

Lectiones Opticae

Author: Isaac Newton

Source: MS Add. 4002, Cambridge University Library, Cambridge, UK

Published online: December 2013

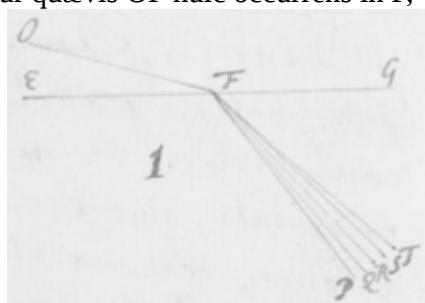
<1>

[1][2][3] Inventio Telescopiorum nupera plerosque Geometras ita exercuit, ut nihil in Optica non tritum, nullum inventioni præterea locum alijs reliquisse videantur. Et insuper cùm dissertationes quas hic non ita pridem audivistis, tantâ rerum Opticarum varietate, novorum copiâ, et accuratissimis eorundem demonstrationibus fuerint compositæ; frustranei fortè videantur conatus et labor inutilis, si ego scientiam hanc iterum tractandam suscepero. Verùm cùm Geometras in quadam lucis proprietate, quæ ad Refractiones spectat hucusque hallucinatos videam, dum demonstrationibus suis Hypothesin quandam Physicam haud benè stabilitam tacitè supponunt: non ingratum me facturum judico, si principia Scientiæ hujus examini severiori subjiciam, et quæ ego de ijs simul excogitavi, et experientia multiplici habeo comperta, subnectam ijs, quæ Reverendus meus Antecessor hic loci postrema dixit.

Imaginantur sibi Dioptrices studiosi, quòd Perspicilla ad quemlibet perfectionis gradum perduci possent, si modò vitris dum perpoliuntur, geometricam, quam vellent, figuram communicare concederetur. Et in eum finem instrumenta varia fuerunt excogitata, quibus vitra in figuram Hyperbolicas vel etiam Parabolicas contererentur; Sed exacta figurarum istarum fabricatio nemini hucusq[ue] successit. Scilicet aratur littus; et nè labores suos in negotio desperato diutiùs insument, ijs audeo spondere, quòd licet omnia fierent perquam felicitè, nihil minùs tamen quām votis suis responderent: Etenim vitra licet efformentur secundum figuram in istum finem optimas, quæ possunt excogitari, tamen non duplo plus præstabunt quam sphærica, æquali politurâ perfecta. Hæc autem non ideò loquor, quasi peccatum esse a scriptoribus Optices contenderem; illi enim omnia pro intentione demonstrationum suarum accuratè quidem et verissimè dixerunt, sed aliquid tamen idq[ue] maximi momenti reliquerunt posteris inveniendum. Scilicet in refractionibus irregu <2> laritatem quandam reperio, quæ omnia perturbat, et non solum efficit, ut figuræ Conicarum Sphæricas non multùm superent, sed etiam ut sphæricæ multò minus præstant quām præstarent, si dicta refractio esset uniformis.

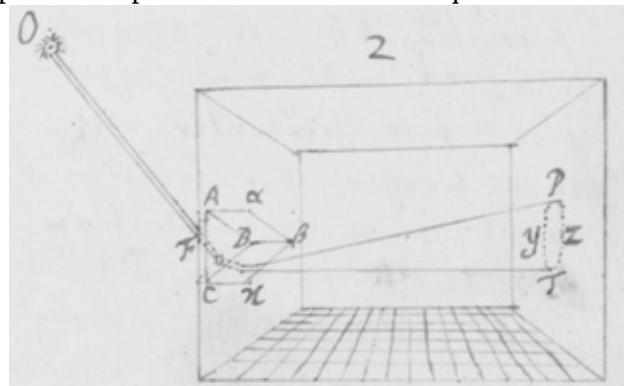
Itaque in Dioptricâ pedem fixi non ut pertractarem de integro, sed tantùm, ut hanc de natura lucis proprietatem rimarer primò, deinde ut ostenderem quantum ex hac proprietate perfectio Dioptrices impeditur, & quo pacto incommodum istud, quatenus natura rei sinit, devitetur. Ubi nonnulla proferam quæ ad Telescopiorum, juxta et Microscopiorum, tum Theoriam tum Praxin spectant; ostendens quod Optices summa perfectio (præter opinionem receptam) ex Dioptrica et Catoptrica mixtis petenda est. Ac interea discrimen colorum et eorum genesin a Prismatisbus, et corporibus etiam coloratis fusè explicabo.

[4] De luce itaque compertum habeo, quòd radij ejus quoad quantitatatem refractionis ab invicem differunt: Ex ijs qui omnes habent eundem angulum incidentiæ, alij angulum refractionis aliquantò majorem alijs habebunt. Plenioris illustrationis gratiâ, sit EFG superficies quælibet refringens puta vitrea; Et ducâtur quævis OF huic occurrentis in F, et cum ea efficiens angulum OFE acutum: Concipe etiam radios solares per istam lineam OF sibi continuò successivos fluere, ita ut alij post alios in punctum F impingant, ibidemque in medium densius refringantur. Iam ex opinione receptâ hi radij eandem habentes incidentiam, eandem quoque omnes refractionem habere debent, puta in lineam FR. At contrarium compertum habeo; scilicet quòd postquam refringuntur, divergent ab invicem; quasi quidam refringerentur in lineam FP, alij in lineam FQ, & alij in lineas FR, FS, & FT; ac alij etiam innumeri per spatia istis intermedia, ut et ultra citraque nonnulli pervagantes; prout radius quilibet ad refractionem majorem minoremve patiendam sit aptus. Invenio præterea, quòd radij FP maximè refracti colores purpureos producunt et illi FT minimè refracti rubros, qui autem hisce intermedij pergunt FQ, FR, FS, ij <3> colores intermedios nempe cœruleos, virides et flavos generant. Et sic radij prout apti sunt ut alij alijs magis atque magis refringantur, hos



ordine colores, rubrum, flavum, viridem, cœruleum, et purpureum generant, unà cum omnibus intermedijs quos in Iride liceat conspicere. Unde productio colorum Prismatis et Iridis patebit facile: sed his jam perfunctoriè notatis, quæ de coloribus dicenda sunt, in posterum differo.

[5] Sententia nostra de hac re in genere sic explicatâ, ne putetis fabulas pro veris enarratas esse, rationes et experimenta, quibus isthæc innituntur, continuò proferam. Et quoniam experimentum quoddam Prismatis valde obvium mihi primò dedit occasionem excogitandi reliqua, istud primum explicabo. Sit F foramen aliquod in pariete vel fenestrâ Cubiculi, per quod radij solares OF trajiciantur, reliquis ubique foraminibus diligenter obturatis, nè lux alibi ingrediatur. Ista autem obscuratio Cubiculi non est omninò necessaria, sed efficit tantùm ut Experimentum evadat aliquantò evidenter. Deinde Prisma triangulare vitreum AαBβCκ ad foramen istud applicetur, quod radios OF per se trajectos refringat versus PYTZ, quos radios opposito pariete vel papyro aliquâ ad distantiam a Prismate satis magnam objectâ terminatos, videbis in figuram PYTZ valdè oblongam efformari: cujus nempe longitudine PT sit quadruplex latitudinis YZ, et amplius. Et hinc evinci certò videtur quòd radiorum æqualitè incidentium alij majorem alijs refractionem patiuntur. Nam si contrarium esset verum, prædicta Solis imago appareret ferè orbicularis, & in quadam positione Prismatis omninò ad sensum orbicularis consiperetur; Id quod contra omnem experientiam est; Quocunque enim situ Prisma disposui, nunquam tamen potui efficere, quin longitudine imaginis esset latitudinis plusquam quadruplicata: angulo scilicet Prismatis ACB vel $\alpha\beta\kappa$ existente graduum plus minus sexaginta.

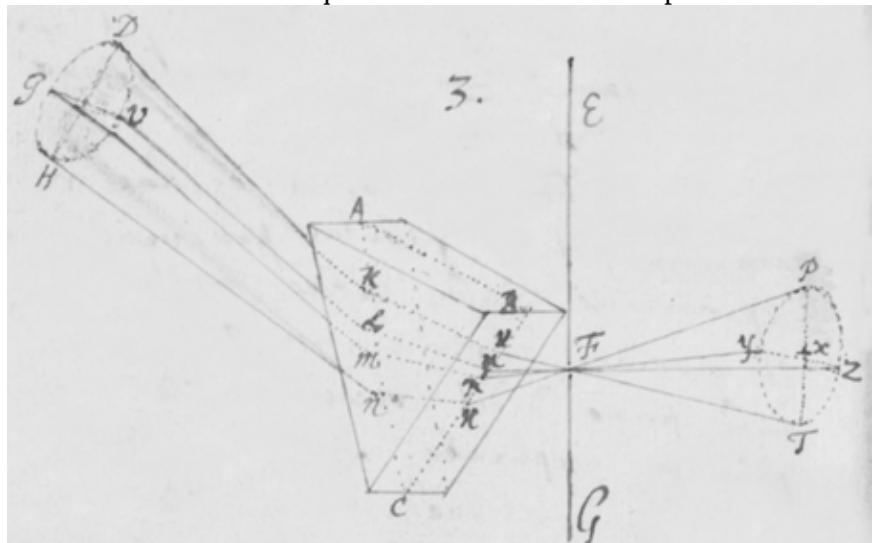


<4>

[6] Quod autem quædam datur positio Prismatis in quâ Imago Solis, ex opinione de refractionibus receptâ, appareret orbicularis, sic ostendo. Iuxta foramen in Fenestra cubiculi factum, Prisma collocetur foras; vel, quod eodem recidit, sit EG corpus aliquod opacum citra Prisma locatum in quo sit F foramen indefinitè parvum et orbiculare, per quod radij refracti in

parietem directè oppositum ad imaginem PYTZ ibi depingendam trajiciantur. Et ponatur ABC esse planum secans AC & BC plana refringentia perpendiculariter, atque etiam transiens per foramen F, ut et per centrum solis DIHV, quem bisecet secundum diametrum ejus DH, a cuius extremitatibus duo radij DK et HN in eodem plano jacentes adveniant, qui postquam refringuntur DK in Kv et vT, atque HN in Nk et κP, utrique pergant per centrum foraminis F. Et præterea sit talis inclinatio Prismatis ad istos radios ut anguli AKD & BκF fiant æquales. Deinde sit IV alia Solis diameter prædicto plano

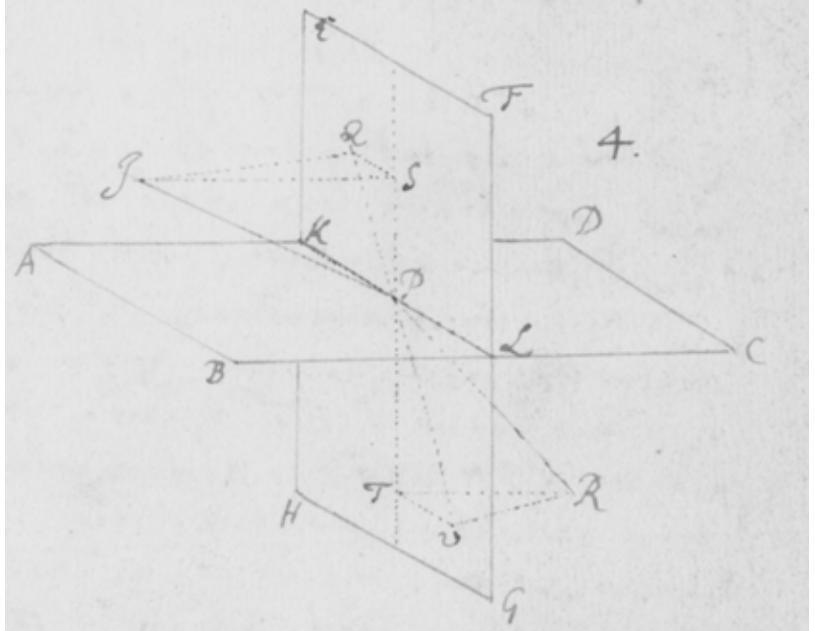
ABC perpendicularis a cuius extremitatibus alij duo radij VL et IM adveniant, alter IM eis planum ABC, qui refringatur in Mλ & λY, alter verò VL ultra planum istud qui refringatur in Lμ & μZ. Et prædicti quatuor radij sese omnes decussent in medio foramine F. Denique ponatur quòd imago lucida PYTZ foramen F directè respiciat, ita scilicet ut FP et FT, item FY et FZ æquales fiant. Dico jam quòd in illâ positione Prismatis, anguli PFT ac YFZ æquales essent, supposito quòd radij omnes æque refringuntur qui eundem habent angulum incidentiæ: Et proinde quòd imago ista, sensui saltem, debet esse orbicularis, utpote cuius diametri PT ac YZ sese decussant perpendiculariter, et æquales istos angulos subtendunt.



[7] Angulos autem istos PFT et YFZ æquales esse sic demonstro. Concipit radium aliquem a P per κ et N retrocedere, dum alias radius pergit a D per K et v: <5> Itaque cum anguli AKD, & BκF supponuntur æquales, erunt etiam anguli per primas refractiones facti AKV et BκN æquales. Unde triangula CKV & CκN erunt similia et eorum anguli externi κNA, KVb æquales; et proinde anguli per secundas refractiones facti ANH & BvF etiam æquales{.} Quare cum anguli AKD & BκF, item ANH et BvF sint æquales, eorum differentiæ erunt etiam æquales, hoc est angulus vFκ sive PFT æqualis angulo quem radij DK et HN comprehendunt, sive diametro solari. Est

itaque angulus PFT æqualis diametro solari: Quare cùm præterea demonstratum fuerit, quod angulus YFZ æquatur eidem diametro, liquebit propositum. Istud autem ut fiat, Theorema quoddam more Lemmatis præsternendum est quod cùm postea nobis forsam erit ex usu, jam facere non pigebit.

[8] Sunto duo plana ABCD et EFGH sibimet perpendicularia quorum communis intersectio sit KL. Et sit IP radius quilibet qui in planum ABCD incidens ad punctum P ab eo refringitur in PR. Dico quòd sinus anguli quem radius incidens IP efficit cum plano perpendiculari FH, est ad sinum anguli quem radius refractus PR efficit cum eodem plano, sicut sinus incidentiæ ad sinum refractionis; et proinde in ratione datâ. Sumptis enim radijs IP et PR æqualibus et demissis IQ et RV ad planum FH perpendicularibus et præterea ad punctum incidentiæ P erectâ SPT perpendiculari ad planum refringens BD (quæ idè cum altero plano FH coincidet,) et ad istam demissis IS et RT iterum perpendicularibus: Erit IPQ angulus quem radius incidens IP efficit cum plano perpendiculari FH, et RPV angulus quem radius refractus PR efficit cum eodem plano: Item IPS angulus <6> incidentiæ et RPT angulus refractionis. Quare si IP vel PR supponatur radius circuli, erunt IQ, RV, IS, et



RT dictorum angulorum sinus. Sed IQ et RV sunt paralleli a[9] propterea quod eidem plano FH sunt perpendicularares. Item IS et RT sunt paralleli b[10], quia jacentes in eodem plano ISPTR eidem rectæ ST perpendiculariter insistunt. Hoc est rectæ IQ, IS quæ angulum QIS comprehendunt sunt parallelæ rectis RV, RT comprehendentibus angulum VRT. Quare isti anguli QIS & VRT sunt æquales c[11]. Ductis autem QS & VT fient anguli IQS et RVT recti d[12], quia rectæ IQ et RV plano FH perpendiculariter insistunt. Ergo triangula IQS et RVT sunt similia e[13]: Et IQ . RV :: IS . RT. Hoc est sinus angulorum quos radius incidens & refractus efficiunt cum plano aliquo FH ad refringens planum BD perpendiculari, sunt ut sinus incidentiæ et refractionis; & proinde in ratione datâ. Quippe sinuum istorum rationem esse datam Cartesius edocuit, & alij deinde fuérunt experti.

Quinetiam Theorematis jam demonstrati veritas manebit salva, licet planum EF plano refringenti BD alibi perpendiculariter insistat, quàm ad punctum refringens P. Exinde enim neque anguli cum radijs et plano FH effecti, neque idè sinus istorum angulorum immutabuntur.

[14] Hisce ita præmonstratis ad propositum jam revertor, demonstratus scilicet angulum YFZ (in Figura 3) diametro Solis ac proin angulo PFT æquari. Ex supra positis liquet quod planum KDHNkFv bisecat angulum radijs IM et VL utrinque jacentibus contentum. Itaque cùm iste angulus æqu{e}tur diametro Solari, angulus quem radiorum alter puta IM cum dicto plano facit æquabitur semidiametro Solari, cuius esto sinus α , et β sinus anguli quem radius ille refractus M λ facit cum eodem plano. Iam cùm planum istud supponatur perpendicularare ad refringens planum prismatis AC, erit ex præcedenti Lemmate sinus α , ad sinum β , sicut sinus incidentiæ, ad sinum refractionis e rariori medio in medium densius. Vel e contra sicut sinus incidentiæ ad sinum refractionis e medio densiori in rarius, ita erit β ad α . Quare cùm dictum planum DHF etiam perpendicularare sit ad alterum planum Prismatis BC quod radios e medio densiori in rarius <7> refringit; et insuper cum β supponatur sinus anguli quem radius incidens M λ facit cum plano isto perpendiculari DHF: erit (per Lemma præcedens) α sinus anguli quem radius refractus λ F facit cum eodem plano DHF. Sed α ponitur sinus semidiametri solaris; ergo ille angulus quem refractus radius λ F facit cum plano DHF æquatur semidiametro solari: Et ejus duplus λ F μ sive YFZ toti diametro. Et cùm supra fuerit ostensum, quòd angulus PFT sit eidem diametro æqualis, isti duo anguli YFZ et PFT erunt æquales. Q.E.D.

Iam si planum YFZ esset perpendicularare plano imaginis PYTZ æque ac planum PFT, istæ quatuor lineæ FP, FT, FY, & FZ quæ angulos æquales comprehendunt essent omnes inter se æquales, & proin subtensæ PT & YZ etiam æquarentur. Sed qui rem seriò perpendet, inveniet radios collaterales VL μ FZ, & IM λ FY duobus reliquis DK ν FT & HN κ FP paulò minus refringi; et idcirco planum YFZ paulò magis declinabit a radio FP quàm ab FT, secans lineam PT infra medium ejus punctum X. Et sic divaricans a perpendiculari FX (quam concipe ductam,) erit aliquantulum obliquum ad planum imaginis PYTZ. Et ea de causa lineæ FY & FZ erunt paulò majores quàm FP et FT, et

subtensa YZ paulò major quàm subtensa PT. Sed hujus rei demonstrationem utpote longiusculam et proposito meo non omninò necessariam prætermitto: Etenim non multùm refert utrùm planum YFZ sit rectum ad planum imaginis PYTZ, vel nonnihil obliquum, hoc est, utrum YZ sit æqualis vel major quàm PT; sufficit quod nequit esse minor. Imò cùm propter ἁριστήρα PFT et YFZ, sit FP . FY :: PT . YZ, atque FP & FY sint quàm proximè æquales; tantilla erit inter PT et YZ differentia ut quoad sensum pro æqualibus habeantur.

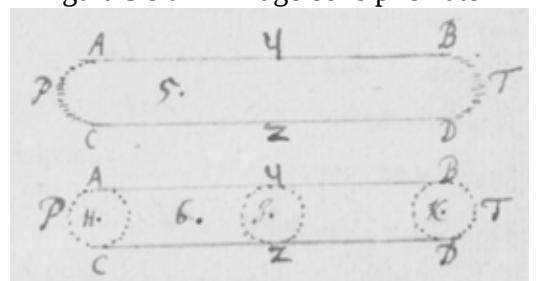
[15] Ostensus itaque casus est in quo longitudo solaris imaginis per Prisma trajectæ consiperetur æqualis ejusdem latitudini; Et proinde in quo imago ista quasi orbicularis appareret, modò vera esset opinio vulgaris. Quinimò licet positio Prismatis alia sit atque descripsi, modò radij refractionem utrinque non valde inæqualem patientur figura tamen imaginis <8> ea propter vix immutabitur. Nec multùm interest an corpus opacum EG, foramine F ad radios transmittendos terebratum, citra Prisma collocetur vel ultra: neque figura foraminis multùm curanda est modò sit exigua. Etenim tam parvæ variationes haud plus mutabunt imaginem quàm decimâ fortè vel quintâ parte diametri suæ, sicut cogitanti patebit. Atque ita ut paucis tandem comprehendam omnia, liquet quod imago solis refracta utplurimùm deberet esse sensui quasi orbicularis; si modò ejusdem incidentiæ in idem medium refractio semper foret eadem. Sed prius repugnat experientiæ, longitudine scilicet ejus latitudinem plusquam quatuor vicibus, ut dictum fuit, excedente. Ergo posterius repugnat veritati; & ejusdem incidentiæ refractio est varia.

[16] Ex eodem experimento potui propositum sic breviùs indicasse. Nempe cùm ita disposuisse Prisma ut refractio radiorum tum ingredientium tum egredientium foret quasi æqualis; angulos PFT & YFZ (figuræ 2 vel 3) dimensus sum et inveni quidem angulum YFZ semissi gradûs sive diametro solis æqualem, at angulus RFS eandem diametrum quatè et ampliùs superavit, cui tamen æqualis esse debuisset ex parte priori demonstrationis præcedentis: Et inde planissimè liquet propositum. Verùm in eorum gratiam quæ mox sequentur, oporteret demonstrasse quod illi radij quorum refrangibilitas non est dispar, efformabunt imaginem penè orbicularem. Et eâ de re mihi visum fuit demonstrationem istam etiamsi longiusculam in illustrationem hujus experimenti hic adduxisse.

[17] Verùm cùm in experiendis prædictis, eam esse positionem Prismatis supposuerim ut radij ad utramque faciem Prismatis æqualiter refringantur: Conclusionis loco, dicam quâ ratione istud citò fiat, et facile. Si Prisma teneatur in luce solari & motu lento circa suum axin convertatur, videbis colores quòs efficit, de loco in locum continuo motu translatos esse, ita quidem ut aliquando progredi, deinde verò regredi videantur. Observabis itaque <9> medietatem inter istos contrarios motus, quando colores modò progressi et statim regressuri, videntur sistere. Quod ubi vides siste Prisma, et in eo situ fige. Dico factum. Scilicet in eo citu summa refractionum utrobique factarum, sive radij emergentis ad incidentem inclinatio evadit omnium minima; quod cum accidit, refractiones utrobique sunt æquales, uti posthac demonstrabitur.

[18]

[19] Et primo notandum venit quòd imaginis istius figura secundum longitudinem suam lineis rectis terminata fuit, et secundum latitudinem duobus (ut ex visu potui judicare) semicirculis. In figura 5 sit PT imago solis prismate refracta: Hanc observabam ad latera duabus lineis AB et CD sensu rectis et sibi parallelis terminari, ad extremitates autem duobus semicirculis APC et BTD. Cujus quidem eventus causa ex præmonstratis sic determinatur.



[20] Semicirculi illi terminales in circulos compleantur ut vides in figura 6. Et aliis inscribatur circulus YZ istis intermedius. Iam concipe radios quosdam a Sole provenientes qui apti sunt ut incidentes æquè, etiam æquè refringantur: Illi per Prisma trajecti, ex supra demonstratis, imaginem quoad sensum (si sola posset videri) circularem depingent, puta BD. Deinde concipe alios ejusdem solis radios <10> sibi etiam conformes, qui apti sunt ut prioribus paulò magis refringantur, illi ita quæ aliam imaginem depingent circularem puta YZ: Et alios etiam radios adhuc magis refrangibiles concipe, qui tertiam circularem imaginem AC efficiant. Denique alios inumeros cogita prædictis plus et minus refrangibiles, et illi alias etiam innumeræ circulares imagines prioribus tum intermedias tum extremas efformabunt, illuminantes oblongum spatium PYTZ lineis AB & CD, duobusque semicirculis contentum. Verùm cùm imagines illæ sunt omnes ejusdem penè magnitudinis et inter lineas AB et CD in directum dispositæ, istæ lineæ AB et CD pro rectis sibi parallelis possunt haberi et ad sensum tales videbuntur. Et sic totum spatium PYTZ radijs ex eâdem incidentiâ

variè refractis illuminatum, partim parallelis rectis & partim semicirculis oppositis terminabitur: sicut experientiâ compertum est.

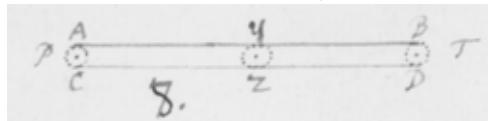
[21] Hanc autem conjecturam ut penitùs probarem, cogitabam de imagine Solis per foramen aliquod sine ullâ refractione ad distantiam magnam trajectâ, scilicet quòd malè definitur, termino existente inter lucem et tenebras minimè distincto: at si radij isti per lentem convexam transeant, cuius focus ad imaginem est, imago terminabitur distinctissimè. Simili modo de radijs æquè refrangibilibus intellexi quod si per Prisma trajicerentur ad distantiam magnam, depingerent imaginem circularem malè definitam, cuius tamen terminus, mediante lente convexâ, distinctissimus evaderet. Itaque cùm vidisse terminos imaginis refractæ PYTZ non admodum distinctos, de imaginibus BD, YZ, AC & reliquis circularibus oblongam istam formantibus conjiciebam quòd multò distinctiùs terminarentur per lentem convexam trajectæ quàm alitèr. Et experiens res patuit: Nam rectas AB et CD, in quas imagines omnes istæ circulares utrinque terminantur, vidi admodùm distinctas, quas antea confusas videram.

[22] Sed quod notatu valdè dignum videtur, termini circulares APC ac BTD imaginis istius semper apparuêre maximè confusi, luce paulatim deficiente donec tandem in tenebras desijt. Scilicet intermedij circuli, ut YZ, miscentur alijs <11> circulis utrinque cadentibus, quibuscum, ex aliquâ sui parte, coincidunt: at extremi quidem circuli AC et BD, ex unâ tantùm parte cum alijs concurrunt, et eorum concursus continuò fit rarius, et exinde lux usque remissior dum ad extremitates P ac T deventum est. Sed et alia prodit istius rei causa, scilicet quòd radiorum maxima copia apta sit ut mediocrem refractionem patiatur; Et sic in medium imaginis incidat.

[23] Cæterum ad isthæc experienda Lentes adhiberi vellem quarum foci sunt longinqui, sex fortè vel duodecim pedibus a lentibus distantes, modò tales præsto sunt: Saltem non sint minùs distantes quàm duobus{.} Atque etiam latera Prismatis debent esse accuratè plana. Sin latera ejus sint aliquatenus convexa tum præstat adhibere lentem cuius focus ad pedes tantùm duos tresve a se remotus est. Quibus paratis Lentem Prismati ex utravis parte vicinam colloca: ita scilicet ut radios per se trajectos directè respiciat. Deinde radij in papyrum aliquam excipientur, quam ultrò citróque transfer, donec imaginem coloratam utrinque rectis parallelis distinctissimè terminatam videas.

[24] Sed observandum est quòd cùm Prisma collocetur ultra foramen F, ut in figura 3, vel ipsi quàm proximè citra; et lens magis distet ab isto foramine quàm focus lentis, quem radij in eam parallelos incidentes efficerent, distat a lente: duplum invenies casum in quo imago in papyrum projecta evadet distincta; alter quando radij omnes homogenei qui in Lentem parallelî incident ut refringantur ut ad papyrum istam in eodem puncto concurrant, quod fit cùm vides imaginem coloratam, oblongam, et parallelis rectis distinctè terminatam. Alter casus est quando radij omnes homogenei ab uno puncto foraminis F divergentes, postquam a lente refringuntur, ad unum iterum <12> punctum dictæ papyri convergunt. Id autem accidit cùm imaginem albam, orbicularem, et undique benè definitam vides: De quo fusè dicetur alibi; sufficiat hoc monitum hic dedisse, ne quis hæc proprijs experturus oculis, per ambiguitatem effectus incautè decipiatur, et exinde prædicta in dubium revocet.

[25] Ut dictas proprietates lucis quà potui diligentia perscrutarer sequentem præterea modum excogitavi quo illas examini subjicerem. Nempe, in figura 6, cùm magnitudo circulorum AC, YZ, BD, dependeat a magnitudine solari: si diameter solis fieret aliquantò minor quàm nunc reverà existit, tum illi etiam circuli fierent minores, distantia centrorum H, I, K non omnino mutatâ: ut videre est in figura 8. Et sic latitudo imaginis ad ejusdem longitudinem comparata multò minor evaderet quàm antea, utrâque scilicet per eandem quantitatatem diminutâ. Hæc probaturus effeci ut radij Solis per duo parva foramina ab invicem longè distantia transirent antequam incidenter Prismati, quo pacto radij ab extremis partibus solis venientes excludebantur, et res perinde successit quasi diameter Solis reverà fuisse diminuta. Illustrationis gratiâ sit (in figura 9{)} εφ̄ fenestra parvo foramine φ penetrata, per quod radij solares cubiculum alias obscuratum ingrediantur. Deinde sit EFG corpus aliquod opacum perforatum ad F, et in medio cubiculo ita locatum ut radij iterum permeant foramen istud antequam Prisma ABC ponè locatum attingant. Iam foraminum istorum diametro existente $\frac{1}{8}$ digiti, et eorundem distantia φF 12 pedibus, (ita scilicet ut maxima radiorum utrumque foramen permeantium inclinatio foret angulus sex minutorum ferè, hoc est quasi quinta pars diametri solaris;) atque etiam imagine RS projectâ in papyrum decem pedes a Prismate distantem, prout angustia <13> cubiculi tulit: inveni longitudinem imaginis esse plusquam quatuor digitorum cum semisse et latitudinem trientis digiti, hoc est longitudinem plusquam quatuordecim vicibus majorem latitudine,



sicut ex prædictis oportuit evenisse. Etenim cùm isti tantùm radij mittuntur intrò qui minùs quàm quintâ parte solaris diametri ad se invicem inclinantur, diametri AC, YZ, & BD diminutæ diametro foraminis F debent esse quintuplo minores quàm secundum priora contingenteret; ut videre est in figuris 6 & 7. Quasi a Sole essent effectæ cujus diameter sit quinque minor diametro solis nostri. Verùm si corpus opacum φ (figura 8) tolleretur ut radij per unum solummodò foramen F ad Prisma transirent, sicut in prioribus factum est: latitudo imaginis evaderet $1\frac{1}{6}$ ^{dig} et longitudo plusquam 5^{dig}: angulo nempe Prismatis existente 60^{grad}, vel paulo magis eò. Itaque diameter circulorum AC, YZ, & BD, qui eo quo dictum est modo imaginem constituunt, esset $1\frac{1}{6}$ ^{dig}. A quâ subducatur diameter foraminis nempe $\frac{1}{8}$ ^{dig}, & manebit $1\frac{1}{24}$ ^{dig} cujus quintæ parti rursus adjungatur eadem foraminis diameter sive $\frac{1}{8}$ ^{dig} et prodibit $\frac{1}{3}$ ^{dig}, diameter circulorum AC, YZ & BD in Figura 8: quæ minor est quàm diameter circulorum istorum in figura 6, quantitate $\frac{5}{6}$ ^{dig}. Quamobrem figura septima quaquaversum minor est quàm sexta, quantitate $\frac{5}{6}$ ^{dig}. Atque ideò longitudo ejus fit plusquam 4^{dig}, latitudo autem digitri triens. Id quod cum experientia mox recensitâ quadrat. Ad eundem modum si foramina φ et F adhuc minora forent, vel si distantia φF foret major, imago RS oblongior evaderet. Quod idem quoque quadantenus contingenteret, ex imagine RS a Prismate longius dissitâ. Cæterùm notandum est quod foramina φ et F ad radios directè respicientia suppono, licet non multùm refert an situs eorum sit parùm obliquus ut in appositâ figurâ nonâ factum est.

[26] Porrò si in hoc experimento convexam Lentem ut priùs adhibueris, cuius focus ad imaginem cadit, foramine F si placet dilatato vel opaco corpore EG prorsus ablato, ut radij per longinquum foramen φ solummodò transeant <14> et si foramen istud φ effeceris angustius quàm antea, cæteris ut priùs stantibus, imaginem valdè oblongam & pro longitudine lucidiorem videbis quàm in casu priori. Exempli gratia si diameter foraminis sit pars digitri vigesima, & si pedibus abinde duodecim Prisma cum Lente disposueris, videbis longitudinem imaginis plusquam 80 vel 100 vicibus latitudine majorem. Sed in his experiendis oportet cubiculum quaquaversus benè obturatum esse, ne lux alibi quàm per foramen φ ingressa perturbet imaginem et juxta circulares ejus extremitates obscuram reddat. Et præterea si superficies Prismatis sint accuratè planæ, præstat adhibere lentem, quæ focum ad distantiam magnam projicit, puta ad 12 aut 20 pedes, modò loci amplitudo sinat; quo pacto de proportionibus imaginis satiùs judicium proferas. Quod si latera Prismatis sint aliquantulùm convessa, ut ijs nonnunquam contingit quæ vulgò venduntur: licebit istud absque ullâ lente solum adhibere, et ejus convexitas radios vice lentis ad magnam distantiam congregabit. Quinimò si cum Prismate quolibet lentem parvam adhibeas cuius focus non sit duobus tribusve pedibus longinquior, imaginem conspicies satis longam quidem, sed cuius latitudo tamen haud sensibilis existit: Id quod proposito nostro non minùs inservit quàm si posses de proportione longitudinis ad latitudinem ejus accuratè judicare. In istis etiam experiendis notetur præterea quòd lens non debet ita longè post Prisma locari, quin ut possit ad omnes radios simul transmittendos extendi: nè imaginem successivè per partes tantùm observare sis coactus. Et notetur denique quòd si foramen F citra Prisma locaveris & lentem deinceps citra foramen istud, ad distantiam ab eo majorem quàm focus radiorum a foramine φ longinquiori manantium abest a lente; duplex erit casus in quo imago in papyrum projecta conspicietur distincta, prout radij venientes a singulis punctis foraminis F aut a singulis punctis foraminis φ, in totidem iterum punctis papyri colliguntur. In uno casu imago erit alba et orbicularis, ut priùs commonui a[27]; in altero autem oblonga et colorata, sicut præsens experimentum exigit. <15>

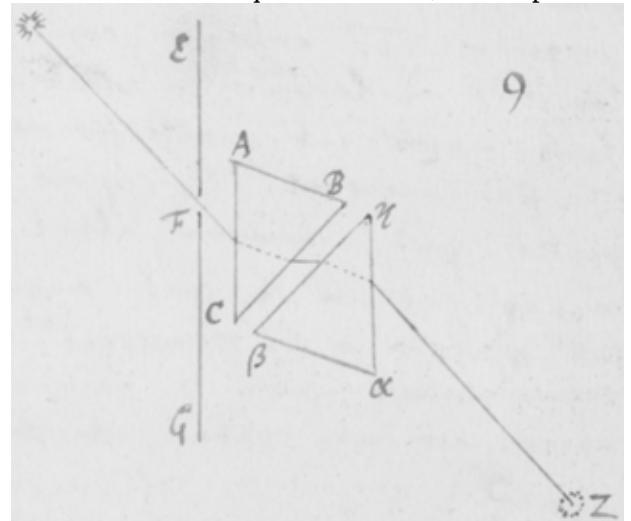
[28] Jam liquet ex præfatis quod imaginis PT latitudo semper evadit eo minor quo foramen φ longinquum factum est angustius: ut nihil dubitandum sit quin dicta latitudo prorsus evanesceret si vice foraminis istius translucidi unum duntaxat punctum ibi lucidissimum existeret. Atque istud sic futurum esse confirmatur ex observatione non dissimili quam habui quandam de stellâ Veneris. Cubiculo nempe quaquaversus obturato, excepto foramine paulo plusquam duos digitos lato, ut tenebrosissimum efficeretur. In isto foramine vitrum objectivum Perspicilli septempedalis collocavi; latitudine ejus, ad sufficientem radiorum copiam transmittendam, duos digitos et amplius apertâ. Deinde ad distantiam septem pedum papyro transversè positâ, in eam vidi sideris imaginem ad instar puncti lucidi projectam. Et interposito Prismate ad distantiam pedis unius duorūm ab istâ papyro, per quod radij trjecti aliò refringerentur: pro puncto illo lucido ad distantiam indè plusquam pedalem, vidi lineolam licet non valdè lucidam facile conspicuam tamen; et cujus longitudo semissem digitri superavit; latitudo autem fuit quoad sensum nulla, saltem haud major quàm ut sentiretur. Atque idem credo de Stellis primæ magnitudinis, uti de Sirio, liceat observare: præsertim si lens adhibeatur quatuor vel sex digitos lata, ut plures radios transmittat.

[29] Hoc experimentum quàm benè convenit cum explicatione nostrâ quam de refractione radiorum ad eundem angulum incidentium variâ, sub initio dedi, operæ pretium videatur adnotare. In figurâ primâ, supposui complures radios per eandem rectam in superficiem aliquam refringentem successivè delatos esse, ibidemque alias alijs paulò magis, gradatim, refringi. Quod si fieri concipiatur, abinde sequeretur quod radij sic refracti, si corpore deinceps

opaco quovis, ut papyro, interciperentur, lineolam ibi lucidam expingerent. Iam licet radij a Stellâ aliquâ venientes, non omnes in eâdem rectâ pergent; tamen, quod tantundem est, pro parallelis possunt haberi. Et quòd a lente convexâ effecti sunt convergentes antequam attingant Prisma, hoc adeò <16> non destruit Analogiam ut eam maximè confirmet. Etenim pro singulis radijs in eâdem rectâ pergentibus, debes tantum concipere tot radiorum penicillos, qui omnes habent eundem axem et idem punctum concursûs: Et quòd istorum penicillorum alij magis alijs a Prismate refringuntur, ita ut eorum puncta concursus sive foci qui priùs concidêre, jam singuli cadant seorsim, lineam rectam conficientes. Ac proinde quod axes penicillorum qui, radijs puta successivis, eosque coincidebant donec attigêre Prisma, ibi per variam refractionem sint effecti divergentes, ut ad focos penicillorum in lineâ rectâ jacentes pergent.

[30] Si Prisma Stellæ Veneris vicinius quàm Lentem collocaveris, ut radij per illud primò trajiciantur, et a lente deinde convergentes fiant: eandem lineolam ut priùs videbis, licet minùs conspicuam et inventu difficilliorem. Iam in hoc specimine cùm radij omnes adveniant paralleli, si æqualiter refringerentur transientes Prisma, manerent postea paralleli usque dum Lenti incidenterent. Et in eâ proinde sic refringerentur ut omnes deinceps ad idem punctum pergerent. Et sic punctum lucidum, conspiceretur. Quare cùm vice puncti istius appareat linea, concludendum est quod omnes radij non æqualiter refringuuntur.

[31] Si jam objiciat aliquis quòd in refractionibus detur quidem irregularitas sed eam esse contingentem et non ex prævia radiorum dispositione vel ullis certis legibus ortam. Respondeo quod imago solis præfata si radijs nullâ certâ lege refractis fieret oblonga, non posset in lineas rectas secundum longitudinem suam distinctè terminari: sicut ad figuram quintam ostensum est. Quinetiam non omnino deberet esse oblonga, sed parte ejus mediâ et magis splendidâ in morem orbis effungi, sensibilius termino distingui ab erraticâ luce debiliore quaquaversum dispersâ: Perinde ut Sol apparent cum nubibus penè obscuratur; Vel ut ejus imago cernitur cum trajicitur per laminam vitream parallelis planis terminatam et halitu vel fumo levitè obductam, ut lux inter refringendum paululum conturbetur. Adhæc si duo Prismata similia ABC et αβκ juxtaponantur, <17> secundum longitudinem suam parallela, cum lateribus planis AC & ακ, item BC & βκ etiam parallelis; Et si Sol transluceat utrumque in locum Z, ubi corpus opacum luci directè objicitur; radijs tamen ejus per orbiculare foramen F prius trajectis: Lux incidens in dictum Z apparebit distinctè orbicularis, non secùs quàm si directè tenderet ab F, Prismatis non omnino interpositis. Fatendum est itaque quod utriusque Prismatis conjunctim refractions sunt regulares, et proinde etiam refractions alterutrius. Scilicet radij illi similiter incidentes non omnes æquè refringuntur in primo Prismate ABC, ut neque in secundo αβκ: tamen cùm ea refractionis inæqualitas non contingens est sed oritur ex prævia radiorum dispositione: ideo licet varij radij variè refringantur tamen ejusdem radij eadem erit refractionis quantitas in utroque Prismate, et quantum incurvatur a priori ABC, tantum recurvabitur a posteriori αβκ. Unde radius quilibet utcunque sit refringibilis, postquam ex utroque Prismate emerserit, sibimet ipsi cùm nondum ijs inciderat fiet parallelus. Atque adeò cùm omnes ad easdem plagas tendunt ad quas liberè tenderent si Prismatis non interciperentur: necesse est ut eandem orbicularem imaginem ad Z exhibeant quas illuc liberè tendentes exhiberent. Quod si imago oblonga per refractionem unici Prismatis (ut dictum est) effecta, figuram suam a radijs nullâ certâ lege divaricantibus sed forte fortuna huc illuc vage refractis acquireret: cùm refractions binis Prismatis geminentur, errores etiam radiorum duplo plures evaderent, ut et duplo majores. Et exinde imago ad Z fieret multò oblongior, quæ tamen, experientia teste, in orbem contrahitur{.}



Ex dictis opinor satis suéque constat id quod initio proposui commonstrandum: quoniam verò jucunditatem intellectui et assensum plerumque firmiorem harmonia rerum plurium affert quàm unici licet maximè scientifici argumenti testimonium: non erit abs re si in aliud experimentorum genus præcedentibus affinium experturos breviter introducam.

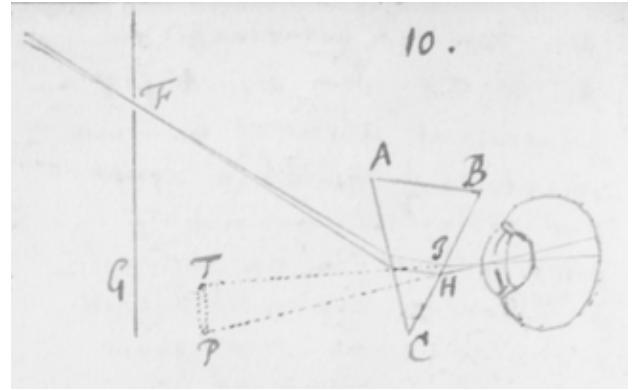
[32] In figura 12 Sit F foramen valde exiguum per quod lumen Solis trajiciatur: deinde ad distantiam pro lubitu magnam statu <18> atur Prisma ABC, per quod radij transeant refracti; pro eo ut in prioribus explicui. Tum oculo pone admoto circularis foraminis F videbis imaginem TP oblongam; cuius longitudo ad latitudinem collata tanto major erit quanto foramen F fiat angustius. Et exinde pateat quod radiorum alij tendentes ad oculum per H quasi manavissent ab P, sunt magis refracti quàm alij tendentes per I, quasi a T venissent. Et radijs sic in oculum non

secus ingressis quām si profluxissent ab oblongo spatio PT; necesse est ut spatium istud longum appareat luminosum.

Sed cavendum est ne foraminis F tanta sit apertura ut nimiæ lucis introitu lœdatur oculus: imò ne tanta sit quin ut possis nudo oculo particulam solis per foramen istud quasi punctum lucidum distinctè et absque ullâ circumradiatione transpicere. Verum si lumen solis censeatur nimium, huic experiendo lumen a nubibus transmissum sufficiat; modo talis sit oculi tui dispositio ut foramen sine radijs circumcirca superfluis distinctum cernas antequam interponas Prisma: alias imaginem ejus non cernes distinctam neque debita longitudine diductam.

Adhæc liceat tantundem observare si filum albens interposito Prismate aspicias, etenim filum multò latius apparebit cum in situ ad longitudinem Prismatis parallelo quām cùm in transverso statuitur. Cæterum ut in uno comprehendam omnia, si stellam fixam primæ magnitudinis mediante Prismate intuearis, ejus etiam imago conspicietur longa: At cùm radij stellarum pro parallelis habeantur, si omnes æquè refringerentur manerent etiam paralleli postquam egrediuntur Prismate, & oculum sic ingressi efficerent imaginem omnino similem Stellæ vel puncto lucido, & nullatenus oblongam: perinde ut fit cùm Stella parallelos radios in oculum directè mittit. Videtis itaque quòd radij paralleli superficiebus planis refracti, fiunt inclinati, unde necesse est ut inæqualem refractionem patiantur. In transitu autem notetur quòd Telescopio si placeat primùm adhibito, tum ut copia lucis ad oculum transmittatur, tum ut scintillatio quā fixæ quasi coronâ <19> solent cingi, minuatur: et Prismate deinceps interposito, videbis albantem lineam distinctiorem quām priùs, cum latitudine vix aut ne vix quidem conspicuâ{.}

Atque hæc in præsentî sufficient ad propositum nostrum stabiendum adducta. Verùm ut innotescat quis sit harum rerum sensus plenior, et in quem finem tendunt; naturam colorum quatenus ex hisce dependent in proximo tractandam aggrediar.



[33][34] Qui in fabricandis Telescopijs occupati sunt, de coloribus conqueruntur quibus objecta dum vitris istis mediantibus aspiciuntur tingi solent; quique eo magis augmentur et apparent quo vitrum oculare ex sphæris minoribus efformatur, vel etiam quo vitrum objectivum majori latitudine radijs intrantibus patet. Unde dupli incommodo implicati, impediuntur ne perspicilla ad optatum perfectionis gradum perducant: tum quod oculare vitrum ultra certos gradus parvum ad objecta magis amplianda nequeant adhibere, tum quod vitrum objectivum ultra certos limites aperire nequeant ad objecta magis lucida et perspicua reddenda. Qui gradus vel limites si non probè observentur, objecta coloribus involuta reddentur & multò minùs distincta quām si vel minora cernerentur, ope vitri ocularis minùs convexi; vel minùs lucida, diminutâ perspicilli aperturâ. Iam cùm istæ perfectiones præcipuæ sint, quæ in Perspicillis desiderantur, nempe ut objecta magis amplient & reddant lucidiora: operæ pretium videtur in naturam colorum inquirere, ut investigemus tandem quid in causa sit quod ita appareant et objecta reddant indistincta. Hujus enim ignorantia quamplurimos labore non exiguo sed inani tamen exercuit dum imperfectionem Telescopiorum a vitrosis vitrorum figuris ortam credentes, in istis meliori figurâ perpoliendis navârunt operam. Quod si nossent hasce colorum productiones ab alio fonte derivari, et quod in vitris quantumvis perfectis illi non secus sint apparituri: certè conatus suos <20> mutassent; et laboribus istis secundum aliam methodum dispositis, Opticam in gradum multò perfectiorem jam promotam haberemus.

[35] Qui de coloribus hucusque disseruêre, vel id nomine tenus fecerunt ut Peripatetici, vel in eorum naturam et causas inquirere conabantur ut Epicurei et alij recentiores. Quæ Peripatetici de hisce tradidêre, etsi vera forent, ad nostrum tamen propositum nihil valerent: quippe dum modum quo generantur et causas unde fiunt tam varij, non omninò attingunt. Etenim illi de originibus & varijs rerum speciebus disputantes, pro causis ex quibus ipsarum existentiam et discrimen mutuantur varias quasdam formas assignarunt; verùm de particulari cujusvis formæ causâ, et ratione ob quam differt ab alijs haud unquam quicquam disseruêre. Et sic ea fecerunt missa, quorum explicatio videtur summum Philosophorum officium, imò quæ sola mentem scientiæ naturalis avidam explere possint{.}

Attamen nè mancam tradidisse Philosophiam viderentur, effecerunt ut ejusmodi disquisitiones pro maximè absurdis & ridendis habeantur, utpote quæ supponunt formarum esse alias formas, et qualitates qualitatum. Itaque cùm lux definiatur esse qualitas vel forma quæ dat esse lucidum, non expectandum est ut aliquid de ejus causis audiamus, vel quâ ratione ad varios colores producendos fit varia. Dicunt equidem quod plus luminis quibusdam coloribus immiscetur quam alijs: at hoc non sufficit ad eorum productionem tum quòd nullus omninò color ex

albedine et nigredine solummodo mixtis præter fuscis intermedios generatur: tum quòd quantitas lucis non mutat speciem coloris. Corpus enim rubrum, verbi gratiâ, semper apparet rubrum sive aspiciatur in crepusculo sive in meridie lucidissimâ. Porro autem ipsa definitio quam attribuunt coloribus adeò non pandit eorum naturam, ut eos nè nomine tenus exprimat. Ait Aristoteles χρῶμα δέ ἔστι τ;διαφανῆς ἐν σώματι <21> ὥρισμένω πέρας. Quæ superficiei coloratæ potius quâm coloris descriptio est. Illa enim dici potest extremitas perspicui in corpore terminato: at color plerumque videtur ubi nulla talis datur extremitas: ut in Iride; in Prismate; in vitris vel liquoribus perspicuis et aliquo colore leviter tinctis; in aquâ marinâ quæ viridis ut plurimum apparet, qui tamen color non in extremitate aquæ sed per totam ejus crassitiem generatur; in aere qui licet maximè perspicuus et nullo corpore denso terminatus serenâ tamen nocte cœruleus apparet; & in flammâ, quæ non minùs perspicua est, et luci pervia quâm ipse aer. Sic cùm humores oculi colore aliquo tinguntur, omnia videntur eodem colore tincta, licet extremitas perspicui sit alijs coloribus prædicta. Et cùm Solem nudis oculis aspiceris modò, luminosa omnia deinceps videntur rubra, et nigra plerumque apparent cœrulea; qui color erit magis conspicuus, si clausis oculis te in locum aliquem tenebrosissimum statim conferas. Imò premendo oculum colores in tenebris excitare liceat; quis autem vocabit illos extremitatem perspicui? Cæterùm non opus est ut has opiniones enixè refutem quæ nòn videntur tanti, neque proposito meo adversantur. Esto lux qualitas corporis lucidi, esto lumen actus perspicui, et color ejus extremitas, et quicquid de istis dixerunt, esto; abinde tamen haud concipi poterit quo pacto lux refringatur, unde colores sint varij, quid in causâ sit quod in Perspicillis apparent, et quâ ratione incommode istud devitari possit.

[36] Ad opiniones aliorum Philosophorum quod attinet, dixérunt colores vel ex umbrâ lucèque variè mixtis; vel ex contortione globulorum aut eorum varijs pressionibus generari; vel denique ex varijs modis quibus Medium quoddam æthereum vibratur, statuentes scilicet lucem productam esse ex impulsu vibrantis ætheris in retiformem tunicam delato. Extra oleas nimis evagarer, si has opiniones sigillatim confutandas adortus fuerim; nec opus est ut faciam cùm omnes in communi quodam errore consentiant: Scilicet quod modificatio lucis, quâ singulos colores exhibit, ei non sit insita ab origine suâ, sed inter reflectendum vel refringendum acquiritur. Inter radios lucis nullum contemplantur discrimen priusquam inci <22> dant in corpus aliquod colorificum; opinati tantùm quòd pro variâ dispositione corporis istius, varijs modis reflectuntur vel refringuntur et pro specie modificationis quam sic acquirunt, varia deinde colorum phantasmata spectantibus exhibit. Mixtura lucis et umbræ, gyratio globulorum, vel varia vibratio Medij non supponitur inesse radijs antecedentè ad eorum reflexiones vel refractiones, sed per istas actiones generari creditur. Quemadmodum et Peripatetici statuunt colores a corporibus originem sumere quorum dicunt esse qualitates. Attamen contrarium esse verum ex sequentibus abunde patebit. [37] Invenio scilicet quòd modificatio lucis unde colores originem sumunt, luci connata sit, et non oritur a reflexione neque a refractione neque a qualitatibus corporum aut modis quibuslibet, nec ab ijs vel destrui potest vel ullo modo mutari.

[38] Verùm ut sententiam meam distinctius proferam: Invenio primò quod radij, qui ex incidentiâ pari maximè omnium refringuntur, colores efficiunt purpureos sive violaceos; illi autem rubros qui minimè omnium refringuntur; ac illi cœruleos, virides, et flavos, qui refringuntur mediocriter.

Secundò e contra invenio quòd radij qui purpureos colores efficiunt, ex incidentiâ pari maximè omnium refringuntur; et illi minimè omnium qui rubeos efficiunt; illi autem mediocriter qui generant cœruleos, virides, ac flavos. Hoc est invenio quòd radij pariter incidentes refractionem continuò majorem patiuntur atque adhuc majorem deinceps, prout apti sunt ad hos ordine colores rubrum, flavum, viridem, cœruleum, & violaceum generandos, unâ cum omnibus eorum successivis gradibus & coloribus intermedijs.

Tertiò invenio quòd ex varijs horum radiorum mixtis cæteri omnes colores producuntur: Et quod color albus fucus et niger fit ex radijs cujusque speciei confusè mixtis.

Quarto invenio quòd omnes omnium corporum colores non aliunde generantur quâm e dispositione quâdam quâ apta sunt ut alios radios reflectant et intromittant alios. Sic corpus rubrum est quod radios ad rubedinem aptos reflectit maximè, et plerosque cæteros intromittit: purpureum quod radios isti colori generando proprios reflectit, et intromittit alios: album verò quod ferè omnes reflectit, & nigrum quod <23> omnes intromittit, paucissimis, sed omnium tamen specierum radijs repercuttis.

[39] Verùm ne videar officij limites excessisse dum naturam colorum pertrectare aggredior, qui nihil ad Mathesin attinere censeantur: non abs re erit si de ratione incepti hujus iterum commonefaciam. Nimirum tanta est inter proprietates refractionum et colorum affinitas, ut seorsim explicari nequeant. Qui alterutas ritè velit cognoscere, ut alteras cognoscat necesse est. Et præterea si de refractionibus non agerem, et earum disquisitio non esset in causâ quòd negotium de coloribus simul explicandis inceparem: tamen generatio colorum tantam Geometriam complectitur et eorum cognitio tantâ firmatur evidentiâ, ut vel ipsorum gratiâ possem aggredi, sic limites Mathesis

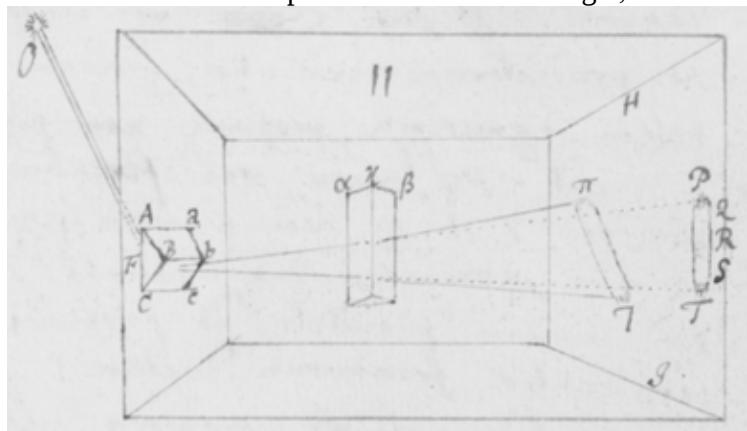
nonnihil ampliaturus. Quemadmodum enim Astronomia, Geographia, Navigatio, Optica, et Mechanica pro scientijs mathematicis habentur, licet in ijs agatur de rebus Physicis, Cælo, Terra, Navibus, luce et motu locali: Sic etiamsi colores ad Physicam pertineant, eorum tamen scientia pro Mathematicâ habenda est, quatenus ratione mathematicâ tractantur. Imò verò cùm horum accurata scientia videatur ex difficillimis esse quæ Philosophus desideret; spero me quasi exemplo monstraturum quantum Mathesis in Philosophiâ naturali valeat; et exinde ut homines Geometras ad examen Naturæ strictius aggrediendum, & avidos scientiæ naturalis ad Geometriam priùs addiscendam horter: ut nè priores suum omnino tempus in speculationibus humanæ vitæ nequaquam pro futuris absument, neque posteriores operam præposteriorâ methodo usque navantes, a spe suâ perpetuò decidan: Verùm ut Geometris philosophantibus & Philosophis exercentibus Geometriam, pro conjecturis et probabilitibus quæ venditantur ubique, scientiam Naturæ summis tandem evidentijs firmatam nanciscamur.

[40] Itaque ad institutum redeo de coloribus secundum præcedentes quatuor propositiones explicatis disceptaturus. <24> Et ad propositionem primam quod attinet, utpote quod ex radijs similitè incidentibus maximè refracti purpuram efficiant, minimè refracti ruborem, et refracti mediocriter colores mediocres, ea pateant ex antedictis.

[41] Quippe notissimum est quod colores Prismatis purpureus, cœruleus, viridis, flavus, & rubeus ita sese ab P versus T in ordine nominato subsequuntur, ut purpureus color ad P semper jaceat in angulo TFO radijs incidentibus OF ijsque FT ad colorem rubeum T refractis contento: atque adeò ut radij ad purpuram tendentes magis deflectant a directo cursu, sive magis refringantur quā illi qui tendunt ad rubedinem.

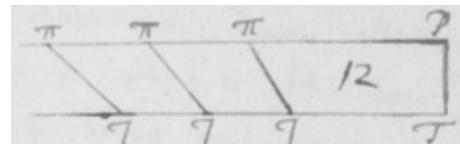
[42] Non opus est ut hanc primam propositionem de industriâ porrò illustrandam prosequar, cùm scopus ejus et veritas in sequentibus manifestior evadet. Itaque ad secundam pergo monstraturus e contra quod radij ex eâdem incidentiâ refractiones varias patiuntur qui varios colores producunt, scilicet quod magis atque magis refringuntur prout colores hoc ordine rubeum, flavum, viridem, cœruleum et purpureum successivos cum omnibus eorum gradibus intermediis generant.

[43] Hoc autem ut pateat, iterum repetatur experimentum Prismatis quod in prioribus adduxeram. Nempe ponatur quod radij solares ad foramen F ingressi cubiculum obtenebratum, a Prismate ABC quā proximè foramen intus disposito refringantur, tendentes deinde versus oppositum parietem HI ad imaginem PT ibi depingendam. Et Imago illa ut vulgo notum est coloribus tingetur, rubeo ad T, purpureo ad P, cœruleo viridique et flavo ad Q R et S. Explorandum est itaque an radij tendentes versus P magis refringantur quā isti qui tendunt versus T. Id quod varijs modis tentare liceat, quorum facillimum et maximè perspicuum sequentem existimo. Sume aliud Prisma $\alpha\beta\kappa$ (figura) et illud alicubi inter Prisma primum ABC et imaginem PT ita colloca, ut sit illi Prismati ABC transversum sive parallelum imagini , radiosque versus PT tendentes intercipiat et alioversum refringat, <25> puta versus $\pi\tau$. Quo facto, imaginem $\pi\tau$ refractionibus utriusque Prismatis sic effectam, videbis ut priùs coloratam, sed in alio tamen situ dispositam: Non parallelam imagini PT sed secundum extremitates rubras manifestò convergentem. Iam cùm radij ad utrosque colores rubeum T et purpureum P pertinentes similiter incident in Prisma secundum $\alpha\beta\kappa$, si eandem præterea refractionem paterentur, imagines PT ac $\pi\tau$ deberent esse parallelæ. Et ideo cùm non existant parallelæ, sed imaginis $\pi\tau$ extremitas purpurea π longiùs ab alterâ imagine PT transferatur quā extremitas rubea τ : necessariò concedendum est quod radij ad extremitatem purpuream P tendentes magis refringantur quā qui tendunt ad extremitatem rubeam T. Hoc est, quod radij generantes purpuram apti sint ut magis refringantur quā ruborem efficientes. Atque idem quoque de coloribus intermediis eâdem ratione constabit, sicut ostendendum proposui.



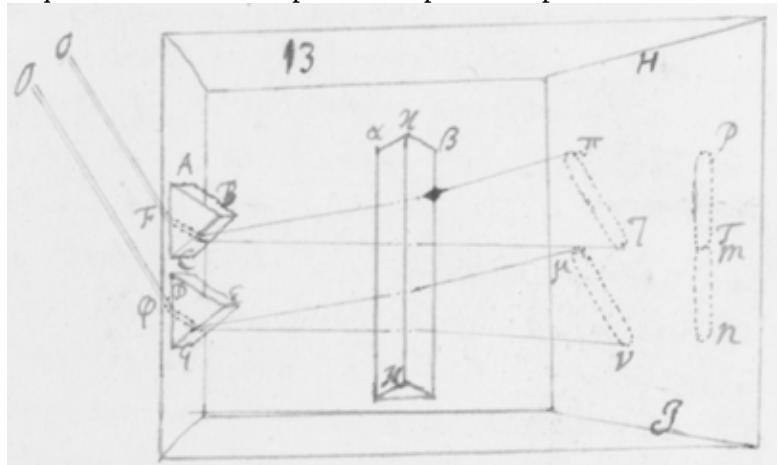
[44] In experiendis hisce notari poterit quod quo vicinus anteriori Prismati ABC sive quod remotius à pariete HI collocetur Prisma posterius $\alpha\beta\kappa$ imagines PT ac $\pi\tau$ co magis ab invicem distantes, etiam ad se magis inclinabuntur. Adeò ut angulum semirectum vel paulo minorem eo contineant cùm prismata collocantur ad invicem vicinissima. Cujus rei ratio facillima est consideranti quod distantiae $P\pi$ ac $T\tau$ sunt in datâ quâdam ratione. Sic in Figura 12 si parallelæ $P\pi$ ac $T\tau$ sint in ratione data, quo majores existant eo major erit inclinatio linearum PT ac $\pi\tau$.

[45] Sicui in potestate est instrumentum aliquod ad quantitates refractionum accuratè mensurandas paratum, nullus dubito quin istius etiam ope seorsim dimetiendo refractiones diversorum generum radiorum, facile observabit

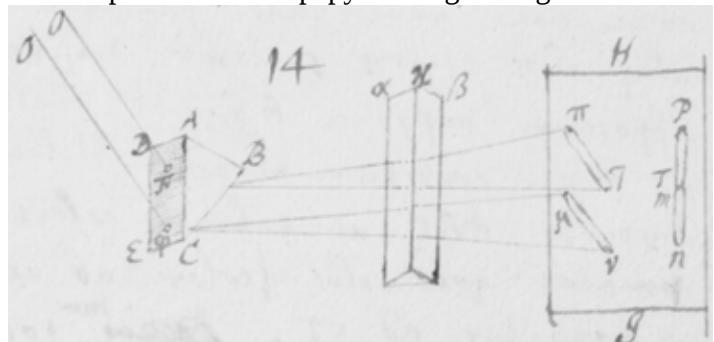


differentias: licet ego prædictis tanquam manifestissimis acquiescens, non operæ pretium duxerim rem alijs modis <26> experiri. Verum ut cuique magis pateat quanta sit prædictorum evidentiæ, quædam quæ exinde scaturiunt notatu dignissima proferre non pigebit.

[46] Sit F ϕ (figura) paries vel operculum fenestræ duobus foraminibus F et ϕ luci pervium, ijsque digitos duos ab invicem distantibus; et intus disponantur duo Prismata ABC DEG in situ sibi invicem parallelo, at perpendiculari ad lineam F ϕ per centra foraminum ductam: quæ duo lucem ingressam refringant ad imagines duas PT et MN in oppositum parietem projiciendas, simili prorsus modo quo factum fuit in experimento priori. Et præterea sint anguli Prismatum ACB, DGE (comprehensi planis refringentibus) æquales. Quibus ita constitutis, videbis imagines PT et MN in directum jacentes cum extremitatibus earum T et M contiguis. Quod si non eveniat, situs unius e Prismatibus parùm mutandus est donec extremitates contiguas esse cernas, vel fortè nonnihil coincidentes. Purpurâ M et rubore T sic juxta positis, adhibeatur Prisma tertium $\alpha\beta\kappa$, quod primis prismatibus et eorum imaginibus interponatur in situ ad lineam F ϕ sive ad imagines dictas PT, MN parallelo: ita nempe ut radios utriusque Prismatis ABC ac DEG tendentes versus PT et MN pariter intercipiat, eosque refringens aliò projiciat, quemadmodum ad $\pi\tau$ ac $\mu\nu$. Adeò ut quæ duobus prismatibus in priori specimine facta sunt, hic videas facta tribus. His ita paratis et constitutis videbis imagines $\pi\tau$ et $\mu\nu$ ab invicem disjunctas esse, quæ priùs apud PT et MN fuerunt contiguæ, et in directum positæ: ita quidem ut purpura μ in extremitate imaginis $\mu\nu$ magis distet ab imaginibus primis PT et MN quam rubor τ in extremitate imaginis $\pi\tau$. Id quod nullo prorsus modo potuisse accidisse, nisi radij ad purpuram ge <27> nerandam apti aliquanto magis refringerentur ex incidentiâ pari quam radij generantes rubedinem. Etenim cum radij coloris utriusque pariter incident in Prisma posterius $\alpha\beta\kappa$; pariter etiam emergerent si æqualiter refringerentur, et exinde depingerent imagines $\pi\tau$ et $\mu\nu$ prioribus PT et MN parallelas, et in directum jacentes. Dixi radios utriusque coloris purpurei rubeique pariter incidere in Prisma posterius $\alpha\beta\kappa$: Quod ne moram injiciat alicui, concipiendum est quod radij FT tantum inclinantur versus extremitatem ejus K quantum alteri ϕM versus extremitatem alteram $\alpha\beta\kappa$: Et sic incident pariter sive ad eosdem angulos, licet non paralleli. Siquis tamen velit efficere ut incident etiam paralleli, nihil aliud agendum est quam ut alterum e prismatibus anterioribus ABC vel DEG circa suum axem paululum convertatur donec inter T et M interiores imaginum extremitates tanta intercedat distantia quanta intersit foraminibus F et ϕ sive quantam isti rei sufficientem judicaverit, imaginibus ad istam distantiam in directum jacentibus. Et Prismate $\alpha\beta\kappa$ deinceps interposito, facile percipiet quod incidentes parallelè emergent inclinati, tum quod imagines non amplius in directum jacebunt, tum quod purpura M ad majorem distantiam transferetur quam rubedo T.



[47] Si tria prismata non præsto sint, experimentum jam recitatum duobus experiri possis, idque modo magis expedito et facili. Sit ABCDE (figura) Prisma cujus unum latus planum ABDE papyro denigratâ tegatur duobus parvis foraminibus F et ϕ luci perviâ, quorum foraminum situs esto ad longitudinem Prismatis transversus. Tum Prismate hoc ita disposito, ut radij permeantes ista foramina terminentur in oppositum quoddam planum, puta papyrum HI; transferatur ista papyrus ultra citaque donec videas imagines duas PT et MN contiguis extremitatibus in directum conjunctas, ut priùs. Deinde altero Prismate $\alpha\beta\kappa$ interposito in situ ad alterum transverso: videbis imagines illas PT et MN ad $\pi\tau$ et $\mu\nu$ ita translatas esse ut non amplius jaceant in directum, rubidine τ a PN minùs remotâ quam purpura μ , sicut in prioribus contingebat.



[48] Est et aliud ex eodem fonte derivatum specimen haud expertu difficilius aut minoris evidentiæ. Prismate ABC (figura) juxta foramen F ut prius collocato; ad distantiam convenientem (veluti duodecim pedum) statuatur aliud Prisma $\alpha\beta\kappa$ in situ transverso respectu prioris, vel forte parallelo aut alio quovis pro arbitrio: ita tamen ut anterius Prisma ABC lucem refractam et coloratam projiciat in aliquod ex ejus planis lateribus $\alpha\delta$. Quod quidem latus obducatur papyro denigratâ, & exiguo foramine G per medium transfossâ, per quod aliqui ex radijs ab anteriori

primate refractis transeant in hoc prisma posterius: ubi cùm rursus refracti fuerint pergit ad papyrus HI abinde decem pedibus vel pluribus distantem. Quibus ita constructis et dispositis in situ illo figatur papyrus HI et prisma posterius αβκ. Denique præ manibus sumatur anterius Prisma ABC non ut moveatur a loco ejus, sed ut motu tantùm angulari nunc huc nunc illuc paululum inclinetur, ut alios atque alios colores successivè trajiciat per foramen G in oppositam papyrus HI. Et videbis quod color quilibet diversus ad locum diversum perget. Veluti

cùm ea sit positio Prismatis ABC ut rubeum colorem projiciat in G, si ponatur quod ille color ab altero primate αβκ refringatur ad T, tum positione Prismatis ABC paululum mutatâ inclinando circa axem donec purpura cadat in G, videbis quod ille color juxta obliquorem tramitem refringetur, puta ad P. Et pari modo si color aliquis intermedius incidat in G, idem refrin <29> getur ad locum ipsis P ac T interjacentem. Quamobrem cùm radij cuiuslibet generis pergentes a foramine F positione dato ad foramen G positione datum, et ideò similiter incidentes in prisma posterius αβκ, refringantur ad loca diversa P, T, cæteraque intermedia: constat quòd inæqualiter refringuntur. Et cùm refractus GP observetur magis deflectere ab incidenti FG quàm refractus GT: constat quòd radij purpuram exhibentes magis refringuntur quàm exhibentes ruborem, cæteri que deinceps in ordine intermedio.

[49] Siqua forsitan oboriatur suspicio, quod ex motu Prismatis ABC foraminibus F ac G interpositi incidentia radiorum diversos colores efficientium tantùm varietur quantum sufficiat ad efficiendam varietatem locorum P, T, &c: ad quos refringuntur: quamvis motus iste sit exiguus et ineptus huic effectui, tamen ut suspicio illa prorsus eximatur anterius Prisma ABC ad alteras partes foraminis F Solem versus collocandum est, ut radij incidentes in foramen G directè veniant a dicto foramine F. Eo enim pacto cùm foramina F ac G positione determinantur, positio radiorum per utrumque trajectorum determinabitur, eademque accuratè erit omnium incidentia quoscunque colores exhibentium: et tamen diversicolorum refractio non secus peragetur ad loca diversa P, T &c quàm modò explicui.

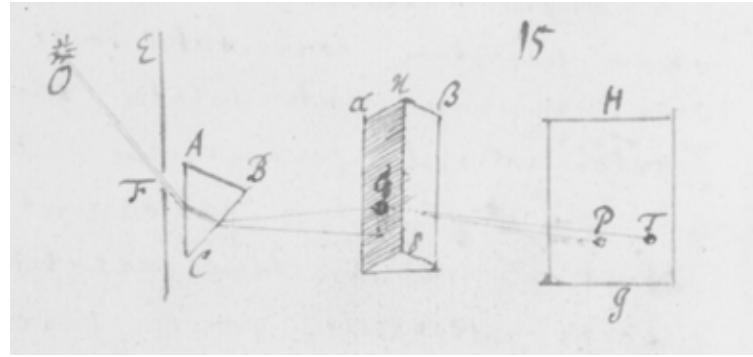
[50] Cùm veritatem propositam sic fecerim stabilitam, hanc propositionem concludam annotando connexionem et affinitatem quam coloribus et refractionibus interesse dixeram: Nempe ex ostensis non solùm pateat quòd diversa colorum genera cum definitis gradibus refrangibilitatis reciprocantur: sed et ijsdem a[51] experimentis probatur dari radios diversè refrangibiles, et radios diversè refrangibiles esse diversicolores, ijsdemque b[52] probatur e contra radios diversicolores esse diversè refrangibiles, et inde radios diversè refrangibiles dari. Et hinc scopus eorum quæ in primis lectionibus de dispari refrangibilitate radiorum edocui, quoad causas colorum intelligendas multùm illustratur; ut pateat quòd una absque alijs dilucidè tractari nequeant.

<30>

[53][54] Posteaquam ostendi radios qui producunt varios colores etiam varias refractiones pati: cogitabam de explicando modo quo colores generantur mediante Prismate. Sed istud quoniam ex præcipuis esse videatur quæ de coloribus dicenda suscepit: satius esse judico me priùs ostendere veritatem tertiae propositionum quas in postremâ Lectione proposueram, quatenus albedinem concernit; eam nempe ex omnigenis coloribus posse componi; et inde lucem solis albere quòd omnes colores in eâ commisti lateant. Quod cùm ostendero, genesis colorum a Prismatibus postmodum satiùs et majori cum evidentiâ pandetur.

Itaque proponatur jam monstrandum quòd cùm omnes omnino colores qui virtute Prismatum generantur, debitè commiscentur sibi: color albus exinde resultabit. Istud autem cùm semel deprehenderam esse verum, de varijs postea modis cogitabam quibus mistura talis perfectè fieret: ac primò rem aggressus sum cum pluribus Prismatibus ita dispositis ut colores eorum in eundem locum inciderent et sic inter se miscerentur.

[55] Sint ABC, DEF GHI tria Prismata juxta se in situ parallelo ita disposita, ut alterum DEF sit alteris duobus ABC et GHI utrinque vicinissimis intermedium, in morem trium linearum conficientium capitalem literam græcam Ε. Et lux per unumquodque Prisma liberè transiens excipiatur in papyrus PT pede uno vel duobus postpositam. Coloribus omnium prismatum sic in ipsam PT projectis, convertantur prismata circa proprios axes, et videbis colores istos sibi invicem accedere vel recedere. Quare convertantur donec talis sit eorum situs ut unius Prismatis ABC rubor, et alterius GHI purpura vel color indicus cum viriditate tertij DEF coincident, sicut vides factum ad R. Et ex istis coloribus ita sibi commixtis albedinem generari cernes, colore purpureo et cæruleo juxta P conspecto, rubeo verò et flavo juxta T, et albo juxta R cæteros intercedente.



Cæterùm in istis experiendis juvabit observare sequentia.

[56] Primò, si anguli Prismatum planis refringentibus contenti ACB, DFE et GIH sint inæquales; præstat ut illud Prisma cujus angulus GIH maximus est ponatur versus exteriorem partem anguli contenti radijs incidentibus et refractis: et istud versus interiorem cujus angulus ACB est minimus.

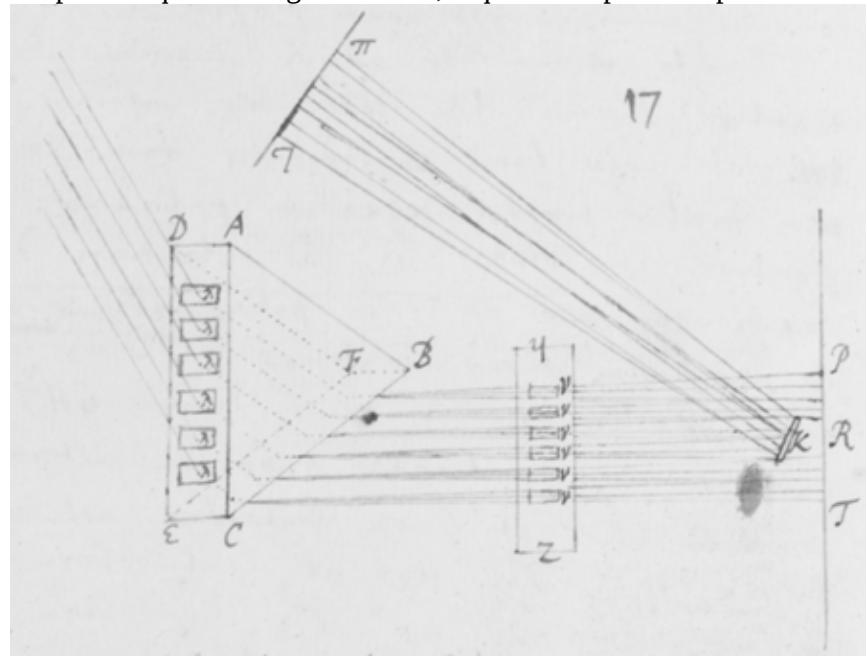
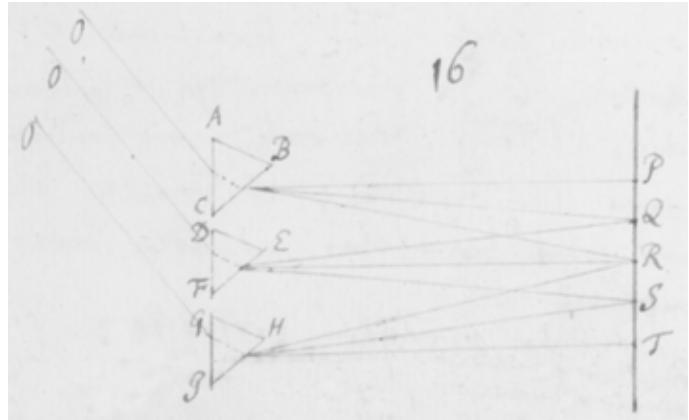
Secundò, aperturæ per quas lux transmittitur per prismata debent esse magnæ. Imò convenit ut transitus luci per tota Prismata pateat, obstaculo nullo adhibito. Neque opus est ut experimentum in tenebris peragatur sicut in alijs quamplurimis requiritur.

Tertiò papyrus PT in quam colores incidunt non nimis distare debet a Prismatibus. Sufficit distantia pedum plus minus duorum. Has autem aperturas et distantiam statuo ut colores eò meliùs commisceantur ad albedinem perfectiorem componendam.

Quartò ut colores ad R faciliùs et satiùs commisceantur, Prisma ABC statuatur imprimis in situ quoconque tali ut radij tum ingredientes tum emergentes refractionem præter propter æqualem patientur: et in eo situ figatur. Et colores ejus ad distantiam duorum pedum excipientur, vel ad eam potiùs ubi vides flavum ejus et cæruleum modò contiguos, albedine intermediâ tum evanescente. Postea figatur aliud Prisma GHI in tali situ ut purpura ejus contingat ruborem alterius ABC, non autem coincidat illi: et linea contactus notetur. Deinde tertium Prisma DEF sic fige ut ejus colorum medietas cadat in dictam lineam contactûs, quod ubi contingit facilè cognosces intercipiendo lucem ingressuram cætera Prismata. Denique papyrus PT ultra citraque transferatur paululum donec videoas albedinem perfectam in medio colorum ad R generari. Quam quidem albedinem ex varijs coloribus compositam esse constabit intercipiendo colores unius duorumve prismatum priusquam attingant papyrum. Nam loco albedinis eos quos non intercipes colores intueberis.

Denique si velis ut colores adhuc perfectiùs misceantur, possis adhibere plura prismata modò præsto sint: tamen eventus non deerit expectationi si tria tantum adhibeas. Etenim colores cuiusque Prismatis seorsim spectati non sunt omnino simplices, sed viridis ejus et rubeus nonnihil miscentur in flavo: et purpureus ac viridis <32> in cæruleo; et sic de reliquis; quemadmodum in sequentibus ostendetur. Et inde fit quod cum tria tantum prismata adhibentur, non solùm tres colores rubeus viridis et indicus commisceantur in R, sed etiam cæruleus et flavus una cum omnibus eorum gradibus intermediis istam albedinis compositionem ingrediantur.

[57] Verùm cum tot prismata in situ tam accurato disponere, propter motum solis et alia incommoda difficile forsitan et laboriosum simul inveniatur, nisi adhibeatur Machina quædam eâ de causâ fabricata ut ejus ope prismata in desiderato situ figantur: alium propterea modum profero quo ista negotio leviori, idque unico prisme periclitari poteris. Sumatur papyrus vel aliud opacum corpus attenuatum in morem laminæ. Et in eo confodiantr oblongæ rimæ sex aut plures parallelæ, quarum latitudines sint æquales distantijs aut ijs paulò majores. Deinde papyrus ista figatur alicui ex planis lateribus prismatis: Sit istud latus papyro obductum ACED (figura), et rimæ in papyro excisæ literis λ designentur; quarum situs esto parallelus ad EC concursum laterum refringentium prismatis sive verticem ejus. Papyrus autem debet toti isti plano ADEC superinduci, nequa lux alibi transmissa quam per prædictas rimas perturbet experimentum. Tum Prisma statuatur in luce solis ut radij ejus vel per dictas rimas id ingrediantur vel postquam refracti fuerint per eas egrediantur: et in isto situ figatur. Quo facto sumatur alia



papyrus PT quæ sic teneatur a posticâ parte Prismatis ad distantiam duorum triumve digitorum ut in eam lux terminetur; et videbis tot lineas colorum quot sunt oblongæ rimæ λ; quarum linearum cuique tot competent colores quot solent apparere virtute Prismatum. Nempe <33> quælibet rima subit officium unius e prismatibus in experimento priori adhibitis et proprios colores cæruleum rubrum cæterosque generat quasi tot essent prismata quot sunt rimæ: Porro si papyrus PT longiùs differatur a Prismate coloratas istas lineas paulatim dilatari cernes et interjecta spatia minui donec absorbeantur a coloribus jam factis contiguis. Et si papyrus adhuc longius differatur, colores a diversis rimis effecti (rubri cum cæruleis primò deinde alij cum alijs) incipient plus pluſque misceri. Et sic sese paulatim diluent, donec cùm mistura satis absoluta est, convertantur in albedinem, præterquam in eorum extremitatibus P ac T ubi mixtura et confusio fere nulla est. Et isthæc accidunt cùm papyrus PT quasi ad distantiam decem vel duodecim vicibus majorem ipsâ AC vel BC latitudine planorum prisma constituentium, amoveatur. Quod si amoveatur adhuc longiùs, absimilium radiorum commisso fortasse perfectior evadet, sed colores purpurei et cærulei ad P, ac flavi rubeique ad T latores fient, et interjectum spatium album minuetur, donec totum destruatur ab istis coloribus occupatum.

[58] In hisce autem experiendis cavendum est ut oblonga foramina λ sint accuratè æqualia et æqualibus distantijs ab invicem dissita, nè luce magis copiosâ per aliquod ingressâ quàm per cætera, colores exinde generati prævaleant cæteris et misturam perfectam conturbent: et sic vice albedinis colores apparebunt hinc illinc more fortuito sparsi. Illa verò distantia rimarum λ ut et earundem latitudo non malè statuitur fore pars digiti circiter duodecima, aut eâ fortè major si prisma satis amplum adhibeas. Quinetiam si cupias ut experimentum sit omnibus numeris absolutum, vice prismatum vitreorum vulgò venalium (quæ sunt nimis gracilia) debes amplioribus uti qualia possis efficere ex laminis vitreis utrinque perpolitis et conjunctis in morem vasculi prismiformis, quod vasculum impleatur aquâ clarissimâ, et undique cemento obturetur. Non multū refert quænam sit hujus longitudo, sufficit ut sit trium digitorum, sed refringentia latera debent esse quatuor vel <34> sex digitos lata aut ampliùs, ut rimæ præfatæ λ cum distantijs earum fiant majores et plures et magis accuratæ. Sin utaris angustioribus, qualia vulgò venduntur; colores externi juxta P ac T dilatando priùs destruent interjectam albedinem quam perficiatur per remotionem papyri PT. Et illa præterea quæ in totum constant ex vitro, colore aliquo ut viridi vel flavo plerumque tinguntur, et radios ita tingunt in transitu ut albedinem perfectam exhibere nequeant.

[59] Iam verò audire videor objectionem ex receptis philosophorum opinionibus depromptam: Dicat enim aliquis quòd colores revera et propriè loquendo non miscentur sed destruuntur potiùs; idque eâ de causâ quòd umbræ vicinia, quæ necessaria est ad productionem colorum, tollitur cum radij per diversas rimas trajecti commisceri incipiunt; et præterea quòd radijs sic mixtis quorum motus inter se dissentunt, necesse est ut isti motus destruant alterutros, quibus cessantibus color omnis perit et in albedinem convertitur. Sic Cartesianus aliquis contendat forte quòd cùm globuli miscentur quorum rotationes contrariantur sibi, necesse est ut impediant sese et alternos motus destruant: Et sic alij objiciant alia.

[60] Sed responsio multiplex in promptu est: et imprimis inquam quòd cùm umbræ coloribus interjectæ primùm evanescunt removendo papyrus PT, colores tamen non ideo pereunt neque minimùm immutantur donec incipiant misceri per remotiorem distantiam papyri. Et albedo non producitur donec per distantiam adhuc remotiorem mistura radiorum omnis generis evadat perfecta. Unde confinium umbræ non est necessarium ad colores producendos, neque albedo generatur ex isto sublato.

[61] Secundo colores qui primò omnium miscentur, nimirum purpureus sive violaceus et rubeus videntur esse maximè omnium absimiles, propterea quod adversas colorum extremitates occupant. Quamobrem itaque motus eorum contrarij non destruunt sese neque color albus generatur antequam cæteri etiam colores omnes misceantur?

[62] Tertiò cuique licet observare idque nullo negotio quòd colores non omnino mutantur trajiciendo radios per <35> medium quantumvis luminosum. Sic colores prismatum sunt ijdem sive trajiciantur per spatium illuminatum sive tenebris involutum. Et res omnes eodem modo coloratæ cernuntur, sive conspiciantur cùm lumen solis trajicitur per intermedium spatium sive cùm excluditur. Id quod secus esset si lux in lucem per idem medium transeuntem posset agere. Quinimò si radij duobus prismatibus refracti sese decussent, postquam ab invicem discreti sunt, eosdem colores efficient, quos aliàs efficerent si non omnino miscerentur. Id quod non posset evenire si radij diversis coloribus tincti sibi mutuò per eadem spacia transientibus mutationem aliquam inducerent.

[63] Quarto, cùm in illâ distantâ papyrum PT fixeris ubi colores albedinem optimè componunt: statuatur alia papyrus YZ ad distantiam duroum vel trium digitorum a Prismate, et in eâ notentur lineæ coloratæ; tum exscindantur istæ partes papyri in quas dictæ lineæ cecidere, factis eo pacto rimis oblongis v parallelis et æqualibus, ut et æquè latis ac distantibus. Deinde papyrus ista YZ in locum suum restituatur tres digitos circiter a Prismate distantem ut per rimas ejus lux colorata trajiciatur ad alteram papyrus PT longinquorem. Quo facto

possit observare quòd si parùm deprimas papyrum YZ ut purpureos colores & cæruleos superioribus labris rimarum ejus impingentes intercipiat, et transmittat cæteros: albedo ad papyrum PT convertetur in rubeum colorem, aut citrium vel flavum. Sin attollas eam ut rubei et flavi labris inferioribus intercipiantur, cæterique perlabantur; albedo ista convertetur in purpureum indicum et cæruleum. Perinde ut fieri oporteret in mixtura colorum: Nam unis e mixturâ sublatis alteri debent ad propriam speciem et formam restitu.

[64] Quintò, papyro YZ sublatâ, et reliquis stantibus: papyrum alteram PT in meditullio albedinis acu perfora ut lucis ejus albæ portiuncula trajiciatur quam deinceps excipe in aliam papyrum isti PT ad distantiam quatuor vel sex digitorum postpositam: et vice albedinis colores iterum apparebunt. At quomodo colores illi <36> de novo generari potuissent si destruerentur in productione potius quàm miscerentur non video. Concedendum est itaque quòd tantùm miscentur: et quòd radij varijs coloribus tincti et promanantes a diversis rimis λ, λ decussant sese in dicto foramine per acum effecto, et postea divergentes ab invicem gradatim segregantur et segregati proprios iterum colores depingunt: quemadmodum posthac fusiùs explicabitur. Ad eundem præterea modum si speculum aliquod planum et exiguum K statuas in medio albedinis ad PT papyrum effectæ, ita quidem ut aliquos ex albificantibus radijs aliorum, veluti ad πτ reflectat; lux alba sic reflexa degenerabit in colores, quos videre est ad πτ, papyrum objiciendo. Etenim radij tincti cum diversis coloribus et in albedinem ad speculum K commisti, inclinantur ad se invicem propterea quod adveniunt a diversis fissuris λ, λ, λ, λ, λ, λ. Atqui tantùm divergunt a speculo postquam reflectuntur quantum anteà convergebant. Divergentes itaque paulatim dissocientur ac dissociati proprios colores non secus exhibebunt quàm si nunquam fuerant commisti. Liquet ergo quod in misturâ radiorum diversicolorum suæ dispositiones ad efficiendos varios colores non destruuntur; ut ut albedinem exhibeant dum commisceantur sibi.

[65] Denique vulgò notum est quod ex pulveribus diversicoloribus inter se commixtis color novus emergit; tamen si pulveres isti inspiciantur Microscopijs, omnes videntur tincti cum proprijs coloribus. Adeò ut ex mixturâ pulverum colores proprij non destruantur, sed permiscendo tantùm color novus elicetur. Verùm ijdem planè colores ex mixturâ colorum prismatum ac pulverum producuntur: Sic pulvis cæruleus cum flavo mixtus producit viriditatem, et eadem viriditas etiam producitur ex mixturâ radiorum tinctorum cum cæruleo et flavo. Et proinde non dubium est quin colores novi ex coalescentibus Prismatum coloribus, non facta assimilatione sed mistura tantum, similiter oriantur <37>. Cæterùm ut nullum dubitandi locum relinquerem; effeci ut pulveres colorum principalium quos prismata generant, rubei, flavi, viridis, cærulei et purpurei in proportione certâ miscerentur: et licet albedo perfecta non prodibat, tamen isti colores ad sensum periére, et quoddam genus albedinis, fuscum et obscurum, sive mediocre inter albedinem et nigredinem perfectam producebatur. Quod nostro proposito non minùs inservit quàm si albedo perfecta prodiisset, quandoquidem fucus ille ab albo perfecto tantùm differt quantitate lucis non autem specie coloris, ut exinde pateat, quòd producitur ex albo cum nigredine contemperato. Neque expectandum est, ut mihi videtur, alium quàm fuscum colorem e tali pulverum mistura generari: Nam cùm pulveres colorati intromittant maximam partem lucis, istam ferè solam reflectentes quæ apta est ad exhibendos proprios colores, ut ostendetur postea: eorum mixtura maximam quoque partem lucis intromittet. Unde pro albedine perfectâ talis color generandus est qualis efficitur ex albedine et nigredine mixtis, id est, fucus. Attamen non eo inficias quin tales fortè pulveres inveniantur, præsertim inter mineralia, qui tantum lucis reflectant ut mixti exhibeant albedinem perfectiorem quàm hactenus vidi e mixtiris effectam. Cæterùm quòd pulveres coloribus tantùm quinque præcipuis tintos miscebam non ideo cogitandum est albedinem ex quinque solis productam fuisse, sed ex omnigenis. Nam in omnium corporum coloribus alij latent principalibus commixti licet minùs fortes ut a principali colore superati non cernantur. Sic in cæruleo pulvere latent cyanus et indicus aliisque gradus omnes usque ad viridem aut flavum fortassis ex unâ parte, et ad intensum purpureum ex alterâ: Ut ut cæruleus eò solus appareat quòd sit cæteris longè copiosior.

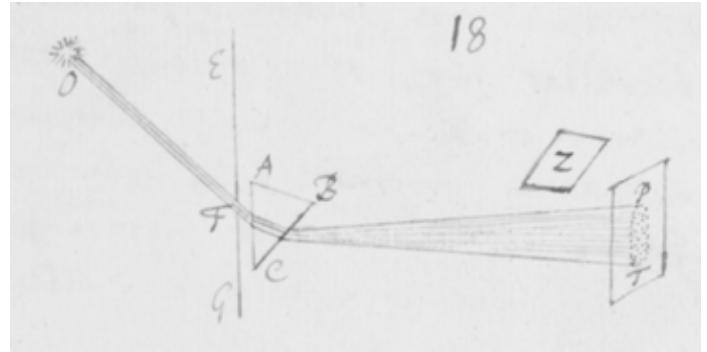
Experientijs hisce admonitus in mentem præterea revocabam quòd corpuscula quæ conspiciuntur in radijs solaribus huc illuc volitantia varios colores exhibent <38> modò quisquam ea diligenter observet in cubiculo quaquaversum luci occluso, præter unicum foramen per quod illuminantur. Et tamen cùm isti pulvisculi in acervum congregantur nullus omnino color appetat præterquam fuscus.

[66] Videtis itaque quòd possibile sit albedinem e mixtura colorum generari. Imò quòd colores prismatum revera non destruantur ad albedinem producendam; sed commisceantur tantum, quandoquidem emergunt immutati cùm radij coeuntes decussavêre et propter divergentiam subsequentem dissociantur iterum. Adhæc cum rei dignitas postulare videatur ut nullus non moveatur lapis, præter modos præcedentes componendi albedinem lubet adhibere tertium et quartum deinde quo prædicta faciliùs experiri possit et magis fortè cum evidentiâ.

Posito quòd Sol illuceat obscurato cubiculo per unicum tantùm foramen F, (figura) cui Prisma ABC affigitur, ingressam lucem refringens ad PT: juxta colores in papyrum PT sic projectos teneatur alia papyrus Z ut illuminetur

a coloratâ luce quam altera papyrus PT reflectit. Quo facto, papyrus Z sic illuminata radijs omnium colorum confusè reflexis a PT, apparebit alba. De hoc autem specimine maximè luculento et facili juvabit observare sequentia.

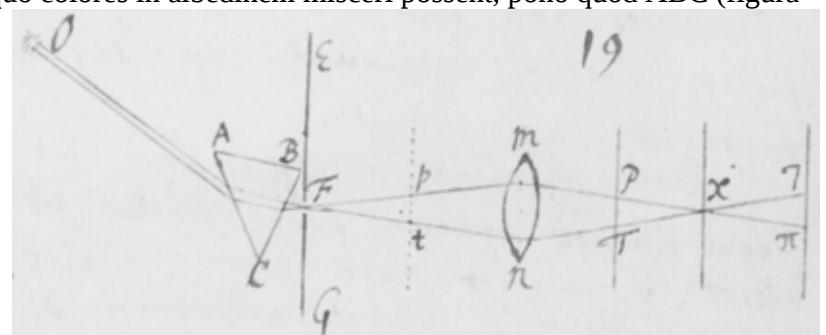
[67] Primò quòd auferendo papyrus PT ne lucem amplius ad Z reflectat: e consequenti defectu lucis in Z cognoscas eam illuminari per solam lucem coloratam a PT reflexam.



Secundò si papyrus Z ipsi PT valdè vicinam teneas, ut una pars ejus magis illuminetur ab uno colore & alia ab alio: ipsa Z non apparebit alba sed ejus partes coloribus istis tingentur quibus sunt vicinissimæ. Sin ipsa Z ad majorem a PT distantiam transferatur <39> ut omnes ejus partes æqualiter ferè ab omnibus coloribus illuminentur: ex illâ colorum mixturâ generabitur albedo.

Denique quòd albedo illa Z non destruendo colores sed tantùm miscendo generatur exinde pateat quod colores PT cernuntur beneficio radiorum non secus oculo mixtim incidentium quam papyro Z. Itaque si colores destruerentur potiùs quàm miscerentur ad Z, etiam destruerentur ad corneam tunicam vel pupillam oculi: ubi tamen certissimum est quòd miscentur tantùm, ut decussantes, postea divergant ad varias partes Retinæ et sic excitent phantasmata propria. Quinimò si radij tincti cum diversis coloribus dum per eadem spatia confusè transeunt possent in se invicem agere et dispositiones mutare quas quilibet habent ad expingendos proprios colores: omnes omnium rerum colores conturbarentur ac se mutuò transmutarent dum per aera transmittuntur; ubique scilicet radijs aliorum corporum omnigenis coloribus tinctorum occurrentes. Et sic in coloribus visibilium nulla esset certitudo, constantia nulla.

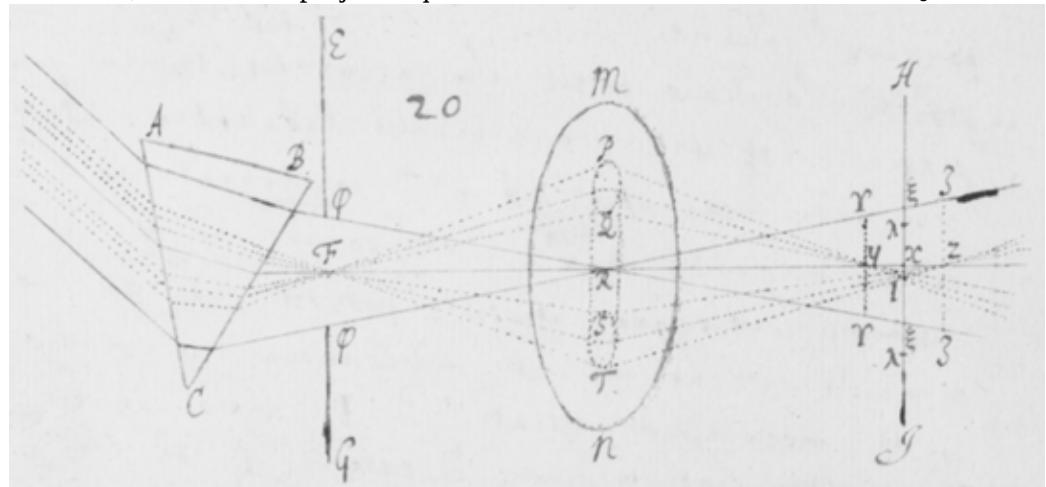
[68][69] Quartum præterea modum descripturus quo colores in albedinem misceri possent, pono quòd ABC (figura) sit Prisma foràs ante foramen F dispositum, quod refractam lucem in obtenebratum cubiculum transmittat versus MN. Tum lentem MN convexam sume cuius focus ad distantiam semipedis aut pedis unius duorumVee (quale est objectivum vitrum Perspicilli bipedalis;) et eam statue paulò plus distantem a foramine F quàm focus distat a se: ita scilicet ut lux colorata per eam deinceps trajiciatur, sicut videre est in schemate. Sit autem ejus latitudo sive apertura tanta ut omnes radios transmittat. Deinde cùm lentem in dicto situ stabilitam feceris, ponè statuatur papyrus PT in quam radij bis refracti terminentur. Eamque primò colloca proximè ad lentem, deinde ad majorem distantiam continuato motu transfer, et videbis <40> colores purpureum P rubeumque T contrahi et eousque minui dum omnes convertantur in albedinem, puta ad X quatuor vel sex pedes aut longiùs fortè distantem a lente, pro convexitate ejus vel positione. Deinde si papyrus adhuc longiùs transferas, colores iterum emergent sed in situ contrario, rubeo ad τ conspecto et purpureo ad π. Neque ulla inter eos ad PT et πτ differentia intercedit præterquam quòd situs sit contrarius. Scilicet a lente MN effectum est ut omnes radij venientes ab aliquot punctis foraminis F in totidem iterum punctis congregentur ad papyrus X: Et sic omnes omnium specierum tum purpuram ad P tum rubedinem ad T, tum alios alibi colores efficientum convergunt ad X et ibi confusè miscentur ad albedinem generandam: De quâ imagine albâ et orbiculari monebam supra a[70]. Postea verò cùm sese decussavêre in X, radij PX tendunt ad π et TX ad τ, adeo ut ijdem colores expingantur ad P et π per eosdem radios PT, et ijdem ad T et τ per eosdem Tτ, et sic de alijs. Unde liquet iterum quòd dispositiones, radiorum absimilium, ad diversos colores producendos non destruantur per eorum mixturam, quandoquidem eosdem expingunt cùm segregantur quos ante mixturam expingebant.



[71] Porro si radios cujuśvis coloris intercipias, interponendo corpus aliquod opacum prope lentem MN, et cæteros facias missos: videbis non modò colores interceptos e papyris PT ac πτ tolli, sed et albedinem X destrui, et ejus vice colorem aliquem qualis efficitur per mixturam radiorum præterlabentium generari. Sic si radios intercipias ostendentes rubeum ad N: rubedo T ac τ tolletur et albedo X convertetur in cœruleum. Vel si sistas tum rubeum ad N tum purpureum ad M, et intermedios flavum viridem et cœruleum præterlapsos mittas: ex eorum misturâ viriditas producetur ad X. Et sic prætermittendo quos velis et sistendo alios, pro arbitratu possis experiri mixturas quaslibet et explorare qui color inde generabitur; modò pretium laboris experientiam illam judicaveris.

[72] Verum cùm experimenti hujus dignitas videatur exigere ut summâ cum diligentia retegatur et penitus explicetur, dum plura de coloribus simul complectitur et exhibet quām in uno tantū experimento solent latere: non gravabor copiosius ostendere quo pacto radij miscentur ad X, et nonnulla postmodum scitu non indigna patefacere. Itaque concipientur tales refractiones in Prismate fieri, ut radij incident in varios circulos ad Lentem MN, qui varios gradus refractionis patiuntur; prout explicui in praecedentibus ^{a[73]}. Sitque PQRST (figura) oblonga imago composita ex isti circulis, & in lentem projecta: quorum circulorum extremi duo sunt PQ purpureus et ST rubeus.

Porrò sit $\phi F \phi$ diameter foraminis per quod lux in lentem trajicitur cuius foraminis punctum aliquod ut F primò consideremus a quo venientes radij dictos circulos PQ, ST totamque imaginem PT efformant. Et præterea cùm radij quemlibet circulum efformantes sint conformes sibi: ponatur quòd Lens sit tali figurâ prædicta ut eos omnes cujusdam e circulis, puta rubei ST versus punctum quoddam Z exactè refringat. Quod fieri posse per lentem convexis Hyperbolis terminatam, ut et per lentes aliter formatas Cartesius in Dioptricâ et Geometriâ suâ edocuit. Est itaque Z focus radiorum FS{,} FT et cæterorum uniformiter ruborum, et recta FZ ducta erit axis lentis. Præterea cùm radij FP, FQ, cæterique conficientes alterum extremum circulum PQ colore purpureum ostendant & propterea magis refringantur quām alteri tendentes ad ST; illi ideo convergent ad punctum quoddam aliquantò propinquius quām Z, veluti ad Y; ut iij facilè percipient, qui nōrunt focos lentium esse tantò propinquiores sibi, quantò major est earum <42> vis refractiva. Liqueat itaque radios in coloribus et refractionibus absimiles ad diversos focos convergere. Sed cùm eadem Lens pluribus focus haud queat adaptari, et ideo cùm Z supponatur focus in quem omnes radij ad circulum rubeum ST pertinentes exactè convenient: radij pertinentes ad alterum circulum PQ purpureum, omnes in ejus focum Y exactè convenire nequeunt. Attamen eorum concursus juxta Y in axe tam proximè accuratus erit, ut quoad sensum et experientiam omnem habeatur pro accurato. Quinetiam si lens MN ponatur sphæricè convexa ut neuter foci Y vel Z strictè loquendo possit esse accuratus, tamen quantum ad præsentia spectat pro accuratis habeantur. Itaque concipiendo quod radij manantes ab ST convergent ad Z et quod alteri manantes a PQ convergent ad Y et ibi decussantes divergent itidem: patebit quòd hi duo radiorum penicilli concurrent et miscebuntur in spatio foci Y et Z intermedio, veluti ad l, modò Lentis centrum R ponatur intermedium circulis PQ et ST. Ad eundem modum radij cæterorum generum convergent in alios focos ipsis Y et Z intermedios, ac tanto propinquiores ipsi Y quanto major est eorum passio refractiva. Sic focus viridiformium radiorum cadet in medio spatio veluti ad X; radijque cæruliformes convenient citius inter X et Y, et flaviformes longinquiùs inter X et Z, ac cæteri colores intermedij in spatijs intermedijs: Eorumque penicilli sese decussabunt ultra citraque locum l; ita tamen ut istæ decussationes sint eò densiores quanto sunt ipsi l viciniores, et ut Spatiu xl sit minimum per quod omnes radij transeunt manantes ab eodem punto F. Non dissimili modo radij venientes ab alio quovis punto foraminis, ut ϕ , si sint rubriformes convergent ad ζ ; sin purpuriformes, ad Υ ; et ad intermedium aliquod punctum si sint intermedij generis et eorum concursus densissimus erit in loco medio <43> veluti ad $\xi\lambda$. Atque adeò ex radijs ab integro foramine ϕF manantibus foci maximè refrangibilium jacebunt in superficie quādam $\Upsilon\Upsilon\Upsilon$ ad lentem proximâ, foci minimè refrangibilium jacebunt in aliâ superficie $\zeta\zeta$ a lente remotissimâ, focique mediocriter refrangibilium jacebunt in alijs intermedij superficiebus. Et sic omnes omnium radiorum foci totum spatium $\Upsilon\zeta\Upsilon$ a superficiebus istis integratum occupabunt, et in eo praecipue penicilli decussabunt & commiscebuntur.



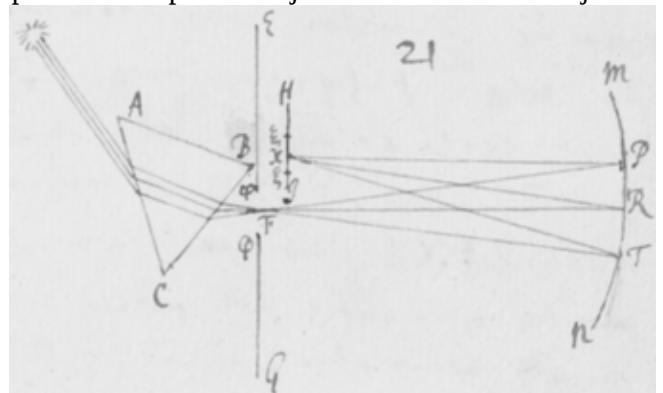
[74] Iam ex hâc descriptione venit observandum quòd cùm papyrus HI teneatur in medio dicti spatij $\Upsilon\zeta\Upsilon$, ut in eam radij terminentur ubi densissimus est eorum concursus et mixtura ad albedinem generandam perfectissima: radij viridiformes tendentes ad focos in papyro sitos in eam incident intra literas $\xi\xi$, sed rubriformes venientes ab ST, ac tendentes ad focos in superficie $\zeta\zeta$ sitos ut dictum est, incident in papyrum intra literas $\lambda\lambda$ paulò viciniùs ad I. Et pari modo purpuriformes incident in eundem locum $\lambda\lambda$ dum tendunt a PQ ad focos sitos in superficie $\Upsilon\Upsilon\Upsilon$. Cæteri autem radij cadent in alia spatia inter $\xi\xi$ & $\lambda\lambda$ mediocria, ipsique $\xi\xi$ tanto viciniora quanto foci eorum minùs absint a papyro. Liqueat itaque quòd totum spatium $\xi\lambda\lambda$ non debet albescere, sed pars ejus tantùm media

[75] Liqueat itaque quòd totum spatium $\xi\lambda\lambda$ non debet albescere, sed pars ejus tantùm media

inter literas ξ et λ interiores sita, ubi scilicet colores omnes commiscentur: Etenim in extremitate ξ versus H radij viridiformes cadunt soli, qui proinde tangent extremitatem istam cum viriditate. Ad alteram autem extremitatem versus I nulla miscetur viriditas sed purpura tantum cum rubore. Qui dicta perpendet etiam facilè percipiet quòd cùm papyrus paululum transferatur ultra citrāque, colores alij præter viriditatem apparebunt ad extremitatem imaginis versus H, scilicet inter P et Υ purpureus apparebit extimus, inter Υ et ξ cœruleus, et viridis ad ξ , deinde flavus inter ξ et ζ , ac rubeus denique ad ζ et postea perpetuò. Ad alteram autem imaginis extremitatem versus I sitam rubeus erit extimus a T usque ad λ ubi commiscetur purpurae: Quæ quidem mixtura dat pallidum quandam colorem nunc ad rubeum <44> nunc ad cœruleum nonnihil vergentem pro variâ proportione mistorum. At ultra λ purpura semper conspicetur. Cæterùm cùm distantia inter Υ et ζ valde parva sit et multò magis distantia inter X et l sive ξ et λ , hoc est latitudo limbi colorati: propter summam ejus exilitatem conspectui vix patebit, sed totum spatium $\xi\lambda$ nisi acriùs observanti apparebit album.

[75] Cùm hæc advertissem, experiebar deinde an responderent præconceptis: et licet malè successerat primò dum utebar angustâ lente: postea tamen cùm adhibui lentem eâ de causâ latiorem ut angulus XYI sive $\xi\Upsilon\lambda$ et inde XI sive $\xi\lambda$ hoc est latitudo dicti limbi colorati fieret major, quod optabam evenit. Adhibeatur itaque lens cujus latitudo sive apertura sit trium digitorum aut major eo, foci autem longinquitas pro lubitu tuo pedium trium vel quatuor, tum ea collocetur ad distantiam sex vel octo pedum a foramine $\varphi F\varphi$, ut colores PQRST in eam prolapsi usque ad extremitates ejus extendantur, nullis tamen præterlabentibus. Deinde papyrus HI ponè collocata transferatur ultra citrāque, et ad extremitatem imaginis versus H videbis omnes prismatum colores a purpura ad rubedinem usque gradatim successivos: sed ad alteras imaginis partes versus I, inter purpuram ad ζ et rubedinem ad Υ conspicuam, neque viriditas neque alijs quispiam ex intermedijs coloribus apparebit nisi fortè qui fiunt ex rubeo et purpureo mixtis: Quemadmodum ex eo cognoscas quòd cùm intercipis extremitatem purpurae, ope corporis opaci juxta lentem ad P interpositi, ille limbis imaginis versus I fiet rubeus; sin extremitas rubedinis ad T intercipiatur, limbis idem fiet purpureus. Et hinc est quòd transitus a purpura ad rubedinem ex hâc parte imaginis fit multò celerior quàm ex alterâ versus H ubi colores omnes interveniunt. Cæterùm cùm dictorum colorum latitudo tam exigua sit (videlicet haud major centesimâ parte digitii,) ut nisi vitra <45> sint benè polita et a venis libera, et insuper experientis diligentia et curiositas solito major, fortè excidet proposito. Quamobrem in majorem evidentiam rei et experiendi copiam addo, quòd si Microscopium sumas atque ita disponas ut papyrum aliquam affixam laminæ super quam objecta collocantur contemplanda, distinctè ampliet; dein ita statuas ut imago lucida $\xi\lambda$ incidat in istam papyrum; colores in ejus limbo sic ampliatos videbis manifestos.

[76] Verùm cùm mistura radiorum quoad colores absimilium non sit adeò perfecta in hoc specimine quin ut e coloribus aliqui in extremitate albedinis appareant (licet tam exigui ut incautus fortè non advertat,) placet insuper observare quod si vice lentis refractariæ speculum concavum accuratè formatum et perpolitum adhibeas, dicta mistura fiet omnibus numeris perfecta. Etenim irregularitas illa quâ refractiones ita perturbantur, in reflectionibus nulla est, sed radij quoscunque colores expingentes et utcunque refrangibles ad eosdem tamen angulos reflectuntur in quibus incident. Quamobrem si MN (fig.) sit speculum Ellipticum cujus foci sint F et X: radij omnes a puncto F manantes cujuscunque generis sive purpuram ad P, sive rubedinem ad T, sive alios alibi colores quoscunque ad speculum exhibentes, tamen omnes accuratè convenient in eodem punto X. Quinimò licet speculum MN non sit ex ellipticâ figurâ segmentum sed e sphæricâ: modò semidiometer sphæræ, hoc est distantia ejus a focus prædictis F et X, satis magna sit, puta trium pluriūmve pedum, et distantia focorum valdè parva, puta non plusquam unius digitii: si hæc inquam ponantur, radij ab F manantes adeò propemodum convenient in X ut istud X quoad omnem sensum pro exacto foco habeatur. Et eodem modo radij manantes <46> ab alijs punctis ut φ ipsi F vicinis in alijs ut ξ ipsi X vicinis quàm proximè convenient. Et sic omnes omnino colores reflectentur a speculo PT in unumquodque punctum imaginis $\xi\lambda$, totamque exhibebunt albam.



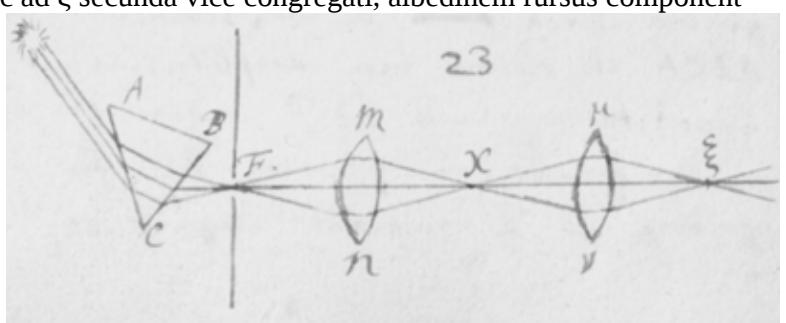
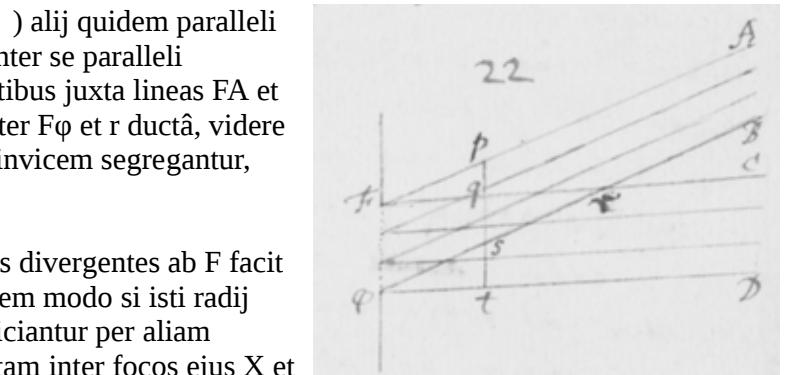
[77] Porro ex his notandum est quòd non solùm albedo ad Focum X e commisturâ radiorum omnis generis producitur, sed et ista ad foramen $\varphi F\varphi$ effecta cùm lux modò transierit Prisma et nondum aliqui colores apparuere, quòd ista inquam constat ex simili mixturâ: quandoquidem omnes radij quibuscumque coloribus affecti qui ad punctum quodvis imaginis $\xi\lambda$ convergunt, ab alio quodam puncto foraminis $\varphi F\varphi$ manarunt: et sic ijdem radij ad utrumque spatium $\varphi F\varphi$ et $\xi\lambda$ miscentur, et utriusque albedinis eadem est compositio.

[78] Atque hæc clariora fient observando primò quòd rei alicujus utcunque figuratæ et applicatæ ad foramen $\varphi F\varphi$ umbra distinctè projicitur in papyrum radios excipientem ad X. Quinimò bullularum aëris in Prismate latentium (sicut vitris omnibus contingere solet) umbras videbis ad instar macularum in dictam papyrum projectas. Id quod nullo pacto contingere potuisset nisi radij manantes ab aliquot punctis ipsius $\varphi F\varphi$ in totidem punctis rursus convenienter ad $\xi X \xi$. Et licet non exactè convenienter in ijsdem punctis manantes ab ijsdem, cùm lens refractaria vice speculi adhibeatur, ut in figuris 19 & 20, proinde colores nonnullos generent in confinio lucis et umbræ sicut fusè explicui; tamen spatium, in quod convenienter tantillum est ut pro puncto sensibili fermè habeatur.

[79] Secundò quòd si lentem in figura ita statuas ut æquidistet a focis ejus F et X in medio posita, ac deinde colores excipias in papyrum PT tum ultra lentem versus X tum citra versus F alternis temporibus admotam: possis observare quòd colores eodem planè modo apparent diminuuntur et in albedinem paulatim convertuntur dum dicta papyrus motu lento et continuo transfertur ad F, atque dum transfertur ad X. Adeò <47> ut divergentia colorum ab F et convergentia ad X omnino similis sit. Pari ratione si papyrus $\pi\pi$ lente moveatur ad X juxta et papyrus PT movetur ad F, ijdem colores in utrâque conspiciuntur, et eodem modo desinent in albedinem, hoc tantùm excepto quod eorum situs contrariatur propter decussationem radiorum in X. Atque adeò divergentia colorum ab utrisque F et X omnino similis est. Quid itaque concludatur exinde quàm quòd eodem modo commiscentur et ad F antequam divaricârunt ab invicem, et ad X ubi rursus congregantur in albedinem. Sed ut comparatio modò facta evadat illustrior ab instantiâ aliquâ, venit observandum porrò quòd cùm papyrus statuatur ipsi F contigua, & amoveatur deinde versus pt, et postea statuatur ad X et amoveatur versus $\pi\pi$: quòd, inquam, albedo ad F et X in utroque casu primò degenerabit in colores secundum extremitates ejus, dum in meditullio manet alba. Cujus rei ratio non alia est quàm quòd radij divergentes primò segregantur in confinio lucis et umbræ.

Sic posito quod radij divergant a spatio $F\varphi$, (figura) alij quidem parallelî tendentes ad AB atque alij ad priores inclinati sed inter se parallelî tendentes ad CD. Prima segregatio fiet in extremitatibus juxta lineas FA et φD , ultimaque in medio veluti ad r. Nam lineâ pt inter $F\varphi$ et r ductâ, videre est quòd parallelæ ad juxta extremitates pq et st ab invicem segregantur, sed mixtæ transeunt per intermedium spatium qs.

[80] Tertiò sicut lens MN in figura refringendo radios divergentes ab F facit ut convergant ad X et ibi conficiant albedinem: eodem modo si isti radij postquam decussavère divergentes ab X iterum trajiciantur per aliam lentem $\mu\nu$ (figura) priori similem et similiter positam inter focos ejus X et ξ , (id est, in æquali ab utrisque distantiâ:) colores sic ad ξ secundâ vice congregati, albedinem rursus component sicut <48> ante composuerant ad X, hoc tantùm interposito discriminé, quòd apparebunt in limbo albedinis ad ξ duplo latiores quàm (e mox ostensis) appareant ad X; atque insuper in situ contrario. At speculis ut dictum est adhibitis quæ lucem aliquoties repercutiant, isti colores erunt nulli: atque adeò penicilli FX et $X\xi$ evadent omnino similes & similis fiet decussatio, et commistura radiorum ad F, X, et ξ . Concludendum est itaque quòd lux, cùm modò trajicitur per prisma, licet albedinem exhibeat, tamen constat ex radijs heterogeneis confusè mixtis et ab invicem per divergentiam mox discessuris, qui postquam ita segregantur proprijs apparent formis, sin iterum congregantur albedinem rursus componunt, & sic præterea in infinitum.



[81][82] Imò vero lux non solùm componitur ex omnium colorum radijs ut egreditur prisme et nondum discernitur in colores istos, sed etiam cùm nondum attigerit prisma et antecedenter ad omnem refractionem. Et inde non mirum est quòd cùm segregatur in colores virtute prismatis radios inæqualiter refringentis, et colores iterum commiscentur ope lentis aut alio quovis modo præmonstrato, quòd, inquam, rursus componant albedinem.

[83] Verùm ut hoc discrimen inesse radijs antecedenter ad refractiones ostendam: sit ABC (figura) prisma quod excipit radios in obscurum cubiculum per foramen F uno digito latum trajectos, eosque refringit ad papyrum vel parietem HI ijs obseruentem apud T. Porrò autem cùm superficies prismatis BC non omnes refringat radios versus T sed et plurimos reflectat, eos apud P siste cum alia papyro KL in morem albæ imaginis foramini F persimilis terminante. Deinde converte prisma circa axem ejus secundum ordinem literarum ABCA et videbis tum amplitudinem colorum ad T, tum quantitatem lucis ad P augeri perpetuò, donec tandem cum refractio ad planum

BC fit maximè obliqua, colores ad T incipient evanescere et reflecti ad P, <49> purpureus primò, deinde cæruleus viridis et flavus, ac denique ruber. Cujus quidem lucis accessu imago P fiet multò lucidior quam antea. Interea verò dum colores a T gradatim evanescunt videbis albedinem P paululum mutari & non nihil vergere ad cæruleum, per accessum nempe purpurei et cærulei qui primò reflectuntur: at postquam cæteri etiam colores viridis flavus et ruber reflectuntur a T, albedo ad P redintegrabitur. Id quod nullo modo accidisse potuisse nisi radijs prout a Sole veniunt discrimen interesse concedatur. Scilicet quòd ex ijs quidem ad efficiendos rubeum et flavum dispositi pertinaciùs et cum minori refractione

penetrent superficiem BC et versus T prolabantur, dum alij ad exhibendum purpureum et cæruleum parati superficiem dictam aut penetrent languidiùs majorem refractionem patientes, aut si nequeant penetrare propter nimiam eorum obliquitatem, tum faciliùs et citius reflectantur ad P. Ijs primò omnium reflexis quorum potentia ad istam superficiem penetrandam sit minima, id est, purpuriformibus, et cæteris deinde suo ordine prout incidentia fit magis, obliqua, donec rubriformes ultimò reflectantur obliquitate tantâ debilitati ut non sint ampliùs potentes dictæ superficiei resistantiam superare. Atque hæc facile constabunt ijs qui nôrunt quòd quò major est vis refractiva superficiei cujusvis, eò citius et ad minorem obliquitatem radij reflectentur; et quo minor eò magis obliqui penetrabunt.

[84] De hoc autem experimento juvabit observare sequentia. Primò quòd cùm prædicta variatio albedinis ad P sit admodum parva propter exuberantiam lucis albæ collatæ ad reflexum cæruleum: itaque cavendum est ne prisme utaris quod ex vitro conflatur tincto cum colore aliquo, ne lucem ad P reflexam ita tingat ut difficile sit dictam variationem observare. Præstat adhibere prisma ex laminis vitreis tenuibus et perpolitis confectum et aquâ lypmidissimâ repletum.

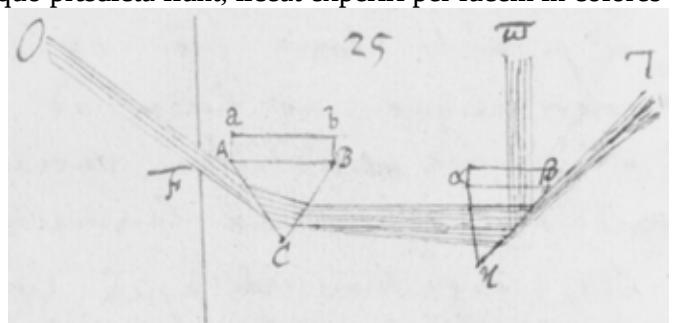
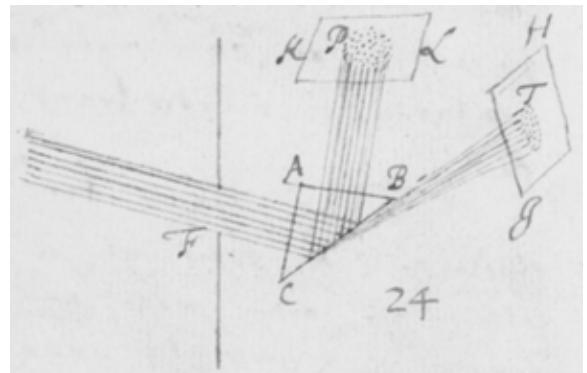
<50>

Secundò licet mutatio dicta sit parva, tamen satis est ad ostendendum quòd radij retinent eosdem colores cùm reflectuntur quos exhibent cùm trajiciuntur per superficiem BC; siquidem tingunt albedinem P colore suo quantum liceat tam paucis tingere. Colores itaque suos habuere priùs, et eosdem retinent sive refringantur sive reflectantur: licet {m}isturis plerumque celati latent donec eruantur (non autem fiunt) virtute Prismatum.

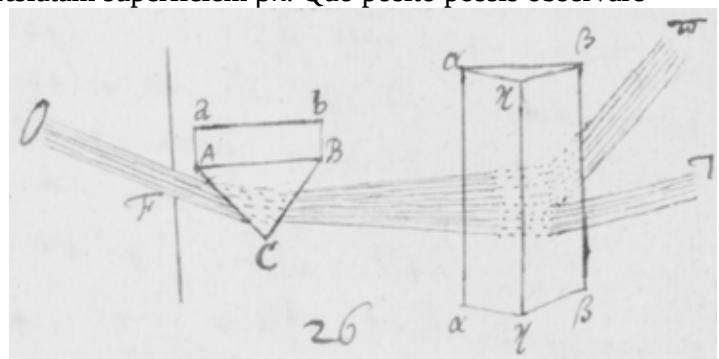
Tertiò ex luce P ad priorem speciem albedinis per reflectionem omnium colorum ab T restitutâ, quid aliud denotatur quam quòd albedo ista per misturam colorum omnium reproducitur. Scilicet cùm rubor ultimò reflexus admiscetur cæteris coloribus antea reflexis, reflexorum colorum mistura tunc perfecta est ad albedinem componendam, quæ superadditur albedini priùs existente in P.

Quartò, nequa oboriatur suspicio quòd refractiones in superficiebus AC et AB ad ingressum radiorum in Prisma et egressum factæ, possint aliquid conducere ad effectus hosce producendos; juvabit observare quòd effectus ijdem producuntur, cuiuscunque licet magnitudinis statuatur angulus ACB; hoc est, quæcunque sit refractio superficiei AC; modò angulus ABC ponatur ejusdem magnitudinis atque angulus ACB: alias enim pro imagine albâ ad P generabuntur colores. Experimentum itaque nullatenus dependet a refractionibus superficerum AC et AB : imò possis efficere quòd cùm colores partim reflectuntur ad P et partim trajiciuntur ad T, radij perpendiculariter incident in AC emergentque ex AB, et sic neutrâ superficie refringentur; modò statuas angulum ACB ut et ABC esse 40^{grad} , $40'$ circiter: et ijdem tamen effectus producentur.

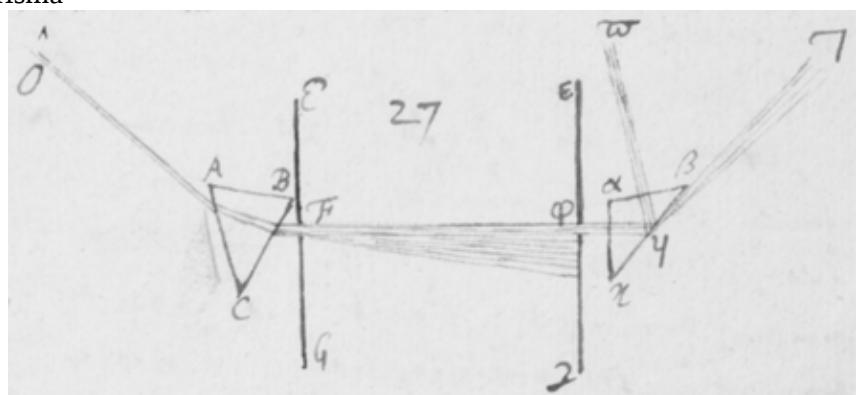
[85] Cæterùm in majorem evidentiam et explicationem modi quo prædicta fiunt, liceat experiri per lucem in colores discretam, quòd purpureus primò et cæteri deinde (quisque suo ordine) reflectuntur. Etenim (in figura) sint ABC et $\alpha\beta\kappa$ duo prismata <51> parallela quorum alterum ABC projicit colores in alterum $\alpha\beta\kappa$ ad distantiam duodecim vel plurium pedum. Tum Prismate $\alpha\beta\kappa$ circa axem ejus secundum ordinem literarum $\alpha, \beta, \kappa, \alpha$, converso donec tanta sit obliquitas radiorum in superficiem $\beta\kappa$ incidentium ut incipient ad π reflecti non ampliùs potentes penetrare ad τ ; videbis omnes purpuriformes primò reflecti, cæterosque deinde suo ordine.



[86] Veruntamen quia purpuriformes radij paulò magis refringuntur in primo prisme ABC, et ideò magis inclinantur ad superficiem $\beta\kappa$ secundi Prismatis $\alpha\beta\kappa$ quam cæteri: poterit objici quòd, eâ de causâ primò omnium reflectuntur. Quamobrem (in figura 26) duo prismata statuantur non parallela sibi invicem sed in transverso situ, ut omnicolores radij quasi ad eosdem angulos incident in præfatam superficiem $\beta\kappa$. Quo posito possis observare convertendo prisma posterius $\alpha\beta\kappa$ circa axem ejus secundum ordinem literarum $\alpha, \beta, \kappa, \alpha$ quòd radij purpuriformes primò omnium reflectuntur, et ultimò rubriformes; coloribus ad π continuò translatis prout a τ dispareant.



[87] Sunt et alij præterea modi quibus experiri liceat quòd ex radijs similiter incidentibus quædam genera penitus reflecti possunt dum alia partim transmittuntur. Quemadmodum si EFG (figura 27) sit operculum fenestræ ad F terebratum, et foras statuatur Prisma ABC quod lucem solis foramen F ingressuram intercipiat et refringat versus φ , ad illud φ pedibus ab F duodecim aut longius postpositum statuatur opacum corpus $\epsilon\varphi\gamma$ quod lucem sistat, dempto parvo foramine φ per quod aliqua pars lucis, nempe violacea <52> longius trajiciatur ad Y. Istud autem φ non sit semisse digiti latius. Deinde præ manibus sumatur aliud Prisma $\alpha\beta\kappa$ et ad radios transversè positum statuatur a posticâ parte foraminis φ , circâque axem ejus convertatur donec



videas lucem violaceam postquam ab ejus basi $\beta\kappa$ obliquissimè refracta fuerit versus τ , totam a τ disparuisse modò, et ad π reflecti. Luce violaceâ tam obliquè ad π reflexâ ut ad τ statim pervasura esset modò ex angulari motu Prismatis secundum ordinem literarum $\alpha, \beta, \kappa, \alpha$ facto, angulus $\kappa\varphi$ vel minimùm augeretur: prisma istud $\alpha\beta\kappa$ in eo situ figatur. Tum alterum prisma ABC motu circa axem ejus nunc hac nunc illac parùm convertatur, ut colores quos projicit in obstaculum ey paululum attollantur, eoque pacto omnes successivè transmittantur per foramen φ in prisma posterius $\alpha\beta\kappa$. Et videbis quod cùm flavedo transmittitur ad Y, illi radij non omnes ad π reflectentur, sed plurimi perrumpent superficiem $\beta\kappa$ et ad τ pertingent. Et cum rubor ad Y transmittitur, illi radij fortius adhuc perrumpent ut ex copiâ perrumpentis lucis et minori ejus refractione constet. Neque mirum videatur quòd purpuriformes radij sint minùs potentes penetrare superficiem $\beta\kappa$ quam rubriformes; [88] quandoquidem prismatibus eodem modo dispositis, antehac ostendi quòd majorem refractionem patientur; posito scilicet angulo $\kappa Y \varphi$ tanto ut omnigeni radij possint superficiem $\beta\kappa$ penetrare.

[89] Iam cùm radij qui citiùs et faciliùs reflectuntur in experimento ad Figuram 24 tradito (nempe purpuriformes) etiam citiùs et faciliùs reflectantur in experimentis duobus novissimè recitatis, cùm eadem ijsdem radijs semper eveniant; liquet quòd hoc non fit ex contingentia sed ex prædispositione radiorum, et quòd antecedenter ad omnem reflexionem aut refractionem quidam ad exhibendos quosdam colores sunt apti <53> et facilius reflexiles, alij verò alijs coloribus et progrediendi viribus afficiuntur. Neque aliud experimentis jam recitatis discriminem interesse videtur, quam quòd in primo radij omnium formarum, prout a sole adveniunt confusè mixti, incident in prisma quod rubriformes transmittit et reflectit cæruliformes; in reliquis autem duobus experimentis dissimiles radij priùs discernuntur ab invicem quam incident in dictum Prisma.

[90] Adhæc lubet alium adducere modum quo dissimilitudo radiorum in luce solis mixtorum innotescat, non multò dissimilem ei ad Figuram ostenso, sed conspectui jucundiores et æque scientificum. In Figura Sunto $A\alpha B\beta C$ et $B\beta D\delta C$ duo prismata ita juxta se posita et colligata, ut duo ex eorum planis $CB\beta$ convenient sibi et coincident, excepto tantùm quòd nonnihil aeris in morem tenuissimæ laminæ intercedat ijs: Id quòd eveniet ultrò, siquidem haud queas prismata tam arctè constringere quin tantum intercedet aeris quantum proposito sufficiat. Porro in majorem rei evidentiam convenit ut anguli ACB et CBD sint æquales proximè [91], eò ut plana $A\alpha C$ et $B\beta D$ fiant parallela, licet hoc non sit omnino necessarium. His præmissis statuantur dicta prismata juxta foramen F, ut lux ingressa per ea trajiciatur versus τ , primò permeans superficiem $A\alpha C$, deinde intermedium superficiem $B\beta C$, et inde per $B\beta D$ prolapsa in papyrum ad τ collocatam, quam albedine tingit tanquam si non omnino transierit prismata, sed vitrum parallelis planis $A\alpha C$ et $B\beta D$ terminatum. Præterea cùm intermedia superficies $B\beta C$ lucem ei incidentem non omnem transmittat ad τ sed multam reflectat, quæ aliquò exibit à prisme ABC per superficiem

eius A α B, puta versus π : ad illud π statuatur alia papyrus quæ lucem hanc <54> terminet similiter albicanem. Quod ubi feceris, converte prisma quadrangulare (ex duobus triangularibus colligatis confectum) motu lento circa axem ejus secundum ordinem literarum ABDCA: tandemque videbis quòd albedo ad π ac τ degenerabit in colores; flavedine primò, deinde rubedine ad τ conspectâ, cæruleo autem colore ad π ; donec post intensissimam rubedinem ad τ color et lux omnis evanescat inde, et cæruleus ad π iterum transformetur in albedinem aliquanto lucidiorem quam antea. Utpote dum prismata circa communem axem, ut dictum est, convertuntur, radiorum in medium superficiem B β C (hoc est in laminam aeris prismatibus interjectam) prolapsorum incidentia continuò fit obliquior, donec tanta sit eorum obliquitas ut nequeant amplius penetrare dictam laminam progredire ad τ , sed ab eâ reflectantur ad π . Quod accidet cum angulus FeC (obliquitas incidentium) sit graduum ferè quinquaginta. Radij autem

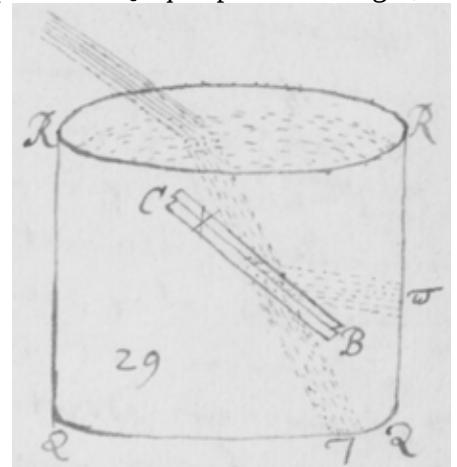
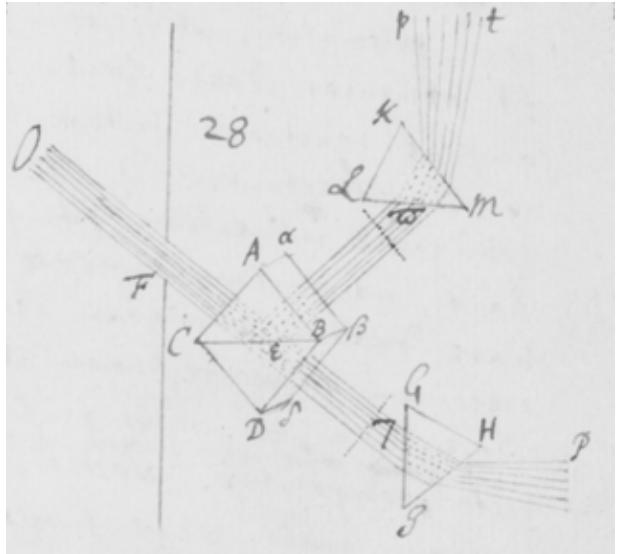
purpuriformes minimè omnium potentes penetrare dictam laminam aëream, reflectentur primò, et albedinem priùs reflexam ad π nonnihil tangent eorum colore, dum ex radijs perlabantibus ad τ flavedo imperfecta aut potius color inter flavum et viridem mediocris componitur. Postea cæruleus, et viridis deinde reflexus paulo magis tinget lucem in π cum colore cæruleo (licet admodum diluto propter exuberantiam albedinis commixtæ,) manebitque rubor in τ , qui mox per flavedinis hactenus commixtæ reflectionem fiet intensior, donec ipse etiam denuò reflexus albedinem in π redintegret.

[92] Cæterùm ut hoc specimen evadat illustratius, sumatur aliud prisma GHI quod a posticâ parte prismatum ABCD ita collocetur ut lucem O τ per ea transmissam refringat versus PT et in colores permute: violaceo in P, rubeo in T cæterisque in interm{e}dia loca projectis. Tum prismata colligata circa communem axem (ut priùs) rotentur donec lux alba versus τ transmissa incipiat flavescere; et videbis quòd color purpureus in P simul evanescet. Id quòd arguit purpuriformes radios non amplius ad prisma GHI pertingere, sed a superficie CB β primò omnium ad π reflecti; et lucem et ideò flavescere quod purpura e misturâ tollitur quâ priùs albedinem exhibuit. Ad eundem modum si prismata ABCD diutiùs rotentur, <55> videbis reliquos colores a π ad τ successivè disparere prout lux et plus plusque rubescit; et cum fit ruberrima, tum solam rubedinem in τ manere. Quod manifestò convincit hanc lucem et non aliunde rubescere quâm quòd a radijs aliorum colorum per superficiem CB β reflexis secernitur.

Simili ratione si cum primate quarto KLM refringas radios ad π reflexos, et colores eo pacto productos et in album parietem projectos duodecim pedes aut longius distantem animadvertis: videbis quòd cum lux et incipiat viridè flavescere, purpura in p, quam prisma hoc elicit e luce et, plusquam cæteri colores augebitur, per accessum nempe purpuræ quæ tunc in P disparuit: cæterisque deinde coloribus in pt gradatim fiet accessus prout a PT disperat; donec cum omnis color a PT disparuit, colores ad pt non amplius augeantur. Hoc autem discrimin quo violaceus et cæruleus ad pt augmentum suum omne paulo citius obtinent quâm rubeus et flavus, tam exile est, ut nisi observator sit attentus, is ægrè advertat.

[93] Ut istis denique finem imponamus, lubet alium adducere modum quo quædam genera radiorum luci solis intermista partim transmitti possint dum alia reflectantur. Nempe si duas laminas vitreas CB (in figura) planè perpolitas et ad invicem applicatas secundum planitiem earum connectas, easque vasi RQ aquæ pleno immegas, extremitate superficerum juxta-positarum undique cerâ vel pice priùs obturatâ, ut aqua non interrepatur et expellat aërem, qui more laminæ tenuissimæ, ut dictum est, interjacebit vitris. Si hæc, inquam, fiant, possis efficere ut dictorum vitrorum CB talis sit situs, ut (illucente Sole) aer interjectus cæruliformes radios reflectat versus π , et transmittat rubriformes versus τ ; atque alias omnes apparentias modò recensitas exhibeat.

[94] Cæterùm de hisce modis experiendi notandum venit; primò quòd colores hic producuntur a parallelis superficiebus quarum aliquæ recurvant radios quantum aliæ incurvant, atque adeò quæ mutuos effectus destruerent, si quos <56> in immutando dispositiones radiorum intrinsecas quoad eorum colores, ut opinantur Philosophi, producerent

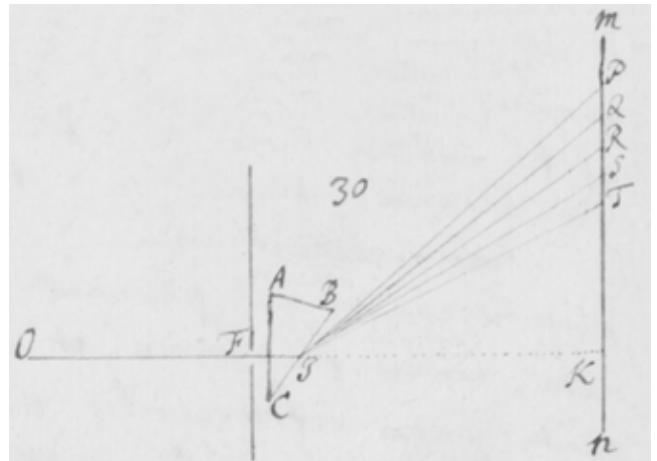


[95] Secundò quòd lux postquam trajicitur per istas parallelas superficies, licet alba sit, manifestò tamen constet ex dissimilibus radijs, quandoquidem earum aliqua genera penitus reflecti possunt ad π dum alia ad τ partim trajiciuntur. Et eadem ratione constet albedinem reflexam similiter compositam esse, siquidem, ut dixi, redintegrata est, cum rubor omnium ultimus reflectitur a τ. Quis autem dubitaverit unquam quin lux a Sole directè adveniens sit ejusdem naturæ cum luce reflexâ, vel per parallelas superficies trajectâ, cùm ijsdem cujusque sunt effectus, et eadem proprietates omnes. Quælibet in idem quodvis corpus incidens, tingit cum ijsdem coloribus; quælibet, si per prisma trajiciatur eosdem colores ostendit, et eadem in omnibus perficit. Atqui si nil aliud ostenderam quàm quòd lux reflexa vel trajecta per parallela plana (ut dictum est,), albedineñque exhibens, componitur ex radijs diversorum generum, fuisse aliquid prodiisse tenus; dum causa colorum detegeretur, quos illi deinceps efficerent per prismata trajecti. At quis dubitabit quin causa colorum sit eadem sive lux rectâ tendat a sole ad Prisma sive priùs reflexa ut a nubibus aut trajecta per parallela plana, ut per vitream fenestram, adveniat; et ideo quòd in quoquo casu incidentes radij sunt mistura dissimilium. [96] Verùm in summam rei certitudinem, super quàm quòd obvium est advertere, ut liqueat nullam simplicis cujusvis coloris lucem, quoad colorem ejus, reflexionibus speculorum variari posse, ostendam posthac quòd istud refractionibus non potest fieri: Atque adeò (praeter rationes sparsim antedictas^[97]) cùm inhærentes dispositiones vel formæ radiorum, quibus apti sunt ad exhibendum colorem aliquem destrui nequeant, vel ullo modo virtute reflectionis aut refractionis mutari, quid aliud concludamus quàm quòd dictæ dispositiones sunt insitæ radijs ab eorum origine, atque <57> ijs, ut dicam, connatæ: licet non possunt exhibere proprios colores antequam heterogenei ab invicem virtute refractionum secernantur.

[98][99] Hucusque fundamenta struximus, quibus apparentiæ vulgares colorum prismatis effectorum certissimè possunt explicari. Imò præter alias complures modos eosque magis intricatos, et antehac ignotos, quos ante explicatos habuistis; horum etiam causas tam apertè passim insinuavimus et declaravimus, ut eas non opus esset jam amplius attingere nisi propterea ut methodum propositam retineamus; eas nempe ex principijs antè monstratis scientificè determinandi. Atque has imprimis explicandas apud me proposui non tam propter dignitatem experimentorum, quàm celebritatem, dum sola ferè hactenus de coloribus per prismata generandis innotuere. Ea verò sunt duplia: vel cùm colores projiciuntur in corpus aliquod pone prisma locatum, vel cùm objecta mediante primate cernuntur tincta coloribus.

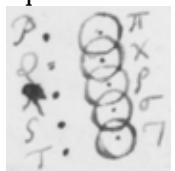
[100] Ad enarrandum priorem casum primò: Sit ABC prisma, quod lucem solis OF per foramen F transmissam refringit et refractam projicit in papyrum MN. Et sit OF una ex rectis in quā radij successivè adveniunt, eaque ponatur perpendicularis ad primam prismatis superficiem AC, incidat in secundam CB ad I, et producatur ad K. Et cùm omnes radij in ipsā OI advenientes non patiantur eandem refractionem (per Lectiones primam et secundam), ducantur IP{,} IQ, IR, IS, & IT pro quibusdam ex ejus refractis, et alij innumeri subintelligantur intermedij. Plures autem radios in eādem rectâ successivos siquis ægrè concipiatur: vice lineæ OF cogitet exiguum spatium in rebus physicis æquipollens lineæ, in quo plures paralleli radij fluant, sed indefinitè parùm distantes, ut quoad sensum pro coincidentibus habeantur.

Quibus premissis constat ex Lectionibus 4, 5, et 6 quòd isti radij non concipiendi sunt omnino similes, sed mixtura rubriformium, flaviformium, viridiformium, cæruliformium, et purpuriformium, cum omnibus eorum gradibus intermedij. <58> Sed quia colores isti quinque sunt præcipui, unicum cujusque radium considerabimus. Et quia radius rubriformis est minime, omnium refrangibilis (per Lectionem 3) sit ille IT, nempe cuius angulus refractus KIT est omnium minimus. Porro cùm radius flaviformis paulo magis refrangibilis est, (per eandem Lectionem 3), erit ejus angulus refractus paulo major, puta quòd sit KIS, et radius IS. Ad eundem modum cæterorum trium radiorum, viridiformis, cæruliformis, et purpuriformis, anguli refracti sunt gradatim adhuc majores (per eandem Lectionem 3{}); qui proinde radij magis atque magis divaricabunt ab IK puta in IR, IQ et IP. Liquet ergo quòd heterogenei radij in eādem recta OFI advenientes commixti, segregantur per inæquales refractiones et seorsim incident in puncta P, Q, R, S, T. Et seorsim incidentes quisque pro dispositione suâ, vel formâ diversâ, diversum colorem dabit, rubeum ad T, flavum ad S, viridem ad R, cæruleum ad Q et purpureum ad P: Idque ex definitionibus ipsorum, quandoquidem rubriformes radios definio qui cùm soli sunt rubeum colorem efficiunt, et flaviformes qui flavum, et sic de cæteris.



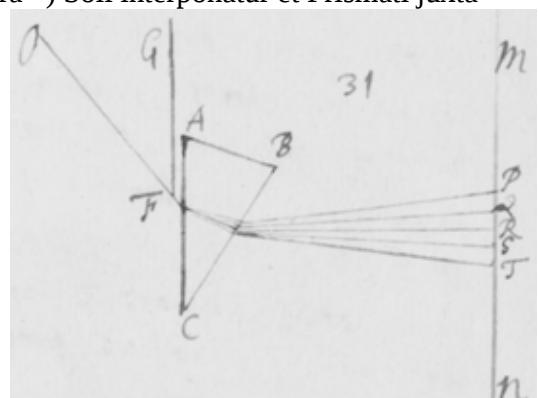
[101] Præterea licet irradiata linea OF non sit perpendicularis ad planum AC sed utcunque inclinata; tamen flaviformes, et cæteri suo ordine prout sunt magis refrangibiles magis divaricabunt ab incidentibus radijs IK quam rubriformes, (id quod manifestius est quam ut jam demonstrem). Quare tum etiam heterogenei segregabuntur per divergentiam ab invicem, et seorsim cadentes colores proprios exhibebunt.

[102] Adhæc si præter unicam irradiatam lineam OI plures alias ei parallelas concipiamus, pari ratione liquebit quod cujusque lineæ flaviformes radij, et reliqui suo ordine magis divaricabunt ab IK quam rubriformes: ita quidem ut si foramen F sit circulare, pro quinque punctis P, Q, R, S, T tot circuli vel Ellipses $\pi\{\}$ $\chi\{\}$ $\rho\{\}$ $\sigma\{\}$ τ ponendæ sint in quas dictarum quinque specierum radij <59> incident. Et sic pro innumeris alijs punctis intermedijs totam lineam PT constituentibus circuli vel Ellipses aliae ponendæ sunt, quæ component oblongam imaginem rubeam ad τ , purpuream ad π , et coloribus intermedijs ad intermedia loca tinctam.

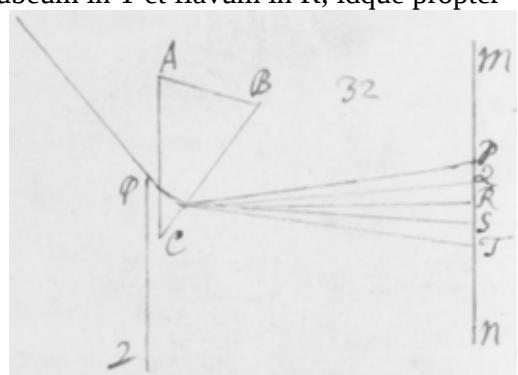


[103] Quinetiam denique id ipsum fiet si radij non omnes adveniunt paralleli, sed aliquantulùm inclinati, quemadmodum ijs contingit qui manant a diversis partibus solaris disci. De quâ re satis dictum fuit in Lecture seundâ.

[104] Verùm e re futurum judico, ut experimentum hoc vulgare fusiùs prosequar, et singulas ejus circumstantias attingam. Et primò si radij non transeunt per angustum foramen F, sed ex unicâ tantùm parte limitantur, colores non omnes apparebunt: Verbi gratiâ si corpus aliquod opacum FG (figura) Soli interponatur et Prismati juxta basem ejus AB, quod umbram projiciat in MP, colores efficiat in spatio PT, et lucem permittat in ipsum NT influere: In PT confinio lucis et umbræ nulli colores generabuntur præter purpureum et cœruleum cum varijs eorum gradibus. Et ratio est quòd ex radijs omnium formarum qui transeunt per extremitatem dicti corporis opaci FG soli purpuriformes propter maximam eorum refractionem possunt ad P usque deflecti; unde color purpureus ibi conspicietur. Deinde cœruliformes, cùm paulò minùs refrangibiles existant, incident in totum spatium NQ, non potentes ulteriùs versus M deflecti quam ad Q. Atque ita duæ radiorum species eæque solæ incident in Q, et colorem ex purpureo et cœruleo compositum exhibebunt. Præterea viridiformes minùs adhuc refrangibiles, in spatio NR non ultra extendentur quam ad R; flaviformes autem terminabuntur in S. Quare tres tantùm species colorum miscebuntur ad R, et color ex ijs omnibus (nempe ex purpureo cœruleo et viridi) generabitur. At cùm purpureus et viridis <60> commixti producant cœruleum, ut facilè est ex antedictis experiri^[105]; liquet colorem ad R non alium fore quam caeruleum. Denique cùm radij rubriformes minimè omnium refringuntur ut in spatium NT incidentes non magis deflectantur versus M quam ad T, liquet quòd in dicto spatio NT fiet mistura colorum omnium, et proinde albescet: sed in ipso S (ubi color omnis dempto rubeo miscetur) cœruleus ad viriditatem non nihil vergens apparebit, sed maximè dilutus, propterea quòd solus rubor ex albedinis compositione desit.



[106] Porrò si corpus opacum φ Soli interponatur et Prismati juxta verticem ejus C, sicut videre est in schemate. Inter obscuratum spatium NT et lucidum PM cernes alios duos colores, rubeum in T et flavum in R; idque propter jam dictas rationes. Quippe radij prout apti sunt ad hos ordine colores (rubeum, flavum, viridem, cœruleum, et violaceum) generandos, extenduntur per spatia MT, MS, MR, MQ et MP. Et cùm soli rubriformes extendantur usque ad T, cæteris propter majorem refractionem citius terminatis; necesse est ut iste color in T sit rubeus. Item cùm tria radiorum genera in R incident, color ex istis (nempe rubeo, flavo, et viridi) compositus ibidem cernetur^[107]; rubeus autem et viridis flavum constituunt, atque adeò flavus apparebit in R. Præterea cùm omnium formarum radij misceantur in P, et postea perpetuò versus M; spatium istud PM apparebit album. Nec secus constat quòd citius in S, et in Q flavus ad viriditatem vergens apparebit, sed adeò dilutus tamen, et cœruleo redundans, ut nomen viriditatis non mereatur.



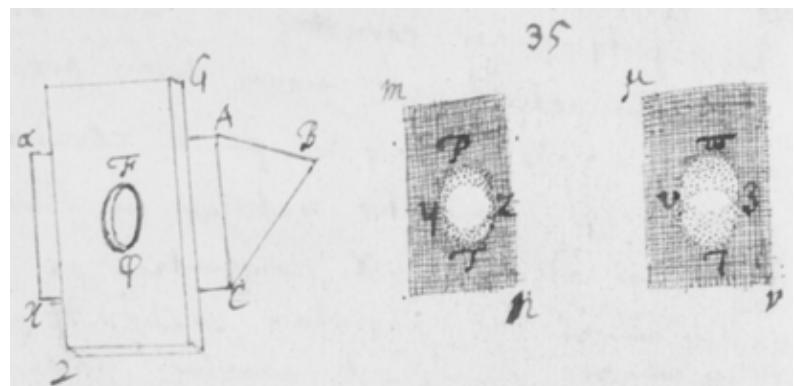
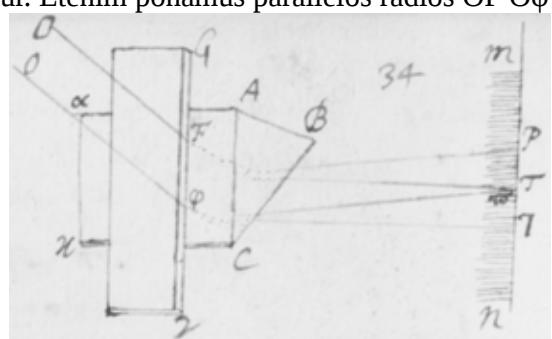
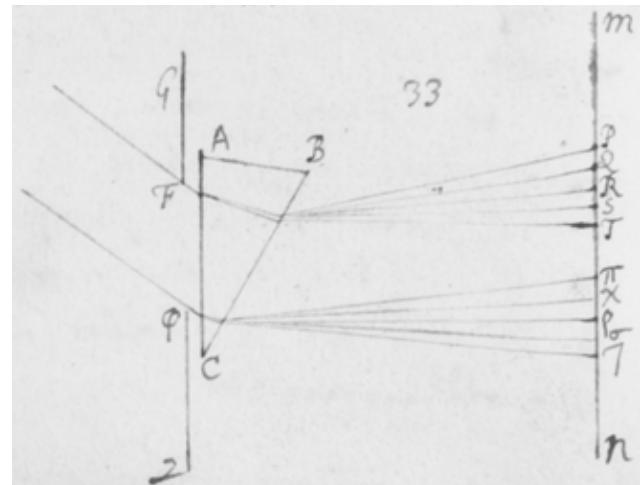
[108] Tertiò si opaca duo corpora GF et γφ (figura) Soli et Prismati interponantur, ut radij inter utrumque quasi per oblongam rimam prismati parallelam <61> transeant; atque distantia Fφ sit satis magna: pro utróque termino F et φ generabuntur colores, purpureus nempe ad P et cœruleus ad R per terminum F; atque flavus ad φ, ac rubeus ad τ per terminum φ, sicut modò explicatum fuit: Eritque Tr̄ spatiū album utrisque coloribus interjectum. Iam si

obstacula GF et γφ ad se invicem paululum admoveantur, ut intermedium spatium Fφ evadat angustius, isto pacto spatium album quoque Tt fiet angustius, donec tandem evanescat, et colores utrinque coeant. Sin spatium Fφ magis adhuc coarctetur, viriditas in medio colorum emerget vice albedinis, quæ jam evanuit. Quæ quidem viriditas antea non apparuit propter commixtam radiorum heterogeneorum, quibus involuta latuit: jam verò heterogeneis istis per obstacula duo sibi propius admota alternè interceptis; ea paulatim detegitur, patet, et evadit perfectior; donec (cùm dictum Fφ satis angustum est) ab omni ferè misturâ liberatur, et eruitur, propriâque specie non minùs quàm cæteri colores eluet. Et hinc in transitu colligitur, quod viriditas inter colores medietatem exactè obtinet, non magis ad rubeum vergens quam violaceum, neque ad flavum quam caeruleum. Præterea

observandum est quòd cùm præfata albedo Tπ per angustiam spatij Fφ incipit evanescere, intermedij colores paulatim fiunt viciniores, flavus videlicet ad rubeum et cæruleus ad violaceum. Ita ut cùm spatium Fφ fit valde angustum flavus ad rubeum et cæruleus ad violaceum quasi duplo vicinior evadit, quàm cùm amplitudo dicti Fφ permisit albedinem in medio cerni. Et ut quinque colores (viriditate jam internatâ) non occupent plus spatij quam eorum duo priùs occupavêre. Cujus rei ratio patebit ex figuris tribus præcedentibus, contemplanti modum quo flavus ad ρ & cæruleus ad R heterogeneis radijs compositus mutatur in flavum ad S vel σ & cæruleum ad Q vel χ constantem ex solis homogeneis; cæteris e misturâ per angustiam spatij Fφ sublatis.

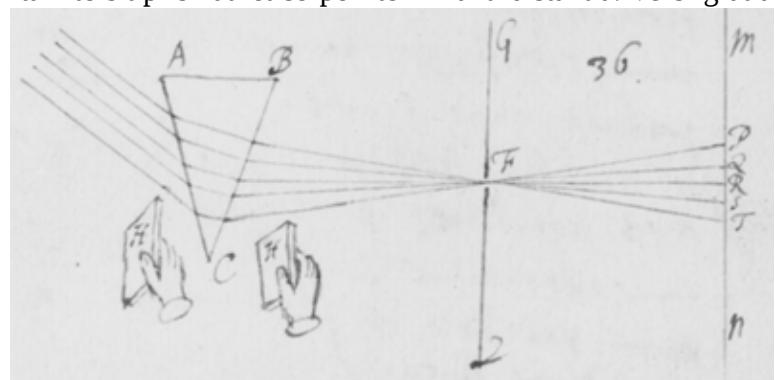
[109] Quartò si lux terminetur obstaculo Gy cujus extremitas perpendiculariter transversa est ad longitudinem Prismatis, colores omnino nulli virtute termini illius genera ^{<62>} buntur. Etenim ponamus parallelos radios OF Oφ cæterosque (in figura) juxta extremitatem dictam Gy in Prisma ABC prolapsos, ibidemque refractos esse ad PT et πτ; atque MN esse umbram ipsius Gy. Iam licet radij purpuriformes FP et φτ magis refringantur quàm rubriformes FT et φτ, tamen istâ refractione secundum terminum umbræ factâ, ita ut ex dictis radijs nulli magis deflectant versus umbram quàm cæteri; palam est quòd ubicunque purpuriformes incident, rubriformes etiam incident in eundem locum: et e contra. Quod idem de radijs intermedijs pari modo concipiatur. Et sic radijs omnium specierum ubique per extremitatem umbræ commixtis, umbra benè definietur sine aliquo colore (præter album vel fuscum ex luce et umbrâ mixtis) conspecto. Sed cavendum est, ne colores per limites prismatis Aα vel Cκ generati habeantur pro generatis a limite Gy. Quamobrem de prismatibus monendum volo, quòd quæ ex vitro in totum fiunt, ad examen hujus et proxime præcedentis commodè instituendum sunt nimis exigua, propterea quòd colores per extremitatem verticis et basis producti interjectum spatium album haud relinquunt satis amplum in quo generatio colorum prædictis modis probetur. Itaque ut prisma conficiatur ex vitris planis et benè politis, qualia ad specula conficienda adhibentur, moneo; quibus in morem cunei connexis et in vasculum dein prismiforme completis, (ut supra dictum,) vasculum istud impleatur aquâ limpidissimâ et occludatur; Et sic prismata ad arbitrium ampla conficias.

[110] Quintò, ut omnia jam uno comprehendam specimine, sit Gy (figura) corpus opacum orbiculari foramine Fφ unum duo'sve digitos lato pertusum, per quod lux in prisma trajiciatur, ubi cùm refracta fuerit, projicitur deinde in papyrum ^{<63>} vel quodvis album corpus MN quasi semisse pedis a prisme postpositum, et videbis illuminatum spatium PYTZ rotundum ad modum foraminis Fφ, album in ejus medietate, et duobus semilunulis colorum terminatum, purpureo et cæruleo ad P, flavo autem et rubeo ad T: qui colores paulatim deficiunt versus Y et Z ubi nulli omnino conspicuntur. Præterea si papyrum ad majorem distantiam paulatim distuleris, velut ad μν; videbis colores distendi et augeri, et intermedium albedinem usque comminui dum prorsus evanescat totumque spatium coloribus rubeo flavo cæruleo et purpureo tinctum appareat. Et papyrum longius differendo, viriditas e medio emerget et



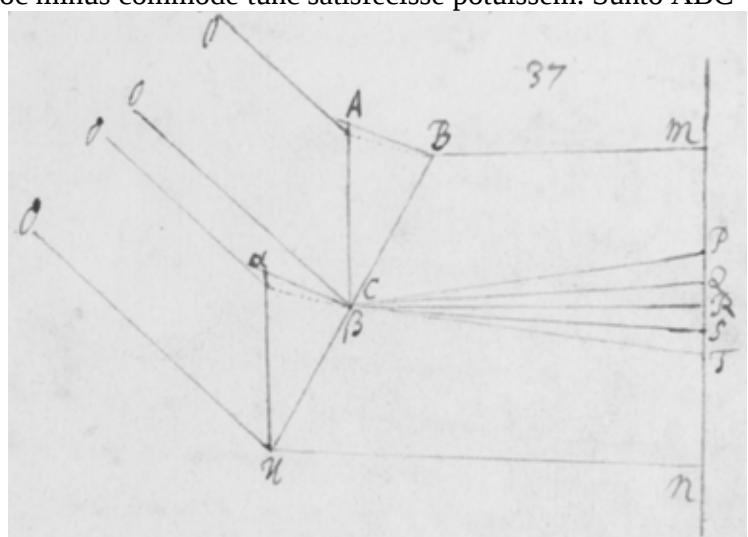
crescit tum amplitudine spatij tum perfectione speciei: Totumque spatum coloratum distrahetur in oblongam formam. Quorum omnium rationes ex supradictis depromantur.

[111] Adhac si corpus opacum quo lux terminata est, collocetur a posticâ parte prismatis, colores eodem planè modo producentur ac prius; nec quicquam refert quanta intersit prismati et corpori terminanti distantia. Verbi gratiâ si corpus opacum Gy perforatum in F absit a prismate ABC ad distantiam pedis unius aut amplius; et prisma istud sit satis amplum (videlicet ex vitreis laminis, ut dictum est, confectum) nè lux prius discernatur in colores quam permeet dictum foramen F: ista lux alba postquam transiit per ipsum F, non secus degenerabit in colores apud P, Q, R, S, T quam factum erat in præcedentibus. Scilicet ex solâ schematis contemplatione patebit modus quo radij diversorum generum inæqualiter refracti convergunt a diversis partibus prismatis ad foramen F, ubi (ut et hinc inde versus G et y) componunt albedinem; sed inibi decussantes divergent postea, diversique colores in diversa spatia P, Q, R, S, T tendunt. Atque hæc fortè clariora fient experienti quod cum radj obstaculo quolibet H ex utravis parte prismatis intercipiantur, e coloribus P Q R S T aliqui tollentur. Si radios nempe vertici C vicinos intercipias tolles purpureum P, vel tolles rubeum T, si intercipias <64> eos basi AB vicinos, et sic de reliquis. Ita ut quoslibet pro arbitrio tuo possis tollere vel facere ut quilibet solus appareat.



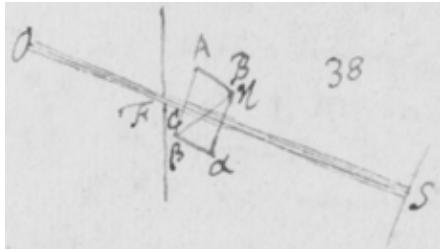
[112] Denique si lux ex unicâ tantum parte pone prisma limitetur, vel si duo statuantur limites, iisque vel ad easdem vel ad oppositas partes prismatis; vel quocunque alio more lux terminetur; modus quo colores exinde generantur ex antedictis facilè patebit; ut jacturam temporis fecero de hâc re plura verba facturus. Quinetiam si duo vel plura prismata quocunque modo inter se disponantur, peritus Optices facilè explorabit causam.

[113][114] Sed antequam hæc penitus dimitto placet insuper annotare sequentia duo: quorum primum esto modus, quo colores duorum prismatum ita commisceantur ut albedinem componant. De qua re perficienda cum plures antehac modos ostendi, hujus non omnino memini; quippe objectioni, quod colores non miscentur, sed ex confinio lucis sublato pereunt, et in albedinem evanescunt, in hoc minus commode tunc satisfecisse potuisse. Sunto ABC et αβκ duo prismata cum angulis verticalibus ACB et ακβ æqualibus, et ea disponantur in situ parallelo ita ut alterius linea verticalis C cum β extremitate basis alterius conveniat, planis BC et βκ in directum jacentibus. Quo facto si sol transluceat ea in papyrum MN, octo vel duodecim digitos postpositam, colores quidem generabuntur ad M et N per exteriores prismatum terminos β et κ, non autem per interiores C et β, sed medium spatium PT totum apparebit album. Sin alterutrum prisma tollas alterius extremitas C vel β generabit colores ad PT; ac dein si restituas, albedo etiam restituetur. Scilicet albedo ista componitur e coloribus ab extremitate C et β prismatis utriusque prolapsis. Id quod facilè constet ex præfatis. Nam radij purpuriformes ab utroque <65> prisme refracti limitantur in eodem puncto P; ita ut ab uno prisme manentes incident in PM; ab altero, in PN; et ab utroque simul in totum MN, non secus quam si omnes ab unico prisme venissent. Eodem modo cœruliformes extenduntur per totum spatium MN: et eorum terminus communis est Q prout manant a diversis prismatis. Et sic de cœteris. Quare omnigeni radj commiscentur in unaquaque parte spatij PT, et albedinem ideò component. Sin alterutrum prisma tollas, puta ABC, vel lucem ei potius occludas; tum radijs rubriformibus ab MT, flaviformibus ab MS, viridiformibus ab MR, cœruliformibus ab MQ, et purpuriformibus ab MP sublatis, manebunt rubriformes in NT, flaviformes in NS, viridiformes in NR, cœruliformes in NQ, et purpuriformes in NP. Adeoque purpureus apparebit in P, et cœruleus in R, ut ostendimus ante[115]. Et simili ratione si lux occludatur alteri prismati αβκ, ne permeet; rubor apparebit in T et flavedo in R.

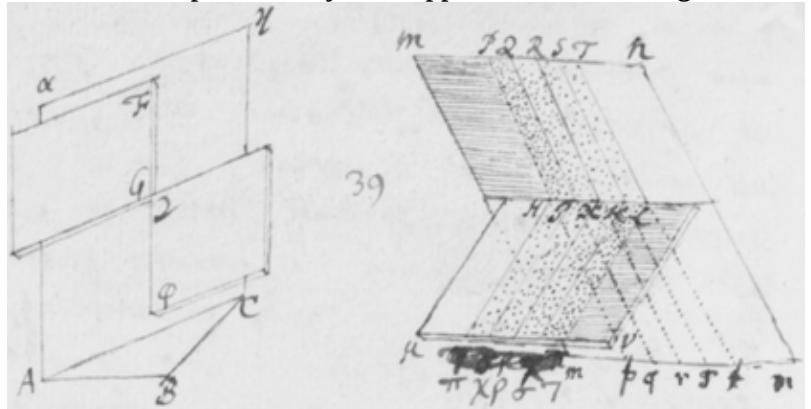


[116] In istis autem experiendis requiritur ut anguli ACB et ακβ sint æquales. Id quod tentabis si prismata secundum longitudinem eorum ita connectas ut duo ex planis dictos angulos comprehendentibus puta BC et βκ fiant contigua

et reliqua duo AC et $\alpha\kappa$ sibi opposita. Quo facto si radij Solis ingressi foramen F, pergent ad eundem locum S cum trajiciuntur per dicta prismata perpendiculariter ad eorum latera AC et $\alpha\kappa$, atque cum liberè progrediuntur, nullo interjecto obstaculo: tum plana AC et $\alpha\kappa$ sunt parallela, et anguli ACB et $\alpha\kappa\beta$ æquales. Sin istud non eveniat, sunt inæquales: in quo casu notetur præterea, quod inclinando plana BC et $\beta\kappa$ (in figura) vel ab invicem reclinando, possis albedinem in PT haud secus componere ac si dicti anguli fuissent æquales et plana BC et $\beta\kappa$ in directum jacentia.



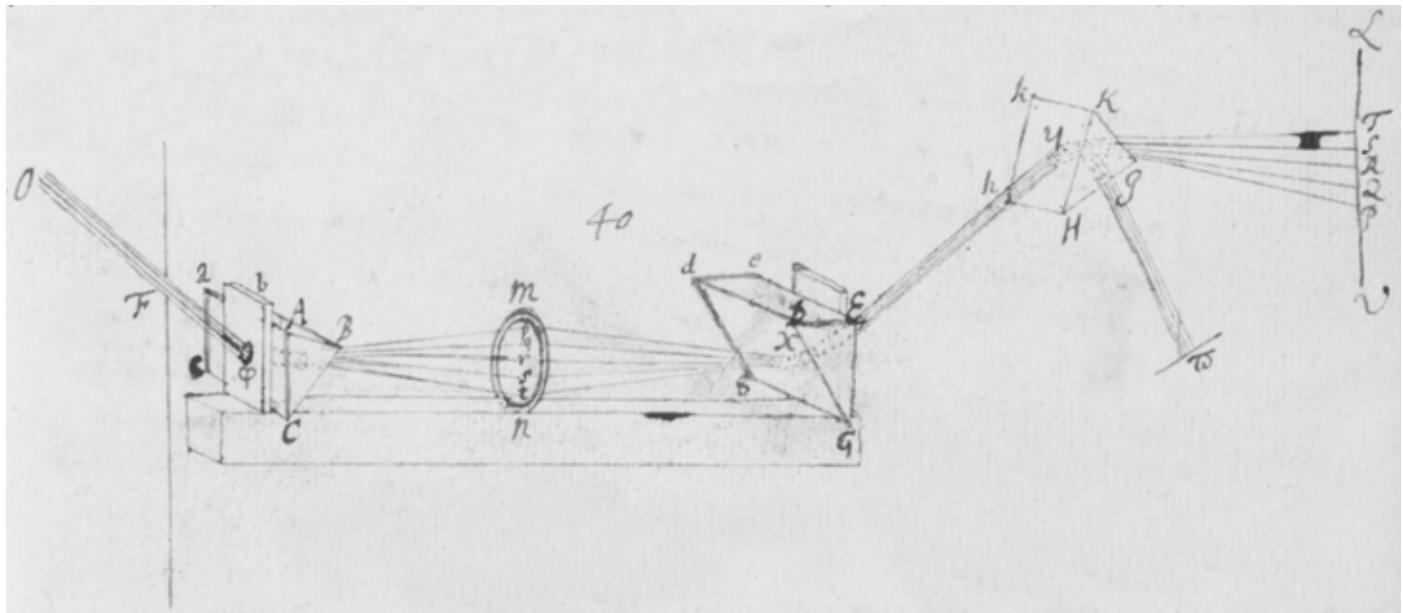
[117] Quinetiam possis hoc idem cum unico tantum prisme perficere, dummodò commiscendi satis magnum sit, puta cuius refringentia latera AC et BC sint sex vel octo digitos lata. Etenim sint FG et $\varphi\gamma$ duo corpora opaca, plana, rectangula, et ad prismatis planum AC $\kappa\alpha$ secundum <66> planitatem ejus sic applicata ut eorum angularia puncta G et γ juxta plani istius centrum se mutuò contingent, et latera concurrentia (quorum FG et $\varphi\gamma$ sint ad axem Prismatis parallela) ex adverso jaceant in directum. Quo facto si lux refracta projiciatur in papyrus MNX pedes quasi duos distantem; obstaculum FG projicit umbram in MH, purpuram efficiet in PHIQ, ac cœruleum colorem in QILT et permittet lucem in LN. E contra vero obstaculum $\varphi\gamma$ permittet lucem in Hm, rubedinem efficiet in pHlq, ac flavedinem in qILt, et projicit umbram in Ln. Dico jam si speculo aliquo $\mu\nu x$ colores ex alterutram parte lineæ HL, ut HLpt, ita reflectantur ut incident in papyrus ad eundem locum cum coloribus HLPT ex altera parte: color omnis evanescet totumque HLTP apparebit album. Nam purpuriformes radij a prisme directè tendunt, et cætera quatuor radiorum genera ad eundem locum reflectuntur a speculo incidentes puta in HI $\chi\pi$: Item purpuriformes & cœruleiformes directè tendunt ad QIXR et cætera tria genera illuc reflectuntur ab IX $\chi\pi$: Et sic de reliquis. Adeò ut omnes omnium generum radij passim per spatum PHLT misceantur, ibidemque componant albedinem. Sed notandum est quod cum lux reflectione semper debilitetur, radijs quamplurimi inter reflectendum amissis; exinde forsitan eveniat quod lux directa non nihil prævalebit reflexæ et color ejus dominabitur, nisi compensatio fiat ita papyrus inclinando ut directa lux paulo obliquius in eam incidat quam reflexa: de qua re facile judicium feras ex perfectione albedinis emergentis.



[118] Alterum quod notandum venit est de modo tollendi quoslibet colores in figura 36 per interpositionem corporis H, quantum nempe ista circumstantia adversatur hypothesibus Philosophorum, quæ de coloribus hucusque fuerunt excogitatae. Ex illis enim positis, refracta lux ad eas <67> semper partes cum cœruleo et violaceo terminanda est, versus quas fit refractio; quandoquidem gyrationes globulorum ex opinione Cartesij, vel partes anteriores pulsuum Ætheris obliquè vibrantis ex aliâ quadam Hypothesi, per viciniam quiescentis Medij ad eas semper partes impediunt et hebescunt. Attamen ostensum est ad figuram 36 quod, obstaculo H ex utravis parte prismatis interjecto ut radios ipsius vertici C vicinos intercipiat, possis violaceum et cœruleum tollere et efficere ut viridis vel flavus aut etiam ruber ad eas partes maneat extimus versus quas refractio peragitur. Nec Hypothesis eorum tutior est, qui ponunt colores ex luce et umbrâ mistis componi; cum eadem videatur mistura quæcunque, licet color sit extremus ad easdem partes M vel N.

Hujusmodi etiam Hypotheses ex alijs experimentis sparsim occurrentibus everti possent, modò id meo proposito necessarium judicare: quemadmodum ex illis ubi lucem partim reflecti posse, et partim transmitti docebam [119]; nam lux transmissa dabat flavum vel rubeum, nec tamen ab ullo quiescente Medio, vel tenebris terminabatur.

[120] Cæterum non opus est ut Hypotheses ejusmodi refutem, quæ, ex inventâ tandem veritate, suâ sponte corruent. Satiùs fecero, si proferam experimentum tandem, quo omnia qua de genesi colorum hactenus explicui, non modò probari possunt, sed etiam videri. Quamobrem sit ABCac prisma quod radios per foramen F in obscuratum cubiculum transmissos

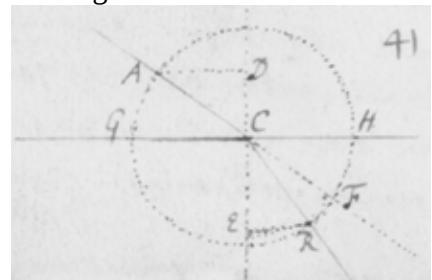


ad LV. Nec secus alia colorum phænomena, quæ prismata ab immediatâ Solis luce eliciunt, ope lucis hujus XY poteris experiri; et intercipiendo quodvis radiorum genus apud MN, eorum causas intueri.

[123] Siquis autem velit instrumentum quale jam descripsimus ad experimenta hujusmodi instituenda conficere: lentem adhibeat latam tres digitos, et amplius, quæ radios parallelos ad focum duos pedes circiter distantem congregat: atque ita prismata distabunt octo pedibus, et conficent instrumentum satis magnum quo omnia strictius examini subjiciantur. Quod ad positionem lentis attinet, si prismatum anguli verticales ACB et DGE sint æquales, puto 60 vel 70^{graduum}, ipsa æqualiter ab utrisque distabit: sin alter angulus sit major altero, lens illi prismati vicinior collocetur cujus angulus verticalis existit major. <70> Et nota quòd jubar XY per spatium eo latius diffunditur quo lens statuitur anteriori prismati ABC vicinior: atque adeò si quando opus sit amplo jubare, debes tantùm efficere, ut lens sit aliquanto vicinior anteriori prismati, quàm posteriori, et adhibere prisma posterius, cuius angulus verticalis sit tanto ferè minor quàm angulus verticalis anterioris. Denique si velis ut colores in lentem illam procidentes sint magis discreti et ab invicem distracti, quàm more jam descripto continget, eâ nempe de causâ ut singula radiorum genera pro lubitu distinctius sive magis sejunctim intercipiantur; (Id quod in experimentis nonnullis necessarium duco:) Nihil aliud agendum est, quàm ut lux per duo parva foramina F et φ ab invicem longè distantia priùs trajiciatur quàm incidat in prismata a[124]; Vel ut alia lens non procul ab anteriori prismate collocetur b[125], quæ apta sit ut lucem a longinquu foramine F divergentem, congreget ad alteram subsequentem lentem MN. His enim modis imago colorata apud MN fiet multùm angustior quàm antè, (longitudine ejus vix diminutâ,) et proinde colores ejus erunt minùs commissi.

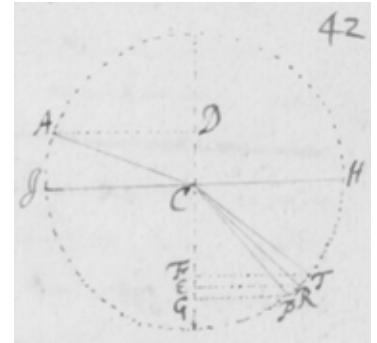
[126][127][128] Enarratâ colorum genesi quos prismata in longinquum projiciunt, de ijs jam restat dicendum quos exhibent dum transpiciuntur. Quoniam verò de mensurâ refractionum in ordine ad scientiam de opticis instrumentis visionem perficientibus promovendam convenit me disserere, et multæ sint exinde deducendæ propositiones quibus hujusmodi colorum genesis innititur et explicari debet, modò ex solis principijs antecedenter demonstratis (ut in geometriâ solet fieri) velim determinare: ideò non vobis displiceat si de legibus refractionum nonnulla præsternam, et sic res ad mathematicam puram magis accedentes his ad physicam spectantibus interspergam.

[129] Veteres quidem refractiones metiebantur per angulos quos radiùs incidens et refractus cum perpendicularo refringentis plani conficiunt: quasi datam haberent rationem. Ut si GH sit planum refringens cui ducitur DCE linea perpendicularis ad aliquod ejus punctum C et sit AC radius quilibet incidens in ipsum C, & refractus in CR: <71> supposuérunt veteres quòd angulus incidentiæ ACD semper esset ad angulum refractionis RCE in eâdem ratione; vel potius credidere suppositionem istam satis accuratam esse, modò dicti anguli sint parvi. Sic in vitro statuebant angulum ACD esse ad angulum RCE ut binarius numerus ad ternarium proximè: sive quòd incidentia ACD ferè tripla sit anguli refracti RCF utroque radio comprehensi. At illa refractionum æstimatio minùs exacta deprehenditur, quàm ut pro fundamento dioptrices beat statui. Et Cartesius aliam regulam primus excogitavit, quâ istud exactius determinaretur. Nempe quòd dictorum angulorum sinus sunt in ratione datâ. In figura 41 si centro C et distantiâ quâlibet AC circulus describatur secans radios præfatos in A et R, et ab istis punctis ad plani perpendicularum DCE demittantur normales AD et RE, ipsarum AD et RE proportio erit eadem perpetuò. Cujus rei veritatem Author non ineleganter demonstrasset modò de causis physicis quas assumpsit nullum dubitandi locum reliquisset. Ut ut, quoniam instrumentis in istum finem accurate constructis examinârunt aliqui, et veritati (quoad Sensem) exactè convenientem adinvenârunt: non dubitabimus pro fundamento statuere; hoc solùm adhibito moderamine, quòd cùm is de quibuslibet radijs indifferenter affirmaverit, quasi omnium persimilis fuisset refractio; nos tantùm affirmamus de singulis eorum generibus, ponendo quòd radiorum æque refrangibilium sinus refractionis sunt ut sinus incidentiæ. Concipiamus aliquot genera radiorum secundum lineam AC in figura 14 allapsa esse ad punctum C ibique refracta per superficiem IH, puta mediocriter refrangibiles radios in CR, minimè refrangibiles in CT, et minimè refrangibiles in CP; ac inumeros alias gradibus intermedijs plus minùs refrangibiles per totum spatium TCP diffusos esse. Iam si ducatur DCG perpendicularis ad planum refringens IH, et centro C, distantiâ quâvis AC circulus ut priùs describatur secans radios dictos in A; P, R, T; atque ex istis punctis demittantur perpendicularares AD; PG, RE, TF pro sinibus angulorum ACD; PCG, RCE, TCF: pono quòd utcunque radij incident, tamen semper erit <72> AD ad PG in eadem ratione; quâ semel cognitâ regulam habes pro refractione radiorum maxime refrangibilium in eandem superficiem ad angulum quemvis incidentium mensurandâ. Et sic semper erit AD ad TF in eâdem ratione: quâ cognitâ regulam habes quâcum refractio minimè refrangibilium pro quavis incidentiâ



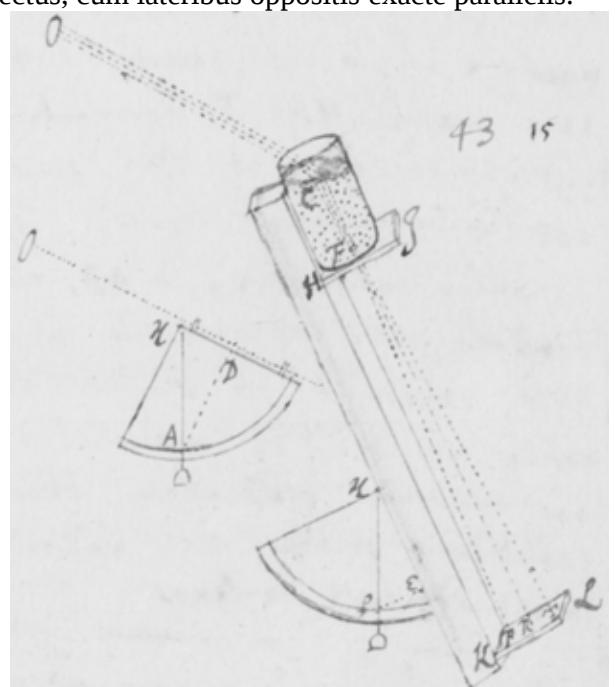
determinabitur. Atque idem de ratione ipsius AD ad RE et ad sinum cuiusvis intermedij generis concipiatur.

[130] Porro autem cùm sinus PG, RE, TF cæterique datam habeant rationem ad sinum AD, datam quoque rationem inter sese habebunt. Atque adeò si ex unicâ observatione proportionem sinuum PG, RE, TF, et reliquorum ad radios ex eadem incidentiâ refractos pertinentium cognoveris, regulam exinde habebis quacum ex sinu refractionis cuiusvis generis radiorum, et in istam superficiem utcunque incidentium dato, cæterorum omnium ex eadem incidentia prolabentium sinus elicias: licet quænam sit eorum incidentia non innotuerit. Quinimò si omnium AD; TF, RE, PG &c proportiones inter se semel cognoscantur, habito respectu ad eadem media refringentia, regulam habes pro cæteris omnibus exquirendis ex unico quovis unquam dato. Itaque quo rationes istorum sinuum investigentur, convenit ut in aliquo radiorum genere proportio sinus incidentiæ ad sinum refractionis primùm exquiratur: deinde ut proportiones sinuum refractionis pro radijs diversorum generum ad eundem angulum incidentium determinentur.



[131] Ad sinus incidentiæ cum sinibus refractionis conferendos commodum erit, ut medium genus eligatur, puta genus illud radiorum qui viriditatem vel potius colorem viridi et cœruleo intermedium exhibent. Credo enim illos qui refractiones antehac mensuravêre, (sive id factum sit, ut jam dicta Hypothesis Cartesij probaretur sive alijs de causis,) credo illos, inquam, mensuram instituisse ad medietatem refractæ lucis: hoc est si spatium a coloribus occupatum spectemus, ad confinium viridis et cœrulei; aut si spectemus quantitatem lucis, ad medietatem viridis. Et præterea punctum istud pro principali foco lentium habendum esse videtur, in quod intermedium genus radiorum convergit: atque <73> etiam si quando de radijs indistinctè disserendum est, ut hactenus apud Opticæ scriptores consueverit, genus mediocre commodiùs quàm extremorum aliquod pro omnibus haberi potest.

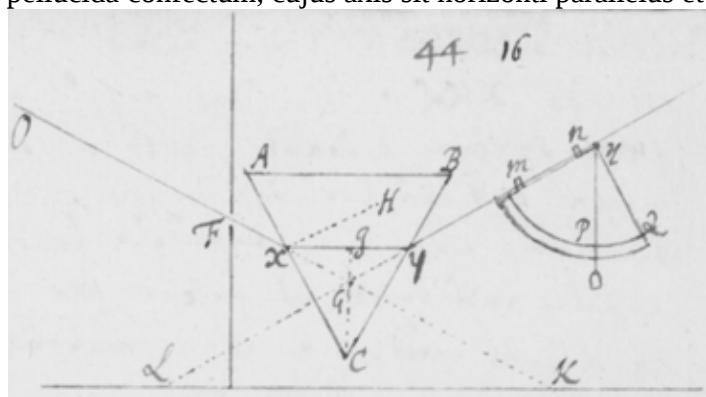
[132] Porrò cùm fortè desideretur accuratius examen dictæ regulæ Cartesianæ, quàm antehac instituebatur, dum varia radiorum refrangibilitas experientes latuit: primò dicam id quo pacto non incommodè fiat. Quoniam fluidi pellucidi superficies refringentes facilè possint inclinari ad quemvis datum angulum, quod solido non est concessum, fluida in hunc finem fuerunt adhibita, sed instrumento magis laborioso quàm opus erat, et erroribus fortè magis obnoxio, quàm si omni apparatu privaretur, demptâ trabe cui vasculum aquæ plenum affigitur. Sit itaque HK in figura 15 vectis ligneus, duas tresvē ulnas longus aut amplius, satis crassus ne ob longitudinem ejus et pondus minimùm inflecti queat, quadrilaterus, rectangulus, et rectus, cum lateribus oppositis exakte parallelis. Tum lamellæ duae HI et KL super unum ejus latus ad angulos rectos erigantur, KL proximè ad unam extremitatem et HI quasi quatuor digitos ab alterâ distans; quarum longitudo sit trium digitorum quatuorvē, latitudo autem duorum vel trium. Deinde sumatur vasculum aliquod cylindricum vel prismiforme CF duos tresve digitos latum, longum verò quatuor, vel quinque; ejus basis super lamellam HI figatur cemento aliquo duro ac tenaci et in eo situ firmetur ope trabis HK ultra dictam lamellam HI productæ. Tum trajiciatur ejus fundum in medietate, et lamella simul, parvo foramine F, puta decimâ parte digiti lato: et juxta foramen istud in alterâ lamellâ notetur punctum R, quod æquè distat a trabe ac dicti foraminis centrum; ita scilicet ut linea FR per centrum foraminis ad R ducta sit parallela longitudini trabis. Denique sumatur lamella vitrea plana polita, et uniformiter crassa, eaque applicetur ad planitatem lamellæ HI vasculo CF obversam super foramen F, et cemento figatur <74> ita ut vasculum istud aquæ (quâ repleatur) non sit pervium. Et cum normâ aliquâ fiat periculum an illa vitrea lamella perpendiculariter insistat trabi. Quod si non contingat, corrigatur situs, donec sit exactè perpendicularis. In cuius rei gratiam convenit ut dicta lamella vitrea sit tres vel quatuor digitos longa et lata, quò de situ ejus meliùs judicare liceat. Instrumento hoc sic fabricato, et aquâ vasi CF plusquam ad medietatem ejus infusâ, illud in radijs solaribus ita statuatur, ut in superiori superficie aqueâ refracti, perpendiculariter emergant ad foramen F, rectâque progrediantur versus laminam KL; rubidine ad T, purpurâ ad P, et viridi vel confinio cœrulei et viridis ad R incidentibus. Convenit autem ut dicta lamina KL dealbetur, aut albente papyro vestiatur, quò de coloribus judicium certius proferri queat. Interea verò cum Quadrante aliquo ampio, et exactè fabricato εκp quæratur inclinatio trabis HK ad horizontem, et habebis angulum refractionis εκp, et ejus sinum ερ. Tum solis altitudo statim inquiratur, ejusque



complementum ad 90^{grad} erit angulus incidentiæ, et AD sinus. Quibus sinibus ad invicem collatis, et experimento ad diversas Solis altitudines repetito, constabit an sinuum ratio semper sit eadem. Quod si velis ut experimenta varia simul fiant, aut ad minorem incidentiam quàm sit complementum maximæ altitudinis solaris: vice radiorum a sole directè manantium possis adhibere reflexos{.}

[133] Cum eandem sinuum incidentiae et refractionis rationem alicui radiorum generi utcunque in eandem quamvis superficiem incidenti perpetuo competere sat exploratum fuerit, proponatur exquirere rationem illam ad superficiem data quaelibet Media distinguantem; idque unico experimento. Si aer sit unum ex datis Medijs, et liquor quilibet alterum, instrumentum novissimè descriptum non incommodè possit adhiberi. Sin Mediorum alterum sit solidum, res expeditè perficitur ad diagramma 16 . In cuius explicationem præmittantur sequentia duo Lemmata.

Lemma 1. In figura 16 Sit ABC prisma ex materiâ quâvis pellucidâ confectum, cujus axis sit horizonti parallelus et <75> perpendicularis ad radios solis, et præterea sit ejus positio talis ut dictos radios OX æque refringat ingredientes ad X et egredientes ad Y: istud autem quo pacto debet fieri, ostensum fuit in conclusione Lectionis 1[134]. Iam dico quòd angulus refractionis ad alterutram refringentem superficiem, ut AC factæ, est æqualis dimidio verticalis anguli prismatici ACB. Scilicet ad punctum incidentiæ X erigatur perpendicularis HX eritque HXY angulus refractionis ad superficiem AC: Porrò demittatur CI perpendicularis in radium XY, et ista bisecabit angulum YCX propterea quod triangulum YCX (ob æqualitatem refractionis in X et Y) sit isosceles. Dico itaque quod angulus XHY et ICX æquantur. Nam angulus AXY = angulo XIC + ICX (per 32. 1. Elementa.) Sed anguli AXH et XIC sunt recti; Ergo residui HXY, et ICX æquantur. Q.E.D.



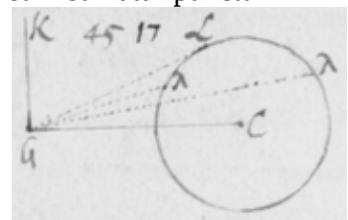
Lemma 2. Adhoc si radius incidens OX et emergens YN indefinitè producantur occurrentes in G, et præterea si recta quævis KL horizonti parallela radijs istis interjiciatur constituens triangulum GKL: Et cùm refractus radius YN tendit sursum si summa angulorum LKX et KLY sumatur, aut eorum differentia cùm iste YN tendit deorsum: Dico quòd illius summæ vel differentiæ dimidium unà cum angulo refractionis HXY æquabitur angulo incidentiæ HXG. Nam dicta summa vel differentia æquatur angulo NGK (per 32{.} 1{.} Elementa,) hoc est angulis GXY + GYX. Et cùm triangulum GYX sit isosceles, dictæ summæ vel differentiæ dimidium æquabitur angulo refracto GYX, qui cum angulo refractionis YXH constituit angulum incidentiæ. Q.E.D.

His præmissis problema propositum sic perficitur. Primò mensuretur angulus verticalis Prismatis ACB: et ejus dimidium erit angulus refractionis. Dein Prismate in positione præfatâ disposito, per quod radij trajiciantur ingressi foramen F, ope Quadrantis MNPQ ampli et accurati (puta cujus pinnarum M et N distantia sit pedis unius minimùm) exploretur angulus YLK vel PkQ quem refracti radij YMN cum horizonte constituunt; faciendo ut mediocriter refrangibiles per pinnas M et N, ad distantiam decem aut viginti <76> pedum a prismate trajiciantur: Et simul observetur Solis altitudo XKL. Qui duo anguli addantur, si refracti radij YMN sursum tendant, sicut in schemate describitur; alias minor subtrahatur de majori. Et summae vel differentiæ dimidium unà cùm angulo refractionis priùs invento erit angulus incidentiæ ut pateat per Lemma secundum. Denique ex angulis incidentiæ et refractionis sic datis, dantur eorum sinus. Q.E.F.

[135] Sic in primate quodam vitro dimensus sum angulum ejus maximum ACB et inveni esse 63^{grad} , $12'$: Cujus dimidium HXY est 31^{grad} , $36'$: ejusque sinus 5240, posito sinu 90^{grad} 10000. Deinde cum altitudo Solis OKL observabatur esse 14^{grad} $4'$, alter angulus MLK a radio YN ad medium viriditatis tendente conflatus erat 30^{grad} $52'$: quorum summa est 44^{grad} $56'$ ejusque dimidium YXK 22^{grad} $28'$: quod una cum angulo refractionis HXY facit 54^{grad} $4'$ angulum incidentiae: cuius sinus est 8097. denique conferendo sinus jam inventos ut eorum proportio in minimis terminis haberetur; inveni esse ut 11 ad 17 ferè. Quare pro regulâ generali statuendum est, quod radiorum viriditatem exhibentium sinus incidentiae ex aere in vitrum quodvis æque refractivum ac illud prisma, sit ad sinum refractionis, ut septendecim ad undecim.

[136] Hujus autem modi commoditas in mensurandis refractionibus ex eo conjicetur, quod instrumento nullo hic opus sit, dempto Quadrante, et Prismate cuius refractio desideratur; quod refractionem, dum geminatur, facta ad X et Y, exinde certius metiri possit: et quod facilissimum est prisma in desiderato situ disponere, ut supra ostenditur [137]. Imo quod parvus error a situ desiderato ferre nihil est, dum quoad sensum haud inde mutabitur

angulus refractus MGK, ut experienti patebit. Quippe angulus iste tunc minimus est; et quantitatibus per motum generatis, cùm maximæ existant vel minimæ, hoc est in momento regressûs, earum motus ut plurimùm sunt infinitè parvi. Sic verbi gratiâ in figura 17 si centro C describatur circulus $\lambda L\lambda$, et extra eum sumatur punctum quoddam G, ducaturque GC, et erigatur normalis GK; Deinde si concipiatur quòd punctum λ moveatur uniformiter in illius circuli circumferentiâ, <77> per quod punctum recta quædam $G\lambda$ circa centrum G rotata perpetuò transeat: manifestum est quod quo major sit angulus $CG\lambda$ sive quo minor angulus $KG\lambda$, eo minor erit motus angularis ipsius $G\lambda$: et cùm angulus $CG\lambda$ sit maximus sive angulus $KG\lambda$ minimus, hoc est in momento regressûs (rectâ $G\lambda$ tunc circulum in L tangente) motus ejus erit infinitè parvus et quoad sensum nullus, parvusque error a punto contactûs L nullam sensibilem variationem in angulis istis KGL et CGL producet. Et ad eundem fere modum parva convolutio prismatis haud omnino mutabit angulum MGK, cùm iste sit minimus sive complementum ejus maximum. Quòd si prisma disponeretur in quovis alio situ quàm hic describitur, (puta cùm radij perpendiculariter ingressi, ad egressum duntaxat refringuntur,) minimus error ab isto desiderato situ multùm mutaret angulum refractum, et sic experientia foret incertitudini, et erroribus multò magis obnoxia.



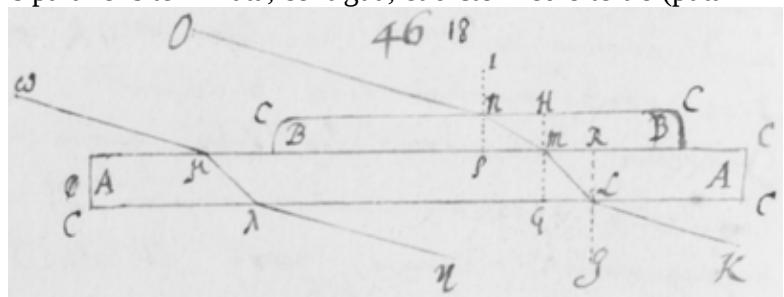
[138] In majorem hujus rei copiam, quia dantur aliqui casus ubi refractiones per modos jam descriptos haud possint mensurari, (ut cùm refractio fit ex vitro in mediorum sibi ipsis crystallum, ex aquâ in vitrum, vel ex uno liquore in alium;) Et nequa omnino sit refringens superficies cujus refractio nequit investigari, problema sequens lubet proponere.

Datis refractionibus quas duo media alicui tertio contigua conficiunt, illorum sibi ipsis contiguorum refractionem invenire.

In figura 18 sunto duo media proposita A et B, quorum superficiei distinaruntis refractio quæritur, et sit A Medium tertium cujus superficiei ipsis A et B contiguæ refractiones dantur sitque sinus incidentiæ ad sinum refractionis ex Medio C in Medium A sicut I ad R; et sinus incidentiæ ad sinum refractionis ex eodem Medio C in alterum Medium B sicut ι ad ρ . Dico quod est $I \times \rho : R \times \iota :: \sinus$ incidentiæ ad sinum refractionis ex Medio B in Medium A.

Verbi gratiâ proponatur investigatio refractionis ex aquâ in vitrum, datâ refractione ex aëre in utrumque. Sitque sinus incidentiæ ex aëre in vitrum ad sinum refractionis ut 17 ad 11, et sinus incidentiæ ex aere in aquam ad sinum refractionis ut 4 ad 3. Quare sinus istos multi <78> plicando reciprocè, erit ut 17×3 ad 11×4 , sive ut 51 ad 44 ita sinus incidentiæ ex aquâ in vitrum ad sinum refractionis. Et sic cognitâ refractione ex aere in quævis alia Media proposita, possis adipisci eorum refractionem inter se: et e contra.

[139] Cæterum demonstratio hujus non est omittenda, in quem finem præsternatur Lemma sequens. Si Media duo proposita A et B in figura 18 concipientur esse planis parallelis terminata, contigua, et dicto Medio tertio (puta aëre) circundata et radius quilibet ON obliquè incidens ad N refringatur primò ad M ac deinde ad L, et emergens pergit ad K: Dico quòd iste radius incidens ON sibi emergenti LK parallelus esse. Cujus quidem assertionis veritas experientiâ patebit. Etenim ponatur Medium A esse vitrum, et Medium B esse aquam, Mediumque tertium circundans esse aëra: Et laminæ vitreæ A superficies ρ MR tenuiter illinatur aquâ B, et statuatur parallela ad Horizontem, ut aqua consistat uniformiter crassa. Quo facto videbis quod radij per utrumque Medium A et B trajecti tendent ad easdem plagas versus quas tenderent a Sole directi.



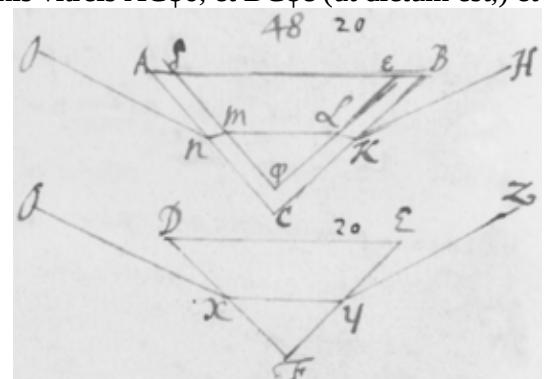
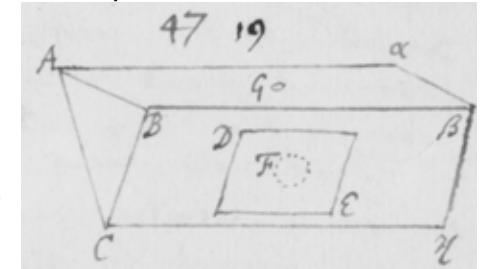
Præmisso hoc, erigantur $\iota N \rho$, HMG, et RLI perpendicularares ad refringentia puncta N, M, et L. Est ergo ι ad ρ ut sinus anguli $ON\iota$ ad sinum anguli $MN\rho$, sive anguli NMH . Et multiplicando rationem antecedentem per I fiet $I \times \iota$ ad $I \times \rho$ ut sinus de $ON\iota$ ad sinum de NMH . Porro est I ad R, ut sinus anguli KLI sive $ON\iota$, ad sinum anguli MLR sive LMG et multiplicando antecedentem rationem per ι , fiet $I \times \iota$ ad $R \times \iota$ ut sinus de $ON\iota$ ad sinum de LMG . Iam permutando terminos utriusque proportionis fiet $I \times \iota : \sin ON\iota :: I \times \rho : \sin NMH$. Et $I \times \iota : \sin ON\iota :: R \times \iota : \sin LMG$. Et permutando $I \times \rho : R \times \iota :: \sin NMH : \sin LMG$. Q.E.D.

[140][141] Ex hisce sic ostensis problema non inutile proficiscitur, quo refractiones fluidorum: eodem modo metiri possis ac de solidis ostensum: est ad figuram 16: non adhibito instrumento HILK, quod in figura 15 describitur.

Scilicet <79> ex laminis vitreis in morem cunei connexis vasculum prismiforme conficiatur, cujus acies sive angulus verticalis sit 80^{grad} circiter, vel 90. Istius autem anguli quantitatem exactissimâ mensura cognitam habeo, ejusque dimidij sinum pro sinu refractionis semper statue. Quo peracto, cùm liquoris alicujus vis refractiva desideratur, vasculum cum illo liquore impleatur et in tali situ disponatur, ut acies ejus a concursu refringentium planorum constituta, sit parallela ad Horizontem, et perpendicularis ad radios solares, atque ut illi radij per præfata refringentia plana trajecti refractiones ad ingressum et egressum æquales patiantur. Et ope Quadrantis, ut ostensum erat ad figuram 16, exploretur angulus incidentiæ, cujus sinus ad præfatum sinum refractionis erit ut sinus incidentiæ ad sinum refractionis ex aere in liquorem propositum.

[142] Instantiæ gratiâ, ut aquæ refractionem cognoscerem curavi, ut prisma ligneum conficeretur quale est AB κ , in figura 19 cuius ille angulus ACB, quem pro verticali designabam foret rectus, cæterique duo semirecti. Et effeci ut refringentia plana A κ et B κ per Meditullium trajicerentur foramine F parallelo ad basem A β , per quod foramen lux itura esset; Et ut tertium planum A β foderetur in G usque dum aditus ad foramen F transversè pertingeret. Dein sumptis duabus ex vitro lamellis, quas speculum conformatum mihi: subministravit, alteram DE super meditullium plani B κ cum cæmento fixi, et alteram super meditullium alterius plani A κ , ut meatus F utrinque clauderetur. Tum aquam pluviale per orificium G in excavatum spatium infudi, et cum operculo ex subere conciso clausi. Atque adeò aqua duabus vitreis lamellis ad angulum rectum inclinatis interjecta vices subibat aqueæ prismatis habentis angulum rectum. Eas autem laminas rectum angulum exactè comprehendere ex applicatione normæ cognovi, cujus ideò dimidium 45^{gr} pro angulo refractionis habendum est[143]. Hoc prisma dein ita statuebam ad ingressum lucis in obscurum cubiculum, ut eadem foret utrinque refractionis quantitas; et ex altitudine solis, et refractorum radiorum viridiformium inclinatione ad Horizontem, inveni angulum <80> refractum esse $51^{\text{gr}} 16^{\text{min}}$. Cujus dimidium $25^{\text{gr}} 38^{\text{min}}$ unà cum angulo refractionis 45^{gr} dabit angulum incidentiæ $70^{\text{gr}} 38^{\text{min}}$. Horum verò angulorum $70^{\text{gr}} 38^{\text{min}}$ et 45^{gr} sinus sunt 9434 et 7071 respectu sinūs 90^{graduum} 10000, quorum quidem numerorum ratio est paulo minor quam Cartesiana 250 ad 187 et paulo major quam 4 ad 3 nempe 4.002 ad 3; quæ tamen a ratione $\frac{4}{3}$ tam parvâ differentiâ recedit, ut error fuerit insensibilis si posuerim esse ut 4 ad 3, idque maximè cùm aquæ refractio non perpetim eadem maneat, sed a caloris vicissitudine nonnihil patiatur varioisque densitatis gradus induat: Quod idem et aeri circundanti contingit, qui a vaporibus etiam non solùm variè incrassatur, sed et arctius (auctâ Atmosphaeræ gravitate) vel laxius comprimitur{.} Adde quòd aquarum ex diversis terrarum regionibus scaturientium aut vi solis in vapores et pluviam deinde conversarum diversæ sint densitates, et internæ dispositiones ad refringendum, ortæ ex varijs mineralium tinturis, quas e locis subterraneis extrahunt, et exhalationibus variè crassis aut copiosis, quæ simul cum vaporibus in altum attolluntur.

[144] Problematis hujus de refractionis fluidorum mensurâ sic soluti veritas constabit ex osteno quod refractionis in hoc prisme ex aquâ et vitris composito eadem est quantitas, quæ foret si vitrum tolleretur, et aqua sola maneret aëre circundata. Sit itaque ABC prisma in figura 20 confectum ex laminis vitreis AC $\varphi\delta$, et BC $\varphi\epsilon$ (ut dictum est,) et aquâ $\delta\varphi\epsilon$ repletum; et concipiatur quòd DEF sit aqueum prisma immediatè circundatum aere, et omnino simile aquæ $\delta\varphi$ circumclusæ vitro, similiterque positum. Et incidenti radij paralleli ON, OX in utrumque; quorum alter ON refractus in N M L et K tendit ad H; alter verò OX refractus in X et Y tendit ad Z. Dico jam quòd emergentes KH et YZ erunt paralleli, atque adeò quòd in utroque prisme tota refractionum quantitas erit eadem. Etenim in figura 18 si radius $\omega\mu$ ipsi ON parallelus incidat in vitream laminam A, emergatque in $\lambda\kappa$, notum est quòd radius $\lambda\kappa$ erit parallelus ipsi $\omega\mu$, hoc est ipsis $\omega\mu$ et LK; Et cùm $\lambda\kappa$ et LK sint parallelis, erunt etiam $\mu\lambda$ et <81> ML parallelis. Unde liquet propositio, quòd



Quantitas refractionis ex aëre in Medium quodvis propositum est eadem sive radij immediatè ingrediantur istud Medium ex aëre (ut fit ad $\omega\mu\lambda$,) sive priùs permeent aliud Medium interpositum, et parallelis planis terminatum (uti fit ad ONML): Et e contra. Atque idem intellige, cùm vice aeris aliud quodpiam adhibetur Medium.

Quare in figura 20 cùm parallelri radij OX et ON incidenti in prismata DFE & ACB similia et similiter posita, refractionis quantitas ex aere in aquam erit eadem sive radij immediatè intrent, ut videre est ad DEF, sive priùs permeent lamellam vitream A $\delta\varphi$ C: hoc est, radius XY semel refractus erit parallelus ipsi ML bis refracto. Et ob eandem rationem cùm XY et ML sint parallelis, radij emergentes YZ et KH erunt etiam parallelis. Quare cùm radij et incidentes et emergentes sint parallelis, refractio tota prismatis utriusque est eadem. Atque adeò cùm aqueum

prisma aëri contiguum propter fluiditatem aquæ fabricari nequeat, ejus vice liceat adhibere vitreum prisma cum aquâ repletum. Q.E.O.

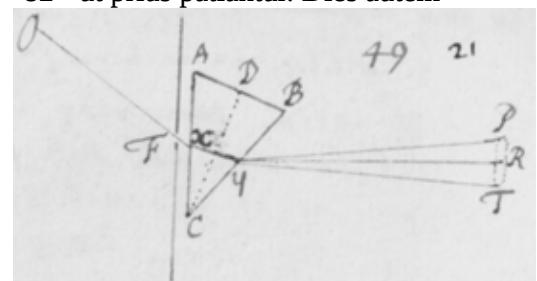
Et sic modus generalis, quo refractiones ex aere in quælibet proposita Media determinantur, ostensus est; facillimus quidem et erroribus minimè obnoxius, præsertim si angulus prismatis sit magnus et exactè cognitus, Quadrans magnus et accuratus, et observatio facta longè post prisma, ubi colores multùm dilatati faciliùs distinguuntur. Et præterea, cùm refractiones inter aerem et Media proposita sic experientijs determinantur; indicata est regula, quâ Mediorum eorundem sibi ipsis contiguorum refractiones eliciantur. Quod satis est in gratiam primi casûs de refractionibus dimetiendis cum in eodem quopiam radiorum genere proportio sinus incidentiæ, et refractionis quæritur, ostendisse.

[145] Prosequendus est jam alter casus, ubi heterogeneorum radiorum refractiones sunt conferendæ; Et proportiones sinuum refractionis investigandæ sunt cùm eorum incidentia supponitur eadem. Id quòd ex ostensis quodammodo præstari potest, sed convenit, ut aliquid ampliùs urgeam. Et quoniam de intermedijs radiorum generibus facilè esset judicium proferre, si modò refractiones extremorum forent cognitæ: satisfecero si radios maxime omnium refrangibiles cum minimè refrangibilibus comparavero. Itaque in figura 21 sit ABC prisma vitreum, ita positum, ut radij tum ingredientes tum egredientes eandem quantitatem refractionis <82> ut priùs patiantur. Dies autem seligatur splendidus, et cubiculum esto valde obscurum, ut colores usque ad ultima quæ occupent spatia distinctè satis videri possint.

Tunc ad distantiam viginti pedum aut ampliùs a prismate radij excipientur in papyrum aliquam directè obversam, et spatij a coloribus illuminati (ut PT) longitudo et latitudo masuretur. Sic primate adhibito cujus angulus verticalis ACB fuit $63^{\text{grad}} 12^{\text{min}}$, et latitudine foraminis radios intromittentis existente quartâ parte digiti: Ad distantiam XP vel XT 22^{pedum} inveni maximam longitudinem imaginis

PT esse $13\frac{1}{4}^{\text{dig}}$ circiter et latitudinem $2\frac{5}{8}^{\text{dig}}$. Iam si latitudo hujus imaginis ab ejus longitudine subtrahatur, manebit $10\frac{5}{8}$ digiti pro longitudine quam habere debuisset si discus Solis et foraminis F diameter fuissent infinitè parva.

Hoc est si radij advenissent omnes in eâdem rectâ OCF. Ista itaque linea $10\frac{5}{8}^{\text{digitorum}}$ subtendit angulum quem radij duo similiter incidentes per inæqualitatem refractionis constituunt, quorum alter maximè omnium similiter incidentium & alter minimè omnium refringitur: qui proinde angulus ex calculo reperietur $2^{\text{grad}} 18^{\text{min}}$. Verùm cùm angulus iste binâ refractione ad X et Y conficiatur, et præterea cùm utraque supponatur æqualis; calculus ad hoc negotium satis accuratus ex unicâ tantùm refractione poterit institui, puta quæ conficitur ad latus BC. Etenim si verticalis angulus ACB plano DC bisecetur, et alterum prismatis dimidium DCB vel DCA concipiatur tolli, refractio ad alterum dimidium facta (radijs OF obliquè incidentibus in latus AC et perpendiculariter emergentibus e latere DC, vel perpendiculariter incidentibus in latus DC secundum unicam quandam lineam XY et obliquè emergentibus e latere BC) refractio, inquam, sic ad alterum dimidium facta foret semissis refractionis ad integrum prisma, si modò unicum quodpiam radiorum puta mediocriter refrangibilem genus spectetur{.} Quinetiam si cætera omnia radiorum genera simul spectentur, assertio illa licet non ampliùs sit absolutè vera, tamen veritati tam proximè accedit, ut quoad sensum et calculum mechanicum pro verâ habeatur. Quamobrem cùm refractiones <83> utrinque ad X et y peractæ computatio geometrica ægrius institui possit, istud more ad praxin magis accommodato, ut ut mechanico, perficere non verebor, confisus id mihi vitio verti non debere, si dum computationes rebus physicis adhibeo, minutias quæ operam molestè et sine fructu producerent, missas faciam. Refractionem itaque ex unicâ tantum parte prismatis perpendam; Et quoniam omnes radij, demptis viridiformibus, a dimidio ACD bis deberent refringi, et semel tantùm ab altero dimidio DCB, perpendiculariter ingressi latus planum DC secundum lineam XY: itaque in dimidio DCB fiat calculus, hoc est ad latus planum BC; supposito quòd omnibus radijs secundum eandem lineam XY allapsis angulus quem maximè refrangibiles cum minimè refrangibilibus postquam refringerentur a latere BC, constituerent, foret dimidium anguli PYT, hoc est $1^{\text{grad}} 9^{\text{min}}$. Iam cùm angulus incidentiæ radij XY ex præmonstratis[146] sit $31^{\text{grad}} 36^{\text{min}}$ et angulus refractionis mediocris $54^{\text{grad}} 10^{\text{min}}$, transferantur hæc omnia in Schema 22 ponendo quòd CB sit superficies disterminans Medium vitreum versus A, et aereum versus F, et quod angulus incidentiæ XYH sit $31^{\text{grad}} 36^{\text{min}}$: eritque angulus refractionis RYF $54^{\text{grad}} 10^{\text{min}}$; et angulus PYT $1^{\text{gr}} 9^{\text{min}}$, differentia nempe refractionis inter maximè refrangibiles YP et minime refrangibiles YT. Qui angulus a radio YR mediocriter refracto et confinium cœrulei ac viridis occupante, bisecatur; Et proin angulus PYR vel RYT erit $34\frac{1}{2}^{\text{min}}$ dimidium totius PYT. Adeoque angulus PYE $54^{\text{gr}} 44\frac{1}{2}^{\text{min}}$. Et angulus TYE $53^{\text{gr}} 35\frac{1}{2}^{\text{min}}$. Et eorum sinus PG ac TF erunt 81656 & 80481: quorum proportione ad simpliciores numeros redactâ erit TF ad PG ut $69\frac{1}{2}$ ad $68\frac{1}{2}$. Ad hunc modum experimenta et calculum cùm sæpius instituerim, horum sinuum proportiones inter terminos 67 ad 66 et 72 ad 71 semper obvenerunt; sed ut plurimùm incidi in



proportiones 69 ad 68, $69\frac{1}{2}$ ad $68\frac{1}{2}$, & 70 ad 69, quarum tantilla est differentia, ut parvi intersit quænam adhibeatur.

[147] Ratione sinuum refractionis pro extremis radiorum similiter incidentium generibus sic inventâ, eorum comparatio ad sinum incidentiæ simul innotescit, quippe qui paulo ante inventus est 52400, Et conferendo hunc 52400 ad sinus 81656 & 80481, eorum ratio in minoribus numeris reperiatur $44\frac{1}{2}$ ad $69\frac{1}{2}$ & $68\frac{1}{2}$: aut <84> $44\frac{1}{4}$ ad 69 & 68 fere. Refractionibus nempe ex vitro in aerem peractis.

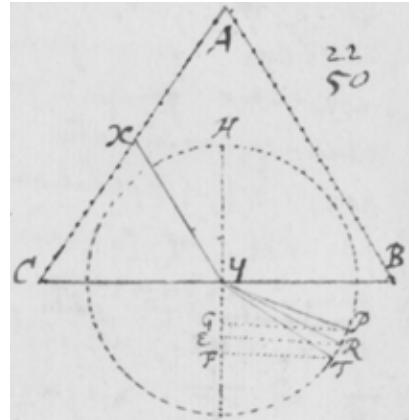
[148] Quòd si radij e contra ex aere in vitrum similiter incident, proportiones sinuum nullo negotio ex jam inventis eruuntur, utpote quæ sunt reciprocæ. Sit I sinus incidentiæ e vitro in aerem, P sinus refractionis maxime refrangibilium radiorum, R mediocriter refrangibilem ac T minime refrangibilem: Dico quòd ex horum reciprocè proportionalibus si $\frac{1}{I}$ ponatur esse sinus incidentiæ ex aere in vitrum erit $\frac{1}{P}$ sinus refractionis maximè refrangibilem radiorum $\frac{1}{R}$ sinus refractionis mediocriter refrangibilem, ac $\frac{1}{T}$ minime refrangibilem{.} Nam cùm sinus incidentiæ radij maxime refrangibilis e vitro in aerem sit I et sinus refractionis P, radij ejus ex aëre in vitrum per easdem lineas retroacti sinus incidentiæ erit P et sinus refractionis I, siquidem jam radius est incidens qui priùs fuerit refractus. Est ergo sinus incidentiæ radij maxime refrangibilis ex aere in vitrum utcunque incidentis ad sinum refractionis ut P ad I hoc est (applicando rationem ad P) ut 1 ad $\frac{1}{P}$, hoc est (applicando ad I denuò) ut $\frac{1}{I}$ ad $\frac{1}{P}$. Et simili argumento constabit ejusmodi sinus radij mediocriter refrangibilis esse ut $\frac{1}{I}$ ad $\frac{1}{R}$ et sinus minime refrangibilis ut $\frac{1}{I}$ ad $\frac{1}{T}$. Liquet ergo quod posito $\frac{1}{I}$ communi sinu incidentiæ erunt $\frac{1}{P}$, $\frac{1}{R}$, & $\frac{1}{T}$ singulorum generum respectivè sinus.

[149] Rem numeris illustro. Cùm $44\frac{1}{4}$ ad 69 & 68 sit ratio sinus communis incidentiæ ad sinus maximè discrepantium refractionum e vitro in aerem: sinus incidentiæ communis ad sinus refractionum ex aere in vitrum erit ut $\frac{1}{44\frac{1}{4}}$ ad $\frac{1}{69}$ & $\frac{1}{68}$, sive $\frac{69 \times 68}{44\frac{1}{4}}$ (= 106 ferè) ad 68 et 69. Hoc est pro radijs maximè refrangibilibus sinus

incidentiæ ad sinum refractionis ut 106 ad 68 pro minime refrangibilibus, ut 106 ad 69. [150] Hisce sic determinatis rationes sinuum pro radijs intermedijs facilè determinantur ex cognitis colorum distantijs quas in imagine coloratâ observant{.} Sic radij qui ad cœruleum magis quam flavum vergunt, cùm in medium imaginem cadant intermedium rationem sinuum $44\frac{1}{4}$ ad $68\frac{1}{2}$ vel 106 ad $68\frac{1}{4}$ habebunt. Et sic de alijs.

<85>

[151][152] Ad eundem modum quo refractiones ad vitrum determinatæ sunt id ipsum posset fieri ad alia Media. Sed e re erit ut regulam jam ostendam, quam refractionum istarum mensuræ ex sinibus earum sic ad vitrum determinatis, possunt determinari ad quodlibet aliud Medium propositum, idque licet istud sit alij Medio quam aeri contiguum. In figura 23 sit AB superficies terminans aerem ex parte F, et vitrum ex parte G, ad cuius aliquod punctum X ducatur linea FxG ei perpendiculariter insistens: et præterea concipiatur rectam IX ad angulum IXA infinitè parvum duci, secundum quam omnes omnium formarum radij supponantur incidere et in X refrangi puta mediocriter refrangibiles versus R maximè refrangibiles versus P, et minimè refrangibiles versus T, aliósque intermedios versus intermedias plagas. Porrò ducatur linea quævis GH parallela ad lineam incidentiæ IX, hoc est perpendicularis ad FG. Ea verò secet radios in punctis P R ac T, a quibus demittantur PC RD ac TE perpendicularares ad refringentem superficiem AB. His ad vitrum sic determinatis ac descriptis, si aliud quodvis Medium in locum vitri jam concipiatur substitui, cœteris stantibus; et radij alicujus mediocriter refrangibilis secundum lineam IX incidentis ad X refractus Xp ducatur secans rectam DR in p, (Quod fieri suppono, siquidem modum quo mediocriter refrangibilem refractiones ad Media quælibet investigari possint, antehac exposui.) Dein per punctum p ducatur recta π secans lineas CP et ET in π ac τ perpendiculariter, junganturque πX ac τX: Dico quòd radij maxime refrangibiles secundum dictam lineam IX incidentes refringentur in lineam Xπ, et minimè refrangibiles in lineam Xt, radijque cujusvis speciei quos vitrum refringebat ad quodlibet punctum rectæ PT, illi ad correspondens punctum rectæ π per alterum dictum Medium refringentur quod pro vitro supponitur substitui; istis punctis linearum PT et π habitis pro correspondentibus per quæ recta quævis ipsi DR parallela transit. <86> Patet itaque modus quo refractiones quorumvis radiorum ex aëre in quodlibet Medium propositum obliquitate maximâ incidentium determinari poterunt, cognitâ unici tantum cujusvis radiorum generis in istud Medium refractione. Et proportionibus sinuum ex obliquissima istâ refractione determinatis, eorundem radiorum refractiones dabuntur ad quolibet aliam datam incidentiam.



[153] Hujus autem propositionis certitudinem licet ab experientijs nondum habeo depromptam, nullus tamen dubito quin satisfaciet omnibus quas de illa licebit facere. Verum cum occasio de causis refractionum dicendi lata sit, veritatem ejus ex proprijs fundamentis eruere conabor, contentus interea gratis assumere.

[154] Calculum quod attinet is facilè potest institui ex hac proportionalitate quod sinus incidentiae radij IX (hoc est sinus 90graduum) sit ad sinum refractionis (puta quæ facta sit in lineam XR,) sicut XR ad RG. sic ad vitrum erit $XR \cdot RG :: 106.68\frac{1}{2}$, et $XP \cdot PG \{ :: \}$

106.68 . Et $XT \cdot TG :: 106.69$. Et inde deducetur quod $GP \cdot GR \cdot GT :: 39.39\frac{1}{2}.40$.

Quæ proportiones semel inventæ possunt in eum finem asservari ut earum ope refractiones ad alia Media quam vitra determinentur. Nam quolibet Medio proposito, sumatur $XE = 40$, $DE = \frac{1}{2}$, &

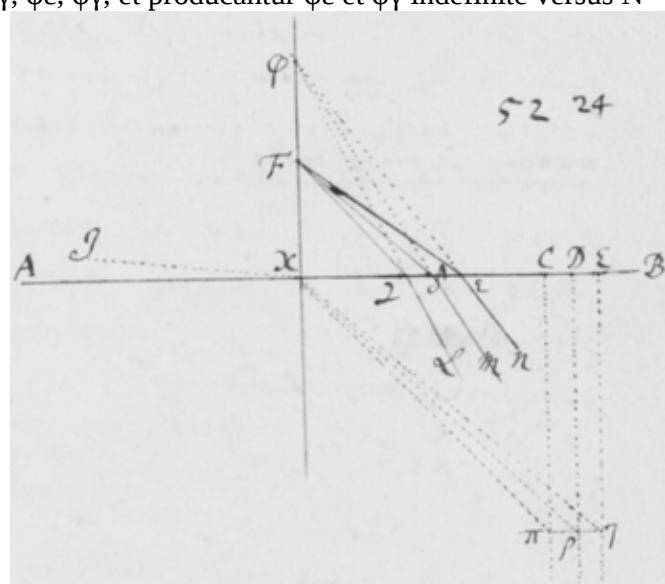
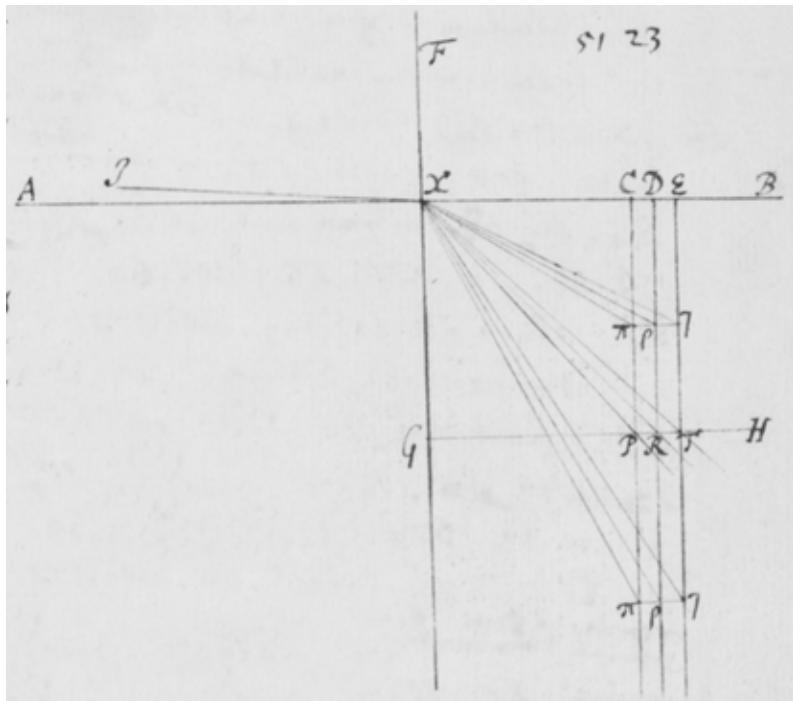
$CD = \frac{1}{2}$, atque perpendicularia CP , DR , & ET erigantur; Tum ex datâ sinuum refractionis radiorum mediocriter refrangibilium proportione, hoc est ex datâ proportione ipsius Xp ad XD , dabitur punctum p et longitudo Dp , cui æquales sunt $C\pi$ et $E\tau$. Punctisque π ac τ sic datis dantur rationes ipsarum $X\pi$ et XC , hoc est sinuum incidentiae et refractionis, pro radijs maxime refrangibilibus, ut et rationes ipsarum $X\tau$ et XE , hoc est sinuum incidentiae et refractionis, pro radijs minimè refrangibilibus Sic pro superficie aquam et aerem distingue sinu isti sunt ut 68 ad 90 pro minime refrangibilibus, et ut 68 ad 91 pro maximè refrangibilibus.

[155] Proportionibus linearum XC , XD et XE sic inventis, mensura refractionum ejusdem rei ex aëre in Medium quodvis propositum et ad quamlibet incidentiam factarum per aliud insuper Theorema non inelegans determinari potest. In linea Fx (figura 24) ad refringens planum AB perpendiculari, sumatur punctum aliquod F quod lucidum <87> fingatur, ac ducatur quamlibet $F\delta$ secans AB in δ eaque concipiatur esse mediocriter refrangibilis radius cuius refractus ex aere in Medium propositum esto δM , qui retro-ductus secet ipsum FX in φ . Porro fiat $F\delta \cdot FE :: X\delta \cdot XE$ ($:: 39\frac{1}{2}.40$) et $F\delta \cdot F\gamma :: XD \cdot XC$ ($:: 39\frac{1}{2}.39$). centroque F et intervallis $F\epsilon$ et $F\gamma$ describantur circuli secantes AB in ϵ et γ junganturque $F\epsilon$, $F\gamma$, $\varphi\epsilon$, $\varphi\gamma$, et producantur $\varphi\epsilon$ et $\varphi\gamma$ indefinitè versus N et L . Dico jam si radius minime refrangibilis incidat secundum lineam $F\epsilon$, quod iste refringetur in lineam ϵN ; Et si maximè refrangibilis incidat secundum $F\gamma$, quod iste refringetur in ipsam γL . Et sic radij quorumlibet intermediorum generum manentes a punto F et in puncta sibi correspondentia inter γ et ϵ incidentes, ita refringentur a Medio proposito quasi manassent omnes a punto φ : Istis punctis inter C et E atque γ et ϵ habitis pro correspondentibus, quorum distantiae ab X et F respectivè, sunt in eadem ratione cum DX ac δF .

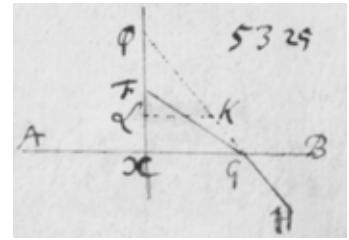
[156] Cujus Theorematis demonstrationi præsternantur duo Lemmata sequentia.

1. [157] Duobus punctis γ , δ in linea quâpiam AB (figura 24) sumptis, et alijs duobus φ et F in ejus perpendicularo FX ; junctisque $\varphi\delta$, $F\delta$, $\varphi\gamma$, et $F\gamma$: differentia quadratorum a

duobus $\varphi\delta$ et $F\delta$ concurrentibus ad δ æquabitur differentiæ quadratorum ab alijs duobus $\varphi\gamma$ et $F\gamma$ concurrentibus ad γ . Nam cum $\varphi\delta^q = \varphi X^q + X\delta^q$, et $F\delta^q = FX^q + X\delta^q$; erit differentia $\varphi\delta^q - F\delta^q = \varphi X^q - FX^q$. Et ob eandem rationem est differentia $\varphi\gamma^q - F\gamma^q = \varphi X^q - FX^q$. Quare dictæ differentiæ sic æquales eidem tertio sunt æquales inter se. Q.E.D.



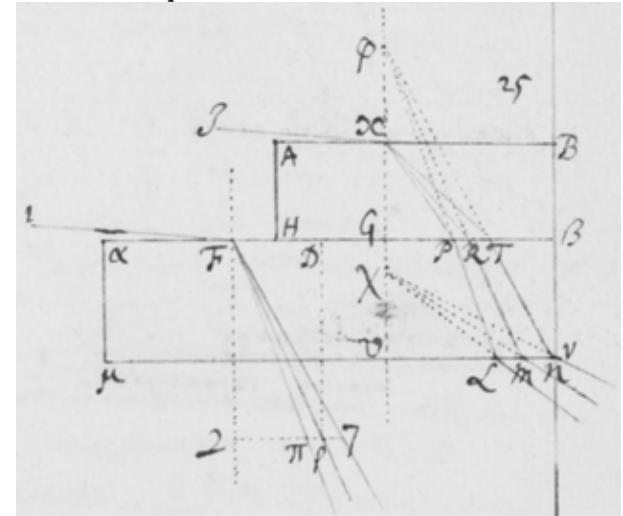
2. [158] Si radius aliquis FG (figura 25) incidat in superficiem AB, et refringatur versus H: Lineâ GH retro-ductâ ut secet perpendiculum FX in ϕ , dico quod $\varphi\gamma$. FG :: sinus incidentiæ, ad sinum refractionis. Et e contra <88> si $\varphi G \cdot FG$:: sinus incidentiæ . sinum refractionis; erit $\varphi\gamma H$ refractus ipsius FG. Etenim sumatur $\varphi K = FG$, et demittatur KL perpendicularis ad FX; quo facto, cùm angulus GFX aequetur angulo incidentiæ et angulus $G\varphi X$ angulo refractionis, erit GX sinus incidentiæ et KL sinus refractionis, habito respectu ad circulum cujus semidiameter sit FG vel φK . Sed est $\varphi G \cdot \varphi K$:: GX . KL hoc est $\varphi G \cdot FG$:: GX . KL. Q.E.D.



[159] His præmissis Theorema propositum sic demonstratur. In Figura 24 ducatur IX obliquissima linea secundum quam radij omnium formarum ex aëre ad punctum X incidere ponantur et in Medium propositum refrangi maxime refrangibiles versus π , et minimè refrangibiles versus τ , eosque lineæ ad puncta D, C, et E normaliter erectæ secent in punctis ρ , π , ac τ , ut explicabatur ad Figuram 23. Iam cùm istorum radiorum sinus incidentiæ et refractionis statuantur esse ut $X\rho$ ad XD , $X\pi$ ad XC et $X\tau$ ad XE respectivè; si præterea demonstratum fuerit quod $\varphi\delta$ ad $F\delta$, $\varphi\gamma$ ad $F\gamma$ et $\varphi\varepsilon$ ad $F\varepsilon$ respectivè sunt in eâdem ratione, (hoc est, quod $\varphi\delta \cdot F\delta$:: $X\rho \cdot XD$:: sinus incidentiæ, ad sinum refractionis radiorum mediocriter refrangibilium et $\varphi\gamma \cdot F\gamma$:: $X\pi \cdot XC$:: sinus incidentiæ ad sinum refractionis radiorum maxime refrangibilium &c) constabit propositum ex Lemmate secundo. Et ad mediocriter refrangibiles quod attinet cùm $\varphi\delta$ supponatur refractus ipsius $F\delta$, erit (per Lemma secundum) $\varphi\delta$ ad $F\delta$ ut sinus incidentiæ ad sinum refractionis, hoc est ut $X\rho$ ad XD . Sed eadem proportionalitas in cæteris radiorum generibus jam demonstranda proponitur, puta quòd sit $\varphi\gamma \cdot F\gamma$:: $X\pi \cdot XC$. Scilicet est $F\gamma \cdot F\delta$:: $XC \cdot XD$, ut et $F\delta \cdot \varphi\delta$:: $XD \cdot X\rho$, per Hypothesin. Quare permutando et connectendo rationes æquales est $F\gamma \cdot XC$:: $F\delta \cdot XD$:: $\varphi\delta \cdot X\rho$. Et quadrando $F\gamma^q \cdot XC^q$:: $F\delta^q \cdot XD^q$:: $\varphi\delta^q \cdot X\rho^q$, diminuendoque per terminos æqualis rationis $F\gamma^q \cdot XC^q$:: $\varphi\delta^q - F\delta^q$ (sive, per Lem 1, $\varphi\gamma^q - F\gamma^q$) { } $X\rho^q - XD^q$ (sive $C\pi^q$). Et augendo per terminos æqualis rationis $F\gamma^q \cdot XC^q$:: $\varphi\gamma^q \cdot C\pi^q + XC^q$ (sive $X\pi^q$). Denique terminorum radices extrahendo, permutandoque est $\varphi\gamma \cdot F\gamma$:: $X\pi \cdot XC$. Quare $\varphi\gamma$ sive γL est refractus ipsius $F\gamma$ per Lemma secundum. Q.E.D. Et eodem argumento patebit quòd εN sit refractus radij $F\varepsilon$. Déque alijs radijs pro varijs refrangibilitatis gradibus, intermedia spatiæ variè occupantibus, idem intelligendum est.

<89>

[160] De refractionibus superficierum aeri contiguarum mensurandis hæc satis. Quod si desideretur id ipsum ad alias superficies aeri ex neutra parte contiguas fieri, sunto $AB\beta H$ et $\alpha\beta\gamma\mu$ duo quælibet Media secundum planam superficiem $H\beta$ contigua, et aere circundata. Sitque AB planum ipsi $H\beta$ parallelum, et in eo sumatur punctum X , ad quod ducatur XV perpendicularis et IX obliquissima linea secundum quam (ut jam ante) radij omnium formarum incident et pro gradu refrangibilitatis refringantur ad P , R , ac T aliaque intermedia loca. Horum radiorum in propositam superficiem $\alpha\beta$ sic incidentium refractiones jam quæruntur. Atque equidem cùm viridiformium refractiones ad quaslibet superficies fuerint antehac expositæ, radij XR sit RM refractus, et is retro-ducatur donec secet perpendiculum XV in φ . Et insuper ducantur φP , φT et producantur ad L et N . Dico quòd PL erit refractus ipsius XP , ac TN ipsius XT , atque omnes aliarum formarum radij incidentes inter P ac T ita refringentur, ut postea divergent a puncto φ . Concipiatur enim quòd Medium $\alpha\beta\gamma\mu$ longiùs versus $\alpha\mu$ producitur quæ Medium $AB\beta H$, ita ut ejus plani $\alpha H\beta$ pars inter H et α sit aeri contigua, et ad aliquod in eo punctum F ducatur perpendicularis $F\gamma$ nec non obliquissima linea iF , secundum quam radij omnium formarum incident, et pro gradu refrangibilitatis refringantur ad π , ρ , τ locaque intermedia perinde ut effectum erat ad alterius Medij superficiem AB .



Præterea sumatur $FD = GR$, et ducatur $D\rho$ ipsi $F\gamma$ parallela, ut secet radius $F\rho$ in ρ , unde $\rho\gamma$ demittatur ad $F\gamma$ normalis, alioisque radios $F\pi$ et $F\tau$ secans in π ac τ . Iam cùm sit $\gamma\rho = GR$, erit etiam $\gamma\pi = GP$ et $\gamma\tau = GT$ ex ostensis ad figuram 23; Et insuper ex ostensis ad figuram 18 cùm radiorum secundum IX et iF lineas parallelas incidentium eadem sit refractio in Medium $\alpha\beta\gamma\mu$, sive immediatè ingrediantur ex aere sicut fit ad F , sive priùs permeent aliud Medium ut $AB\beta H$ parallelis planis terminatum: sequitur <90> quod radij alterutro modo refracti in dictum Medium $\alpha\beta\gamma\mu$ sunt paralleli radijs homogeneis altero modo in idem Medium refractis; hoc est quod $F\pi$ ad PL , $F\rho$ ad RM et $F\tau$ ad TN sunt paralleli. Quapropter si refracti radij PL , RM , ac TN retro-ducantur donec singuli occurrant perpendiculo GX ; cum eo et basibus GP , GR , ac GT constituent triangula similia triangulis $\gamma\pi F$, $\gamma\rho F$, et $\gamma\tau F$, imò et ipsis æqualia, siquidem eorum bases $\gamma\pi$ et GP , $\gamma\rho$ et GR , $\gamma\tau$ et GT sibimet respectivè sunt æquales.

Quare cùm horum triangulorum vertices convenient ad idem punctum F, illorum etiam vertices ad idem aliquod punctum φ convenient. Hoc est radij PL, RM, ac TN ipsorum XP, XR et XT refracti divergent omnes ab eodem puncto φ. Q.E.D.

[161] Osteno hoc, sequentia obveniunt notanda. 1. Quòd proportio sinuum incidentiæ et refractionis ad superficiem Hβ factæ, ex his facilè determinantur. Nam pro radijs maxime refrangibilibus sinus isti sunt ut φP ad XP; et pro minime refrangibilibus, ut φT ad XT; &c.

2. Hinc si proportiones sinuum refractionis ex aëre in duo quælibet Media proposita, paribus incidentijs, dentur; proportiones sinuum refractionis ex altero Mediorum in alterum facilè dabuntur: dividendo nempe sinus posterioris Medij per correspondentes sinus anterioris. Sic cùm refractio fit ex aëre in vitrum dicti sinus sunt ut $68 : 68\frac{1}{2} : 69$; et cùm fit ex aere in aquam sunt ut $90 : 90\frac{1}{2} : 91$: Ergo cùm fit ex aquâ in vitrum erunt ut $\frac{68}{90} : \frac{68\frac{1}{2}}{90\frac{1}{2}} : \frac{68}{91}$, hoc est ut $281 : 281\frac{1}{2} : 282$ ferè.

3. Si tertium aliquod Medium aëre densius postponatur Medio αβνμ, contingens illud in superficie νμ, quæ concipiatur plana ipsiisque AB et αβ parallela; Et si radij divergentes a puncto φ (sicut modò ostensum erat) in illud incident ad puncta L, M, et N; postquam in ijsdem refringuntur divergent rursus ab alio quodam puncto χ quod situm est in perpendiculo XG: Et sic præterea in infinitum, quotcunque licet Media parallelis planis ab invicem discreta sese ordine subsequantur. Quod si aér immediate succedat Medio αβνμ, punctum istud χ a quo emergentes radij tendunt situm erit ad V in ipsâ refringenti superficie, propterea quòd emergent paralleli ad summè obliquam lineam IX secundum quâm primùm incidebant ex aere, si modò emergere dicantur qui nunquam divaricabunt a refringenti superficie.

<91>

4. Si radij ab aliquo puncto F in aere sito divergentes, tendant ad puncta γ, δ, ε, pro more quem ad schema 24 explicui, et per varia deinde plana refringentia ipsiisque AB parallela transeant: semper divergent omnes ab eodem aliquo puncto quod situm est in perpendiculo planorum per punctum F transeunte, non secus quâm si incidissent in planum AB advenientes in obliquissimâ lineâ IX. Et longitudines radiorum punctis refringentibus dictóque perpendiculo interceptorum sunt ut sinus incidentiæ et refractionis ad singula plana quæ respectant. Quarum assertionum demonstrationes cùm facilè eruantur e prædictis, prætermino, nè nimius in hâc re videar. Et sic tandem absolvî quæ de legibus refractionum dicenda esse judicabam; in quibus prolixitatem aliquam materia postulavit. Nam omnia ferè de integro hic tractanda erant, idque sedulò, cùm totius Dioptrices scientia his legibus tanquam fundamentis innitatur.

[162][163] Quod reliquum est in ordine ad explicandas apparentias, quas Prismata exhibent dum objectis interponuntur, id protinus aggredior. Et quibus Philosophia Naturalis magis quâm Mathematica delicio est, licet hæc fortè supervacanea videantur, habito tantum ad enarrandam colorum genesin respectu: cùm tamen ad rem opticam necessariò pertineant, quatenus refractiones radiorum refrangibilitate differentium inter se conferri debent, non potui penitus omittere; et cùm a præsenti negotio non sint aliena, statui hic rebus magis Physicis innectere quò materiæ varietas interstrata tædium relevare possit. Primò itaque refractiones contemplabor in solitariâ superficie factas, deinde refractiones geminatas, quales radijs per inclinata duo plana prismatum transeuntibus eveniunt; ac demum aliqua de constructione oculi, et ejus ad visionem dispositione levitè attingam.

[164] De radiorum semel refractorum affectionibus: Et primò de similiter refrangibilibus agitur perfunctoriè.

Propositio 1. Incidentijs æqualibus, refractiones sunt æquales. Nam sinus æqualium incidentiarum sunt æquales (per 26: 1: Elementa), atque adeò sinus refractionum sunt æquales (per 14: 5: Elementa.) Et anguli (per 7: 6: Elementa). Et sic e contra Refractionibus æqualibus, æquales sunt incidentiæ.

Propositio 2. Incidentiâ majori, major est angulus refractionis. Nam sinus incidentiæ majoris est major (15 3 Elementa), et ergo sinus refractionis (14 5 Elementa), et angulus (15 3 Elementa). Similique ratiocinio constet e contra quod angulo refractionis majori, major convenit angulus incidentiæ.

Corollarium: Si majori incidentiâ minor sit refractio, aut contra: Id fit ob dissimilem refrangibilitatem.

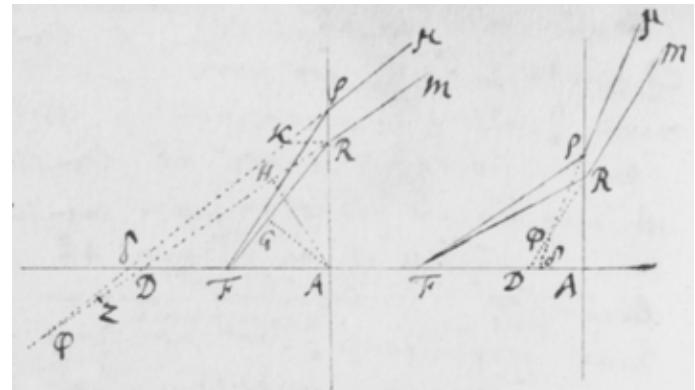
<92>

Propositio 3. Si radij homogenei FR, F ρ , manantes a puncto quodam lucido F, refringantur a qualibet plana superficie AR, eorum refracti RM, $\rho\mu$ ab invicem postea divergent. Nam ab F demittatur FA perpendicularis ad planum AR, et hinc inde producatur donec refractos radios retro-ductos secet in punctis D, ac δ : Eruntque RFA, ρ FA anguli incidentiae; et RDA, $\rho\delta$ A anguli refractionis. Iam cùm sit ang: ρ FA \parallel ang RFA (ex constructione,) erit etiam ang $\rho\delta$ A \parallel RDA (per propositionem 2 praecedentem:) Atque adeò

ang: $\delta\rho A \parallel$ ang: DRA (per propositionem 32 libri 1

Elementorum, et axioma 17) hoc est $\delta\rho A + DR\rho \parallel 2$

rectis. Sed radij RD et $\rho\delta$ ad eas partes concurrent ubi sunt anguli duobus rectis minores (per axioma 13: 1 Elementa), hoc est ad partes versus punctum F; et proinde ad alteras partes versus M et μ tendentes, ab invicem divergent. Q.E.O.



Scholium: Si angulus $R\varphi$, quem refracti radij comprehendunt ponatur esse infinitè parvus, punctum istud φ erit limes disteminans intersectiones radiorum utrinque jacentium, quas cum radio $R\varphi$ vel $\varphi\rho$ efficiunt: Ita scilicet ut cùm refractio fit e Medio rario in densius, radiorum ad partes puncti R adversus A incidentium refracti secabunt radius φR ad partes puncti φ adversus R, et incidentium inter A et R refracti eundem φR secabunt inter φ et R. E contra verò cùm refractio fit e densiori Medio in rarius, incidentium ad partes ipsius φ adversus R refracti secabunt præfatum φR inter φ et R, et incidentium inter R et A refracti secabunt ad partes ultra φ sive ab R remotas. Porrò cum intersectiones, quas radij utrinque cum $\varphi\rho$ efficiunt, sint eò densiores quo sunt viciniores puncto φ ac in illo puncto densissimæ: istud itaque φ pro foco radij φR habendum est sive pro loco imaginis illuc per refractionem translatæ; habitu scilicet ad eos solummodo radios respectu qui jacent in plano FAR, quod refringenti plano perpendiculariter insistit, transitque <93> per punctum radians F. Nam alij refracti quorum incidentes jacent in alijs planis per puncta F et R transientibus et obliquis ad refringens planum, radius $R\varphi$ nec in puncto φ , nec ullibi omnino secabunt, si eos solummodo excipias quorum incidentes jacent in superficie conicâ cuius axis est AF, vertex F, et semi-angulus AFR: utpote qui omnes præfatum $R\varphi$ in puncto D secabunt, quod in axe FA sit positum. Et hujus itaque $R\varphi$ centra radiationis præcipue sunt duo, alterum φ a refractis jacentium in plano FAR effectum, et alterum a refractis jacentium in conicis superficiebus axe DFA angulisque AFR, ADR descriptis. Ad reliquos autem radios quod attinet, aliter circa FR quaquaversum positos, eorum refracti maximè appropinquant radio $R\varphi$ alicubi inter D et φ . Adeò ut respectu oculi per cuius pupillæ centrum radius RM transit, locus imaginis per totum spatium φD diffundi debeat. Vel potiùs cùm spatium φD sit unici tantùm puncti F imago, debemus unicum aliquod in eo punctum quod lucis omnis ab eo versus oculum pergentis meditullum occupet, inter puncta D et φ in mediâ circiter distantiâ interjacens, pro sensibili imagine statuere. Puncti verò illius accurata determinatio, cùm omnium radiorum ab F versus oculi pupillam refractorum habenda sit aestimatio, problema solutu difficillimum præbebit nisi Hypothesi alicui saltem verisimili, si non accuratè veræ innitatur assertio. Quemadmodum cùm radij æquè multi a termino D, alijsque vicinis punctis, ac a termino φ alijsque punctis similiter sibi vicinis versus oculum videantur profluere: locus imaginis ita debet in medio istorum terminorum statui, ut angulus quem radij duo a D et φ ad idem quodpiam pupillæ punctum convergentes includunt, a radio ab illo visionis loco ad idem pupillæ punctum pergente quām proximè semper bisecetur. Quā Hypothesi admissâ nihil aliud agendum est, quām ut fiat $M\varphi + MD \cdot MD :: \varphi D \cdot DZ$, et erit Z locus visionis puncti F quæsus; posito nempe quod M sit locus oculi. Nam cùm ponatur $M\varphi + MD \cdot MD :: \varphi D \cdot DZ$, erit divisim $M\varphi \cdot MD :: \varphi Z \cdot DZ$. Et proinde ductis tribus lineis a φ , D, et Z ad M vel potiùs ad punctum quodpiam huic M indefinitè vicinum, angulus quem externæ duæ continent, ab interacente lineâ (per 3. 6. Elementa) <94> quām proximè semper bisecabitur. Cæterū nè puncti φ positio gratis assumatur, placet illud insuper sequenti Methodo determinare, præsertim cùm in hâc re videatur præcipuum.

Normalibus AG, AH a puncto A in radios dimissis, alterâ AG in incidentem radius FR et alterâ AH in refractum DR, factoque $FG \cdot DH :: RF \cdot R\varphi$; punctum φ erit locus objeccti F post refractionem visi habitu unicè ad radios in plano FAR jacentibus respectu. Scilicet cùm hoc punctum sit limes per interpositionem dirimens ac distinguens intersectiones radiorum utrinque positionum, nè longâ propositionum serie ad hoc demonstrandum opus sit, illorum intersectiones finitis intervallis ab RD distantium vix respiciam, sed radij tantùm indefinitè propinquissimi intersectionem speculando determinabo propositum, siquidem ea ipsa (ut jam dictum est) sit punctum φ , quod quæritur. Et nè demonstratio hæc, quæ (dum nullis ferè fundamentis præmonstratis innititur) longiuscula futura est, vos itaque tædio afficiat, lubet ut in partes aliquot sive conclusiones distinguatur.

Dico igitur imprimis quòd positis quorumlibet uniformium radiorum FR, F ρ , refractis RD, $\rho\delta$ secantibus perpendiculum FA in D ac δ : $R\rho \cdot D\delta :: \frac{FR^q}{AR+A\rho} \cdot \frac{DR^q-FR^q}{AD+A\delta}$. In præcedentibus enim ostensum est (sectio 120) quòd FR & RD sunt ut sinus incidentiæ et refractionis, et sic F ρ ad $\rho\delta$ habebit eandem rationem. Quare terminos quadrando erit $FR^q \cdot RD^q :: F\rho^q \cdot \rho\delta^q$ et per conversam rationem $FR^q \cdot RD^q - FR^q :: F\rho^q \cdot \rho\delta^q - F\rho^q$. rursus per conversam rationem, subintellectâ tamen permutatione, fit

$$FR^q \cdot RD^q - FR^q :: F\rho^q - FR^q \cdot \rho\delta^q - F\rho^q - RD^q + FR^q .$$

Est autem $F\rho^q - FR^q$ (per sectionem 119)

$$= A\rho^q - AR^q = R\rho^q + R\rho \times 2AR = R\rho \times \overline{AR + A\rho} .$$

Est etiam $\rho\delta^q - F\rho^q = A\delta^q - AF^q$ &

$$RD^q - FR^q = AD^q - AF^q, adeoque $\rho\delta^q - F\rho^q - RD^q + FR^q = A\delta^q - AD^q = D\delta \times AD + A\delta$. Quare est$$

$$FR^q \cdot RD^q - FR^q :: R\rho \times AR + A\rho \cdot D\delta \times AD + A\delta .$$

Et applicando antecedentes ad $AR + A\rho$ et consequentes ad $AD + A\delta$ prodit $\frac{FR^q}{AR+A\rho} \cdot \frac{RD^q-FR^q}{AD+A\delta} :: R\rho \cdot D\delta . Q.E.O.$

Porrò si radiorum FR, F ρ distantia sit indefinitè parva: Dico quod erit $AD \times FR^q \cdot AR \times \overline{RD^q - FR^q} :: R\rho \cdot D\delta$. Tunc enim segmenta R ρ , D δ pro infinitè parvis <95> habenda sunt, sive linæ AD, A δ , ut et AR, A ρ pro infinitè parùm differentibus, hoc est pro æqualibus. Evadit ergo $AR + A\rho = 2AR$, et $AD + A\delta = 2AD$. Et sic vice proportionis jam ante ostensæ oritur $\frac{FR^q}{2AR} \cdot \frac{AD^q-FR^q}{2AR} :: R\rho \cdot D\delta$. Sive multiplicando priorem rationem per $2AR \times AD$, est $AD \times FR^q \cdot RD^q - FR^q \times AR :: R\rho \cdot D\delta$.

Tertiò dico, quod est $AD^q \times FR^q \cdot AR^q \times RD^q - AR^q \times FR^q :: R\varphi \cdot D\varphi$. Nam erectâ RK ad AR normali, quæ secet radius $\rho\mu$ in K: est $A\rho \cdot A\delta :: R\rho \cdot RK$, sive $AR \cdot AD :: R\rho \cdot RK$, siquidem A ρ et AR, nec non A δ et AD pro infinitè parùm differentibus habentur. Et priori ratione per $AD \times FR^q$ multiplicatâ divisâque per AR orietur $AD \times FR^q \cdot \frac{AD^q \times FR^q}{AR} :: R\rho \cdot \rho K$. Quamobrem cùm supra inventum est

$$AD \times FR^q \cdot AR \times RD^q - AR \times FR^q :: R\rho \cdot D\delta ,$$

si utriusque permutatio subintelligatur, patebit esse $\frac{AD^q \times FR^q}{AR} \cdot \rho K :: AR \times RD^q - AR \times FR^q \cdot D\delta$. et multiplicando per AR permutoque fit

$$AD^q \times FR^q \cdot AR^q \times RD^q - AR^q \times FR^q :: \rho K \cdot D\delta .$$

Est autem $\rho K \cdot D\delta :: R\varphi \cdot D\varphi$. Quare et

$$AD^q \times FR^q \cdot AR^q \times RD^q - AR^q \times FR^q :: R\varphi \cdot D\varphi .$$

Dico denique Quòd est FG . DH :: RF . R φ . Nam cùm sit $AD^q \times FR^q \cdot AR^q \times RD^q - AR^q \times FR^q :: R\varphi \cdot D\varphi$, erit divisim $AD^q \times FR^q \cdot AD^q \times FR^q - AR^q \times RD^q + AR^q \times FR^q :: R\varphi \cdot RD$. At est $AD^q \times FR^q - AR^q \times FR^q = DR^q \times FR^q$, et $DR^q \times FR^q - AR^q \times RD^q = DR^q \times AF^q$. Quare $AD^q \times FR^q \cdot DR^q \times AF^q :: R\varphi \cdot RD$. Ductisque extremis et medijs in se invicem fit

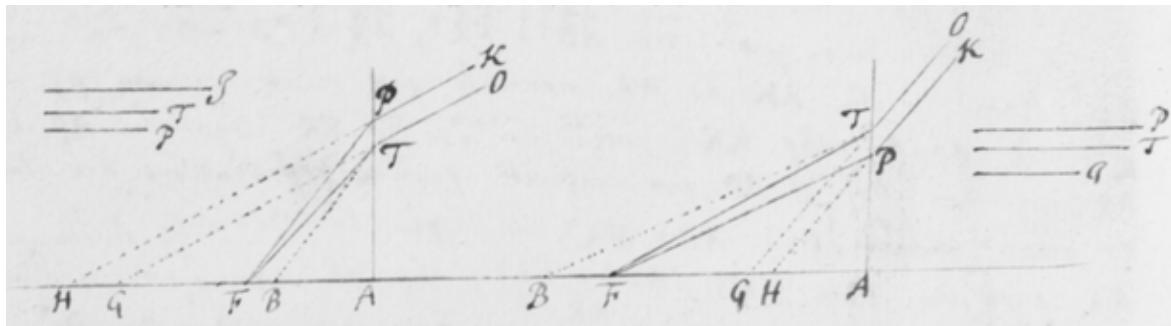
$$AD^q \times FR^q \times RD = DR^q \times AF^q \times R\varphi .$$

et applicando ad $FR \times DR^q$ oritur $\frac{AD^q \times FR}{DR} = \frac{AF^q \times R\varphi}{FR}$. Quo in proportionalitatem resoluto prodit $\frac{AF^q}{FR} \cdot \frac{AD^q}{DR} :: FR \cdot R\varphi$. Sed (per 8. 6. Elementa) est $FR \cdot AF :: AF \cdot FG$; ut et $DR \cdot AD :: AD \cdot DH$ et proinde $\frac{AF^q}{FR} = FG$ et $\frac{AD^q}{DR} = DH$, atque adeò $FG \cdot DH :: FR \cdot R\varphi$. Q.E.D.

[165]Sed videor actum agere, et his itaque paucis circa radios homogeneos in gratiam sequentium obiter notatis, ut eorum penitior cognitio habeatur, Lectiones, quas Vir Reverendus D^r Barrow de ijs fusè composuit, consulendas esse moneo, dequé heterogeneis sive dissimiliter refrangibilibus radijs pergo actutūm disserere.

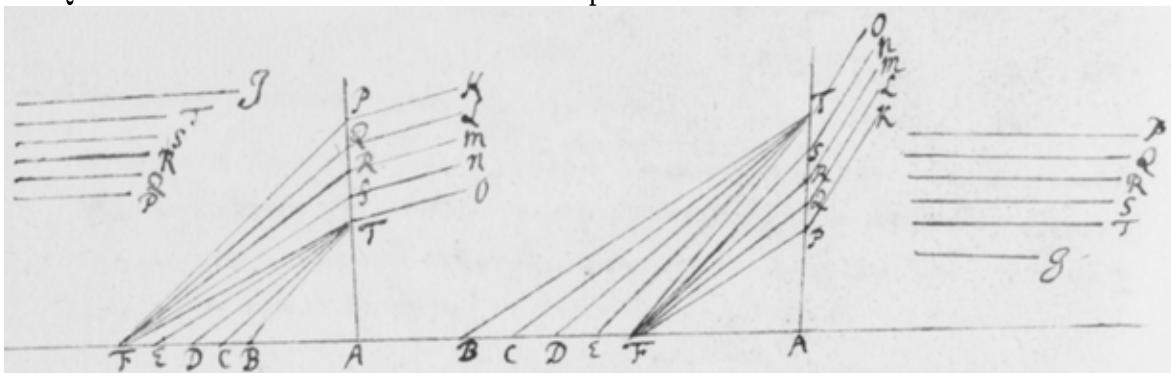
[166]Propositio 4. Si radij heterogenei manantes a puncto quodam lucido refringantur a qualibet planâ superficie, eorum refracti possunt esse parallelî vel convergentes æquè ac divergentes. Cæterùm placet, ut ad magis particularia descendam a quibus veritas hujus patebit. Et cùm a sinibus incidentiæ et refractionis diversorum generum radiorum ratiocinia pendebunt; posito quòd similiter <96> incidentium communis sinus incidentiæ brevitatis gratiâ vocetur I, sinum refractionis purpuriformium nominabo P, cœruliformium Q, viridiformium R, flaviformium S, et rubiformium T.

Propositio 5. Si sit FT radius extremè rubiformis, ac TB subtendens angulum TAF ducatur ut sit T . P :: FT . TB, et agatur FP huic TB



parallela, quæ concipiatur esse radius extremè purpuriformis: Dico quod radiorum $F\varphi$ et FT refracti PK ac TO erunt paralleli. Nam radijs PK TO retrorsum ductis donec secent FA in H ac G , erit $I \cdot T :: TG \cdot TF$ ^{a[167]}. Et præterea cùm $T \cdot P :: TF \cdot TB$ ^{b[168]}, erit ex æquo $I \cdot P :: TG \cdot TB$. Sed est $I \cdot P :: PH \cdot PF$ ^{a[169]}. Ergo $TG \cdot TB :: PH \cdot PF$. Atque adeo cùm TB et PF sint parallelæ ^{b[170]}, erunt etiam TG et PH parallelæ ^{c[171]}. Q.E.O.

Propositio 6. Eodem modo pateat quod innumeri radij intermediarum possunt ita duci inter FP , et FT ut eorum refracti fient ipsis PK ac TO paralleli. Quo posito dico quod illi radij prout a rubidine ad purpuram succedunt, hoc est prout sunt magis ac magis refrangibiles, incident in punctis a P usque ad T continuò successivis. Sic verbi gratiâ fiat $P \cdot Q \cdot R \cdot S \cdot T :: TB \cdot TC \cdot TD \cdot TE \cdot TF$. Et ipsis



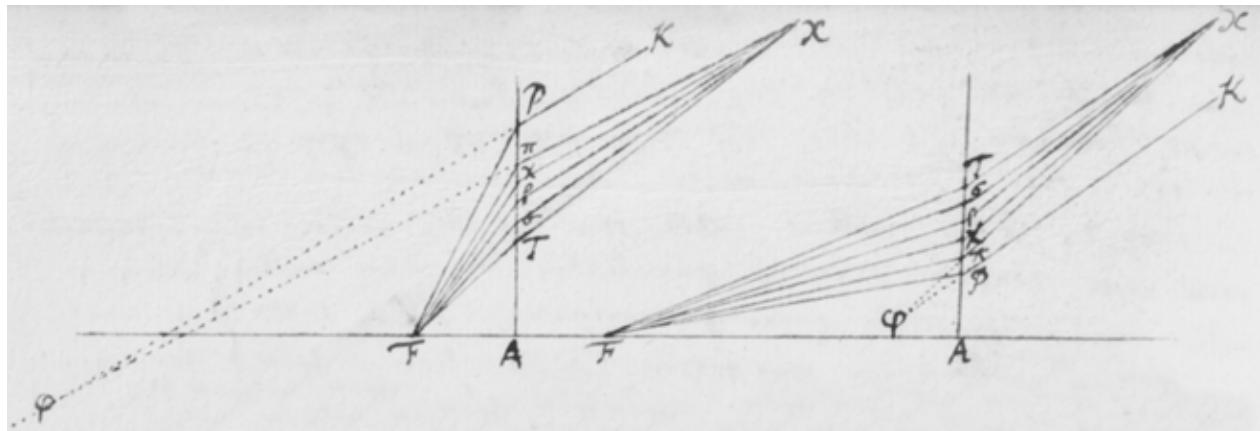
TB , TC , TD ac TE ducantur parallelæ FP , FQ , FR , FS quæ, unà cum FT priùs ductâ concipientur esse radij coloribus quinque insignioribus purpureo cœruleo{,} viridi{,} flavo et rubeo tinti, et constabit e præcedenti propositione quod eorum refracti PK , QL , RM , SN , TO erunt paralleli: Sed cùm P , Q , R , S ac T ferè sint in Arithmeticâ vel potiùs in Geometricâ proportione, aut saltem sese gradatim superant longitudine, eò quòd sunt sinus refractionum ab invicem <97> gradatim differentium: sequitur quod TB , TC , TD , TE , TF sese etiam longitudine gradatim superabunt, et proinde jacebunt in ordine nominato; et ideò FP , FQ , FR , FS et FT jacebunt in eodem ordine.

Propositio 7. Radij nullius extra spatium PT incidentis, refractus potest esse præfatis refractis parallelus: siquidem nullus datur radius magis refrangibilis quàm purpuriformis FPK supponitur, nec minùs refrangibilis quàm rubiformis FTO . Nam si talis refractus ponatur esse ipsi PK cæterisque parallelus; vel incidet ad partes juxta P et sic erit magis refrangibilis quàm FPK ob eandem rationem quàm FPK sit magis refrangibilis quàm FQL ; vel incidet ad partes juxta T et sic erit minùs refrangibilis quàm FTO ob eam rationem, qua FTO sit minùs refrangibilis quàm FSN : contra Hypothesin.

Scholium: Verùm hic et in posterum notandum est quòd colorum extremitates nullibi exactè definiuntur, sed insensibili diminutione paulatim deficiunt: adeò ut haud facile sit dicere quis sit eorum terminus vel quanta sit maxima et minima radiorum refrangibilitas. Sed habitu ad experimenta et frequentes colorum apparentias respectu, convenit ut eos solummodò radios consideremus quorum numerus et vigor tantus est ut facile sentiantur, cæteris ad extremitates summas non adnumeratis. Et sic in præcedentibus calculis, ubi determinavimus esse $T \cdot P :: 68 \cdot 69$, cùm refractio fit ex vitro in aerem; ponimus T , et P esse sinus extimorum radiorum, quorum numerus est tantus, ut liquidò feriant sensus; non autem radiorum qui in extremitate summâ tam pauci sunt, ut vix aut nullo modo sentiantur, et ideò non digni ut in aestimationem veniant. Verùm tamen sive illi solùm radij considerentur, quorum copia tanta est ut facilè sentiantur, sive etiam alij adhuc exteriores; semper supponimus P designare sinum refractionis extemorum, qui considerantur ad extremitatem purpuream, ac T sinum eorum ad rubram: hoc est supponimus P designare sinum maximè refrangibilem ex omnibus, qui considerantur, ac T sinum eorum qui ponuntur minimè omnium refrangibiles. Atque has duas radiorum species in præcedentibus potiùs vocavimus extremitates purpuriformes et rubiformes, eo quòd sunt omnium colorum extremitates, cùm intensissima

sive perfectissima purpura et rubedo non in summis extremitatibus sed circa meditullum purpuræ et rubedinis cernantur.

<98>



Propositio 8. Radij extremè purpuriformis $F\pi$ intra spatium PT incidentis refractus πX converget ad TX refractum radij FT extremè rubiformis et alicubi ultra refringentem superficiem secabit puta ad X. Nam cùm FP et $F\pi$ sint homogenei a[172], eorum refracti PK, πX divergent ab aliquo puncto velut φ quod citra refringentem superficiem locatum est b[173]. Ergo anguli $\varphi P\pi + \varphi \pi P$ c[174], hoc est anguli $XT\pi$ d[175] + $X\pi T$ e[176] sunt minores duobus rectis. Quibus angulis ultra refringentem superficiem jacentibus, etiam πX ac TX concurrent ultra f[177]. **

**

Propositio 10. Radius intermedij generis cuius refractus transit per dictum punctum X, incidet in refringentem superficiem inter π ac T. Non enim incidet in punctum π , quia tunc eandem refractionem pateretur ac radius intensè purpuriformis, contra Hypothesin quòd sit intermedij generis. Neque incidet extra dictum π versus P quia tunc deberet esse magis refrangibilis quàm præfatus ille purpuriformis FP a[178], habens nempe minorem angulum refractionis ad majorem angulum incidentiæ; Id quod adhuc magis hypothesi contradicit. Et simili discursu patebit etiam, quòd in punctum T vel extra illud ad partes ipsi P adversas non potest incidere. Restat ergo ut transeat inter π ac T.

** Propositio 9. Omnes radij ab F ad X refracti jacent in eodem plano FAX. Nam planum in quo radius incidens et ejus refractus jacent, semper perpendicularare est ad planum refringens: Sed nullum perpendicularare planum transit per puncta F et X praeter FAX. Ergo omnes radij ab F ad X refracti jacent in isto plano.

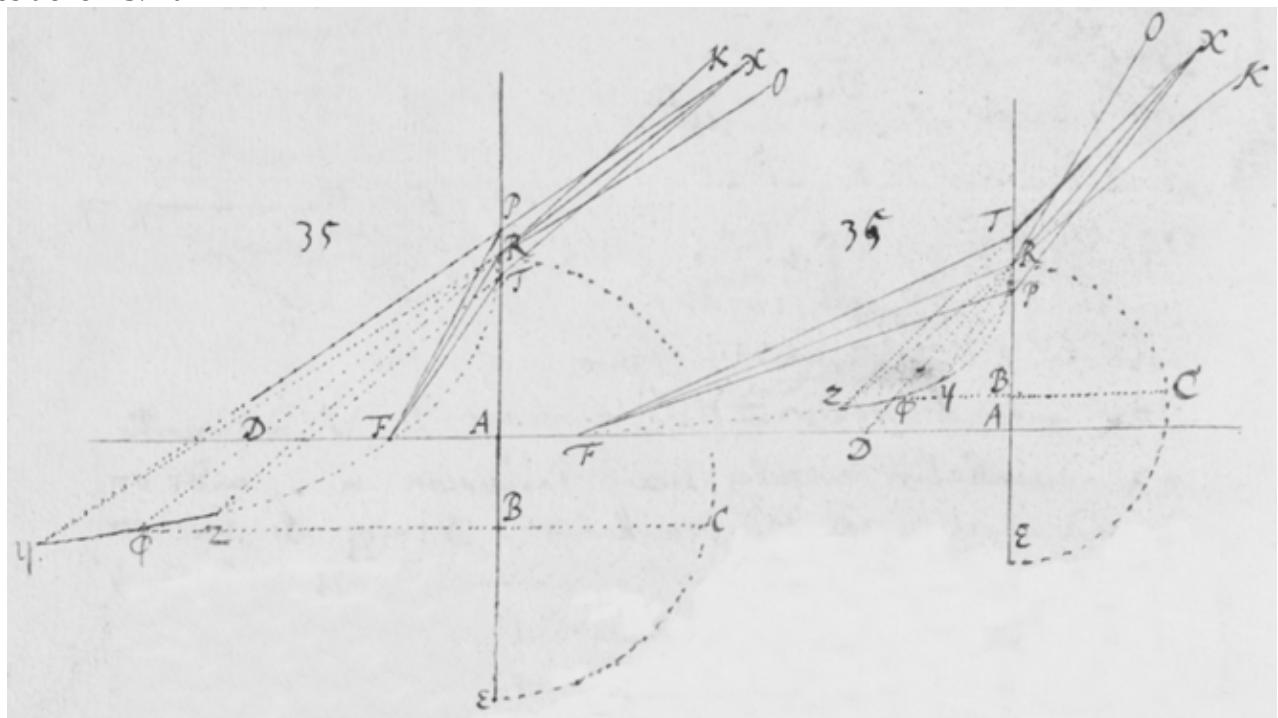
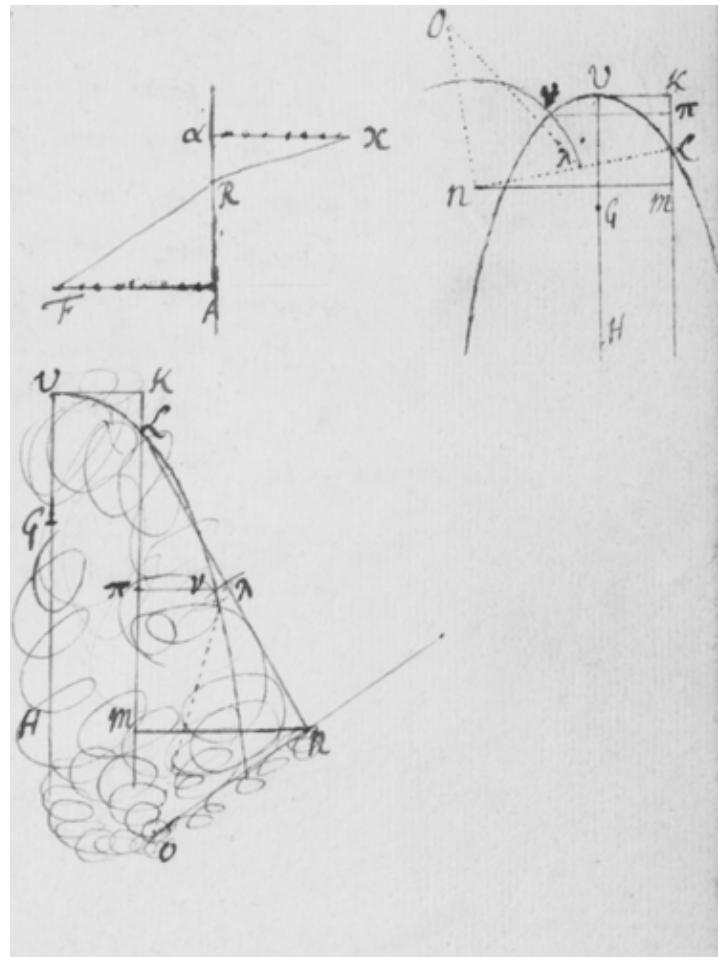
Propositio 11. Heterogenei radij quorum refracti transeunt per dictum X, cadent in spatium PT in eodem ordine in quo colores eorum sibi invicem a purpurâ ad rubedinem succedunt. Ponatur enim quod cæruliformis radius incidat ad χ , et cùm viriditas sit color inter <99> cœruleum et rubeum intermedius, eodem modo constabit quòd viridiformis radius cadet inter χ ac T, quo ostensum est in præcedenti propositione quod radius quilibet intermediorum generum debeat inter π ac T incidere. Cadat itáque ad ρ . Et cùm flavedo sit color viridi et rubeo interveniens, eodem quo dictum est modo constabit quòd flaviformis radius cadet inter ρ ac T puta ad σ . Atque ita deinceps{.}

Si jam desideretur, ut ex datis punctis F et X, angulus TX π determinetur: quo id perficiam convenit, ut problema sequens more Lemmatis exponatur.

Problema. Dato puncto planum refringens irradiante, et alio etiam punto, per quod refractus radius debet transire, positio radiorum, sive refringens punctum quæritur. Sit F punctum radios ejaculans, et R punctum ubi radius refrangi debeat ut postmodum transeat per datum X. Ab ijsdem F et X normales FA, et X α ad refringens planum demittantur. Et facto $\sqrt{II - RR} . I :: AF . VG$, cum latere recto VG seorsim describatur Parabola Conica VLy, cuius vertex sit V, et axis VGH. Deinde ad axem erigatur a vertice normalis $VK = \frac{1}{2} A\alpha$ et agatur KM ad axem parallelia, quæ secet Parabolam in L, et capiatur LM ejus longitudinis, ut sit $II - RR . RR :: \frac{\alpha X^2}{2VG} . LM$. Eique perpendiculariter insistens ad M ducatur MN, ut sit $VG . VG + LM :: A\alpha . MN$, jungaturque LN et ad ipsam erigatur normalis NO = $A\alpha$, et in angulo ONL inscribatur O λ = NL, centróque N et intervallo N λ describatur circulus, secans Parabolam in v, unde vt perpendiculariter ad LM demittatur. Denique si huic vt sumatur AR æqualis, erit R quæsitum punctum refractionis, quod radios FR, et RX positione determinat. Q.E.F{.}

Cæterùm cùm hoc idem Problema a Doctore Barrow in Lectione 5 rerum Opticarum eleganter solutum extet, potestis illum consulere, et ideò demonstrationem hujus constructionis <100> brevitatis gratiâ prætermitto. Hoc autem sic præmisso, problematis priùs propositi solutio fit palam . Nempe ut angulus TX π e datis F et X determinetur nihil aliud agendum est, quàm ut ope problematis jam modò constructi, duo radij cum refractis suis ducantur alter FTX extremè rubriformis, et alter F π X extremè purpuriformis, qui ab F manantes, postquam refracti fuerint, transeant per X.

Scholium: Verùm enim cùm anguli hujus π XT determinatio eò spectet, ut noscatur quanta sit objectorum mediante refractione visorum propter inæquales absimilium radiorum refractiones confusio, perque quantum spatium colores inde emergentes extenduntur (quemadmodum pateat concipiendo F esse punctum lucidum quod oculo in X existente per totum angulare spatium π XT dilatatum ac diffusum appareat:) placet insuper modum ostendere quo quantitas ejus uno intuitu pro quavis puncti X sive oculi a refringenti superficie distantiâ præter propter innotescat, puncto F manente determinato. Concipiatur itáque quòd a dicto F ad idem quodpiam refractivæ superficie punctum R, radij omnium formarum incident, quorum extremè rubriformis refringatur versus K et purpuriformis versus O: et radijs hisce retroactis, exquirantur eorum foci, sive puncta Y et Z a quibus radij ejusdem formæ ambobus utrinque vicinissimi divergunt; per Scholium ad Propositionem 3. Tum



ducto etiam RX refracto radij viridiformis similiter incidentis ab F ad R: dico quòd ubicunque sumatur punctum X in lineâ novissimè ductâ RX, rectæ XY XZ abinde ad puncta Y et Z ductæ comprehendent angulum YXZ quàm proximè aequalem angulo quæsito <101> PXT, extra quem radij pene nulli a puncto F ad punctum X refracti divaricant. Nam cum Y sit focus sive punctum istud a quo radij intensè purpuriformes refracti divaricant qui ab F manantes jacent ex utraque parte radij FRO sibi vicinissimi; Et cùm FPX sit ejusmodi radius: ejus itaque refractus PX tendet ab eo punto Y, aut saltem ab alio quodam punto in lineâ RY sito, quod ipsi sit valdè propinquum; siquidem is admodum vicinus est radio FRO licet non omnium vicinissimus. Et simili ratione pateat quod radij FT extremè rubriformis refractus TX penè tendit a punto Z quod focus est radij RK. Atque adeò constat quòd

angulus YXZ quam-proximè adæquatur angulo PXT extra quem nulli radij punctis F et X interjecti divaricant. Q.E.O.

Adhæc si describatur linea quædam curva $Y\varphi Z$ in quâ foci radiorum jacent secundum lineam FR incidentium et ita refractorum in punto R ut per totum angulum KRO divaricent: ista curva $Y\varphi Z$ non malè assimilabitur objecto lucido cuius angulus visibilis ad oculum in X situm, sit YXZ, et distantia ab eodem oculo ad meditullium ejus æstimata, φX . Sed notum est quòd visibilium apparentes magnitudines penè sunt reciprocè ut eorum distantiae: Atque adeò longitudines φX penè sunt reciprocè ut anguli YXZ. Instantiæ gratiâ, cùm punctum X in ipsâ refringenti superficie ad R existit apprens longitudo ipsius YZ, erit angulus YRZ sive KRO. Est ergo $\varphi X \cdot \varphi R :: \text{ang } KRO \cdot \text{ang } PXT$. Quare punto φ semel invento, (faciendo nempe quod sit $\frac{AF^q}{FR} \cdot \frac{AD^q}{DR} :: FR \cdot R\varphi$. a[179]) angulus PXT definiens amplitudinem apparentem lucis a punto PXT refractæ facilè determinatur pro qualibet positione puncti X in linea RX ad arbitrium assumpti.

Ex his palam est, quòd quo longius punctum X distat ab R eò minor est angulus KRO et quod nullus est cum X cadit ad infinitam distantiam, maximus autem cùm in ipsâ refringenti superficie cadit, quemadmodum ad R.

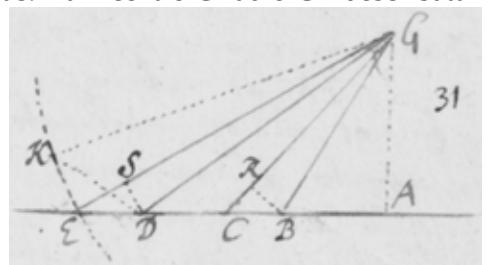
Cæterùm curva prædicta in quâ radiorum omnis generis in punto R refractorum radiationum centra locantur est Cissois vulgaris sive Dioclea, circulo accommodata cujus diameter $<102>$ RE est ad AR ut FR^q ad AF^q . Nam super diametro RE descripto circulo isto RCE, agatur quævis recta φBC normalis ad RE, circuloque in C et curvâ in φ terminata. Et propter analogia latera similiū triangulorum RAD, RB φ , erit

$$AD^q \cdot AR \times DR :: B\varphi^q \cdot BR \times \varphi R. \text{ Et applicando posteriorem rationem ad } BR \text{ fiet } AD^q \cdot AR \times DR :: \frac{B\varphi^q}{BR} \cdot \varphi R.$$

Rursusque ducendo consequentes rationes in $R\varphi$ et applicando ad AR orietur $AD^q \cdot DR \times R\varphi :: \frac{B\varphi^q}{BR} \cdot \frac{R\varphi^q}{AR}$. Est autem $\frac{AF^q}{FR} \cdot \frac{AD^q}{DR} :: RF \cdot R\varphi$ ut priùs, et consequentibus in DR atque antecedentibus in FR ductis, oritur $AF^q \cdot AD^q :: FR^q \cdot DR \times R\varphi$ et vicissim $AF^q \cdot FR^q :: AD^q \cdot DR \times R\varphi$. Quamobrem rationes eidem tertiae congruentes connectendo, habebitur $\frac{B\varphi^q}{BR} \cdot \frac{R\varphi^q}{AR} :: AF^q \cdot FR^q$, ducendóque antecedentes rationes in BR et consequentes AR prodibit $B\varphi^q \cdot R\varphi^q :: AF^q \times BR \cdot FR^q \times AR$ et insuper applicando posteriorem rationem ad AF^q fiet $B\varphi^q \cdot R\varphi^q :: BR \cdot \frac{FR^q \times AR}{AF^q}$. {} Sed cum posuerim $RE \cdot AR :: FR^q \cdot AF^q$ erit $\frac{FR^q \times AR}{AF^q} = RE$, et proinde $B\varphi^q \cdot R\varphi^q :: BR \cdot RE$. ac divisim $B\varphi^q \cdot R\varphi^q - B\varphi^q (BR^q) :: BR \cdot BE$. Atqui ex naturâ circuli est BC media proportionalis inter BR et BE adeóque est $BR \cdot BE :: BR^q \cdot BC^q$ et proinde $B\varphi^q \cdot BR^q :: BR^q \cdot BC^q$ sive $B\varphi \cdot BR \cdot BC :: {}$. Quod indicat curvam esse Cissoidem sicut ostendendum proposui.

[180] Præcedentia prælibavi ut de modo constaret quo radij difformes ab eodem punto divergentes possint ab unicâ planâ superficie sic refringi ut ad aliud punctum puta centrum oculi fiant postea convergentes: in quâ re fundatur genesis colorum conspicuorum trans prismata, ut facilè deprehendi potest, et posthac fusiùs explicabitur. Quinetiam ut angulus quem ejusmodi convergentes radij efficiunt promptè noscatur indicavi, adeò ut cuiquam liceret doctrinam a nobis prolatam cum observationibus sensuum in ejusmodi minutis conferre. Et in hunc finem placuit jam alia his agnata subjungere, quæ obliquitas incidentium radiorum aut Mediorum densitas varia subministret. Imprimis verò Lemma unum atque alterum præsternam.

[181] Lemma 1{} Quatuor lineis GB, GC, GD, GE (figura 31{}) a dato punto G ad datam lineam EB ita ductis ut sit $GB \cdot GC :: GD \cdot GE$: angulus BGC quem minima GB, cum alterutrâ intermediarum GC constituit, major est quâ angulus DGE ab alterâ $<103>$ intermediâ GD et maximâ GE constitutus. Nam centro G radio GE describatur circulus EK et radius GK ducatur constituens angulum DGK æqualem angulo BGC, et puncta K D jungantur: eruntque triangula GDK, GBC similia propter æquales angulos ad G et latera circa illos proportionalia a[182], nempe $GB \cdot GC :: GD \cdot (GE)$ GK Quare ang KDG = ang CBG, sed ang EDG \parallel CBG b[183]. Ergo linea KD \parallel ED c[184], et ang KGD \parallel ang EGD d[185]; hoc est ang CGB \parallel ang EGD. Q.E.D.



Lemma 2. Positis istis angulis infinitè parvis, ac GA perpendiculari ad lineam EB demissâ: erit
ang: KGD . ang CGB :: BA . DA . A punctis enim B ac D ad lineas GC, GE demittantur normalia BR ac DS, et erunt anguli præfati ad se invicem ut est $\frac{DS}{DG}$ ad $\frac{BR}{BG}$, ponendo nempe lineas istas BR ac DS æquipollentes esse arcubus infinitè parvis quibus anguli illi subtenduntur. Est autem BG . CG :: DG . EG ex Hypothesi ac dividendo

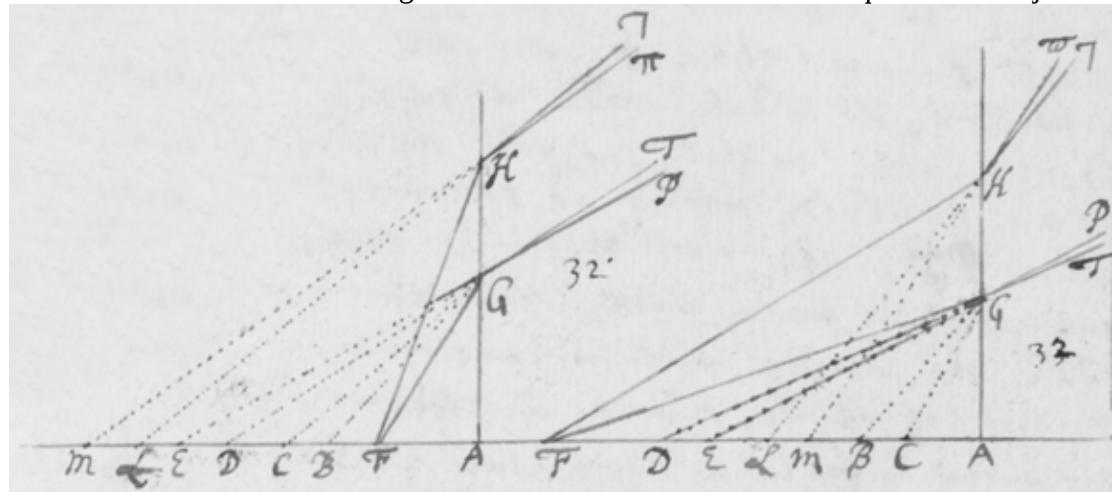
BG . CR :: DG . ES. permutandóque BG . DG :: CR . ES. Item propter similia triangula BAG, CRB est BA . AG :: CR . BR, et pari ratione EA vel DA . AG :: ES . DS sive AG . DA :: DS . ES. Quamobrem addendo rationes æquales est BA . AG + AG . DA (:: BA . DA) :: CR . BR + DS . ES (et permutatis terminis posteriore rationum) :: CR . ES + DS . BR (et æquipollenti ratione pro CR . ES substitutâ) :: BG . DG + DS . BR (terminisque ad invicem vicissim applicatis) :: $\frac{DS}{DG} \cdot \frac{BR}{BG}$. Est itaque BA . DA :: $\frac{DS}{DG} \cdot \frac{BR}{BG}$, hoc est, ut angulus EGD ad angulum CGB. Q.E.D.

[186] Propositio 11. Heterogeneis radijs secundum eandem lineam incidentibus, quo obliquior est eorum incidentia cæteris paribus eo major erit differentia refractionis. In figuris 32 et 33 sit FG linea secundum quam duo radij incidunt, quorum alter

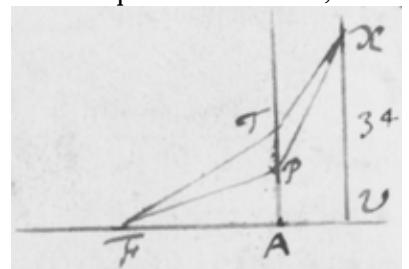
purpuriformis refringitur versus P, et alter rubiformis versus T, eritque angulus PGT differentia refractionis. Item sit FH linea obliquior quam FG et secundum hanc alij duo ejusmodi radij incident quorum <104>

purpuriformis versus π et rubiformis versus τ refringitur, et similiter erit angulus $\pi H \tau$ eorum

differentia refractionis. Dico jam quòd $\text{ang } \pi H \tau \sqcap \text{ang } PGT$. Demittatur enim FA ad refringens planum linea normalis, quæ refractos radios retro-actos in D, E, L et M secet. Et ad hanc a puncto G ducantur lineæ duæ GB, GC ipsis HL et HM parallelæ. Iam cùm tres lineæ GF, GD, GE (ex naturâ refractionis ante descriptâ) sunt in ratione datâ a[187], et alteræ tres HF, HL, HM in eâdem ratione a[188]: proportionales erunt HL . HM :: GD . GE. Sed est HL . HM :: GB . GC, propter similia triangula LMH et BCG. Quare GB . GC :: GD . GE. Adeoque $\text{ang } BGC \sqcap \text{ang } DGE$ per Lemma 1. Hoc est $\text{ang } LHM \sqcap \text{ang } DGE$. Sive $\text{ang } \pi H \tau \sqcap \text{ang } PGT$. Q.E.D.



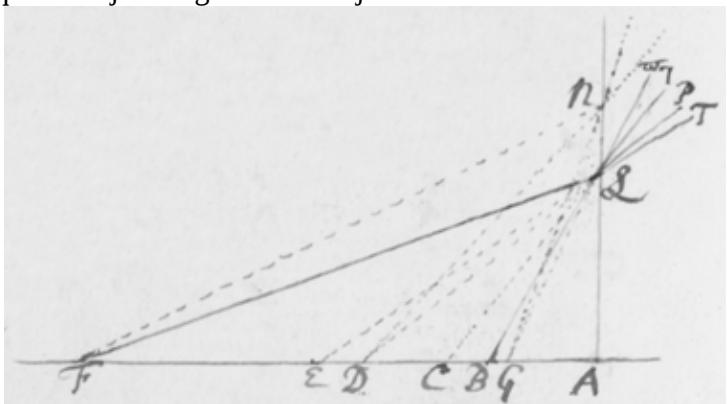
Scholium: Propositio etiam valet de radijs heterogeneis secundum parallelas lineas incidentibus; Imò et quodammodo valebit cùm incidentia fit secundum lineas inclinatas, ita quidem ut a puncto divergentes refringantur versus aliud punctum. Quemadmodum in figura 34 si linea quævis VX ducatur refringenti superficie AP parallela, quæ secet perpendicularum ejus FA in V; et FPX, FTX, duos dissimiliter refrangibiles radios a dato puncto F ad quodpiam punctum X in recta VX refractos designant: summa angulorum PFT et PXT pro differentia refractionis habenda est, quæ quidem summa eo major evadet quo radij incident obliquiores, hoc est quo punctum X longius ab V distet. Scilicet angulus PXT qui in rariori Medio existit augebitur ad certum usque terminum, et postea perpetuò diminuetur, donec X ad infinitam usque distantiam amoveatur. At alter angulus PFT in Medio densiori existens ita augebitur in perpetuum, ut utriusque simul sumpti summa etiam semper augeatur. Præterea si punctum X in datâ rectâ ad superficiem AP normali indeterminatum existat, quo radij obliquius incident, hoc est quo punctum X proprius ad superficiem accedit, angulus quidem PFT eò major evadet ad certum solummodo terminum, et postea rursus diminuetur; sed alter angulus PXT ità semper in tantum augebitur, ut utriusque etiam summa, sive tota refractionis differentia augmentum simul in perpetuum adipiscatur. Et eadem plerumque observanda venient, si rectam in qua punctum X indeterminatum <105> existit obliquè positam esse respectu superficie AP cogites. Aliquando tamen contrarium eveniet. Quemadmodum si positione radij FPX manente datâ, punctum X ad quod alter radiorum FTX, concipiatur esse in lineâ PX indeterminatum: differentia refractionum eo minor evadet, quo dictum X longius amoveatur a P, sive quo radius FTX incidat obliquius; angulo ad X semper magis diminuto, quæ alter angulus ad F augetur. Ad eundem modum si vice rectæ VX curvam aliquam pro loco puncti X adhibeas, vel supponas istud X datum esse, et locum ipsius F in densiori Medio indeterminatum esse putes, varia hujusmodi de magnitudine angulorum ad F et X enunciari possent, quorum determinationes non tanti videntur, ut ijs diutiùs incumberem, placuit tamen de illis modò commonuisse, siquidem ad apparentia spatia respiciunt, per quæ colores (unicâ variè obliquâ superficie transpectâ) distendi videntur: quemadmodum et propositio præcedens ad spatia colorum in parietes, aut ejusmodi obstacula trajectorum referenda est.



Cæterùm ut de mutuis angulorum PGT & $\pi H\tau$ (in figuris 32 et 33) proportionibus habeatur plenior determinatio, dico præterea quod sunt inter se quām proximè ut lineæ AB et AD segmenta nempe basium triangulorum æquialtorum, quorum alterum EGD constituitur a radijs GP ac GT cum perpendicularo AF concurrentibus, et alterum CGB sit simile triangulo MHL a radijs $H\pi$ et $H\tau$ similiter constituto. Nam anguli EGD, & CGB, si essent infinitè pani, forent inter se ut AB ad AD, per Lemma 2. At isti ex Hypothesi sunt æquales angulis PGT et $\pi H\tau$, Quare etiam illi PGT & $\pi H\tau$ modò essent infinitè parvi, forent itidem ut AB ad AD. Cùm itaque semper sint admodum (licet non infinitè) parvi, sequitur quòd sunt quām proximè ut AB ad AD. Et pari ratione constat quòd sunt quām proximè ut AC ad AE. Scilicet eorum ratio has duas rationes semper intercedit; et ideo veritatem adhuc propius assequemur adhibendo rationem intermediate, nempe quòd sit PGT ad $\pi H\tau$ ut AB + AC ad AD + AE; vel ut $\sqrt{AB \times AC}$ ad $\sqrt{AD \times AE}$ proximè.

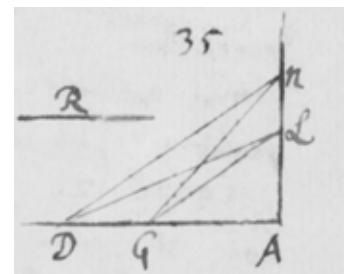
<106>

Propositio 3. Heterogeneis radijs e densiori Medio in rarius secundum eandem datam lineam in superficiem positione datam incidentibus: quo rarius sit Medium in quod radij refringuntur eo major erit differentia refractionis. Sit FL linea secundum quam duo radij incident in superficiem AL quorum maximè refrangibilis refrangatur ad P, et minime refrangibilis ad T: Dico quòd si Medium rarius foret adhuc magis rarum ut refringeret maximè refrangibilem radium ad π et minimè refrangibilem ad τ , tunc angulus $\pi L\tau$ foret major angulo PLT. Demittatur enim FA ad refringentem superficiem normalis, quæ secet refractos radios retrorsum ductos in G, C, D, et E. Deinde in refringente superficie quæratur tale punctum N, ut sit $FN \cdot DN :: FL \cdot EL$, ac DN productus erit refractus radix minimè refrangibilis incidentis ab F ad



N a[189]. Iam cùm talis supponitur positio linearum FL et FN, ut radij maximè refrangibilis secundum FL et minimè refrangibilis secundum FN incidentis refracti DL ac DN divergent a punto D quod situm est in perpendicularo FA: eâ de causâ, licet raritas Medij in quod refractio peragitur foret alia quām supponitur, tamen ejusmodi radiorum secundum easdem lineas FN et FL incidentium refracti semper divergerent ab aliquo puncto quod in eadem FA sit positum: quemadmodum in præcedentibus ostensum est b[190]. Sic cùm raritas dicti Medij talis esse supponitur, ut maximè refrangibilis radius secundum FL incidens refringatur a punto quopiam G, tunc minimè refrangibilis secundum FN incidens refringetur ab eodem G. Sed cùm maxime refrangibilis radius supponebatur a punto G refrangi tunc etiam minimè refrangibilis secundum eandem lineam FL incidens supponebatur refrangi a punto C. Quare est $GN \cdot FN :: CL \cdot FL$. c[191] <107> et præterea cum antea posuerim esse $FN \cdot DN :: FL \cdot EL$, ex æquo erit $GN \cdot DN :: CL \cdot EL$. Sed est $GN \cdot DN :: GL \cdot DL$ d[192]. adeoque $CL \cdot EL :: GL \cdot DL$. Quare si linea quædam BL ita ducatur ut sit $CL \cdot EL :: BL \cdot DL$ erit $BL \cdot GL$, propter majorem rationem quam habet ad DL, et insuper erit $CL \cdot BL$, eò quòd sit $EL \cdot DL$. Et proinde punctum B cadet inter G et C, eritque ang GLC :: ang BLC. Cùm verò sit $CL \cdot EL :: BL \cdot DL$, aut vicissim $BL \cdot CL :: DL \cdot EL$, erit ang BLC :: ang DLE e[193]. Et multo magis ang GLC :: ang DLE. Q.E.D.

Lemma 3. Si a duobus punctis D, G (figura 35) in linea quâpiam AD sitis, ad alia duo puncta L, N in ejus perpendicularo AN sita ducantur quatuor rectæ DN, DL, GN, GL; ratio ductarum ad punctum remotius N magis accedit ad æqualitatem quām ratio ductarum ad vicinius punctum L. Sive est $GN \cdot DN :: GL \cdot DL$. Sit enim $GN \cdot DN :: GL \cdot R$, et erit $GN^q \cdot DN^q :: GL^q \cdot R^q :: GN^q - GL^q \cdot DN^q - R^q$. Quare cùm sit $DN \parallel GN$, sive $DN^q \parallel GN^q$, erit $DN^q - R^q \parallel GN^q - GL^q$. Verùm est $GN^q - GL^q = DN^q - DL^q$ a[194] et ideo $DN^q - R^q \parallel DN^q - DL^q$. Hoc est $DL^q \parallel R^q$ sive $DL \parallel R$. Atque adeò cum supponatur $GN \cdot DN :: GL \cdot R$, erit $GN \cdot DN :: GL \cdot DL$. Q.E.D.



Lemma 4. Centro A, distantia quavis AD (in figura) describatur circulus DGy. Deinde centro quolibet C distantia AC describatur aliis circulus secans AD in B et circulum priùs descriptum in G. Tum arcus BG bisecetur in F; et FK demittatur ad BD perpendicularis: His ita constitutis, dico quòd FK sic perpendiculariter demissa dictam BD bisecabit. Iunctis enim AF, AG, BF, FG et FD; in triangulis AFG et AFD anguli ad A sunt æquales propter æquales arcus BF, FG quibus subtenduntur; Item latera <108> circa istos angulos AD et AG sunt æqualia, quippe radij ejusdem circuli. Et aliud latus AF habent commune. Quare etiam tertia latera FG et FD sunt æqualia.

Sed est $BF = FG$ propter æqualitatem arcum quos subtendunt, adeoque $BF = FD$, et triangulum $FKB = \text{triangulo } FKD$, et inde $BK = KD$.

Corollarium 1. Hinc recta KF , quæ bisecat BD insistens ei normaliter, bisecabit etiam arcus BG circulorum omnium per data duo puncta A et B , transeuntium, et alicubi in G secantium datum circulum DG centro A intervallo AD descriptum. Imò et bisecabit arcus BG in altero intersectionis punto φ .

Corollarium 2. Idem eveniet cùm A et B coincidunt; hoc est cùm circuli AFG tangunt rectam AD in puncto AB . Potest etiam B sumi ad alteras partes ipsius A . In transcursu etiam notetur, quod anguli BFK , BGD , quos circulus ABF cum recta FK et arcu GD efficit, sint æquales{.}

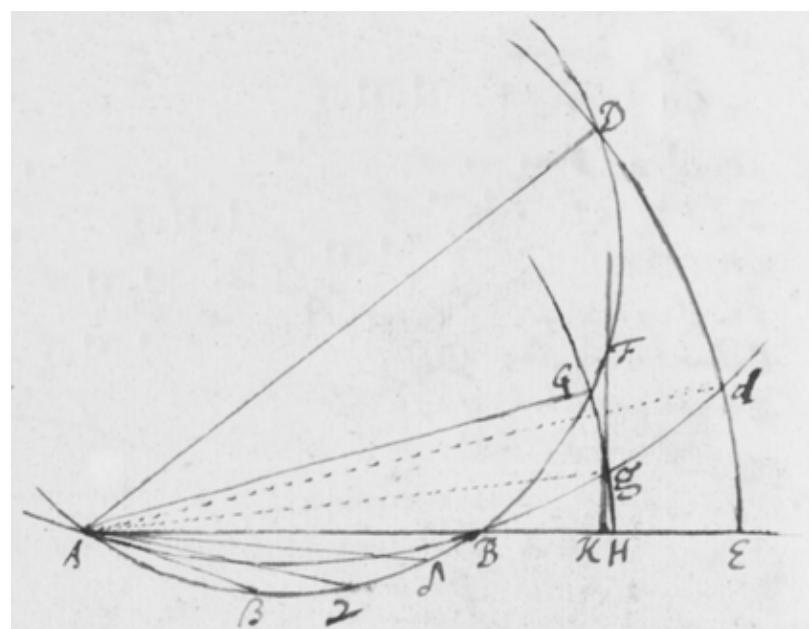
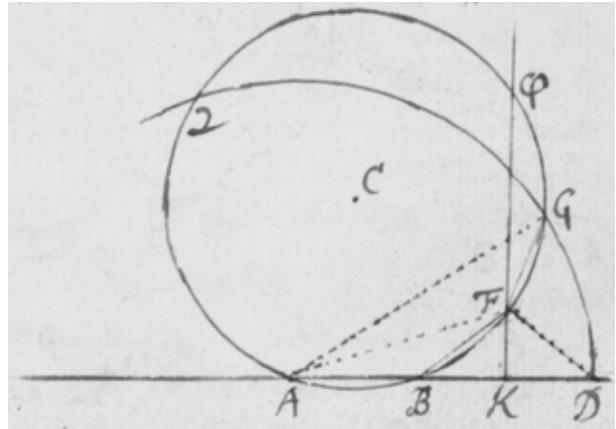
Lemma 5. Lineis quatuor $A\beta$, AB , $A\gamma$, et AG (figura) circulo alicui ab eodem circumferentiæ puncto ita inscriptis ut sit $A\beta \cdot AB :: A\gamma \cdot AG$, quarum omnium $A\beta$ sit minima: Dico angulum BAG majorem esse angulo $BA\gamma$. Describatur enim alias circulus $ABgd$ secans priorem in punctis A et B , Cujus diameter sit ad ejus ABG diametrum sicut AB ad $A\beta$, centris utrisque ad easdem partes ipsius AB jacentibus. Dein centro A distantiâ AG describe tertium circulum GH secundo occurrentem in g . Et istud g ex constructione jacebit alicubi inter G et H , atque adeò si Ag ducatur erit angulus BAG major angulo BAg . Est autem ang $BAg = \text{ang } BA\gamma$ propterea quòd AB et Ag similiter inscriptæ sint circulo ABg , ac $A\beta$ et $A\gamma$ ipsi $A\beta\gamma$, habentes $<109>$ nempe easdem rationes, et inter se ($A\beta \cdot A\gamma :: AB \cdot AG$ vel Ag) et ad diametros circulorum quibus inscribuntur. Cum ergo sit $BAG \sqsupseteq BAg = \beta A\gamma$ erit $BAG \sqsupseteq \beta A\gamma$. Q.E.D.

* < insertion from the right margin of p 109 > * Corollarium 1. Hinc in eodem quovis radiorum genere, quo major est refractio, eo major erit angulus refractus. In figura 26, ubi est $FR \cdot RD :: F\rho \cdot \rho\delta$, erit ang $F\rho\delta \sqsupseteq \text{ang } FRD$. < text from p 109 resumes >

Corollarium 2{.} Hinc etiam si sit $AG \cdot AB \sqsupseteq A\gamma \cdot A\beta$, multò magis erit ang $BAG \sqsupseteq \text{ang } \beta A\gamma$. Hoc est in genere, quo majores sunt subtensæ et simul quo major est inæqualitas rationis earum, eo major erit differentia angulorum quos subtendunt. Atque idem de sinibus et eorum angulis, utpote subtensarum et earum angulorum dimidijs intellige.

Lemma 6. Insuper si arcus $\gamma\delta$ ipsi $\beta\gamma$ capiatur æqualis et AD inscribatur circulo ABD quæ sit ad $A\delta$ sicut AG ad $A\gamma$, cæteris stantibus: dico quòd arcus DG erit arcu GB major. Nam centro A , radio AD describe circulum DdE circulo ABg occurrentem in d et rectæ AB in E . Et Ad ducatur. Iam cùm Ad , Ag et AB circulo $ABgd$ similiter inscribantur atque $A\delta$, $A\gamma$, et $A\beta$ ipsi $A\beta\gamma$, erit arcus $gd = \text{arcui } Bg$. Quare demissâ gK ad BE perpendiculari, et productâ donec secat arcum BD in F , ista gK (per Lemma 4) bisecabit tum rectam BE tum arcum BD . At quoniam gF ex constructione jacet extra circulum gG punctum F cadet inter G et D . Quare $DG \sqsupseteq DF$ sive $\sqsupseteq FB$, et multò magis $\sqsupseteq GB$. Q.E.O.

Corollarium 1. Hinc si arcus $\beta\delta$ non tantùm duabus sed quotunque partibus æqualibus constet, correspondentes partes arcus BD a termino B ad terminum D sese gradatim superabunt longitudine. Adeóque si arcus $\beta\gamma$ ad arcum $\gamma\delta$ habeat quamcunque rationem commensurabilem; erit arc $GD \cdot \text{arc } BG \sqsupseteq \text{arc } \gamma\delta \cdot \text{arc } \beta\gamma$, siquidem numeris æqualium partium mensurantium arcus $\beta\gamma$ et $\gamma\delta$ correspondentes consimiles numeri partium inæqualium constituentium arcus BG ac GD , quarum illæ in GD sunt omnes parte maximâ ipsius BG majores. Quinetiam si $\beta\gamma$ ad $\gamma\delta$ habeat quamcunque rationem incommensurabilem, erit itidem $GD \cdot BG \sqsupseteq \gamma\delta \cdot \beta\gamma$. Nam rationum similitudines, quæ quantitatibus commensurabilibus indefinitè convenient, eo nomine convenient etiam



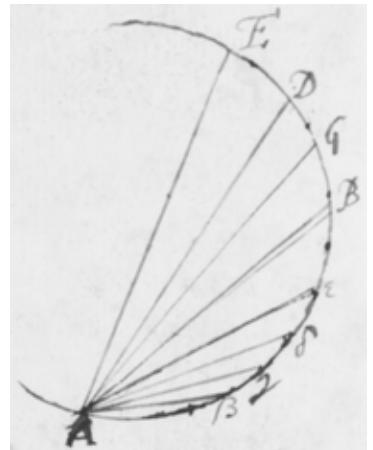
incommensurabilibus similiter affectis; quemadmodum ex Euclidea definitione similium rationum ostendi posset, sed facilius deprehenditur <110> imaginando quantitates quas vocant incommensurabiles posse mensurari per partes indefinitè parvas, et sic ad naturam commensurabilium præsertim quoad rationum habitudines quodammodo reduci. Concipias itaque arcum $\beta\gamma$ in æquales et indefinitè multas partes dividi, et ejusmodi tot sumi quæ minus quam unâ parte, hoc est indefinitè parùm differunt ab arcu $\gamma\delta$, atque adeò ipsi pro more consueto censeantur æquales. Concipe etiam BD in partes quales ante definivi correspondentes partibus ipsius $\beta\delta$ dividi; et propter tot inæquales partes majores quidem in GD et minores in BG quot sunt æquales in $\gamma\delta$ et $\beta\gamma$, erit $GD \cdot BG \parallel \gamma\delta \cdot \beta\gamma$.

Corollarium 2. Hinc præterea componendo sequitur esse $BD \cdot BG \parallel \beta\delta \cdot \beta\gamma$. Nec non $GD \cdot BD \parallel \gamma\delta \cdot \beta\delta$.

Corollarium 3. Consectatur denique quòd ductis utcunque quatuor subtensis A β A γ , A δ , A ε (in figura); et alijs quatuor AB, AG, AD, AE quarum singulæ ad priorum singulas eandem rationem observant, (nempe

$AB \cdot A\beta :: AG \cdot A\gamma :: AD \cdot A\delta :: AE \cdot A\varepsilon$:) Si AE sit omnium maxima et A β minima, erit arcus ED . arc GB \parallel arc $\varepsilon\delta$. arc $\gamma\beta$. Nam per Corollarium 1 hujus est $ED \cdot DG \parallel \varepsilon\delta \cdot \delta\gamma$, et $DG \cdot GB \parallel \delta\gamma \cdot \gamma\beta$. Et multò magis $ED \cdot GB \parallel \varepsilon\delta \cdot \gamma\beta$. Haud secus pateat esse arc EG . arc DB \parallel arc $\varepsilon\gamma$. arc $\delta\beta$. Scilicet ex corollario 2 hujus est $EG \cdot DG \parallel \varepsilon\gamma \cdot \delta\gamma$, ac $DG \cdot DB \parallel \delta\gamma \cdot \delta\beta$; Et multò magis $EG \cdot DB \parallel \varepsilon\gamma \cdot \delta\beta$.

Denique quæ de subtensis et earum arcubus dicta sunt, possunt etiam de sinibus et eorum arcubus aut angulis intelligi.

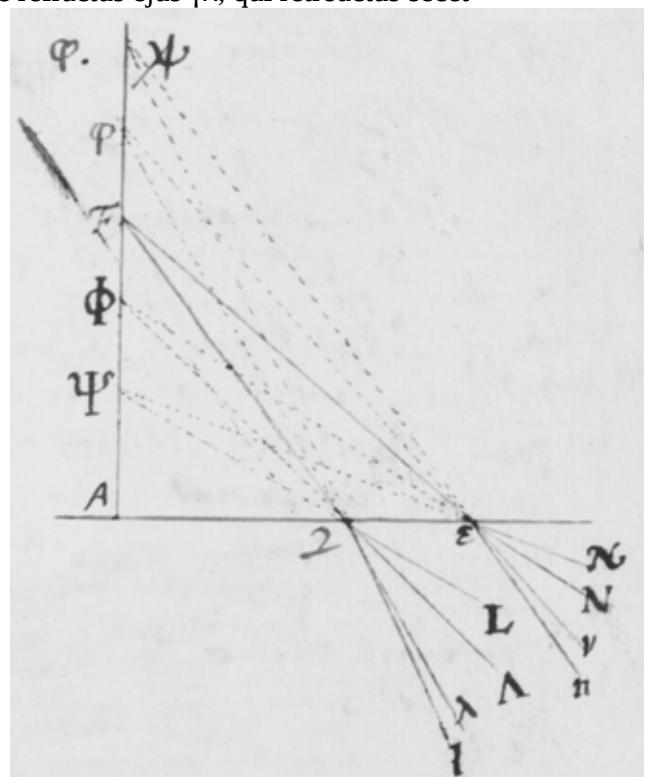


[195] Hactenus Lemmata præstravimus, ex quibus aliqua quæ ad refractiones ejusdem alicujus variè incidentium radiorum generis spectant, nullo negotio possent erui: Sed cùm apud alios demonstrata prostent, et a scopo meo videantur aliena, mitto, déque difformium radiorum affectionibus e vestigio pergo dicere.

[196] Propositio 1{.} Heterogeneis radijs secundum eandem lineam incidentibus, quo obliquior sit eorum incidentia cæteris paribus, eo major erit differentia refractionis. &c

<111>

Propositio 2. Heterogeneis radijs in superficiem quæcunque Media distaminantem incidentibus; quò magis Media differunt densitate eò major erit inæqualitas rationis sinuum refractionis. In figura Sit Fy radius e minime refrangibili ut in superficiem Ay incidentibus, sitque refractus ejus $\gamma\lambda$, qui retroactus secet perpendicularum FA in φ . Dein capiatur A ε ut sit Fe ad Fy in datâ quâdam ratione qualem ante a[197] descripsimus, hâc scilicet conditione ut habito Fe pro radio maximè refrangibili, refractus ejus ev ab eodem φ diverget. Facto hoc, si pro posteriori Medio aliud utcunque densus rarumve substituatur, ejusmodi tamen duo radij secundum easdem rectas F ε , Fy incidentes semper debent ita refringi ut ab eodem aliquo perpendiculari istius punto similiter divergent b[199]; quemadmodum a ψ versus l et n, posito quod hoc Medium posterius sit densitatis ab anteriori magis diversæ quam alterum posterius Medium quod efficiebat divergentes a φ . Ostendendum est itaque quòd major sit inæqualitas rationis sinuum refractionis in posteriori quam priori casu. Scilicet radij Fy λ sinus incidentiæ est ad sinum refractionis ut $\varphi\gamma$ ad Fy c[200], hoc est ut 1 ad $\frac{F\gamma}{\varphi\gamma}$. Et sic radij Fe ε sinus isti sunt ut 1 ad $\frac{F\varepsilon}{\varphi\varepsilon}$. Quare sinus refractionum eorundem radiorum sunt inter se ut $\frac{F\gamma}{\varphi\gamma}$ ad $\frac{F\varepsilon}{\varphi\varepsilon}$. Et simili discursu constabit quòd radiorum a ψ refractorum consimiles refractionum sinus sunt ut $\frac{F\gamma}{\psi\gamma}$ ad $\frac{F\varepsilon}{\psi\varepsilon}$. Restat itaque probandum quod inter $\frac{F\gamma}{\psi\gamma}$ & $\frac{F\varepsilon}{\psi\varepsilon}$ major sit disproportion quâd inter $\frac{F\gamma}{\varphi\gamma}$ et $\frac{F\varepsilon}{\varphi\varepsilon}$. Hoc est, (cùm sit



$\frac{F\varepsilon}{\psi\varepsilon} <112> \square \frac{F\gamma}{\psi\gamma}$, d[201]) probandum restat quod sit $\frac{F\varepsilon}{\psi\varepsilon} \cdot \frac{F\gamma}{\psi\gamma} \square \frac{F\varepsilon}{\varphi\varepsilon} \cdot \frac{F\gamma}{\varphi\gamma}$ { } Scilicet est $\psi\varepsilon \cdot \varphi\varepsilon \square \psi\gamma \cdot \varphi\gamma$ per Lemma 3, et sumendo reciproca rationum erit $\frac{1}{\psi\varepsilon} \cdot \frac{1}{\varphi\varepsilon} \square \frac{1}{\psi\gamma} \cdot \frac{1}{\varphi\gamma}$ ducendoque priorem rationem in $F\varepsilon$ et posteriorem in $F\gamma$, orietur $\frac{F\varepsilon}{\psi\varepsilon} \cdot \frac{F\varepsilon}{\varphi\varepsilon} \square \frac{F\gamma}{\psi\gamma} \cdot \frac{F\gamma}{\varphi\gamma}$ et vicissim $\frac{F\varepsilon}{\psi\varepsilon} \cdot \frac{F\gamma}{\psi\gamma} \square \frac{F\varepsilon}{\varphi\varepsilon} \cdot \frac{F\gamma}{\varphi\gamma}$. Q.E.D.

Scholium. Demonstratio perinde se habet in literis majusculis (quibus refractiones designavi cum posterius Medium sit anteriori rarius) si modò vice signi ubique subintelligatur signum et vice . Notabis insuper quod in hâc demonstratione posui densitatem posterioris tantum Medij variatam esse, sed eodem recidit si anteriora Media successivè varia adhiberi, posteriori non mutato, sive quod tantundem est si refractiones e posteriori Medio in anterius vicissim peragi concipiatis: siquidem radijs in superficiem alterutrinque incidentibus consimiles sunt sinuum rationes. Cæterùm de exactâ horum sinuum pro quibuslibet propositis Medijs ratione investigandâ disserui ante, et hanc utique propositionem haud attigissem, nisi id in gratiam quartæ secuturæ fuisse factum.

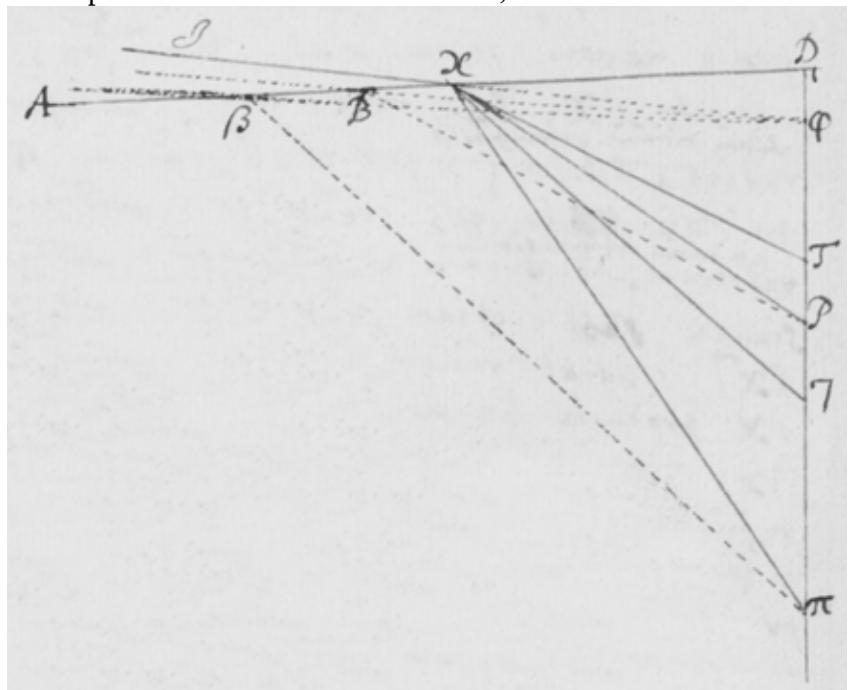
[202]Propositio 3{.}Heterogeneis radijs e densiori Medio in rarius &c{.}

Propositio 14 15. Heterogeneis radijs e Medio densiori in rarius secundum eandem datam lineam in superficiem positione datam incidentibus: quo densius est Medium e quo radij incidentur eo major erit differentia refractionis. Scilicet (propter maiores refractiones) eo maiores erunt sinus refractionum respectu dati circuli, ad quem referuntur: & simul eo major erit inæqualitas rationis istorum sinuum (per propositionem 13 :) Adeoque eo major erit differentia angulorum quos subtendunt (per corollarium 2 ad Lemma 5.) Hoc est, eo major differentia refractionis. Q.E.O{.}

<113>

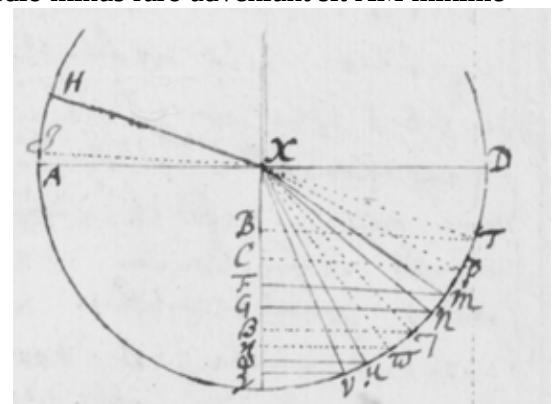
[203]Propositio 15 16. Heterogeneis radijs e Medio rariori in densius secundum eandem datam lineam in superficiem positione datam incidentibus: quo rarius est Medium e quo radij incidentur, eo major erit differentia refractionis. Sit AD superficies in quam duo radij secundum eandem datam lineam IX incidentur quorum alter maxime refrangibilis refringatur ad P, et alter minime refrangibilis ad T: Dico quod si Medium ex quo radij incidentur foret adhuc rarius, ut dictos radios magis refringeret, puta maximè refrangibilem versus π , et minimè refrangibilem versus T; tunc $\pi X T$ major angulus evaderet, quam PXT. Id quod gradatim sic demonstro.

Casus 1. Ponamus primò, quod recta IX, secundum quam radij incidentur sit ad refringentem superficiem obliquissima. Ac ducatur quelibet recta PD eidem superficie normaliter insistens in D, et secans refractos radios in punctis T, P, τ , π . Et IX producatur donec istam PD secet in φ . Tum in linea AD quæratur punctum quoddam B, hâc lege ut ductis $B\varphi$, BP , fiat $X\varphi \cdot XT :: B\varphi \cdot BP$. Lquiet ergo quod si minime refrangibilis radius incidat in B versus φ tendens, is debet versus P refringi: Quippe cum ex Hypothesi sit $BP \cdot B\varphi :: XT \cdot X\varphi$ [204], hoc est sinus incidentiae ejus et refractionis, sicut sinus incidentiae et refractionis alterius maximè refrangibilis radij IXT. Quamobrem si supponamus hosce radios retrocedere, alterum nempe e minimè refrangibilibus a T ad X et alterum a P ad B, et maximè refrangibilem a P ad X; eorum omnium refracti tendunt a punto φ , siquidem notum est Theorema quod radij secundum refractum ejus retro incidentis, incidens vicissim fit refractus. Iam cum radij difformes PB PX ab eodem punto P manantes refringantur ab eodem φ quod situm est in perpendiculari PD, <114> proportione inter PX et PB semel cognitâ, si ab alio quovis ejusdem perpendiculari punto ad refringentem superficiem duæ ducantur lineæ eandem rationem habentes, hoc est ut altera designans maximè refrangibilem radium sit ad alteram quæ designet minimè refrangibilem, ut PX ad PB: tunc istorum refracti (ex ante monstratis b[205]) divergent ab aliquo etiam punto quod situm est in eodem perpendiculari PD; utcunque Medium ex parte radij IX supponatur rarum, dummodo Mediorum alterum ex parte radij PX eandem densitatem retineat. Quemadmodum si maximè refrangibilis radius incidat



secundum πX et refringatur a φ , Medio scilicet versus IX jam posito rario quām ante; tunc rectā $\pi\beta$ sic ductā ut sit $PX \cdot PB :: \pi X \cdot \pi\beta$, radius etiam minimē refrangibilis $\pi\beta$ refringetur ab eodem φ . Unde sequitur esse $\pi\beta$ ad $\varphi\beta$ sicut sinus incidentiae radiorum minimē refrangibilem ad sinum refractionis ^{c[206]}. Ast in ratione istorum sinuum est est etiam τX ad φX , eò quōd inflexa $IX\tau$ designet radium æqualiter refrangibilem cuius pars IX producta transit per idem φ . Quare est $\pi\beta \cdot \varphi\beta :: \tau X \cdot \varphi X$. Cùm verò radius IX supponatur esse ad refringentem superficiem summē obliquus sive in angulo infinitē parvo inclinatus, adeò ut recta $D\varphi$ pro infinitē parvā sive nullā haberi debeat, sequitur esse $DX = X\varphi$, $DB = B\varphi$, ac $D\beta = \beta\varphi$: quos valores pro $X\varphi$, $B\varphi$, et $\beta\varphi$ substituendo in supra recensitas proportiones $BP \cdot B\varphi :: XT \cdot X\varphi \& \pi\beta \cdot \varphi\beta :: \tau X \cdot \varphi X$, emergent $BP \cdot BD :: XT \cdot XD$. et $\pi\beta \cdot D\beta :: \tau X \cdot DX$. Ex quibus pateat rectas BP ad XT & $\beta\pi$ ad $X\tau$ parallelas esse, anguloſque BPX ad PXT et $\beta\pi X$ ad $\pi X\tau$ æquales. Sed ex Hypothesi est $PX \cdot PB :: \pi X \cdot \pi\beta$. Et proinde ang $\beta\pi X \sqcap$ ang BPX . ^{d[207]} Hoc est ang $\pi X\tau \sqcap$ ang PXT . Q.E.D.

Casus 2. Incidentibus verò radijs angulum definitē magnum cum refringente superficie constituentibus, propositum sic patebit. Sit HX recta secundum quam incidunt, <115> et cum e Medio minūs raro adveniunt sit XM minimē refractus et XN maximē refractus. Cùm verò adveniunt e magis raro, sit $X\mu$ minimē refractus et Xv maximē refractus{.} Adhibeantur etiam obliquissimē incidentes radij IX cum eorum refractis XT , XP , $X\tau$ et $X\pi$, quales jam descripsimus. Ita scilicet ut cùm tanta sit anterioris Medij raritas ut radios HX incurvari faciat versus M et N , tunc etiam consimiles radios IX incurvet versus T et P . Cùm verò tantò major sit ejus raritas ut illos cogat versus μ et v tunc hosce simul cogat versus τ et π . Sit insuper APD circulus centro X et intervallo quolibet descriptus qui secet hosce refractos radios in T , P , M , N , τ , π , μ , & v , a quibus ad perpendicular BX demittantur sinus refractionum TB , PC , MF , NG , $\tau\beta$, $\pi\kappa$, $\mu\varphi$, $v\gamma$. Et ex lege refractionum ^{a[208]} patebit esse et $TB \cdot PC :: MF \cdot NG$ et $\tau\beta \cdot \pi\kappa :: \mu\varphi \cdot v\gamma$. Et insuper ex Hypothesi et constructione patebit esse TB sinuum istorum maximum et $v\gamma$ minimum. Adeóque per corollarium 3 Lemmatis 6 est ang TXP . ang $MXN \sqcap$ ang $\tau X\pi$. ang $\mu X\nu$. Et permutando est ang TXP . ang $\tau X\pi \sqcap$ ang MXN . ang $\mu X\nu$. Verùm (ex ostensis in casu primo) est ang $TXP \sqcap$ ang $\tau X\pi$. Quare et multò magis erit ang $MXN \sqcap$ ang $\mu X\nu$. Q.E.D.

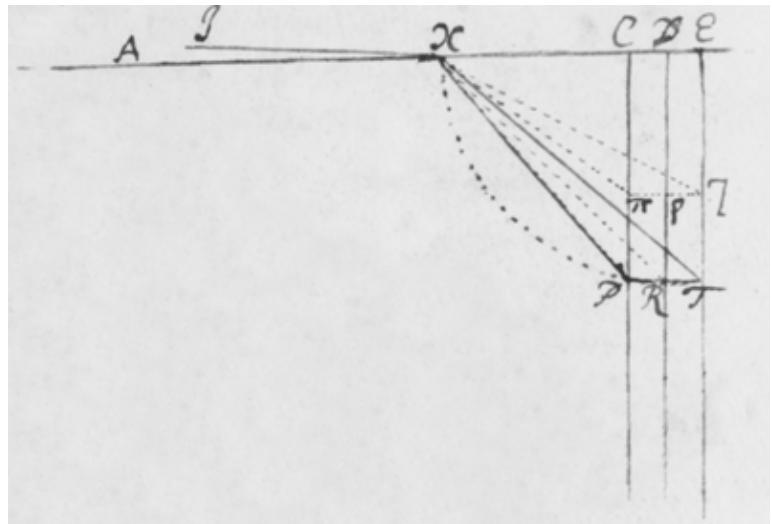


Propositio 6. Heterogeneis radijs e Medio rario in densius secundum eandem lineam in superficiem positione datam incidentibus, quo densius sit Medium in quod radij incidentur eo major erit differentia refractionum ad certum usque terminum, et post eo minor perpetuò. Nam si Medium posterius densitate suā valdè parūm superet anterius, ita ut refractiones indefinitē parvas efficiat, differentia refractionum erit etiam indefinitē parva, et proinde minor quām foret si Medium posterius <116> supponeretur densius ut refractiones evaderent majores. Quare aucta Medij posterioris densitate augebitur dicta refractionum differentia. Quod si densitas ejus in infinitum augeatur refractiones etiam quantum poterunt augebuntur, hoc est usque dum omnes refracti radij perpendiculariter emergant, angulis refractionum et eorum differentijs tunc prorsus evanescuntibus. Quare differentia refractionum rursus diminuta est donec in nihilum evanuit.

Scholium. Etsi limitis ejus determinatio ubi differentia refractionis evadit maxima plus tædij et laboris administrare possit quam utilitatis cùm tamen alicujus fortè momenti censeatur densitatem Medij cognoscere quod radijs in se refractis colores maximē conspicuos efficiat, non pigebit hunc insuper designare. Idque primò cùm incidentia fit obliquissimē.

Casus 1. Esto IX communis radiorum in superficiem AX quæcunque Media dirimentem obliquissimē incidentium via. Et eorum refracti ut ante sunt $X\pi$ et $X\tau$. Et agatur recta quævis $\pi\tau$ præfatæ superficie parallela, quæ radijs istis occurrat in π ac τ ; A quibus ad AX demissis perpendicularibus πC , τE , bisecetur CE in D et centro D , distantia DX circulus describatur secans $C\pi$ in P et $E\tau$ in T , junganturque XP et XT . Dico quod cùm ea sit posterioris Medij densitas, ut radiorum secundum IX incidentium maximē refrangibiles ad P et minime refrangibil{es} ad T refringat, tunc angulus PXT . Etenim utcunque Medium posterius ponatur densum, refracti radij ita lineas CP et ET in punctis π ac τ secabunt ut recta $\pi\tau$, ipsi AX parallela sit. Quare si ducatur linea $D\varphi$, quæ lineas omnes $\pi\tau$ bisecet, <117> centrum cujuscunque circuli per puncta π ac τ transeuntis semper jacebit in eādem $D\varphi$. At angulus $\pi X\tau$ est angulus in segmento circuli per puncta π , τ , et X transeuntis; qui ideo erit maximus cùm ejusmodi circulus existit minimus, propterea quōd ratio subtensæ $\pi\tau$ ad circuli dimensiones tunc evadit maxima. Verùm iste circulus fit omnium minimus cùm centrum ejus cadit in D , siquidem pro semidiametro tunc habet XD minimam rectarum quæ ab X ad RD duci possunt. Est ergo angulus $\pi X\tau$ tunc maximus cùm centrum circuli transeuntis per puncta π , τ , et X cadit in D . Adeóque cùm circulus XPT et angulus PXT ejusmodi sint, liquet propositum.

Hinc obiter pateat hunc angulum PXT tunc etiam maximum evadere cùm talis est posterioris Medij densitas ut angulus refractionis mediocriter refrangibilem radiorum XR obliquissimè secundum IX incidentium sit semirectus; et eo minorem perpetim fieri quòd iste refractionis angulus a semirecto (excessu vel defectu) magis deviat. Quemadmodum si refractiones ex aere in aquam, in vitrum et in crystallum peractæ conferantur, e calculo patebit quòd cùm angulus incidentiæ sit 90^{gr} proximè, tunc angulus refractionis in aquam erit major semirecto, inque vitrum erit minor. Quamobrem aqua minùs densa est et vitrum magis densum quàm ut efficiant angulum PXT maximum. Et proinde cùm crystallum sit adhuc densius, efficiet istum PXT minorem quàm vitrum efficeret. Et sic vitrum etsi minùs refringat, in isthoc tamen casu heterogeneos radios in se refractos magis ab invicem dissipabit quàm crystallum, eoque pacto colores in oppositam ejus superficiem projicit magis distinctos. Sed hæc sunt expertu difficillima, quòd vitrum et crystallum densitate parùm differant, nec possint haberi satis crassa; et si possent, tum propter maximam crassitiem haud forent satis perspicua.



Casus 2. Quòd si linea secundum quam incidunt radij non sit maximè obliqua, Problema emerget solidum; sed lubet modum ostendere quo conditionibus ejus nonnihil mutatis, ad planum reduci poterit. Sciendum est itaque quod cùm inter extremos seu maxime difformes radios innumeri sint intermedij <118> qui gradibus continuò successivis et infinitè parvis alijs refringuntur: differentia refractionis extremorum radiorum conflata erit ex consimilibus intermediorum differentijs numero et parvitate infinitis. Iam cognitis proprietatibus istarum infinitè parvarum differentiarum possumus exinde de omnibus simul aggregatis, sive de differentijs finitè parvis quales intercedunt extremorum refractionibus, judicium proferre, præsertim cùm istæ differentiæ sint admodum exiguae. Sic cognito quòd infinitæ parvæ differentiæ augmentur, diminuuntur vel simul maximæ evadunt aut minimæ: concludendum erit quòd omnium summa perinde augetur, diminuitur, vel maxima fit aut minima. Quod si non sint omnes simul maximæ vel minimæ, tamen summa pro maxima aut minima haberi potest, cùm id accidit intermediae parti. Sic omnium colorum latitudo tunc maxima censeri potest, cum id accidit viriditati. Iam licet Problema propositum cùm de differentijs finitè parvis agitur existat solidum, si tamen instituatur de differentijs infinitè parvis, ad planum reduci potest. Verùm huic solvendo nolo obnoxè incumbere, sed breviter tantùm ostendam quo pacto calculus in hoc et ejusmodi alijs sit ineundus, ut ad æquationem perveniat, ex quâ maximus angulorum infinitè parvorum possit elici. Et insuper ex eodem fundamento determinabo proportiones differentiarum refractionis respectu diversorum Mediorum, quas in præcedentibus quatuor propositionibus generaliter tantùm descripsi{.}

Primò itaque investiganda est regula vel *Æquatio*, quâ ex uno utcunque refracto radio dato, refractus alter cum eo constituens angulum infinitè parvum cognosci poterit. Radijs e Medio densitate dato in Medium cujuslibet densitatis secundum obliquissimam lineam IX ut priùs incidentibus, sint XR et Xp refracti duo, quorum alter XR sit altero <119> Xp paulo magis refrangibilis, differentiâ tamen infinitè parvâ. Et agatur lineola quævis Rp his in R et p occurrent, et refringenti superficie parallelia. Ad quam superficiem normales etiam RD, pō demittantur, quas datam finitamque distantiam ab X, ab invicem verò infinitè parvam habere finges, sed lineolam Rp, cum radijs per R et p transeuntibus plus aut minùs ab XD vergere (quemadmodum in præcedentibus) concipies pro variâ posterioris Medij assumendâ densitate. Iam si recta DR secat radios Xp in M, et IX in K, cùm infinitè parvum triangulum RMp sit simile triangulo DMX a quo triangulum KRX non nisi infinitè parvis differentijs RXM et DXK discrepat, quæ dissimilitudinem non inferunt, triangula etiam RMp et RDX pro similibus haberi debent. Et proinde demissis perpendicularibus KL et RN, erit XK . LR :: Rρ . MN . Adeoque cum sit LR = $\frac{XR^q - XK^q}{XR}$ (nam est XR . KR $(= \sqrt{XR^q - XK^q} :) :: KR . LR .)$ erit etiam MN = $\frac{XR^q - XK^q}{XR \times XK}$ in Rρ. Quæ differentia est inter XN sive XR et XM, et inde erit XM = XR - $\frac{XR^q - XK^q}{XR \times XK}$ in Rρ.

Inventa est itaque relatio inter XK, XM, et XR cùm angulus IXA sit infinitè parvus: Quinetiam utcunque IX obliqua ponatur, illæ XK, XM, et XR eandem relationen observabunt, siquidem reciprocè sint ut sinus incidentiæ et refractionis; et proinde inventa est etiam inter eas relatio pro quâvis obliquitate incidentis IX. Atque ita cognitis vel utcunque ad arbitrium assumptis XK et XR, inde XM simul cognoscitur. Quod primò determinandum proposui.

Quamobrem sit IX linea datum quemvis angulum AXI cum refringente superficie constituens; cæterisque stantibus, erit $MN = \frac{XR^q - XK^q}{XR \times XK}$ in $R\rho$. Insuper est $RD = \sqrt{XR^q - XD^q}$. $XD :: MN . NR$. Atque adeò est $NR = \frac{XR^q - XK^q}{XR \times XK \times \sqrt{XR^q - XD^q}}$. Quod si NR dividatur per XR prodibit sinus anguli RXN respectu circuli cuius semidiameter sit unitas. Quare cùm angulus iste et $<120>$ sinus ejus sunt simul maximi, ad maximum angulum determinandum quærenda erit maxima quantitas $\frac{NR}{XR}$, hoc est maximum $\frac{XR^q - XK^q \text{ in } R\rho \times XD}{XR^q \times XK \times \sqrt{XR^q - XD^q}}$.

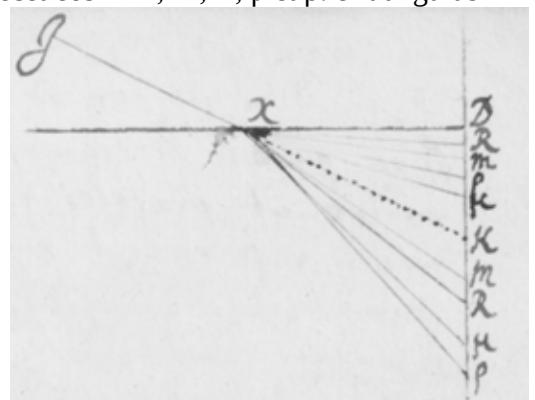
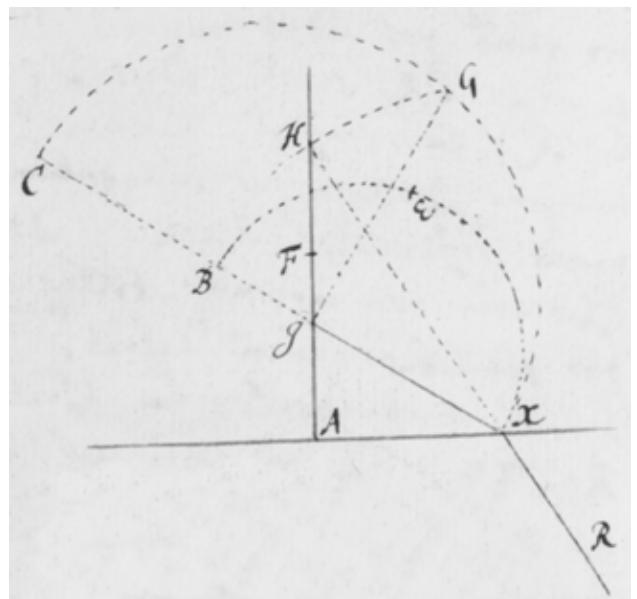
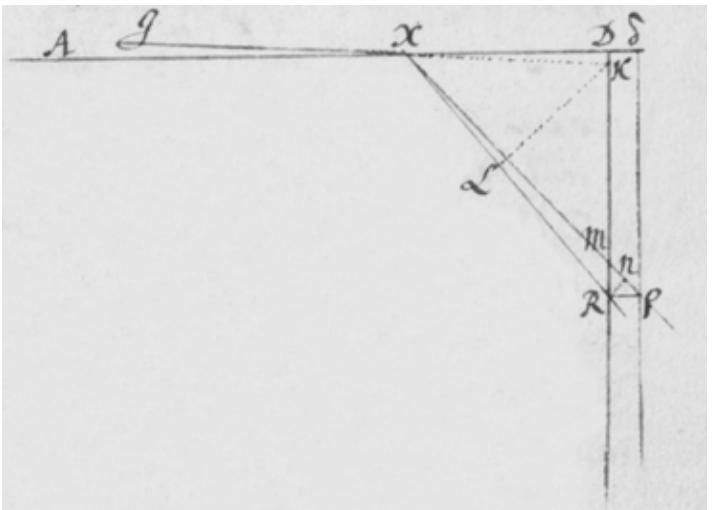
Sive (factâ per datum $\frac{R\rho \times XD}{XK}$ divisione) quærendum erit maximum $\frac{XR^q - XK^q}{XR^q \times \sqrt{XR^q - XD^q}}$. Id quod per Methodos de maximis et minimis satis notas fieri potest, et prodibit $XR^{qq} = 3XK^q \times XR^q - 2XK^q \times XD^q$. Cujus æquationis constructio est ejusmodi.

A puncto quolibet incidentis radij IX demitte perpendicularum IA, et in eo sume AF = AX. Et XI producto ad B, ut sit $IB = \frac{1}{2}IX$, super BX describe semicirculum BEX cui inscribe $XE = XF$. Dein XB producto ad C ut sit $BC = BE$, super CX describe semicirculum CGX quem in G secet perpendicularum IG super diametro ejus ad I erectum. Denique centro X et intervallo GX describatur arcus GH secans AI productum in H, ducatur HX, et producatur versus R, eritque XR ipsius IX refractus cùm tanta sit posterioris Medij densitas ut differentia refractionis RXM fiat omnium maxima. Quo invento, densitas posterioris Medij talem refractionem efficientis facile dabitur. Concipe ergo radios XR et Xp esse mediocriter refrangibiles, diverso tamen gradu, et posterius Medium sic inventum, non modò inter istos, sed et inter extremos seu maxime difformes radios maximam circiter quam potest refractionis differentiam efficiet.

Sin autem hujusmodi differentiarum proportiones ad variam raritatem vel densitatem Mediorum desiderentur, e jam ostensis facilè determinabuntur dummodo ponantur infinitè parvæ. Sic raritate vel densitate posterioris tantùm Medij variatâ ut radj secundum IX incidentes nunc refringantur ad M et R, nunc ad μ et ρ : ductaque qualibet DK ipsi DX normali quæ secet eos in K, M, R, μ et ρ : erit angulus infinitè parvus $<121>$ MXR ad consimilem angulum μXp sicut $\frac{XR^q - XK^q}{XR^q \times RD} :: \frac{X\rho^q - XK^q}{X\rho^q \times \rho D}$. Quod si raritas vel densitas anterioris Medij varietur, non mutato posteriori Medio: Analysta facilè deprehendet quòd, (in figura ,) sit $MN = \frac{XR^q - XK^q}{XK^q}$ in $R\rho$. Et proinde quod, in figura , sit ang MXR . ang $\mu Xp :: \frac{XR^q - XK^q}{XR \times RD} : \frac{X\rho^q - XK^q}{X\rho \times \rho D}$. Non enim perinde est sive raritas vel densitas anterioris Medij, sive posterioris varietur, ut e præostensis pateat.

Propositiones præcedentes ad luminis e longinquo emanantis refringentem diffusionem spectant. In duabus sequentibus agitur de refractione luminis e propinquio manantis.

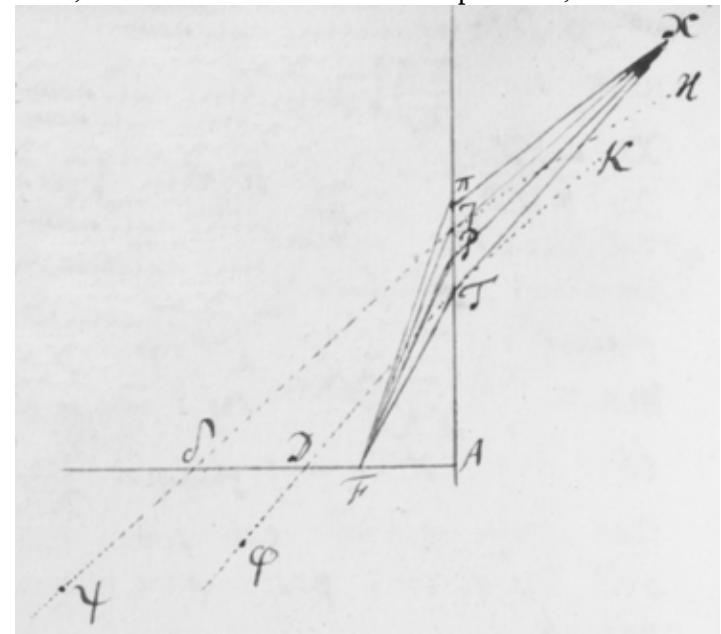
Propositio 7. Heterogeneis radijs a dato punto ad datum punctum per superficiem positione datam refractis: quo Medium densius sit magis densum eò major erit eorum ad invicem inclinatio ex parte Medij utriusque ad certum usque terminum, et post erit eo minor. Scilicet cùm densitas ejus haud major sit quàm densitas alterius Medij ut refractio fiat infinitè parva, tum differentia refractionis erit etiam infinitè parva, et proinde augebitur ex auctâ densitate. Quod si densitas ejus in infinitum augeatur tum omnium radiorum in illud incidentium refracti perpendiculariter emergent a[209], et e contra soli perpendicularares possunt ingredi Medium rarius e densiori a[210].



Unde omnes radij a puncto ad punctum refracti tunc pergent in ijsdem lineis, sive coincident, et sic differentia refractionis rursus in nihilum evanescet.

Propositio {8}{18}8. Heterogeneis radijs a dato punto ad datum punctum per superficiem positione datam refractis: quo Medium rarius sit magis rarum eo major erit eorum ad invicem inclinatio ex parte Medij utriusque. Sit AT superficies ita refringens difformes radios FTX et FPX , <122> ut manantes ab eodem punto F, in idem rursus ad X convenient. Dico si Medium posterius esset rarius ut præfatos radios adhuc magis refringeret, puta FTX secundum FtX et FPX secundum FπX; quòd angulus πXτ foret major angulo PXT, ut et angulus πFτ major angulo PFT.

Ad abbreviandam prioris casūs demonstrationem ponamus radios esse quām minimè difformes ut propter infinitè parvam differentiam refractionis, angulos PXT & πXτ constituant infinitè parvos *[211]. Tum ducatur TK refractus radij conformis ipsi FPX, ut infinitè parvus angulus KTX sit differentia refractionis radiorum secundum eandem lineam FT incidentium. Et pari modo ducatur τK refractus radij conformis ipsi FπX, ut angulus infinitè parvus κτX existat differentia refractionis radiorum secundum eandem Fτ incidentium. Liquet ergo quòd cùm Fτ sit obliquior quām FT atque etiam in Medium densius incidat, erit angulus κτX major angulo KTX. Adhæc producantur XT et Xτ donec in punctis D ac δ secent lineam FA quæ sit piano AT perpendicularis: et ultra producantur ad φ et ψ ita ut sit $\frac{FA^q}{FT} \cdot \frac{DA^q}{DT} :: TF \cdot T\varphi$, et $\frac{FA^q}{F\tau} \cdot \frac{\delta A^q}{\delta\tau} :: \tau F \cdot \tau\varphi$. Et erunt puncta sic inventa φ et ψ foci radiorum FTX et FπX per Propositionem 8 casus 2. a[212]. Et inde $X\varphi \cdot T\varphi :: \text{ang KTX} \cdot \text{ang PXT}$; ut et $X\psi \cdot T\psi :: \text{ang } \kappa\tau X \cdot \text{ang } \pi X\tau$ casus 3 Scholij ad Propositionem 12. b[213]. Istæ quidem proportionalitates non sunt omnino veræ ubi anguli præfati per differentiam refractionis effecti ponuntur esse definitæ alicujus magnitudinis, sed ad veritatem eo magis accedunt quo anguli isti statuuntur minores, adeò ut in angulis infinitè parvis pro accuratè veris haberi debeant. Iam cùm ex Hypothesi sit $A\tau \perp A\tau$ erit etiam $X\tau \perp XT$, ut et $T\psi \perp T\varphi$ quemadmodum pateat ex determinatione <123> punctorum ψ et φ supra positâ. Quamobrem est $T\psi \cdot T\varphi \perp TX \cdot TX$, vel permutando $T\psi \cdot TX \perp T\varphi \cdot TX$, et componendo $T\psi \cdot X\psi \perp T\varphi \cdot X\varphi$. Hoc est substituendo rationes his æquales, $\text{ang } \pi X\tau \cdot \text{ang } \kappa\tau X :: \text{ang } PXT \cdot \text{ang } KTX$. et permutando $\text{ang } \pi X\tau \cdot \text{ang } PXT :: \text{ang } \kappa\tau X \cdot \text{ang } KTX$. Verùm est $\text{ang } \kappa\tau X :: \text{ang } KTX$ ut dictum fuit; et ideo multò magis est $\text{ang } \pi X\tau :: \text{ang } PXT$. Q.E.D.



Exhinc verò de posteriori etiam casu, quòd semper sit $\text{ang } \pi F\tau :: \text{ang } PFT$, fiat conjectura, siquidem demonstrationem longè difficiolem postularet; et his tam multa impendisse verba jamdudum pertæsum est. Hæc itaque de refractionibus solitariæ superficieï sufficient.

De radiorum bis refractorum affectionibus.

[214]Quòd si gemina sit refractio perinde ut in Prismatis contingit, quorum phænomena præsertim explicare statui: radiorum sic refractorum passiones e præcedentibus ita manifestæ sunt, ut circa illas parùm negotij superesse videatur. De parallelis quidem superficiebus nihil aliud occurrit observandum, quām quòd posterior tantùm recurvat radios quantum prior incurvat. De inclinatis verò sequentia notentur.

20{.} Homogenei radij ad Prisma divergentes, post utramque refractionem divergere pergent. Patet per Propositionem 7 .

Atque idem de parallelis, vel convergentibus radijs intellige quod nempe post utramque refractionem manebunt paralleli vel convergentes.

Scholium Quòd si punctum a quo quilibet infinitè propinquus post utramque refractionem divergunt, sive locus imaginis trans prisma conspicuæ desideretur, inventio ejus a Scholio ad præfatam Propositionem 8 manifesta est. Sed ut promptiùs fiat conjectura, juvabit adhibere Theorema hocce mechanicum; Quòd imago ad eandem illam

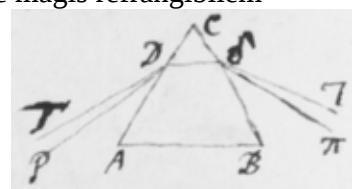
circiter distantiam post prisma apparebit, quam habet objectum, cuius est imago, dummodò refractiones hinc, et inde non sint admodum inæquales.

21. Ex heterogeneis radijs ad Prisma divergentibus aliqui post utramque refractionem convergent. Id quod constat e propositionibus 10 & 12. Scilicet ex illis qui in plano ad utraque refringentia plana perpendiculari jacent, <124> magis refrangibiles ex incidentia paulo obliquiori convenient cum minùs refrangibilis. Atque idem in innumeris alijs ferè planis superficiebus contingit.

22{.} E radijs itaque sic a puncto ad punctum sive ab objecto ad oculum refractis, alij ad verticem prismatis gradatim alijs propiores transibunt pro eo ut sint magis atque magis refrangibiles (per propositionem 10). Unde colorum ordines definiuntur.

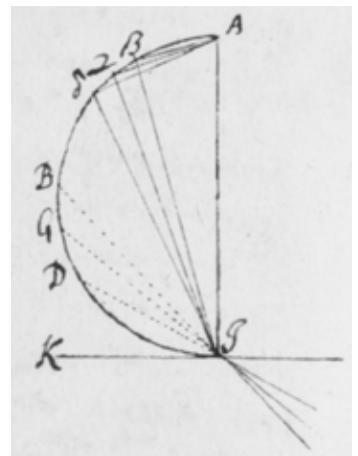
23{.} Quo major est angulus verticalis Prismatis cæteris paribus, differentia refractionis fiet eo major, et inde colorum apparentia distinctior. Et hoc manifestum est e propositione 2 .

24. Quo densior est Prismatis materia, vel quo rarius est medium circumfluum cæteris paribus, eo major erit refractionis differentia, et inde colorum apparentia manifestior. Scilicet posterior casus e propositionibus 14 & 16 patet. Priorem verò ne per propositionem 17 in dubium revocetur, sic ostendo. Conice magis refrangibilem radium PD et minùs refrangibilem TD sic in Prisma ad idem quodvis punctum D incidere, ut refracti pergant in eadem linea Dδ ac denuò in δ refracti divergent versus π ac τ. Quo posito constat per Propositionem quod angulus πδ ex auctâ Prismatis densitate augebitur. Deque angulo PDT par est ratio, si modò radij consimiles secundum easdem lineas retrocedere concipientur. Patet itaque assertio de radjis in Prismate coincidentibus, et inde etiam de parallelis{.}

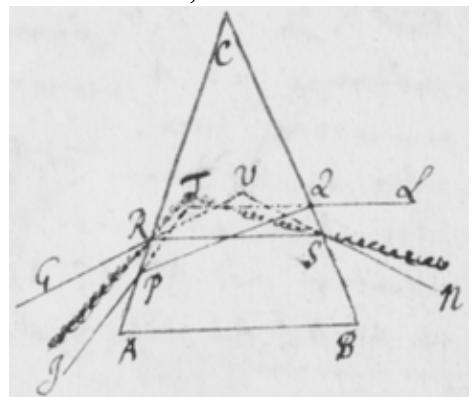


Lemma 7. Radijs tribus homogeneis βI, γI, δI e Medio densiori in rarius per superficiem IK refractis; si differentiæ incidentiarum βIγ, γIδ sint æquales, summa refractorum angulorum extremis radijs effectorum erit major duplo anguli refracti per intermedium radium effecti. Hoc est, refractis radijs retro-actis ad B, G, ac D, dico quòd angulus βIB + ang δID ⊥ 2 ang γIG . Etenim descripto quovis circulo ADI tangente refringentem superficiem in I, cuius diameter sit AI, quiq̄ue dictos radios secat in β, γ, δ; B, D, G: Quandoquidem anguli βIγ et γIδ sint æquales, erunt etiam <125> arcus βγ, et γδ æquales. Sed ductis Aβ, Aγ, &c: erunt Aβ, Aγ, Aδ sinus incidentiarum, adeoque inter se ut sunt AB, AG, AD sinus refractionum. Quare (per Lemma 6) est arcus GD major arcu BG. Et inde

$$2\gamma G \perp 2\gamma G + GD - GB = \gamma D + \gamma B = \gamma D - \gamma \delta + \gamma \beta + \gamma B = D\delta + B\beta . \text{ Hoc est } 2\gamma G \perp D\delta + B\beta, \text{ sive } \text{ang } \beta IB + \text{ang } \delta ID \perp 2 \text{ ang } \gamma IG . \text{ Q.E.D.}$$

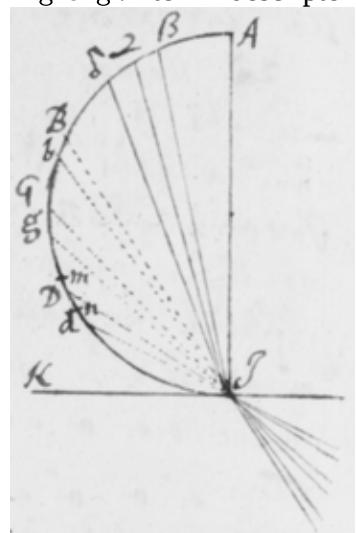


25. Homogeneis radijs a Prismate refractis, angulus quem incidentes et emergentes comprehendunt tunc maximus evadit cùm æqualis est hinc et inde refractio. Sit ABC Prisma, GRSN radius utrinque ad R et S æqualiter refractus, et IPQL alias radius refractus inæqualiter, magis quidem ad P minùs ad Q. Et producantur hi radij donec sibi occurrant, IP et QL in T, GR verò et NS in V. Dico angulum RVS esse majorem angulo PTQ. Quod ut pateat, concipe radios in lineis PQ et RS hinc inde pergentes utrinque egredi Prismate, et sic e Medio densiori in rarius refrangi. Iam in triangulis CPQ et CRS, cùm angulus C communis sit, cæterorum angulorum summæ erunt æquales. Et proinde cùm CRS sit Isosceles, duplum anguli CSR æquabitur angulis CPQ + CQP . Quamobrem radij QP incidentia ad P tanto major est incidentia radij RS ad S, quanto eadem incidentia sit major incidentia radij PQ ad Q. Trium itaque incidentiarum differentiæ sunt æquales, adeoque (juxta Lemma præmonstratum) summa refractorum angulorum per incidentiam maximam et minimam effectorum major erit duplo anguli refracti per incidentiam mediocrem effecti. Hoc est ang QPT + ang PQT ⊥ 2 ang RSV , sive ⊥ ang RSV + ang SRV . Itaque cùm in triangulis PTQ et RVS summa angulorum ad Basin PQ sit major summâ eorum ad basin RS, erit angulus verticalis RVS major angulo verticali PTQ. Q.E.D.



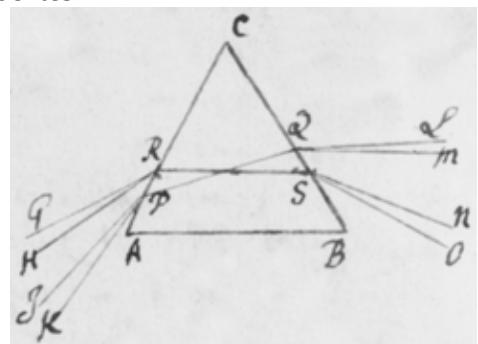
Lemma 8. Si secundum tres lineas βI, γI, δI æquales angulos βIγ et γIδ continent, tres radij minimè refrangibiles incident ad I in superficiem IK, et e Medio rariori in densius refringantur, quorum refracti retrorsum producti sint IB, IG, ID; et præterea si trium maximè refrangibilium radiorum secundum easdem lineas βI, γI, δI incidentium

refracti retrosum producti sint Ib, Ig, Id: Differentia <126> refractionis radiorum quorum incidentia est minima unà cum differentia refractionis eorum quorum incidentia est maxima, major erit quàm dupla differentia refractionis eorum quorum incidentia est mediocris. Hoc est, ang BIb + ang DId \parallel 2 ang GIg . Etenim descripto quovis circulo ADI tangente refringentem superficiem in I; cuius diameter sit AI, quique præfatos radios in punctis β , γ , δ ; B, b; G, g; D, d secet: concipe subtensas ab A ad quodlibet istorum punctorum duci. Et erunt $A\beta$, $A\gamma$, $A\delta$ inter se ut sunt AB, AG, AD, atque etiam ut sunt Ab, Ag, Ad. Unde sequitur quod AB, AG, AD inter se sunt ut Ab, Ag, Ad; et præterea (per Lemma 6,) quòd sit arcus GD \parallel arcu BG, et arcus gd \parallel arcu bg . Iam fiat arcus GM = BG, eritque GD \parallel GM, et AD \parallel AM. Item in peripheria AD sume punctum quoddam N sub hac conditione, ut, si concipias AM, AN subtensas duci, sit $AB \cdot Ab :: AM \cdot AN$. Et erunt AB, AG, AM inter se ut sunt Ab, Ag, AN. Adeoque cùm arcus BG ac GM sint æquales, erit summa arcuum Bb + MN (per Lemma 8) major duplo arcu Gg. Sed cùm sit $AM \cdot AN :: AB \cdot Ab :: AD \cdot Ad$, vel conversè $AM \cdot AD :: MN \cdot Dd$, propter AD \parallel AM erit arc Dd \parallel arc MN . Et utrobique addito arcu Bb, erit arc Bb + arc Dd \parallel arc BG + arc MN . Et multò magis erit arc Bb + arc Dd \parallel duplo arcu Gg: sive ang BIb + ang DId \parallel 2 ang GIg . Q.E.O.



26. Heterogeneis radijs a Prismate refractis, differentia angulorum quos incidentes cum emergentibus constituunt, tunc minima evadit, cùm æquales sunt utrobique refractiones. In Prismate ABC sumatur CR = CS, et RS ducatur, ut et alia quævis linea PQ quæ non sit parallela ad RS. Et concipe radios in Prismate secundum has lineas PQ et RS hinc inde pergentes ad puncta P, Q; R, et S egredi, et maxime refrangibiles versus K, M; H, et O refringi, ac minimè refrangibiles versus I, L; G, et N. Dico quòd refractionum inæqualiter ad P et Q <127> factarum differentiæ simul sumptæ IPK + LQM sint majores quàm GHR + NSO differentiæ refractionum æqualiter ad R et S factarum simul sumptæ. Nam incidentiarum ad P Q et S differentiæ sunt æquales, ut ostensum erat in Propositione praecedenti.

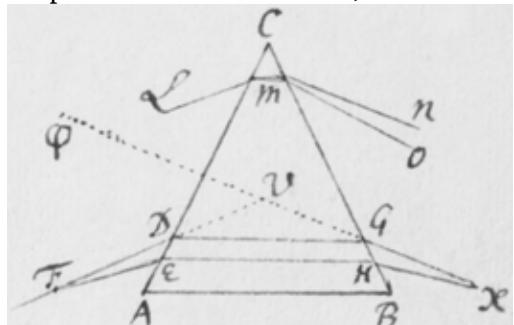
Atque adeò (per Lemma 8) differentia refractionis radiorum difformium ad P ubi maxima est incidentia, unà cum differentia consimili ad Q ubi minima est incidentia, excedit duplum consimilis differentiæ ad S ubi incidentia est mediocris. Hoc est $\text{ang IPK} + \text{ang LQM} \parallel 2 \text{ ang NSO}$: Sive cùm NSO ac GRH æquentur, $\text{ang IPK} + \text{ang LQM} \parallel \text{ang NSO} + \text{ang GRH}$. Q.E.D.



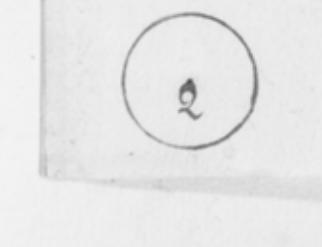
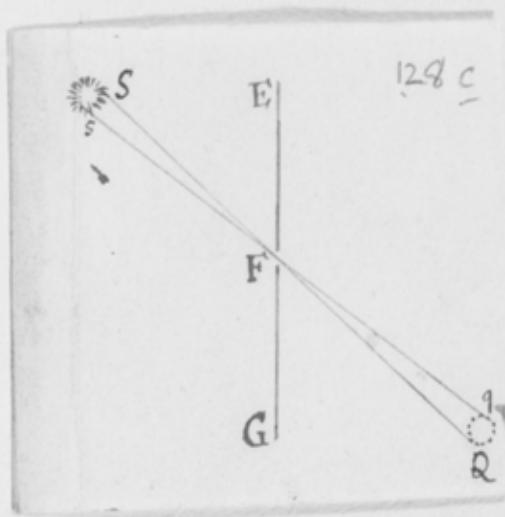
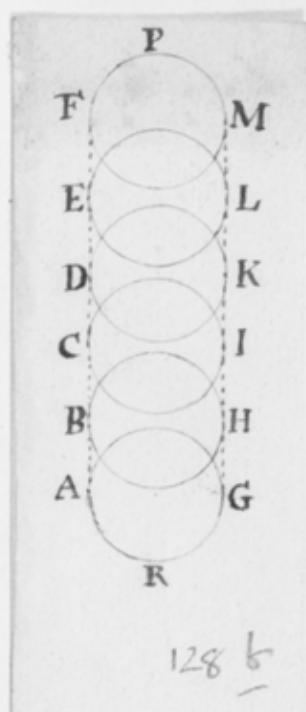
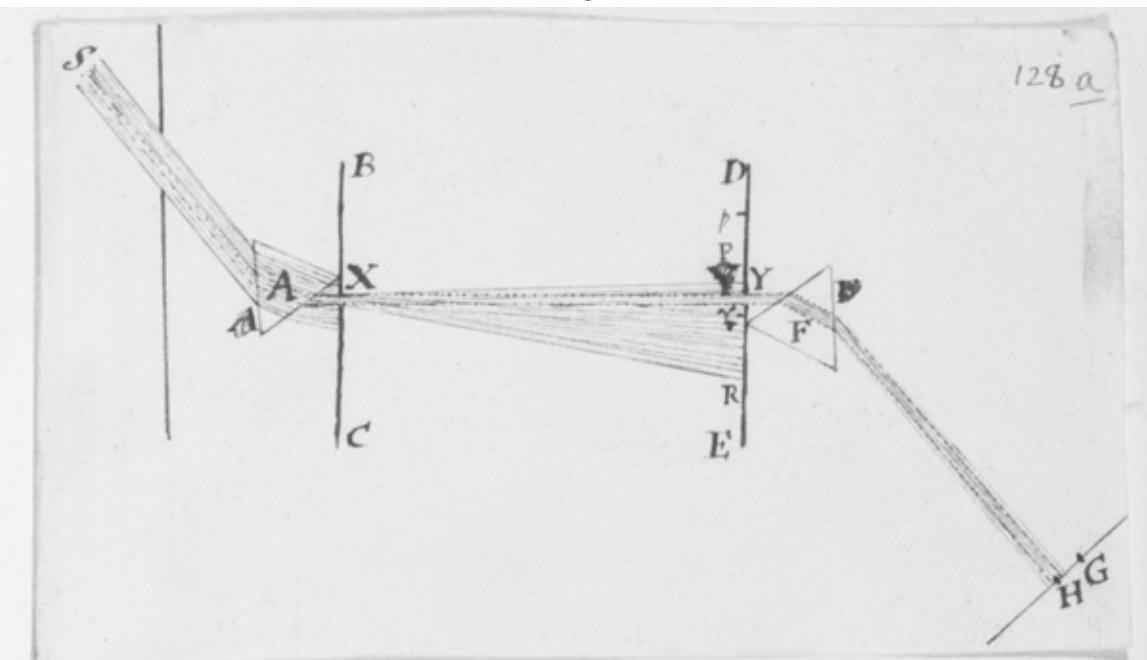
Scholium. Posui quidem radios e Prismate utrobique egredi; sin pergent ab I et K per P et Q versus L et M, et a G et H per R et S versus N et O, linearum positiones et quantitates angulorum non inde mutabuntur. Et proinde demonstratio præfata tunc etiam valebit. Et propter eandem rationem valebit etiam cùm radij ad Prisma divergentes evadunt in Prismate paralleli. Quod idem de Propositionum 24 et 25 demonstrationibus itidem intellige. Quinetiam in alijs quibuscunque casibus ubi divergunt ante refractionem et post convergunt, vel in Prisma incidunt paralleli; non adeò multùm a parallelismo intra Prisma recedunt unquam, quin ut anguli vel differentiæ angulorum quos incidentes cum emergentibus constituunt, pro ijsdem circiter haberi possint ac si intus essent paralleli; adeóque dictas propositiones ad omnes omnino casus extendi.

27. Si denique, radijs a dato punto F ad datum punctum X, per Prismat ABC positione datum refractis, desiderentur anguli DFE, GXH quos heterogenei comprehendunt:

Problema ex eorum numero est quæ veteres linearia dixere. At sequens mechanica solutio, quantum exigunt res practicæ, veritati appropinquat. Finge summam angulorum DFE + GXH æqualem esse angulo NMO quem radij duo alteris FD et FE quoad refrangibilitatem consimiles, ac juxta quamvis lineam LM, rectæ angulum DFE bisecanti quàm proximè parallelam incidentes, post binam refractionem constituunt. <128> Et e radijs ad X refractis aliquem GX cum incidente radio FD convenientem in V, produc ad φ , ut sit φ locus imaginis quam objectum F oculo in X constituto exhibet. Dein angulo NMO, ac distantijs φX et φV mechanicè cognitis, dic esse $\varphi X \cdot \varphi V :: \text{ang NMO} \cdot \text{ang GXH}$. Et erit GX quem quæris proximè. Quemadmodum ex ostensis ad Scholium Propositionis 12 quodammodo manifestum est.



Cùm refractiones utrobique non sint admodum inæquales res expeditius absolvitur per Scholium ad Propositionem 11 fingendo esse $VX \cdot FV :: \text{ang DFE} \cdot \text{ang GXH}$ vel compositè $FV + VX \cdot FV :: \text{ang NMO} \cdot \text{ang GXH}$.



[1] Jan. 1669

[2] Lectio 1

[3] 1. Incepti ratio.

[4] 2. Quòd omnium radiorum non est eadem refrangibilitas.

[5] 3. Probatur experimento vulgari, per longitudinem imaginis coloratæ{.}

[6] 4. Casùs in quo radij æquè refrangibiles faciunt imaginem orbicularem.

[7] 5. Demonstratio istius Casùs. Ejus pars prima.

[8] 6. Lemma ad secundam partem{.}

[9] a. 6.10 Elementa

[10] b. 28.1 Elementa

[11] c. 10.11 Elementa

[12] d. Definitio 3.19 Elementa

[13] e. 4.6 Elementa

[14] 7. Pars secunda.

[15] 8. In isto tamen casu longitudo imaginis plusquam quadruplex est latitudinis: unde varia refrangibilitas convincitur.

[16] 9. Ejusdem rei demonstratio contractior.

[17] 10. Quo pacto Prisma facilè statuatur in situ ad experienda prædicta requisito.

[18] Lectio 2

[19] 11. Imaginis præfatæ figura describitur: quòd partim rectis, partim semicirculis terminatur.

[20] 12. Quomodo talis evadit per orbiculares imagines (quas unumquodque genus radiorum æquè refrangibilem facit) in longum dispositas.

[21] 13. Exinde deducitur experimentum, quo termini recti fiant distinctissimi.

[22] 14. Quare termini circulares semper apparent confusi{.}

[23] 15. Admonitio de figura et situ Lentium et Prismatum{.}

[24] 16. Déque imagine quâdam orbiculari.

[25] 17. Ab imaginis figura aliud etiam experimentum deducitur quo fiat multùm oblongior.

[26] 18. Experimentum istud promovetur.

[27] a Number 16.

[28] 19. Magis adhuc promovetur, per imaginem Stellæ Veneris.

[29] 20. Et applicatur descriptioni refractionis ad Figuram 1 traditæ.

- [30] 21. Circumstantiâ variatâ, eidem descriptioni rursus applicatur.
- [31] 22. Quod in adductis experimentis refractiones non casu fiunt inæquales, sed ex inæquali refrangibilitate.
- [32] 23. Perstringuntur alia experimenta prioribus affinia.
- [33] Lectio 3
- [34] 24. Dissertatio de coloribus inita.
- [35] 25. De opinionibus Philosophorum et imprimis Peripateticorum{.}
- [36] 26. De opinionibus aliorum Philosophorum.
- [37] 27. Colorum origines et fundamenta generalia describuntur.
- [38] 28. Idque quatuor propositionibus{.}
- [39] 29. De quibus non hypotheticè et probabiliter, sed ab experimentis aut demonstrativè disserendum esse promittitur.
- [40] 30. De primâ propositione agitur perfunctoriè.
- [41] vide Figuram 2.
- [42] 31. Transitur ad secundam.
- [43] 32. Cui probandæ adducitur experimentum.
- [44] 33. Experimenti præfati circumstantia notatur.
- [45] 34. Idem instrumentis refractiones dimetentibus posse probari. Tamen evidentiam experimenti jam descripti sufficere.
- [46] 35. Illud promovetur aliquantum, idque vel tribus prismatibus adhibitis.
- [47] 36. Vel contractiùs duobus{.}
- [48] 37. Idem aliter promovetur{.}
- [49] 38. Quod specimen, circumstantiâ variatâ, fit maximè scientificum.
- [50] 39. Conclusio de affinitate cognitionis colorum et refractionum.
- [51] a sectiones 3 & 30
- [52] b sectio 32 &c
- [53] Lectio 4
- [54] 40. Transitur ad propositionem tertiam.
- [55] 41. Modus componendi albedinem ex coloribus Prismatum{.}
- [56] 42. Notanda quædam quò satiùs fiat.
- [57] 43. Alius ejusdem rei perficiendæ modus{.}
- [58] 44. In illum notæ{.}

- [59] 45. Objectio quòd albor ex destructione non misturâ colorum generatur.
- [60] 46. Responsio multiplex: Primò Quod illi colores non destruuntur ex umbræ confinio sublato.
- [61] 47. Secundò, Neque probabilitè ex motuum contrarietate.
- [62] 48. Tertiò, Quòd radij per idem medium confusè transientes non agunt in se invicem{.}
- [63] 49. Quartò, Quòd albor præfatus perit si quilibet color e misturâ tollatur.
- [64] 50. Quintò, quòd colores, cùm decussando segregantur iterum, ad propriam speciem redeunt.
- [65] 51. Sextò, res illustratur per misturam diversicolorum pulverum. Et quòd ex pulveribus omnium colorum debitè mistis fuscus producitur.
- [66] Tertius modus miscendi colores prismatis in albedinem.
- [67] 53{.} In eundem notæ.
- [68] Lectio 5
- [69] 54. Quartus ejusdem rei peragendæ modus, cæteris illustrior.
- [70] a Num: 16 et 18
- [71] 55. In eundem nota{.}
- [72] 56. Quo more radij diversicolores in albentem lentis focum convergunt.
- [73] a Num 12
- [74] 57. De coloribus in extremitate foci illius, propter exilitatem vix conspicuis.
- [75] 58. Dictorum colorum observatio.
- [76] 59. Quintus modus albedinem componendi quarto ferè similis.
- [77] 60. Lucem egredientem prismate non secus e coloribus (licet nondum apparentibus) componi, ac postea cum colores in idem spatium congregati sunt.
- [78] 61. Probatur ex eo quòd in modo quarto et quinto componendi albedinem, radij non convergunt ad idem spatium nisi qui divergebant ab eodem.
- [79] 62. Et quòd divergentia colorum a prismate persimilis est eorum divergentiæ ab albenti lentis foco.
- [80] 63. Atque etiam quòd divergentes a dicto foco non secus in aliud focum congregari possunt, quàm divergentes a lente{.}
- [81] Lectio 6.
- [82] 64. Imò lucem e coloribus ante omnem refractionem componi{.}
- [83] 65. Ut ex eo pateat quòd aliqui colores reflecti possunt dum alij per prisma trajiciuntur. Hujusque rei experiendæ modus adducitur.
- [84] 66. Notandam quædam{.}
- [85] 67. In majorem rei evidentiam ostenditur quosdam colores alijs facilius reflecti.

[86] 68. Idem aliter ostenditur, circumstantiâ tantùm variatâ{.}

[87] 69. Idem adhuc aliter.

[88] Sectio 37.

[89] 70. Et proinde cùm e radijs solaribus alij alijs, pro specie colorum quos postmodum exhibent, faciliùs reflectuntur; constat lucem solis ex illis coloribus componi.

[90] 71. Alius modus quo lux solis partim reflecti potest et partim refringi.

[91] Sectio 90

[92] 72. Penitiùs hic ostenditur quinam e radijs solaribus reflectuntur et quinam transmittuntur: atque adeò hoc non casu sed prædispositione radiorum evenire{.}

[93] 73. Tertius modus quo lux solis partim reflecti potest et partim refringi.

[94] 74. Notandum Quòd colores hic fiunt a parallelis superficiebus.

[95] 75. Et quod lux postquam reflexa vel per parallelas superficies trajecta fuit, e coloribus componitur; quam tamen ejusdem naturæ cum immediatâ solis luce credimus.

[96] 76. Conclusio, quòd reflectio vel refractio non mutat radiorum dispositiones; neque adeò discrepantiam quoad colores inducit.

[97] Lectio

[98] Lectio 7

[99] 77. Colorum vulgare phænomenon explicatur.

[100] 78. Supposito quòd plures radij per eandem lineam ex ordine fluunt: Eamque vel perpendicularēm anteriori plano prismatis;

[101] 79{.} Vel obliquam utriusque.

[102] 80. Vel quòd adveniunt in pluribus lineis, ijsque vel parallelis.

[103] 81. Vel parùm inclinati.

[104] 82. De varijs phænomeni circumstantijs; Luce juxta basem prismatis terminatâ{.}

[105] Lectiones 4 & 5. Vide etiam Lectionem

[106] 83. Vel juxta verticem ejus{.}

[107] Lectio

[108] 84. Vel utrinque. (Ubi viriditatis productio bella describitur.)

[109] 85. Vel juxta alterutrum triangularem limitem{.}

[110] 86. Vel undique. (Ubi rursus de præfatâ viriditate.)

[111] 87. Vel ad distantiam aliquam a prismate.

[112] 88. Vel alio quovis modo.

[113] Lectio 8

[114] 89. E præfatis modus deducitur albedinem e coloribus componendi{.}

[115] Vide figuras 31 et 32.

[116] 90. Utrum anguli prismatum sint æquales cognoscere.

[117] 91. Alius modus commiscendi colores in albedinem, priori affinis.

[118] 92. Adversus philosophorum Hypotheses notæ.

[119] Numbers 71 & 73.

[120] 93. Instrumentum describitur quocum omnia de coloribus, hactenus tradita dilucidissimè probentur.

[121] 94. Ejus usus describitur.

[122] 95. Et illustratur exemplis.

[123] 96. In constructionem præfati instrumenti notæ quædam.

[124] a Sectio 17

[125] b Sectio 18

[126] Iulio. 1670

[127] Lectio 9

[128] 97. Hactenus ostensis dissertatio de mensurâ refractionum subnectitur.

[129] 98. De mensurâ refractionis dati generis radiorum e quâvis incidentiâ datâ.

[130] 99. De mensurâ refractionum radiorum genere differentium ex eâdem quavis incidentiâ.

[131] 100. Ad sinus incidentiæ et refractionis coferendos adhibetur mediocre genus radiorum.

[132] 101. Modus explorandi sinuum istorum rationes.

[133] 102. Modus explorandi vim refractivam Medij cuiusvis aëre circundati, præsertim verò Solidi.

[134] sectio 10.

[135] 103{.} Exemplum in refractione cujusdam generis vitri.

[136] 104{.} Modi præfati commoditas

[137] sectio 10

[138] 105. Regula de investigandâ refractione Mediorum sibi ipsis contiguorum quorum aeri contiguorum refractiones cognoscuntur.

[139] 106. Ejus regulæ demonstratio{.}

[140] Lectio 10

[141] 107. Modus dimetiendi refractiones solidorum, ad fluida accommodantur{.}

- [142] Aquæ refractio prout ipse dimensus sum in specimen ejus rei adducitur{.}
- [143] Lemma 1. Sectionis 102.
- [144] 109{.} Præfatorum Demonstratio{.}
- [145] 110. Radiorum diversi generis refractiones conferuntur, et maxima refrangibilitatis differentia investigatur.
- [146] Sectio 103
- [147] 111. Illarum refractionum sinus ad communem sinum incidentiæ conferuntur.
- [148] 112. Radiorum ex oppositis partibus refringentis superficie incidentium sinus sunt reciprocè proportionales.
- [149] 113. Illustratur refractione vitri{.}
- [150] E refractionibus extremorum generum facile est de intermedijs conjecturam facere.
- [151] Lectio 11
- [152] 115. Theoremate ostenditur ut e refractionibus heterogeneorum ad vitrum vel quodvis Medium inter se determinatis, possunt etiam ad alia quælibet Media aeri contigua refractiones (sine novis experimenti molestijs) inter se determinari{.}
- [153] 116. De Theorematis illius certitudine.
- [154] 117. De proportione quarundam linearum quæ computationi per hoc Theorema instituendæ inserviat.
- [155] 118. Aliud ejusdem rei peragenda Theorema{.}
- [156] 119. Ad ejus demonstrationem duo Lemmata prælibantur.
- [157] Lemma 1. vide figuram præcedentem.
- [158] 120. Lemma 2.
- [159] 121. Demonstratio.
- [160] 122. Heterogeneorum refractiones a superficiebus aeri ex neutra parte contiguis Theoremate etiam determinantur{.}
- [161] 123. Theorema illud notis quibusdam promovetur{.}
- [162] Lectio 12
- [163] 124. Mensuris refractionum sic fuse explicatis ad propositiones exinde scaturientes transitur.
- [164] 125. Obviæ quædam conformium radiorum affectiones, sequentibus inserventies, traduntur.
- [165] Lectio 13
- [166] 126. Difformium radiorum a planâ superficie refractorum affectiones enarrantur
- [167] a Sectio 120
- [168] b Hypothesis 120
- [169] a Sectio 120
- [170] b Hypothesis 120

[171] c 7. 6. Elementa

[172] a Hypothesis

[173] b Propositio 3.

[174] c 17. 1 Elementa

[175] d 29. 1 Elementa

[176] e 15. 1 Elementa

[177] f axioma 13. 1 Elementa

[178] a Corollarium propositionis 2

[179] a Scholium propositionis 3.

[180] Lectiones 14 & 15

[181] 127. Lemmata quædam ad prosequendam de difformium radiorum affectionibus doctrinam ponuntur{.}

[182] a. 6. 6 Elementa & Hypothesis

[183] b. 16. 1 Elementa

[184] c. 7. 3 Elementa

[185] d. 25. 1 Elementa

[186] Sequentes duæ propositiones numeris 1 et 3 notatæ hic deleri debent et ad paginas 110 & 112 transferire.

[187] a Sectiones 98 & 99 & sequentes

[188] a Sectiones 98 & 99 & sequentes

[189] a sectio 120

[190] b. sectio 122

[191] c Sectiones 98 & 120

[192] d Lemma 3

[193] e Lemma 1

[194] a sectio 119

[195] 128{.} Continuatur præfatarum affectionum declaratio.

[196] Pete ex paginis 103, 104 & 105

[197] a sectiones 117, 118, 122

[198] a sectiones 117, 118, 122

[199] b sectiones 118 & 122

[200] c sectio 120

[201] d Lemma 3

[202] Pete ex pagina 106.

[203] Lectiones 16 et 17

[204] *The contents of this note are only visible in the diplomatic transcript because they were deleted on the original manuscript*

[205] b Sectio 118

[206] c Sectio 120

[207] d Corollarium 1 Lemmatis 5

[208] a Sectiones 99 & 110

[209] a Duplex hæc assertio contemplanti sectiones 115 & 118 patebit.

[210] a Duplex hæc assertio contemplanti sectiones 115 & 118 patebit.

[211] * Consule casus 2 scholij ad Propositionem 6.

[212] a Scholium ad propositionem 3, Sectio 125.

[213] b Scholium ad propositionem 11 sectio 126.

[214] Lectio 18.
