

诚信应考,考试作弊将带来严重后果!

考试中心填写:

年 月 日

考 试 用

湖南大学课程考试试卷

课程名称: 高等数学 A(1); 课程编码: 试卷编号: A; 考试时间: 120 分钟

湖南大学课程考试试卷

专业班级:

装订线(题目不得超过此线)

学号:

姓名:

题 号	一	二	三	四	总分
应得分	30	34	20	16	100
实得分					
评卷人					

一、计算题 I (每题 6 分, 共 30 分)

得 分

1、求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$ .

2、求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\frac{1}{x}} \arctan \frac{1}{x}}{1 + e^{\frac{2}{x}}}$ .

湖南大学教务处考试中心

---

3、设可微的函数  $f(x) > 0$ ，求微分  $df[\frac{\ln f(x)}{f(x)}]$ .

4、设函数  $y=y(x)$  由方程  $\arctan \frac{y}{x} - \ln \sqrt{x^2 + y^2} = 0$  所确定，求  $\frac{dy}{dx}$  和  $\frac{d^2y}{dx^2}$ .

5、设函数  $y=y(x)$  由参数方程  $x = t - e^{-t}$ ， $y = e^{2t}$  所确定，计算  $\frac{d^2y}{dx^2}|_{x=-1}$ .

二、计算题 II (第 6~8 题每题 6 分, 第 9~10 题每题 8 分, 共 34 分)

得分

6、求不定积分  $\int \frac{1}{1+e^x} dx$ .

7、计算定积分  $\int_0^4 \sin(\sqrt{x}-1) dx$

8、设  $\beta$  为常数, 计算定积分  $\int_0^1 x|x-\beta| dx$ .

---

9、求解一阶微分方程的初值问题：  $y' = (1 - y^2) \tan x$ ，  $y(0) = 2$  .

.

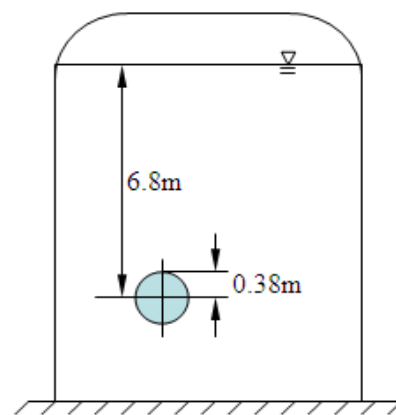
10、求解二阶线性微分方程  $y'' + 4y = x \cos x$  .

## 三、应用题 (每题 10 分, 共 20 分) .

得分

11、做半径为  $r$  的球的外切正圆锥, 问此圆锥的高  $h$  为何值时, 其体积最小, 并求出该最小值.

12、一贮油罐内装有密度为  $\gamma=9.6\times 10^2\text{kg/m}^3$  的油料. 为便于清理和检修, 罐的下部侧面开有一个半径为  $R=0.38\text{m}$  的圆孔 (如图), 孔的中心距液面为  $h=6.8\text{m}$ , 孔口挡板用螺钉固紧. 已知每颗螺钉能承受  $4.9\times 10^3\text{N}$  的力, 问至少要用多少螺钉?



---

四、讨论和证明题（每题 8 分，共 16 分）

得 分

13、讨论曲线  $y = 4\ln x + 5$  和  $y = 4x + \ln^4 x$  的交点的个数，并说明理由.

.

14、设  $f(x) \in C(-\infty, +\infty)$ ，且有  $F(x) = \int_0^x (x-2t)f(x-t)dt$ . 证明：

(1) 若  $f(x)$  是偶函数，则  $F(x)$  也是偶函数；(2) 若  $f(x)$  是单增函数，则  $F(x)$  也是单增函数.