2015年7月高数A2卷

课程名称：高等数学A(2)；课程编码：GE03026 试卷编号：A；考试时间：120分钟

题号	1~7	8~10	11~12	13~14	15~16	17~18					总分
应得分	21	21	14	14	14	16					100
实得分											
评卷人											

1~7

一、填空题（每题3分，共21分）

1. 已知$\|\vec a\|=2,\|\vec b\|=1,\|\vec c\|=\sqrt{2}$，且$\vec a\perp\vec b,\vec a\perp\vec c,\vec b$与$\vec c$的夹角为$\frac{\pi}{4}$，则$\|\vec a+2\vec b-3\vec c\|=$________.

2. 直线$\frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-4}{2}$与平面$2x+y+z-6=0$的夹角等于________.

3. 过曲线$\begin{cases}2x^2+y^2+z^2=16,\\ x^2+z^2-y^2=0\end{cases}$且母线平行于$x$轴的柱面方程为________.

4. 函数$f(x,y)$在点$P(1,2)$沿$\vec i+\vec j$方向的方向导数是$2\sqrt{2}$，沿$-2\vec j$方向的方向导数是-3，则函数$f(x,y)$沿$-\vec i-2\vec j$方向的方向导数为________.

5. 曲面$\cos\pi x-x^2y+e^{xz}+yz=4$在点$P(0,1,2)$处的切平面方程为______.

6. 一个球从h米高度落下，每次下落后弹起的高度为$\frac{2}{3}h$，若开始下落的高度为6米，则直至落在地面静止不动时，该球上下经过的总距离为________米.

7. 将函数$f(x)=x\ (-\pi<x<\pi)$展开成傅里叶级数时，其系数$b_n=$______.（$n=1,2,3,\cdots$）.

二、计算题（每题7分，共70分）

8. 计算 $\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}}\frac{1-\cos(x^2+y^2)}{(x^2+y^2)(e^{|x|+|y|}-1)}$.

9. 已知$z=f(x^2y,\ln(xy))$，f具有二阶连续偏导数，求$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

10. 计算 $I=\int_0^2 dx\int_0^{\sqrt{2x-x^2}}\frac{x+y}{x^2+y^2}dy$.

11. 一个密度为 1 的物体所占有的闭区域Ω由曲面$z=x^2+y^2$和平面$z=0,|x|=1,|y|=1$所围成,求该物体关于z轴的转动惯量.

12. 设Σ为球面$x^2+y^2+z^2=a^2(a>0)$,若$\oiint_{\Sigma}(3x+4z)^2 ds=300\pi$,求$a$的值.

13. 计算曲线积分$I=\int_{\Gamma}\sqrt{2y^2+z^2}\,ds$,$\Gamma$为球面$x^2+y^2+z^2=1$与平面$x=y$ 相交的圆周.

14. 设$f(\pi)=1$,试求$f(x)$,使得曲线积分$I=\int_{\widehat{AB}}[\sin x-f(x)]\frac{y}{x}dx+f(x)dy$与路径无关,并求当$A,B$两点坐标分别为$(1,0)$与$(\pi,\pi)$时曲线积分的值.

15. 计算$I=\iint_{\Sigma}(x^3+az^2)dydz+(y^3+ax^2)dzdx+(z^3+ay^2)dxdy$,其中$\Sigma$为上半球面$z=\sqrt{a^2-x^2-y^2}$的下侧.

16. 求级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n-1}{2^n}x^{2n-2}$的和函数.

17. 将函数 $f(x)=\ln(1+x^2+x^4)$ 展开成 x 的幂级数.

(作业里的)

三、应用题（9 分）

18. 已知函数 $z=f(x,y)$ 的全微分 $dz=2xdx-2ydy$，并且 $f(1,1)=2$，求 $f(x,y)$ 在椭圆域 $D=\{(x,y)\mid x^2+\frac{y^2}{4}\le 1\}$ 上的最大值与最小值.