

诚信应考,考试作弊将带来严重后果!

教务处填写:

2017 年 6 月
日

湖南大学课程考试试卷

课程名称: 高等数学 A (2); 课程编码: 试卷编号: ; 考试时间: 120 分钟

湖南大学课程考试试卷

专业班级:

装订线(题目不得超过此线)

学号:

湖南大学教务处

姓名:

题号	1-5	6-10	11-12	13-14	15-16	17-18					总分
应得分	15	15	14	20	20	16					100
实得分											
评卷人											

填空题(每小题 3 分,5 小题共 15 分)

1. 已知 $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = 1$, 则 $(\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a}) \cdot (\vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c}) =$.

2. 函数 $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} + xy$ 在 $(x, y) = (0, 0)$ 处沿方向 $\vec{l} = \vec{i} + 2\vec{j}$ 的方向导数是 .

3. 过曲线 $L: \begin{cases} (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1, \\ z = 0. \end{cases}$ 上每点与点 $P(0, 0, 1)$ 连直线作成的曲面方程是..... ()

4. $f(x)$ 以 2π 为周期, 在 $(-\pi, \pi]$ 内 $f(x) = \sin^2 x$, 则它的傅里叶级数的系数 $a_2 =$, $b_2 =$.

5. 已知幂级数 $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n x^n$ 的收敛半径为 R , 则级数 $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n a_n}{n+1} x^n$ 的收敛半径是 .

选择题 (将你认为正确答案的序号填在题干的括号内 , 每小题 3 分,5 小题共 15

分)

6 设 z 是 x, y 的函数由方程 $z = f(z, x, xy)$ 确定 , $f \in C^1$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 的表达式为 ()

A. $f'_1 + f'_2 + f'_3 y$ B. $\frac{f'_2 + f'_3 y}{1 - f'_1}$ C. $f'_2 + f'_3 y$ D. $\frac{f'_2 + f'_3 y}{1 + f'_1}$

7. 将射线 $x = y = z (x \geq 0)$ 绕 y 轴旋转一周所成的曲面方程是..... ()

A. $y^2 = z^2 + x^2$ B. $x = \sqrt{\frac{y^2 + z^2}{2}}$ C. $2y^2 = z^2 + x^2$ D. $y = \sqrt{\frac{z^2 + x^2}{2}}$

8. 设曲面 Σ 是柱体 $x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq 1$ 的表面 , 则对面积的曲面积分

$\iint_{\Sigma} (x^2 + y^2 + xz) dS$ 的值为 ()

A. 3π B. 2π C. 0 D. 6π

9. 已知 $f \in C$, 令 $I(t) = \iint_{x^2 + y^2 \leq t^2} f(x^2 + y^2) d\sigma$, 则 $\frac{dI}{dt} = \dots\dots\dots$ ()

A. $2\pi f(t)$ B. $2\pi f(t^2)$ C. $2\pi t f(t^2)$ D. $\frac{\pi}{\sqrt{t}} f(t)$

10. 下列级数中 , 发散的级数是 ()

A. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2}$ B. $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} \ln(1 + \frac{1}{\sqrt{n}})$ C. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\ln(n^n + n^2 + 1)}$ D.

$\sum_{n=1}^{+\infty} (e^{\frac{1}{n^2}} - 1) \sin n$

计算题（11、12 每题 7 分，13—17 每题 10 分，18 题 6 分）

11. 求极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{e^{2(x^2+y^2)} + x^2y - 1}{x^2 + y^2}$

12. 设 $z = (x + y)^{x-y}$ ，利用多元复合函数链式法则求 $\frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$.

13. 已知 $f \in C$, D 是由 $y = -x, x = 1$ 及 $y = 1$ 围成的区域,

求 $\iint_D y(|y-x| - xf(x^2+y^2))d\sigma$

14. 有一平面力场, $\vec{F}(x, y) = y(\sin x - x^2)\vec{i} + (xy^2 + \cos y)\vec{j}$, 一质点在该场力的作用下沿上半圆周 $L: x^2 + y^2 = a^2$ 从 $A(a, 0)$ 到达 $B(-a, 0)$, 求场力所做的功.

15. 不可压缩的非稳定流体通过有向曲面 $\Sigma: x^2 + y^2 + z^2 = R^2 (z > 0)$, Σ 法向与 z 轴正向成锐角, 流体的速度为 $\vec{V}(x, y, z, t) = (xy^2 + t)\vec{i} + y(z^2 + t^2)\vec{j} + (x^2z + yz + 2)\vec{k}$, 求在时间段 $0 \leq t \leq 2$ 内流体通过曲面 Σ 的流量.

16. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{+\infty} (n^2 + 1)x^n$ 的收敛区间及和函数, 并求 $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 - 1}{2^{n-1}}$.

17. 在第一卦限内的单位球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 上找一点，使球面在该点处的切平面与三坐标平面围成的立体的体积最小.

18. 设 $f(x)$ 是以1为周期的连续函数，且 $\int_0^1 f(x)dx = a$ ，求 $\int_0^1 dx \int_0^x f(x+y)dy$
