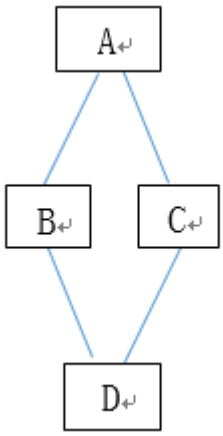
1. 贝叶斯网络（20 分）

1.根据图所给出的贝叶斯网络，其中：P(A)=0.5，P(B|A)=1， P(B|¬A)=0.5， P(C|A)=1，P(C|¬A)=0.5，P(D|BC)=1，P(D|B, ¬C)=0.5，P(D|¬B,C)=0.5，P(D|¬B, ¬C)=0。试计算下列概率 P(A|D)。




Answer：

$P(A|D) = a\sum B\sum CP(A, B, C, D)$

$= a\sum B\sum CP(A)P(B|A)P(C|A)P(D|B, C)$

$= aP(A)\sum BP(B|A)\sum CP(C|A)P(D|B, C)$

$\sum BP(B|A)\sum CP(C|A)P(D|B,C)$

$= P(B|A)\sum CP(C|A)P(D|B, C) + P(\neg B|A)\sum CP(C|A)P(D|\neg B, C)$

$= P(B|A)[P(C|A)P(D|B, C) + P(\neg C|A)P(D|B, \neg C)]$

$+ P(\neg B|A)[P(C|A)P(D|\neg B,C) + P(\neg C|A)P(D|\neg B, \neg C)]$

$=1*[1*1+0] + 0$

$=1$

$P(A|D) = aP(A) * 1 = 0.5a$ （10 分）

同理

$P(\neg A|D) = a\sum B\sum CP(\neg A, B, C, D)$

$= a\sum B\sum CP(\neg A)P(B|\neg A)P(C|\neg A)P(D|B, C)$

$= aP(\neg A)\sum BP(B|\neg A)\sum CP(C|\neg A)P(D|B, C)$

$\sum BP(B|\neg A)\sum CP(C|\neg A)P(D|B,C)$

$= P(B|\neg A)\sum CP(C|\neg A)P(D|B, C) + P(\neg B|\neg A)\sum CP(C|\neg A)P(D|\neg B, C)$

$= P(B|\neg A)[P(C|\neg A)P(D|B, C) + P(\neg C|\neg A)P(D|B, \neg C)]$

$+ P(\neg B|\neg A)[P(C|\neg A)P(D|\neg B, C) + P(\neg C|\neg A)P(D|\neg B, \neg C)]$

$=0.5*[0.5*1+0.5*0.5]+0.5[0.5*0.5+0.5*0]$

$=0.5$

$P(\neg A|D) = aP(\neg A) * 0.5 = 0.25a$

归一化得

$P(A|D) = 0.67$ （10 分）

**2.**设样本集合如下表格，其中 A、B、C 是 F 的属性，请根据信息增益标准（ID3 算法），画出 F 的决策树。其中

$$log_2\left(\frac{2}{3}\right) = -0.5842，\ log_2\left(\frac{1}{3}\right) = -1.5850，\ log_2\left(\frac{3}{4}\right) = -0.41504$$

| A | B | C | F |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |

Answer:

$$H_A = \frac{4}{7}H_{A=0} + \frac{3}{7}H_{A=1} = -\frac{1}{7}\left\{2\log_2\frac{2}{4} + 2\log_2\frac{2}{4} + 2\log_2\frac{2}{3} + 1\log_2\frac{1}{3}\right\} = 0.965$$

$$H_B = \frac{4}{7}H_{B=0} + \frac{3}{7}H_{B=1} = -\frac{1}{7}\left\{3\log_2\frac{3}{4} + 1\log_2\frac{1}{4} + 1\log_2\frac{1}{3} + 2\log_2\frac{2}{3}\right\} = 0.857$$

$$H_C = \frac{4}{7}H_{C=0} + \frac{3}{7}H_{C=1} = -\frac{1}{7}\left\{1\log_2\frac{1}{4} + 3\log_2\frac{3}{4} + 3\log_2\frac{3}{3} + 0\log_2\frac{0}{3}\right\} = 0.464$$

所以，第一次分类选择属性 C，对 C=0 的 4 个例子再进行第二次分类：（6 分）

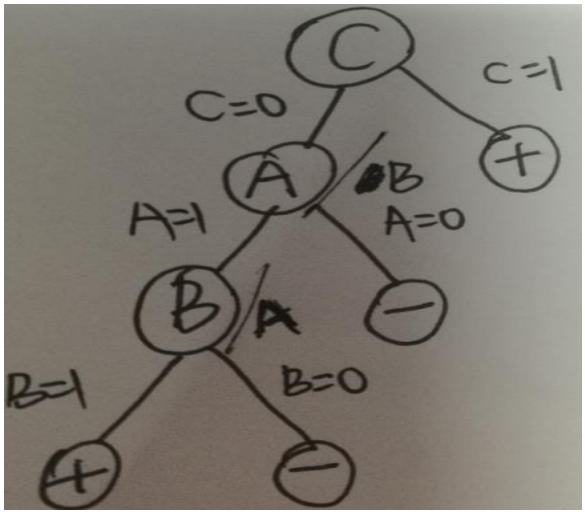
$$\mathrm{H}_A = \frac{2}{4}H_{A=0} + \frac{2}{4}H_{A=1} = -\frac{1}{4}\left\{1\log_2\frac{1}{2} + 1\log_2\frac{1}{2}\right\} = 0.5$$

$$\mathrm{H}_B = \frac{2}{4}H_{B=0} + \frac{2}{4}H_{B=1} = -\frac{1}{4}\left\{1\log_2\frac{1}{2} + 1\log_2\frac{1}{2}\right\} = 0.5$$

所以，可任选属性 A 或 B 作为第二次分类的标准，在这里选择属性 A，（4 分）
则 A=1 的两个例子再按照属性 B 分类，得：

$$H_B = \frac{1}{2}H_{B=0} + \frac{1}{2}H_{B=1} = -\frac{1}{2}\{0\} = 0 \quad （2 分）$$

F 的决策树：




（8 分）

3、某学校，所有的男生都穿裤子，而女生当中，一半穿裤子，一半穿裙子。男女比例 70%的可能性是 4:6，有 20%可能性是 1:1，有 10%可能性是 6:4，问一个穿裤子的人是男生的概率有多大？

Answer：

（1）假设情况 h1,其发生概率 P(h1) = 7/10，此时男女比例 4:6，则 P(pants):P(skirt) =7:3

$$P_1(\text{boy}|\text{pants}) = \frac{P(\text{pants}|\text{boy})P(\text{boy})}{P(\text{pants})} = \frac{1\times\frac{4}{10}}{\frac{7}{10}} = \frac{4}{7}$$

（4 分）

（2）假设情况 h2,其发生概率 P(h2) = 2/10，此时男女比例 1:1，则 P(pants):P(skirt) = 3:1

$$P_2(\text{boy}|\text{pants}) = \frac{P(\text{pants}|\text{boy})P(\text{boy})}{P(\text{pants})} = \frac{1\times\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{2}{3}$$

（4 分）

（3）假设情况 h3,其发生概率 P(h3) = 1/10，此时男女比例 6:4，则 P(pants):P(skirt) = 8:2

$$P_3(\text{boy}|\text{pants}) = \frac{P(\text{pants}|\text{boy})P(\text{boy})}{P(\text{pants})} = \frac{1\times\frac{6}{10}}{\frac{8}{10}} = \frac{3}{4}$$

（4 分）

由 MAP 可得：

$$h_{MAP} = \arg\max_{h \in H} P(D|h) \cdot P(h)$$
$$= \arg\max \{P_1 \cdot P(h1), P_2 \cdot P(h2), P_3 \cdot P(h3)\}$$
$$= \arg\max \left\{ \frac{4}{7} \times \frac{7}{10}, \frac{2}{3} \times \frac{2}{10}, \frac{3}{4} \times \frac{1}{10} \right\}$$
$$= \arg\max \left\{ \frac{4}{10}, \frac{4}{30}, \frac{3}{40} \right\}$$
$$= 0.4$$

（8 分）

4. 人工神经网络

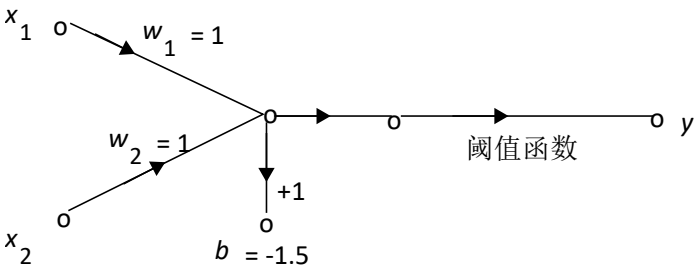
阈值感知器可以用来执行很多逻辑函数，说明它对二进制逻辑函数与（AND）和或（OR）的实现过程。

Answer：

与（AND）操作的真值表如下表所示：（4 分）

| Inputs | | Output y |
|---|---|---|
| $x_1$ | $x_2$ | |
| 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 |

与操作可用下图所示的阈值感知器表示：（6 分）




v = $w_1x_1+w_2x_2+b$

= $x_1+x_2$ -1.5

If $x_1=x_2=1$ , then v = 0.5, and y=1

If $x_1$ = 0,and $x_2=1$ , then v= -0.5 , and y=0

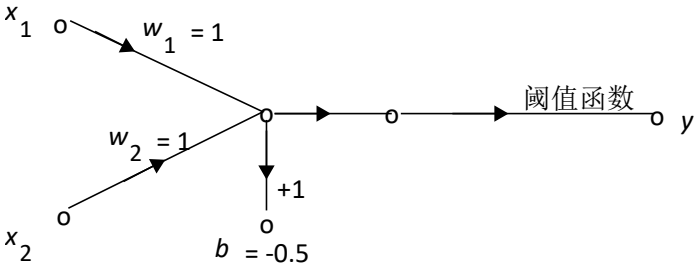
If $x_1$ = 1,and $x_2=0$ , then v= -0.5 , and y=0

If x1=x2=0, then v= -1.5 , and y=0

或（OR）操作的真值表如下所示：（4 分）

| Inputs | | Output y |
|---|---|---|
| $x_1$ | $x_2$ | |
| 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 |

或操作可用下图所示的阈值感知器表示：（6 分）




5.