Mens Scholii praecedentis

Author: Isaac Newton

Source: MS Add. 3968, ff. 57r-66v, Cambridge University Library, Cambridge, UK

<57r>

Scholium secundum.

Cum D. Leibnitius anno 1684 Elementa methodi momentorum in lucem edidisset, {cæ}lato Commercio quod anno 1676 mediante D. Oldenburgo mecum habuerat; & opus haberem ijsdem elementis ad Propositiones aliquas sequentes demonstrandas: posui Elementa illa in Lemmate superiore, eademque synthetice demonstravi, deinde addidi Scholium superius [non ut Lemma illud D. Leibnitio concederem] sed] ut illum amice monerem se methodum momentorum sibi publice ascribere non debere nisi simul commercium quod nobis anno 1676 incesserat publice etiam agnosceret. Quod cum nunquam fecerit, restat ut eandem hic exponam qua Scholij illius mens plenius patefiat.

Anno 1669 Barrovius noster <u>Analysin meam per series numero terminorum infinitas</u> ad D. Collinium misit. In hoc Tractatu explicui methodum serierum et quomodo hæc series per methodum momentorum ad Problemata solvenda universaliter applicari possent Collinius autem series in hoc Tractatu positas libere communicabat. Anno 1673 ineunte D. Leibnitius fuit in Anglia et Mercatoris Logorithmotechniam hinc postavit in Galliam, sed Mathesim sublimiorem nondum intellexit. Post paucos menses eandem discere cæpit Hugenio Magistro; et vigesimo sexto die mensis Octobris anni sequentis scripsit ad Oldenburgum se invenisse <u>seriem numerorum valde simplicium cujus summa exacte æquatur circumferentiæ circuli, posit.</u>

<u>Diametrum esse unitatem. Et quod eadem methodo etiam arcus cujuslibet cujus sinus datur, Geometrice exhiberi per ejusmodi seriem, valor posset; nullo ad integræ circumferentiæ dimensionem recursu. Vt adeo necesse non sit arcus rationem, ad circumferentiam nosse. Habuit igitur seriem qua inveniebat tum arcum ex sinu dato, tun{illeg} circumferentiam totam ex proportione ejus ad arcum: sed demonstrationem id est methodum inveniendi hujus seriei postea quæsivit a Collinio.</u>

Die 15 Aprilis sequentis D. Oldenburgo, misit ad D. Leibnitium seriem meam pro arcu dato, scribendo in hæc verba. <u>Mercatoris Logarithmotechnia quam primum videret lucem ad D. Barrovium a me fuit transmissa; qui</u> observato in ea infinitæ seriei usu ad Logarithmos construendos, rescribebat methodum illam aliquandiu excogitatam fuisse a successore suo Newtono omnibusque Curvis eorumque portionibus, Geometricis atque Mechanicis universim applicatam, cujus rei specimina quædam subjecit, viz^t

Posita pro Radio Vnitate, datoque x pro sinu, ad inveniendum z arcum series hæc est $z = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \frac{5}{112}x^7 + \frac{35}{1152}x^9 + \&c \quad \text{in infinitum. Est extracta radice hujus } \cancel{\text{$E}$} \text{quationis methodo} \\ \text{symbolica, si dederis z pro arcu ad inveniendum x sinum series hæc est;} \\ x = z - \frac{1}{6}z^3 + \frac{1}{120}z^5 - \frac{1}{5040}z^7 + \frac{1}{362880}z^7 - \&c \quad \text{Atque hæc series facile continuatur in infinitum. Prioris} \\ \text{beneficio ex Sinu } 30^{\text{gr.}} \text{ Ceulenij numeri facile struuntur.}$

Gregorius quoque ad nos misit series similes ad tangentes naturales ex earundem arcubus, et conversim, obtinendum. Ex gr. pone Radium=r, Arcum a, Tangetem t, erit $t=a+\frac{a^3}{3r^2}+\frac{2a^5}{15r^4}+\frac{17a^7}{315r^6}+\frac{62a^9}{2835r^8}+\&c$ $a=t-\frac{t^3}{3r^3}+\frac{r^5}{5r^5}-\frac{t^7}{7r^7}+\frac{t^9}{9r^9}-\&c$.

Hanc Collinij Epistolam se ab Oldenburgo accepisse D. Leibnitius agnovit per Epistolam ad. D. Oldenburgum, 20 Maij C. C. 1675 Parisijs data, et propriam manu scripta[m] & in Archivis Regiæ Societatis adhuc extantem, quæ sic incipit. <u>Literas tuas multa fruge Algebraica refertas accepi, pro quibus tibi et</u>

doctissimo Collinio gratias ago. Cum nunc præter ordinarias <57v> curas Mechanicis imprimis negotijs distrahar, non potui examinare series quas misistis ac cum meis comparare. Vbi fecero perscribam tibi sententiam meam: nam aliquot jam anni sunt quod inveni meas via quadam sic satis singulari.

Mense Octobri subsequente Georgius Mohr Londino Parisias profectus series aliquot a Collinio acceptas attulit. Et ea occasione D. Leibnitius epistolam sequentem 12 Maij A.C. 1676 Parisij, datam ad Oldenburgum scripsit. Cum Georgius Mohr Danus in Geometria & Analasi versatissimus, nobis attulerit communicatam sibi a doctissimo Collinio vestro expressionem relationis inter Arcum et sinum per is facile tibi materiam suppeditabit satisfaciendi desiderio meo. Hasce series ante annum acceperat ab Oldenburgo. et meam inveniendi: & Per Demenstrationem earum intelligit methodum meam easdem inveniendi a Barrovio ad Collinium missam ut supra. Et per sua ab his longe diversa intelligit methodum suam inveniendi seriem Gregorij quam ab Oldenburgo pro inveniendo arcu circuli ex tangente data anno superiore acceperat. Eodem tempore postulabat etiam ab Oldenburgo ut Collinius Historiolam aliquam conciunaret. Studia et Inventa D. Iacobi Gregorij nuper defuncti exhibentem. Et in hanc Historiola a Collinio subinde scripta, habebantur excerpta non pauco ex ejus Epistolis, ut et ejus Epistola tota ad D. Collinium 15 Feb. Anno $167\frac{0}{1}$ data, in qua erant series duæ prædictæ pro inveniendo arcu circuli ex tangentæ data, et pro invenienda Tangente ex Arcu. In eadem Historiola habebatur etiam Epistola Gregorij ad Collinium 5 Sept. 1670 data in qua Gregorius methodum suam tangentium sic descripsit. Ex ejusdem [Barrovij] methodis Tangentes ducendi cum quibusdam e proprijs collatis, inveni methodum generalem & Geometricam ducendi tangentes ad omnes curvas, sine calculo; et quæ complectitur non tantum Barrovij methos particulares sed et ipsius generalem methodum Analyticam, quam habes sub finem Lectionis decimæ. Methodus mea haud pluribus quam duodecim continetur Propositionibus. Hæc methodus ducendi Tangentes sine calculo, eadem fuit cum Slusiana pro Curvis quæ per relationem inter Ordinatas et Abscissas definiebantur. In eadem Historiola habebatur etiam Epistola quædam e meis ad Collinium A.C. 1672, 10 Decem. data, & his verbis concepta. Ex animo gaudeo D. Barrovij amici nostri reverendi Lectiones Mathematicas exteris adeo placuisse, neque <u>parum me juvat intelligere eos</u> [Slusium et Gregorium] <u>in eandem — — — ne grave ducas</u>. Vbi notandum est quod Methodus mea Fluxionum in hac Epistola clarissime describitur.

Hanc Historiolam D. Oldenburgus die 26 Iunij A.C. 1676 ad D. Leibnitium mittebat una cum Epistola mea 13 Iunij ejusdem data in quæ continebatur Demonstratio series quam D. Leibnitius a Collinio per Oldenburgum postulaverat, id est Methodus mea inveniendi series. Noluit Enim Collinus methodum meam ex Analysi per series numero terminorum infinitas describere, sed a me postulavit ut ipse methodum meam ad Oldenburgum mitterem.

Hac Epistola methodum meam serierum explicui & Æquationem infinitam vocando quæ ejusmodi seriem unam vel duas aut plures involvit, addidi: Ex his videre est quantum fines Analyseos per hujusmodi infinitas æquationes ampliantur: Quippe quæ earum beneficio ad omnia pene dixerim problemata — sese extendit. Non tamen omnino universalis evadit nisi per ulteriores quasdam methodos eliciendi series infinitas. Sunt enim quædam Problematas jam per quinque fere annos abstinuerim. Et cum D. Leibnitius Literis 27 Aug datis, harum rerum explicationem pleniorem postularet, < insertion from above the line > & seribus Gregorianis quas ab Oldenburgo nue inscij bis accep <58r> erat, me remuneraret, < text from f 57v resumes > scripsi <58r> epistolam ad Oldenburgum Octob. 24 datam. Et in eadem exposui quomodo ante pestem, quæ anno 1665 contigit, incidi in methodum serierum, deinde addidi: Eo ipso tempore quo liber iste [viz Mercatoris logarithmotechnia] prodijt communicatum est per amicum D. Barrow (tunc Matheseos Professorem Cantab.) cum D. Collio, Compendium quoddam — sîc potius celavi 6accdæ13eff7i3l9n404qrr59t12vx [id est (ut in Scholio præcedente explicui) Data æquatione quotcunque fluentes quantitates involvente, fluxiones invenire & vice versa] Hoc fundamento — Et sic exhibet Geometricam Quadraturam Curvæ. Rem exemplis illustro &c.

Aderat hic [Londini] D. Leibnitius per unam septimanam epistola mea præcedens ad manus Olderburgi pervenit, eamque perlegit & Prælectiones Mathematicas Barrovij nostri comparavit, & in manibus Collinij vidit insuper Epistolas & scripta tam Gregoriana tum mea ad illum missa & videre potuit etenim Demonstrationem quam a Collinio per Oldenburgum postulaverat, in Analysi. per series descriptam. Et hinc pergendo per Belgium, literis ad Oldenburgum datis Amstelodi, $\frac{18}{28}$ Novemb. 1676, hæc scripsit Methodus tangentium a Slusio publicata nondum rei fastigium tenet. Potest aliquid amplius præsteri in eo genere, quod — . . . continuare possit. Ac laud{um} ubi Hanoveram parvenerat & exemplar Eppistolæ meæ novissimæ ab Oldenburgo acceperat, rescripsit literis 21 Iunij 1677 datis in hæc verba Clarissimi Slusij Methodum

tangentium nondum esse absolutam Celeberrimo Newtono assentior. Et jam a multo tempore rem tangentium longe generalius tractavi, scilicet per differentias Ordinatarum. Et subinde Methodum Tangentium Barrovij nostri per differentias Ordinatarum describendo, & methodum illum exemplo illustrando subjungit: Quod coincidit cum Regula Slusiana, ostenditque eam statim occurrere hanc Methodum intelligenti: Huc usque Methodum tangentium Barrovij Gregorus prius per duxerat. Addit vero Leibnitius: Sed methodus ipsa nostra longe est amplior. Non tantum enim exhiberi potest, cum plures sunt litteræ indeturminatæ quam y & x (quod sæpe fit maximo cum fructu) sed et tunc utilis est ubi interveniunt irrationales quippe quæ illam nullo morantur modo, neque ullo modo necesse est irrationales tolli, quod in methodo Slusij necesse est, & calculi difficultatem in immensum auget. Dein postquam rem exemplo illustraverat, subjungit Arbitror quæ celare voluit Newtonus de Tangentibus ducendis ab his non abludere. Quod addit, ex hoc eodem fundamento Quadraturas quoque reddi fa ciliores, me in sententia hac confirmat.

D. Leibnitius hic agnoscit me anno superiore, atque adeo ante annos alios quinque quibus hæc studia tædio osculus neglexeram, methodum habuisse differentiali similem, quæ methodum tangentium Slusij statim dabat surdas quantitates non morabatur; & quadraturas reddebat faciliores. Vt hæc agnosceret publice coram populares suos, & me methodum eandem in inventione fluxionum ex fluentibus et fluentium ex fluxionibus fundasse; scripsi Scholium superius.

Si insuper agnovisset me, in Epistola me a 10 Decem. 1672 ad Collinium data, cujus exemplar mense Iunio 1676 ab Oldenburgo acceperat, methodum eandem uti valde generalem et ad quantitas surdas non hærentem descripsisse; eamque [me exemplo ducendi ducendi tangentes more Slusiano ibi illustrasse; & methodo serierum anno 1671 intertexuisse: candide fecisset.

Si insuper agnovisset me hanc Methodum ante annum 1671 ad Problemata difficiliori se extendere quæ ad Quadraturas reduci nequeunt, candide etiam fecisset.

<59r>

Cum D. Leibnitius anno 1684 elementa methodi differentialis in lucem ederet & interea silentio præteriret epistolas meas hac re quas anno 1676 vel ab Oldeburgo acceperat vel in manu Collinij viderat. composui Scholium superiûs ut notum facerem me de hujusmodi methodo primum scripsisse. In epistola 13 Iune 1676 data scripsi Analysin per methodum serierum ad omnia pena problemata se extendere sed non omnino universalem evadere nisi per ulteriores quasdam methodos eliciendi series infinitas. quas ibi non describebam quod hæ speculationes diu mihi fastidio esse cæperant adeo ut ab uis tum per quinque fere annos abstinuissem \square < insertion from f 60v > \square His D. Leibnitius Epistola 27 Aug. 1676 data respondit in hæc verba: Quod dicere videmini plerasque difficultates (exceptis Problematibus Diophantæis) ad series infinitas reduci; id mihi non videtur. Sunt enim multa usque adeo mira et implexa, ut neque ab æquationibus pendeant neque ex Quadraturis. Qualia sunt (ex multis alijs) Problemata methodi tangentium inversæ.

Ipse vero in Epistola 24 Octob. data, explicui < text from f 59r resumes > Et in Epistola 24 Octob 1676 data explicui methodos illas ulteriores partim verbis apertis partim ænigmatice. Dixi utique quod eo ipso tempore quo Mercatoris Logarithmotechnia prodijt communicatum esse per amicum D Barrow (tunc Matheseos Professorem Cantab.) cum D. Collinio compendium quoddam Methodi harum serierum, quodque Collinius suborta deinde inter nos epistolari consuetudine non destitit suggerere ut hæc publici juris facerem. Et quod ante annos quinque [1671] cum suadentibus amicis consilium cœperam edendi Tractatum de refractione Lucis et Coloribus, quem tunc in promptu habebam; cœpi de his seriebus iterum cogitare & [Tractatum de ijs etiam conscripsi, ut utrumque simul ederem. Ipse autem Tractatum meum non penitus absolveram ubi subortæ per diversorum Epistolas (Objectionibus contra Theoriam de coloribus alijs refertas) crebræ interpellationes me prorsus a consilio decernuerunt quietis utique amantissimum; In eo autem Tractatu series infinitæ non magnam partem obtinebant. Alia haud pauco congessi, inter quæ erat methodus ducendi Tangentes quam solertissime Slusius ante annos duos tresve tecum communicavit; de qua tu (suggrente Collinio) rescripsisti eandem mihi etiam Demonstratione prout ego operor. Quin etiam non hic heretur ad Æquationes radicalibus unam vel utramque indefinitam quantitatem involventibus utcunque affectas; sed absque aliqua talium Æquationum Reductione (quæ opus plerumque redderet immensum) Tangens confestim ducitur. Et eodem modo se res habet in quæstionibus de Maximis et Minimis, alijsque quibusdam de quibus jam non loguor. Fundamentum harum operationum satis obvium guidem, guoniam jam non possum explicationem ejus prosegui sic potius celavi, 6accdæ13eff7i3l9n404grr4s9t12vx. [id est, Data Æquatione

quotcunque fluentes quantitates involvente, fluxiones invenire: et vice versa.) Hoc fundamento conatus sum etiam reddere speculationes de Quadratura Curvilinearum simpliciores, pervenique ad Theoremata quædam generaliora. Et ut candide agam ecce primum Theorema.

Ad Curvam aliquam sit $dz^{\theta} \times \overline{\varepsilon + fz^{\eta}}^{\lambda}$ Ordinatim applicata, termino Abscissæ seu basis z normaliter insistens: ubi literæ d, e, f quaslibet quantitates Datas, & θ , η , λ indices Potestatum sive Dignitatum quantitatum quibus affixæ sunt. Fac $\frac{\theta+1}{\eta}=r$, $\lambda+r=s$, $\frac{d}{\eta f}\times \overline{\varepsilon + fz^{\eta}}^{\lambda+1}=Q$, & $r\eta-\eta=\pi$: et Area Curvæ erit Q in $\frac{z^{\pi}}{s}-\frac{r-1}{s-1}\times\frac{eA}{fz^{\eta}}+r-2s-2\times\frac{eB}{fz^{\eta}}-\frac{r-3}{s-3}\times\frac{eC}{fz^{\eta}}+\frac{r-4}{s-4}\times\frac{eD}{fz^{\eta}}$ &c literis A, B, C, D &c denotantibus terminos proxime ante cedentes, nempe A, terminum $\frac{z^{\pi}}{s}$, B terminum $-\frac{r-1}{s-1}\times\frac{eA}{fz^{\eta}}$ &c Hæc series, ubi r fractio est vel numerus negativus, continuatur in infinitum; ubi vero r integer, est at affirmativus, continuatur ad lot terminos tantum quot sunt unitates in eodem r; & sic exhibet Geometricam quadraturam Curvæ. Rem exemplis illustro. &c

Quomodo hujusmodi Theoremata per methodum fluxionum <59v> inventa fuerunt ostenditur in Libro de Quadratura figurarum; ut et quomodo Theoremata inventa fuerunt pro comparatione Curvilinearum cum Conicis sectionibus quæ me in Catalogum dudum retulisse in eadem Epistola affirmabam.

Sub finem autem ejusdem Epistolæ hæc addo. Vbi dixi omnia pene Problemata solubilia existere; volui de ijs præsertim intelligi circa quæ Mathematicí se hactenus occuparunt, vel saltem in quibus ratiocinia Mathematica locum aliquem obdinere possunt. Nam alia sane adeo perplexis conditionibus implicata excogitare liceat, ut non satis comprehendere valeamus. Attamen ne nimium dixisse videar, inversa de tangentibus Problemata sunt in potestate, aliaque illis difficiliora. Ad quæ solvenda usus sum duplici methodo; una concinniori, altera genera liori. Vtrumque visum est impræsentiæ literis transpositis consignare ne propter alios idem obtinentus, institutum in aliquibus mutare cogerer. 5a cc dæ 10e ff h 12i 4l 3m 10n 6O gg r 7s 11t 10v 3x: 4l 4m 5n 8O g 4r 3s 6t 4v, aa dd æ eeeee iii mm nn oo p rrr ssss tt uu. [id est, Vna methodus consistit in extractione fluentis quantitatis ex æquatione simul involvente fluxionem ejus: altera tantum in assumptione seriei pro quantitate qualibet incognita ex qua cætera commode derivari possunt, & in collatione terminarum homologorum æquationis resultantis, ad eruendos terminos assumptæ seriei.] Inversum Problema de Tangentibus quando Tangens inter punctum contactus & axem figuræ est datæ longitudinis non indiget his methodis. Et ejusdem generis est Problema quando pars axis inter Tangentem et Ordinatimapplicatam datur longitudine. Et præterea siquando in Triangulo rectangulo quod ab illa Axis parte et Tangente ac Ordinatim applicata constituitur, relatio duorum quorumlibet laterum per æquationem quamlibet definitur, Problema solvi potest absque mea methodo generali: sed ubi pars Axis ad punctum aliquod positione datum terminata ingreditur vinculum; tunc res aliter se habere solet [id est, methodus in ea generalis ex methodo fluxionum et methodo serierum composita in hoc casu utplurimum requirutur.]

Anno 1673 ad finem vergente, D. Leibnitius Lutetiæ Parisiorum agens Geometriam sublimiorem, Hugenio magistro, didicit. Et anno proximo, mense Iulio, se arcam circuli per seriem numerorum rationalium in infinitum productam invenisse scripsit. Dein, mense Octobri sequente addidit, quod eadem methodo etiam arcus cujuslibet cujus sinus datur, Geometrice exhibere per ejusmodi seriem valor potest; nullo ad integræ circumferentiæ dimensionem recursu; at adeo necesse non sit, Arcus rationem ad circumferentiam nosse. Ideoque Arcus ratio ad circumferentiam dabat seriem prædictam. Anno proximo 15 Apr. D. Oldenburgus mittebat ad D. Leibnitium series plures quorum numero Erant series duæ pro arcu una ex sinu dato alia ex tangente data. Et pro his acceptis D. Leibnitius mense proximo gratias reddidit. Anno 1676 Maij 12 D. Leibnitius postulavit a D. Oldenburgo ut is demonstrationem serierum pro arcu ex sinu & pro sum ex arcu a Collinio procuraret et sibi transmitteret <60r> Et sub idem tempus postulavit etiam ut Epistolæ Gregorij ante paucos menses emortui in unam corpus colligerentur & ad se mitterentur. Collectio vero remissa fuit et usque hodie in archivis Regia Societatis asservatur. Scripta est manu Collinij et inter alia continet exemplar Epistolæ Gregorij 5 Septem 1670 ad Collinium datæ, in qua Gregorius dicit se ex Barrovij methodis tangentes ducendi cum quibusdam e proprijs collatis, invenisse, Methodum ducendi Tangentes ad omnes curvas sine calculo; Continet etiam exemplar Epistolæ Gregorij ad Collinium 15 Feb 167 $\frac{0}{1}$ datæ, in qua habetur series prædicta pro Arcu ex data Tangente, ut et exemplar Epistolæ meæ ad Collinium 10 Decem 1672 datæ

D. Iacobus Gregorius in Epistola 5 Sept. 1670 ad Collinium data scripsit se ex Barrovij methodis tangentes ducendi cum quibusdam e proprijs collatis invenisse Methodum generalem ducendi Tangentes ad omnes curvas sine calculo. Et cum Slusius se similem methodum habere ad Oldenburgum Scriberet & Collinius methodum meam postularet, rescripsi sequentem Epistolam 10 Decem. 1672.

Ex animo gaudeo D. Barrovij amici nostri ne grave ducas.

Missum autem fuit exemplar hujus Epistolæ ad D. Tschurnhausium mense Maio 1675. Et anno proximo hæ duæ Epistolæ aliæque multæ a Gregorio scriptæ & manu Collinio descriptæ, ad D. Leibnitium mense Iunio missæ sunt. Et mense Octobri ejusdem anni D. Leibnitius Londinum veniens adijt Collinium ut evideret Epistolas a me & Gregorio de seriebus ad ipsum scriptas & simul vidit in ejus manu Epistolam meam prædictam die 24 ejusdem mensis datam ut ex ejus literis didici et hcc Epistola admonitus videre potuit Analysin meam per æquationes numero terminorum infinitas quam D Barrow ad Collinium misit.

<61r>

 $123552000^{\rm ped}.\,20592000.5148000^{\rm in\ hor.}.\,85800\ {\rm in\ 1''}.1430\ {\rm in\ 1''}.\,1436'.\,4''.\,8164''$

236 :: 1430.

9.82126,45717 $19.64252 \sqcup 91434$ $\underline{4.8767109}$ 4.5192400. 33055

48.833

| | | 1433∟9167 57356668 ^u | 19663912) t 2177∟317 | $102805859 \\ \underline{9831956} \\ 4486299$ | (5228149 |
|------------|---------------------------|------------------------------------|-------------------------|---|----------------------------------|
| | | 4301750 | ad $7 \sqcup 52854$ | 39327824 | 5228149 |
| 236 | | 430175 | seu | 5535166 | 10456298 |
| 944 708 | 337480 258492 78988 | 1290525 | | 3932782 | 62737788 |
| | | 14391 | | 1602384 | 125475576 |
| | | 8635 | | 1573113 | $7 \sqcup \overline{5285475576}$ |
| | | 1004 | | 29271 19664 | |
| | | 775476 205611718 | | | |
| | $14404 \\ 57876$ | | | 9607 | |
| | | | | | |
| | $\frac{51698}{6179}$ | | | | |
| | 6178 | | | | |

```
98183941335
         866910
         288970
                                         1505708
                    2174 \, {\perp}\, 05555
                                                               21.99
         577940
                                          6022832
                            32621
 9.8183919275
                                                                 7.33
4\frac{5}{7} ad 1 :: 33 ad 7.
 4.8767109
  4.513494755
   326208
229\frac{1}{2}
  19663912
                        (8570
  1836
                           -18466
                     85681 \, {\mathrel{\bigsqcup}} \, 534
    13039
    11475
      156412
      16065
                                     \frac{136307}{68153} 17 \bot 1363 \text{ or } 17\frac{1}{8} 1603
       -4238
                                                      17\frac{2}{15}
                                                                     8015
        2295
                                      20446
         1943
        <u>1836</u>
          1070
           918
            152
           1377
             143
\frac{29}{5} 	imes \frac{33}{7} 	imes \frac{1}{229} ad 1 seu \frac{957}{5,7,229} ad 1 seu
                                                              8015
                                                  957
                                                                         (8 \, {\sqcup} \, 372
                                                7656
                                                              7650
                                                   957
                                                               359
                                                   4785
                                                               2871
                                                779955
                                                                 719
                                                                 6909
                                                                  491
                                                                  1914
```

$$1050)878(84\ \frac{21.99}{7.33}.\frac{\frac{39}{1800}}{\frac{1800}{600}}.\frac{\frac{1^{1}\times12^{1i}}{600}}{\frac{26}{100}}.\frac{3}{\frac{10}{50}}=\frac{1}{4}$$

$$8 \sqcup 3\frac{3}{4}.9 \sqcup 3\frac{3}{4}$$

```
87
           1087.1250 :: 17\frac{1}{7}.
                               1250
                                875
                                 1786
                              214286 (19 \bot 7135)
                              10558
                               9783
                                           57191
                                 7756
                                          5147190
                                 7609
                                         30883140
                                  1470
                                   383
                                         123532560
                                  326
                                     57
```

$$1087.1750 :: 17\frac{1}{7}.$$

$$1750$$

$$12250$$

$$250$$

$$1087) \overline{30000}$$

$$\underline{2174}$$

$$\underline{7609}$$

$$6510$$

$$6522$$

$$31 \, {\sqcup}\, 58333) \quad 55 \times 19{,}7135 \\ 98{,}5675 \\ \hline 985675 \\ \hline 10842425 \\ \\ 18^{\mathrm{m}}.4000^{\mathrm{m}} \, .. \\ \hline \begin{array}{c} 9475 \\ 1367425 \\ \hline 1263333 \\ \hline 104092 \\ \hline 9475 \\ \hline \\ 924 \\ \hline \end{array}$$

```
1570796327 (27.6
              57191. Hexap
       343146\;\mathrm{ped}
        30883140~\mathrm{p.~in}~\Box^{\mathrm{te}}
     1570796327)
      1517517673
     1413716694
       103800979621\frac{3}{4}
        942477796
          95531994
           1284214
           1256637
              27577
             15708
              11869
              10995\frac{1}{2}
                873\frac{1}{2}
                7854
                  88
                    95
```

 $56909 \quad (91 \, \bot \, 52)$

3276800 hexap.

| 57657 559567 17003 12435 4568 4352 216 | $ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ | 1570796327((85668 | $30883140 \\ 1570796327 \\ 1517517673 \\ \underline{1413716694} \\ 103800979 \\ \underline{94247779} \\ \underline{9553200} \\ 128422 \\ \underline{125664} \\ \underline{2578} \\ \underline{15708} \\ \underline{11872} \\ \underline{10995} \\ \underline{877} \\ \underline{785}$ | (1966081756 |
|--|--|-----------------------|---|-------------|
| | | | $\frac{785}{92}$ | |

<61v>

In literis quæ mihi cum Geometra peritissimo G. G. Leibnitio anno 1676 intercedebant cum significarem me compotem esse methodi determinandi Maximas et Minimas, ducendi Tangentes, quadrandi figuras curvilineas & similia peragendi quæ in terminis surdis æque ac in rationalibus procederet qu{æque} methodum tangentium Slusij statim exhiberet, & cujus beneficio methodus serierum convergentium ad omnia pene problemata se extenderet: cum insuper me de hic methodo et methodo serierum tractatum anno 1671 scripsisse

$$ab = x. \ bc = y. \ \dot{x} = nb = p. \ \dot{y} = cb. \ \overline{ac} = cn. \ cg = nd = \dot{x} + bd. \ bd = z. \ r = \dot{z}. \ \overline{x + z} \dot{x} \mp \dot{z} = \overline{ad} = dk.$$

$$\dot{x}\{1\} - / \ \dot{x} + \frac{\dot{y}\dot{y}}{\dot{x}} = cg. + cg - dk = \frac{\dot{y}\dot{y}}{\dot{x}} + \dot{z}. \ y :: cg - ck \ ck = \frac{\dot{x}y + \frac{\dot{y}\dot{y}y}{\dot{x}}}{\frac{\dot{y}\dot{y}}{\dot{x}} + \dot{z}} = \frac{\dot{x}\dot{x}y + \dot{y}\dot{y}y}{\dot{y}\dot{y} + \dot{z}\dot{x}}$$

Quoniam methodus mea generalis ex methodo fluxionum et methodo serierum convergentium componitur, et

Operationes per fluentium momenta sæpe contrahuntur resolvento fluentem momento imo auctam in seriem convergentem. Nam termi seriei erunt ut [multiplicati per correspondentis terminos hujus progressionis $1.1.1 \times 2.1 \times 2 \times 3.1 \times 2 \times 3 \times 4.$ &c convertuntur in momentum primum, secundum, tertium, quartum &c. Sitit A & A^n fluentes duæ sintque A + o & $\overline{A + o}$ fluentes eædem post momentum temporis & resonatur $\overline{A + o}$ in seriem $A^n + nOA^{n-1} + \frac{nn-n}{2}OOA^{n-2} + \frac{n^3-3nn+2n}{6}O^3A^{n-3} + \frac{n^4-6n^3+11nn-6n}{24}O^4A^{n-4}$. Et hujus termini multiplicati per terminos Correspondentes seriei $1.1.1 \times 2.1 \times 2 \times 3.1 \times 2 \times 3.4$ evadent fluentis A^n momentum primum nOA^{n-1} , secundum $\overline{nn-n} \times OOA^{n-2}$, tertium $\overline{n^3-3nn+2n}O^3A^{n-3}$ quartum] < insertion from above the line > secundus terminus ut fluxio prima et momentum primum, tertius ut fluxio secunda et mome <62r> ntum secundum & sic deinceps. < text from f 61v resumes > ut fluxiones & momenta. Magna est igitur inter methodum fluxionum methodum serierum affinitas & harmonia, et propterea inter se methodum unam generalem ab initio conflavi ut] utramque conjunx. ab initio et ex utraque Analysin meam generalem conflavi.

In literis quæ mihi cum Geometra peritissimo G. G. Leibnitio anno 1676 intercedebant cum describerem methodum serierum & significarem hanc methodum ad omnia pene problemata sese extendere sed omnino universalem non evadere absque ulterioribus methodis eliciendi series infinitas † < insertion from f 61v > † Et hæ literæ una cum exemplari epistolæ meæ ad Collinium 10 Decem 1672 datæ ad D. Leibnitium mitterentur. < text from f 62r resumes > Cumque D. Leibnitius responderet methodum serierum adeo generalem esse, se non credere; esse enim multa usque adeo mira ut et implexa ut neque ab Æquationibus penderent, neque ex quadraturis, qualia essent (ex multis alijs) Problemata methodi tangentium inversæ; cumque responderem me Tractatum de methodo serierum tum ante annos quinque Conscripsisse & fundamentum ibi posuisse solvendi problemata quæ ad Quadraturas reduci requirent & ex hoc fundamento methodum Tangentium Slusij statim prodire, & hic non hæreri ad æquationes radicalibus affectas ut neque in quæstionibus de maximis et minimis alijsque & literis transpositis hanc sententiam involventibus Data æquatione fluentes quotcumque quantitates involvente invenire fluxiones & vice versa; fundamentum illud celarem; & ejusdem beneficio quadraturas curvarum quoque reddi faciliores, & series generales pro quadraturis prodire quæ abrumperentur et evaderent æquationes finitæ uti quadratura per finitas æquationes. exhiberi posset, et rem exemplis illustrarem; sed et Theoremata pro comparatione Curvarum cum Conicis sectionibus prodire quæ vix per Transmutationem figurarum quibus Iacobus Grigorius et alij usi sunt, absque ulteriori fundamento inveniri posse putarem; cum denique inversa de Tangentibus Problemata aliaque illis difficiliora in potestate esse dixissem ad quæ solvenda usus essem duplici methodo, his sententijs ænigmatice designata: Una methodus consistit in extractione assmptæ seriei: D. Leibnitius Literis anno sequente die 20 Iunij datis rescripsit sequoque in ejusmodi methodum incidisse & methodum

<62v>

Pag 386 lin. 3 quantulum auxerint, vel gravitates paulo minores sunt in Insulis ubi maria circundantia sunt depressiora et minus densa quam terra arida in in circuitu locorum in Continente.

Ib. l. 18 lineæ unius vix superante. Ipse etiam observavi quod horologium oscillatorium ad minuta secunda oscillans tempore æstivo tardius movetur singulis diebus, quam tempore hyberno minutis secundis viginti quatuor circiter, et propterea pendulum evade{illeg}t longius tempore æstivo quam hyberno quasi quarta parte lineæ unius. Calores autem ætivi apud nos thermometro mensurati æquori solent caloribus locorum in zona torrida quamproxime . Proinde differentia total longitudinis pendulorum quæ in diversis regionibus isochrona sunt, diverso calori attribui non potest.

Sed neque erroribus Astronomorum e Gallia missorum.

Ib. lin 34. Inter limites autem lin $1\frac{1}{2}$ & lin $2\frac{1}{2}$ quantitas mediocris est 2 linearum. Propter calores in Zona torrida negligamus quartam partem lineæ, et manebit differentia lineæ unius cum tribus quartis patibus lineæ. Et quoniam aqua marina quibus insulæ circundantur Et rarior est et depressior quam terra firma qua loca in Continente circundantur, ob defectum materiæ densæ in circuitu insularum negligamus insuper sentissem lineæ et manebit differentia lineæ unius cum quarta partæ lineæ

Pag 387 lin 1 fiet milliarium $19\frac{5}{7}$.

Pag 138. lin 29. quam $17\frac{1}{7}$,

<63r>

Mens Scholij præcedentis.

Anno 1669 mense Iulio Barrovius noster Compendium meum methodi serierum sub titulo Analyseos per Æquationes numero terminorum infinitas, ad Collinium misit. Et scrinijs Collinij in Ionesij manus tandem incidentibus Tractatus hicce lucem vidit. Continet autem Analysin qua Problemata methodos serierum et fluxionum conjunctas tractatur. Problemata utique per methodum fluxionum et momentorum deducuntur ad Æquationes & Æquationes finitæ per methodos in hoc Tractatu descriptas convertuntur in Series, & Series nonnunquam redeunt in Æquationes finitas Et ubi symbolum pro Serie tota ponitur, Series inter operandum pro Symbolo illo nonnunquam substituitur. Et ex fluxionibus simplicibus per Regulas tres initio hujus Tractatus positas eruuntu fluentes & ex fluentibus vicissim eruuntur fluxiones et Regularum prima

demonstratur per methodum fluxionum, [et vicissim fluentes per hanc Regulam dant fluxiones] & methodum ad quantitates surdas non hærere ostenditur. Et Problemata omnia quæ in Curvis Analyticis tractari tolebant tractant etiam per hanc methodum in Curvis Mechanicis. Et quicquid vulgaris Analysis per æquationes ex finito terminorum numero constantes (quando id sit possibile) perficiet hanc methodum per æquationes numero terminorum infinitas semper perficere. Quibus de causis nomen Analyseos huic methodo a me impositum fuisse dicitur Pro fluxionibus autem in hoc Tractatu ponuntur symbola quæcunque & pro momentis fluentium ponuntur rectangula sub fluxionibus & momento temporis & pro fluxione temporis vel quantitatis cujuscunque uniformiter fluentis qua tempus exponitur usurpatur unitas ponitur, subintelligitur coefficiens o; et fluxio rectangulo inclusa fluentem designat. Symbola {V}ero pro lubitu variari possunt cum methodus in forma symbolorum minime consistat.

Collinius autem ex hoc Tractatu series cum amicis mox communicare cœpit & methodum generalem prædicare et Gregorius de his admonitus methodum investigandi seriem ad ipsum missam diu quæsivit et sub finem anni 1670 invenit et mox per Epistolam ad Collinium 15 Feb 167 $\frac{0}{1}$ datum misit series plures e quarum numero erat hæc. Sit Radius r, Arcus a, & tangens t et erit $a = t - \frac{t^3}{3r^2} + \frac{t^5}{5r^4} - \frac{t^7}{7r^6} + \frac{t^9}{9r^8}$ &c. exemplar autem hujus Epistolæ ad D. Leibnitium missum fuit mense Iunio anni 1676.

Anno autem 1672 ad finem vergente.

<64v>

Anno 1669

Anno 1671

Anno 1675 Apr 15 D. Oldenburgus suggerente Collinio . — — — — — . sic satis singulari.

Anno 1672 ad finem vergente Collinius scripsit ad me de methodis Gregorij et Slusij ducendi tangentes absque calculo et postulavit ut methodum meam communicarem. Qua occasione sequentem Epistolam 10 Decem 1672 ad ipsum scripsi. Ex animo gaudeo — — — — — ne grave ducas. Gregorius utique ad Collinium scripserat 5 Sept. 1670 se ex methodis tangentium Barrovij et suis methodum generalem invenisse ducendi tangentes absque calculo, & Slusius ad Oldenburgum scripserat se methodum similem habere sed neuter methodum suam communicaverat. Missum est autem exemplar epistolæ meæ a Collinio ad Tschirnhausium mense Maio 1675 et ad Leibnitium mense Iunio 1676. Et eodem tempore missum est exemplar Epistolæ jam dictæ Gregorij ad Leibnitium Et ex his Epistolis inotescere potuit quod hæc methodus Tangentium et Corollarium esset methodi generalis de qua hic locutus sum, & consequeretur etiam ex methodo tangentium Barrovij.

Ineunte anno 1673 D. Leibnitius Londinum venit & cum Pellio nostro de rebus Arithmeticis disputavit in Geometria sublimiore nondum instructus. At a Pellio de serie Mercatoris &c admonitus, Logarithmotechniam ejus secum Lutetiam tulit, et sub finem hujus anni & initium sequentis Geometriam sublimiorem Hugenio magistro didicit, & proximo mense Iulio de seriebus ad Oldenburgum scribere cœpit, dicendo se dabat etiam circumferentiam totam

Anno 1675 Apr 15 D. Oldenburgus suggerente Collinio sic satis singulari.

Hoc Anno D. Leib. composuit et cum amicis communicavit opusculum quadraturæ Arithmeticæ per seriem pro arcu cujus tangens datur ut ipse ex Actis Eruditorum anni 1691 pro mense Aprili pag 1678 scripsit.

Anno 1676 tempore verno audita Gregorij morte D. Leibnitius a D. Oldenburgo postulavit ut commercium Gregorianum in unum corpus colligeretur & ad se mitteretur Et Collinius subinde excerpta Epistolarum Gregorij collegit et missa est Collectio Lutetiam mense Iunio ut a D. Leibnitio legeretur & subinde redderetur et extat collectio in Archivis R. S. in manu Collinij scripta, & inter alia continet epistolas Gregorij 5 Sept. $1670 \& 15 \text{ Feb } 167\frac{0}{1}$ datas ut et meam ad Collinum 10 Decem 1672 datam.

Eodem anno Maij 12 D. Leibnitius scripsit ad D. Oldenburgum Epistolam sequentem: Cum Georgius Mohr Danus, in Geometria — — — — desiderio meo.

Hac occasione sollicitantibus Oldenburgo et Collinio scripsi epistolam 13 Iunij datam, in qua methodum serierum descripsi et addidi Analysin per eandem — — non aliunde habuisse.

<65r>

Mens Scholij præcedentis.

In Epistola 13 Iunij 1676 datæ methodum Serierum descripsi & addidi Analysin per easdem ad omnia pene problemata (si numeralia quædam Diophantæis similia excipiantur) sese extendere, non tamen omnino universalem evadere nisi per ulteriores quasdam methodos eliciendi series infinitas quas non vacabat describere cum hæ speculationes diu mih{i} fastidio esse cæpissent adeo ut ab ijsdem tum per quinque fere annos abstinuissem.

Respondit D. Leibnitius 27 Aug. 1676 in hæc verba: Quod dicere videmini plerasque difficultates (exceptis Problematibus Diophantæis) ad series infinitas reduci, id mihi non videtur. Sunt enim multa usque mira et implexa ut neque ab æquationibus pendeant neque ex quadraturis, qualia sunt (ex multis alijs) Problemata methodi Tangentium inversæ.

Ipse verò in Epistola 24 Octob 1676 data, et D. Leibnitio (qui tunc Londini versabatur) statim lecta, rescripsi quod postquam ubi Mercatoris Logarithmotechnia prodijt (anno nempe 1669) communicatum fuit per amicum D. Barrow (tunc Matheseos Professorem Cantabr.) cum D. Collinio compendium quoddam method, harum serierum, in quo significaveram Areas & Longitudines Curvarum omnium & solidorum superficies et contenta ex datis Rectis, et vice versa ex his datis Rectas determinari posse & methodum ibi indicatam illustraveram diversis seriebus. Et scrinijs Collinij in Ionesij manus tandem incidentibus hoc compendium ab ipso in lucem emissum est. Continet autem methodum serierum ad problemata per methodum fluxionum & momentorum applicatam. Momenta autem hic per per rectangula sub fluxionibus & momento o quandoque designantur, & momentorum summæ per fluxiones rectangulis in clusas.

Collinius autem accepto hoc Compendio series ibi positas ut et Serias alias quas a Gregorio anno 1671 acceperat, cum amicis libere communicabat, e quarum numero erant Series pro inveniendo sinu vel tangente ex arcu dato.

In eadem epistola subjunxi quod Collinius subinde non destitit suggerere ut hæc publici juris facerem, et ante annos quinque [anno scilicet 1671) cum suadentibus amicis concilium ceperam edendi Tractatum de Refractione Lucis et coloribus, quem tunc in promptu habebam; cœpi de his seriebus iterum cogitare & Tractatum de ijs etiam conscripsi ut utrumque simul ederem. Sed lites de coloribus paulo post subortæ me quietis amantem a concilio deterruerunt. In eo autem Tractatu fundamentum me posuisse dixi solvendi problemata quæ ad Quadraturas reduci nequeunt & quomodo methodus Slusiana ducendi Tangentes ex hoc fundamento statim prodiret, et quod hic non hæreatur ad æquationes Radicalibus unam vel utramque indefinitam Qualitatem invol <65v> ventibus utrumque affectas sed absque talium æquationum reductione (quæ opus plerumque redderet immensum). Tangens confestim ducitur. Et quod eodem modo se res haberet in quæstionibus de Maximis et Minimis; alijsque quibusdam, fundamentum harum operationum satis obvium esse dixis sed cum explicationem ejus prosegui non vacaret id celavi hac sententia ænigmatice posita Data æquatione quotcunque fluentes quantitates involvente, fluxiones invenire; et vica versa. Et hoc fundamento dixi me etiam conatum esse dixi reddere speculationes de Quadratura Curvarum simpliciores et pervenisse ad Theoremata quædam generalia, & Theorema primum ibi posui et exemplis illustravi. Addidi etiam quod alia haberem Theoremata pro comparatione Figurarum cum Conicis sectionibus, alijsve figuris simplicissimis quibuscum possent comparari, meque hujusmodi Theoremata in Catalogum dudum retulisse, quæ Theoremata vix per transmutationem figurarum quibus Iacobus Gregorius et alij usi sunt absque ulteriori fundamento [nempe fundamento meo prædicto] inveniri posse putarem. Et quomodo Theoremata hæcce omnia ex hoc fundamento prodeunt ostenditur in Tractatu de Quadratura Curvilinearum Addidi præterea quod ubi Quadratura figurarum < insertion from above the line > [quam D. Leibnitius methodum summa <66r> toriam vocat] < text from f 65v resumes > per has methodos non bene succederet, rem expedire possem <u>describendo Curvam Geometricam per data quotcunque puncta transeuntem</u>: id est per terminos Ordinatarum fluxiones designantium Curvam quadrabilem describendo cujus area exhibeat fluentem

quæsitam. Addidi denique quod ubi dixi omnia pene Problemata solubilia existere, volui de ijs præsertim intelligi — datur longitudine. Solvitur utique absque methodo fluxionum dicendo tantum quod ubi Abscissa crescit in progressione Arithmetica, Ordinata crescit vel descrescit in ratione Geometrica, ideoque Abscissa et Ordinata sunt ad invicem ut numerus et Logarithmus. Quin etiam si in triangulo rectangulo quod a prædicta Axis parte et Tangente ac Ordinatim applicata constituitur relatio duorum quorumlibet latarum per æquationem quamlibet definiatur Problema solvi potest [per simplicem Quadraturam] absque mea methodo Generali: sed ubi pars Axis [seu Abscissæ] ad punctum aliquod positione datum terminata ingreditur vinculum, tunc res aliter se habere solet, id est, non semper solvitur per simplicem Quadraturam sed sæpe requirit methodum meam generalem. Sic enim vocabam methodum ex methodis serierum et fluxionum compositam.

Vbi nunciatum est D. Leibnitium ad Hanoveram pervenisse D. Oldenburgus exemplar hujus Epistolæ ad ipsum misit & D. Leibnitius tandem Epistola 21 Iunij 1677 data respondit in hæc verba: <u>Clarissimi Slusij methodum Tangentium nondum esse absolutam Celeberrimo Newtono assentior Et jam a multo tempore rem Tangentium longe generalius tractavi scilicet per differentias Ordinatarum.</u>; Et subinde descripsit methodum Tangentius Barovij & ostendit quod methodus Slusiana statim occurreret hanc methodum intelligenti, & quomodo irrationales eam nullo morærentur modo; deinde subjunxit: <u>Arbitror quæ celare voluit Newtonus de Tangentibus ducendis ab his non abludere. Quod addit, ex hoc eodem fundamento quadraturas quoque reddi faciliores me <66r> in sententia hac confirmat, nimirum semper figuræ illa sunt quadrabiles quæ sunt ad æquationem differentialem.</u>

Cum vero post annos septem in lucem emitteret elementa hujus methodi & silentio præteriret commercium illud epistolicum quod inter nos annis 1676 & 1677 intercesserat quo methodum hanc et ejus vim primus descripseram & me Tractatum de eadem anno 1671 scripsisse significarem, et ille me hujusmodi methodum habuisse agnoverat: posui Scholium superius ut inde constaret me primum de hac methodo scripsisse & elementa ejus in Lemmate præcedente synthetice demonstrata non aliunde habuisse

Sub initio anni 1673 D. Leinitius Londinum venit & a Pellio de serie Mercatoris admonitus Logarithmotechniam ejus secum in Galliam tulit sed Geometriam sublimiorem nondum intellexit. Scripsit autem ad Oldenburgum de Quæstionibus Arithmeticis usque ad mensem Iunium hujus anni, deinde Geometriam sublimiorem Hugenio Magistro didicit, & anno sequente mensibus Iulio cæpit de seriebus scribere dicendo se Theorema invenisse cujus ope Area Circuli vel sectoris ejus dati exacti exprimi posset per seriem numerorum rationalium continue productam in infinitum. Et mense Octobri ejusdem anni exposuit quale esset Theorema cujus ope area sectoris dati per Seriem exprimi posset, dicendo quod seriem invenisset pro circumferentia tota & quod eadem methodo etiam arcus cujuslibet cujus sinus daretur, geometrice exhiberi per ejusmodi seriem valor posset, nullo ad integræ circumferentiæ dimensionem recursu; ut adeo non necesse esset arcus rationem ad circumferentiam nosse. Theorema igitur ex dato sinu dabat sectorem vel Arcum & si ratio ejus ad circumferentiam totam nosceretur dabat etiam circumferentiam totam.

Anno 1675 Apr 15 D. Oldenburgus suggerente Collinio Seriem meam pro inveniendo arcu ex Sinu dato, ut et Gregorianam pro inveniendo arcu ex Tangente data aliasque nonnullas ad D. Leibnitium misit et D. Leibnitius Literis 20 Maij 1675 datis rescripsit in hæc verba. Literas tuas multa fruge Algebraica refertas accepi pro quibus tibi et doctissimo Collinio gratias ago. Cum nunc præter ordinarias curas Mechanicis imprimis negotijs distrahar non potui examinare series quas misistis ac cum meis comparare. Vbi fecero perscribam tibi sententiam meam, nam aliquot jam anni sunt quod inveni meas via quædam sic satis singulari.

Anno 1676 Maij 12 D. Leibnitius hæc scripsit ad Oldenburgum Cum Georgius Mohr Danus in Geometria et Analysi versatissimus nobis attulerit communicatam sibi a Doctissimo Collinio vestro expressionem relationis inter Arcum et Sinum per infinitas series sequentes: Posito sinu x, Arcu z, Radio 1,

$$z = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \frac{5}{112}x^7 + \frac{35}{1152}x^9 &c$$

$$x = z - \frac{1}{6}z^3 + \frac{1}{120}z^5 - \frac{1}{5040}z^7 + \frac{1}{36288}z^9 &c$$

Hæc, inquam, cum nobis attulerit ille, quæ mihi valde ingeniosa videntur, et posterior imprimis series elegantiam quandam singularem habeat, ideo rem gratam mihi feceris, Vir clarissime, si demonstrationem transmmiseris. Habebis vicissim mea ab his longe diversa circa hanc rem meditata de quibus jam aliquot abhinc annis ad te perscripsisse credo, demonstratione tamen non addita quam nunc polio. Oro ut a Cl. Collinio multam a me <66v> salutem dicas. Is facile tibi materiam suppeditabit satisfaciendi desiderio meo.

Hac occasione sollicitantibus Oldenburgo et Collinio scripsi Epistolam meam prædictam 13 Iunij 1676 datam, † et eodem tempore, ea quæ Gregorius emortuus cum Amici communicaverat a Collinio in unum corpus sollicitante D. Leibnitio collecta sunt et ad Leibnitium missa ut ab ipso legerentur; & subinde ad ad Oldenburgum remitterentur Eademque jam extant in manu Collinij. In hac Collectione habetur exemplar Epistolæ Gregorij ad Collinium 5 Sept 1670 datæ, in qua Gregorius dicit se ex methodis. Tangentium Barrovij et suis invenisse methodum generalem ducendi Tangentes ad omnes Curvas sine calculo. Habetur et alia Gregorij Epistola ad Collinium 15 Feb 1671 data in qua series ponitur pro arcu cujus Tangent{illeg} datur. Habetur etiam exemplar Epistolæ sequentis a me 10 Decem 1672 ad Collinium scriptæ . Ex animo gaudeo D. Barrovij — ne grave ducas. Missum etiam fuit exemplar hujus Epistolæ ad D. Tschurnhausium mense Maio 1675. Methodus autem generalis quæ in hac Epistola describitur et cujus Corollarium dicitur Methodus tangentium Gregorij et Slusij, est ipsa methodus fluxionum. Mense Octobri proximo D. Leibnitius Londinum venit & Collinium consuluit de ijs quæ a Gregorio et me ad ipsum scripta sunt viditque literas nostras in ejus manu, eas præstertim quæ ad series convergentes spectabant. Et hæc omnia silentio præteriri non debuerant: præsertim cum D. Leibnitius paulo ante rogaverat Oldenburgum ut Demonstrationem serierum mearum pro arcu & sinu a Collinio procuraret & jam per Epistolam meam 24 Octob scriptam admonitus esset de Compendio meo harum serierum anno 1669 a Barrovio ad Collinium misso; in quo Compendio et Demonstrationem illam posueram et methodum fluxionum & momentorum non obscure de scripseram et ejus beneficio methodum serierum ad solutionem Problematum applicueram et Regulam primam in qua fundabatur demonstraveram. Fluxiones vero per symbola quæcunque et momentum per hæc symbola ducta in quantitatis uniformiter fluentis momentum o hic designavi et fluxionem rectangulo inclusam pro fluente nonnunguam posui. Hac Analysi usus sum annis 1665 & 1666 ut ex veteribus meis chartis reperio, et eadem usque nunc utor. Hac investigavi maximam partem Propositionum quæ in hisce Principiorum Libris habentur, sed inventas composui synthetice ut lucem videretur & in Geometriam admitterentur: Nam laus Geometriæ ex ejus certitudine oritur, eaque de causa veteres nihil prius in Geometriam admittebant quam componeretur, & per Demonstrationem syntheticam redderetur certissimum.