

提醒：请诚信应考，考试违规将带来严重后果！

教务处填写：

\_\_\_\_年\_\_\_\_月\_\_\_\_日  
考 试 用

# 湖南大学课程考试试卷

课程名称：\_\_\_\_高等数学 A (1)\_\_\_\_；课程编码：\_\_\_\_GE03025\_\_\_\_；

试卷编号：\_\_\_\_A\_\_\_\_；考试形式：\_\_\_\_闭卷\_\_\_\_；考试时间：\_\_\_\_120\_\_\_\_分钟。

| 题 号 | 1~2 | 3~5 | 6~8 | 9~10 | 11~12 | 13~14 | 总分  |
|-----|-----|-----|-----|------|-------|-------|-----|
| 应得分 | 12  | 18  | 24  | 16   | 14    | 16    | 100 |
| 实得分 |     |     |     |      |       |       |     |
| 评卷人 |     |     |     |      |       |       |     |

## 一. 计算题 I (本题共 5 小题，每小题 6 分，满分 30 分)

- 求极限  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$ .
- 设  $x \rightarrow 0$  时， $\tan x - \sin x$  与  $Ax^n$  是等价无穷小，求常数  $A$  和  $n$ .
- 利用微分计算  $\ln 0.99$  的近似值.
- 计算摆线  $\begin{cases} x = a(t - \sin t), \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases} (a > 0)$  一拱  $(0 \leq t \leq 2\pi)$  与  $x$  轴围成的面积.
- 求抛物线  $\Gamma: y = 1 - 2x^2$  与  $x$  轴所围图形绕  $y$  轴旋转一周所得旋转体的体积.

## 二. 计算题 II (本题共 5 小题，每小题 8 分，满分 40 分)

- 求不定积分  $\int \frac{xe^x dx}{\sqrt{e^x - 2}}$ .
- 求定积分  $\int_0^{2n\pi} e^x |\sin x| dx$  ( $n$  为正整数).
- 求极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sqrt[n]{(n+1)(n+2) \cdots (2n)}$ .
- 设函数  $f(x) = e^{x^2+2x}$ ，求  $f^{(10)}(-1)$ .
- 求微分方程  $y'' - 3y' + 2y = xe^{2x}$  的通解.

湖南大学课程考试试卷

专业班级：

学号：

姓名：

装订线 (题目不得超过此线)

湖南大学教务处

---

三. 讨论题 (本题共 2 小题, 每小题 7 分, 满分 14 分)

11. 讨论关于未知数  $x$  的方程  $\int_0^{x^2} e^{-\sqrt{t}} dt = ae^{-x}$  的非负实根个数 ( $a$  为实参数).

12. 设  $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^2 e^{n(x-1)} + ax + b}{1 + e^{n(x-1)}}$ , 讨论该函数的连续性与可导性.

四. 应用题与证明题 (本题共 2 小题, 每小题 8 分, 满分 16 分)

13. 长为 6m 的均匀链条自水平桌面上向下滑动, 链条与桌面的摩擦系数  $k = 0.1$ , 假定在运动开始时, 链条自桌上垂下部分已有 1m. 试问需多长时间链条才能全部滑过桌面 (最后结果用重力加速度  $g$  表示).

14. 设  $f(x)$  在  $[-1, 1]$  上具有三阶连续导数, 证明存在实数  $\xi \in (-1, 1)$ , 使得

$$\frac{f'''(\xi)}{6} = \frac{f(1) - f(-1)}{2} - f'(0).$$