Latin translation of the "Account of the Commercium Epistolicum" (i.e. the English "Recensio") in Philosophical Transactions (1683-1775), Vol. 29. (1714 - 1716), pp. 173-224

Author: Isaac Newton

Source: MS Add. 3968, ff. 296r-311r, Cambridge University Library, Cambridge, UK

<296r>

This is the Recensio in a Latin translation diff from that published in **{illeg} {**Ian**}**. IV p. 445

Commercium Epistolicum Nº. 66.

<296bis(r)>

Ad Librum qui Commercium Epistolicum Collinij et Aliorum De Analysi Promota inscribitur Iussu Regalis Societatis editum, circa Controversiam Leibnitzium inter et Keillium, cui debeatur Inventæ jus Methodi Fluxionum, quam Alij Methodum Differentialem appellasse gestiunt Commentarius Ex Act. Philos. Londinensium Numero 342. decerptus, atque Ex Anglico quo prodijt sermone, Latine redditus.

Cum Varias jam viderimus apud Exteros prodijsse Commercij hujus Historiolas, at mutilas omnes atque imperfectas, ne quid inde determinenti veritas caperet, Nostri esse Iudicavimus rem omnem hic ab Origine repetere, atque Orbi Literato bona fide impertiri.

Complectitur hoc Commercium Epistolas varias Chartulasque antiquiores, secundùm Temporum seriem digastas, atque ex Autographis, quæ in singularum Titulis laudantur, fideliter descriptas aut in Latinum sermonem traductas. Id enim Illustrissima Societas Regalis, non paucis ad hoc munus delegatis socijs in mandatis dederat, non tantùm ut exscripta Exemplaria ad Autographarum veritatem probarent; sed ut ipsarum quoque Autographarum sinceritatem et fidem examini, quàm possent rigidissimo, subjicerent. Commercio verò Argumentum dedit Methodus quædam generalis resolvendi Æquationes finitas in infinitas, et tam has quam illas ad solutionem Problematum per Methodum, quam vocat, Fluxionum at Momentorum applicandi. Illam ergo primò expendamus hujus Methodi Partem, quæ ad resolvendas Æquationes finitas in infinitas spectat, nec non ad Figuras Curvilineas his artibus quadrandas. Per Æquationes Infinitas tales Æquationes intellectas volumus, quales è serie Terminorum constent ea lege ad Quæsitis mensuram accuratam propiùs perpetuò in infinitum vergentium, ut minus tandem quàm pro imperata aliqua parte a vera absint, et si in infinitum deducatur series, hinc inde a mensura justa discrepantiam jam nullam relinquant.

Wallisius in Opere quod A.C. 1657 edidit Arithmetico Cap. 33. Prop. 68 perpetua Divisione Fractionem $\frac{\mathrm{A}}{1-\mathrm{B}}$ transmutabit in seriem $\mathrm{A}+\mathrm{AR}+\mathrm{AR}^2+\mathrm{AR}^3+\mathrm{AR}^4+\&c$.

D. Vicecomes Brounker Hyperbolam quadravit per seriem $\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{5\times6}+\frac{1}{7\times8}+\&c$. id est per hanc $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}+\&c$. pro singulis Terminis sem Apr. An. 1668 fuit inserta.

Mercator mox ejusdem Quadraturæ Demonstrationem edidit ope Divisionis Wallisianæ, quam proterius Demonstratione Geometrica munivit Iacobus Gregorius Paucisque dehinc elapsis Mensibus, Collinius utriusque quibus hæc tractarentur, Libel <296bis(v)> los Cantabrigiam ad Barrovium transmisit, qui eosdem D. Newtono (jam à multis Annis ad Equestrem Dignitatem evecto) Mense Iunio An. 1669 impertivit. Extemplò Barrovius Collinio parva rependens, ad eum remisit Newtoni Tractatum Titulo Analysis per Æquationes numero Terminorum infinitas inscriptum. Atque is est qui primum in Commercio locum tenet; Complecteturque Methodum Generalem ea omnia in Figuris quibuscunque exsequendi quæ Brounkerus et Mercator in sola Hyperbola efficere valuerunt. Nam quam vis ad decem et ampliùs post annos vitam produxerit Mercator, tamen ultra unicam illam Hyperbolæ Quadraturam nihil profecit. Immanes verò ille Progressus, quos jam ad Stuporem usque fecerat Newtonus, luculenter ostendunt minimè ipsum Mercatoris Auxilijs aut opus habuisse aut quidem quidquam proficere potuisse. Sed ne res in lites trahatur, ultrò et libenter concedit Newtonus et invenisse Brounkerum et demonstrasse Mercatorem series illas ad Hyperbolam, jam annos aliquot priùs quàm vel eas illi edidissent, vel ipse suam Methodum Generalem adinvenisset.

Ad hunc De Analysi Tractatum spectant ea, quæ ipse Newtonus Literis ad Oldenburgum datis Octob. 24. A. 1676 exaravit viz. Eo ipso tempore quo Mercatoris Logarithmotechnia prodijt, communicatum est per amicum D. Barrow (tunc Matheseos Professorem Cantab.) cum D. Collinio Compendium quoddam harum serierum, in quo significaveram Areas et Longitudines Curvarum omnium, et solidorum superficies et contenta ex datis Rectis; et vice versa ex his datis Rectas determinari posse: et Methodum indicatam illustraveram diversis seriebus.

Annis verò 1669, 1670, 1671 et 1672 Collinius (quod probant ipsius Literæ) de hoc Compendio nonuit in Scotia Iacobum Gregorium, Parisijs Bertetum, Dominumque Vernon eo tempore Parisijs versantem; in Italia Alphonsum Borelli; Dominosque Strode, Townley, Oldenburgh, Dary Atrosque in Anglia.

Et Oldenburgus literis suis datis Sept. 14. A. 1669, quæ in scrinijs Regalis Societatis asservantur, ejusdem rei Franciscum Slusium Leodij vertiorem fecit; sententijs etiam aliquot ex Compendio in ejus gratiam exscriptis.

Speciatim verò Collinius, literis ad Iacobum Gregorium datis Nov. 25. A. 1669 de Methodo Compendio comprehensa pronuntiat: Barrovius Provinciam suam publicè prælegendi remisit cuidam Nomme Newtono Cantabrigiensi, cujus tanquam viri acutissimo Ingenio præditi in Præfatione Prælectionum Opticarum, meminit: quippe antequam ederetur Mercatoris Logarithmotechnia, eandem Methodum adinvenerat, eamque ad omnes Curvas generaliter et ad Circulum diversimodè applicârat.

Ejusdem meminit idem Collinius literis ad Davidem Gregorium datis Aug. 11. A. 1676 his verbis: Paucos post Menses quàm editi sunt hi Libri (viz. Mercatoris Logarithmotechnia et Exercitationes Geometricæ Gregorij) missi sunt ad Barrovium Cantabrigiæ. Ille autem responsum dedit hanc infinitarum Serierum Doctrinam à Newtono biennium ante excogitatam fuisse quam ederetur Mercatoris Logarithmotechnia, et generaliter omnibus Figuris applicatam, simulque transmisit D. Newtoni Opus manuscriptum. Duorum hic laudatorum Librorum posterior prodijt exeunte Anno 1668. Barrovium verò Newtoni Compendium proximè insecuto Iulio cum Collinio communicasse probant tres ipsius Barrovij Epistolæ.

Porrò Collinius Literis ad D. Strode datis Iul. 26. A. 1672 de eadem Methodo hæc enerrat: Exemplar ejus (Logarithmotechniæ) misi Barrovio Cantabrigiam, qui quasdam Newtoni Chartas extemplò remisit: è quibus et alijs quæ priùs ab authore cum Barrovio communicata fuerant, patet illam Methodum à dicto Newtono aliquot annis antea excogitatam et modo universali applicatam fuisse: Ita ut ejus <297r> ope, in quavis Figura Curvilinea proposita, quæ una vel pluribus proprietatibus definitur, Quadratura vel Area dictæ Figuræ, accurata si possibilis sit, sin minùs infinitè vero propinqua, Evolutio vel Longitudo Lineæ Curvæ, Centrum gravitatis Figuræ, solida ejus rotatione genita, et eorum superficies; sine ulla radicum extractione obtineri queant. Postquàm intellexerat D. Gregorius hanc Methodum à D. Mercatore in Logarithmotechnia usurpatam et Hyperbolæ quadrandæ adhibitam, quamque adauxerat ipse Gregorius, jam universalem redditam esse, omnibusque Figuris applicatam; acri studio eandem acquisivit multùmque in ea enodanda desudavit uterque D. Newtonus et Gregorius in animo habet hanc Methodum exornare: D. Gregorius autem D. Newtonum primum ejus inventorem anticipare haud integrum ducit.

Denique Literis ad Oldenburgium cum Leibnitzio communicandis datisque Iun. 14. A. 1676 idem Collinius addit: Hujus autem Methodi ea est præstantia, ut cum tam latè pateat ad nullam hæreat difficultatem. Gregorium autem aliosque in ea fuisse opinione arbitror, ut quicquid uspiam antea de hac re innotuit, quasi dubia diluculi lux fuit, si cum Meridiana claritate conferatur.

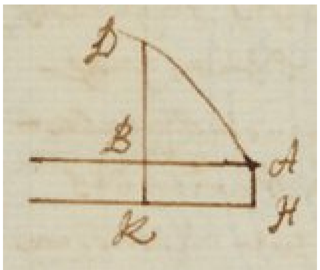
Compendium hoc Newtoni primus Mense Decemb. A. 1710 in lucem emisit Gulielmus Iones, postquam a se reperti inter Collinij Chartas Collinijque manu exarati exemplaris fidem ad Autographum, quod ab ipso Newtono impetraverat, exegisset. Ipsi vero, quod diximus, Argumento fuit Laudata illa Analyseos Methodus Generalis, qua modum edocemur resolvendi Æquationes finitas in infinitas, quibusque artibus utriusque generis Æquationes, per Methodum Momentorum tractari oporteat ut commodiori deserviant Problematum solutioni: Ubi re dimissa substitit Wallisius, inde occipit Compendium, triumque Regularum firmissimo Fundamento Quadraturarum Methodum superstruit.

Wallisius Arithmeticam suam Infinitorum edidit A. 1655. Hujusque Operis Prop. 59ª. si Figuræ Curvilineæ Abscissa dicatur x, m et n numeros notent, Ordinatasque normaliter Abscissis insistentes exponat $x^{\frac{m}{n}}$, monstraverat Aream Figuræ provenire $\frac{n}{m+n}x^{\frac{m+n}{n}}$. Atque hanc arripuit Newtonus ut Regulam primam cui Curvas Quadrandi Methodum superstrueret. At particulatim tantù et ad Casus singulares, Regulam Wallisius demonstraverat, longa specialium Propositionum Serie, quas tandem in Unam Generalem coegit subsidio Tabellæ, in quam Casus aliquot singulares ordine retulerat. Newtonus verò Casus omnes in unum congessit ope Dignitatis Exponentis indefiniti, et sub Compendij finem unà demonstravit per Methodum Momentorum: simulque se primum præbuit, qui hujusmodi Dignitates Exponentibus indefinitis affectas Analyseos Operationibus superinduxit.

Per ejusdem Arithmeticæ Infinitorum Prop.. 108. aliasque aliquot insequentes, si Ordinatæ contigeret ex binis aut pluribus alijs Ordinatis per signa + et − connexis componi, Areæ pariter accidet ex binis aut pluribus alijs Areis conflari per propria sua signa + et − conjunctis. Quam ut secundam Regulam Newtonus Quadraturarum Methodo substravit.

Tertiæ Regulæ usus est, quando Quadratura non aliter procedit, in reducendis Quantitatibus Fractis et Radicalibus, Adfectisque Radicibus Æquationum ad series Convergentes, ut deinde per priores duas Regulas, sigillatim quadrentur Figuræ quarum Ordinatas Termini Serierum ordine referunt. Newtonus, Literis ad Ol <297v> denburgum datis Iun. 13. A. 1676 et cum Leibnitzio communicatis, Methodum edocuit reducendi dati Binomij datam Dignitatem in seriem Convergentem, et quemadmodum ex hac serie Quadranda veniat Curva cujus Ordinatam exponat Dignitas illa data. Rogatusque à Leibnitzio, ut Originem panderet hujus Theorematis, respondet Newtonus, literis datis Octob. 24. A. 1676 se non ita multò ante quàm Pestis ingrueret (quæ Londini flagrabat A. 1665) dum Arithmeticæ Infinitorum Wallisianæ invigilans cogitaret qua arte interpolanda esset series $x, x-\frac{1}{3}x^3, x-\frac{2}{3}x^3+\frac{1}{5}x^5, x-\frac{3}{3}x^3+\frac{3}{5}x^5-\frac{1}{7}x^7, \&c$. Invenisse Aream Circuli esse $x-\frac{\frac{1}{2}x^3}{3}-\frac{\frac{1}{8}x^5}{5}-\frac{\frac{1}{16}x^7}{7}-\frac{\frac{5}{128}x^9}{9}-\&c$. Dumque Interpolationis Methodum prosequeretur et excoleret, laudatum Theorema adinvenisse, Inventisque auxilio, Fractas quascunque et surdas Quantitates redegisse ad Series Convergentes, jam facili Divisione et Extractione Radicum; et denique Inventum ad Evolutionem Adfectarum Radicum promovisse. Istæ verò Reductiones Tertiam sibi Regulam conficiunt.

Cumque jam Newtonus in Compendio su tres illas Regulas et explicasset, et varijs exemplis illustrasset, progressus est Principium exponere, quo Area ex Ordinata facillimo nexu deducitur et quasi sponte fluit: Aream considerans tanquam Quantitatem continuo fluxu crescentem sive augescentem, ad proportionem Longitudinis Ordinatæ, quando interim Abscissa supponitur augeri uniformiter, ad proportionem Temporis. Et a Temporis Momentis, Momentaneis istis Abscissæ Areæque Incrementis Particulisve infinitè parvis, quæ Temporis Momentis generantur, traductum Momentorum Nomen imposuit. Momentum Lineæ Punctum dixit, at sensu Cavallerij, Punctu Geometricum nullius longitudinis minimè cogitans, sed Lineam veram longitudinis infinitè parvæ. Eodemque Cavallerij sensu, Areæ aut superficiei Momentum dixit Lineam, quamvis non Lineam Geometricam nullius latitudinis, sed veram superficiem latitudinis infinitè parvæ intellectam voluerit. Et quando Ordinatam tanquam Areæ Momentum consideraverat, Rectangulum intellexerat sub Ordinata Geometrica et Abscissæ Momento, quamvis de hoc Momento non semper et ubique

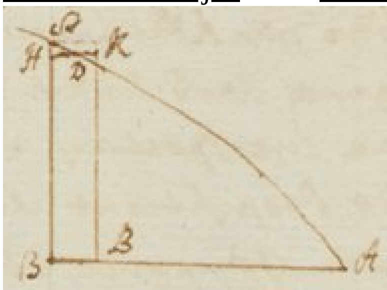


disertè meminerit. Sit, ait, ABD Curva quævis, et AHKB Rectangulum cujus latus AH vel KB est imitas. Et cogita Rectam DBK uniformiter ab AH motam Areas ABD et AK describere; et quod [recta] BK (i) sit Momentum quo [area] AK (x) et [recta] BD (y) Momentum quo [area Curvilinea] ABD gradatim augetur; Et quod ex Momento BD perpetim dato possis, per præcedentes [tres] Regulas, Aream ABD ipso descriptam investigare, sive cum Area AK (x) Momento I descripta conferre. Atque in Quadrandis Curvis hæc Newtono fuit Operis Idea. Quomodo verò ad alia Problemata eandem applicuerit, verbis proximè sequentibus indicat. Iam qua ratione (inquit) superficies ABD, ex Momento suo perpetim dato, per præcedentes [tres] Regulas elicitur, eadem quælibet alia quantitas ex Momento suo sic dato elicietur. Exemplo res fiet clarior. Adductisque ad hanc rem. Exemplis aliquot, Methodum suam Regressuum subjungit, qua ab Area, Arcu aut Contento solido ad Abscissam reditur: Modumque <298r> monstrat quo eadem Methodus extendatur ad Curvas Mechanicas dictas, ad earum determinandas Ordinatas, Tangentes, Areas, Longitudines, &c. Et quemadmodum ex assumpta qualibet Æquatione quæ Relationem exprimat Aream inter et Abscissam cujusdam Curvæ, hujus Curvæ Ordinata per hanc Methodum eruatur. Atqui isthæc Fundamenta fuerant quibus Fluxionum Momentorumque Methodum Newtonus superstruxerat: Methodique suæ summam, literis datis Octob. 24. 1676, intra augustias hujus sententiæ breviter concluserat; Data Æquatione quotcunque Fluentes Quantitates involvente, Invenire Fluxiones, et vice versa.

Compendio suo Newtonus Fluxionem uniformem Temporis, Temporisve vicem gerentis Quantitatis cujuscunque exponit per Unitatem; at Momentum Temporis Quantitatisve Tempus referentis per Literam o; Aliarumque Quantitatum Fluxiones quidem per alia quælivet symbola, Momenta verò per Rectangula sub istis symbolis literaque illa o comprehensa; Areamque Figuræ Curvilineæ per Ordinatæ valorem figuræ quadrilateræ inscriptum; Aream sciz. Spectans ut Fluentem, Ordinatamque ut ejusdem Fluxionem. Quando de Propositione aliqua demonstranda agitur, Literam illam o considerat tanquam Temporis, vel Tempus Exponentis, vel alterius cujuscunque Quantitatis uniformiter fluentis Momentum finitæ minimèque contemnendæ magnitudinis; finitisque Figuris et Schematis Calculum omnem instituit, rigoroso veteris Geometriæ more, procul ablegata omni Appropinquantionis licentia: neque ante jam subductum Calculum, reductamque Æquationem, diminui Momentum illud o in infinitum atque tandem evanescere ausus est assumere. At quando Investigationis non Demonstrationis opus est, brevitati studet; Momentumque illud o, præ infinita parvitate, facilè spernens scribere omittit, nullumque non arripit Compendij aut Appropinquationis genus, quod nihil Erroris Conclusioni Maturum prospicit. Prioris Methodi occurrit Exemplum sub finem Compendij, quo loci hac arte demonstratam habemus Primam trium illarum Regularum, quas ut totius Fundamentales mox ab Operis exordio præmissas fuisse diximus. Posterioris Exempla idem Compendium exhibet in dimetiendis Linearum Curvarum Longitudinibus pag. 15. In diquirendis quas vocant Mechanicarum Curvarum Ordinatis, Areis et Longitudinibus pag. 18. 19. Monetque Auctor Curvis istis Mechanicis, ejusdem Methodi ope, Tangentes facilè duci pag. 19. Literisque datis Decemb. 10. 1672 addit eandem Methodum Problemata etiam attingere de Curvaturis Linearum Curvarum, sive Geometrici illæ sive Mechanici generis extiterint. Ex quibus eum apparet ad secunda usque et Tertia Momenta jam Methodum suam promovisse. Nam quando in Figuris Curvilineis Areæ tanquam, Fluentes spectantur (quod in hac Analysi frequenti usu venit) Fluxiones primas referunt ipsæ Ordinatæ, Tangentes per Fluxiones secundas, et Curvaturarum Conditiones per Tertias determinantur. Imò in eadem Analysi, quando pag. 16, Newtonus ait Momentum est superficies cum de solidis, et Linea cum de superficiebus, et Punctum cum de Lineis agitur; res eòdem planè redit ac si dixisset, solidorum (quando solida pro Fluentibus putantur) Momenta esse superficies, Horumque Momentorum Momenta (sive Momenta secunda) esse Lineas, Horumque rursùs Momentorum Momenta (sive Momenta <298v> Tertia) esse Puncta, at Cavalleriano sensu intelligenda. Porrò in Principijs Philosophiæ, quibus passim Lineas considerat tanquam Fluentes Punctorum motu descriptas, quorum velocitas continuò augetur vel diminuitur, velocitates Fluxiones primas, Velocitatum Incrementa Fluxiones secundas referunt. Denique Problema Data Æquatione Fluentes Quantitates involvente, Fluxiones invenire, et vice versa ad omnis Ordinis Fluxiones porrigitur, ut probant solutionis Exempla a Wallisio edita Tom. 2. pag. 391, 392, 396. Libroque 2. Princip. Prop. XIV Ipse Newtonus secundam differentiam, Differentiam Momentorum dixerat.

Sed ut clariùs elucescat Quo Calculi genere Newtonus uteretur Anno 1669 (vel ante hunc Annum) quando Analyseos Compendium conscriberet, placuit ex Compendio descriptam ejus Demonstrationem Primæ illius jam supra laudatæ Regulæ hic apponere:

Sit Curvæ alicujus ADS Basis $AB = x$, perpendiculariter Applicata $BD = y$, et Area $ABD = z$, ut prius.



Item sit $B\beta = o$, $BK = v$, et Rectangulum BβHK (ov) æquale spatio Bβ SD. Est ergo $A\beta = x + o$, et $AS\beta = z + ov$. His præmissis, ex relatione inter x et z ad arbitrium assumpta, quæro y ut sequitur.

Pro lubitu sumatur (æquatio) $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} = z$, sive $\frac{4}{9}x^3 = zz$. Tum $x + o$ (AB) pro x, et $z + ov$ (ASβ) pro z substitutis, prodibit $\frac{4}{9}$ in $x^3 + 3x^2o + 3xo^2 + o^3 =$ (ex Natura Curvæ) $z^2 + 2zov + o^2v^2$. Et sublatis $\frac{4}{9}x^3$ et zz æqualibus, reliquisque per o divisis, restat $\frac{4}{9}$ in $3x^2 + 3xo + o^2 = 2zv + ov^2$. Si jam supponamus Bβ in infinitum diminui et evanescere, sive o esse nihil, erunt v et y æquales, et termini per o multiplicati evanescent; ideoque restabit. $\frac{4}{9} \times 3x^2 = 2zv$, sive $\frac{2}{3}xx\ (= zy\ ) = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}y$, sive $x^{\frac{1}{2}}\ \left(= \frac{x^2}{x^{\frac{3}{2}}}\ \right) = y$. Quare è contrà si $x^{\frac{1}{2}} = y$, erit $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} = z$.

Vel generaliter, si $\frac{n}{m+n} \times ax^{\frac{m+n}{n}} = z$; sive ponendo $\frac{na}{m+n} = c$, et $m + n = p$, Si $cx^{\frac{p}{n}} = z$, sive $c^nx^p = z^n$: Tum $x + o$ pro x, et $z + ov$ sive (quod perinde est) $z + oy$ pro z substitutis, prodit c^n in $x^p + pox^{p-1}$ &c. $= z^n + noyz^{n-1}$ &c. reliquis nempe (serierum) terminis, qui tandem evanescerent, omissis. Iam sublatis c^nx^p et z^n æqualibus, reliquisque per o divisis, restat $c^ppx^{p-1} = nyz^{n-1}\ \left(= \frac{nyz^n}{z} = \frac{nyc^nx^p}{cx^{\frac{p}{n}}}\right)$ sive dividendo per c^nxp, erit $px^{-1} = \frac{ny}{cx^{\frac{p}{n}}}$ sive $pcx^{\frac{p-n}{n}} = ny$; vel restituendo $\frac{na}{m+n}$ pro c et $m + n$ pro p, hoc est m pro $p - n$, et na pro pc, fiet $ax^{\frac{m}{n}} = y$. Quare è contrà, si $ax^{\frac{m}{n}} = y$ erit $\frac{n}{m+n}ax^{\frac{m+n}{n}} = z$. Q.E.D.

Eodemque operandi modo facilè demonstrari potest Regula secunda. Imò quæcunque assumatur Æquatio relationem exprimens Abscissam inter et Aream cujusdam Curvæ, Hujus Curvæ Ordinata eadem ratione eruetur, ut proximè sequentibus Analyseos verbis indicatur. Et si Rectangulum sub hac Ordinata et Unitate Curvæ alterius Aream ponatur Exponere, Ordinata hujus novæ Curvæ ijsdem artibus elicietur. Et sic porrò pergere licebit in infinitum. Atqui istæ Ordinatæ referunt ipsius Areæ primæ, Fluxiones primas, secundas, tertias, quartas cæterasque ordine sequentes.

Atque hic erat Newtono operandi Modus temporibus istis, quando Analyseos Compendio incumberet; eodemque utebatur in Libro De Quadraturis, hodièque uti pergit.

Inter Exempla Methodum Serierum et Momentorum illustrantia, quibus Newtonus Compendium suum adornaverat, memoranda erant Ista. Exponat Circuli Radium l, Arcum z, sinumque x; Atque eruere luebit Arcum ex dato sinu, sinumque ex dato Arcu per has Æquationes;
$z = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \frac{5}{112}x^7 + \frac{35}{1152}x^9 + \&c.\quad x = z - \frac{1}{6}z^3 + \frac{1}{120}z^5 - \frac{1}{5040}z^7 + \frac{1}{362880}z^9 - \&c.$

<299r>

De hac Methodo Collinius Gregorium jam monuerat circa tempus Autumnale An. 1669. Gregorius verò, postquam per Anni spatium negotio insudasset. tandem subsidio cujusdam e seriebus Newtonianis, Methodi Fundamenta detexit Mense Decemb. A. 1670. Duosque post Menses, literis datis Feb. 15. 1671, varia Theoremata hujus ope inventa ad Collinium transmisit, concessa simul venia, ut cum quibs videretur liberè communicaret. Communicasse verò quam liberrimè Collinium cum alijs tam quæ à Newtono quam quæ à Gregorio acceperat, monstrant ipsius Literæ in Commercio extribitæ. Atque inter series quas Gregorius Laudatis literis consignaverat, elucebant sequentes binæ. Nempe, Posito Circuli Radio r, Arcu a, Tangente t; determinandis Arcui ex data Tangente, Tangentisque ex dato Arcu provenient hæ Æquationes.
$a = t - \frac{t^3}{3r^2} + \frac{t^5}{5r^4} - \frac{t^7}{7r^6} + \frac{t^9}{9r^8} - \&c.\quad t = a + \frac{a^3}{3r^2} + \frac{2a^5}{15r^4} + \frac{17a^7}{315r^6} + \frac{62a9}{2835r^8} + \&c.$

Eodem Anno (1671) Leibnitzius duos Londini Libellos in lucem emisit. Regalis Societatis alterum, alterum Parisiensis Scientiarum Academiæ nomine inscriptos: priorisque Præfatione dedicatrici sibi cum Oldenburgio intercedentis Commercij meminit.

Mense Feb. A. 167$\frac{2}{3}$ in Colloquio cum Pellio, quem fortè apud Boylum convenerat, sibi asserere Moutoni Methodum differentialem non erubuit. Imò quamvis Moutoni certò esse Pellius monstrasset, non destitit tamen Leibnitzius Inventionem obstinatè pro sua venditare, Quia sciz. quod præ se ferebat, eam suo Marte ipse adiuvenisset multumque promovisset, de Moutono aut de moutoni rebus nihil interea gnarus.

Cum series quædam Newtoni ad Gregorium fuisset transmissa, tentaverat Ille eam deducere è seriebus suis diversè inter se conjunctis, quod ipse monet Literis datis Decemb. 19. A. 1670. Similaque aliqua arte videtur Leibnitzius, priùsquam Londino excessisset, summam invenisse seriei Fractionum in infinitum decrescentium Humeratore dato et constanti gaudentium, Denominatoribus verò (quos vocant) Triangularibus, aut Pyramidalibus, aut Triangulo-triangularibus, &c. Mysterium pandam! E serie $\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+$&c. subduc terminos omnes præter primum (viz. $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+$&c.) et relinquetur $1 =(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}$&c $=)$ $\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{4\times5}+$&c. Et ex hac serie subduc pariter terminos omnes præter primum, et relinquetur $\frac{1}{2}=\frac{2}{1\times2\times3}+\frac{2}{2\times3\times4}+\frac{2}{3\times4\times5}+\frac{2}{4\times5\times6}+$&c. Atque a serie prima subduc omnes terminos præter priores duos, et relinquetur $\frac{3}{2}=\frac{2}{1\times3}+\frac{2}{2\times4}+\frac{2}{3\times5}+\frac{2}{4\times6}+$&c.

Exeunte Februario aut ineunte Martio A. 167$\frac{2}{3}$ Leibnitzius Londino Parisios migravit: Commercium tamen cum Oldenburgio et Collinio integrum conservans et excolens, Mense Iulio A. 1674 rescripsit mirando quodam se potitum esse Theoremate; quo Area Circuli, Sectorisve cujuscunque Circularis accuratè daretur per seriem Numerorum, quos vocant, Rationalium. Octobrique insequente invenisse se Circuli Circumferentiam simplicissimorum Numerorum serie comprehensam, eademque Methodo (sic enim appellari placuit laudatum Theorema) posse Arcum quemlibet, cujus daretur sinus, serie non absimili exhiberi, quamvis interim lateret ipsius Arcus ad Circumferentiam totam proportio. Deserviebat igitur ejus Theorema sectori Arcuive inveniendo cujus daretur sinus. Si lateret Arcus proportio ad Circumferentiam totam, Theorema illud Methodusve ipsum tantummodo reddebat arcum: sin innotesceret illa proportio, Circumferentiam <299v> insuper totam tanquam Corollarium exhibebat. Ex quibus liquido constat quod vocasset Leibnitzius sive Methodum sive Theorema suum reapse aliud nihil extitisse quam prius illud è duobus paulò ante laudatis Newtoni Theorematis. Sed desideaverat Leibnitzius Theorematis Demonstrationem. Literis enim, datis Maj. 12. A. 1676, Oldenburgium rogavit ut Collinio suaderet Theorematis Demonstrationem sibi concedi, Methodum volens qua Newtonus Theorema adiuvenerat.

Literis à Collinio conscriptis datisque Apr. 15. 1675 consignatas Oldenburgius octo Newtoni Gregorijque series communicaverat cum Leibnitzio, inter quas extiterunt et laudatæ illæ binæ Newtonianæ inveniendis Arcui ex dato sinu, sinuique ex dato Arco deservientes, pariter atque Gregorij binæ Arcui ex data Tangente, Tangentique ex dato Arcu eruendis dicatæ. Quas sibi traditas Literas agnoverat Leibnitzius Responso dato Maj. 20. 1675 his verbis: Literas tuas multa fruge Algebraica refertas accepi, pro quibus tibi et doctissimmo Collinio gratias ago. Cum nunc præter Ordinarias Curas, Mechanicis imprimis negotijs distrahar, non potus examinare series quas misistis, ac cum meis comparare. ubi fecero, perscribam tibi sententiam meam, Nam aliquot jam Anni sunt quod inveni meas via quadam sic satis singulari.

Cavit tamen post hæc Leibnitzius de his acceptis seriebus amplius meminisse. Neque unquam dignatus est vel quantùm his distarent suæ exposuisse, vel quidem de suis ullas protulisse diversas ab ijs, quas Oldenburgio debuerat acceptas; si a Numericis paucis discesserimus, quas ad acceptarum normam, vel potius ut acceptarum exempla ad Casus aliquot particulares non difficile ipsi fuit concinnasse. Quantùm verò sibi profuerit series illa Gregoriana, qua a Tangente ad Arcum transitur, ipse docet Leibnitzius Actis Erud. ad Mens. Apr. 1691, pag. 178 hæc scribens: Tam Anno 1675 compositum habebam Opusculum Quadraturæ Arithmeticæ, ab amicis ab illo tempore lectum &c. Nempe ope Theorematis cujusdam Transmutationi Figurarum deservientis, illisque non absimilis quæ apud Barrovium et Gregorium reperiuntur, jam hujus seriei Demonstrationem tandem adiuvenerat. Atque hæc Opusculum suo Argumentum suppeditaverat. Etiamnum tamen desideraverat reliquarum Serierum Demonstrationem. Speciosam ergò arripiens fortè sibi oblatam Caussam ea rogandi, quæ desideraverat, has ad Oldenburgium Literas dedit Paris. Maj. 12. A. 1676: Cum Georgius Mohr Danus nobis attulerit communicatam sibi à Doctissimo Collinio vestro expressionem rationis inter Arcum et sinum per infinitas series sequentes; posito Sinu x, Arcu z, Radio 1.
$\mathrm{z}=\mathrm{x}+\frac{1}{6}\mathrm{x}^3+\frac{3}{40}\mathrm{x}^5+\frac{5}{112}\mathrm{x}^7+\frac{35}{1152}\mathrm{x}^9+$&c. $\mathrm{x}=\mathrm{z}-\frac{1}{6}\mathrm{z}^3+\frac{1}{120}\mathrm{z}^5-\frac{1}{5040}\mathrm{z}^7+\frac{1}{362880}\mathrm{z}^9-$&c. Hæc,

INQUAM, cum nobis attulerit ille, quæ mihi valde ingeniosa videntur, et posterior imprimit series elegantiam quandam singularem habeat: ideò rem gratam l mihi fecitis, Vir Clarrisime, si Demonstrationem transmisitis. Habebis vicissim mea ab his longè diversa circa hanc rem Meditata, de quibus jam aliquot abhinc Annis ad te perscripsisse credo, demonstratione tamen non addita, quam nunc polio. Oro ut Clarissimo Collinio multam à me salutem dicas: is facilè tibi materiam suppeditabit satisfaciendi desiderio meo. Ubi per verbum illud inquam facilè quis ad credendum induceretur, Leibnitzium, ante hoc Tempus, duas hasce <300r> series minimè unquam vidisse. Diversaque (sua) circa hanc rem Meditata non tantùm diversum sed majus quoque aliquid conceptum parturire illum spondebant, quàm unam ex ijsdem seriebus, quas jam ante annum ab Oldenburgio communicatas ipse accepisset, confirmatam tantummodò Demonstratione quadam sua, quam nunc poliebat ut dignum aliquid haberet offerendum, quo demereretur Newtonianas Methodos (quod petebat) ad se transmitti.

Quibus acceptis Literis Oldenburgius et Collinius communiter ad Newtonum scripserunt, obnixè rogants ut nè gravaretur ipse suam Methodum describere, cum Leibnitzio communicandam. Quorum votis officiòse annuens protenùs Newtonus in Literas datas Iun. 13. A. 1676 congessit Descriptionem suæ serierum Methodi, ei ferè similem, quam jam ante in Compendio adumbrasset: At hoc saltem discrimine, quod in his Literis Resolutionem Dignitatis à Radice Binomia in seriem latiùs et fusiùs tractaverit, leviter tantùm perstringens Reductionem per Divisiones et Evolutiones adfectarum Radicum; quando, ex adverso, in Compendio hanc Reductionem pleniùs explicasset, duosque tantùm priores terminos notasset seriei in quam Dignitas a Radice Binomia posset resolvi. Atque in his literis, ut de alijs taceam interspersis exemplis, exhibebantur duæ illæ series, quibus a Logarithmo Numerus, atque ab Arcu sinus versus eliciuntur. Parisios verò mandabantur hæ literæ Iun. 26. A. 1676 unà cum Codice MS in quem ea retulerat Collinius quæ de Gregorij literis excerpenda esse judicaverat.

Nam eum exeunte Anno 1675, Gregorius jam diem obijsset supremum, Collinius, Soliat ante Leibnitzio, at ijsque è Scientiarum Academia, Gregorianarum Epistolarum summarium concinnare dignatus est. Quod summarum hodie etiam exstat, ipsius Collinij manu exaratum inscriptumque, Excerpta ex D. Gregorij Epistolis cum D. Leibnitzio communicanda tibique (Oldenburgio) postquàm perlegerit ille, reddenda. Missaque reverà fuisse et communicata hæc Excerpta affirmat Collinius in literis quas ad Davidem Gregorium defuncti fratrem dederat Aug. 11. A. 1676: confirmantque quæ super illis ipsi Leibnitzius et Tschurnhausius responderunt.

Leibnitzius enim in Responso suo ad Oldenburgium dato Aug. 27. A. 1676, ita infil; Literæ tuæ Iul. 26. datæ plura ac memorabiliora circa rem Analyticam continent quam multa volumina spissa de his rebus edita. Quare tibi pariter ac Clarissimis Viris Newtono ac Collinio gratias ago, qui nos participes lot Meditationum egregiarum esse voluistis. Et sub finem Epistolæ, ubi à Newtoni Literis discesserit, ita pergit: Ad illa tuarum Literarum venio, quæ doctissimus Collinius communicare gravatus non est. Vellem adjecisset Appropinquationis Gregrianæ Linearis Demonstrationem. Furtenim his certè studijs promovendis aptissimus. Tschurnhausius verò in Responso suo dato Sept. 2. A. 1676, præmissis ijs, quæ ad Newtoni Literas de seriebus visum erat annotasse, subjicit: Similia porrò quæ in hac re præstitit eximius ille Geometra Gregorius memoranda certè sunt. Et quidem optimè famæ ipsius consulturi qui ipsius relicta Manuscripta luci publicæ ut exponantur operam navabunt. Sub exordium hujus Epistolæ, ubi de seriebus Newtonianis agitur narrat Tschurnhausius se cursum eas per volvisse, prospecturus an inter Newtonianas, fortè et iam Leibnitzianam reperiret seriem Circuli aut Hyperbolæ Quadraturæ dicatam. At si Excerpta Gregoriana explorasset, eam invenisset in Literis datis Feb. 15. 1671, quæ etiamnum extant in laudato Excerptorum Codice MS. Collinij manu exaratæ.

<300v>

Et quamvis jam secunda vice seriem hanc ab Oldenburgio Leibnitzius accepisset, eandem tamen, literis datis Aug. 27. A. 1676, non veritus est ad Oldenburgium remittere, quasi honestè sic rependerit nuper ad se transmissæ Methodi Newtonianæ Beneficium. Illam verò se prædicabat cum amicis, qui Parisijs agerent, jam ante tres et ampliùs annos communicasse, id est, duos ante Annos quàm ab Oldenburgio, literis datis Apr. 15. 1675 consignatam ipse habuisset: quo tempore non agnovisse eam pro sua Leibnitzium apparet ex ipsius Leibnitzij superiùs laudato Responso Maj. 20. A. 1675. Fieri quidem potest ut Londini acceptam cum amicis Parisiensibus, ante tres et ampliùs annos, communicaverit, quàm ad Oldenburgium remitteret. Sed non apparet tam maturè ipsi innotuisse Demonstrationem. Quam tamen cum esset consecutus, in Opusculo composuit, et amicis quoque impertivit. Atque hæc Anno 1675 contigisse ipse nos edocuit. Leibnitzio verò probandum incumbit, seriem hanc sibi ante innotuisse, quam Oldenburgio debuisset acceptam. Nam in Responso suo ad Oldenburgium dato, nullam è Seriebus ad se transmissis ut suam vel agnoscebat vel vindicabat. Sed contrà amicos potiùs Parisienses celabat se vel hanc seriem ab Oldenburgio cum alijs aliquot accepisse, vel Exemplar Literarum vidisse, quibus illum Gregorius cum Collinio, ineunte Anno 1671 communicaverat. Imò ad nos pro certò defertur Geometriam Promotam nè quidem attigisse Leibnitzium post tempus aliquod jam elapsum, quàm Londino Parisios fuisset profectus, id est post elapsum annum 1673.

Eisdem literis datis Aug. 27. A. 1676, cum summam descripsisset Quadraturæ suæ Circuli et Hyperbolæ Æquilateræ, addit Leibnitius: Vicissim ex seriebus Regressuum, pro Hyperbola hanc inveni. Si sit Numerus aliquis unitate minor $1-\mathrm{n}$, ejusque Logarithmus Hyperbolicus b; erit $\mathrm{m}=\frac{\mathrm{l}}{1}-\frac{\mathrm{l}^2}{1\times2}+\frac{\mathrm{l}^3}{1\times2\times3}-\frac{\mathrm{l}^4}{1\times2\times3\times4}+\&\mathrm{c}$. Si Numerus sit major unitate ut $1+\mathrm{n}$, tunc pro eo inveniendo, mihi etiam prodijt Rægula, quæ in Newtoni Epistola expressa est Sciz. erit $\mathrm{n}=\frac{\mathrm{l}}{1}+\frac{\mathrm{l}^2}{1\times2}+\frac{\mathrm{l}^3}{1\times2\times3}+\frac{\mathrm{l}^4}{1\times2\times3\times4}+\&\mathrm{c}$. Quod Regressum ex Arcubus attinet, incideram ego directè in Regulam quæ ex dato Arcu sinum Complementi exhibet. Nempe sinus Complementi $=1-\frac{\mathrm{a}^2}{1\times2}+\frac{\mathrm{a}^4}{1\times2\times3\times4}-\&\mathrm{c}$. Sed postea quoque deprehendi ex ea illam nobis communicatam, pro inveniendo sinu recto, qui est $\frac{\mathrm{a}}{1}-\frac{\mathrm{a}^3}{1\times2\times3}+\frac{\mathrm{a}^5}{1\times2\times3\times4\times5}-\&\mathrm{c}.$ posse demonstrari. Atque sic quidem suas Inventionis partes in quatuor his seriebus volebat Leibnitzius sortiri; quamvis Inventionis Methodus suo ad se rogatu fuisset transmissa, neque sibi adhuc satis intellecta. Nam eisdem Literis datis Aug. 27. A. 1676 potebat a Newtono ut rem fusiùs explicaret his verbis: Sed desideraverim ut Clarissimus Newtonus nonnulla quoque ampliùs explicet, ut Originem Theorematis quod initio ponit: item modum quo quantitates p, q, r in suis Operationibus invenit; Ac denique quomodo in Methodo Regressuum se gerat, ut cum ex Logarithmo quærit Numerum Neque enim explicat quomodo id ex Methodo sua derivetur. Duas series Inveniendo Numero ex dato Logarithmo deservientes sibi volebat Inventori adscribi, eisdem tamen Literis Newtonum rogabat ut Methodum explicaret eas inveniendi.

Quibus Acceptis Literis, rescripsit Newtonus laudatas quatuor series fuisse à se omnes cum Leibnitzio communicatas, comprehensis viz. duabis prioribus sub una in qua litera l Logarithmum referebat suo signo sive + sive − affectum; et Tertia ad excessum Radij supra sinum versum pertinente, quando series ad ipsum sinum versum fuisset ad illum transmissa. Et destitit quidem ab hoc tempore Leibnitzius ullam ex his seriebus sibi amplius assumere. Newtonus autem ut Leibnitzij votis annueret eisdem literis datis Octob. 24. A. 1676, Methodos suas Regressuum fusiùs explicuit <301r> At Leibnitzius, literis datis Iun. 21. A. 1677, desiderabat adhuc ulteriorem explicationem Brevi tamen post, retectis Newtoni literis, Iul. 12. A. 1677 rescripsit se non tantùm jam assecutum fuisse quæ desideraverat, sed etiam ex antiquis suis Chartis rescivisse, sibi olim unam ex Newtoni Methodis Regressuum in usu fuisse, qua tamen, quòd in Exemplo fortè oblato nihil elegans reddidisset, familiari sibi impatientia, porrò uti postea abstinuisset. Ante igitur consecutus fuerat Leibnitzius directas series varias, atque adeo etiam Methodum eas inveniendi, quàm Methodum inversam et invenisset et inventam oblivioni tradidisset: Et si antiquas suas Chartas diligentiùs explorasset, fortè inter eas illam quoque Methodum fuisset reperturus. Sed oblivioni traditis Methodis suis, maluit literis scriptis Newtonianas emendicare.

Porrò postquam Literis datis Iun. 13. 1676 Methodum suam serierum jam explicasset, addiderat Newtonus: Ex his videre est quantum fines Analyseos per hujusmodi infinitas Æquationes ampliantur: quippe quæ earum beneficio ad omnia penè dixerum Problemata (si Numeralia Diophanti et similia excipias) sese extendit. Non tamen omninò universalis evadit, nisi per ulteriores quasdam Methodos eliciendi series infinitas. Sunt enim quædam Problemata in quibus non licet ad series infinitas per Divisionem vel Extractionem Radicum simplicium affectarumve pervenire. Sed quomodo in istis Casibus procedendum sit jam non vacat dicere; ut neque alia quædam tradere, quæ circa Reductionem infinitarum serierum in finitas, ubi rei natura tulerit, excogitavi. Nam parciùs scribo, quod hæ speculationes diù mihi fastidio esse cœpitunt; adeo ut ab ijsdem jam per quinque ferè annos abstinuerim. Rescribebat Leibnitzius literis datis Aug. 27. 1676: Quod dicere videmini plerasque difficultates (exceptis Problematibus Diophantæis) ad series infinitas reduci; id mihi non videtur. Sunt enim multa usque adeo mira et implexa ut neque ab Æquationibus pendeant neque ex Quadraturis. Qualia sunt (ex multis alijs) Problemata Methodi Tangentium inversæ. Respondit verò Newtonus Literis datis Octob. 24. A. 1676. Ubi dixi omnia penè Problemata solubilia existere; volui de ijs præsertim intelligi circa quæ Mathematicis se hactenùs occuparunt, vel saltem in quibus Ratiocinia Mathematica locum aliquem obtinere possunt. Nam alia sanè adeò perplexis conditionibus implicata excogitare liceat, ut non satis comprehendere valeamus: et multò minus tantarum computationum onus sustinere quod ista requirerent. Attamen nè nimium dixisse videar, inversa de Tangentibus Problemata sunt in Potestate, aliaque illis difficiliora. Ad quæ solvenda usus sum duplici Methodo, una concinniori, altera generaliori. Utramque visum est impræsentia literis transpositis consignare, nè propter alios idem obtinentes, institutum in aliquibus mutare cogerer. 5accdæioeffh, &c. id est, Una Metehodus consistit in Extractione Fluentis Quantitatis ex Æquatione simul involvente Fluxionem ejus: altera tantùm in Assumptione seriei pro quantitate qualibet incognita, ex qua cætera commodè derivari possunt; et in collatione terminorum homologorum Æquationis resultantis ad eruendos terminos assumptæ seriei. Liquet igitur ex binis his Newtoni Epistolis, eo se tempore quando illas conscriberet, imò potiùs quinque et ampliùs annis ante hoc Tempus, Methodum jam tenuisse Problemata redigendi ad Æquationes Fluxionales et Series Convergentes; quo tempore Leibnitzio nondum innotuisse Reductionem Problematum sive ad Æquationes Differentiales sive ad series Convergentes, non minori evidentia apparet ex Responso quod ad priorem ex his Newtoni Epistolis Leibnitzius dederat.

Quod clariùs elucet ex ijs quæ Leibnitzius in Acta Erud. An. 1691 de hac re retulerat: Iam (ait) Anno 1675 compositum habebam Opusculum Quadraturæ Arithmeticæ <301v> ab amicis ab illo tempore lectum, sed quod, materia sub manibus crescente, limare ad Editionem non vacavit, postquam aliæ occupationes supervenere; præsertim cum nunc prolixiùs exponere vulgari more quæ Analysis nostra paucis exhibet, non satis Operæ pretium videatur. Quadraturam hanc Vulgari more compositam Leibnitzius cum Amicis communicare cœpit Parisijs An. 1675. Anno autem insequente, sunt ipse ad Oldenburgium scribebat Maj. 12. 1676, Demonstrationem poliebat, politam ad Oldenburgium missurus, ut non iniquum pretium; quo vicissim ab Oldenburgio Newtoni Methodum secum communicandam impertraret. Quamque pollicitus fuerat Quadraturam revera misit literis datis Aug. 27. 1676 compositam jam et politam vulgari more. Sed Hyeme insecuta Leibnitzio per Angliam et Belgium jam in Germaniam reverso ut negotia publica ingrederetur, non ampliùs vacabat Opus prælo parare. Neque postea operæ pretium videbatur ea prolixiùs exponere vulgari more, quæ Nova sua Analysis paucis exhibebat. Novam igitur hanc Analysin non ante invenerat Leibnitzius quam in Germaniam esset reversus, id est, non ante Annum 1677.

Idemque ulteriùs hoc, quod sequitur, Argumente confirmatur: Barrovius Methodum suam Tangentium edidit A. 1670. Newtonus literis datis Decemb. 10. A. 1672 suam Tangentium Methodum cum Collinio communicavit, addiditque: Hoc est unum Particulare vel Corollarium potiùs Methodi generalis, quæ extendit se citra molestum ullum Calculum, non modò ad ducendum Tangentes ad quasvis Curvas sive Geometricas sive Mechanicas, vel quomodocunque rectas Lineas aliasve Curvas respicientes; verum etiam ad resolvendum alia abstrusiora Problematum genera de Curvitatibus, Areis, Longitudinibus, Centris gravitatis Curvarum, &c. Neque (quemadmodum Huddenij Methodus De Maximis et Minimis) ad solas restringitur Æquationes illas, quæ quantitatibus surdis sunt immunes. Hanc Methodum intertexui alteri isti qua Æquationum Exegesin instituo, reducendo eas ad Series infinitas. Slusius suam Methodum Tangentium ad Oldenburgium transmisit Ian. 17. A. 167$\frac{2}{3}$, quæ non ita multò post Actis Philos. fuit inserta, et in Newtonianam recidere deprehensa. Tribusque Lemmatis fundabatur quorum primum fuit; Differentia duarum Dignitatum ejusdem gradus applicata ad differentiam laterum dat partes singulares gradus inferioris ex Binomio Laterum ut $\frac{y^3-x^3}{y-x} = y^2+yx+x^2$, id est, secundum notationem Leibnitzianam $\frac{d\,y^3}{d\,y} = 3y^2$. Exemplar Epistolæ Newtonianæ datæ Decemb. 10. A. 1672. transmisit ad Leibnitzium Oldenburgius inter Chartas Gregorianas, eodem tempore quo simul etiam mittebatur Newtoni Epistola data Iun. 13. A. 1676. Cum verò Newtonus in duabus his Epistolis quandam descripsisset quam adeptus esset Analysin maximè generalem, partim ex Methodo Serierum Convergentium constantem, partim ex altera Methodo, cujus ope Series illas ad omnium penè Problematum (exceptis fortè Numericis quibusdam Diophantæis similibus) solutionem applicabat, determinabatque Tangentes et Areas et Longitudines et Contenta solida et Curvaturas Curvarum et Figurarum Curvlinearum sive Geometrici sive Mechanici generis, Quantitates Radicales nihil usquam moratus; cujus quidem Methodi, Tangentium Methodus Slusiana non nisi Pars esset aut Corollarium: Leibnitzius interim in Patriam per Belgium revertens promovendæ Methodo Slusianæ totus invigilabat. Literis enim ad Oldenburgium datis Amstæl. Nov. $\frac{18}{28}$. A. 1676 hæc exarabit: Methodus Tangentium à Slusio publicata nondum rei fastigium tenet. Potest aliquid amplius præstari in eo genite quod maximi foret usus ad omnis generis Problemata: etiam <302r> ad meam [sine Extractionibus] Æquationum ad series Reductionem. Nimirum posset brevis quædam calculari circa Tangentes Tabula, eò usque continuanda donec Progressio Tabulæ apparet; ut eam Sciz. quisque quousque libuerit, sine calculo continuare possit. Atque hæc fuit Accessio ad Methodum Slusianam, qua eo tempore illa moliebatur Leibnitzius generalem officere. Et per verbas Potest aliquid amplius præstari in eo genere quod maximi foret usus ad omnis generis Problemata, videtur hoc unicum fuisse Augmentum, quo tunc temporis prospexerat posse Methodum ad omne genus Problemata promoveri. Nam nondum cogitata Calculi Differentialis Accessio ad sequentem Annum est referenda.

Newtonus proximè post datis Literis Octob. 24. 1676 de Analysi sua meminit, Barrovij officijs cum Collinio Anno 1669 communicata, atque de alio quodam Tractatu Anno 1671 circa series Convergentes conscripto, nec non circa Methodum illam alteram, qua Tangentes ducebantur ad modum Slusij, Maximaque et Minima determinabantur, et Quadratura Curvarum faciliùs tractabatur, quaque series inveniebantur, quæ, cum res ferret, suapte natura abrumperentur, Quadraturasque Curvarum Æquationibus finitis redderent. Itarumque Operationum Fundamentum huic, quod diximus, sententiæ, ænigmaticè transpositis literis, includebat; Data Æquatione Fluentes quotcunque quantitates involvente Fluxiones invenire, et vice versa. Quæ, sublata omni Litis Caussa, hic utenter probant jam ante hæc Tempora Methodum Fluxionum. Newtono fuisse inventam. Et, si quæ in his Literis elucent alia perpendamus, facilè illum crediderimus longè jam eam et ad insignem perfectionis gradum promovisse, maximèque genitalem reddidisse; cum Propositiones Libri sui De Quadraturis, cum Methodi Serierum Convergentium ducendique Curvas per data quotlibet numero puncta essent sibi jam familiares. Nam quando Methodus Fluxionum non procedebat per Æquationes finitas, Æquationes redigebat ad Series Convergentes ope Theorematis indefinitam Dignitatem à Radice Binomia exhibentis, et per Extractiones Fluentium ex Æquationibus Fluxiones sive involventibus sive non involventibus. Et quando non licebat Æquationes finitas adipisci, Series Convergentes ex Problematis Conditionibus deducebat, gradatim Series terminos assumens, assumptosque ex datis Conditionibus determinans. Quando verò Fluentes erant eruendæ ex Fluxionibus et interim lateret Fluxionum lex, legem illam inveniebat quam proximè, ducta Linea Parabolica, quæ per quotlibet data Puncta transiret. Atque his Augmentis, Newtonus, vel illis temporibus Methodum suam Fluxionum generaliorem reddiderat, quàm etiam hodie extat Methodus Differentialis Leibnitziana.

Epistolam hanc Newtoni datam Octob. 24. A. 1676 Oldenburgius Collinio tradidit transcribendam, et ante cum Leibnitzio communicandam quàm ille Londino excederet. Quodque profectum insequeretur Exemplar fuit amandatum, atque à Leibnitzio exeunte proxima Hyeme vel ineunte proximo vere acceptum. Paulòque post Literis datis Iun. 21. A. 1677 rescripsit Leibnitzius: Clarissimus Slusij Methodum Tangentium nondum esse absolutam Celeberrimo Newtono assentior. Et jam à multo tempore rem Tangentium generalius tractavi, Sciz. per Differentias Ordinatarum. — Hinc nominando, in posterum, dy differentiam duarum proximarum y &c. Atque ab hoc primùm tempore cœpit Leibnitzius jam Calculum suam differentialem proponere. Neque sibi cogniti hujus Calculi ante novissimas has acceptas Newtoni Literas ullum usquam extant vestigium. Asserit quidem Leibnitzius se jam à multo tempore rem Tangentium generalius tractasse, Sciz. per differentias Ordinatarum: Verùm enim verò in alijs è suis Epistolis asser{in}t varias se Series Convergentes et directas et inversas jam invenisse, quando Inveniendi Methodum nondum tenuisset. Asseruit se inventam quandam serierum Methodum inversam oblivioni ante tradidisse quam uti didicisset. At nemo Testis suarum Rerum. Inquus haberetur Index jurisque Gentium violator, qui Testem <302v> permitteret in sua Caussa. Probandum igitur omninò Leibnitzio incumbit se Methodum hanc jam diù ante invenisse quàm laudatas Newtoni Literas accepisset. Quod in probatum dederit, facilè dirimitur Controversia, uter Methodum Prior invenerit.

Illust. Marchio Hospitalius eximij vir Candoris in Præfatione ad Librum quem De Analysi Quantitatum infinite parvarum A.C. 1696 publici juris fecit, Fermatium narrat paulò post editam Cartesij Methodum Tangentium, aliam quandam excogitasse, quæ (ipso tandem id concedente Cartesio) Cartesiana fuit plerumque simplicior; non tamen usque adeo simplex quin adhuc simpliciorem postea reddideret Barrovius, altius perpensa Polygonorum natura, quæ familiariter et quasi sponte cogitandum objicit Triangulum parvum, conflatum ex particula Curvæ binis Ordinatis infinitè propinquis interjectæ, ex differentia harum Ordinatarum atque differentia Abscissarum ad Ordinatas pertinentium. Hic vero Triangulum cum simile illi sit quod à Tangente, Ordinata et subtangente efformare cogitamus; hinc fieri Quod in hac Methodo, facili unius Analogiæ Compendio, parcatur omni Calculo quem postulabat vel Cartesiana vel etiam hæc ipsa Methodus ante hoc inventum Compendium. Neque hic substitisse Barrovium. Sed Porrò Methodo suæ aptum excogitass Calculi genus Cum verò non minùs in hac Barrovij quàm in illa Cartesij Methodo, oporteret quantitates Fractas et Radicales priùs nos amoliri quàm in usum alterutram deduceremus, Huic Defectus ut subveniret, Leibnitzium Calculum suum superinduxisse. Atque ingressum esse magnum hunc Geometram Opus perficere, unde Barrovius alijque dereliquissent imperfectum. Calculoque suo in Regiones hactenus incognitas abductum, multa inde egregia et præclara reportasse inventa, quæ attonitis præstantissimis Europæ Mathematicis Admirationem injecerunt Atque hæc Marchio. Verum cum Marchioni neque contigisset Newtoni Analysin vidisse, neque Epistolas datas Decemb. 10. A. 1672, Iun. 13. A. 1676 et Octob. 24. A. 1676, quarum nulla publicè prodijt ante annum 1699, fieri non potuit, quin adhuc nescius hæc omnia et peregisse Newtonum et cum Leibnitzio peracta communicasse, ea Leibnitzio tribuerit Marchio, credideritque Leibnitzium Opus a Barrovio dimissum excepisse, Methodumque Barrovianam, patefacto jam modo eam ita adhibendi ut ad Fractas et Surdas quantitates non hæreret, immani Augmento promovisse. Porrò Iac. Bernoulli Act. Erud. Ian. A. 1691 pag. 14 hæc adfert. Qui Calculum Barrovianum (quem in Lectionibus suis Geometrias adumbravit Auctor, cujusque specimina sunt tota illa Propositionum inibi contentarum farrago) intellexerit, (calculum) alterum à D. Leibnitzio inventum, ignorare vix poterit; utpote qui in priori illo fundatus est, et nisi fortè in Differentialium Notatione et Operationis aliquo Compendio ab eo non differt.

Barrovius verò in sua Tangentium Methodo, Duas Ordinatas indefinitè propinquas describens, ponensque literam a referre Differentiam Ordinatarum, Literamque e differentiam Abscissarum, Tangenti ducendæ tres has adfert Regulas. 1. Inter computandum [ait] Omnes adjicio terminos in quibus ipsarum a vel e potestas habeatur, vel in quibus ipsæ ducuntur in se. Etenim isti termini nihil valebunt. 2. Post Æquationem constitutam omnes abjicio terminos literis constantes quantitates notas seu determinatas significantibus, aut in quibus non habentur a vel e. Etenim illi termini semper ad unam Æquationis partem adducti nihilum adæquabunt. 3. Pro a Ordinatam, et pro e subtangentem substituo. Hunc demum substangentis Quantitas dignoscetur. Hactenus Barrovius.

At Leibnitzius in Epistola sua supra laudata Iun. 21. A. 1677 qua primum Methodum suam differentialem proponere cœpit, Tangentium Methodi Barrovianæ vestigijs insistens nè transversum quidem inguem recessit, nisi in quantum literas a et e Barrovij mutaverit in suas dx et dy. Nam in Exemplo quod literis suis inseruit Leibnitzius, duas ducit lineas parallelas, quarum inferiori terminos omnes subscribit in quibus dx et dy (seorsum aut junctim) ultra unam dimensionem ascendunt; superiori terminos omnes <303r> superscribit, in quibus neque dx neque dy reperitur: los autem omnes propter rationes à Barrovio allatas, ponit evanescere; atque ex ijs terminis qui unam tantum dimensionem ipsorum dx et dy acquisiverunt, quos duabus Parallelis interserit, proportionem determinat subtangentis ad Ordinatam. Rectè igitur notavit Hospitalius inde exordium cepisse Leibnitzium unde Barrovius destitisset: siquidem Amborum Tangentium Methodi prorsùs in unam conspirant.

Porrò Leibnitzius tanquam Methodi suæ Corollarium addit Calculum suum exire in Conclusionem, quæ in Regulam Slusianam recidit, notatque hanc Regulam statim sponteque sua, illi se offerre, qui Methodum suam intellexerit. Verum Leibnitzio viam præiverat Newtonus, cum literis suis moneret Regulam Slusianam non nisi Corollarium esse Methodi suæ generalis.

Atque ut Newtonus significaverat Methodum suam Tangentes ducendi, Maximaque et Minima determinandi, &c. non morari Fractas aut Surdas Quantitates, pariter pergit Leibnitzius monstrare quomodo tractand veniat Methodus sua, ut neque hæreat illa ad Fractas aut Surdas quantitates, et deinde addit: Arbitror quæ celare voluit Newtonus de Tangentibus ducendis ab his non abludere. Quod addit, ex hoc eodem. Fundamento quadraturas quoque reddi faciliores me in hac sententia confirmat; nimirum semper Figuræ illæ sunt quadrabiles quæ sunt ad Æquationem differentialem. Ex quibus cum Calculo qui præcesserat collatis, manifestum est Leibnitzium id temporis intellexisse Newtonum Methodo poteri, quæ hæc omnia perageret; Imo jam apud se pericula facere, in fortè posset ipse Barrovij Methodum Tangentium Differentialem eò usque augere, ut eadem præstaret.

Mense Novemb. A. 1684 Leibnitzius in Acta Erud. Elementa retulit Methodi hujus differentialis; quam cum Exemplis aliquot illustrasset in ducendis Tangentibus atque in Maximis et Minimis determinandis, addidit: Et hæc quidem initia sunt Geometriæ cujusdam multò sublimioris, ad difficillima et pulcherrima quæque etiam mistæ Matheseos Problemata pertingentis, quæ sine Calculo Differentialis AUT SIMILI non temere quisquam pari facilitate tractabit. Ubi verba illa AUT SIMILI haud dubiè Newtoni Methodum spectant. Integra vero sententia amplius nihil includit quàm quod Newtonus literis suis An. 1672 et 1676 de sua Methodo generali priùs asseruisset.

Pergit Leibnitzius Actis Erud. Iun. 1686 pag. 297: Malo autem dx et similia adhibere quàm Literas pro illis, quia istud dx est Modificatio quædam ipsius x, &c. Satis noverat in hac Methodo literis uti cum Barrovio licere. Sed maluit Symbola nova dx et dy adhibere, quamvis nihil per ea symbola præstetur, quod non possit brevius per literas simplices præstare.

Anno insecuto exsplenduit Newtoni Principiorum Philosophiæ Liber talibus onustus Problematis, qualia Leibnitzius dixerat difficillima et pulcherrima etiam mistæ Matheseos Problemata quæ sine Calculo Differentiali aut SIMILI non temerè quisquam pari facilitate tractabit. Atque Illust. Marchio Hospitalius hunc Librum pronunciavit presque tout de ce Calcul penè totum hujus Calculi ope compositum. Leibnitziusque ipse, Literis ad Newtonum datis Hannoveræ Martij $\frac{7}{17}$. A. 1693, quæ etiamnum extant sua manu exaratæ, et pro Occasione Nuper data, erant cum Regali Societate communicatæ, rem eandem agnovit his Verbis: Mirificè ampliaveras Geometriam tuis seriebus, Sed edito Principiorum Opere ostendisti patere tibi etiam quæ Analysi receptæ non subsunt. Conatus sum ego quoque, notis commodis adhibitis quæ Differentias et summas exhibeant, Geometriam illam, quam Transcendentem appello, Analysi quodam modo subjicere, nec res malè processit. Idem rursùs concessit in Responso quod ad D. Fatio dederat, Actis. Erud. Maj. A. 1700. pag. 203. lin. 21 inserto. In Lemmate 2. lib. 2. Principiorum Elementa hujus Calculi syntheticè demonstrantur: Lemmati verò Scholium subjungitur his verbis: In Literis quæ mihi cum Geometra peritissimo G. G. Leibnitzio annis ab hinc decem intercedebant; cum significaveram me compotem esse Methodi determi <303v> nandi Maximas et Minimas, ducendi Tangentes et similia peragendi, quæ in terminis Surdis æquè ac in Rationalibus procederet; et literis transpositis hanc sententiam involventibus [Data Æquatione quotcunque Fluentes quantitates involvente, Fluxiones invenire, et vice versa] eandem celarem: rescripsit vir Clarissimus se quoque in ejusmodi Methodum incidisse, et Methodum suam communicavit à mea vix abludentem præterquam in verborum et Notarum formulis. Utriusque Fundamentum continetur in hoc Lemmate. His verò Epistolis atque altera illa data Decemb. 10. 1672, Cujus Exemplar Oldenburgium cum Leibnitzio communicasse jam supra diximus, Newtonus eò usque Methodum suam explicaverat, ut minimè Leibnitzio difficile esset eam, ope Methodi Tangentium Barrovianæ, ex illis Epistolis deduxisse. Nequaquam verò Illum eam tenuisse ante datas has Epistolas, allata jam Argumenta invictissimè demonstrant.

Cum Wallisius ex binis illis Newtoni Epistolis Iun. 13. et Octob. 24. A. 1676, quarum ipsi Copiam fecerat Oldenburgius, decerpta quædam inseruisset Algebræ suæ, Anglicè primùm editæ An. 1683, deinde Latinè An. 1693; paulò post ex Belgio certior factus Fluxionum Doctrinam Newtonianam plausu illic excipi, at alieno Methodi Differentialis Leibnitzianæ Nomine circumferri; rogatusque ut idcirco Literas Newtonianas integras ederet atque indiscerptas, hanc Rem sibi commemorandam judicabit in Præfatione ad Tom. 1. Operum suorum A.C. 1695 editorum: Factique Leibnitzio rationem reddidit, literis ad eum datis Decemb. 1. A. 1696, his verbis: Cum Præfationis (præfigendæ) postremum folium erat sub Prælo, ejusque typos jam posuerant Typothetæ; me monuit amicus quidam (harum rerum gnarus) qui peregrè fuerat, tum talem Methodum in Belgio prædicari, tum illam cum Newtoni Methodo Fluxionium quasi coincidere. Quod fecit ut (translatis typis jam positis) id Monitum interseruerim. Literisque alteris ad Newtonum datis Apr. 10. A. 1695 nuperque cum Regali Societate communicatis, de eadem re hæc scribit: Est quod vos oremus ut Literas vestras uberrimas Iunij et Augusti (Iunij volebat et Octobris) A. 1676 in lucem emittere dignemini. Ex Belgio enim monemur hujus generis aliquid vel ideo ab Amicis vestris expeti, quòd lato illic plausu exciperetur vestra Fluxionum doctrina at alieno Calculi Differentialis Leibnitziani nomine venditata. Seriùs ad nos deferebatur hoc Monitum, cum omne hoc Volumen, excepta Præfationis aliqua parte, jam Prælo exijsset; ut liceret tantum (dum sisteretur Prælum) brevem quam illic cernitis, super hac re mentionem injicere. Famæ vestræ Patriæque non tantum prospicitis, quantum quidem prospicere possitis, cum tanti Pretij Inventa tamdiu apud vos premitis, ut alijs interim detur Occasio vobis debitam famam captandi et reportandi. Conati sumus jus vestrum vobis in hac re tribuere. Nosque jam pænitet literas illas integras et ad verbum non edidisse.

Breve verò quod super hac re Præfationi suæ Monitum inseruerat Wallisius fuit his verbis conceptum: In secundo volumine (inter alia) habetur Newtoni Methodus de Fluxionibus [ut ille loquitur] consimilis naturæ cum Leibnitzij (ut hic loquitur) Calculo Differentiali (quod qui utrumque Methodum contulerit satis animadvertat, utut sub loquendi formulis diversis) quam ego descripsi [Algebræ Cap. 91. &c. præsertim Cap. 95] ex binis Newtoni Literis, aut earum alteris, Iun. 13 et Octob. 24. 1676 ad Oldenburgium datis, cum Leibnitzio tum communicandis (ijsdem ferè verbis, saltem leviter mutatis, quæ in illis literis habentur) ubi METHODUM HANC LEIBNITZIO EXPONIT, tum ante DECEM ANNOS nedum plures (id est, anno 1666 vel 1665) ab ipso excogitatam. Quod moneo, nè quis causetur de hoc Calculi defferentiali nihil à nobis dictum esse.

Qua arrepta Occasione, Mense Iunio Anni insequentis Actorum Leipsiensium Editores, Stylo Leibnitziano, ea summatim recensentes quæ ex duobus Operam Wallisij Tomis Prioribus præcipue recensenda judicabant; Paragraphum hunc Præfationis specia <304r> tim notarunt, querentes non quòd asseruisset Wallisius Newtonum Methodum Fluxionum ante denos et amplius annos sibi jam inventam, duabus supra laudatis Epistolis Leibnitzio exposuisse; sed quòd, Cum de Calculo differentiali meminisset, atque idcircò meminisse præ se tulisset, ne quis Causetur de Calculo differentiali nihil ab ipso dictum fuisse, Lectori non enarrasset Leibnitzium hujus Calculi jam eo tempore compotem fuisse, quando officijs Oldenburgij Epistolæ illæ sibi cum Newtono intercedebant. Atque hinc natum super hac re, Leibnitzium inter et Wallisium plurium Epistolarum Commerrcium, in quibus nullibi negabat Leibnitzius Newtonum hac Methodo jam potitum fuisse, ante denos annos quàm conscriberentur binæ laudatæ Epistolæ, quemadmodum Wallisius affirmaverat; sibi tam maturè cognitam ne quidem obscuriùs innuebat; nullum sibi ante annum 1677 cognitæ argumentum adferebat, ullumve quidem tam maturè cognitæ præterquam ipsius Newtoni Concessa; maturiùs cognitam nusquam affirmabat; Newtoni verò hac in re Candorem laudabat; Methodosque agnoscebat in præcipuis atque plurimum in unam recidere; atque idcircò communi solere eas Analyseos infinitesimalies nomine sibi venine; denique quemadmodum Methodus Vietæa et Cartesiana communi Analyseos speciosæ nomine prædicabantur, quamvis inter eas discriminis aliquid in paucis interesset, ita animadvertebat fortè posse Methodum suam à Methodo Newtoni in quibusdam nonnihil abludere; se verò ea solum modò suis adscripsisse, in quibus, quantum judicaret, Methodi inter se different, nominatim Notatonem atque Æquationes Differentiales et Exponentiales. At Literis datis Iun. 21. 1677 Æquationes differentiales sibi cum Newtono communibus accensebat.

Et sic quidem eo tempore stetit Controversia Wallisium inter et Leibnitzium. Quatuor verò post annos cum innuisset D. Fatio potuisset fortè Leibnitzium secundum hujus Calculi Inventorem aliquid à Newtono multis Annis antiquiore Inventore decerpsisse, Leibnitzius in Responso quod in Actis Erud. Maj. 1700 edidit, Newtonum agnoscebat Methodum seorsum invenisse; Newtono non negabat multis annis antiqiùs inventam; amplius nihil sibi tribuebat quàm se quoque Methodum seorsum adinvenisse Newtoni auxilia minimè mutuatum, ut qui eo tempore, quo Methodum hanc primum edebat, omninò nesciret Newtonum ultra eam Methodi quartem quæ ad Tangentes spectat, amplius quidquam fuisse consecutum. Qua defensione functus hæc adjiciebat: Quam [Methodum] ante D. Newtonum et Me nullus quod Sciam Geometra habuit; uti ante hunc maximi nominis Geometram NEMO specimine publicè dato se habere probabit, ante Dominos Bernoullios et Me nullus communicabit. Hactenus igitur primam sibi Inventionem nondum assumebat Leibnitzius, neque suam vindicabat ante Obitum Wallisij ultimì è vetustioribus illis Geometris qui quid Leibnitzio cum Anglis ante quadranginta Annos intercessisset Commercij intellexerant. Fato cesserat Wallisius Mense Octob. A.C. 1703: Leibnitzius autem ante Mensem Ianuar. 1705 jus Inventionis primæ sibi non occæpit arrogare.

Quamvis Librum suum De Quadraturis non ediderit Newtonus ante annum 1704, diù tamen ante hoc tempus fuisse conscriptum probant non pauca quæ ex illo Tractatu transcripserant in Literas suas datas Octob. 24 et Nov. 8. A. 1676. Huic vero Tractatus Argumento fuit Methodus Fluxionum, atque in illo, nè pro novo haberetur Opus, id sibi repetendum duxit Newtonus, quod ante novem annos edidisset Wallisius, quando ex adverso nihil opponeretur; hanc nimirum Methodum. Annis 1665 & 1666 prædatim fuisse inventam. Hinc verò arrepta Occasione Actorum Leipsiensium Compilatores, dum Mense Ianuar. A. 1705 Stylo Leibnitziano, hujus Libri summam ad umbrarent, reclamitabant Inventionem primam omninò Leibnitzij esse: Newtonum enim Leibnitzianis tantum Differentijs suas substituisse Fluxiones. Atque hæc Accusatio Ortum præbuit illi quæ hodie agitatur Controversiæ.

Keillius enim in Epistola Actis Philos. ad Menses Sept. et Octob. inserta Opprobij <304v> Ignominiam retorquebat his verbis: Fluxionum Arithmeticam sine omni dubio primus invenit D. Newtonus, ut cuilibet ejus Epistolas à Wallisio editas legenti facilè constabit. Eadem tamen Arithmetica postea mutatis nomine et Notationis modo à D. Leibnitzio in Actis Eruditorum edita est.

Cum Newtonus nondum vidisset quæ in Actis Leipsicis fuissent edita, Paragraphum hunc Epistolæ Keillianæ non sine aliqua Indignatione improbabat, ut qui Lites, a quibus abhorrebat vir optimus, fortè aere posset. Leibnitzius verò duriori sensu conscriptum credens quàm quidem Keillius intellectum volebat, de conjecta in se Calumnia questus est in Literis ad D. Sloan datis Martij 4. 1711. S. N, et simul Regalem Societatem precatus, ut Keillium cogeret quæ scripsisset retractare. At Keillio pars potior visa fuit ea explicare et vindicare: utque id faceret consentiebat jam Newtonus, postquam ipsi ostenderetur invidiosa illa, quam in

Actis Leipsicis, Leibnitzius in eum intenderat Accusatio. Leibnitzius autem, novis literis ad D. Sloan datis Decemb. 29. 1711, Lautum abfuit ut quam intenderat Accusationem instrueret, quamque omninò Illum instruere oportebat, si vellet à Calumniæ infamia vindare, ut præter Candorem suum nihil quidquam adferret, quasi hunc non liceret absque injuria in dubium vocare. Debitabat modum exponere, quo ad Methodum Controversam pervenisset. Dicebat in Actis Leipsicis suum cuique Tributum; Affirmabat Inventum se plusquam nonum in Annum pressisse (Septimum in Annum dixisse oportebat) ut nemo queri possit (volebat ut Newtonus queri non possit) se præcucurrisse; Keillio utebatur ut Homine novo, parum perito rerum anteaectarum cognitore, nec [a Newtono] mandatum habente, et vano atque injusto vociferatore qui esset coercendus; denique sibi persuadebat Newtonum suæ super hac re sententiæ indicia libenter daturum. Sed satis noverat Leibnitzius nihil affirmasse Keillium, quod non tredecim annis priùs affirmiasset Wallisius atque id temporis oppugnasset nemo. Noverat Newtonum suam super hac re sententiam jam tulisse in Introductione ad Librum suum De Quadraturis, ante natam hanc Controversiam publici juris factum. Sed vita functo Wallisio, erant homines novi qui in Anglia jam supererant Geometræ. Et Leibnitzio licebat, cujus videretur, candorem absque injuria in dubium vocere: Newtonum vero oportebat, quæ pro suis edidissit, Inventis vel renunciare, vel assiduis adspergi molestijs si renunciare nollet

Societas itaque Regalis cui in Leibnitzium atque in Keillium æqua competebat Potestas, quamvis jam bis à Leibnitzio provocata ut Auctoritate sua uteretur, tamen absurdum judicabat Keillium priùs damnare, quam res gestas disquireret atque excuteret; neque minus a ratione absonum censebat vel a partibus vel adversus partes Keillij Testes adhibere vel Newtonum vel Leibnitzium, quam vis jam solos superstites, qui ante quadraginta annos acta vel meminissent. Delegabat igitur illa Selectum Sociorum numerum, eumque non parvum, qui Epistolas et Chartas antiquas diligentissimè rimarentur; judiciumque suum super illis quæ invenerint, ad se deferrent. Ipsas verò Chartas et Epistolas unà cum Consessus judicio publici jussit juris fieri. Ex illis autem Epistolis et Chartis Consessus manifestò apparebat Newtonum Methodum Controversam tenuisse jam Anno 1669, vel ante hunc Annum; Confessus non apparebat Leibnitzium ad eandem pervenisse ante Annum 1677.

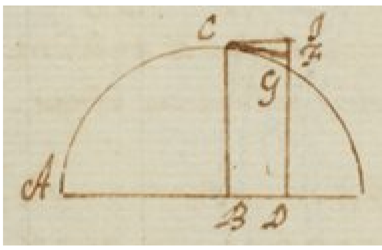
Ut verò fidem faceret Leibnitzius primam sibi deberi Methodi differentialis Inventionem, Newtonum suggerebat à principio literam o usurpansse more vulgari pro Incremento Quantitatis x, atque hoc facto, Methodo Differentialis Commoditatibus et Compendijs excidisse; at postquam Principia composuisset, literam o mutasse in $\dot{x}$, et **{Q}**ue dx substituisse $\dot{x}$. Verum Leibnitzio probandum incumbit Newtonum unquam <305r> o in $\dot{x}$ mutasse, vel $\dot{x}$ pro dx usurpasse, vel usum Literæ o usquam deposuisse. Usurpabat Newtonus literam o in sua Analysi anno vel ante annum 1669 conscripta, in Libro de Quadraturis, in Principijs Philosophiæ, atque etiamnum usurpat eodem sensu atque à Principio uteretur. In Libro de Quadraturis ea junctim utebatur cum Symbolo $\dot{x}$: Symbolum igitur $\dot{x}$ in ejus locum non substituebat. Symbola illa o et $\dot{x}$ diversi generis Quantitates referebant Momenti alterum, alterum Fluxionis aut velocitatis vicarum surrogabatur ut supra declaratum est. Quando litera x Quantitatem exponebat, uniformiter fluentem; Symbolum $\dot{x}$ referebat Unitatem, litera autem o Momentum, atque $\dot{x}o$ et dx Momentum idem notabant. Literæ punctis affectæ Momenta nunquam exponebant nisi quando in Momentum o ducebantur vel expressum vel subintellectum eas vel potius Quantitates per eas expositas infinitè imminuere, et tum Rectangula illa Momentorum vicem gerebant.

Newtonus Methodum suam minimè posuit in Notis quæ rerum tantum sunt vicariæ. Neque Fluentibus et Fluxionibus exponendis se adstrinxit ad ullam specialem symbolorum formulam. Quando Areas Curvarum ut Fluentes spectabat, Ordinatas ut plurimum habebat pro Fluxionibus, et Fluxiones exponere solebat per Symbola Ordinatarum, ut in Analysi. Quando Lineas tanquam Fluentes cogitabat, symbola quælibet supponebat Punctorum, quibus Lineæ describuntur, velocitates referre, id est Fluxiones primas, atque alia quæcunque symbola notare velocitatum Incrementa, id est Fluxionas secundas, ut passim in Principijs Philosophiæ. Quando literas adhibebat x, y, z pro Fluentibus, pro earum Fluxionibus utebatur literis p, q, r; aut eisdem literis mutatis formis ut X, Y, Z; aut $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$; aut alijs quibuslibet lineis, ut DE, FG, HI; quas ut ipsarum vicarias spectabat prima Fluxiones exponebat per literas Punctis affectas; in ultima verò per Ordinatas Curvarum; et per alia symbola dum in Introductione Methodum explicabat atque Exemplis illustrabat. Fluxionum Symbolis in Methodo sua usus est Leibnitzius nullis. Newtoni ergo Fluxionum symbola sunt id generis antiquissima. Momentorum aut Differentiarum symbolis dx, dy, dz uti occæpit Leibnitzius Anno 1677. Newtonus Momenta exponebat per Rectangula sub Fluxionibus et Momento o, quando Analysin conscribebat, id est ante Annos quaraginta sex. Leibnitzio symbola $\int x, \int y, \int z$ summas Ordinatarum referebant jam usque ab Anno 1686. Newtonus eandem rem in sua Analysi designabat per

Ordinatam figuræ quadratæ aut rectangulæ inscriptam. Omnia Newtoni Symbola sui quæque generis plurium Annorum Privilegio præcellunt.

Et quando objicitur Usum Literæ o esse vulgarem, Methodique differentialis commoditatibus destitui, prorsùs ex adverso, Methodus Fluxionum, ut a Newtono usurpata, omnes nacta est Methodi differentialis Commoditates, atque etiam alias. Elegantior est, quoniam in illa una tantum præsumitur Quantitas infinitè parva per symbolum exponenda, Symbolum Sciz. o. Destituunt nos subtiles Quantitatum infinitè parvarum Ideæ. Atque idcircò Newtonus in Methodum suam Fluxiones invexit, ut quantum res ferret, per Quantitates finitas procederet. Magis accedit ad Naturæ modos et Geometriæ Leges, quia primis Quantitatum nascentium rationibus superstraitur, quæ verum in Geometricis nactæ sunt existentiam, dum Indivisibilia, quibus fundatur Methodus Differentialis, neque in Geometria neque in Natura revera locum inveniunt. Dantur quidem Rationes primæ Quantitatum nascentium, at non Quantitates primæ nascentes. Natura fluxu continuo et Augmento Quantitates progenerat. Et veteres Geometræ talem Arearum et Solidorum Genesin receperunt, dum Lineam secundum alterius Lineæ longitudinem motu locali ducebant, ut Aream generarent, Aream itidem in Lineam, motu etiam locali, ut solidum progignerent. At continua Indivisibilium Additio ad Aream aut solidum generandum <305v> nunquam fuit in Geometriam recepta. Porrò Newtoni Methodus et certior est et latuos diffunditur ejus usus; ut quæ ad utramque partem est pariter comparata, tam ad Propositionem promptè indagandam per Appropinquationis Compendia, à quibus in Conclusionem nihil erroris dimanet, quàm ad accuratè demonstrandam. Methodus Leibnitziana indag**{illeg}**ndæ tantùm deservit. Cum non procederet opus in Æquationibus finitis, Remedio prospexerat Newtonus, excogitatis Seriebus Convergentibus, quibus Methodus sua ineffabili Intervallo ultra Leibnitzianam porrigitur, quæ intra angustias Æquationum finitarum coercetur. Leibnitzio enim prorsus exsorti esse obtigit Methodi Serierum infinitarum. Fatendum quidem eum post aliquot Annos, quam Methodus Serierum fuisset inventa, incidisse in Propositionem transmutandis Figuris Curvilineis in alias figuras Curvilineas æqualis Areæ deservientem, cujus ope eas quadrabat per Series Convergentes. At Methodi Quadrandi illas alias Figuras Leibnitzij non fuerant. Novæ suæ Analyseos ope Newtonus plerasque Propositiones Principiorum Philosophiæ investigaverat. Sed quoniam Veteres de hoc imprimis soliciti ut certissimis omnia rationibus constarent, nihil in Geometriam receperint quod non esset Syntheticè demonstratum; atque ut puriori et severiori Geometriæ inniteretur Systema Mundanum, Propositiones illas idcirco Syntheticè demonstratas dederat. Atque hinc est quòd diffiliùs in Analysin penetrent minus periti qua Propositiones illæ inveniebantur.

Quoniam in Scholio sub finem Libri de Quadraturis, Terminorum Seriei Convergentis, Tertij, Quarti et Quinti ad Differentias Secundam, Tertiam et Quartam Termini primi respectivè comparatorum, singulos singulis æquales posuerit; Newtono idcirco objiciebatur Se, eo saltem tempore, Differentiarum secundarum, Tertiarum et Quartarum Methodum non intellexisse. Verum cum in Propositione prima ejusdem Libri viam monstraverit qua Fluxiones primæ, secundæ, Tertiæ et sequentes in infinitum invenirentur, patet eum omnis Ordinis Fluxionum, et propterea omnis Ordinis differentiarum, quando huc librum conscriberet, Methodum perspexisse, id est ante Annum 1676. Si verò eo tempore non intellexerat, quando Scholium illud sub finem Libri adjecerat, quod anno 1704 factum, non aliunde id evenisse oportebat quam quòd sibi jam memoria excidisset Et Quæstio eò deducitur, An ante Annum 1704 Methodum Differentiarum secundarum et Tertiarum jam oblivioni dedisset



Propositione decima Lib. 2. Principiorum Philosophiæ, dum usus quosdam describeret Terminorum Seriei Convergentis in Problematis solvendis, docuit Newtonus, Si terminus primus Seriei Curvæ cujuslibet Lineæ ACG Ordinatam BC referat, et ponatur CBDI Parallelogrammum Latitudinis infinitè parvæ, cujus Latus DI secet Curvam in G, Tangentmque CF in F; secundum Seriei Terminum exponere lineam IF, Teriumque Lineam FG. At Linea FG secundæ differentiæ ipsius Ordinatæ non nisi dimidia pars est. Newtonus ergo, cum Principia conscriberet, Tertium Seriei Terminum æqualem ponebat dimidiæ tantum parti secundæ differentiæ ipsius Termini primi. Atque idcirco nondum eum effugerat Methodus differentiarum secundarum.

Quando huic Libro conscribendo operam dabat, sæpiùs Newtono consideranda veniebant Incrementa aut Decrementa velocitatum quibus Quantitates progignerentur. De quibus Incrementis aut Decrementis plurima ille Ratiocinia accuratè deducebat. Illa verò Incrementa aut Decrementa à secundis Quantitatum Fluxionibus non erant diversa. His igitur Temporibus Methodus secundarum Fluxionum Newtonum nondum evanserat.

Anno 1692 Newtonus à Wallisio rogatus Copiam ei fecit Propositionis primæ Libri sui de Quadraturis, eamque Exemplis aliquot illustravit in Fluxionibus primis, <306r> secundis et Tertijs, quæ videre est in Tom. 2. Operum Wallisij pag. 391, 392, 393 et 396. Ut neque adhuc Methodus secundarum Fluxionum Newtono fuisset elapsa.

Neque verisimile est, quando anno 1704 Scholium laudatum adjiciebat sub finem Libri De Quadraturis, eo ipso tempore illi excidisse non tantum primam ejusdem Libri Propositionem verùm ultemam etiam, cui illustrandæ Scholium illud dedicaverat. Si Suppleatur Particula ut quam in hoc Scholio, inter vocabula ERIT et EIUS casu aut incuria contigit omitti, Scholium jam conveniet tum duabus illis Propositionibus, tum reliquis Newtoni scriptis, et concidet Objectio.

Atque hactenùs de harum Methodorum Natura et Historia. Iam non abs re erit quædam de illis annotare.

Commercium Epistolicum de tribus meminit Tractatibus à Leibnitzio conscriptis postquam Exemplar Newtoni Principiorum Philosophiæ Hannoveram ad se fuisset transmissum, et cum jam ille vidisset summariam hujus Libri Recensionem quæ in Actis Erud. ad Mens. Ian. et Feb. 1689 fuit descripta. Istis verò Tractatibus palmarias hujus Libri Propositiones, novo more compositas, sibi arrogabat Leibnitzius quasi ante a inventas quam hic liber ederetur. Sed Leibnitzio non permittitur Testi in sua Caussa adhiberi. Vel ipsi probandum eas se Newtono priùs invenisse; vel Inventis in posterum renunciandum.

Trium horum Tractatuum ultimo Propositionem 20. [Newtonianarum primariam] tanquam Corollarium à 19ª. deduxit Leibnitzius. Ipsi verò 19æ. demonstrationem vitiosam commentus est. Aut Literato Orbi approbandum demonstrationem vitio vacare, aut Leibnitzio agnoscendum se neque eam neque ejus ope propopsitionem 20. invenisse; sed potiùs conatum Propositioni Newtonianæ demonstrationem commisci, ut pro sua tutiùs divulgaret; atque hinc Propositione sua 20. simulatum se nescivisse qua arte Newtonus ad eam pervenerit, ut Sciz. promptiorem faceret fidem sibi fuisse inventam nulla Newtono habita gratia.

Ex Erroribus in Prop. 15. et 19. Tractatus Tertij admissis demonstravit Keillius Leibnitzium, quando Tractatibus istis desudabat nondum satis intellexisse quem admodum differentiæ secundæ tractandæ veniant. Quod clariùs elucent ex Propositionibus 10. 11. et 12 ejusdem Tractatus Tertij, quas ut Principia adlibet Leibnitzius, quibus Analysi suæ Infinitesimali viam sternat ad virium Centrifugarum disquisitionem. Nam quamvis earundem primam proposuerit respectu habito ad Centrum Curvaturæ Orbitæ, tamen eadem utitur in duabus Propositionibus insequentibus respectu Centri Circulationis. Dumque Centra illa malè commisceret in Propositionibus illis, quas ut Fundamentales Calculo suo substravit, opus instauravit fœdis erroribus inquinatum, neque valebat præ secundarum et tertiarum differentiarum Imperitia, se erroribus, quibus esset implicatus, expedire. Quod ulterius confirmatur ex Propositione sexta etiam vitiosa; neque aliunde dimanavit error, quàm quod in differentijs secundis et Tertijs operandi Methodum non tenuerit. Quando itaque Tractatus istos conscriberet non nisi Tyrocinij Rudimenta deponebat Leibnitzius, Quod pro Candore suo honestum habebit agnoscere.

Videtur itaque Leibnitzium, quemadmodum primam Methodi differentialis Notitiam olim hausisset ex tribus, quas jam sæpiùs laudavimus, Newtoni Epistolis ad Methodum Tangentium Barrovianam comparatis, ita post decennium quando prodijssent Newtoni Princicipia Philosophiæ, eandem perrexisse attentando excolere, dum pericula faceret eam promovendi ad primarias hujus Libri Propositiones; atque ad hunc modum tres suos Tractatus extudisse. Quas enim in illis conspicimus Propositiones (falsis et futilibus exceptis) Newtonianas esse deprehendimus (vel a Newtonianis facilè manantia Corollaria) prius à Newtono diversis quamvis verbis editas. Neque tamen eas veritus est Leibnitzius deniò edere, tanquam diù ante a se inventas quam eas Newtonus primùm in Lucem emisisset. Nam sub finem Tractatus primi, ante sibi inventas professus est, quàm <306v> prodijssent Newtoni Principia Philosophiæ, imò priùs earum aliquas quàm Parisijs discessisset, id est ante Octobrem 1676. Tractatum vero secundum his verbis concludit: Multa ex his deduci possent praxi accommodata, sed nobis nunc fundamenta geometrica jecisse suffecerit, in quibus maxima consistebat difficultas. Et fortassis attentè consideranti vias quasdam novas satis antea impeditas aperuisse videbimur. Omnia autem respondent nostræ Analysi Infinitorum hoc est Calculo summarum et differentiarum (cujus Elementa quædam in his Actis de dimus) communibus quoad licuit verbis hic expresso. Ubi præ se fert Fundamenta Geometrica in quibus maxima consistebat difficultas hoc ipso Tractatu jam a se primùm conjici, atque hoc ipso Tractatu, aperire se jam primùm vias quasdam novas Satis antea impeditas; quamvis jam ante biennium prodijssent Newtoni Principia Philosophiæ quæ opportunam dedissent huic excudendo Tractatui

Occasionem, quæ fuissent tradita communibus quoad licuit verbis, quæque Principia ea omnia, Methodosque novas complecterentur. Cumque hæc omnia probè perspecta habuerit Leibnitzius, quando hunc Tractatum edebat, omninò eum decebat, vel ab eo tempore, Newtonum respexisse et agnovisse qui primus jecisset Fundamenta Geometrica in quibus maxima consistebat difficultas, qui primus aperuisset vias novas satis antea impeditas. Et hæc quidem omnia agnovit in Responso quod ad D. Fatio dederat his verbis: Quam (Methodum) ante Dominum Newtonum et me nullus quod Sciam Geometra habuit; uti ante hunc Maximi Nominis Geometram NEMO SPECIMINE PUBLICE DATO se habere PROBAVIT. Quodque tunc agnoverat, pro eo quo est Candore, tenetur nullam non arripere Occasionem idem honestè proficendi.

Leibnitzius Literis ad Wallisium datis Maj. 28. 1697 hæc exaravit: Methodum Fluxionum profundissimi Newtoni cognatam esse Methodum meæ Differentiali non tantum animadverti postquam Opus ejus (Principiorum Sciz.) et tuum prodijt, sed etiam professus sum in Actis Eruditorum, et alias quoque monui. Id enim Candori meo convenire judicavi, non minus quam ipsius Merito. Itaque communi nomine designare soleo Analyseos infinitesimalis, quæ latiùs quam Tetragonistica patet. Interim quemadmodum et Vietæa et Cartesiana Methodus Analyseos speciosæ nomine venit, discrimina tamen nonnulla supersunt, ita fortasse et Newtoniana et Mea differunt in Nonnullis. Quibus porrò agnovit Leibnitius ex perspecta sibi, jam ab editis Newtoni Principijs Philosophiæ, propinqua illa Cognatione, quæ Methodo alteri cum altera intercedebat, communi se eas Analyseos infinitesimalis Nomine postea designasse; Candorique suo cocnsentaneum judicasse, ut Cognationem illam non dissimularet. (Eademque Candoris officia etiam hodie illum devinctum tenent.) Neque solummodo hanc professus est Cognationem, sed Antiquitatis insuper Prærogativam Methodo concessit Newtonianæ. Quemadmodum enim vulgaris Analysis Speciosa à Vieta inventa levi aliquo discrimine eidem cedebat a Cartesio auctæ, ita animadverti voluit posse forte Methodum Newtonianam in paucis a sua deficere. Atque hinc perrexit Peculiaria enumerare, quibus Methodum Newtonianam ipse adauxisset, ut supra memoravimus. Hoc verò Vetustatis Privilegium quo Methodum Newtonianam præ sua gaudere eo tempore Wallisio concedebat etiamnum eum decet concedere.

Inter Peculiaria illa enumeranda quibus Newtoni Methodum adauxisse præ se ferebat Leibnitzius, secundo loco adfert Æquationes Differentiales. Sed ex Epistolis quarum alteri cum altero Commercium anno 1676 intercedebat, luculenter apparet hujusmodi Æquationes eo tempore Newtono familiari in usu fuisse quando nequaquam Leibnitzio innotuissent. Tertius locus Æquationibus cessit Exponentialibus: Atqui etiam has Leibnitzij cum Anglis Commercio acceptas referre decet. Wallisio enim, dum suas interpolaret series, obveniebant <307r> Dignitatum Indices Fracti et Negativi. Newtonus Analyticis suis Operationibus Dignitatum Indices superinducebat Fractos, Surdos, Negativos atque Indefinitos. Literisque datis Octob. 24. A. 1676 Leibnitzium monebat Methodum suam Resolutionem attingere Æquationum adfectarum quæ Dignitates involverent Indicibus etiam fractis et surdis implicatas. Ad quæ cum responderet Leibnitzius Iun. 21. A. 1677 vicissim à Newtono petebat ut dignaretur ad se perscribere, Quid sentiret ipse De Resolutione Æquationum quæ Dignitates involverent Indicibus indeterminatis affectas, quales erant hæ $x^y + y^x = xy$, $x^x + y^y = x + y$. Atque id genus Æquationes Leibnitzio Exponentialium Nomine hodie veniunt, quas augeri. Sed neque adhuc publicè agnovit in his quoque Newtonum ei facem prætulisse, neque specimine ullo edito probavit Inventi usum, lucrumve quod ex Invento fecisset, ubi Dignitatum Indices tanquam Fluentes Spectabantur. Verum cum Inventum familiari sibi impatientia ad huc non adjecerit, quamvis hujusmodi specimine nondum potitus, est Quod eum aliquando speremus Illius utilitatem orbi literato demonstraturum.

Monuerat jam Newtonus Literis datis Iun. 13. 1676 suam serierum Analysin his literis descriptam, non ex omni parte universalem evadere nisi per ulteriores aliquas Methodos, quas cum describeret literis datis Octob. 24. 1676, narravat sibi in potestate esse Methodos binas, quibus Inversa de Tangentibus Problemata, aliaque illis difficiliora resolvebat, quarumque Una consistebat In Assumptione seriei pro quantitate qualibet incognita, ex qua cætera commodè derivare possunt, et in Collatione Terminorum Homologorum ad eruendos Terminos assumptæ seriei. Quibus non obstantibus, Cum Leibnitzius in Actis Erud. ad Mens. Apr. 1693 eandem methodum denuò ut suam ediderit, atque Universalissimam pro seriebus prædicans, Inventionem suis adscripserit, vel Illi probandum incumbit priùs se eam invenisse quàm Literis has Newtonus dederat, vel Inventioni, quam suam vindicabat, publicè renunciandum.

Est etiam Quod publicè agnoscat Leibnitzius redditus sibi Oldenburgij Literas Apr. 15. 1675, quibus variæ Series Convergentes ad Quadrandas Curvas, et speciatim Gregoriana illa ad eruendum Arcum ex data Tangente, atque hinc Quadrandum Circulum excogitatæ, erant secum communicatæ. Privatim quidem rem agnovit literis ad Oldenburgium datis Maj. 20. 1675, quæ etiam hodie extant sua manu exaratæ, ut ab

Oldenburgio in Codicem Regalis Societatis Epistolis conservandis destinatum, fuerant relatæ. Sed nondum publicè id agnovit, quod omninò eum decebat agnovisse quando Seriem Gregorianam pro sua edebat.

Est porrò Quod publicè agnoscat reddita sibi Excerpta Gregoriana quæ Illius ad Illum rogatu, Oldenburgius Parisios usurpanda transmisit Mense Iun. 1676, atque interea, tum Epistolam Gregorij Feb. 15. 1651 de sua Serie; tum Newtoni Decemb. 10. 1672. De Methodo Fluxionum.

Cumque Literis ad Oldenburgium datis Decemb. 28. 1675 Leibnitzius se narraverat novissimè laudatam Seriem cum Amicis qui Parisijs agerent, ante duos et amplius annos communicasse, imò et aliquoties suis ad eum literis datis de eadem mentionem injecisse; Cum literis datis Maj. 12. 1676 declaraverit Oldenburgio se ad eum, ante annos aliquot, se serie illa perscripsisse; denique cum novis ad Oldenburgium datis Literis Aug. 27. 1676 se memoraverit eandem ante tres et amplius annos Amicis suis exposuisse, id est quam primum Londino profectus Parisios appelleretur; rogatum eum habemus ut dignetur explicare Unde fuerit, ut cum sibi redderentur Oldenburgij literæ Apr. 15. 1675 seriem hanc pro sua tunc non agnoverit

Leibnitzius literis suis Iul. 15 et Octob. 26. 1674 de una tantum meminit serie ad Circuli Circumferentiam pertenente, narratque Methodum quæ hanc dederat, dedisse <307v> etiam alteram inveniendo Arcui ex dato sinu idoneam, quamvis lateat Arcus ad Circumferentiam totam proportio. Hæc itaque Methodus, ex dato sinu 80 Graduum, illi seriem subministravit Circumferentiæ toti deservientem. Si verò aliam insuper tunc nactus esset Seriem, Circumferentiæ toti utilem, ex Tangente 45 Graduum derivatam, eum porrò rogatum habemus ut ne dedignetur publicè exponere quam ipse, diebus illis teneret Methodum, tantum pollentem ut ad utramque eruendam seriem suffecerit. Methodus enim per Transmutationem Figurarum impar est Negotio: neque enarrare abnuat Quamobrem de una tantum Circuli quadratura in his literis meminerit.

Deinde si Anno 1674 demonstrationem fuerit adeptus seriei Inveniendo Arcus ex dato sinu dicatæ, rogatur ut publicè eloquatur Quænam illa esset; Quidve illum impulerit, literis datis Maj. 12. 1676, Oldenburgium solicitare ut a Collinio impetrare eniteretur demonstrationem serie Newtonianæ, eandem rem præstantis; et denique quo discrimine series sua à serie Newtoniana discesserit. Conjunctas enim has Considerationes suspicionem injicere, olim fuisse seriem Newtonianam cum Leibnitzio i Anglia communicatam, quam Anno 1673 cæperit ille pro sua Parisiensibus Amicis impertiri, et de qua ut sua anno insequent, ad Oldenburgium, non alium in finem scripserit, quam ut illi eliceret Demonstrationem sive Methodum qua hujusmodi Series invenirentur: Quamvis anno deinde altero, quando Oldenburgius ad eum transmiserat tum hanc seriem, tum Gregorianam aliasque sex, destiterit amplius Leibnitzius eam sibi arrogare, quòd Demonstrationem non teneret, tempusque impendendum censeret transmissis ad se seriebus et seorsam considerandis, et comparandis ad suas, quasi Sciz. Series suæ aliæ essent, a missis ad se diversæ. Cum vero seriei Gregorianæ Demonstrationem ope Transmutationis Figurarum postea invenisset, Hanc deinde occæpisse pro sua cum Amicis Parisiensibus communicare, quemadmodum ipse monuit in Actis Erud. ad Mens. Apr. 1691 pag. 178 his verbis; Iam Anno 1675 compositum habebam Opusculum Quadraturæ Arithmeticæ ab Amicis ab illo tempore lectum, &c. Quamvis literas quibus hanc Seriem ab Oldenburgio acceperat, amicos suos celaverit, atque Oldenburgio sibi cognitam simulaverit ante Annum vel Biennium, quam hæ Literæ sibi redderentur; Anno verò proximè insecuto, cum sibi denuò redditæ essent à quodam Georgio Mohr duæ ex Newtoni Seriebus, ad Oldenburgium eum in modum rescripserit, ac si eas non ante vidisset; earumque Novitatem cuassatus Oldenburgium rogaverit. Si Leibnitzio videbitur hui Suspicioni obviam obsistere, probandum imprimis habebit Se Gregorianæ seriei Compotem priùs fuisse quam Oldenburgio deberet acceptam.

Id verò eum etiam publicè decet exponere, Qua Methodo varias series Regressuum ad Circulum et Hyperbolam prius invenerit, quam à Newtono didicerit; quas quidem quamvis à Newtono communicatas accepisset Iun 13. 1676, pro suis tamen arrogabat, literis datis insequentis Aug. 27.

Porrò cum Newtonus Methodum quandam Regressuum cum Leibnitzio ipsius rogatu communicasset, quam cum primum is legerit, neque pro sua agnoverit, neque intellexerit; at quamprimum intellexerit, suam vindicaverit, caussatus dudum se eam invenisse atque inventam oblivioni dedisse, ut ex antiquis suis exploratis Chartis resciebat; omninò postulant Candor ille et Integritas, de quibus Leibnitzius gloriatur, ut vel se primum Methodi hujus Inventorem evincat, vel ne res in lites trahatur, ut de ficto Inventionis jure recedat.

Leibnitzius in Actis Erud. ad Mens. Apr. 1691. pag. 179 hæc tradidit: Ex seriebus infinitis a Me alijsque ut Mercatore, Newtono, Gregorio exhibitis, sequitur Trigonometriæ Canonicæ sine Tabulis praxis quantumlibet exacta. Nempe sit Radius Unitas, Arcus a, Tangens t, sinus rectus s, sinus versus v, Logarithmus l, Numerus $1 + n$ (logarithmo ipsius Unitatis seu l existente o) fiet $a = t - \frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{5}t^5 -$ &c. $s = s - \frac{1}{6}a^3 + \frac{1}{120}a^5 -$ &c. $v = \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{24}a^4 +$ &c. $l = n - \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{3}n^3 -$ &c. $n = l + \frac{1}{2}l^2 + \frac{1}{6}l^3 +$ &c. Ex his autem quinque <308r> Seriebus, si ne ullam quidem sibi Inventori probaverit, viderit Leibnitzius quo praculo direptorum alienorum Inventorum, principisque sibi inter Inventores arrogati loci injuriam abluat.

Leibnitzius literis ad Oldenburgium datis Feb. 3. 167$\frac{2}{3}$ Proprietatem quandam sibi asserebat seriei Numerorum Naturalium, Triangularum, Pyramidalium, Triangulo-triangularum, &c. quamque ut sibi certiorem confirmaret, dmirari se fingebat Paschalium in libro suo, quem de Triangulo Arithmetico ediderat, eandem non animadvertisse. Prodierat Paschalij Liber anno 1665, Proprietasque illa disertis verbis in eo erat notata. Neque tamen adhuc Leibnitzio visum est de Injuria Paschalio illata publice prospexisse, aut edita Retractatione Proprietatem illam nequaquam non animadvertisse Paschalium, agnovisse. De Candore igitur suo atque Integritate viderit Leibnitzius, ni illi renunciaverit Proprietati, Paschalioque primo Inventori jus suum reddiderit.

Porrò Leibnitzium decedere decet de jure omni ad Methodum Moutoni differentialem, quod sibi ut secundo Inventori tribuendum putet. Ius enim nullum secundo cedit Inventori. Uni Inventori primo jus omne debetur, donec alter eandem rem seorsum inveniat. Quo casu jus primo Inventori ereptum non sine manifesta injuria utrique postea disperturetur.

Et cum Literis ad D. Sloan datis Decemb. 29. 1711 asseruerit pernosse Amicis suos quibus vijs ad Methodum differentialem pervenerit, omninò illi monuivit, pro candore suo, clarè et apertè, atque absque omni hæsitatione de vijs illis Orbi literato abundè satisfacere.

Eisdem Literis se narravit novem ante annos hanc Methodum consecutum fuisse, quàm in Lucem eam emisisset, id est anno 1675 aut priùs, quamvis interim constet se eam nondum novisse, quando Literas dabat ad Oldenburgium Aug. 27. 1676, quibus affirmabat Inversa de Tangentibus Problemata, aliaque plurima neque ad series infinitas posse redigi, neque ad Æquationes aut Quadraturas. Explicet igitur, pro Candore suo Leibnitzius quid intelligat quando prædicat se Methodum invenisse priusquam invenisset.

Supra demonstravimus Leibnitzium exeunte Anno 1676, dum ex Gallijs per Angliam et Belgium in Patriam reverteretur, in eo totum fuisse occupatum, ut Tangentium Methodum Slusianam promoveret, atque ad omnigena extenderet Problemata; eumque in finem Tabulam Tangentium generalem conficiendam proposuisse; neque adeo adhuc de genuino Methodi Incremento cogitasse. Semestri tamen plùs minùs inde Intervallo, quando nuperrimè in verum et genuinum incidisset Incrementum, rescripsit: Cl. Slusij Methodum Tangentium nondum esse absolutam Celeberrimo Newtono assentior. Et jam à multo tempore rem Tangentium generalius tractavi, sciz. per Differentias Ordinatarum. Quasi dixisset Se jam diu ante illa Tempora Incremento hoc potitum fuisse. Sed Leibnitzio, pro Candore suo, incumbit aliquid adferre, tum quo eviniat alio se animo, Inventionis Antiquioris Prærogativam sibi arrogasse, quam ut Newtono æmularetur, aut mala eum fraude arcumveniret, tum quo fidem nostram demereatur priùs se reverà Methodum differentialem invenisse, quàm à Newtono accepisset explicatam literis Iun. 13. et Octob. 24. 1676, et priusquam Oldenburgius Copiam ei fecisset Literarum quas de ea dederat Newtonus Decemb. 10. A. 1672.

Actorum Leipsiensium Compilatores dum Mense Iun. 1696 duos priores Operum Mathematicorum Wallisij Tomos summatim recenserent, Sequentia Stylo Leibnitziano exarabant: Cæterum ipse Newtonus, non minus Candore quam præclaris in rem Mathematicam meritis insignis, publicè et privatim agnovit Leibnitzium, tum cum (interveniente Celeberrimo viro Henrico Oldenburgio Bremensi, Societatis Regiæ Anglicanæ tunc Secretario) inter ipsos (ejusdem jam tum Societatis Socios) commercium intercederet, id est jam ferè ante Annos viginti et ampliùs, Calculum suum Differentialem, Seriesque infinitas, et pro ijs quoque Methodos generales habuisse; quod Wallisius in Præfatione Operum, factæ inter eos Communicationis mentionem faciens, præterijt, quoniam de eo fortasse non satis ipsi constabat. Cæterum Differentiarum Consi <308v> ratio Leibnitziana cujus mentionem facit Wallisius (ne quis sciz. ut ipse ait, Causaretur de Calculo Differentiali nihil ab ipso dictum fuisse) meditationes aperuit, quæ aliunde non æquè nascebantur, &c. Ex verbis huc transcriptis ex Præfatione ad duos priores Tomos Operum Wallisij constat Leibnitzio Præfationis hujus eam partem fuisse conspectam, qua dicitur Newtonus ill. (Anno 1676) Methodum Fluxionum ante denos et amplios Annos sibi adiuventam explicuisse. Nunquam Leibnitzio concessit Newtonus Methodum Differentialem ante annum 1677 innotuisse. Et ipse quidem Leibnitzius Act. Erud. ad Mens. Apr. 1691 pag.

178, se in eam post incidisse agnovit, quam ad publica capessenda Negotia in Patriam esset reversus, id est, post elapsum Annum 1676. Quam verò generalem jactat Leibnitzius Methodum suam infinitarum serierum, tantùm abest ut generaliter ea pateat, ut parvo quidem, aut ferè nulli usui deserviat, neque alij hactenùs ulli deservijsse eam intelleximus, quàm ad fucum faciendum non sine dolo à Leibnitzio arrogatæ Seriei Gregorianæ pro Circuli quadratura.

Leibnitzius, in Responso quod ad D. Fatio dederat, atque Actis Erud. ad An. 1700 pag. 203 inseruerat, hæc scribebat: Ipse [Newtonus] scit unus omnium optimè, satisque indicabit publicè, cum sua Mathematica Naturæ Principia publicaret anno 1687, nova quædam Inventa Geometrica, quæ ipsi communia mecum fuere NEUTRUM LUCI AB ALTERO ACCEPTÆ, sed Meditationibus quemque suis debere, et a me decennio ante [id est anno 1677] exposita fuisse. Principiorum Libro, ad quem Leibnitzius hic provocat, Newtonus nusquam eum agnovit Methodum seorsum invenisse, luæ nulla a literis suis mutuata; et nuperrime Wallisius ipsi diserve contrarium enarrabat, neque refutatus neque quidem oppugnatus. Et quamvis Leibnitzio dederimus eam se invenisse, nulla Newtono aut Newtonianis habita gratia, secundo tamen Inventori jus nullum accedit

Leibnitzius in eodem ad D. Fatio Responso ulterius addebat: Certè cum Elementa Calculi mea edidi anno 1684, ne constabat quidem mihi alius de Inventis ejus [Sciz. Newtoni] in hoc genere, quam quod ipse olim significaverat in literis, posse se Tangentes invenire, non sublatis irrationalibus, quod Hugenius quoque se posse mihi significavit postea, etsi cæterorum ejus Calculi adhuc expers. Sed majora multò consecutum Newtonum, viso demum Libro Principiorum ejus, satis intellexi. Hic rursus agnovit Principiorum Librum multum sibi lucis ad Methodum Newtonianam prætulisse, quamvis nunc inficias iverit quidquam in hoc libro de illa Methodo inveniri. Hic simulavit, ante editum hunc librum, amplius nihil resutisse se de Newtoni Inventis in hoc genere, quam quod Methodum quandam Tengentium fuisset consecutus; primamque ex hoc libro ad se dimanasse de Newtoni Methodo Fluxionum Notitiam. At Literis Iun. 21. 1677 concessit Newtoni Methodum Quadraturas etiam Figurarum Curvilinearum attingere, neque suæ dissimilem esse. Ait enim; Arbitror quæ celare voluit Newtonus de Tangentibus ducendis ab his non abludere. Quod addit, ex hoc eodem Fundamento Quadraturas quoque reddi faciliores me in sententia hac confirmat; nimirum semper figuræ illæ sunt quadrabiles, quæ sunt ad Æquationem differentialem.

Newtonus tribus suis Epistolis, de quibus jam sæpius meminimus, quarumque Copiam Leibnitzio Oldenburgius fecerat, Methodum suam adumbrabat quasi ea lasitudine patentem, ut Æquationum finitarum atque infinitarum Ope, determinandis inserviret Maximis et Minimis, Tangentibus, Areis, Contentis Solidis, Gravitatis Centris, Longitudinibus et Curvaturis linearum Curvarum Curvilinearumque Figurarum, hisque omnibus præstandis Quantitates Radicales nihil morata; Ut similia quoque in Curvis <309r> vulgo Mechanicis dictis, ut inversa de Tangentibus aliaque his difficiliora, ut omnigena pene attingeret Problemata; exceptis fortè Numerius quibusdam Diophantæis similibus. At Leibnitzius, literis datis Aug. 27. 1676 rescripsit non posse se credere tam latè diffundi illius usum. Ex hac Methodo generali derivatam, Newtonus in prima trium Epistolarum suarum Tangentium Methodum descripsit, atque Exemplo explicavit, eamque monuit non nisi partem esse aut Corollarium Methodi suæ generalis, Methodumque Tangentium Slusianam, quantum judicaret, assimilis esse naturæ. Hinc verò ausam nactus Leibnitzius, dum Parisijs, per Angliam et Belgium in Germaniam reverteretur, solicitè cogitat qua ratione Methodum Tangentium Slusianam promoveret, atque ad omnigena extenderet Problemata, ut ex Epistolis suis supra ostendimus. In Epistola tertia Newtonus Methodum suam, varijs allatis Theorematis pro Quadraturis Curvarum Theorematumque exemplis illustravit. Et postquam jam tam latè diffusa explicatione Methodum suam Newtonus aperuisset, ut Leibnitzio tandem diluxerit via, qua ad eam pateret aditus, viamque hanc ille ingressus, literis datis Iun. 21. 1677, explicaret quam bellè Methodus, ad quam esset deductus, adumbrationi illi convenerit quam Methodi suæ Newtonus deformasset, in Tangentibus ducendis, in Methodo Slusiana exhibenda, in Fractis et Surdis non auferendis, atque in Quadraturis Curvarum facile tractandis; Quod sustinuerit posthæc Leibnitzius Germanis venditare Sibi anno 1684, quando primùm Methodum suam Differentialem in lucem emittebat, amplius nihil de Newtoni Inventis innotuisse ultra Methodum quandam quam pro Tangentibus ille excogitasset, arrogantiæ verò hoc est vehementer insolentis atque manditæ, et quæ omnino postulat explicationem.

De Methodo sua amplius nihil illo tempore explicaverat Leibnitzius quàm qua ratione Tangentes duarentur, Maximaque et Minima deterinarentur, non sublatis Fractis et Surdis; Quæ cum certò illi constitisset Newtoni Methodum præstare, pro Candore suo, omnino id agnoscere tenebatur. Cumque huc usque Methodum suam exposuisset, subjicere ipsi visum est, Quæ modò exhibuisset Initia esse sublimioris Geometriæ ad difficillima et pulcherrima quæque Problemata pertingentis, quæ sine Calculo differentiali, AUT SIMILI vix solutionem acciperent. At quid per verba illa AUT SIMILI innuerit Germanis non licebat, absque interprete conjectura augurari. Ipsius erat Leibnitzij dilucidè et apertè Newtono jus suum tribuisse, Germanisque suis explicuisse cujus esset illa Methodus SIMILIS, quantq illa vi polleret et qua Antiquitate, juxta documenta illa quæ ex Anglia ad se essent delata; Methodumque suam agnovisse minùs Antiquitate valere. Et sic quidem lites devitasset Leibnitzius, neque poterat, ex parciori largitione, Candoris et justitiæ laudem magnam demereri. Sed Quod postea, cum D. Fatio responderet, Germanis suis non sit veritus prædicare, se anno 1684, quando primùm Calculi sui Elementa edebat nihil de Methodo SIMILI, nihil de alia ulla a Methodo Tangentium diversa intellexisse, Id insolentis esse diximus arrogantiæ, et quæ explicatione omnino indigeat.

Est porrò de quo tenetur Leibnitzius Orbi literato satisfacere, Quare sciz. cum Dominis Wallisio et Fatio, Methodi Inventionem multis annis antiquiorem publicè Newtono asserentibus, responderet; ausus tunc non fuerit Antiquitatis Prærogativam sibi arrogare, sed hanc distulerit occupare, donec fato concessissent provectioris ætatis geometræ; et jam de Iunioribus conqueri occæpit ut Hominibus novis, et <309v> Certamen cum alijs ingredi subterfugiens ipsum aggressus est Newtonum, quamvis Newtonus, literis datis Octob. 24. 1676, Se narrasset, tranquillitatis studio, quinque retrò annis consilium deposuisse ea edendi, quæ de hoc Argumento haberet tunc conscripta. Et revera ab eo usque tempore, lites omnes de Rebus Philosophicis et Mathematicis Newtonus consulto devitavit, Literarumque de id generis Argumentis Commercia quæcunque, tanquam Litibus excitandis apta abjecit, eademque inductus ratione abstinuit Querimonijs ullis Leibnitzium lacessere, donec ipsi ostenderetur Plagij opprobium sibi in Actis Leipsicis objectum, quodque edidisset Keillius non alio eum animo edidisse quam ut Newtono Criminis objecti Calumniam defenderet.

Querimonijs aspergitur Societas Regalis, quasi ant dictam ex utraque parte Cuassam, adversus Leibnitzium sententiam ea tulisset. Sed injuria. Neque enim adhuc Illa ullam in re sententiam tulit. Leibnitzius quidem Illam rogabat ut etiam manditum Keillium damnaret. Sed æquo et pari jure Leibnitzium indicta a Caussa damnare illi licebat, æquam et parem in utrumque potestatem exercenti. Cum vero Leibnitzius Keillio objectum Crimen instruendum refugeret, quamvis societati Regali, quonium non instrueret omnino licebat eum Censura Notasse; Illa tamen sociorum potius Consessum delegabat, qui Chartas et Epistolas Antiquas, de his rebus etiamnum extantes disquirerent atque excuterent, Iudiciumque suum, qua Conditione juxta disquisitas atque excussas ea res steterit, ad ipsam referret. Non habebat Consessus in Mandatis ut vel Leibnitzium vel Keillium in Quæstionem postularet, sed ut referret quæ ex Epistolis et Chartis antiquis invenerit. Quique relata ad Chartas ipsas comparaverit, accuratissimè interse convenire deprehendet. Consessus enim ex plurium sociorum Numero constabat è diversis gentibus selectorum, reique controversæ peritia illustrium, quorumque fidem diligentem abunde perspexisset Societas, tum in rimandis scripturæ modis et formis alijsque Circumstantijs, tum in edendis quæ ex antiquis illis Epistolis et Chartis summa Cura exploratis deprehendissent, ut neque quidquam addiderint, neque dempserint aut mutaverint, præjudicio ullo in alterutram partem abducti. Et asservantur quidem ex mandatis societatis Regalis Epistolæ ipsæ et Chartæ, ut Illustribus viris facultas esset eas conspiciendi, atque ad Commercium Epistolicum comparandi, quicunque et quandicunque id desideraverint. Interim unum est de quo Leibnitzium liberè moneam, Se nimirum ex injustitiæ Crimine Societati Regali idcirco exprobato, quasi adversus se indicta Caussa sententiam illa tulisset, Societatis Decretum te necasse, quo sanctitur Expulsione multandum qui socios infamia asperserit

Quam excolebat Newtonus in Principijs et in Optice, Philosophia, erat Experimentalis. Philosophiæ verò Experimentali id nequaquam datum est Negotij ut rerum Caussas ultra edoceat quàm eas licet captis experimentis approbare. Certè non est hæc Philosophia temerarijs o{n}eranda Opinionibus, quæ ex Phænomenis neutiquam confirmantur; neque in ea Hypothesibus conceditur Locus nisi ut Conjecturis vel Quæsitis quæ Experimentis tentanda tantùm <310r> et exploranda proponuntur. Hac inductus ratione in Optice sua Newtonus ea distinguebat quæ explerimentis certia comprobantur ab eis quæ inexperta inter incerta reliquuntur, quæque idcirco sub finem Optices Quærendorum forma congessit. Atque hinc quoque fuit, Quod cum in Præfatione ad Principiorum Librum, Motus Planetarum et Cometarum, Lunæque item et Maris, ut in hoc Libro a Gravitate derivatos perstrinxisset, adjecerit: Utinam cætera Naturæ Phænomena ex Principijs Mechanicis eodem Argumentandi genere derivare liceret. Nam multa me movent ut nonnihil suspicer ea Omnia ex viribus quibusdam pendere posse, quibus Corporum Particulæ per Caussas nondum Cognitas vel in se mutuò impellentur et secundum figuras regulares cohærent, vel ab invicem fugantur et recedunt; quibus viribus ignotis Philosophi hactenus Naturam frustra tentarunt. Et sub finem hujus Libri secunda vice editi, præ Experimentorum inopia determinandis abstinuisse se narravit Legibus Actionum spiritus illius Actorisve subtilissimi, cujus vi Attractio Corporum mutua peragitur. Atque idcirco etiam de Caussis Gravitatis nihil Statuisse, quòd ijs stabiliendis nulla sibi ex Phænomenis aut Experimentis suppeterent Argumenta, ut sub Exordium Principiorum aperte satis declaraverat his verbis: Virum Caussas et Sedes Physicas jam non expendo. Et paulò post. voces Attractionis, Impulsus, vel Propensionis cujuscunque in Centrum indifferenter et pro se mutuò promiscuè usurpo, has vires non Pysicè sed mathematicè tantùm considerando. Unde Caveat Lector nè per hujusmodi voces cogitet me speciem vel modum Actionis, Caussamve aut Rationem Physicam alicubi definire, vel Centris (quæ sunt Puncta Mathematica) vires verè et Physicè tribuere, si forte aut Centra trahere aut vires Centrorum esse dixero. Et sub finem Opticis: Qua Caussa efficiente hæ Attractiones (sciz. Gravitas Visque Magnetica et Electrica) peragantur, hic non inquiro. Quam ego Attractionem appello, fieri sane potest ut ea efficiatur impulsu vel alio aliquo modo nobis incognito. Hanc vocem Attractionis ita hic accipi velim ut in Universum solummodo vim aliquam significare intelligatur qua Corpora ad se mutuò tendant, cuicunque demum Caussæ attribuenda sit illa vis. Nam ex Phænomenis Naturæ Illud nos priùs edoctos oportet quænam Corpora se invicem attrahant, et quænam sint Leges et Proprietates istius Attractionis, quàm in id inquirere par sit quanam efficiente Caussa peragatur Attractio. Paulò post de his meminit Attractionibus tanquam viribus, quas Phænomena demonstrant verè quidem in Natura Rerum inveniri, quamvis nondum nobis concessum fuerit in Virium Caussas penetrasse. Viresque has distinguit a Qualitatibus istis occultis quas ex specificis Rerum Formis progigni somniant delirantes Philosophi: Eisque quæ in Scho <310v> lio sub finem Principiorum de Gravitatis Proprietatibus dixisset, adjicit; Rationem verò harum Gravitatis Proprietatum ex Phænomenis nondum potui deducere, et Hypotheses non fingo. Quicquid enim ex Phænomenis non deducitur Hypothesis vocanda est; et Hypotheses seu Metaphysicæ seu Physicæ, seu Qualitatum Occultarum, seu Mechanicæ in Philosophia experimentali locum non habent — satis est quod Gravitas revera existat et agat secundum Leges à nobis expositas, et ad Corporum Cœlestium et Maris nostri motus omnes sufficiat. Quis verò jam non demirretur qui hæc omnia expenderit atque perspexerit Newtono exprobrari Quod Gravitatis aliarumque Attractionum Caussas nulla tentaverit Hypothesi explicare? Quasi verò culpandus esset qui Certis contentus incerta dimiserit. Actorum tamen Leipsiensium Compilatores (a)[1] literis prodiderunt Negare Newtonum omninò ullam esse Gravitati Mechanicam Caussam. Et si spiritus Actorve ille subtilissimus, cujus vi peragi putatur Attractio Electrica alius quid involvat ab Æthere aut subtili Cartesij Materia diversum, minori hunc in pretio etiam quam Hypothesin esse habendum, et forte in Hylarchicum D. Henrici Mori Principium recidere. (b)[2] Obstrepuitque Leibnitzius quasi Gravitatem Spectaret Newtonus ut Proprietatem Corporibus naturalem et essentialem, aut Occultæ Qualitatis Miraculique loco haberet. Argutijsque istis hi Germanis persuasum esse voluerunt minimè eo Newtonum ingenio esse qui Inveniendæ Methodo Infinitesimali par haberetur.

Est quidem quod omninò nos agnoscere oportet Newtonum sciz. et Leibnitzium diversissimas ingressos diversissimas insistere Philosophandi vias. Alter evidentia ducitur ex Phænomenis et Experimentis nata; atque ubi hæc deficit, Ille non ultra pergit: Alter totus in Hypothesibus excudendis occupatur, quas quidem proponit non ad Experimenta exigendas, sed fine ex amine credendas. Alter inopia Experimentorum, quibus lis penitus dirimatur, non affirmat, non negat Gravitatem ex Caussa Mechanica progigni; fidenter affirmat alter si non a Principio Mechanico, non aliunde quam a perpetuo Miraculo Gravitatis Originem esse repetendam. Alter inter Quærenda modestè reponit An Rerum omnium Conditor pro infinita qua pollet Polentia, Minimis Materiæ Particulis durissimis esse concesserit: audacter alter Materiæ duritiem a Motibus conspirantibus oriri asserit, et perpetuo tribuit Miraculo Si <311r> alia est quàm Mechanica Duritiei Caussa. Alter Motus Animalis in Homine non affirmat purè Mechanicum esse Principium; alter ita purè Mechanicum prædicat ut Mens quidem (ex Hypothesi Harmoniæ suæ Præstatilitæ) nihil prorsus in Corpus agat, quod Motus illius immutet aut afficiat. Alter Deum docet (Deum illum in quo vivimus et movemur et à quo pregnali sumus) esse ubique præsentem sed minimè ut Animam Mundi; Alter Deum respicit non quidem ut Animam Mundi sed ut INTELLIGENTIAM SUPRA-MUNDANAM, unde consequi videtur nihil Eum posse intra Mundana spatia, nisi Miraculo quod omnem superet fidem. Alter docet argumentari debere Philosophos à Phænomenis et Experimentis ad eorum Caussas, et à Caussas ad Caussarum Cassas, et sic porro donec ad Omnium Caussam primam perventum est: Alter actiones omnes Primæ Caussæ Miraculis accenset, legesque ex voluntate Dei Naturæ impositas perpetua esse prædicat Miracula et occultas Qualitates, quarumque idcirco in Philosophia ratio nulla Sit habenda: Sunt ne ergo constantissimæ illæ et Universales Naturæ Leges, quoniam à Potentia Dei proficiscuntur vel ab Actione Caussæ quam nondum nos perspeximus, Miracula hinc duendæ et Occultæ Qualitates, id est, pro Absurdis et Monstrosis repudiandæ? Suntme idcirco repudianda Spendidissima illa Argumenta, quibus ex Naturæ Phænomenis Deum esse demonstramus, quoniam obscura et difficilia et Nova exquiruntur et excogitantur quæ objiciantur vocabula? Est ne idcirco omnis explodenda Philosophia Experimentalis ut Prodigiosa et Absona, quia nihil affermat nisi quod experimentis probaberit, et quia nondum suppetunt experimenta quibus demonstremus Phænomena Naturæ ex Caussis purè Mechanicis provenire omnia et solvi posse. Profecto digna hæc sunt quæ altius considerentur et expendantur. Miracula enim quod attinet, minimè inde illa Nomen traxerunt quòd à Deo proficiserentur, sed quòd raró admodum evenirent et raritate sua hominibus admirationem injicerent. Si jugiter illa et perpetuò idcurrerent, juxta Certas Leges Naturæ Rerum à Deo impositas, non amplius essent Miracula dicenda, sed in Perennibus Naturæ Phænomenis numeranda, quæque liceret idcirco ut illorem partem Philosophicæ Considerationi subjicere. Neque exploduntur Occultæ Qualitates, quia nos latent earum Caussæ, Sed quoniam ex hoc Nomine Qualitatibus rerum specificis imposito, deterremur à Qualitatum Caussis indagandis, quasi quidem illæ penitus essent deploratæ postquam magnus ipse Philosophus Aristoteles in eas penetrare non potuerat.

[1] (a) Anno 1714. Mense Martio, p. 141, 142.

[2] (b) In Tractata de Bonitate Dei et in Epistolis ad D. Hartsoeker et alibi