

Notae ad Acta Eruditorum

Author: Isaac Newton

Source: MS Add. 3968, ff. 14r-19v, Cambridge University Library, Cambridge, UK

<14r>

The Marquess de L'Hospital tells us that if the chord GC be produced till it cuts the Ordinate il, suppose in t, the line lt intercepted between the Curve & this chord produced, will be the second difference. And perhaps M^r Bernoulli takes the line GC produced to the tangent when the points G & C are infinitely neare to one another But the tangent is Fk, a line which cuts the Chord GC in C & is parallel to the Chord Gl. & bisects the difference lt in k. As soon as M^r Bernoulli perceives all this I make no question but he will out of his natural candour make some publick acknowledgment that he has mistaken M^r Newton & had wronged him in this matter.

Artic undecim et decima quarta primæ nihil aliud sunt quam Definitiones & Hypotheses ad circulationem Harm. spectantes. Artic 10, 11, 12 valent tantum in circulis concentricis, in sequentibus autem applicantur ad alias curvas.

p. 89 l 20. lege. Igitur congrua erunt triangula 1MNG et 3M2DG et erit 1MG æqu. G3M, et NG æqu. G2D. Ib. l. 24. lege. Iam P2M æqu. PN+N2M æqu PN + NG – 2MG = PN + G2D – 2MB ; et 2T2M æqu 2MG + G2D – 2D2T. Ergo P2M – 2T2M = PN – 2, 2MG + 2D2T = 2 in 2D2T – 2MG. Ib. l 31. Est autem 2D2T vel NP conatus centrifugus circulationis in circulo, quippe sinus versus (per 11) & 2MG seu 3MZ est et conatus centrifugus circulationis in Orbe AME & sollicitatio gravitatis (per præcedentem Itaque Elementum velocitatis paracentricæ æquatur duplo differentiæ inter conatum centrifugum in circulo & conatum centrifugum in Orbe alio.

p. 89. lin 21 pro IMN2M scribe IMNG & pro N2M scribe NG. ib l 25 pro G2D scribe NG – 2MG or G2D – 2MG lin 28

Articuli octo primi nihil aliud sunt quam Definitiones et Hypotheses ad circulationem harmonicam spectates id est ad motum Planetarum in Vortice Tres proximi sunt definitiones sollicitationis Gravitatis & conatus excussorij. Duodecimus valet in circulo tantum, applicatur autem in sequentibus ad alias figuras. Decimus tertius ad phænomena cœlorum nil spectat. Decimus quartus Definitio est. Decimus quintus est, In omni circulatione harmonica elementum impetus paracentrici est differentia vel summa sollicitationis paracentricæ et dupli conatus centrifugi esse debet: In omni circulatione harmonica elementum impetus paracentrici est differentia vel summa dupli conatus centrifugi in circulo et dupli conatus centrifugi in orbe quovis alio. Decimus sextus Corollarium est duodecimi et decimi quinti & cum ijsdem errat. Decimus septimus est Corollarium definitionis circulationis harmonicæ satis obvium. Decimus nonus male demonstratur, et demonstratio peccat in affirmatione duplici, scilicet quod $\frac{aa\theta\theta}{r^3}$ sit duplus conatus centrifugus et quod excessus velocitatis paracentricæ supra duplum conatum centrifugum sit sollicitatio gravitatis. Priorem affirmationem probat per Prop. 12, posteriorem per Prop. 15. Et hæ duæ propositiones contrarijs erroribus se mutuo corrigunt. Prop. 20 eadem est cum Prop 19. Prop. 21

<14v>

d or o, But if there be any advantage in the Notation tis on M^r Newton's side. His is the oldest notation there being now 45 years or above since he began to use the rectangle under the fluxion & the letter o for a moment of the fluent generated in a moment of time. He still uses the letter o in the same manner. This letter o is not a

superfluous letter like the letter d but signifies a moment of time or of any quantity by which time is exposed. And by this use of it, the method of fluxions is as advantageous expedite & universal as the differential method & more Geometrical, † & by applying the letter o to the terms of converging series, M^r Newtons method becomes also more advantageous & more universal then the differential. And by using but one letter the letter o for an infinitely little quantity his method is the more elegant. For prickt letters never signify infinitely little quantities unless where they are multiplied by the letter o either exprest or understood.

<15r>

Anno 1683 ad finem vergente Newtonus Propositiones principales earum quæ in Philosophiæ Principijs Mathematicis habentur Londinum misit eademque cum Societate Regia mox communitæ sunt, annoque 1686 Liber ille ad Societate in missus est ut imprimiretur, & proximo anno lucem vidit, annoque 1688 epitome ejus in Actis Lipsicis impressa est. Qua lecta D. Leibnitius Epistolam de lineis Opticis, Schediasma de resistentia Medij & motu projectilium gravium in medio resistente & Tentamen de motuum cœlestium causis composuit & in Actis Leipsicis ineunte anno 1689 imprimi curavit, quasi ipse quoque præcipuas Newtoni de his rebus Propositiones invenerat & Librum Newtoni nondum viderat.

Quæ de lineis Opticis habet primo intuitu ex Newtonianis consequuntur, positis sinubus incidentiæ et reflexionis æqualibus.

In Schediasmate de resistentia Medij Newtoniana tradit novis verbis espressa præter Propositionem tertiam quartam sextam et septimam Articuli quinti et Propositiones duas Articuli sexti, quæ omnes demonstrari debent priusquam in Geometriam recipiantur.

<15v>

In tentamine de motuum cœlestium causis supponit Planetas motu circulari harmonico circa Solem a vorticibus deferri & in solem quoque gravitare vel attrahi, sed motum ætheris quo gravitant in Solem non explicat. Ex motu circulari deducit impressionem excussoriam vel impetum centrifugum Planetarum et ex hoc impetu et attractione solari inter se compositis vult motum paracentricum Planetarum oriri. id est motum ascendendi a sole vel descendendi versus Solem. Et differentiam impetus centrifugi et attractionis solaris vocat elementum in impetus paracentrici. dicitque nil referre quis sit motus rectilineus quo ad centrum acceditur vel ab eodem receditur modo circulationes sint harmonicæ seu reciprocæ ut radij. Cum tamen ② Planetæ non revolveantur in Ellipsis nisi ad Apsides summas & imas singulis revolutionibus semel redierent, & ① impetus centrifugus et attractio in **{illeg}** differentia prædictarum virium nulla sit. ⑥ et projectilia vi gravitatis non tantum ferantur motu paracentrico sed etiam lineas curvas describant et ③ Cometæ non ferantur a vorticibus. et ④ vortices Satellitum Saturni Iovis ac Terræ impediunt motum harmonicum Vorticis solaris ⑤ Et Planetarum tempora periodica non respondeant motibus harmonicis ⑦ Et omnes Planetarum et Cometarum motus a gravitate sola in spatijs liberis consequantur. Conatus centrifugos Planetarum vult esse in ratione radiorum reciproca triplicata & inde deducit attractiones gravitatis esse ut quadrata radiorum reciproce.

<16v>

Ad Acta Leipsica Anni 1705.

a p. 34 lin. 22. Editores Actorum in componendis librorum Breviarijs a censuris abstinere debent. Stylo Leibnitiano scripta sunt hæc Breviaria & ex censuris patet animus Scriptoris in Newtonum.

b lin 31. Incrementa illa momentanea Wallisius & Newtonus appellavit momenta, Leibnitius postea mutato nomine vocavit differentias et inde natum est nomen calculi differentialis.

c p. 35 lin. 3. Sensus verborum est quod Newtonus fluxiones differentijs Leibnitianis substituit quemadmodum Honoratus Fabirius motuum progressus Cavallerianæ Methodo anetea substituerat, id est quod Leibnitius primus fuit author hujus methodi & Newtonus eandem a Leibnitio habuit substituendo fluxiones pro differentijs. Cum tamen ipse Leibnitius ex antiquis epistolis Newtoni contrarium nove tat.

aa p 34 l. 28. Vt Isagoge melius intelligatur Leibnitius describit calculum suum differentialem & omittit calculum Newtonianum quem solum describere debuisset. Hoc fuit Leibnitius non ut melius intelligatur calculus Newtonianus in Isagoge traditus sed ut calculus ille non intelligatur et simul ut simul insinuaretur Newtonum methodum suam a Leibnitio habuisse insinuaretur

d p. 36 lin. 1. Sensus est quod Quæ Newtonus habet de Quadraturis & speciatim de Quadraturis illis quæ Vbi series abrumpuntur seu finiuntur quæsitum Algebraice exhibent, a Cheynæo et Craigio prius dicta sunt & in his Actis nuper exhibita; quæ quia multa sunt, faciunt ut a Newtonianis recendendis Editores Actorum supersedeant. Sic Leibnitius nomine Editorum Newtonum accusat quasi is totum Opus suam de Quadratura curvarum a Leibnitio Cheynæo et Craigio accepisset. Et in Epistola Nupera a Secretarium Societatis Regiæ contra D. Keilium data accusationem repetit et confirmat dicendo quod autor hujus Breviarij suum cuique reddidit id est Newtoniana omnia proprijs inventoribus restituit. Quæ accusatio ex antiquis Newtoni Epistolis ad Leibnitium {m}issis se fellitur & Keilium excitavit ut in Actis Philosophicis in contrarium scriberet.

Ex Epistola D. Ioannis Keilij in Actis Philosophicis edita A.C. 1707

Ex epistola D. Leibnitij Anno 1711 ad D data

**Epistola D. Ioannis Keil ad D. Sloan Societatis Regiæ Secretarium data qua respondetur ad
Epistolam D. Leibnitij.**

**Epistola D. Leibnitij ad D. H. Sloan Soc. Reg. Secr. data qua respondetur ad Epistolam
novissimam D. Ioannis Keil.**

Cum D. Leibnitius D. Ioannem Keil ut hominem novum & harum rerum inscium accusa{r}et & ad Societatem Regiam provocaret, jussit Societas ut monumenta antiquiora examinarentur & Socijs eorum quotquot his examinandis aptiores viderentur in mandatis dedit ut in hanc rem inquirent & quicquid in Epistolis et scriptis alijs antiquis hac de re invenirent una cum eorum opinione ad Societatem referrent, Arbitrorum Consessus collectionem ex Epistolis supra impressam ad Societatem retulerunt una cum eorum opinione sequenti.

His acceptis Societas jussit Collectionem Epistolarum et relationem Delegatorum imprimi ut et quicquid amplius ad hanc historiam elucidandam in idoneum in Actis Leipsicis extaret.

<16r>

Dicit insuper se methodo serierum promovendæ, excogitasse rationem pro curvis transcendentur datis, ubi ne radicum extractio quidem locum habet Assumenendo enim seriem arbitrariam, eamque ex legibus problematis tractando se obtinere ejus coefficientes. At Newtonus hanc methodum diu antea excogitaverat ut ex Literis ejus supra impressis manifestum est. Vide pag

Tandem ubi prodiere Newtoni Libri de Numero Curvarum secundi generis deque Quadratura figurarum, Editores Actorum Lipsiensium, stylo Leibnitiano, synopsis libri prioris his verbis concluderunt.

Deinde synopsis sequentem addiderunt Libri alterius.

Et his permotus d. Iohannes Keill, in Epistola in Transactionibus Philosophicis A.C. 1708 mensibus Maio & Iunio impressa, scripsit in contrariam quod Fluxionum Arithmetica sine omni dubio primus invenit Dominus Newtonus, ut cuilibet ejus Epistolas a Wallisio editas legenti facile constabit: eadem tamen Arithmetica postea mutatis nomine et notationis modo, a Domino Leibnitio in Actis Eruditorum edita est

Ex Epistola D. Leibnitij anno 1711

Epistola D. Ioannis Keil ad D. H. Sloan

Epistola D Leibnitij ad D. Sloan

Cum D. Leibnitius conquestus esset de D. Keil ut hominem novum & ad Societatem Regiam provocaret, Societas jussit ut monumenta antiquiora examinarentur, & Socijs aliquot qui his examinandis aptiores viderentur in mandatis dedit ut in hanc rem inquirerent, et quæ in scriptis antiquis hac de re invenirent una cum eorum sententia ad se referrent. Et Arbitrorum Consessus collectionem ex Epistolis supra impressam ad Societatem retulerunt una cum unanimia eorum sententia sequenti.

His acceptis Societas collectionem Epistolarum et sententiam Consessus imprimi jussit, ut et quicquid amplius ad hanc historiam elucidandam idoneum in Actis Leipsicis extaret.

‡ in quibus maxima consistebat difficultas. Et fortasse attente consideranti vias quasdam novas vel certe satis antea impeditas aperuisse videbimur. Omnia autem respondent nostræ Analysi infinitorum, hoc est, calculo summarum & differentiarum (cujus elementa quædam in his Actis dedimus) communibus quoad licuit verbis his expresse. Hæc Leibnitius quasi Newtonus nihil antea præstitisset cum interea virum modestum non deceat se in aliorum inventa festinanter ingerere.

<15v>

a. 1705. p. 34. lin 22 Complicatores Actorum in scribendis librum Breviarijs a censurus abstinere debent. Ex hac censura patet animus scriptoris in Newtonum.

b p. 34. lin 28. Vt Isagoge melius intelligatur Leibnitius describit calculum suum differentialem, et omittit calculum Newtonianum quem solum describe debuisset. Hoc fecit non ut calculus Newtonianus in Isagoge traditus melius intelligatur sed ut rejiciatur.

c ib lin 31. Incrementa illa momentanea Wallisius et newtonus appellarunt momenta, Leibnitius postea vocavit differentias et inde natum est nomen calculi differentialis.

d. p. 35 lin 3. Sensus verborum est quod Newtonus fluxiones Differentijs Leibnitianis substituit quemadmodum Honoratus Fabrius motuum progressus Cavallerianæ methodo substituerat: id est quod Leibnitius author primus fuit hujus methodi et Newtonus eandem a Leibnitio habuit substituendo fluxiones pro differentijs. Vide Analysin supra impressam p 14, 15, 19 & Epistolam ejus cum Leibnitio communicatam p. 72.

e p. 36. lin. 1. Sensus est quod, Quæ Newtonus habet in hoc Tractatu de Quadraturis & speciatim de Quadraturis illis ubi Series abrumpuntur vel finiuntur, a Cheynæo et Craigio prius dicta sunt et in his Actis

nuper exhibita, quæ quia multa sunt faciunt ut a Newtonianis recensendis Editores Actorum supersedeant. Sic Leibnitius nomine Editorum, cum Breviarium libri Newtoni (nomine Editorum) candide componere debuisset, nihil omnino attingit quod non vel sibi vel Cheynæo et Craigio attribuit & hanc censuram nuper in Epistola ad Secretarium Regiæ Societatis iteravit et confirmavit dicendo quod Author scripti illius suum cuique reddidit.

<17r>

Notæ ad Acta eruditorum mensis Feb. 1712. p 75

Lin 2. Vberiorum excerptorum publicatio facta est in Commercio Epistolico nuper edito

Lin 14 Hunc Tractatur D^r Barrow cum D. Collinsio communicavit Anno 1669.

Lin 21. Demonstrat per methodum fluxionum.

Lin ult. Exemplo Wallisij.

Pag 76. lin 17. Demonstratio satis exhibetur in ipso Tractatu, Scilicet in Articulo VII Ostenditur quomodo Crura infinita Curvæ propositæ enumerari possint, & crura Hyperbolica a cruribus Parabolicis distinguere & Asymptoti crurum Hyperbolicorum inveniri. In Articulis quatuor sequentibus ostenditur quomodo positio Abscissæ & angulus ejus cum Ordinata inveniri possint. Quibus cognitis invenienda est æquatio qua relatio inter Abscissam illam et Ordinatam exhibetur, idque per vulgarem Algebram, Et ex æquationis casu et forma habebitur species Curvæ. Plures autem non sunt curvarum species quam sunt æquationum casus et formæ.

Lin 33. Variatur plusquam in modo loquendi, & pro rigorosa demonstratione methodus rationum primarum et ultimarum non debet revocari ad methodum Archimedeam ut error quovis dato minor ostendatur; sed methodus per se demonstrativa est et error quovis dato minor non ostenditur sed omnino nullus est. Nam quantitas o in methodo rationum ultimarum finita est, et calculus totus in finitis quantitibus accurate per Geometriam Euclidis peragitur & finito calculo quantitas illa o non spectatur ut infinite parva vel nullescens sed ut omnino nulla .

Lin ult. Cum in calculo præcedente adhibentur o et ov, non adhibentur infinite parvæ, nempe o pro dx et ov pro dy sed o et ov sunt quantitates finitæ ut veritas proposita demonstretur. Adhibetur enim o pro quantitate {o} finita qu{a}{illeg}iquid demonstrare vehit, pro infinite parva quoties aliquid per approximationes investigandum est.

P 77. lin 1. D. Leibnitius hic fatetur symbola o et ov quibus Newtonus in Analysisi sua anno 1669 ad Collinium missa, usus est idem valere quod symbola differentialia dx et dy post inventa. Nam Leibnitium hæc scripsisse colligitur ex stylo et disputationibus. [Newtonus autem hæc symbola pro Leibnitianis post inventis, substituere non potuit.] Vtitur etiam Newtonus in eadem Analysisi symbolo $\frac{aa}{64x}$ pro area curvæ cujus Ordinata est $\frac{aa}{64x}$ & Leibnitius utitur symbolo recentiore $\int \frac{aa}{64x}$. Differunt ergo Newtonus & Leibnitius in symbolis solis & antiquior est Analysis fluxionum Newtoni.

<18r>

Lin 2. Fermatius apud Schootenum in Notis ad Geometriam Cartesij, pro determinandis maximis et minimis utitur o ponendo hoc symbolum pro quantitate indefinite parva, et per methodum suam maximarum et minimarum tangentes ducit plures quantitates indefinit{e} parvas non adhibet. Gregorius pro parte abscissæ indefinite parva utitur eodem symbolo o & tangentes ducit absque methodo maximarum et minimarum. Barrovius methodum Tangentium auxit adhibendo duas quantitates indefinite parvas a et e, illam pro particula Abscissæ hanc pro particula Ordinatæ. Newtonus methodum ampliavit et ad omnia Problematum genera ap{illeg}el{illeg}a{re}{t} idque spectando quantitates quascunque & quotcunque indeterminatas ut fluentes, pro earum fluxionibus ponendo symbola, quæcunque pro fluxione temporis ponendo unitatem, pro momentis seu particulis indefinite parvis momento temporis genitis ponendo symbola illa ducta in momentum temporis o, eruendo fluxiones ex æquationibus fluentes involventibus & contra, operando in æquationibus tam numero terminorum infinitis quam finitis, extrahendo fluentes in seriebus infinitis ex æquationibus affectis fluxiones

involventibus, & assumendo terminos incognitas serierum tanquam cognitos eosque ex conditionibus problematis determinando. Leibnitius postea invenit symbola dx , dy , dz : pro fluxionibus quæ sunt quantitates finitæ, symbola nondum habet, [methodum ad Problemata per æquationes infinitas solvenda & ad Propositiones per finitam o demonstrandas nondum applicuit.] In honorem Fermatij Newtonus symbolum o retinuit & adhuc retinet, Leibnitius abolendum censet, et calculum per symbola dx dy dz celebrat ut utiliore quam per literas Calculo inquit illustris Leibnitij differentiali invento, — speciales quædam quantitates nullascentes adhibentur, nempe exprimentes ex qua decrescente quantitate ad evanescentiam venerint. Ita dx vel dz est quantitas specialiter ad quantitatem x vel z relata. Et ita non multiplicantur quantitates quarum affectionibus ad curvas exprimendas est opus. Et in Actis Eruditorum mensis Iunij pag 296: Malo, inquit, dx et similia adhibere quam literas pro illis, quia istud dx est modificatio quædam ipsius x , et ita ope ejus fit ut sola quando id fieri opus est litera x cum suis scilicet potestatibus & differentialibus calculum ingrediatur et relationes transcendentes inter x et aliud exprimantur. Hisce D. Leibnitius fatetur se in methodo sua literas pro indefinite parvis adhibere potuisse, veluti literam o cum Fermatio et Gregorio, vel literas a et e cum Barrovio sed adhuisse potius symbola dx , dy , dz ut commodiora. Newtonus methodum hanc ad symbola nulla restrixit. Pro fluentibus & fluxionibus ponit symbola quæcunque.

<17v>

Newtonus adhibuit plures quantitates indefinite parvas, et symbola posuit pro fluxionibus.

<19r>

a p. 75. l. 1. Ad integrum commercium epistolicum edendum, desiderantur aliqua ex scrinijs D. Leibnitij, qui mediante D. Oldenburgo cum D. Collinio commercium habuit.

b ib. l. ult. Exemplo non Mercatoris sed Wallisij quem Mercator hac in re secutus est.

c p. 76. l. 15. Idem est Epitomator et illorum Tractuum et hujus Analyseos Id quod ex stylo etiam colligitur.

d Ib. l. 16. Demonstratio numeri linearum tertij Ordinis extat in ipso libro Scilicet in Artic 5 Sect II, ratio ostenditur investigandi numerum species et plagas crurum infinitorum Curvæ cujusvis propositæ & asymptotos crurum Hyperbolicorum. Et in Sect III ex his datis positiones Abscissarum & Ordinarum Eruuntur. et casus omnes æquationum ponuntur per quas relatio inter Abscissam et Ordinatam exprimi potest. Inventis igitur positionibus Abscissæ et Ordinatæ, quærat earum relatio, et incidetur in æquationem cujus forma per Sectionem IV dabit speciem Curvæ propositæ.

e ib. l. 33 Epitomator nondum intelligit methodum rationum primarum et ultimarum. In hac methodo nulla est figura infinite parva nulla quantitas infinite parva, rectæ non ponuntur pro curvis, nulla est approximatio, nullus error indefinite parvus sed computatio tota a principio ad finem peragitur in quantitativis & figuris finitis perspicue accurate ac demonstrative per Geometriam Euclidis usque donec ad æquationem perveniatur. Deinde quantitates rejiciuntur quæ se mutuo destruunt, ac reliquæ per o dividuntur. Et tum demum o quæ hactenus finita fuit evanescere fingitur. Accuratissima est hæc methodus & maxime Geometrica ideoque a Ionesio merito præfertur. In methodo momentorum eadem usurpantur symbola, sed calculus fit in figuris infinite parvis. & symbolum o quantitatem infinite parvam designat.

f p. 77. l. 1. Vt in Epitome tractatus de Quadratura curvarum sic etiam in hacce Analyseos Epitome, characteres Leibnitianæ nulla data occasione introducuntur & Newtonianis præferuntur, quasi inventio methodi novæ in inventionem novorum symbolorum consisteret.

g. ib. l. 3. In tractatu de Quadratura Curvarum Newtonus, pro quantitativis fluentibus usurpat symbola z , y , x , pro earum fluxionibus symbola \dot{z} , \dot{y} , \dot{x} & pro earundem incrementis synchronis perparvis symbola oz , oy , ox . Quæ quidem incrementa si momentanea s int, id est si quantitas o sit infinite parva, a Newtono momenta dicuntur In tractatu de Analysisi Newtonus pro fluentibus usurpat symbola z , y , x . et pro earum fluxionibus symbola u , t , ponendo scilicet quod x fluat uniformiter & pro earundem incrementis synchronis usurpat symbola ov , ot , o . Leibnitius itidem pro fluentibus adhibet symbola z , y , x : at pro synchronis earum incrementis (quæ differentias vocat) adhibet symbola dz , dy , dx ; pro fluxionibus verò symbola non adhibet. Vna et eadem est methodus, ubique & symbola tantum variantur <19v>

p. 77 lin. 8, 9, 10, 11.

In chartis antiquioribus vidi hujusmodi symbola a Newtono usurpata m , \ddot{m} , n , \ddot{n} , p , \ddot{p} , X , $\cdot X$, $:X$. Leibnitius vero pro indeterminatis adhibet symbola x , y , z , & pro synchronis earum augmentis symbola dx , dy , dz . Vna et eadem est methodus ubique & symbola tantum variantur.

h. p. 77. l 13. Annon Newtonus hæc eadem fecerat prius.
