

诚信应考,考试作弊将带来严重后果!

考试中心填写:

____年____月____日
考 试 用

湖南大学课程考试试卷

课程名称: 高等数学 A(上); 课程编码: _____ 试卷编号: A; 考试时间: 120 分钟

湖南大学课程考试试卷

专业班级:

装订线(题目不得超过此线)

学号:

姓名:

题 号	一	二	三	四	五	六	七				总分
应得分	10	18	20	14	16	14	8				100
实得分											
评卷人											

一、求下列极限(每小题 5 分, 共 10 分)

1、 $\lim_{n \rightarrow \infty} [\sqrt{n^2 + 4n + 5} - (n - 1)]$.

2、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{2x} \tan(x^2) dx}{x^3}$.

二、求下列导数(每小题 6 分, 共 18 分)

3、 设 $y = \ln^3(x^3)$, 求 y' .

湖南大学教务处考试中心

4、设函数 $y=y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = \ln t + t^2 \\ y = 2t^3 + 3t \end{cases}$ 所确定，求 $\frac{dy}{dx} \Big|_{x=1}$ 和 $\frac{d^2y}{dx^2} \Big|_{x=1}$.

5、设函数 $y=y(x)$ 由方程 $e^{xy} + y^3 - 5x = 0$ 所确定，求 $\frac{dy}{dx} \Big|_{x=0}$ 和 $\frac{d^2y}{dx^2} \Big|_{x=0}$.

三、计算下列积分（每小题 5 分，共 20 分）

6、 $\int \frac{x+1}{3x^2+5} dx$.

7、 $\int_0^4 \cos(\sqrt{x}-1)dx$.

8、 设 a 为常数, $\int_0^1 x|x-a|dx$.

9、 已知 $f(x)$ 的一个原函数为 $(1+\sin x)\ln x$, 求 $\int xf'(x)dx$.

四、求解微分方程（共 14 分）.

10、(6 分) $y' + y \cos x = e^{-\sin x}$, $y|_{x=\frac{\pi}{2}} = 1$.

11、(8 分) $y'' - 6y' + 9y = e^{2x}(x+1)$

五、讨论题(共16分)。

12、(10分) 讨论函数 $f(x) = \int_0^x \frac{3x}{x^2 - x + 1} dx$ 的增减性、凸性, 并求其极值.

13、(6分) 在区间 $[0, 1]$ 上验证罗尔(Rolle)中值定理对函数 $f(x) = \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{1-x}$ 的正确性.

六、应用题（每题 7 分，共 14 分）

14、已知一立体，以长半轴 $a=10\text{cm}$ 、短半轴 $b=5\text{cm}$ 的椭圆为底，而垂直于长轴的截面均为等边三角形，求其体积.

15、一底为 8cm 、高为 6cm 的等腰三角形膜片，铅直地沉没于水中，顶在上，底在下且与水面平行，而顶在水下 3cm 深处，试求膜片一面所受的压力.（水的密度为 $\gamma=1.0\times 10^3\text{kg/m}^3$ ）

七、证明题（8分）

设有区间 $[a, b]$ 上的正值连续函数 $f(x)$ ，曲线 $y=f(x)$ 与直线 $x=a, x=b, y=0$ 围成一曲边梯形，任取 $t \in (a, b)$ ，则直线 $x=t$ 便将该曲边梯形分成左右两部分，其面积分别记为 $A(t)$ 和 $B(t)$ 。(1)试证至少存在一点 $t_0 \in (a, b)$ ，使 $A(t_0)=B(t_0)$ ；(2)试证存在唯一的一

点 $t_1 \in (a, b)$ ，使得 $\frac{A(t_1)}{B(t_1)} = \frac{2013}{2014}$ 。