

提醒：请诚信应考，考试违规将带来严重后果！

教务处填写：

# 湖南大学课程考试试卷

\_\_\_\_年\_\_月\_\_日

考 试 用

课程名称：\_\_\_\_ 概率统计 B \_\_\_\_；课程编码：\_\_\_\_；

试卷编号：\_\_\_\_ A \_\_\_\_；考试形式：\_\_\_\_ 闭卷 \_\_\_\_；考试时间：\_\_\_\_ 120 \_\_\_\_分钟。

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
应得分	60	24	16								100
实得分											
评卷人											

## 一、简单计算题（每题 6 分，共 60 分）

- 若  $P(A) = 0.5$ ， $P(B) = 0.4$ ， $P(A - B) = 0.3$ ，求  $P(A \cup B)$ .
- 房间里有 10 个人，分别佩戴着 1~10 号的纪念章，现等可能地任选三人，记录其纪念章号码，试求：最小号码为 5 的概率.
- 两台车床加工同样的零件，第一台车床加工出现不合格品的概率为 0.03，第二台车床加工出现不合格品的概率为 0.05；把两台车床加工的零件放在一起，已知第一台车床加工的零件数比第二台车床加工的零件多一倍. 现从这两台车床加工的零件中随机地取出一件，发现是不合格品，求这个零件是第二台车床加工的概率.
- 设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ ，求随机变量  $Y = 2X + 1$  的密度函数.
- 设  $X$  和  $Y$  为两个随机变量，且  $P(X \geq 0, Y \geq 0) = \frac{3}{7}$ ，  
 $P(X \geq 0) = P(Y \geq 0) = \frac{4}{7}$ ，求：  $P(\max(X, Y) \geq 0)$ .
- 设随机变量  $X, Y$  的联合概率密度为  
 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{8}(x+y) & 0 < x < 2, 0 < y < 2 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$ ，求  $X, Y$  的相关系数.
- 某保险公司经多年的资料统计表明，在索赔户中被盗户占 20%，在随意抽查的 100 家索赔户中被盗的索赔户数为随机变量  $X$ ，利用中心极限定理，求被盗的索赔户数不少于 14 户且不多于 30 户的概率的近似值. ( $\Phi(2.5) = 0.994, \Phi(1.5) = 0.933$ )

专业班级：

学号：

姓名：

装订线（题目不得超过此线）

---

8、总体  $X \sim N(1, 2^2)$ ,  $(X_1, X_2, X_3, X_4)$  为总体  $X$  的一个样本, 问  $Z = \frac{(X_1 - X_2)^2}{(X_3 - X_4)^2}$  服从什么分布?

9、设总体  $X$  的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} (\alpha + 1)x^\alpha, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

其中  $\alpha > 0$  为未知参数,  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  为总体的样本, 试求  $\alpha$  的最大似然估计量  $\hat{\alpha}$ .

10、设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体  $N(\mu, \sigma^2)$  的一个样本, 若使  $C \cdot \sum_{i=1}^{n-1} (X_{i+1} - X_i)^2$  为  $\sigma^2$  的无偏估计, 求常数  $C$  的值.

## 二、综合计算题 (每题 8 分, 共 24 分)

1、设  $(X, Y)$  的密度函数为  $f(x, y) = \begin{cases} 4xy, & 0 < x, y < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ , 求 (1)  $P(X < 2Y)$ . (2)  $X, Y$  是否独立?

2、设二维随机变量  $(X, Y)$  的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} 2 - x - y & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

求  $Z = X + Y$  的概率密度.

3、设  $a$  为区间  $(0, 1)$  上的一个定点, 随机变量  $X$  服从区间  $(0, 1)$  上的均匀分布,  $Y = |X - a|$ , 问  $a$  为何值时  $X$  与  $Y$  不相关.

## 三、应用题 (每题 8 分, 共 16 分)

1、假设人的身高服从正态分布  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ . 今从高三毕业班中随机抽查 10 名女生, 经计算有  $\bar{X} = 162.67$ ,  $s^2 = 18.43$ , 求高三女生身高均值  $\mu$  的 95% 的置信区间.

$$(\Phi(1.96) = 0.975, \Phi(1.645) = 0.95, t_{0.025}(9) = 2.262, t_{0.025}(10) = 2.228)$$

2、设某厂生产的铜线的折断力为  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 仅从一批产品中抽查 10 根, 测其折断力后计算得样本均值  $\bar{x} = 575.2$ , 样本方差  $S^2 = 68.16$ . 试问能否认为这批铜线折断力的方差为  $8^2$ ? ( $\alpha = 0.05$ )

$$(\chi_{0.025}^2(9) = 19.0, \chi_{0.975}^2(9) = 2.7, \chi_{0.025}^2(10) = 20.483, \chi_{0.975}^2(10) = 3.247)$$