

诚信应考,考试作弊将带来严重后果!

考试中心填写:

____年____月____日
考 试 用

湖南大学课程考试试卷

课程名称: 高等数学 A(1); 课程编码: GE03025; 试卷编号: A; 考试时间: 120 分钟

题 号	1~2	3~5	6~8	9~10	11~12	13~14	总分
应得分	12	18	24	16	14	16	100
实得分							
评卷人							

一. 计算题 I (本题共 5 小题, 每小题 6 分, 满分 30 分)

1. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$.

装订线 (题目不得超过此线)

2. 设 $x \rightarrow 0$ 时, $2^x - 1$ 与 Ax 是等价无穷小, 求常数 A .

湖南大学课程考试试卷

专业班级:

学号:

姓名:

湖南大学教务处考试中心

3. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2e^x + a, & x < 0, \\ x^2 + bx + 1, & x \geq 0, \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处可导, 求 a, b 的值.

4. 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $e^{x+y} - xy = 1$ 所确定, 求 $y''(0)$.

5. 利用微分计算 $\sin 31^\circ$ 的近似值. (计算时保留到小数点第三位).

二. 计算题 II (本题共 5 小题, 每小题 8 分, 满分 40 分)

6. 求不定积分 $\int \frac{dx}{\sqrt{1+e^{2x}}}.$

7. 求定积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-x} \cos x dx.$

8. 设曲线 C 的极坐标方程为 $r = a \sin^3 \frac{\theta}{3}, (a > 0)$, 求曲线 C 的全长.

9. 过点 $P(1,0)$ 作抛物线 $y = \sqrt{x-2}$ 的切线, 该切线与上述抛物线及 x 轴围成一平面图形, 求此图形绕 x 轴旋转一周所成旋转体体积.

10. 设可微函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = \sin x - \int_0^x (x-t)f(t)dt$, 求 $f(x)$.

三. 讨论题 (本题共 2 小题, 每小题 7 分, 满分 14 分)

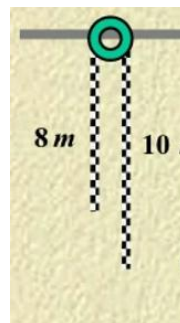
11. 讨论方程 $\ln x = ax, (a > 0)$ 的实根个数.

12. 函数 $y = f(x)$ 在 $(-1, 1)$ 内具有二阶连续导数, 且 $f''(x) \neq 0$. 设 ξ 是函数 $y = f(x)$ 在 $[0, b] \subset (-1, 1)$ 上使用拉格朗日中值定理得到的“中值”, 讨论极

限 $\lim_{b \rightarrow 0} \frac{\xi}{b}$ 是否存在, 若存在求出极限值, 若不存在, 说明理由.

四. 应用题与证明题 (本题共 2 小题, 每小题 8 分, 满分 16 分)

13. 质量均匀的链条挂在一无摩擦的钉子上, 运动开始时链条的一边下垂 8 米, 另一边下垂 10 米, 求整个链条滑过钉子所需时间. (结果用重力加速度 g 表示).



14. 函数 $f(x), g(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, $g(x)$ 在 (a, b) 上可导, $g'(x) > 0$, 且

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(x) g(x) dx = 0.$$

证明: 在 (a, b) 内至少存在两个不同的点 ξ_1, ξ_2 , 使得 $f(\xi_1) = f(\xi_2) = 0$.