

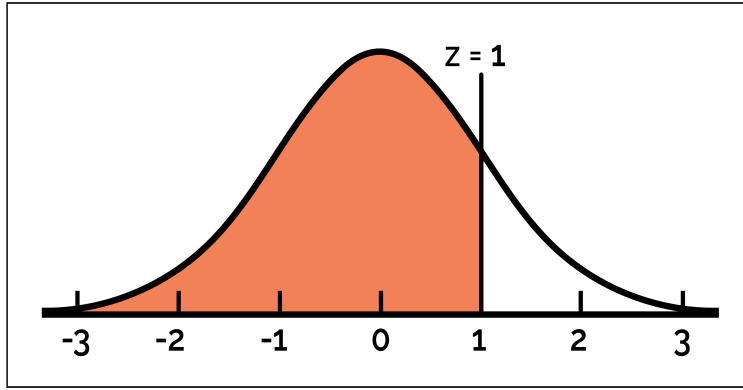
Topical Note on Numerical Method lecture 1

দেবাশীষ চক্রবর্তী
অধ্যাপক কাজী আশরাফুজ্জামান
MAT-431
২২.৫.২০২৫

Numerical Method এর বিকল্প নাম হলো Scientific Computing।

1 Normal Distribution CDF

Normal Distribution এর PDF কে closed form এ সমাকলন করা যায় না।



Normal Distribution CDF,

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy$$

আমরা এই সমাকলনটি বিভিন্ন পদ্ধতিতে গণনা করতে পারি।

1. **Riemann Sum:** একটি Riemann sum বক্ররেখার নিচে আয়তক্ষেত্রগুলির ক্ষেত্রফল যোগ করে একটি ফাংশনের নির্দিষ্ট সমাকলনের আনুমানিক মান নির্ণয় করে।
2. **Monte Carlo Method:** সমাকলন গণনার জন্য Monte Carlo method এলোমেলো নমুনা সংগ্রহ এবং গড় গণনা ব্যবহার করে একটি নির্দিষ্ট সমাকলনের মানের আনুমানিক মান নির্ণয় করে।
3. **Quadratic Equation:** এলোমেলো ৩টি বিন্দু ব্যবহার করে আমরা একটি দ্বিঘাত সমীকরণ পেতে পারি যা থেকে আমরা আরো নির্ভুলভাবে ক্ষেত্রফল গণনা করতে পারি।

Lab assignment 1: এলোমেলো বিন্দু (Monte-Carlo method) ব্যবহার করে Normal Distribution CDF গণনা করার জন্য একটি প্রোগ্রাম লিখুন।

2 Modeling

নিউমেরিক্যাল মেথডস এর ক্ষেত্রে, "modeling" বলতে বোঝায় একটি বাস্তব জগতের ভৌত সিস্টেম বা ঘটনার আচরণ পূর্বাভাস দেওয়ার জন্য একটি গাণিতিক উপস্থাপনা তৈরি করা।

- **Approximation:** মডেলিং এ approximation বলতে জটিল সিস্টেম বিশ্লেষণের জন্য সরলীকৃত উপস্থাপনা বা কৌশল ব্যবহার করার অনুশীলনকে বোঝায়, যেখানে স্বীকার করা হয় যে মডেলটি বাস্তব জগতের পরিস্থিতির একটি নিখুঁত প্রতিলিপ নয়।
- **Modeling Errors:**
 1. Formatting Error
 2. Quantization Error
 3. Rounding Error
 4. Absolute Error
 5. Relative Error

3 Catastrophic Cancellation:

যখন আমরা একটি খুবই বড় সংখ্যা যেমন Avogadro's number (6.023×10^{23}) থেকে একটি খুবই ছোট সংখ্যা (ইলেকট্রন ভর) বিয়োগ করি, তখন ফলাফল বড় সংখ্যাটিই মনে হয় এবং ছোট সংখ্যাটি সম্পূর্ণভাবে উপেক্ষিত হয়, এই ঘটনাকে catastrophic cancellation বলে।

4 Floating point sum

আমরা ৩টি পদ্ধতি ব্যবহার করে floating point sum গণনা করতে পারি।

1. Random sum
2. Increasing sum
3. Decreasing sum

Lab assignment 2: ১০০০০টি floating point সংখ্যার যোগফল গণনা করার জন্য একটি প্রোগ্রাম লিখুন।

5 Linear & Non-linear equation

5.1 Linear Equation:

$f(x)$ linear হবে যদি এবং কেবলমাত্র যদি scalar a এবং b এর সাথে x_1 এবং x_2 বিন্দুর জন্য,

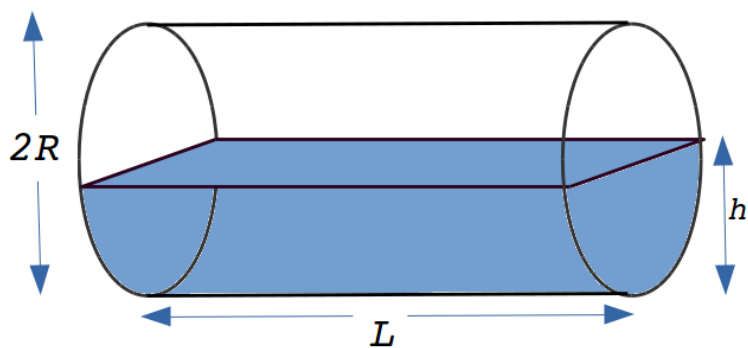
$$f(ax_1 + bx_2) = af(x_1) + bf(x_2)$$

5.2 Non-Linear Equation:

1. **Transcendental equation:** একটি transcendental nonlinear equation হল এমন একটি সমীকরণ যাতে এমন ফাংশন রয়েছে যা algebraic নয়, অর্থাৎ সেগুলো বহুপদী সমীকরণের সমাধান হিসেবে প্রকাশ করা যায় না। উদাহরণের মধ্যে রয়েছে ত্রিকোণমিতিক, লগারিদমিক, বা সূচকীয় ফাংশনের সমীকরণ।
2. **Algebraic equation:** $f(x) = 0$ ধরনের একটি সমীকরণ algebraic হবে যদি এতে x এর ঘাত থাকে, অর্থাৎ, $f(x)$ একটি বহুপদী।

6 Analytical Question

6.1



একটি সিলিন্ডার অনুভূমিক পাশে শুয়ে আছে এবং এটি একটি নল দিয়ে ক্রমাগত পানি দিয়ে পূর্ণ হচ্ছে। সেই সিলিন্ডারের আয়তনের এক-চতুর্থাংশ ($\frac{1}{4}$) পূর্ণ করতে মাটি থেকে পানির স্তরের উচ্চতা (h) কত হবে?

6.2

২×২ ম্যাট্রিক্স ব্যবহার করে fibonacci number recurrence প্রকাশ করুন।