

考试中心填写：诚信应考,考试作弊将带来严重后果！

\_\_\_\_年\_\_\_\_月\_\_\_\_日

考 试 用

# 湖南大学课程考试试卷

湖南大学课程考试试卷

专业班级:

装订线(题目不得超过此线)

学号:

湖南大学教务处考试中心

姓名:

课程名称: 高等数学 A(2); 课程编码: GE03026 试卷编号: A; 考试时间: 120 分钟

题 号	1~5	6~8	9~10	11~12	13~14	15~16		总分
应得分	20	18	14	16	16	16		100
实得分								
评卷人								

填空题: 将答案填在横线上(每题 4 分, 共 20 分)

1. 已知向量  $a, b, c$  两两相互垂直, 且  $\|a\|=1, \|b\|=2, \|c\|=3$ , 则模

$\|a+b+c\| =$  \_\_\_\_\_ .

2. 函数  $f(x, y) = x^3 - 4x^2 + 2xy - y^2$  的极值点为 \_\_\_\_\_ .

3. 曲面  $e^z - z + xy = 3$  在点  $(2, 1, 0)$  处的切平面方程是 \_\_\_\_\_ .

4.  $I = \int_0^{\frac{R}{2}} dx \int_0^{\sqrt{3}x} f(x, y) dy + \int_{\frac{R}{2}}^R dx \int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} f(x, y) dy$  在极坐标系下的累次积分为 \_\_\_\_\_ .

5. 若级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-a)^n}{n}$  在  $x=2$  时收敛, 则  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_ .

解答题(共 80 分):

6. (6 分) 求极限  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 + y^2}{1 - \sqrt{1 + x^2 + y^2}}$  .

---

7. (6 分) 已知  $z = yf(x + y, xy)$ , 其中  $f$  具有二阶连续偏导数, 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ .

8. (6 分) 在点  $(1, -1, 0)$  处, 求函数  $u = xy + e^z$  有最大增长率的方向 (单位向量), 并求该增长率的值.

9. (6 分) 计算累次积分  $\int_0^1 dx \int_0^x dy \int_0^y \frac{\sin z}{(1-z)^2} dz$ .

10. (8 分) 设直线  $l: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{6}$  在平面  $\pi$  上, 而平面  $\pi$  与曲面  $z = x^2 + y^2$  相切, 求切点的坐标.

---

11. (8 分) 设有平面力场  $\mathbf{F} = \frac{e^x}{1+y^2} \mathbf{i} + \frac{2y(1-e^x)}{(1+y^2)^2} \mathbf{j}$ ,

(1) 试问该力场是否构成保守场 (即做功与路径无关) ?

(2) 求质点沿圆周  $x^2 + (y-1)^2 = 1$  从点  $A(0, 0)$  移动到点  $B(1, 1)$  时该场力所做的功  $W$ .

12. (8 分) 设  $f(x) = 2 + x$  ( $0 \leq x \leq \pi$ ), 求 (1)  $f(x)$  的以  $2\pi$  为周期的余弦级数;

(2)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$  的和.

13. (8 分) 设  $a_0, a_1, a_2 \cdots$  为等差数列 ( $a_0 \neq 0$ ),

(1) 求级数  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  的收敛域及和函数  $S(x)$ ; (2) 求级数  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{2^n}$  的和  $S$ .

14. (8 分) 求球面  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$  含在柱面  $x^2 + y^2 = ax$  内的那部分的面积.

---

15. (8 分) 求  $I = \iint_{\Sigma} xz^2 dydz - \sin x dx dy$ , 其中曲面  $\Sigma$  是由曲线

$$\begin{cases} y = \sqrt{1+z^2}, & 1 \leq z \leq 2 \\ x = 0 \end{cases},$$

绕  $z$  轴旋转而成的旋转曲面, 其法向量与  $z$  轴正向的夹角为锐角.

16. (8 分) 已知曲面  $4x^2 + 4y^2 - z^2 = 1$  与平面  $x + y - z = 0$  的交线在  $xOy$  平面上的投影为一椭圆, 求此椭圆的面积.