电流的方向，总是使感应电流的磁场阻碍引起感应电流的磁通量的变化。 楞次定律实质上是能量守恒定律在电磁感应现象上的具体体现。

判断感应电流的方向





感应电流的磁场 — 阻碍磁通量的变化

三、法拉第电磁感应定律

回路中感应电动势的大小与穿过回路的磁通量变化率成正比。

$$\varepsilon = -k\frac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t}$$

$$\boxed{\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt}}$$

国际单位制中 $k=1$

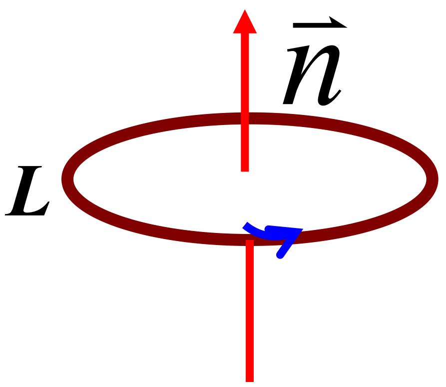
负号表明ε 的方向与楞次定律判断一致

ε方向的确定：

(1)确定回路的绕行方向；

(2)按右手螺旋法则确定回路面积的正法向；

(3)确定穿过回路面积磁通量的正负；

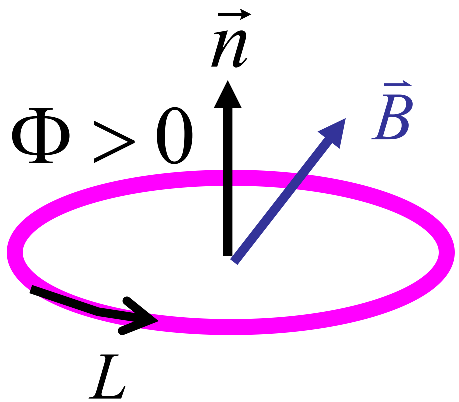


(4)由$\varepsilon_i = -\mathrm{d}\varphi/\mathrm{d}t$确定：若$\varepsilon_i>0$，则$\varepsilon_i$与绕行方向一致;若$\varepsilon_i<0$ ε_i与绕行方向相反。

练习：线圈周围突然有磁场存在时，判断其感应电动势方向。

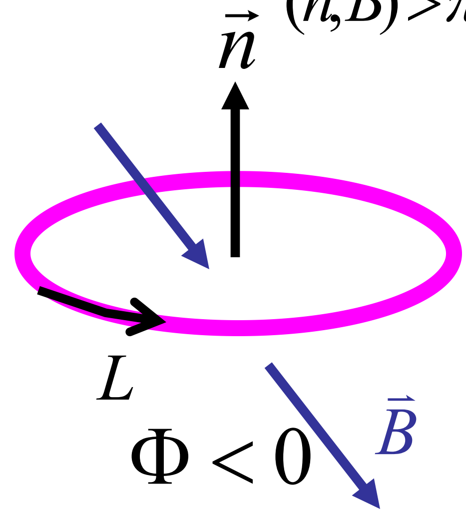
$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

$\widehat{(\hat{n},\vec{B})} < \pi/2$



$\Delta\Phi > 0, \varepsilon < 0$

$\widehat{(\hat{n},\vec{B})} > \pi/2$



$\Delta\Phi < 0, \varepsilon > 0$

电动势方向：　ε 与 L 反向　　　ε 与 L 同向

若回路由多匝线圈构成，

$$\boxed{\varepsilon = -\frac{d\Psi}{dt}}$$

$$\Psi = \sum_i \Phi_i$$ ——全磁通

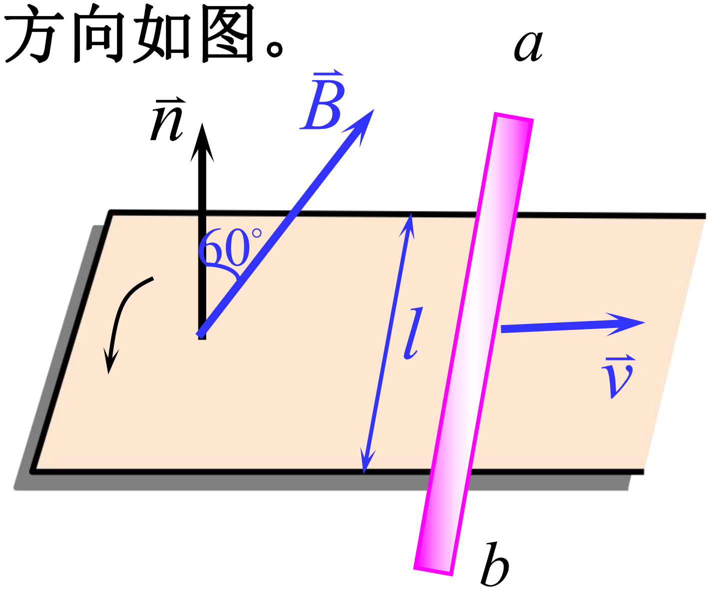
如果每匝中通过的磁通量都相同

$$\Psi = N\Phi$$ ——磁链

利用法拉第电磁感应定律求ε的关键：求$\boldsymbol{\Phi_m}$

例1 空间上均匀的磁场 $B = kt\ (k > 0)$，方向如图。

导线ab以$\vec{v}$匀速右平动。



求：t 时刻回路中的感应电动势 ε 。

解： 选取回路方向(如图).

法1： $d\Phi_m = \vec{B}\cdot d\vec{S} = B\cdot dS\cos 60^\circ$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{Bldx\ \cos\ 60^0}{dt} = -\frac{1}{2}\frac{ktldx}{dt} = -\frac{1}{2}klvt$$

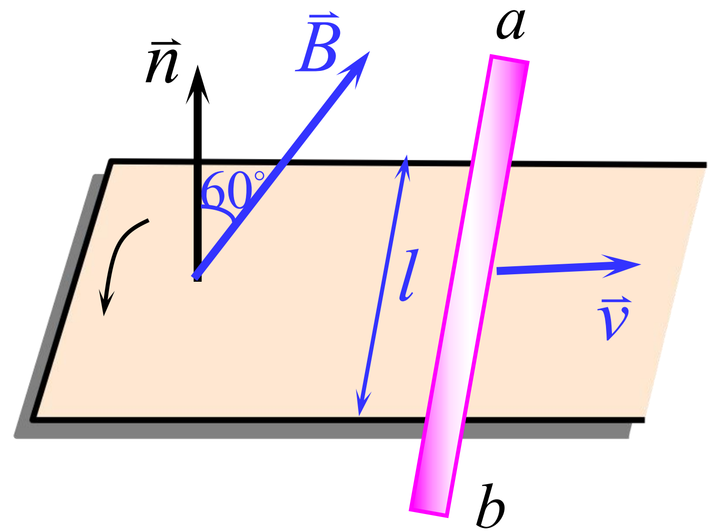
法2： $\Phi_m = \vec{B}\cdot\vec{S} = BS\cos 60^\circ = \frac{1}{2}Blx = \frac{1}{2}Blvt = \frac{1}{2}klvt^2$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{1}{2}Blv = -\frac{1}{2}klvt$$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -klvt$$

ε < 0， ε 方向与标定回路的方向相反：$a \rightarrow b$.

错误分析



因B为均匀场

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S}$$

$$d\phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} + \vec{S} \cdot d\vec{B} \neq \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

注意:

B为非均匀场的情况

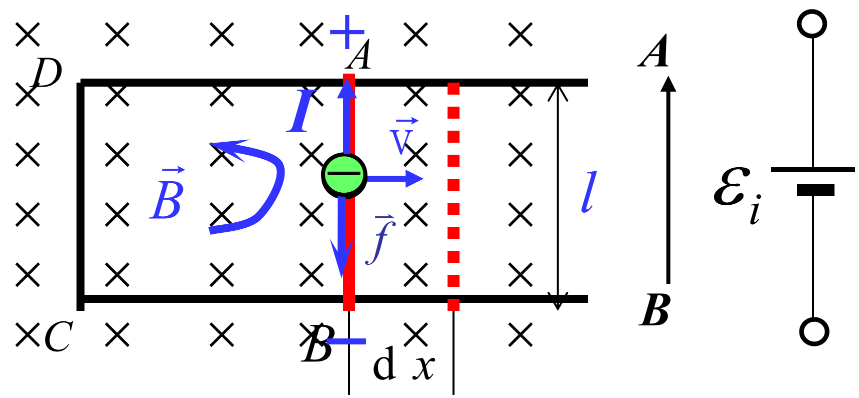
一般应先对空间坐标积分求t时刻回路磁通量, 再对时间坐标微分求t时刻回路中的感应电动势 .

§ 2 动生电动势

回路或其一部分相对恒定磁场运动，引起穿过回路的磁通变化——动生电动势。

一、动生电动势

运动导线在磁场中的感应电动势



$$\mathrm{d}\Phi = \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = Bl\,\mathrm{d}x$$

$$|\varepsilon_i| = \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = Bl\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = Bl\mathrm{v}$$

动生电动势可看成是由洛仑兹力引起的。

$$\vec{f} = -e(\vec{v}\times\vec{B}),$$

非静电场强 $E_k = \dfrac{\vec{f}}{-e} = \vec{v}\times\vec{B}$

$$\varepsilon = \int_{-}^{+}\vec{E}_k\cdot d\vec{l}$$

$$\boxed{\varepsilon = \int_{-}^{+}(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}}$$

$$U_A - U_B = \mathcal{E}_{BA} - rI\ ,\ U_A > U_B$$

注意两点

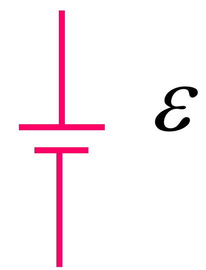
$$\varepsilon = \int_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

1. $(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l} = vB\sin(\vec{v}, \vec{B}) \cdot \mathrm{d}l\cos(\vec{v} \times \vec{B}, \mathrm{d}\vec{l})$

1)若 $\vec{v}$，$\vec{B}$均匀，$(\widehat{\vec{v}, \vec{B}}) = \alpha$，$\varepsilon = Blv\sin\alpha$

特别地，$\vec{v} \perp \vec{B}$,$(\vec{v} \times \vec{B})$与$d\vec{l}$同向，$\varepsilon = Blv$ （16-2）

2)若 $\vec{v} // \vec{B}$, $\vec{v} \times \vec{B} = 0 \quad \therefore \quad \varepsilon = 0$

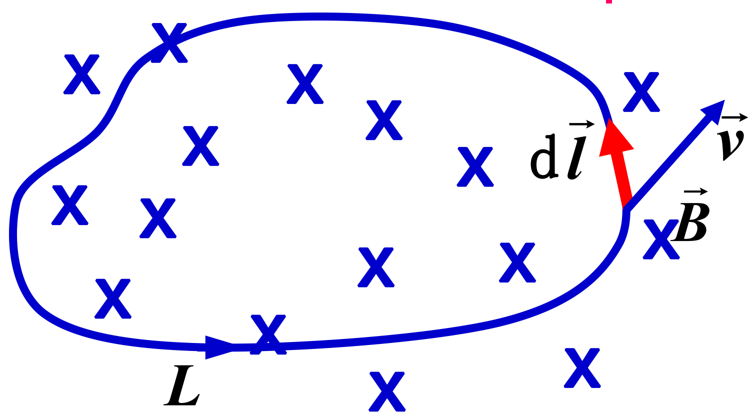


2. 电动势是有方向的： 由 $\vec{v} \times \vec{B}$ 决定。

由负极指向正极。

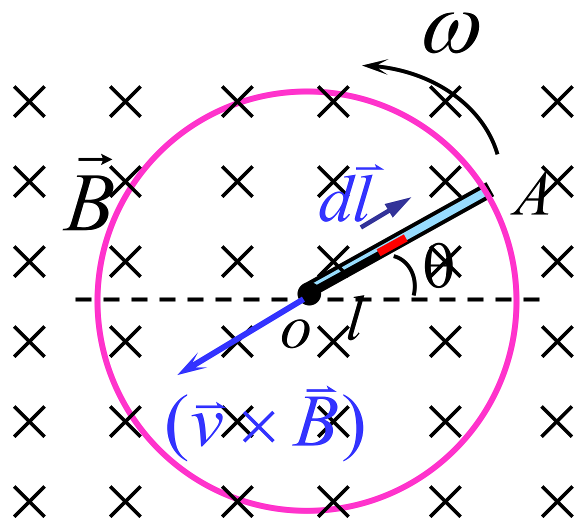
若整个回路都在磁场中运动，回路电动势为：

$$\varepsilon = \oint_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$



例15.2 一长为L的金属棒在磁场中转动，求当金属棒转到与水平方向成θ角时，棒内感应电动势的大小和方向.

解: 首先确定$\vec{v}\times\vec{B}$的方向，选定$d\vec{l}$方向。



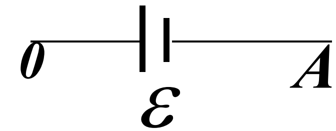
$\vec{v}\perp\vec{B}$, 取$d\vec{l}$方向$o\rightarrow A$

$\therefore\ (\vec{v}\times\vec{B})$与$d\vec{l}$反平行

$$\varepsilon=\int_L(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}=\int_0^A vBdl\cdot\cos\pi$$

$$=-\int_0^L(\omega l)\cdot Bdl=-\frac{1}{2}B\omega L^2$$

方向: **A** $\rightarrow$ **O**，也即 $\vec{v}\times\vec{B}$的方向，



法拉第圆盘发电机的工作原理

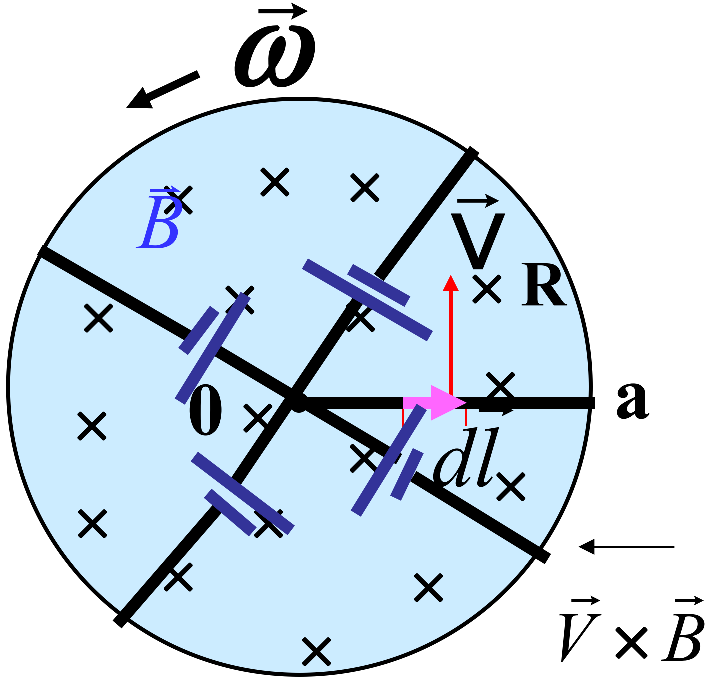
可视为无数长R的铜导线切割磁力线产生动生电动势.

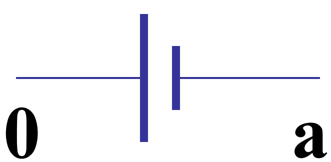
$$\varepsilon_{oa} = -\int_0^R vBdl = -\int_0^R l\omega Bdl$$

$$= -\frac{1}{2}\omega BR^2$$

方向指向盘心.

电源并联



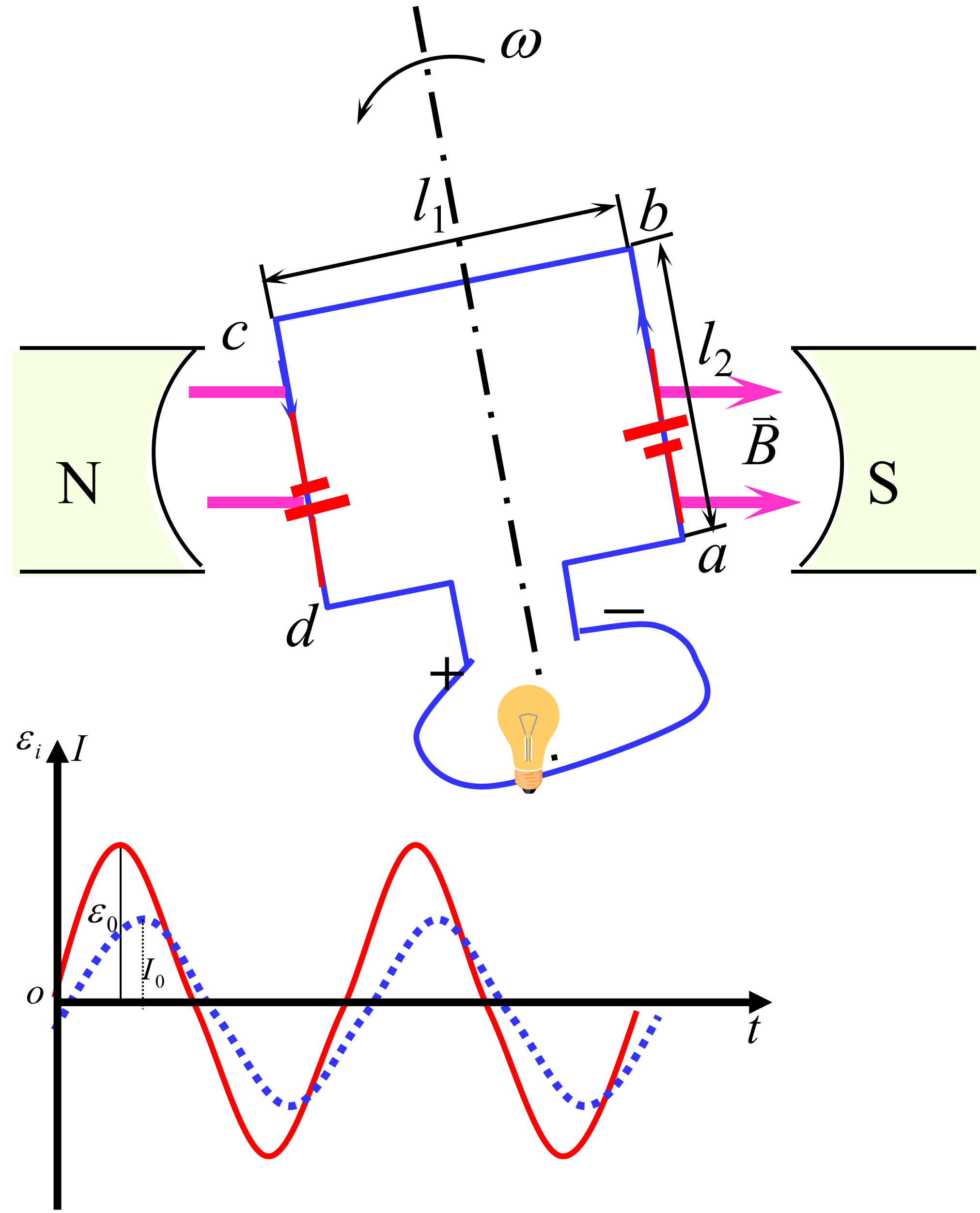


常见错误

圆盘转动,通过圆盘的磁通量不变,电动势为0.

二、发电机原理

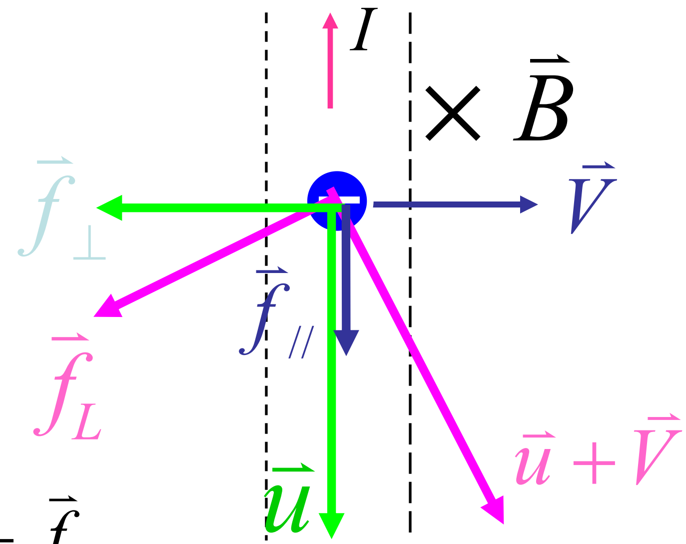
在匀强磁场内转动的线圈中所产生的电动势是随时间作周期性变化的，这种电动势称为交变电动势。在交变电动势的作用下，线圈中的电流也是交变的，称为交变电流或交流。



$$\varepsilon_i = \varepsilon_0 \sin \omega t$$

$$I = I_0 \sin(\omega t - \varphi)$$

三、动生电动势与洛仑兹力



通有向上电流的竖直导线以V的速度切割磁感应线

每个电子受的洛仑兹力　　$\because e < 0$

$$\vec{f}_L = -e(\vec{V} + \vec{u}) \times \vec{B} \qquad \vec{f}_L = \vec{f}_{//} + \vec{f}_{\perp}$$

$\vec{f}_{//} = -e\vec{V} \times \vec{B}$　对电子做正功,产生动生电动势。

$\vec{f}_{\perp} = -e\vec{u} \times \vec{B}$　方向沿$-\vec{V}$，阻碍导体运动,做负功。

$\vec{f}_L$ 洛仑兹力对电子做功的代数和为零。

结论

洛仑兹力的作用并不提供能量，只是传递能量，即外力克服 $\vec{f}_{\perp}$ 作功(消耗机械能)，通过 $\vec{f}_{//}$ 转换为感应电流的能量,实质上表示能量的转换和守恒。

§ 3 感生电动势

一、感生电动势　涡旋电场

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt}\iint_s \vec{B}\cdot d\vec{S}$$

若回路不动

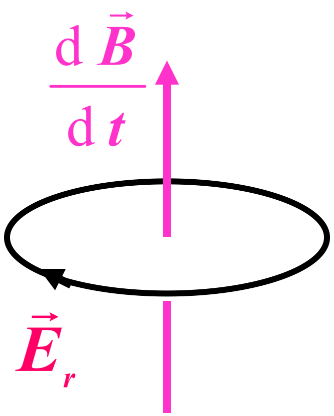
$$\boxed{\varepsilon = -\iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}}$$ - - - 感生电动势

Maxwell 感生电场（涡旋电场）假设

Maxwell 1861年首先从理论上预言涡旋电场的存在，后被**Hertz**的电磁波实验所证实。

Maxwell假设：

变化的磁场要在其周围空间激发一种电场—涡旋电场



左手螺旋关系

涡旋电场 E_r 的电力线象涡旋一样是无头无尾的闭合线→涡旋电场。其对电荷的作用力是产生感生电动势的非静电力。

感生电动势定义为涡旋电场的环流，即

$$\varepsilon_{感生}=\oint_L \vec{E}_r\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

由电磁感应定律，回路中的感生电动势也可表示为：

$$\varepsilon=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=-\iint_S\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

$$\boxed{\oint_L \vec{E}_r\cdot\mathrm{d}\vec{l}=-\iint_S\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec{S}}$$

——关于电场和磁场关系的基本规律

例. 长直螺线管内部磁场均匀分布，半径为R，

$$\frac{dB}{dt} = \text{常量}\,(>0)$$

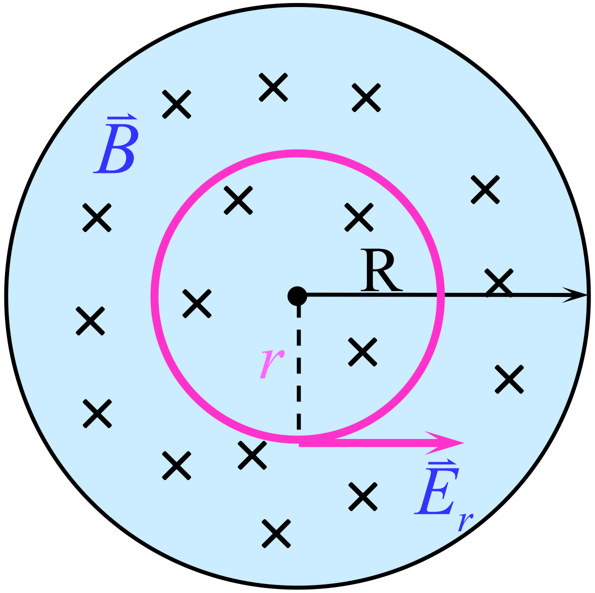
求：螺线管内、外涡旋电场的分布

解： 管内 $r < R$,

$$\oint_L \vec{E}_r \cdot d\vec{l} = -\iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s}$$

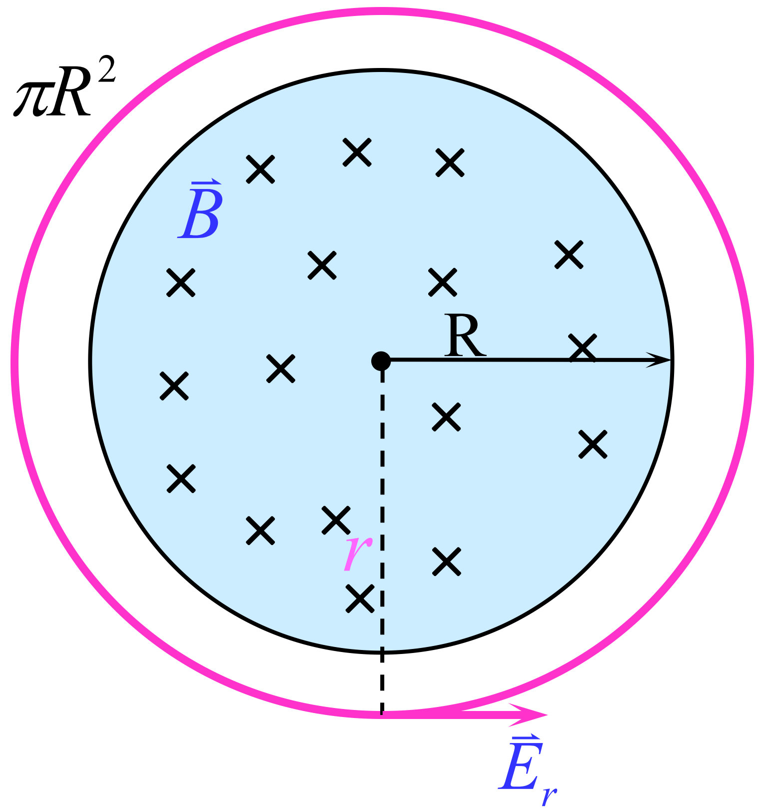
$$E_r \cdot 2\pi r = -\frac{dB}{dt} \cdot \pi r^2$$

$$E_r = -\frac{r}{2}\frac{dB}{dt}$$



管外 $r > R,$

$$E_r \cdot 2\pi r = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s} = -\frac{dB}{dt} \cdot \pi R^2$$



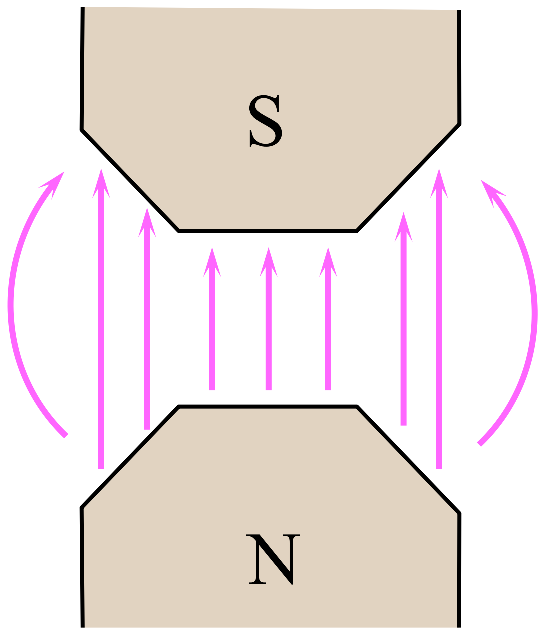
$$E_r = -\frac{R^2}{2r}\frac{dB}{dt}$$

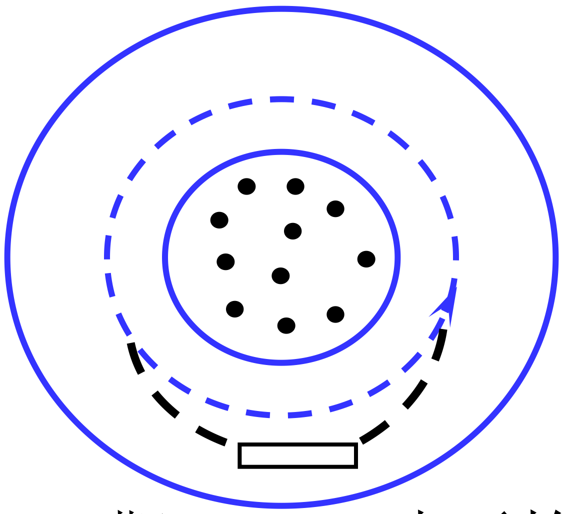
$$E_r = \begin{cases} \dfrac{r}{2}\dfrac{dB}{dt} & (r < R) \\[2ex] \dfrac{R^2}{2r}\dfrac{dB}{dt} & (r > R) \end{cases}$$

方向由左手螺旋关系确定。

二、涡旋电场的应用

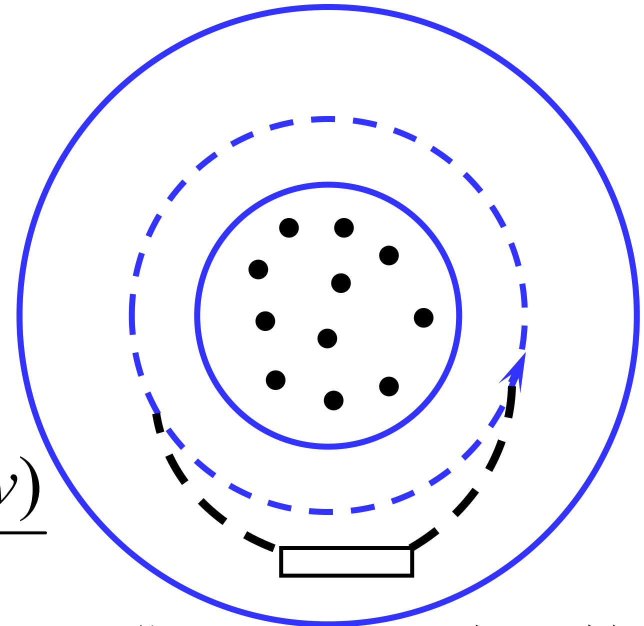
1. 电子感应加速器





交变电流励磁,第一个1/4周期,洛伦兹力提供向心力,涡旋电场力使其沿切向加速,只要磁极形状合适,电子可在稳定轨道上绕行几十万圈,加速到几百万兆电子伏特.

分析电子感应加速器，磁场径向分布须满足的要求。



径向 $evB_R = m\dfrac{v^2}{R}$

切向 感应电场力 $eE_k = \dfrac{d(mv)}{dt}$

$$\oint_L \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

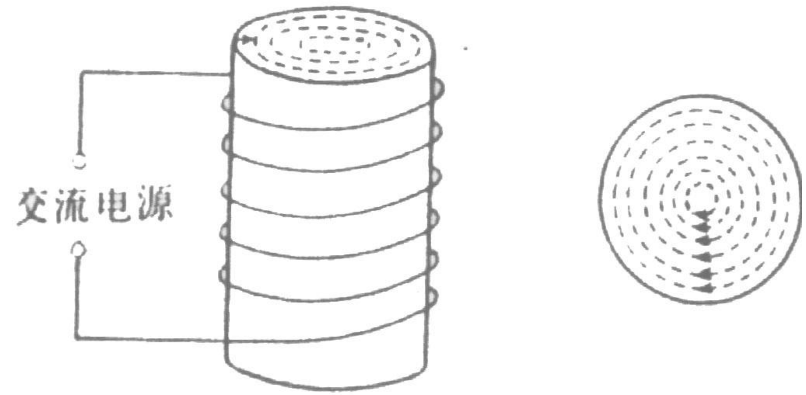
$$E_k \cdot 2\pi R = \pi R^2 \frac{d\overline{B}}{dt}$$

$$\frac{dB_R}{dt} = \frac{1}{2}\frac{d\overline{B}}{dt}$$

$$\therefore B_R = \frac{1}{2}\overline{B}$$

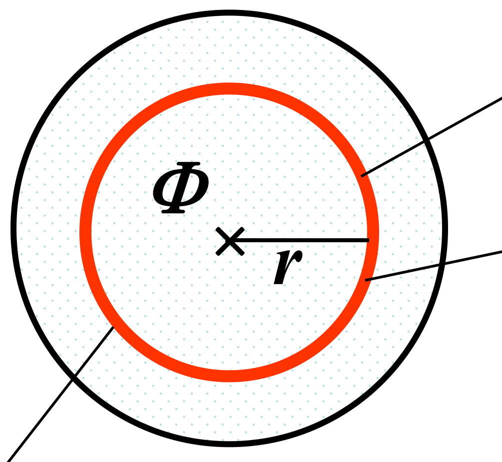
2 . 涡流　大块导体中的感应电流称“涡流”。

将导体放入变化的磁场中时，由于在变化的磁场周围存在着涡旋的感生电场，感生电场作用在导体内的自由电荷上，使电荷运动，形成涡电流。



导体⊥板面

$\vec{B}\perp$板面



$$\varepsilon \propto \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \propto r^2$$

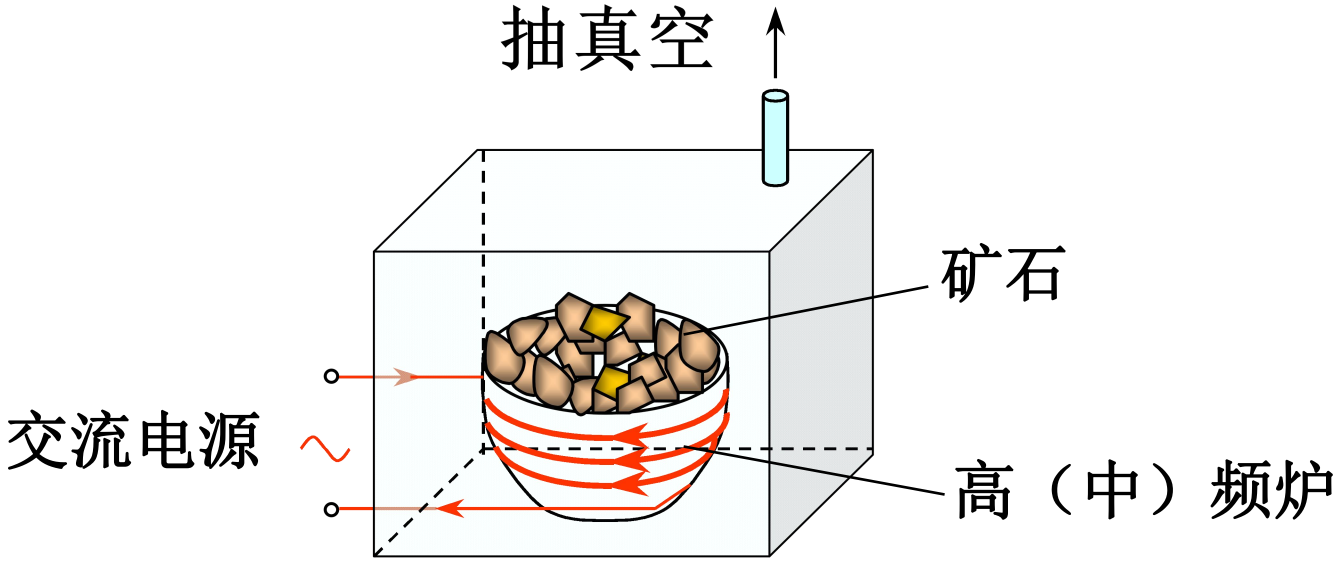
电阻 $R \propto r$

涡电流 $i = \varepsilon / R \propto r$

单位长度上的发热功率 $P_{热} \propto i^2 \propto r^2$

越外圈发热越厉害.

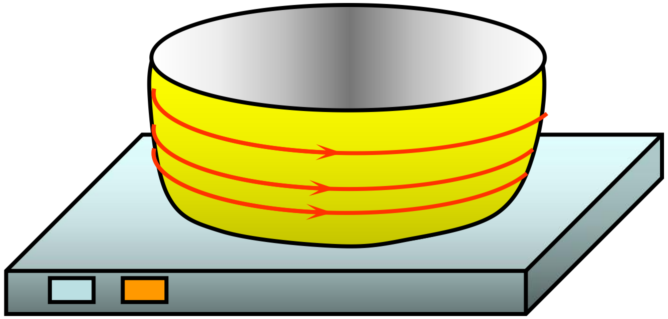
1) 高频感应炉



在冶金工业中，某些熔化的活泼稀有金属在高温下容易氧化，将其放在真空环境中的坩埚中，坩埚外绕着通有交流电的线圈，对金属加热，防止氧化。

2) 电磁炉

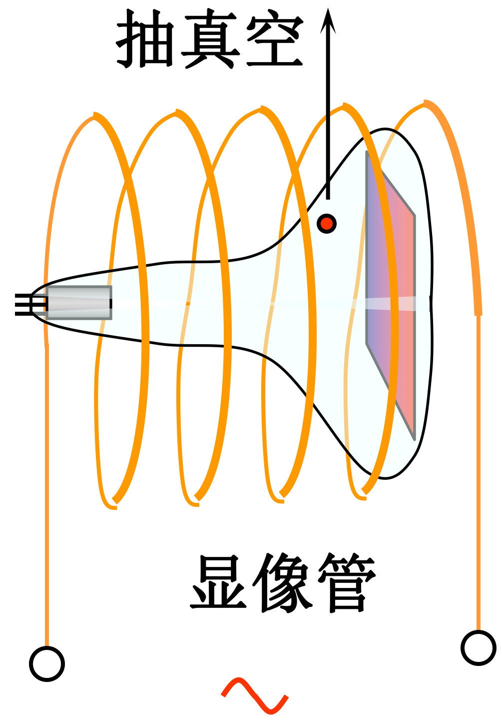
在市面上出售的一种加热炊具----电磁炉。这种电磁炉加热时炉体本身并不发热，在炉内有一线圈，当接通交流电时，在炉体周围产生交变的磁场，当金属容器放在炉上时，在容器上产生涡电流，使容器发热，达到加热食物的目的。



电磁炉不能使用诸如玻璃、铝、铜的容器加热食品，应使用导磁性能较好的材料制成的容器，如铁皮锅、铸铁锅、含铁不锈钢锅，以及底部是含铁材料的锅具等。原因是铁是导磁体，磁场可在整个锅底部分（而非只是锅底表面）产生涡流，而铝、铜等金属不导磁，磁场只能在这些金属的表面产生感应电流。

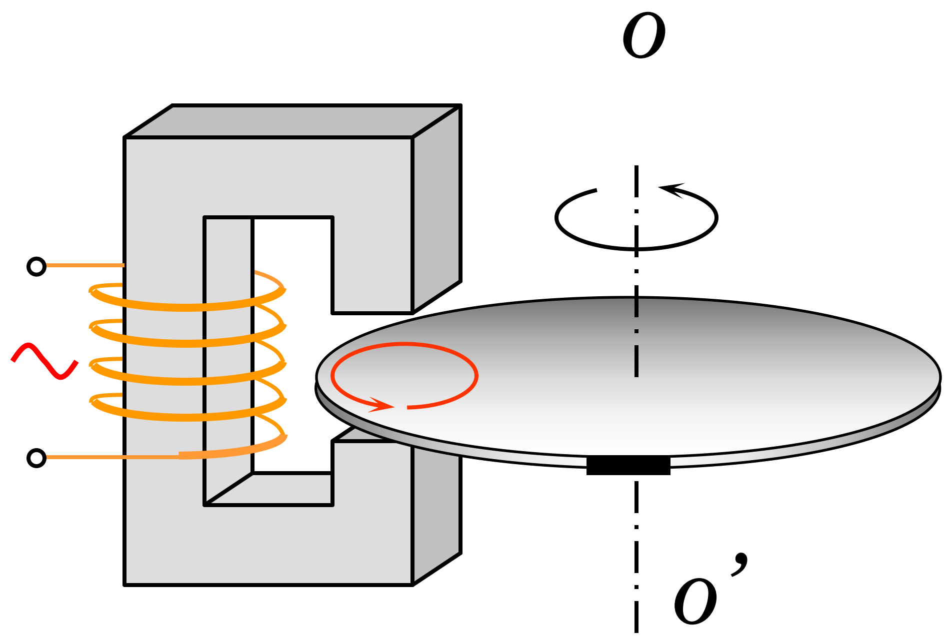
3) 用涡电流加热金属电极

在制造电子管、显像管或激光管时，在做好后要抽气封口，但管子里金属电极上吸附的气体不易很快放出，必须加热到高温才能放出而被抽走,利用涡电流加热的方法，一边加热，一边抽气，然后封口。



4) 电度表记录电量

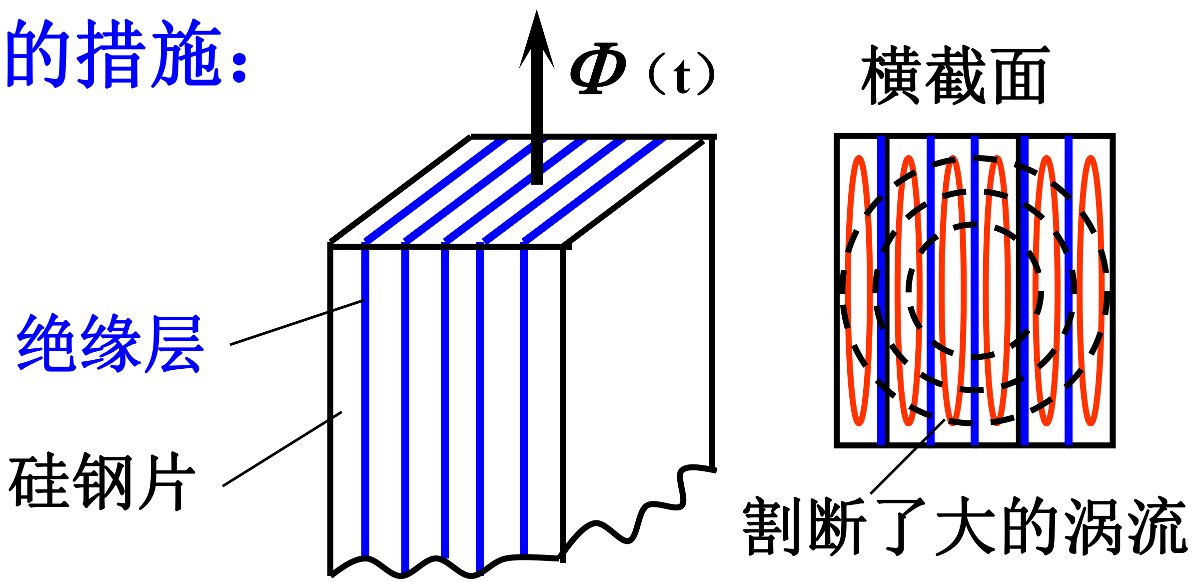
电度表记录用电量，就是利用通有交流电的铁心产生交变的磁场，在缝隙处铝盘上产生涡电流，涡电流的磁场与电磁铁的磁场作用，表盘受到一转动力矩，使表盘转动。



3. 涡电流的危害

由于涡电流在导体中产生热效应，在制造变压器时，就不能把铁心制成实心的，这样在变压器工作时在铁心中产生较大的涡电流，使铁心发热，造成漆包线绝缘性能下降，引发事故。

减小涡流的措施：



* 闭合路径同时出现动生和感生电动势的情况

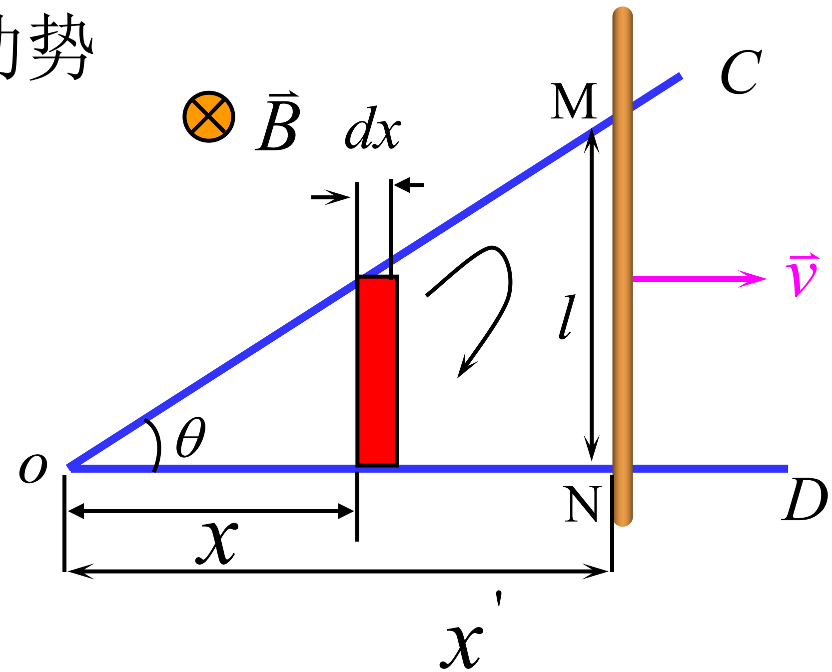
通常用法拉第电磁感应定律

$$\boxed{\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}}$$

来计算闭合路径中的感应电动势。此方法对动生、感生电动势皆适用。注意此方法直接计算得出的是整个回路的感应电动势，它可能是动生与感生电动势的总和。

例 $t=0$时，$x=0$，$B=kx\cos(\omega t)$

求：t时刻回路中的感应电动势



解：选定回路方向

$$\varepsilon=-\frac{d\Phi_m}{dt}$$

$$\Phi_m=\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$$

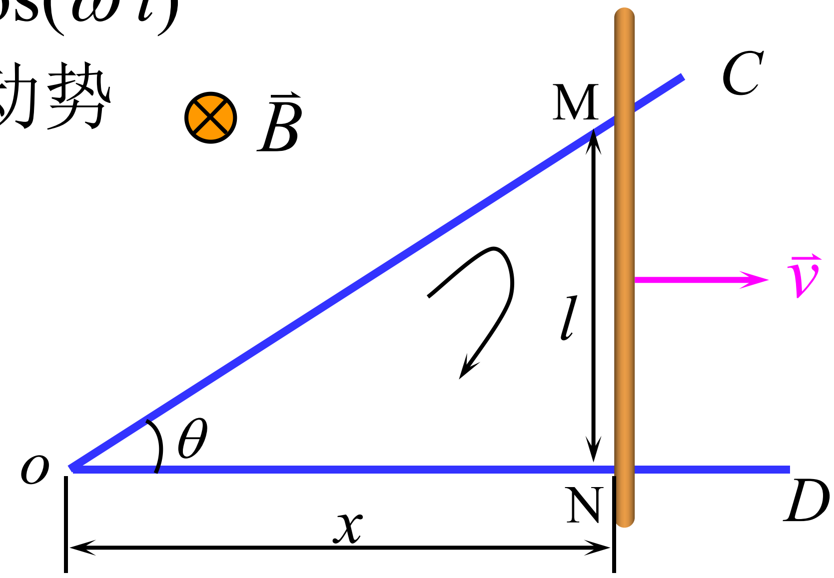
$$=\int_0^{x'} k\cos\omega t\cdot x\cdot x\,\mathrm{tg}\,\theta dx \qquad =\frac{1}{3}k\cos\omega t\cdot \mathrm{tg}\,\theta\cdot x'^3$$

$$\varepsilon=-\frac{d\Phi_m}{dt}=\frac{1}{3}v^3t^3k\omega\cdot\mathrm{tg}\,\theta\sin\omega t-kv^3t^2\mathrm{tg}\,\theta\cos\omega t$$

感生电动势　　　　动生电动势

例 $t=0$时，$x=0$，$B=kx\cos(\omega t)$

求：t时刻回路中的感应电动势



另解：

$$\varepsilon=\int(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}-\iint\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

$$=-vBl-\iint\frac{\partial B}{\partial t}l dx$$

$$=-vkx\cos\omega t x\,\mathrm{tg}\,\theta+\int_0^x kx\omega\sin\omega t x\,\mathrm{tg}\,\theta dx$$

$$=\frac{1}{3}v^3t^3k\omega\cdot\mathrm{tg}\,\theta\sin\omega t-kv^3t^2\mathrm{tg}\,\theta\cos\omega t$$

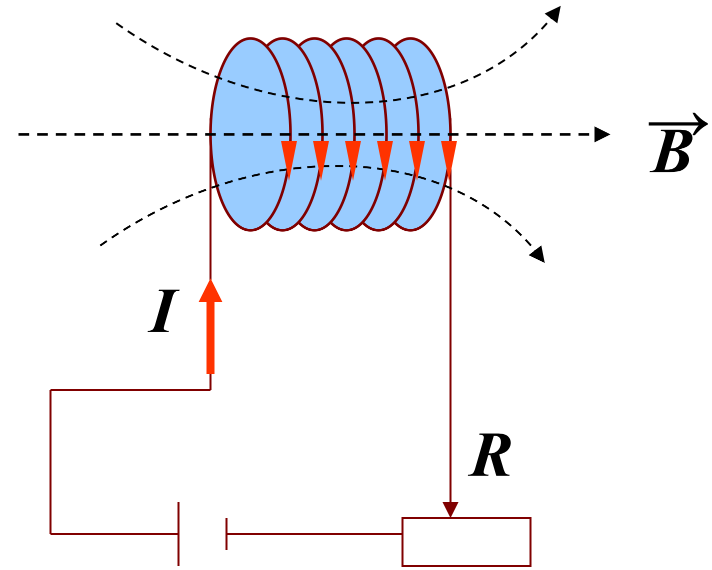
常见错误 $\varepsilon=\int(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}-\vec{S}\cdot\iint\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$

§4 自感和互感

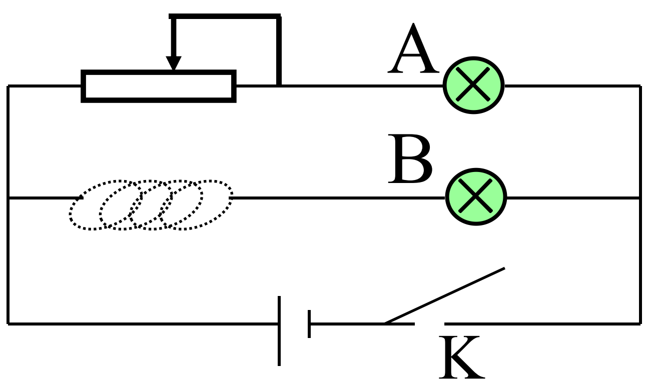
一、自感

1、自感现象

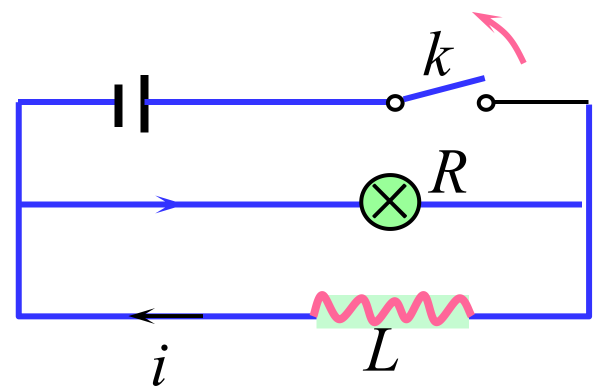
当线圈中电流变化时，使线圈自身产生感应电动势，叫自感现象.该电动势叫自感电动势.



自感实验现象



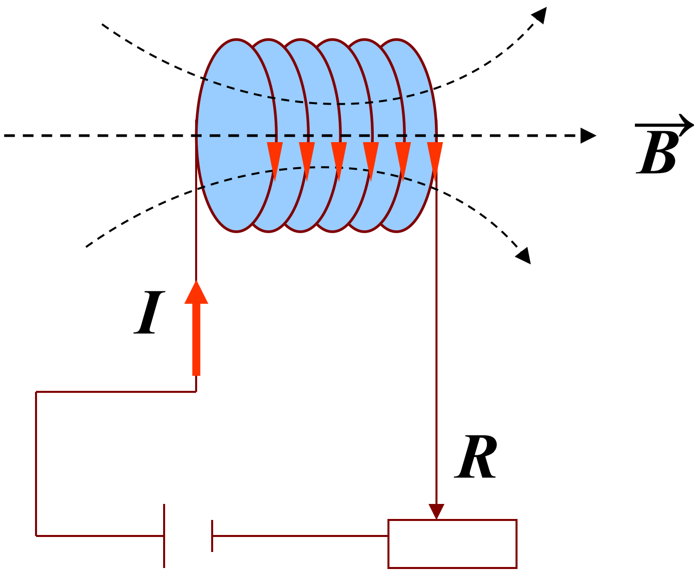
K合上 灯泡A先亮 B后亮



K断开*R*会突闪

2、自感系数和自感电动势

全磁通与回路的电流成正比：$\Phi = LI$



$$\therefore L = \frac{\Phi}{I}$$ ——自感系数，

简称自感或电感

L 的单位(SI)：亨利(H)， 1H = 1 wb/A

$$\boxed{\varepsilon_L = -L\frac{dI}{dt}}$$

自感电动势的方向：
总是阻碍回路中本身电流的改变。

自感系数

L由回路形状、大小，匝数，介质决定。
与是否通电无关.

例. 设长直螺线管内部为空气(已知管长为l,截面积为S，单位长度上的匝数为n),求：自感系数 L

解：

$$B = \mu_0 n I$$

$$\Phi = NBS = N\mu_0 nIS = nl\mu_0 nIS = \mu_0 n^2 IV$$

自感系数 $$L = \frac{\Phi}{I} = \mu_0 n^2 V$$

特别地，如果螺线管内充满介质 μ_r.

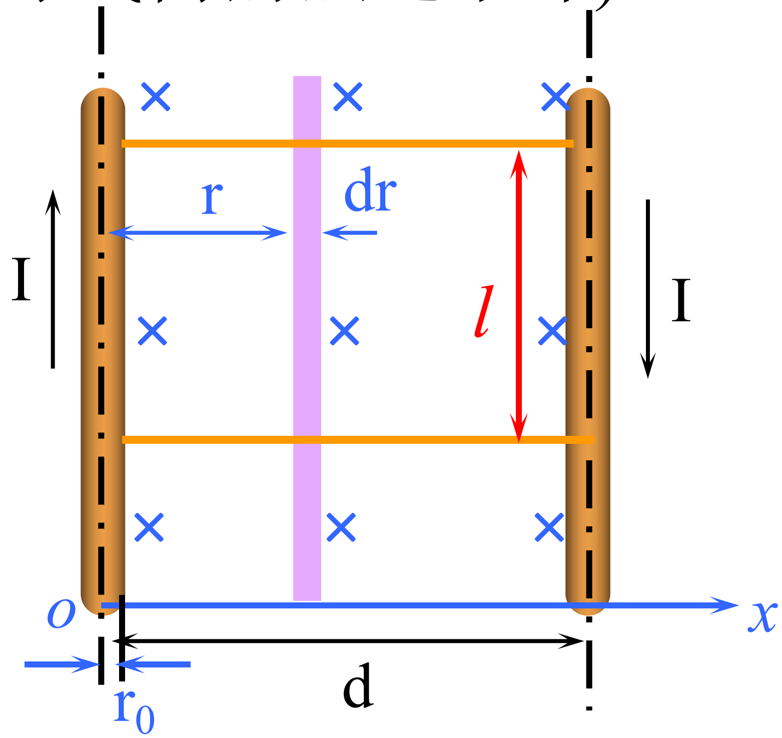
$$B = \mu_r \mu_0 nI, \quad L' = \mu_0 \mu_r n^2 V$$

$$\boxed{\frac{L'}{L} = \mu_r}$$

$$\boxed{\frac{C}{C_0} = \varepsilon_r}$$

例15.5 导线上通有反向电流I(导线内的磁通不计)

求：平行导线电感的分布。



解：

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}+\frac{\mu_0 I}{2\pi(d-r)}$$

$$\Phi=\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$$

$$=\int_{r_0}^{d-r_0}\frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{d-r}\right)\cdot l\cdot dr$$

$$=\frac{\mu_0 Il}{\pi}\ln\frac{d-r_0}{r_0}$$

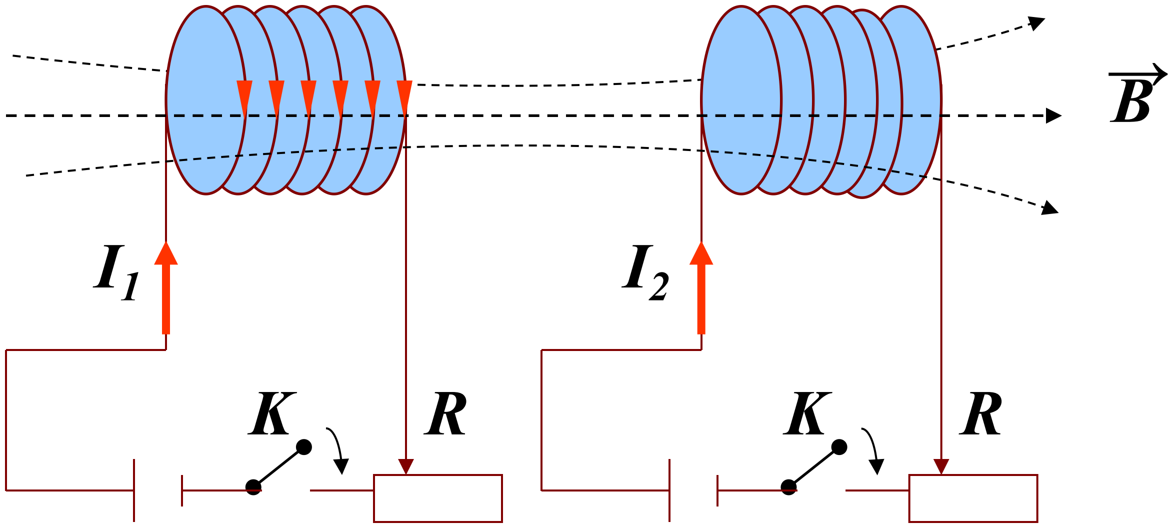
$$\therefore\quad \mathrm{L}=\frac{\Phi}{I}=\frac{\mu_0 l}{\pi}\ln\frac{d-r_0}{r_0}$$

单位长度上的电感：

$$\boxed{\mathrm{L}_0=\frac{L}{l}=\frac{\mu_0}{\pi}\ln\frac{d-r_0}{r_0}}$$

二、互感

1、互感现象



当两个载流回路中的电流随时间变化时,它们相互在对方的回路中产生感应电动势的现象称互感现象。

所产生的电动势为互感电动势。

2、互感系数

线圈 1所激发的磁场通过线圈 2的磁通链数 $\Phi_{21} \propto I_1$

即 $\Phi_{21} = M_{21} I_1$ 或 $M_{21} = \dfrac{\Phi_{21}}{I_1}$

比例系数M_{21}称为回路2对回路1的互感系数。

同理可得： $\Phi_{12} = M_{12} I_2$ $M_{12} = \dfrac{\Phi_{12}}{I_2}$

对给定的一对导体回路

$$M_{12} = M_{21} = M$$

互感系数，简称互感

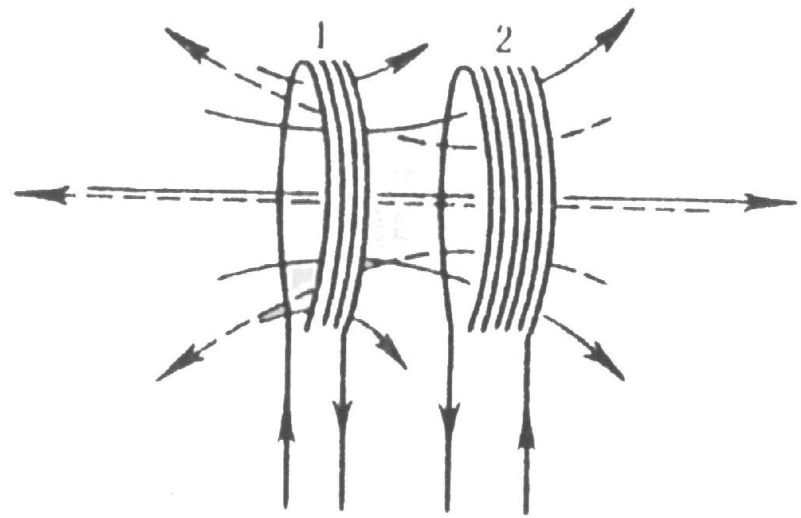
单位（SI）：亨（H）

M 取决于两回路的几何形状、相对位置、各自的匝数及磁介质的分布。

3、互感电动势

$$\varepsilon_{21} = -\frac{d\Phi_{21}}{dt}$$

$$\varepsilon_{12} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt}$$



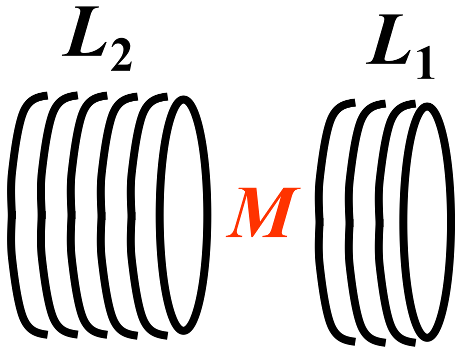
$$\Phi_{21} = M_{21} I_1$$

$$\Phi_{12} = M_{12} I_2$$

$$\varepsilon_{21} = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -M_{21}\frac{dI_1}{dt}$$

$$\varepsilon_{12} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -M_{12}\frac{dI_2}{dt}$$

*4.自感与互感的关系



可以证明：

$$\boxed{M = k\sqrt{L_1 L_2}}$$

k —— 耦合系数

$$0 \le k \le 1$$

k 由介质情况和线圈1、2的相对位置决定。

在无漏磁的情况下，$k = 1$.

5、互感的应用

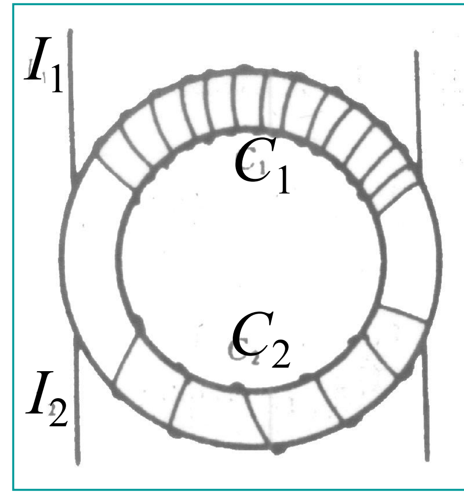
通过互感线圈使能量或信号由一个线圈传递到另一个线圈。

例如电源变压器、中周变压器、输入、输出变压器以及电压和电流互感器等。

由于互感，电路之间会互相干扰。可采用磁屏蔽等方法来减小这种干扰。

例15.6 磁导率为μ的环形铁芯上绕有两组线圈$C_1(N_1, I_1)$, $C_2(N_2, I_2)$，求： 两线圈的自、互感系数，以及自互感系数间的关系

解： C_1产生的磁场 $B_1 = \mu \frac{N_1}{l} I_1$



$$\Phi_1 = N_1 B_1 S = \mu \frac{N_1^{\ 2}}{l} I_1 S, \quad L_1 = \frac{\Phi_1}{I_1} = \mu \frac{N_1^{\ 2}}{l} S = \mu n_1^{\ 2} V$$

C_2 产生的磁场为： $B_2 = \mu \frac{N_2}{l} I_2$

$$\Phi_2 = N_2 B_2 S = \mu \frac{N_2^{\ 2}}{l} I_2 S, \quad L_2 = \frac{\Phi_2}{I_2} = \mu \frac{N_2^{\ 2}}{l} S = \mu n_2^{\ 2} V$$

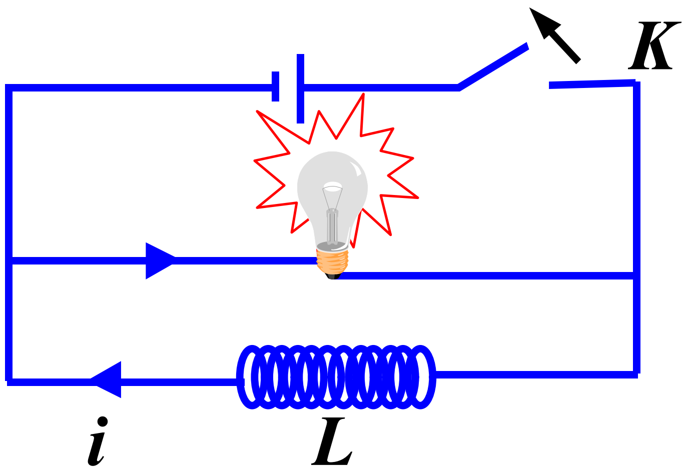
C_1 对C_2的全磁通： $\Phi_{21} = N_2 B_1 S = \mu \frac{N_1 N_2}{l} I_1 S$

$$M = \frac{\Phi_{21}}{I_1} = \mu \frac{N_1 N_2}{l} S = \mu n_1 n_2 V$$

对比自、互感系数可知， $M = \sqrt{L_1 L_2}$

§ 5 磁场的能量

一、自感磁能



$$\varepsilon_L = -L\frac{di}{dt}$$

$$dA = \varepsilon_L \cdot dq = \varepsilon_L \cdot idt \quad = -Lidi$$

$$i : I \to 0 \qquad A = \int_I^0 -Lidi = \frac{1}{2}LI^2$$

$$\boxed{W_m = \frac{1}{2}LI^2}$$ —— 自感磁能.

二 磁场的能量密度

螺绕环自感系数 $L=\mu n^2 V$

$$W_m=\frac{1}{2}LI^2=\frac{1}{2}\mu n^2 I^2 V=\frac{B^2}{2\mu}V \qquad (B=\mu nI)$$

磁场能量密度 $w_m=\frac{W_m}{V}=\frac{B^2}{2\mu}=\frac{1}{2}BH=\frac{1}{2}\mu H^2 \quad (\vec{B}=\mu\vec{H})$

$$\boxed{w_m=\frac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H}}$$

对磁场普遍有效

磁场能量 $W_m=\int_V w_m dV=\frac{1}{2}\int_V \vec{B}\cdot\vec{H}dV$

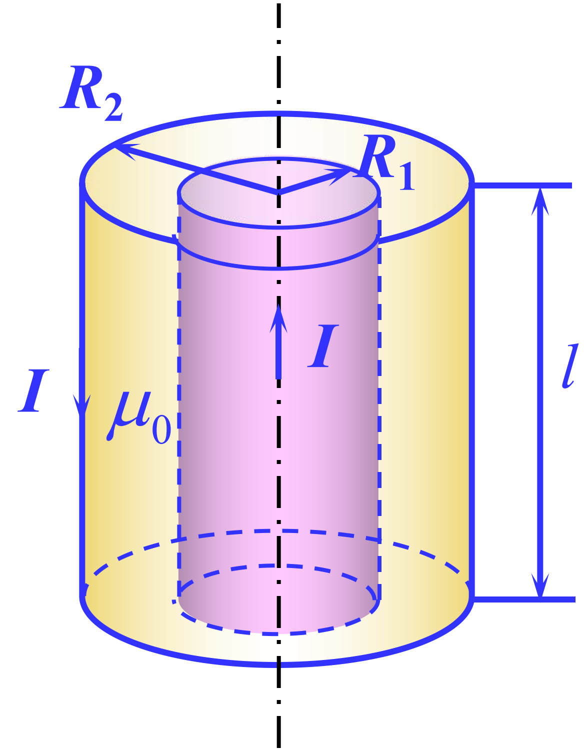
例15.7 求：长为 l 的一段同轴电缆的电感。

解：

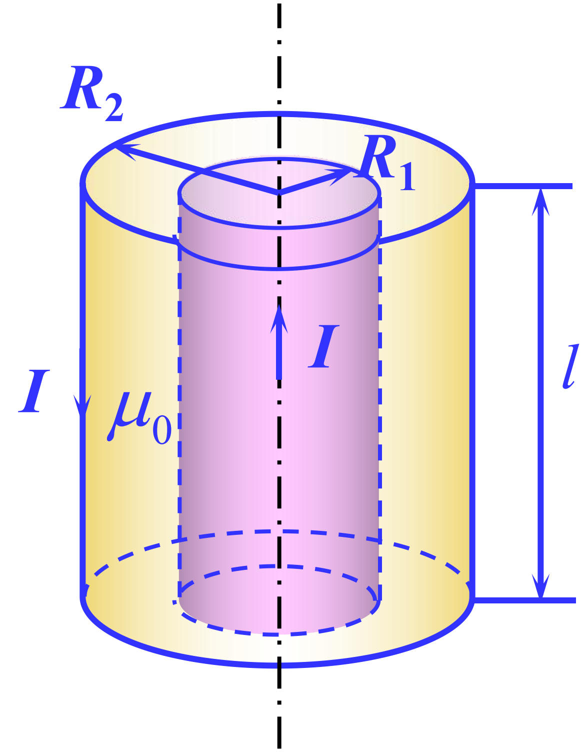
$$L = \frac{2W_m}{I^2},$$

$$W_m = \int_V \frac{B^2}{2\mu} dv$$

$$B(r) = \begin{cases} \dfrac{\mu_0 I}{2\pi R_1^2} r & (r < R_1) \\ \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r} & (R_1 < r < R_2) \\ 0 & (r > R_2) \end{cases}$$



$$B(r)=\begin{cases}\dfrac{\mu_0 I}{2\pi R_1^2}r & (r<R_1)\\ \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r} & (R_1<r<R_2)\\ 0 & (r>R_2)\end{cases}$$



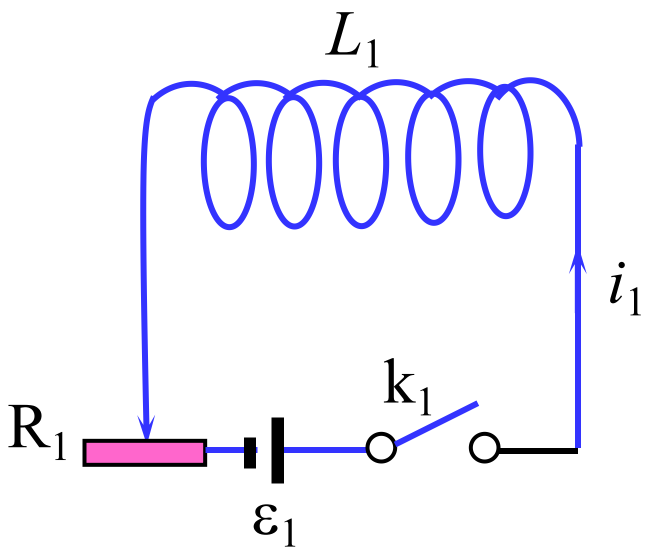
$$W_m=\int_V\frac{B^2}{2\mu_0}dV=\int\frac{B^2}{2\mu_0}\cdot 2\pi rl dr$$

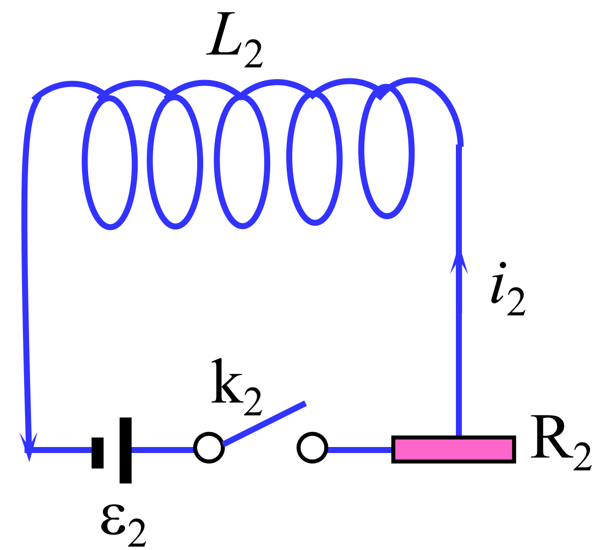
$$=\int_0^{R_1}\frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2R_1^4}r^2\cdot 2\pi rldr+\int_{R_1}^{R_2}\frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2r^2}\cdot 2\pi rldr$$

$$=\frac{\mu_0 l}{16\pi}I^2+\frac{\mu_0 l}{4\pi}I^2\ln\frac{R_2}{R_1}$$

$$\therefore\qquad L=\frac{2W_m}{I^2}=2\left(\frac{\mu_0 l}{16\pi}+\frac{\mu_0 l}{4\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}\right)=\frac{\mu_0 l}{8\pi}+\frac{\mu_0 l}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

三、互感磁能



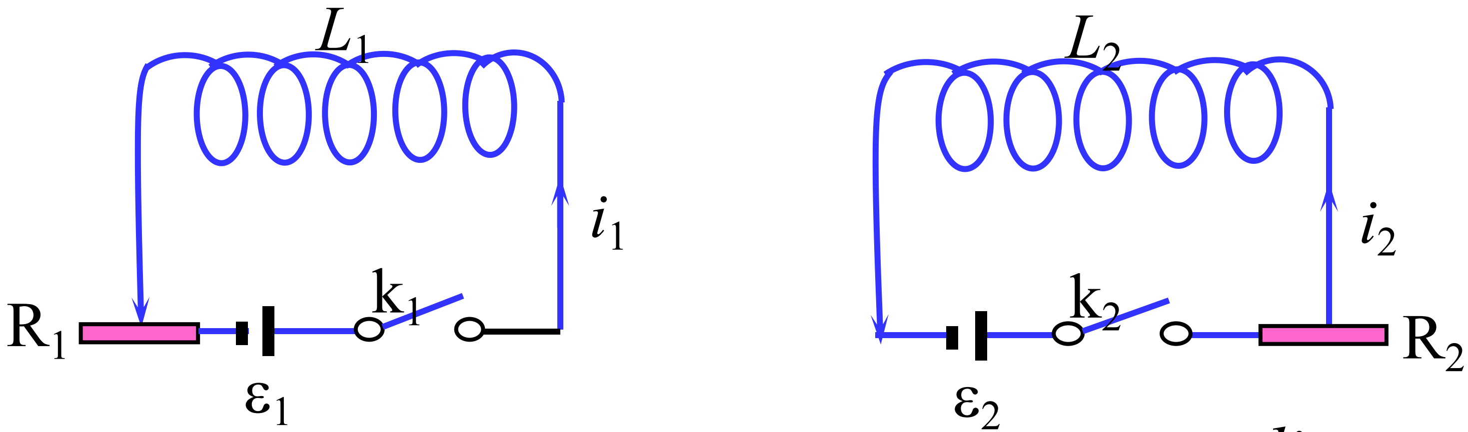


$i_1 : 0 \sim \mathrm{I}_1$

$i_2 : 0 \sim \mathrm{I}_2$

$$W_{m_1} = \frac{1}{2} L_1 I_1^2$$

$$W_{m_2} = \frac{1}{2} L_2 I_2^2$$



i_2 在 L_1中产生互感电动势： $$\varepsilon_{12} = -M_{12}\frac{di_2}{dt}$$

电源 ε_1 克服 ε_{12} 作功： $$dA_{12} = -\varepsilon_{12} i_1 dt = M i_1 di_2$$

电源 ε_2 克服 ε_{21} 作功： $$dA_{21} = -\varepsilon_{21} i_2 dt = M i_2 di_1$$

$$dA = dA_{12} + dA_{21} = M(i_1 di_2 + i_2 di_1) = Md(i_1 i_2)$$

$$A = \int_0^{I_1 I_2} Md(i_1 i_2) = M I_1 I_2$$

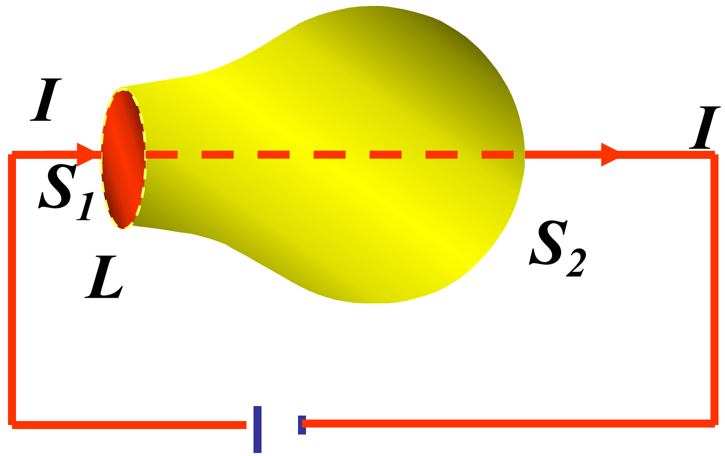
$$W_m = W_{m_1} + W_{m_2} + M I_1 I_2$$

§6 位移电流

稳恒条件下， $\dfrac{\partial I}{\partial t} = 0$

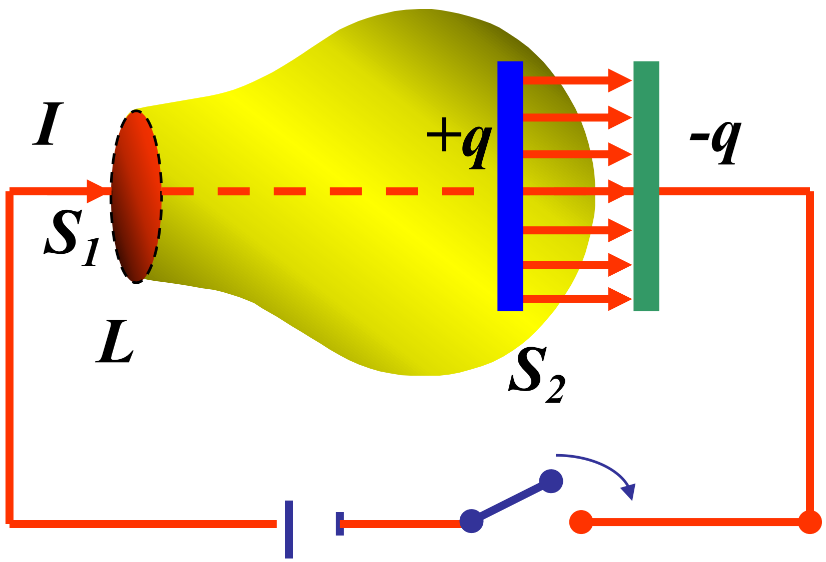
安路环路定理成立 $\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I_0$

在恒定电流的磁场中，与闭合回路相“铰链”的电流是闭合电流I，该电流I通过与以L为边界的平面S_1，同样也通过与以L为边界的曲面S_2。安培环路定理的正确性与曲面形状无关。



问题：在非恒定电流的磁场中，安培环路定理是否依然成立？

在非稳恒条件下，$\dfrac{\partial I}{\partial t} \neq 0$



考虑电容器充放电时的磁场强度沿任何闭合回路L的线积分：

$$\oint_L \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

按S1面计算电流

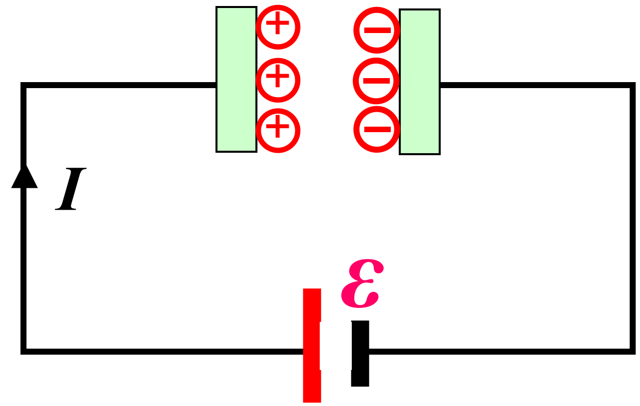
$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_0$$

按S2面计算电流

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = 0$$

说明安培环路定理不适用于非稳恒的情况。

因传导电流在电容器两个极板间中断，使安培环路定理在该情况下不再适用。



麦克斯韦注意到充电时，充电过程中，电荷在极板上不断积累，极板间电场是变化的，

在电容器两极板内：

$$D=\varepsilon E=\varepsilon\cdot\frac{\sigma}{\varepsilon}=\sigma$$

且传导电流I：

$$I=\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}(S\sigma)}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}(SD)}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}\Phi_D}{\mathrm{d}t}$$

如果把变化的电场看作为一种等效电流的话，那么整个回路的电流就连续了。

为使安培环路定理具有更普遍意义，麦克斯韦提出位移电流假设：

$$\boxed{I_d=\frac{\mathrm{d}\Phi_d}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S\vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{S}}$$

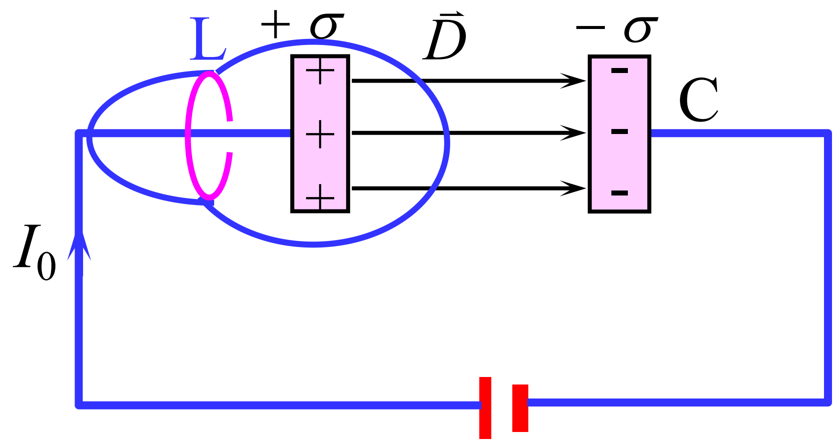
位移电流密度：

$$\boxed{\delta_d=\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}t}}$$

全电流: 通过某截面的全电流强度等于通过该截面的位移电流强度与传导电流强度的代数和.

$$I_{全} = I_0 + \frac{d\Phi_D}{dt}$$

$$= I_0 + \frac{d}{dt}\int_S \vec{D}\cdot d\vec{S}$$



全电流总是连续的.

全电流定律

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = I_0 + \frac{d\Phi_D}{dt} = I_0 + \frac{d}{dt}\int_S \vec{D}\cdot d\vec{S}$$

表明位移电流与传导电流按照相同的规律激发磁场。

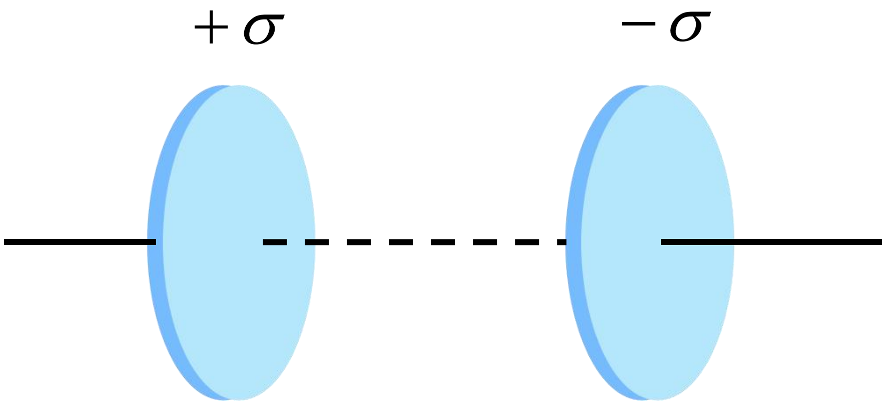
特别地: $I_0 = 0$ (真空中) $\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{S} = \varepsilon_0 \int_{(S)} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$

位移电流的本质：变化的电场激发涡旋的磁场。

例1. 已知 $\dfrac{dE}{dt} = 10^{13} V/m \cdot s, R = 0.1m,$ 匀速充电

求：✶ 板间位移电流

✶ 板间磁感应强度

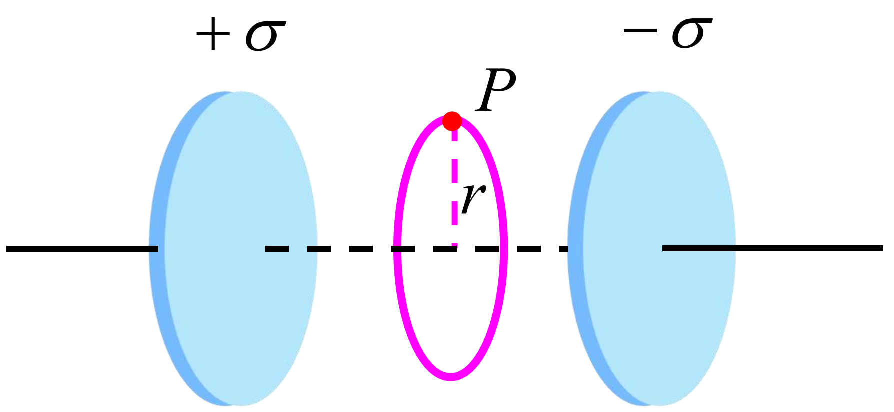


解： ✶ $I_d = \dfrac{d\Phi_e}{dt} = \varepsilon_0 s \dfrac{dE}{dt}$

$$= \pi R^2 \varepsilon_0 \frac{dE}{dt} = 2.8A$$

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = I_0 + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{S} = \varepsilon_0 S\frac{dE}{dt}$$

✸ $r < R$

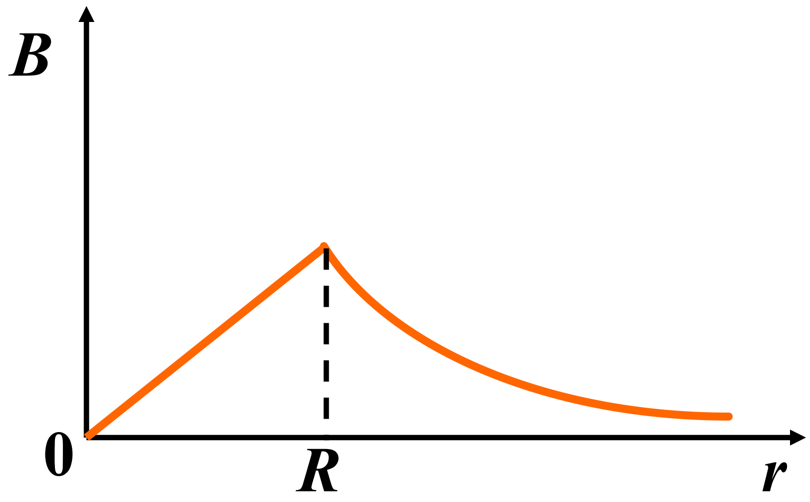


$$2\pi r H = \pi r^2 \varepsilon_0 \frac{dE}{dt}$$

$$H = \frac{1}{2} r \varepsilon_0 \frac{dE}{dt}$$

$$B = \mu_0 H \quad = \frac{1}{2}\mu_0\varepsilon_0 r\frac{dE}{dt}$$

当 $r = R$ 时， $B = 5.6\times 10^{-6} J$



$r > R$ 时， $2\pi r H = \pi R^2 \varepsilon_0 \frac{dE}{dt}$

$$B = \frac{\mu_0\varepsilon_0}{2}\frac{R^2}{r}\frac{dE}{dt}$$

§7 麦克斯韦方程组

麦克斯韦在两个假设（涡旋电场、位移电流）的基础上，总结了从库仑到安培、法拉第等人对电磁学的研究成果，归纳出了电磁场的基本方程组。

1862年麦克斯韦预言了电磁波的存在，论证了光是一种电磁波。**1888**年赫兹用实验证实电磁波的存在。

从而导致马可尼首先研制无线电电报装置，开辟了无线电的新纪元。

麦克斯韦电磁理论的基本思想有两点：

（1）除静止电荷产生无旋电场外，变化的磁场也产生涡旋电场；

（2）传导电流激发磁场，变化的电场－位移电流也激发涡旋磁场。

一、电磁学基本规律

$$\boxed{\vec{D}=\varepsilon_o\varepsilon_r\vec{E}}$$

1.电场的高斯定理

$$\oiint_S \vec{D}_1\cdot d\vec{S}=\sum q$$

$$\oiint_S \vec{D}_2\cdot d\vec{S}=0 \quad \text{（变化的磁场）}$$

$$\vec{D}=\vec{D}_1+\vec{D}_2$$

$$\boxed{\oiint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum q}$$

2.电场的环路定理

$$\oint_S \vec{E}_1\cdot d\vec{l}=0$$

$$\oint_L \vec{E}_2\cdot d\vec{l}=-\int_S\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2$$

$$\boxed{\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l}=-\int_S\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}}$$

$$\boxed{\vec{B} = \mu_o \mu_r \vec{H}}$$

3.磁场的高斯定理

$$\int_S \vec{B}_1 \cdot d\vec{S} = 0 \qquad \oiint_S \vec{B}_2 \cdot d\vec{S} = 0$$

（变化的电场）

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 \qquad \boxed{\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0}$$

4.磁场的全电流定理

$$\vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2 \qquad \boxed{\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_0 + \int_S \frac{\partial D}{\partial t} \cdot d\vec{S}}$$

例1 麦克斯韦方程组为

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_0 \qquad ①$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{l} = -d\phi_m / dt \qquad ②$$

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \qquad ③$$

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I_0 + d\phi_e / dt \qquad ④$$

试判断下列结论是包含于或等效于哪一个麦克斯韦方程式的。

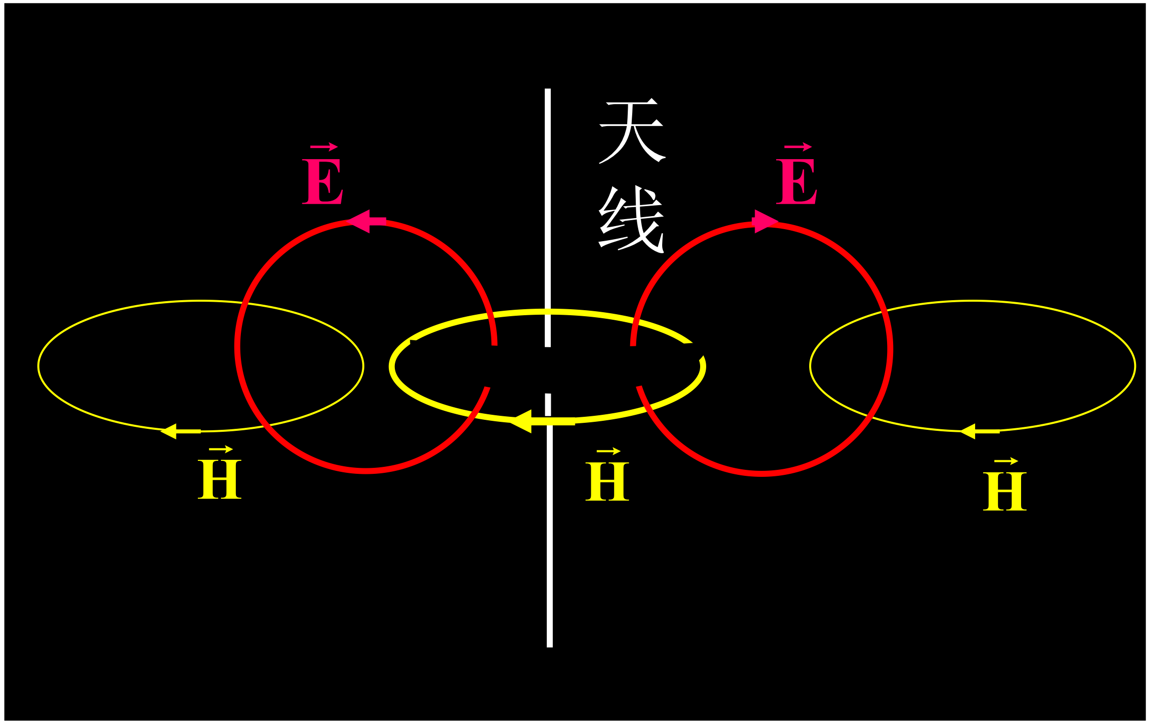
（1）变化的磁场一定伴随有电场； ②

（2）磁感应线是无头无尾的； ③

（3）电荷总伴随有电场。 ①

§8 电磁波

一、电磁波的产生和传播



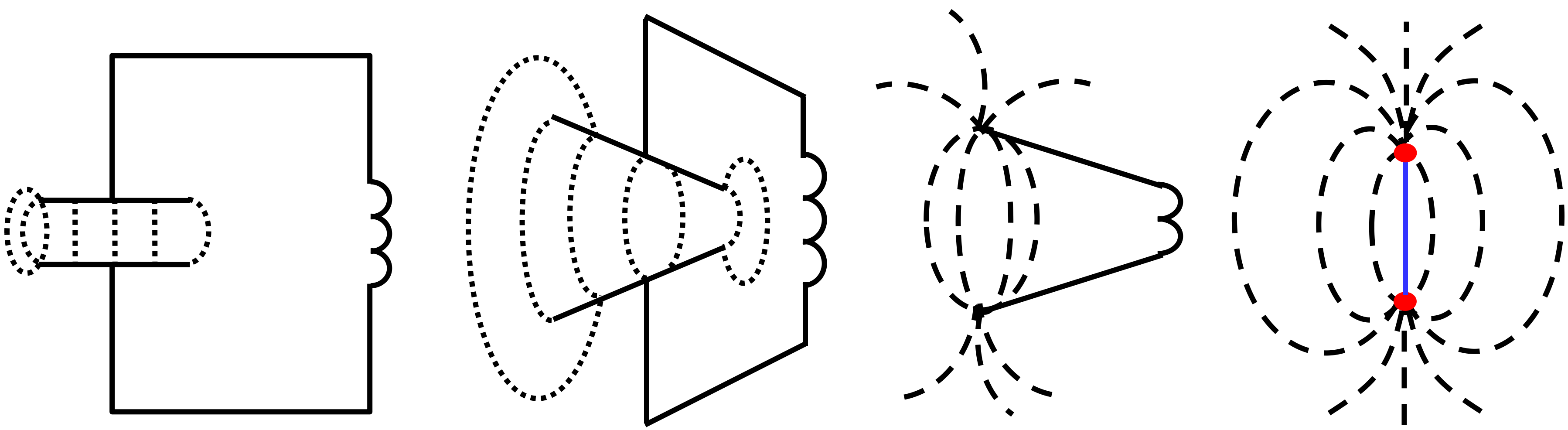
变化的电场、变化的磁场相互激发，相互转化；以一定的速度由近及远地向周围空间传播→电磁波。

二、电磁振荡

任何能使电场或磁场随时间变化的装置均可作为电磁波源辐射电磁波。

赫兹实验

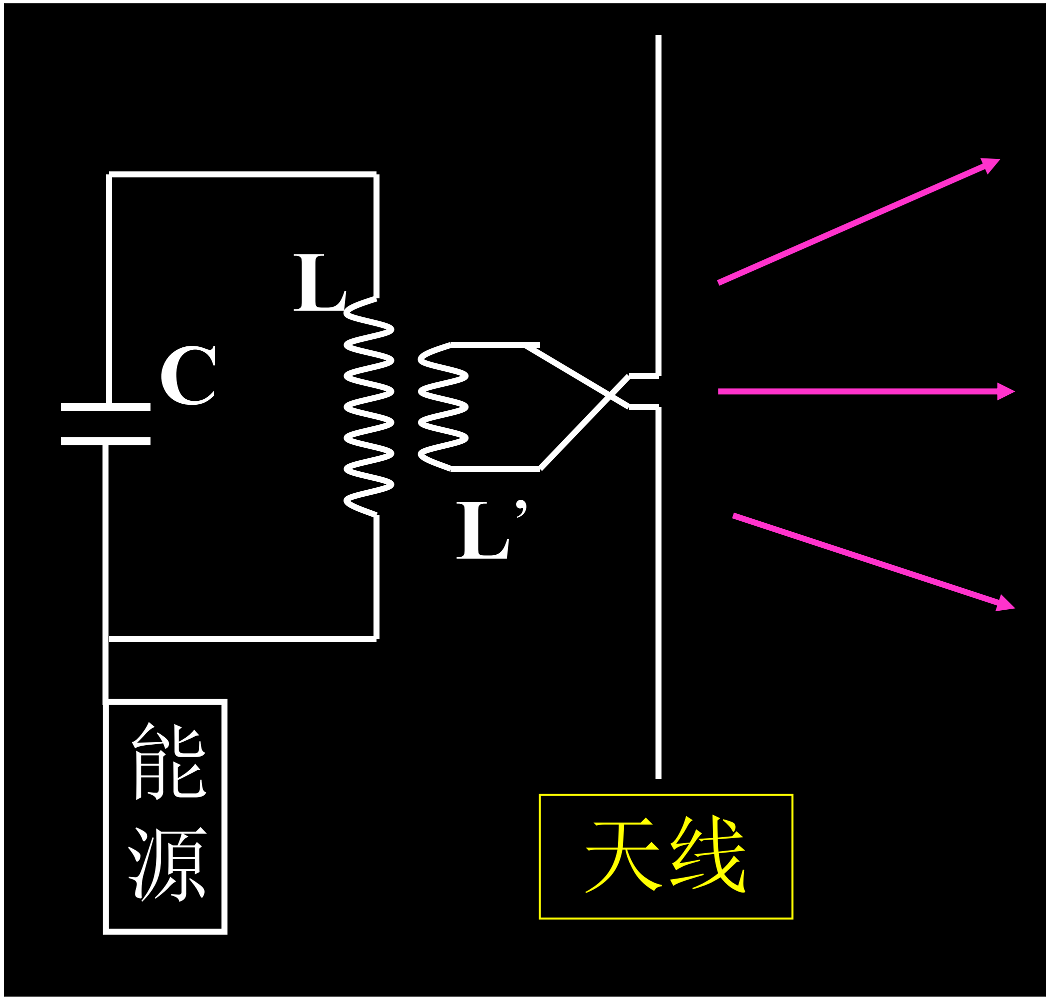
L－C振荡电路



电磁波发射必须具备如下条件：

① 频率足够高　　② 电路必须开放

电磁波的发射与接收



L－C电路中产生角频率 $\omega = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

电磁振荡。

通过互感→天线→角频率的振荡电流。

按麦氏理论→电磁波。

三.电磁波的基本性质

在均匀无限大媒质中，若无自由电荷和传导电流再考虑到 $\boldsymbol{D}=\varepsilon\boldsymbol{E}$，$\boldsymbol{B}=\mu\boldsymbol{H}$，由麦克斯韦电磁场方程组可解出一维情形

下 $\boldsymbol{E}(x,t)$、$\boldsymbol{H}(x,t)$ 的波动方程

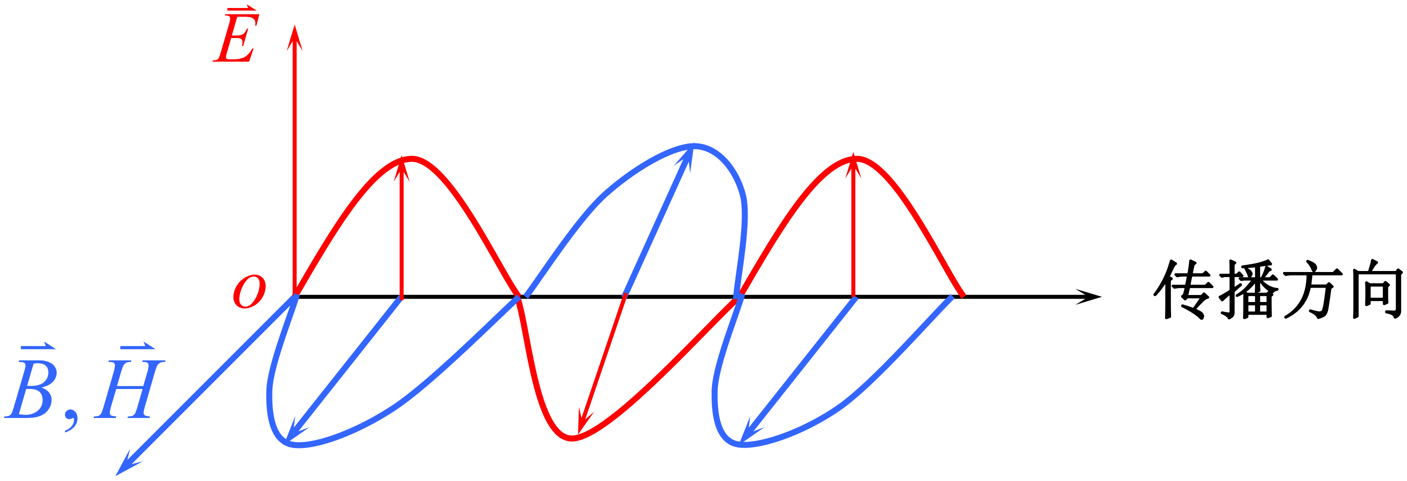
$$\frac{\partial^2 E}{\partial^2 x^2}=\frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 E}{\partial^2 t^2} \qquad \frac{\partial^2 H}{\partial^2 x^2}=\frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 H}{\partial^2 t^2}$$

1. 传播速度 $u=\dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$

真空中 $\mu_r=1,\quad \varepsilon_r=1$

$$u=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}\approx 3\times 10^8 m/s$$ 光速

2. 横波 $\vec{E}$和$\vec{B}$都垂直传播方向，且 $\vec{E} \perp \vec{B}$



3.任一点 $\vec{E}$，$\vec{B}$**周期性变化，同频率、同位相**

$$B = E / c, \quad \sqrt{\varepsilon} E = \sqrt{\mu} H$$

4. 具有能量

四、电磁波的能量

以电磁波形式传播的能量 →辐射能。

1.能量密度：

$$w = w_e + w_m = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 + \frac{1}{2}\mu H^2$$

$$= \varepsilon E^2 = \mu H^2$$

$$(\sqrt{\varepsilon}E = \sqrt{\mu}H)$$

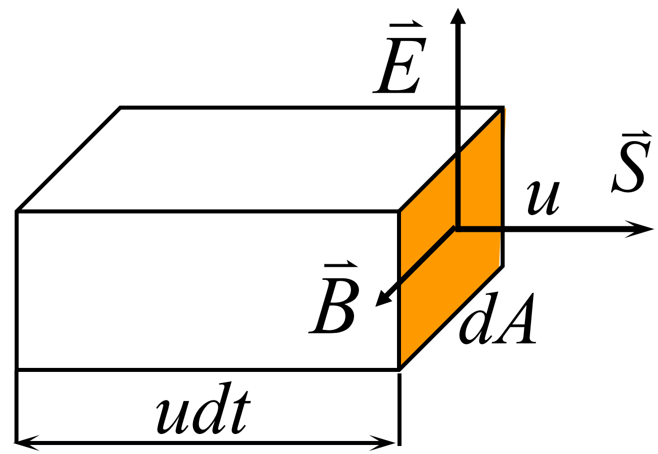
$$(u = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}})$$

2.辐射强度,又称能流密度：

$$S = \frac{wdAudt}{dAdt} = uw = u\varepsilon E^2$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\mu}}\sqrt{\varepsilon}E^2 = \frac{1}{\sqrt{\mu}}E\sqrt{\mu}H$$

$$= EH$$



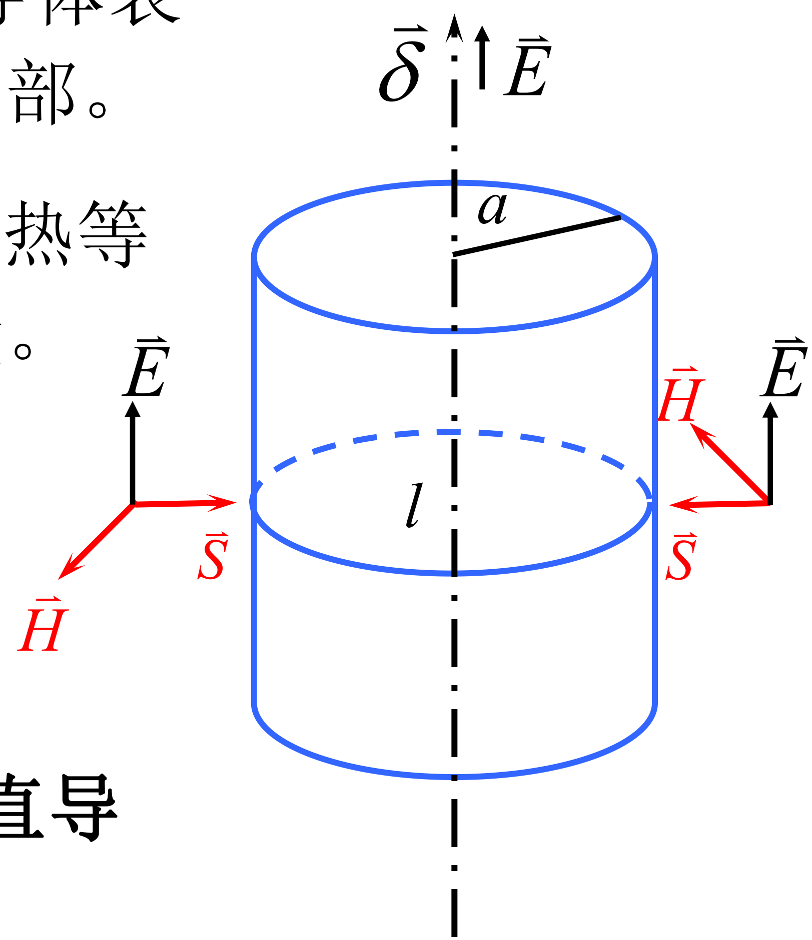
$$\boxed{\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}}$$ ——能流密度矢量

坡印廷矢量

例. 圆柱形导体长为l，半径为a，电阻为R。

证明：①在导体表面上，坡印廷矢量 $\vec{S}$ 处处垂直导体表面，且指向导体内部。

②导体内消耗的焦耳热等于 $\vec{S}$ 传递来的能量。

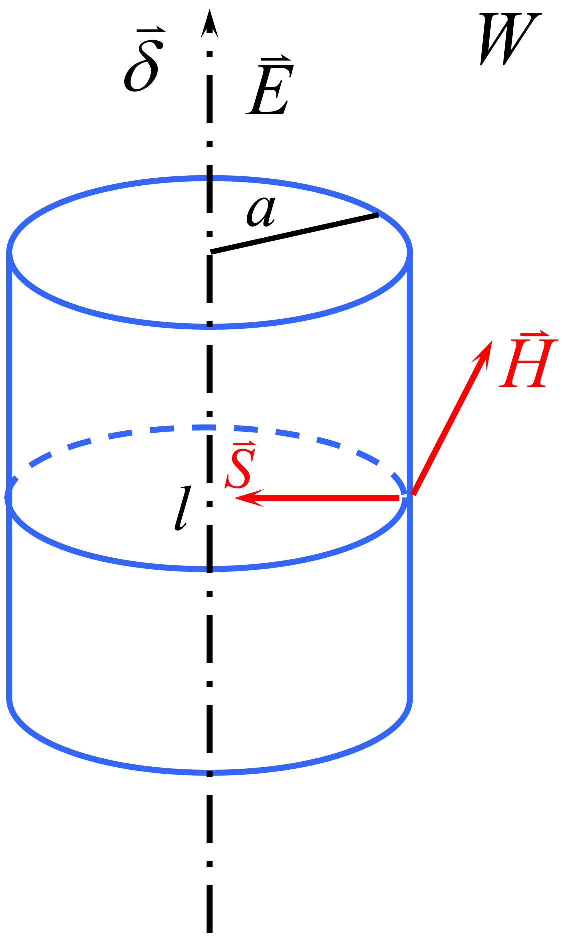


证明：① 如图所示

$$\vec{S}=\vec{E}\times\vec{H}$$

可见，坡印廷矢量处处垂直导体表面，且指向导体内部。

②设长为 l 的导体，单位时间内通过截面上的能量



$$W = S\cdot A = S\cdot 2\pi al$$

$$= EH \cdot 2\pi al$$

$$= \rho\delta \cdot \frac{I}{2\pi a}\cdot 2\pi al$$

$$= \rho\cdot\frac{I}{\pi a^2}\cdot\frac{I}{2\pi a}\cdot 2\pi al$$

$$= I^2\cdot\rho\cdot\frac{l}{\pi a^2} = I^2 R$$

欧姆定律
微分形式

$$(\delta = \sigma E = \frac{E}{\rho})$$

由此说明导体内消耗的焦耳热正是由 $\vec{S}$ 传递来的能量。

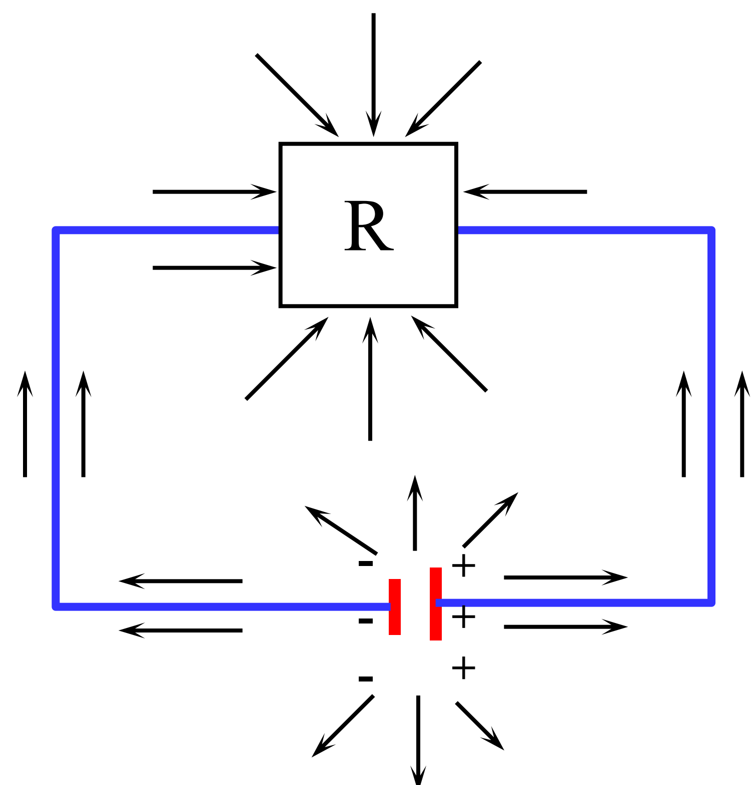
电能、磁能是分别寓于电场、磁场中的，并不为电荷、电流所携带，电磁能量也是由电磁场来输送的，电流和运动电荷本身并不传送电磁能量。

欧姆定律微分形式 $\delta = \sigma E = \dfrac{E}{\rho}$， $\therefore \quad E = \dfrac{\delta}{\sigma}$

当$\sigma \to \infty, E \to 0$

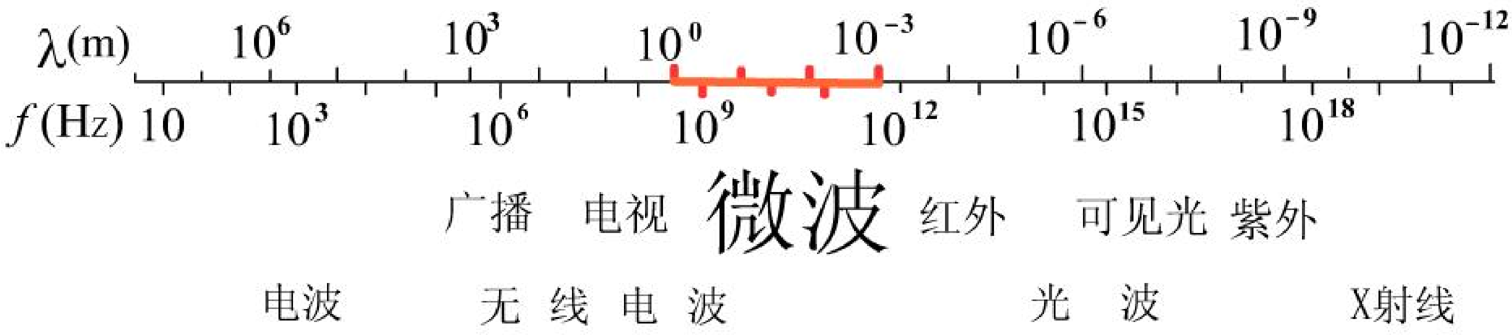
连接用的导线电阻可忽略不计时，其内无电场，因而无能流。

能量的传输是由电源向外辐射，主要经导体外表面的空间传递，再由负载电阻外部空间进入负载电阻。



五. 电磁波的分类

光波、热辐射、微波、无线电波等都是由振源发出的电磁振荡在空间的传播，这些波叫做电磁波。



电磁波的分类

六. 电磁辐射对身体健康的危害

电磁波危害健康证据越来越多

波长越短频率越高——电磁波危害越大

长波————————危害较弱

中波

短波————————危害较大（波长越短频率越高）

超短波——————很大（彩电、电脑）

微波————————极大（手机、微波炉）

2000年，由25位专家组成的“电磁辐射暴露限值国家标准制定联合工作组”开始讨论制定手机辐射标准。工作组的意见始终没能统一。信息产业部、广电总局支持国际上的2瓦/千克的通行标准，倾向于每公斤人体组织手机辐射吸收率为两瓦的标准；而国家环保总局和卫生部，则希望能够制定比国际标准更严格的手机辐射标准，即1瓦/千克。

两种观点。一种主要是来自医疗卫生及环保部门的意见，认为手机辐射会提升某些疾病的发生率，如各种癌症。另一种主要来自手机生产厂家和销售商家，认为到目前为止还找不到手机对人体危害的证据。

微波是电磁波的一种，波长范围在1mm 到1m之间，国际上规定家用微波炉的微波波长为122 mm，对应频率为2450 MHz，选择这个波长主要是为了避免干扰通讯电波。

为什么微波炉产生的微波能快速加热食品呢?

原来微波能容易穿透绝缘物体，但遇到有水份的食物便会使水分子和它一起以相同的频率振荡，振簜中分子与分子互相摩擦，从而产生热量。微波炉产生的微波功率较大，一般从600 W到2000W之间。水分子在微波中每秒振荡24.5亿次，这种振荡几乎是在食物的内外各部分同时发生，因此波加热的食品能够在很短的时间内，把整份食物煮熟。