

De motu Corporum Liber Secundus

Author: Isaac Newton

Source: MS Add. 3990, Cambridge University Library, Cambridge, UK

Published online: October 2013

<1r>

De motu Corporum, Liber Secundus.

[1] Fixas in supremis mundi partibus immotas persistere, et Planetas his inferiores circa Solem revolvī, Terram pariter moveri cursu annuo, diurno verò circa axem proprium, et Solem ceu focum Universi in omnium centro quiescere, antiquissima fuit Philosophantium sententia. Sic enim senserant olim Philolaus, Aristarchus Samius, Plato ætate maturiore, Pythagoreorum turba et his antiquior Anaximander et Romanorum Rex ille sapientissimus Numa Pompilius.[2] Is in symbolum orbis rotundi et ignis Solaris in centro, templum erexit Vestæ forma rotunda, et ignem perpetuum in medio asservari fanxit. Ab Ægyptijs autem astrorum antiquissimis observatoribus propagatam esse hanc sententiam verisimile est. Etenim ab illis et a gentibus conterminis ad Græcos gentem magis philologicam quam philosophicam, philosophia omnis antiquior juxta et sanior {manasse} videtur: Et sacra Vestæ ingenium Ægyptiorum sapiunt mysteria captum vulgi superantia sacris ritibus et Hyeroglyphicis pingentium. Subinde docuerunt Anaxagoras Democritus et alij nonnulli Terram in centro mundi immotam stare & astra omnia in occasum, aliqua celerius alia tardius moveri idque, in spatijs liberrimis. Namque orbes Solidi postea ab Eudoxo, Calippo, Aristotele introducti sunt, declinante in dies philosophia primitus introducta, et novis Græcorum commentis paulatim prævalentibus. Cum his orbibus male consistunt Phænomena Cometarum. Hos inter corpora cœlestia a multis olim numeratos Chaldæi rerum astronomicarum peritissimi pro stellis errantibus habuere, quasi semel singulis revolutionibus in orbium valde excentricorum partes infimas descendendo se nobis per vices conspiciendos exhiberent. Eosdem postea in regiones infra Lunam necessariò detrusit ista orbium Solidorum Hypothesis, & his iisdem vicissim per nuperas Astronomorum observationes in cœlos Luna superiores restitutis confracti sunt illi orbes et ex æthere deturbati.

[3] Quibus vinculis Antiqui Planetas in spatijs liberis retineri deque cursu rectilineo perpetuò retractos in orbem regulariter agi docuere non constat. In hujus rei explicationem orbes Solidos excogitatos fuisse opinor Philosophi recentiores aut vortices esse volunt ut Keplerus et Cartesius aut aliud aliquod sive impulsus sive attractionis principium ut Borellius Hookius ex nostratibus alij. <2r> Ex motus Lege prima certissimum est vim aliquam requiri. Nobis propositum est quantitatem et proprietates ipsius eruere atque effectus in corporibus movendis investigare mathematicè, proinde ne Speciem ejus hypothetice determinemus, diximus ipam generali nomine centripetam quæ tendit in centrum aliquod vel etiam (sumpto nomine de centro) circumsolarem quæ tendit in Solem, circumterrestrem quæ in Terram, circumjovialem quæ in Jovem et sic in cæteris.

[4] Viribus centripetis Planetas in orbibus certis retineri posse intelligitur ex motibus projectilium. Lapis projectus urgente gravitate sua deflectitur de cursu rectilineo, et curvam lineam in aere describendo tandem cadit in terram. Si motu velociore projiciatur, pergit longius. Augendo velocitatem fieri posset ut arcum describeret milliaris unius, duorum, quinque, decem, centum, mille ac tandem ut pergendo ultra terminos terræ non amplius in terram caderet. Designent AFB superficiem terræ, Centrum ejus et VD, VE, VF lineas curvas quas projectile de montis præalti vertice V secundum lineas horizonti parallelas auctis cum velocitatis gradibus successivè emissum describat. Et ne aeris resistentia quâ motus cœlestes vix retardantur, in computum veniat, fingamus hunc omnem tolli vel saltem nil resistere. Et eadem ratione qua corpus velocitate minore describit arcum minorem VD et majorem arcum majorem VE et aucta adhuc velocitate pergit longius ad F, et longius ad G: idem tandem si augeatur semper velocitas superabit totum telluris ambitum redibit ad montem unde fuerat projectum. Cumque area quam radio ad centrum terræ ducto describit sit (per Propositionem I libri I{ }) proportionalis temporis, (per Propositionem I) velocitas ejus in reditu ad montem non minor erit quam sub initio. Servata autem velocitate potest idem sæpius eadem lege revolvī.} <3r> Imaginemur jam corpora de regionibus altioribus secundum lineas horizontales projici, puta de locis milliaria quinque, decem, centum, mille vel plura, totidemve telluris semidiametros altis, et pro varia corporum velocitate et vi gravitatis in singulis regionibus exercita, describentur arcus Telluri vel concentrici vel variè excentrici; inque his trajectorijs pergunt corpora ad modum planetarum cœlos transcurrere.

P. {S.} [5] Et quemadmodum ex descensu lapidis dimissi demonstrativè colligitur eundem gravitare, neque minus certum gravitatis indicium est perpetua illa projectorum deflexio in terram: Sic omnis omnium in Spatijs liberis motorum corporum de recto tramite deviatio et perpetua in locum quemvis deflexio certissimum est indicium vim aliquam extare qua corpora undique in locum illum urgentur. Utque ex concessa gravitate necesse est corpora omnia in his terris inferiora petere, atque adeo vel rectà cadere si quiescentia demittantur vel de recto tramite perpetuò deflectere in terram si projiciantur obliquè: ita ex concessa vi, in centrum quodcunque tendente, non minus necessarium est omnia in quæ vis illa exercetur, vel recta descendere ad

centrum illud vel si obliquè moveantur perpetuò de recto tramite in centrum vergere. Qua autem ratione vires ex motibus et motus ex viribus colligendi sunt, copiosè expositum est in Libris de Motu.

<4r>

[8]Tendere autem vires centripetas ad corpora Solis, Telluris, et Planetarum sic colligo: Gyratur Luna circa Terram nostram radijsque ad ipsius centrum ductis describit areas temporibus proportionales quamproximè. Id ex velocitate Lunæ cum ipsius apparentibus diametris collata certissimum est. Diametro minore (quæ majorem arguit distantiam) tardior est motus, majore velocior. Motibus magis regularibus gyrantur Satellites Jovis circa Jovem, circulos Jovi concentricos æquabili motu describentes quoad sensum. Sic et comes Saturni circa hunc Planetam motu satis circulari et æquabili revolvitur excentricitate vixdum animadversa. Venerem et Mercurium circa Solem revolve demonstratur ex eorum phasibus Lunaribus. Plena facie siti sunt ultra Solem, dimidiata e regione Solis, falcata cis Solem, per discum ejus nonnunquam transeuntes. Et Venus quidem orbem circularem Solique concentricum uniformi motu describit quamproxime. Mercurius autem, motu magis excentrico ad Solem notabiliter accedit et inde per vices recedit, sed velocior semper est ubi Soli propior, quo sit ut radio ad Solem ducto describat areas temporibus proportionales. Terram denique circa Solem aut Solem circa Terram radio intercedente areas describere temporibus exactè proportionales demonstratur ex Solis diametro apparente cum ipsius motu apparente collata. <5r> Hæc sunt experimenta Astronomica et ex his per Libri primi Propositiones tres primas et earum Corollaria consequens est quod dentur vires centripetæ (aut accurate aut sine errore notabili) ad centra Terræ, Jovis, Saturni et Solis tendentes. In Mercurio, Venere, Marte, et Planetis minoribus, cum desint experimenta valeat argumentum ex analogia.

[9]Ex Propositionis autem quartæ Corollario sexto consequitur quod hæ vires decrescunt in duplicata ratione distantiarum a centro Planetæ cujusque. Nam tempora periodica Satellitum Jovis sunt inter se in sesquuplicata proportionem distantiarum a centro hujus Planetæ. In his jam diu notata fuit hæ proportio, eamque tam accurate obtinere quam sit possibile sensibus discernere significavit mihi Flamstedius noster * < insertion from f 4v > * has distantias micrometro et per Satellitum Eclipses sæpius mensus. Eisdem ante inventionem micrometri Galilæus pergendo ab intimo Satellite ad extimum definivit esse semidiametrorum Jovis 6, 10, 16, 28 respectivè; Simon Marius 6, 10, 16, 26; Cassinus 5, 8, 13, 23; Borellius magis exactè $5\frac{2}{3}$, $8\frac{2}{3}$, 14, $24\frac{2}{3}$: et post inventionem micrometri Tounleius 5.51, 8.78, 13.47, 24.72. Flamstedius autem 5.31, 8.85, 13.98, 24.23, et exactius per eclipses 5.578, 8.876, 14.159, 24.903. Sunt autem satellitum ex observationibus Flamstedianis periodica tempora $1^d, 18^h, 28', 36''$; $3^d, 13^h, 17', 54''$; $7^d, 3^h, 59', 36''$ & $16^d, 18^h, 5', 13''$: et ex his derivatæ distantie ut numeri 5.578. 8.878. 14.178. 24.968, qui cum distantijs observatione collectis satis accuratè congruunt. In Planetis autem circumsolaribus — < text from f 5r resumes > In Planetis autem circumsolaribus Mercurio et Venere proportio illa obtinet accuratissimè, quantum hactenus dimensiones orbitarum ex observationibus melioris notæ determinarunt Astronomi.

[10]Martem quoque circa Solem revolve ex ipsius phasibus et proportionem diametrorum apparentium. Nam ex phasi plena prope conjunctionem et gibbosa in quadraturis certum est quod in solem ambit. Et cum diameter ejus quasi quintuplo major appareat in oppositione Solis quam in conjunctione & distantia ejus a Terra, sit reciproce ut diameter apparens, erit distantia illa quintuplo minor circiter in oppositione Solis quàm in conjunctione; at Martis a Sole eadem circiter erit distantia in utroque casu cum differentia ejus in quadraturis quæ ex phasi gibbosa colligitur. Utque Solem æquabili fere distantia, terram valde inæquabili cingit sic etiam radio ad Solem ducto describit satis uniformiter, at radio ad terram ducto nunc velox est nunc stationarius nunc retrogradus. Jovem Marte superiorem esse et motu quoque quoad distantiam et areæ descriptionem satis æquabili Solem circuire, sic <6r> colligo. [11] In literis ad me datis scripsit Clarissimus Flamstedius omnes intimi Satellitis quas noverat hactenus accuratè observatas Eclipses cum theoria sua absque errore duorum in tempore scrupulorum primorum congruere; extimum non multo magis errare, penextimum vix triplo magis, penintimum verò multo magis sed minus tamen a computationibus suis dissidere quàm solet Luna a Tabulis vulgaribus. Se vero per Solos Satellitum motus medios; et æquationem lucis a Romero inventam Eclipses computare. Ponamus igitur Theoriam a motu Satellitis intimi hactenus observato minus dissidere quàm errore duorum scrupulorum primorum. Et erit ut Periodus integra dierum $16, 18^{hor}, 5', 13''$ ad tempus 2' ita circulus integer graduum 360 ad arcum $1'.48''$. Proinde error computi Flamstediani ad orbitam Satellitis reductus minor erit quam $1'.48''$. id est longitudo Satellitis e centro Jovis spectati determinabitur absque errore $1'.48''$. At longitudo illa ubi Satelles in medio umbræ versatur, eadem est cum Jovis longitudine heliocentrica et propterea hypothesis quam Flamstedius sequitur nempe, nempe Keplero-Copernicæ a se nuper (quoad motum Jovis) correctæ, longitudinem illam recte exhibet absque errore $1'.48''$. Hæc longitudo et notissima semper longitudo Geocentrica determinatur distantia Jovis a Sole: quæ proinde ea ipsa est quam exhibet ista Hypothesis. Namque maximus ille in longitudine heliocentrica error $1'.48''$, insensibilis[12] fere est et planè contemnendus; sed et ex Satellitis ignota excentricitate oriri potest. Longitudine autem et distantia recte definitis necesse est ut Jupiter radio ad Solem ducto describat areas ea lege quam hypothesis requirit et propterea temporibus proportionales. Idem de Saturno ex hujus assecla, per observationes Hugenij et Hallei colligere licebit; quanquam observationum series diuturnior in rei confirmationem et calculum satis accuratum desideretur.

[13]Jupiter igitur, si quis hunc spectaret e Sole, nunquam appareret retrogradus, nunquam Stationarius, ut ex terra cernitur, sed motu satis uniformi semper progrediretur. Ex motus apparentis geocentrici inæqualitate summa colligitur per Propositionis tertie Corollarium quartum, quod vis illa qua Jupiter deflectere cogitur de motu rectilineo et in orbem revolvitur, non dirigitur ad centrum terræ. Et idem valet argumentum in Marte et Saturno. Quærendum est (per Propositiones II et III et hujus Corollaria) aliud harum virium centrum circum quod radijs intercedentibus æqualis sit arearum descriptio. Et hoc esse Solem jam probatum est in Marte quidem et Saturno præterpropter, in Jove vero abunde satis accuratè. Fingere licet Solem et Planetas <7r> vi quavis alia æqualiter et secundum lineas parallelas urgeri. [14]Verum tali vi (per Legum Corollarium 6) non mutabitur

situs Planetarum inter se, nullus producet effectus sensibilis, nos autem agimus de causis effectuum sensibilium. Rejiciatur igitur hujusmodi vis omnis ut precaria et ad cœlorum phænomena nil spectans, et vis omnis reliqua qua Stella Jovis urgetur, tendet (per Propositionis tertiæ Corollarium primum) ad centrum Solis.

[15] Distantiæ Planetarum a Sole eadem prodeunt, sive terram cum Tycho, sive Solem cum Copernico collocemus in centra Systematis: et veras esse has distantias jam probavimus in Jove. In his definiendis Keplerus et Bullialdus apprimè novarunt operam: unde et cum cœlis meliùs concordant ipsarum Tabulæ. Sunt autem harum distantiarum cubi in omnibus Planetis (in Jove inquam et Marte, Saturno et Tellure, æque ac in Venere et Mercurio) ut quadrata temporum periodicorum, et propterea (per Corollarium 6. Theorematis 4 Libri 1) vis centripeta circumsolaris decrescit per universa Planetarum cœla in duplicata ratione distantiarum a Sole. In examinanda hacce proportionem sumendæ sunt distantie mediocres sive orbium semiaxes transversa per Propositionem XIV et negligendæ minutie quæ in definiendis orbibus ex insensibilibus observationum erroribus oriri potuerint, [16] quæve causis post assignandis tribuendæ sunt. [17] Sic incidetur semper in proportionem præfinitam exacte. Nam cum distantie Saturni, Jovis, Martis, Terræ, Veneris & Mercurij a Sole ex observationibus Astronomicis collectæ, sint inter se, juxta computum Kepleri ut numeri 951000, 519650, 152350, 100000, 72400, 38806, juxtaque computum Bullialdi ut numeri 954198, 522520, 152350, 100000, 72398, 38585, eadem ex temporibus periodicis collectæ sunt ut numeri 953806, 520116, 152399, 100000, 72333, 38710. Distantie Kepleri et Bullialdi vix differunt sensibilibiter et ubi maxime differunt claudunt inter se distantias ex temporibus periodicis collectas.

[18] In duplicata itidem distantiarum proportionem vim circumterrestrem decrescere sic colligo. Lunæ distantia mediocris a centro terræ est semidiametrorum terrestrium {s}, secundum Ptolomæum, Keplerum in Ephemeridibus, Bullialdum{,} Hevelium et Ricciolum 59, secundum Flamstedium $59\frac{1}{3}$, secundum Vendelinum 60, secundum Copernicum $60\frac{1}{3}$, secundum Kircherum $62\frac{1}{2}$. secundum Tycho $56\frac{1}{2}$ <8r> Verum Tycho et quotquot ejus tabulas refractionum sequuntur, constituendo refractiones Solis et Lunæ (omninò contra naturam lucis) majores quam fixarum idque scrupulis quasi quatuor vel quinque auxerunt parallaxin Lunæ scrupulis totidem, hoc est quasi duodecima vel decima quinta parte totius parallaxeos. Corrigatur iste error et distantia evadet quasi 61 semidiametrorum terrestrium, fere ut ab alijs assignatum est. Assumamus distantiam mediocrem sexaginta semidiametrorum et Lunarem periodum respectu fixarum compleri diebus 27, horis 7, minutis primis 43, uti ab Astronomis definitum est; et per Corollarium sextum Propositionis quarti, corpus revolvendo in aere nostro juxta superficiem terræ quiescentis vi centripeta quæ esset ad vim eandem in distantia Lunæ, in duplicata ratione distantiarum a centro terræ reciproce, hoc est ut 3600 ad 1; revolutionem sublata aeris resistentia compleret hora 1, minutis primis 24, secundis 27. Pone ambitum terræ esse pedum Parisiensium 123249600 uti a Gallis mensurantibus nuper definitum est et corpus idem sublato motu suo circulari et urgente eadem vi centripeta ac prius, describeret (cadendo) pedes Parisienses $15\frac{1}{12}$ tempore minuti unius secundi. Colligitur hoc ex calculo per Propositionem vigesimam quintam inito, et congruit cum experientia. Nam factis pendulorum experimentis et computo inde inito, demonstravit Hugenius quod corpora omni omni illa cujuscunque generis vi centripeta qua juxta superficiem terræ urgentur descendunt, describunt tempore minuti unius secundi pedes Parisienses $15\frac{1}{12}$.

[19] Quod si motus concedatur terræ, gyretur hæc et Luna (per Legum Corollarium 4, et Propositionem XXVII) circa commune gravitatis centrum{,} Et Luna per Propositionem XXX eodem tempore periodico dierum 27, horarum 27, 43', vi eadem circumterrestri, diminutâ in duplicata ratione distantie, revolvetur in orbita cujus semidiameter est ad semidiametrum prioris hoc est ad 60 semidiametros terrestres ut summa corporum Terræ et Lunæ ad primam duarum mediè proportionalium inter hanc summam et corpus terræ, hoc est si ponamus Lunam (ob mediocrem suam diametrum apparentem $31\frac{1}{2}$) esse quasi quadragesimam secundam partem terræ, ut 43 ad \sqrt{c} . 42 sive ut 128 ad 127 circiter: ideoque semidiameter hujus orbitæ hoc est distantia inter centra Lunæ et terræ jam erit $60\frac{1}{2}$ semidiametrorum terrestrium, fere ut assignavit Copernicus non abludentibus observationibus Tychoicis. In hac distantia valet igitur duplicata illa proportio decrementi virium. Augmentum orbitæ ab actione Solis oriundum, ut plane contemnendum neglexi. Eo subducto relinquetur vera <9r> distantia quasi $60\frac{4}{9}$ semidiametrorum terrestrium.

[20] Confirmatur præterea hæc ratio decrementi virium ex Planetarum excentricitate et Apseudum tardissimo motu. Nam per Scholium Propositionis XII manifestum est quod nulla alia ratione possint Planetæ omnes circumsolares singulis revolutionibus semel ad minimam a Sole distantiam descendere et semel ad maximam ascendere, atque loca harum distantiarum manere immobilia. Parvus error in ratione duplicata efficeret motum Apseudum in singulis revolutionibus notabilem, in pluribus enormem. At motus ille in Orbibus Planetarum circumsolarium vixdum post innumeras revolutiones sensibilis extitit. Astronomorum aliqui motum omnem negant, cæteri non majorem statuunt quam qui ex causis post assignandis facile oriri possit, quique in quæstione de qua agitur nullius est momenti. Sed et motus longe major Aphelij Lunarum qui singulis revolutionibus est graduum trium contemni potest. Hoc motu demonstratur vim circumterrestrem decrescere in ratione distantie non minori quam duplicata, et longe minori quam triplicata. Nam si ratio duplicata mutetur gradatim in triplicatam augebitur motus Aphelij in infinitum adeoque mutatione perexigua superabit motum Aphelij Lunarum. Oritur motus ille tardissimus ex actione vis circumsolaris ut posthac dicetur. [21] Tollendo hanc causam quiescet Apogæum Lunæ et pervenietur ad proportionem duplicatam.

[22] Stabilita hac proportionem conferre jam licet Planetarum vires inter se. In mediocri distantia Jovis a terra elongatio maxima Satellitis extimi a centro Jovis (ex observationibus Flamstedij) est 8'.13'', adeoque distantia Satellitis a centro Jovis ad mediocrem distantiam Jovis a centro Solis ut 124 ad 52012, ad mediocrem verò distantiam Veneris a centro Solis ut 124 ad

7234. Sunt autem eorum tempora periodica $16\frac{3}{4}$ dierum et $224\frac{2}{3}$ dierum. Et inde per Corollarium secundum Theorematis quarti dividendo distantias per quadrata temporum deducitur vim qua Satelles urgetur in Jovcm esse ad vim qua Venus urgetur in Solem ut 442 ad 143. Et minuendo vim qua Satelles urgetur in duplicata ratione distantiae 124 ad 7234 prodibit vis circumjovialis in distantia Veneris a Sole, ad vim circumsolarem qua Venus urgetur, ut $\frac{13}{100}$ ad 143, seu 1 ad 1100. Proinde ad æquales distantias vis circumsolaris 1100 vicibus major est quam vis circumjovialis. Simili computo ex Satellitis Saturnij tempore periodico dierum 15, horarum $22\frac{2}{3}$ et maxima ipsius a Saturno mediocriter a nobis distante, elongatione 3',20'', colligo distantiam hujus Satellitis a centro Saturni esse ad [23]distantiam Veneris a Sole, ut $92\frac{2}{5}$ ad 7234 et inde <10r> vim absolutam circumsolarem majorem esse quàm vis absoluta circumsaturnia vicibus 2360.

[24]Ex regulari Veneris, Jovis et aliorum Planetarum heliocentrico motu et irregulari geocentrico manifestum est per Corollarium 4 Propositionis III) quod vis circumterrestris collata cum vi circumsolari sit perquam exigua. Parallaxin Solis ex dichotomia Lunæ Telescopijs notata, Ricciolus et Vendelinus seorsim determinare conati sunt, eamque constituere non majorem dimidio minuti unius primi. Keplerus parallaxin Martis Achronici quæ multo major est, tam Tyconicis quam proprijs observationibus insensibilem reperit. Flamstedius eandem micrometro aggressus idque in perigæo Martis, nunquam reperit majorem viginti quinque minutis secundis & inde concludit parallaxin Solis esse summum decem minutorum secundorum. Unde consequens est quod distantia Lunæ a terra non habet majorem rationem ad distantiam terræ a Sole quam 29 ad 10000, neque majorem ad distantiam Veneris a Sole quam 29 ad 7233. Inde et ex temporibus periodicis methodo jam exposita deducetur quod vis absoluta circumsolaris sit major quam vis absoluta circumterrestris, vicibus 229400 ad minimum. Quod [25]si constaret tantum ex observationibus Riccioli et Vendelini parallaxin esse minorem dimidio minuto primo tamen inde sequeretur vim absolutam circumsolarem superare vim circumterrestrem vicibus 8500.

<11r>

[27] Similibus computis incidi in analogiam inter vires et corpora Planetarum. Sed antequam hanc expono definiendæ sunt Planetarum apparentes diametri in mediocribus distantijs eorum a terra.

[28] Diametrum Jovis Flamstedius micrometro mensus est 40'' vel 41'' eamque annuli Saturni 50''. & solis quasi 32'.13''. Diameter corporis Saturnij est ad diametrum annuli juxta Hugenum et Halleium ut 4 ad 9, juxta Galletium ut 4 ad 10, juxta Hookium (telescopio pedum sexaginta usum) ut 5 ad 12. Ex ratione mediocri 5 ad 12 colligitur diameter corporis quasi 21''.

[30]Et hæ sunt magnitudines apparentes. Verum puncta omnia lucida per inæqualem lucis refrangibilitatem dilatantur in Telescopijs, occupantque in foco vitri objectivi Spatium circulare latitudine quasi quinquagesimæ partis aperturæ vitri: ita tamen ut lux in circuitu rarissima vix aut ne vix quidem sentiatur, in medio verò ubi constipatio est sensumque satis ferit lucidum constituat circellum cujus latitudo pro splendore puncti lucentis varia sit ac tertiam circiter quartamve aut quintam fere partem latitudinis totius ut plurimum adæquet. Designet ABD circulum lucis totius, PQ circellum luce satis conspicua clarentem, C centrum utriusque CA, CB semidiametros circuli majoris rectum continentes angulum C, ACBE quadratum his diametris comprehensum, AB diagonalem ejus, EGH Hyperbolam centro C asymptotis CA, CB descriptam, PG perpendicularum ad ipsius BC punctum quodvis P erectum occurrens Hyperbolæ in G rectisque AB, AE in K et F: et lucis densitas in loco quovis P erit, ex computo meo, ut longitudo FG, adeoque in centro infinita, prope circumferentiam quàm minima: lux autem tota intra circellum PQ est ad totam extra, ut area quadrilatera CAKP ad triangulum PKB. Ibi concipe circellum PQ terminari ubi lucis densitas FG minor esse incipit quam quæ sensui movendo sufficit. Et hinc est <12r> quod ignis trium pedum latitudinis in distantia 191382 pedum per Telescopium tripedalem apparuit Picarto quasi 8'' latus qui Solùm 3'' 14''' latus apparere debuisset. Hinc est quod Fixarum lucidiores per telescopia apparent latæ 5'' vel 6'' idque luce satis plena, luce autem debiliore latius excurrunt. Hinc est quod Hevelius minuendo aperturam Telescopij, sustulit[31] bene magnam partem lucis in circuitu effecitque ut discus Stellæ distinctiùs circinaretur, et minor evaderet, verum tamen etiamnum latus appareret 5'' vel 6'': Hugenus autem vitris juxta oculum fuligine leviter infectis lucem undique erraticam adeo extinxit ut Stellæ punctorum instar sensibili omni latitudine privatæ viderentur. Hinc est quod Hugenus latitudine obstaculi quod lucem omnem interciperet, majores exhibuit Planetarum diametros quam ab alijs Micrometro definitum est. Nam lux erratica tecto Planeta latius cernitur radijs fortioribus non amplius obscurata. Hinc denique est quod Planetæ in Sole tam graciles appareant, luce dilatata attenuati. Neque enim Mercurius Hevelio, Galletio et Halleio superavit 12'' vel 15'', et Venus Crabrio solum 1'.3'', Horroxio 1'.12'' occupare visa est, quæ tamen juxta mensuras Hevelij et Hugenij extra discum Solis captas implere debuisset 84'' ad minimum. Sic et Lunæ diameter apparens quæ anno 1684 paucis diebus ante et post eclipsin Solis mensurata fuit in Observatorio Parisiensi 31'.30'' in ipsa eclipsi non superabat 30' vel 30'.5''. Igitur diametri Planetarum extra Solem minuendæ sunt et intra augendæ minutis aliquot secundis. At in mensuris micrometro captis errores videntur esse [32]solito minores. Semidiametrum Jovis ex umbræ diametro per eclipses Satellitum inventa Flamstedius determinavit esse ad elongationem maximam Satellitis extimi ut 1 ad 24.903'. Unde cum elongatio illa sit 8'.13'' diameter Jovis erit $39\frac{1}{2}$ '. Igitur diameter micrometro inventa 40'' vel 41'' rejiciendo lucem erraticam reducitur ad $39''\frac{1}{2}$. Et simili correctione minuenda est Saturni diameter 21'' et statuenda 20'' vel paulo minor. At Solis diameter ob lucem fortiorem paulo magis ni fallor minuenda est & statuenda quasi 32' vel 32' 6''.

[33]Corpora magnitudinis tam diversæ ad analogiam cum viribus tam prope accedere mysterio certè non caret. Possibile est ut Planetæ ultiores defectu caloris careant substantijs illis metallicis et mineris ponderosis quibus terra referta est, utque corpora Veneris et Mercurij majori Solis calore magis concocta et coagulata sint. Experimento speculi ustorijs constat calorem augeri cum densitate lucis. Hæc autem augetur in duplicata ratione accessus ad Solem. Inde colligitur calorem Solis ad Mercurium

septuplo majorem esse quàm apud nos tempore æstivo; tanto autem calore aqua ebullit et graves illi Vitrioli et Mercurij spiritus leniter exhalant ut thermometro expertus sum: proinde nulli apud Mercurium consistunt liquores nisi graviores qui magnum sustinent calorem <13r> et ex quibus substantiæ densissimæ nascantur. Quid ni si Deus corpora singula calore temporiei conveniente alenda in totidem a Sole distantijs locaverit, sintque adeo densiora semper quæ Soli propria? Eâ ratione constabit optimè pondera Planetarum omnium esse inter se ut vires. Pervelim verò diametros Planetarum definiri exactiùs. Id fiet si lampas ad magnam aliquam distantiam luceat per foramen circulare et minuatur tum foramen tum lux Lampadis usque eò ut spectrum per Telescopium appareat instar Planetæ, & ijsdem mensuris definiatur. Tum latitudo foraminis erit ad sui ipsius distantiam a vitro objectivo ut vera Planetæ diameter ad ipsius distantiam a nobis. Diminui potest lux Lampadis interpositione pannorum aut vitri infecti fuligine.

[34]Analogiæ jam descriptæ affinis est altera inter vires et attracta corpora. Quoniam actio vis centripetæ in Planetas decrescit in duplicatâ ratione distantiæ et tempus periodicum augetur in ratione sesquiplicatâ manifestum est quòd in æqualium planetarum æqualibus a Sole distantijs æquales forent actiones et æqualia tempora periodica, quodque in æqualibus inæqualium distantijs actiones collectitiæ forent ut Planetarum corpora. Namque actiones quæ non essent ut corpora movenda, non possent corpora illa æqualiter retrahere de tangentibus orbitalium et efficere ut revolutiones æqualibus temporibus in Orbibus item æqualibus complerentur. Sed nec motus Satellitum Jovis tam regulares esse possent nisi vis circumsolaris æqualiter in Jovem et Satellites omnes pro ratione ponderum exerceretur: Estque eadem ratio Saturni et Satellitis ipsius ut et terræ et Lunæ nostræ, uti (ex Corollaria 2 et 3 Propositionis XXXV) manifestum est. Paribus igitur distantijs æqualis est actio vis centripetæ in omnes Planetas pro ratione corporum seu quantitatum materiæ in corporibus atque adeo in omnes etiam ejusdem quantitatis particulas ex quibus Planetæ componuntur. Nam si actio major esset in particulas unius generis minor in illas alterius, quàm pro ratione quantitatis materiæ, foret etiam actio major vel minor in Planetas non solum pro ratione quantitatis sed etiam pro genere materiæ quæ in uno copiosiùs in alio parciùs reperiretur.

[35]Analogiam certè in corporibus diversorum generum quæ in Terrâ nostrâ extant tentavi quam accuratissimè. Actio vis circumterrestris corporibus movendis proportionalis movebit eadem æqualibus temporibus æquali cum velocitate (per Legem 2) facietque tum omnia demissa temporibus æqualibus per æqualia spatia descendere <14r> tum omnia filis æqualibus suspensa æqualibus temporibus oscillari. Actione majore minora erunt tempora, minore majora. Descensus autem corporum omnium (demptâ saltem aeris perexiguâ resistantiâ) æqualibus temporibus fieri jamdudum observarunt alij, et exactissimè notare licet æqualitatem temporum in pendulis. Rem tentavi in auro, argento, plumbo, vitro, arenâ, sale communi, ligno, aquâ, tritico. Comparabam pixides duas ligneas æquales. Unam implebam ligno, et idem auri pondus suspendebam (quàm potui exactè) in alterius centro oscillationis. Æqualibus pedum undecim filis pendentes pixides constituebant pendula quoad pondus figuram et aeris resistantiam omninò paria. Et paribus oscillationibus juxta posita ibant unâ et redibant diutissimè. Proinde copia materiæ in auro (Per Propositionem) erat ad copiam materiæ in ligno ut vis motricis actio in totum aurum ad actionem ejus in totum lignum hoc est ut pondus ad pondus. Et sic in cæteris. In corporibus ejusdem ponderis differentia materiæ, quæ vel minor esset quàm pars millesima materiæ totius his experimentis manifestò deprehendi potuisset.

[36]Cum autem actio vis centripetæ in corpus attractum, paribus distantijs, proportionalis sit materiæ in hoc corpore, rationi etiam consentaneum est, ut sit etiam proportionalis materiæ in corpore trahente. Etenim actio mutua est, [37]facietque corpora conatu mutuo (per Legem tertiam) accedere ad invicem, et proinde sibi ipsi conformis esse debet in corpore utroque. Considerari potest corpus unum ut attrahens, alterum ut attractum, sed hæc distinctio magis Mathematica est quàm naturalis. Attractio reverà est corporis utriusque in utrumque, atque adeo ejusdem generis in utroque.

[38]Et hinc est quòd vis attractiva reperiatur in utroque. Sol trahit Jovem et cæteros Planetas, Jupiter trahit Satellites et paritate rationis Satellites agunt in se invicem et in Jovem, et Planetæ omnes in se mutuò. Et quamvis binorum Planetarum actiones in se mutuò distingui possint ab invicem ut actiones binæ quibus uterque trahit alterum considerari: tamen quatenus intermediæ sunt non sunt binæ sed operatio simplex inter binos terminos. Contractione funiculi unius intercedentis possunt bina corpora ad invicem trahi. Causa actionis gemina est, nimirum depositio utriusque corporis; actio <15r> item gemina quatenus in bina corpora: at quatenus inter bina corpora simplex est et unica. Non est una operatio quâ Sol verbi gratia trahit Jovem et alia operatio quâ Jupiter trahit Solem, sed una operatio quâ Sol et Jupiter conantur ad invicem accedere. Actione quâ Sol trahit Jovem conatur Jupiter et Sol ad se mutuò accedere (per Legem 3) et actione quâ Jupiter trahit Solem conatur etiam Jupiter et Sol ad se mutuò accedere. Sol autem non attrahitur actione duplici in Jovem neque Jupiter actione duplici in Solem, sed una est actio intermedia quâ ambo accedunt ad se mutuò. Ferrum trahit magnetem æquè ac Magnes ferrum. Nam ferrum omne in viciniâ Magnetis trahit etiam aliud ferrum. At actio inter Magnetem et ferrum simplex est et a Philosophis consideratur ut simplex: Operatio ferri in Magnetem ipsa est Magnetis operatio seipsum inter et ferrum, quâ ambo conantur accedere ad se mutuò. Id ex eo manifestum est quòd sublato magnete cessat prope vis tota ferri. Ad hunc modum concipe simplicem exerceri inter binos Planetas ab utriusque conspirante naturâ oriundam operationem, et hæc eodem modo se habebit ad utrumque adeo proportionalis existens materiæ in uno eorum proportionalis erit materiæ in altero.

{J}{I} [39]Dicet fortè quis corpora omnia hac lege se mutuo trahere debere contra experientiam in terrestribus. Sed respondeo quod experientia in terrestribus planè nulla est. Sphærarum homogenearum attractiones juxta superficies earum sunt (per Propositionem XLII.) ut diametri. Unde Sphæra, Terræ homogenea, diametroque pedis unius descripta, minùs trahet corpusculum juxta superficiem suam quàm Terra juxta suam, vicibus 20000000 circiter. Et vis tantilla nullos edet sensibiles effectus. Hujusmodi globi duo quartâ tantum digiti parte ab invicem distantes in spatijs liberis haud minori quam mensis unius intervallo vi mutuae attractionis accederent ad invicem. Globorum minorum coitus esset tardior in ratione diametrorum. Sed nec montes toti suffecerint ad sensibiles effectus. Ad radices montis hemisphærici alti tria milliaria et lati sex, pendulum vi

montis attractum non deviaabit scrupulis duobus primis a perpendicularo. Vires hasce in Solis Planetarum ingentibus corporibus intueri licet, nisi forte de minoribus disputemus in hunc modum{.}

[40] <16r> < insertion from f 15v > # < text from f 16r resumes >

[42]Designet ABCD globum telluris, sectum plano quovis AC, in partes duas ACB, ACD. Pars ACB incumbendo in partem ACD premit ipsam toto suo pondere. Nec potest pars ACD hanc pressionem sustinere et immota persistere nisi æquali conatu in contrarium. Partes igitur ponderibus suis se mutuò æqualiter urgent id est trahuntur in se mutuo æqualiter (ut Lex tertia requirit) adeoque distractæ ab invicem et dimissæ caderent in se mutuò cum velocitatibus quæ essent reciprocæ ut corpora. Quæ omnia in magnete experiri et intueri licet. Designer jam ACB corpus aliquod exiguum in superficie terræ et quoniam particulæ hujus et terræ reliquæ ACD attractiones in se mutuo sunt æquales, attractio autem particulæ in terram (nimirum pondus ejus) est ut materia particulæ (uti experimento penduli probatum est) erit etiam attractio terræ in particulam ut materia particulæ, adeoque corporum omnium terrestrium vires attractivæ ut quantitas materiæ in singulis.

<17r>

[43]Vires autem quæ sunt ut materia in omnium formarum corporibus terrestribus, atque adeo non mutantur cum formis, reperiri debent in corporibus universis tam cœlestibus quam terrestribus et in omnibus esse proportionales materiæ eò quòd hæc omnia non genere substantiæ sed formis et modificationibus solummodo differunt. [44]Id verò sic etiam probatur in cœlestibus. Constitit actionem vis circumsolaris in omnes Planetas (ad æqualitatem distantiarum reductos) esse ut materia in Planetis. [45]Idem similiter constat de actione vis circumjovialis in Satellites Jovis; et par est ratio attractionis omnium Planetarum in unumquemque. Inde verò sequitur per Propositionem XXXIX quod eorum vires attractivæ sunt ut materia in singulis.

[46]Igitur ut partes terræ se mutuò trahunt sic etiam faciunt partes Planetarum. Si Jupiter et Satellites ejus coirent & in unum formarentur globum, pergererit singuli procul dubio se mutuò trahere ut prius, et vice versâ si corpus Jovis resolveretur in globos plures, credendum est quòd hi non minus traherent se mutuo quam trahunt Satellites. His attractionibus fit ut corpora telluris et omnium Planetarum Sphæricam affectent figuram utque partes eorum cohæreant et non spargantur per æthera. Oriri verò has vires ex universali naturâ materiæ jam constitit, et propterea ex particularum viribus componi vim globi totius. Inde verò consequens est (per Corollarium 3, Propositionis XLIV) quòd vis particulæ cujusque decrescit in duplicatâ ratione distantiae ab eâdem particulâ et (per Propositiones XLIII et XLV) quòd vis globi totius decrescit a superficie suâ extrorsum in duplicatâ ratione et introrsum in ratione simplici distantiarum a centro, si modo globus ex uniformi materia consta, Et quamvis globi in progressu a centro ad circumferentiam non sint uniformes, valebit tamen decrementum in ratione duplicatâ distantiae extrorsum (per Propositionem XLVI,) si modò similis sit inæquabilitas undique in progressu per circuitum; et hujusmodi globi duo per eandem Propositionem se mutuò trahent vi decrescente in duplicatâ ratione distantiae inter centra. Est igitur globi cujusque vis absoluta ut quantitas materiæ in ipso. Vis autem motrix quâ globus unusquisque trahitur in alterum, quamque vulgus in terrestribus per vocem ponderis designat, est ut contentum sub quantitativibus materiæ in globis duobus applicatum ad quadratum distantiae inter centra per Corollarium 4, Propositionis XLVI. et huic vi proportionalis est quantitas motus quâ globus uterque dato tempore movebitur in alterum: Vis autem acceleratrix qua globus unusquisque pro ratione materiæ suæ attrahitur in alterum est ut quantitas materiæ <18r> in globo altero applicata ad quadratum distantiae inter centra (per Corollarium 2, Propositionis XLVI) et huic vi proportionalis est velocitas quâ globus attractus dato tempore movebitur in alterum. Quibus probe intellectis jam faciliè fuerit determinate motus corporum cœlestium inter se.

[47]Collatis Planetarum viribus vidimus circumsolarem cæteris majorem esse mille vicibus et ampliùs. Urgente autem vi tantâ necesse est ut corpora omnia intra Spatium Systematis Planetarum et longe ultra rectâ descendant in Solem nisi aliò moveantur. Neque Terra de numero talium corporum excludenda est. Luna certè de genere Planetarum est et ijsdem attractionibus obnoxia cum cæteris Planetis: nam et vi circumterrestri retinetur in orbe suo. Terram verò et Lunam æqualiter trahi in Solem probavimus suprâ, Sed et corpora omnia communibus attractionum legibus obnoxia esse jam ante probavimus. Quanto autem tempore corpus unumquodque motu circumsolari privatum descenderet et cadendo perveniret usque ad Solem innotescit (per Propositionem XXV) ex distantia ejus a Sole: Nimirum dimidio temporis periodici quo corpus ad distantiam duplo minorem revolvi posset sive tempore quod est ad tempus periodicum Planetæ, ut 1 ad $4\sqrt{2}$. Ut quòd Venus cadendo perveniret ad Solem spatio dierum quadraginta, Jupiter spatio annorum duorum et mensis unius, Terra et Luna spatio dierum 66 et horarum 19. Quod cùm non accidit, necesse est ut hæc corpora moveantur aliorsum. Nec sufficit motus quilibet. Ad impediendum descensum requiritur velocitas satis magna. Et inde valet etiam argumentum in Planetis tardescentibus. Nisi vis circumsolaris decrescat in duplicatâ ratione tarditatis, excessus ejus efficiet ut corpora descendant in Solem. Verbi gratiâ si motus (cæteris paribus) fiat duplo tardior, Planeta parte quartâ vis circumsolaris prioris retinebitur in Orbitâ suâ et excessu cæterarum trium partium quartarum descendet in Solem. Proinde Planetæ (Saturnus, Jupiter, Mars, Venus et Mercurius) non retardantur verè in Perigæis neque fiunt [48]verè stationarij et lento motu retrogradi. Ista omnia sunt apparentia tantum et motus absoluti [49]quibus Planetæ perseverant in Orbitis suis sunt temper directi et æquabiles quamproximè. Tales autem motus circa Solem peragi probavimus et propterea Sol ut centrum absolutorum motuum quiescit. Nam Terræ quies omnino deneganda est ne Planetæ in Perigæis verè tardescant et fiant verè stationarij lenteque retrogradi, et sic defectu motus descendant in Solem. Porrò quoniam Planetæ (Venus, Mars, Jupiter cæterique) radijs ad Solem ductis describunt orbes regulares areasque temporibus (uti ostensum est) quoad sensum proportionales: consequens est (per Propositionem III, et Corollarium 3, Propositionis XXXV) quod Sol nullâ vi notabili urgetur nisi quâ Planetæ omnes æqualiter pro corporum quantitativibus <19r> et secundum lineas parallelas urgentur, adeoque Systema totum transfertur in directum. Rejiciatur translatio illa Systematis totius et Sol

propemodum quiescet in ipsius centro. Si Sol revolveretur circa Terram et Planetas reliquos circum se deferret, deberet Terra Solem trahere vi magnâ, Planetas autem circumsolares vi nullâ sensibilem effectum habente, (omninò contra Corollarium 3, Propositionis XXXV.) Adde quòd si Terra ob gravitatem partium in infimâ mundi regione a plerisque hactenus locata fuit, jam Sol potiori ^[50]jure ob vim suam centripetam mille vicibus et ampliùs gravitate terrestri majorem in locum infimum detrudi deberit, centrumque Systematic constitui. Vera autem Systematis constitutio sic pleniùs et exactiùs intelligitur.^[51]

^[52]Quoniam fixæ quiescunt inter se, concipiamus Solem Terram et Planetas tanquam Systema corporum utcunque moventium inter se, et omnium commune centrum gravitatis (per Legum Corollarium quartum) vel quiescet vel movebitur uniformiter in directum. Casu posteriore movebitur etiam Systema totum uniformiter in directum. Dura est hæc hypothesis. Eâ rejectâ quiescet commune illud centrum gravitatis. Ab eodem centro Sol nunquàm longè recedit. Incidit Solis et Jovis commune gravitatis centrum in superficiem Solis. Si Planetæ omnes ad eandem Solis partem cum Jove locarentur, commune Solis et omnium centrum vix duplo longius a centro Solis recederet. Igitur Sol pro vario Planetarum situ diversimodè agitatus et motu quodam libatorio lentè semper errans nunquam integrâ sui diametro a centro quiescente Systematis totius recedit. Ex Solis autem et Planetarum ponderibus suprâ inventis et situ omnium ad invicem, datur commune gravitatis centrum: eoque dato locus Solis ad tempus propositum.

^[53]Circa Solem hoc modo libratum revolvuntur cæteri Planetæ in Orbibus Ellipticis et radijs ad Solem ductis describunt areas temporibus proportionales quamproximè ut (in Propositione XXXV) expositum est. Si Sol quiesceret et Planetæ cæteri non agerent in se invicem, forent Orbes Elliptici et areæ temporibus proportionales exactè (per Propositionem X, et Corollarium 1, Propositionis XII.) Actiones Planetarum in se invicem collatæ cum actionibus Solis in Planetas nullius sunt momenti neque adeò sensibiles errores inducunt: suntque errores illi minores in revolutionibus circa Solem more jam descripto agitatum quàm in revolutionibus circa Solem quiescentem (per Propositionem XXXVI et Corollarium Propositionis XXXVIII) præsertim si orbis cujusque umbilicus collocetur in communi centro gravitatis Planetarum omnium interiorum: Nimirum umbilicus orbis Mercurij in centro Solis, umbilicus orbis Veneris in communi centro gravitatis Mercurij et Solis, umbilicus orbis <20r> Telluris in communi centro gravitatis Veneris Mercurij et Solis, et sic deinceps. Hoc pacto umbilici orbium Planetarum omnium præter Saturnum non distabunt sensibiliter a centro Solis, neque umbilicus Orbis Saturni recedet sensibiliter a communi centro gravitatis Jovis et Solis. Proinde centrum Solis non malè statuitur ab Astronomis umbilicus communis orbium cunctorum. In ipso Saturno error inde ortus non est major quàm 1'.45". Si orbis iste locando umbilicum in communi centro gravitatis Jovis et Solis melius congruerit cum phænomenis, inde confirmabuntur hæc omnia quæ diximus.

^[54]Si Sol quiesceret et Planetæ nil agerent in se invicem, quiescerent etiam eorum Aphelia et nodi (per Propositionem 1. et Scholium Propositionis XII.) et forent orbium Ellipticorum axes majores ut latera cubica quadratorum temporum periodicorum (per Propositionem XIV,) adeoque ex datis temporibus periodicis darentur. Mensuranda sunt hæc tempora non a mobilibus æquinotiorum punctis sed a Stella prima Arietis. Ex motu autem Solis augetur semiaxis quilibet quasi tertiâ parte distantie centri Solis a communi centro gravitatis Solis et Planetæ (per Propositionem XXX.) et actionibus Planetarum exteriorum in interiores nonnihil augentur tempora periodica interiorum, at vix sensibiliter, et Aphelia moventur tardissime in consequentia (per Corollaria 6 et 7, Propositionis XXXVI.) Sic et actionibus Cometarum siqui ultra Saturnum versentur augebuntur periodica tempora Planetarum omnium et maximè ea exteriorum et Aphelia omnium movebuntur in consequentia. Progredientibus autem Aphelijs regredientur nodi (per Corollaria 11 et 13, Propositionis XXXVI.) ^[55]et regressus eorum, si forte quiescat planum Eclipticæ, erit (per Corollarium 16, Propositionis XXXVI) ad progressum Aphelij in orbe unoquoque ut regressus Nodorum Lunæ ad progressum Aphelij ipsius quamproximè, hoc est ut 10 ad 21 circiter. Confirmare autem videntur observationes Astronomicæ Aphelia tardissime progredi et Nodos regredi respectu fixarum Et inde verisimile est Cometæ in regionibus ultra Planetas versari. Hi in orbibus valde excentricis <21r> revoluti transcurrunt velociter Perihelia sua, et motu in Aphelijs longe tardissimo tempus ferè totum conterunt in regionibus supra Planetas ut posthac fusiùs explicabitur.^[56]

^[57]Planetæ in hunc modum revolventes posse alios ceu Satellites aut Lunas circum se deferre constat (ex Propositione XXXV.) Actione autem Solis fit ut Luna nostra velocius moveatur et radio ad terram ducto describat aream pro tempore majorem orbemque habeat minus curvam atque adeò propius accedat ad terram in Syzygijs quàm in Quadraturis, nisi quatenus impedit motus excentricitatis. Namque excentricitas maxima est ubi Apogæum Lunæ in Syzygijs versatur, et minima ubi idem in quadraturis consistit, et inde Luna in perigæo velocior est nobis propior, in Apogæo autem tardior et remotior in Syzygijs quam in quadraturis. Progreditur insuper Apogæum et regrediuntur Nodi sed motu inæquabili. Et Apogæum quidem velociùs progreditur in Syzygijs suis, tardius regreditur in quadraturis, et excessu progressus supra regressum annuatim fertur in consequentia. Nodi autem quiescunt in Syzygijs suis et velocissimè regrediuntur in quadraturis. Sed et major est Lunæ latitudo maxima in ipsius quadraturis quàm in Syzygijs, et motus medius velocior in Perihelio Terræ quam in ipsius Aphelio. Plures inæqualitates in motu Lunari nondum ab Astronomis notantur. Hæ autem omnes consecretantur ex principijs nostris (per Corollaria 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13, Propositionis LXVI) et in cœlis revera extare noscuntur. Id in Horroxii hypothesi illa ingeniosissimâ et ni fallor omnium accuratissimâ quam Flamstedius ad cœlos aptavit, videre licet. Corrigendæ tamen sunt hypotheses Astronomicæ in motu Nodorum. Hi æquationem seu prostaphæresin maximam admittunt in Octantibus suis, estque hæc inæqualitas maximè conspicua ubi Luna in Nodis atque adeò in Octantibus versatur. Inde Tycho et post eum alij rejecerunt hanc inæqualitatem in Octantes Lunæ eamque fecerunt menstruam. Docent autem rationes a nobis allatæ hanc ad Octantes Nodorum referri debere, et annuam constitui.

^[58]Præter inæqualitates ab Astronomis notatas extant aliæ nonnullæ quibus motus Lunares adeo perturbantur ut nulla hactenus lege ad regulam aliquam certam reduci potuerint. velocitates enim seu motus horarij Apogæi et Nodorum Lunæ, et eorundem æquationes ut et differentia inter excentricitatem maximam in Syzygijs et minimam in quadraturis et inæqualitas quæ Variatio

dicitur, augentur ac diminuuntur annuatim (per Corollarium 14, Propositionis LXVI) in triplicatâ ratione diametri apparentis solaris. Estque Variatio præterea in ratione duplicatâ temporis inter quadraturas quamproximè <22r> (per Corollaria 1 et 2, Lemmatis X et Corollarium 16, Propositionis XXXVI.) Sunt et inæqualitates omnes in parte orbis Solem versus paulò majores quàm in parte opposita, sed differentiâ vix aut nè vix quidem sensibili.

< insertion from f 21v >

[59] Per computationem quandam quam brevitatis gratia non describo, invenio etiam quòd area quam Luna radio ad terram ducto singulis temporis particulis æqualibus describit sit quamproximè ut summa numeri $237\frac{3}{10}$ & sinus versi duplicatæ distantiae Lunæ a Quadratura proxima in circulo cujus radius est unitas, atque adeò quòd quadratum distantiae Lunæ a terra sit ut summa illa divisa per motum horarium Lunæ. Hæc ita se habent ubi Variatio in Octantibus est magnitudinis mediocris. Sin Variatio major sit vel minor, augeri debet vel minui sinus ille versus in eâdem ratione. Tentent Astronomi quàm probè distantiae sic inventæ congruerint cum Lunæ diametris apparentibus.

< text from f 22r resumes >

[60] Ex motibus Lunæ nostræ derivare licet motus Lunarum seu Satellitum Jovis et Saturni. Namque motus medius Nodorum Satellitis extimi Jovialis est ad motum medium Nodorum Lunæ nostræ in ratione composita ex ratione duplicatâ temporis periodici Terræ circa Solem ad tempus periodicum Jovis circa Solem et ratione simplici temporis periodici Satellitis circa Jovem ad tempus periodicum Lunæ circa Terram (per Corollarium 16, Propositionis LXVI) adeoque annis centum conficit Nodus iste $9^{\text{gr}}.34'$, in antecedentia. Motus medij Nodorum Satellitum interiorum sunt ad motum hujus ut illorum tempora periodica ad tempus periodicum hujus per idem Corollarium, et inde dantur. Motus autem Augis Satellitis cujusque in consequentia est ad motum Nodorum ipsius in antecedentia ut motus Apogæi Lunæ nostræ ad hujus motum Nodorum (per idem Corollarium) et inde dantur. Æquationes maximæ Nodorum et Augis Satellitis cujusque sunt ad æquationes maximas Nodorum et Augis Lunæ respectivè ut motus Nodorum et Augis Satellitum tempore unius revolutionis æquationum priorum ad motus Nodorum et Apogæi Lunæ tempore unius revolutionis æquationum posteriorum. Variatio Satellitis e Jove spectati est ad variationem Lunæ ut sunt motus toti Nodorum temporibus periodicis Satellitis et Lunæ ad invicem per idem Corollarium, adeoque in Satellite extimo non superat $6''22'''$. Parvitate harum inæqualitatum et tarditate motuum fit ut motus Satellitum tam regulares reperiantur, utque Astronomi recentiores aut motum omnem Nodis denegent aut asserant tardissimè retrogradum.

[61] Interea dum Planetæ in hunc modum circum centra longinqua in orbem redeunt rotantur singuli circum axes proprios, Sol quidem diebus 26, Jupiter horis 9, minutis primis 56, Mars horis $24\frac{2}{3}$, Venus {(forte ax)} horis 26, idque in planis ad planum Eclipticæ non multum inclinatis et secundum ordinem signorum ut ex maculis in eorum corporibus per vices in conspectum redeuntibus definiunt Astronomi. Similis est revolutio Terræ nostræ factæ horis 24. Hos motus actionibus virium centripetarum non accelerari nec retardari constat per Corollarium 22, Propositionis XXXVI. Sunt igitur præ cæteris omnibus æquabiles atque adeo ad [62] mensuram temporis aptissimi. Sed revolutiones ex reditu non ad Solem sed ad Stellam aliquam fixam definiendæ sunt æquabiles. Nam situ Planetarum ad Solem inæquabiliter variato revolutiones eorum a Sole ad Solem redduntur inæquabiles.

<23r>

[63] Sic et Luna revolvitur circa axem proprium motu maximè æquabili respectu fixarum. Revolvitur autem tempore dierum 27 horarum 7 minutorum 43 id est mense sidereo, ita ut motus iste diurnus æqualis sit motui medio Lunæ in orbe suo. Proinde eadem Lunæ facies convertetur semper in centrum circa quod motus iste medius peragitur hoc est in orbis Lunaris umbilicum exteriorem quamproximè. Inde oritur deflexio faciei de terrâ nunc in Orientem quidem nunc verò in Occidentem pro situ umbilici quem respicit, estque deflexio illa æqualis prostaphæresi Orbis Lunaris seu differentiae inter motum medium et verum. Hæc est libratio Lunæ in longitudinem. Est et libratio in latitudinem orta ab inclinatione axis Lunaris ad planum orbis in quo Luna circa Terram revolvitur. Servat enim axis ille situm suum ad fixas quamproximè et inde poli nobis per vices in conspectum veniunt. Id intelligere licet ex motu Telluris cujus poli ob inclinationem axis ad planum Eclipticæ per vices illustrantur a Sole. Situm axis ad Fixas et situs hujus variationem exactè determinare, problema est Astronomo dignum.

[64] Ex Planetarum revolutionibus diurnis conatur materia recedere ab axibus hujus motus et inde partes liquidæ surgunt paulò altiùs juxta æquatorem quàm juxta polos partesque solidas inundabunt nisi pariter surgentes. Ideò Planetæ paulò crassiores sunt juxta æquatorem quàm juxta polos et eorum puncta æquinoccialia propterea regrediuntur, axesque motu oscillatorio bis in singulis revolutionibus nutant et bis redeunt ad inclinationem priorem ut (in Corollario 18, Propositionis XXXVI) expositum est. Nam et Jupiter prælongis tubis visus, non omninò rotundus cernitur, sed illius diameter Eclipticæ parallela paulo est oblongior quàm quæ a Septentrione in austrum ducitur.

<24r>

[65] A Telluris etiam motu diurno et attractionibus Solis et Lunæ mare nostrum singulis diebus tam Lunaribus quam Solaribus bis intumescere debet et bis defluere (per Corollarium 19 Propositionis XXXVI) et aquæ altitudo maxima præcedere horam sextam diei utriusque et sequi duodecimam præcedentem. Tarditate motus diurni retrahitur æstus ad horam duodecimam et vi motus reciprocationis protrahitur idem et in horam sextam propiorem differtur. Interea dum tempus per phænomena certiùs determinabitur, quidni rationem mediocrem tenentes conjiciamus æstum maximum in horam tertiam? Hoc pacto aqua toto

tempore ascendet quo vis luminarium ad ipsam attollendam major est, descendetque * < insertion from f 23v > * descendetque toto tempore quo minor est. Namque vis illa major est ab horâ nonâ ad horam tertiam & minor a tertiâ ad nonam. < text from f 24r resumes > Horas numero ab appulsu luminaris utriusque ad meridianum Loci tam infra Horizontem quàm supra: et per horas diei Lunarîs intelligo vigesimas quartas partes temporis quo Luna motu apparente diurno ad meridianum loci revolvitur.

[66]Motus autem bini quos Luminaria duo excitant non cernuntur distinctè sed motum quendam mixtum efficient. In Luminarium conjunctione vel oppositione conjunguntur eorum effectus et componentur fluxus et refluxus maximus. In quadraturis Sol attollet aquam ubi Luna deprimit deprimetque ubi Sol attollit et ex effectuum differentiâ æstus omnium minimus orietur. Et quoniam experientiâ teste, major est effectus Lunæ quàm Solis, incidet aquæ <25r> maxima altitudo in horam tertiam Lunarem. Extra Syzygias et quadraturas æstus maximus qui solâ vi lunari incidere semper deberet in horam tertiam lunarem, et solâ Solari in tertiam Solarem, compositis viribus incidet in tempus aliquod intermedium quod tertiæ Lunari propinquius est; adeoque in transitu Lunæ a Syzygijs ad quadraturas, ubi hora tertia Solaris præcedit tertiam Lunarem, maxima aquæ altitudo præcedet etiam tertiam Lunarem idque maximo intervallo paulo post Octantes Lunæ, et paribus intervallis æstus maximus sequetur horam tertiam Lunarem in transitu Lunæ a quadraturis ad Syzygias.

[67]Pendent autem effectus Luminarium ex eorum distantijs a terrâ. In minoribus enim distantijs majores sunt eorum effectus in majoribus minores, idque in triplicatâ ratione diametrorum apparentium. Igitur Sol tempore hyberno in perigæo existens majores edit effectus efficitque ut æstus in Syzygijs majores sint, & in quadraturis minores (cæteris paribus) quam tempore æstivo; et Luna in perigæo singulis mensibus majores ciet æstus quàm ante vel post dies quindecim ubi in apogæo versatur. Unde fit ut æstus duo omninò maximi in Syzygijs continuis se mutuo non sequantur.

[68]Pendet etiam effectus utriusque Luminaris ex ipsius Declinatione seu distantîâ ab Æquatore. Nam si Luminare in polo constitueretur traheret illud singulas aquæ partes constanter absque actionis intensione et remissione adeoque motus reciprocationem nullam cieret. Igitur Luminaria recedendo de æquatore polum versus effectus suos gradatim amittent et propterea minores cieunt æstus in Syzygijs Solstitialibus quàm in æquinocialibus. In quadraturis autem Solstitialibus majores cieunt æstus quàm in quadraturis æquinocialibus eò, quod Lunæ jam in æquatore constitutæ effectus maximè superat effectum Solis. Incidunt igitur æstus maximi in Syzygijs et minimi in quadraturis Luminarium circa tempora æquinocij utriusque. Et æstum maximum in Syzygijs comitatur semper minimus in quadraturis ut experientiâ compertum est. Per minorem autem distantiam Solis a terra tempore hyberno quam tempore æstivo, fit ut æstus maximi et minimi sæpiùs præcedant æquinocium vernum quàm sequantur et sæpiùs sequantur autumnale quàm præcedant.

[69]Pendent etiam effectus Luminarium ex locorum latitudine{.} Designet ApEP tellurem aquis profundis undique coopertam, C centrum ejus{.} P, p polos, AE Æquatorem, F locum quemvis extra <26r> æquatorem, Ff parallelum loci, Dd parallelum ei respondentem ex alterâ parte æquatoris, L locum quem Luna ante horas tres occupabat, H locum Telluris ei perpendiculariter subjectum{.} h locum huic oppositum; K, k loca [70]inde gradibus 90 distantia; CH, Ch Maris altitudines maximas mensuratas a centro telluris, et CK, Ck altitudines minimas: et si axibus Hh, Kk describatur Ellipsis deinde Ellipseos hujus revolutione circa axem majorem Hh describatur Sphærois HPKhp, designabit hæc figuram maris quamproximè, et erunt CF, Cf, CD, Cd altitudines maris in locis F, f, D, d. Quinetiam si præfata Ellipseos revolutione punctum quodvis N describat circulum NM secantem parallelus Ff, Dd in locis quibusvis R, T et æquatorem AE in S, erit CN altitudo Maris in locis omnibus R, S, T sitis in hoc circulo. Hinc in revolutione diurnâ loci cujusvis F affluxus erit maximus in F horâ tertiâ post appulsum Lunæ ad meridianum supra horizontem, postea defluxus maximus in Q horâ tertiâ post occasum Lunæ, dein affluxus maximus in f horâ tertiâ post appulsum Lunæ ad meridianum infra horizontem, ultimò defluxus maximus in Q horâ tertiâ post ortum Lunæ: et affluxus posterior in f erit minor quàm affluxus prior in F. Distinguitur enim mare totum in duos omninò fluxus ingentes hæmisphæricos, unum in hæmisphærio KHkC ad boream vergentem, alterum in hæmisphærio opposito KhkC, quos igitur fluctum borealem et fluctum australem nominare licet. Hi fluctus semper sibi mutuò oppositi veniunt per vices ad meridianos locorum singulorum interposito intervallo horarum Lunarium duodecim. Cumque regiones boreales magis participant fluctum borealem, & australes magis australem, inde oriuntur æstus alternis vicibus majores et minores in locis singulis extra æquatorem. Æstus autem major declinante Luna in verticem loci incidet in horam circiter tertiam post appulsum Lunæ ad meridianum supra horizontem, et Luna declinationem mutante vertetur in minorem. Et fluxuum differentia maxima incidet in tempora Solstitiorum præsertim si Lunæ nodus ascendens versatur in principio Arietis. Sic æstus matutini tempore hyberno superant vespertinos & vespertini tempore æstivo matutinos ad Plimothiam quidem altitudine quasi pedis unius, ad Bristoliam verò altitudine quindecim digitorum, observantibus Colepressio et Sturmio.

<27r>

{J}{I} [71]Motus autem hactenus descripti mutantur aliquantulùm per vim illam reciprocationis aquarum quâ maris æstus etiam, cessantibus luminarium actionibus, posset aliquamdiu perseverare. Conservatio hæcce motus impressi minuit differentiam æstuum alternorum, et æstus proximè post Syzygias, majores reddit eosque proximè post quadraturas minores. Unde fit ut æstus alterni ad Plymothiam et Bristoliam non multo magis differant ad invicem quàm altitudine pedis unius vel digitorum quindecim, utque æstus omnium maximi in iisdem portubus non sint primi a Syzygijs sed tertij.

[72]Fieri etiam potest ut æstus omnium maximus sit quartus vel quintus a Syzygijs vel tardius adveniat eò, quòd retardantur motus marium in transitu per loca vadosa ad littora. Sic enim æstus accedit ad litus occidentale Hiberniæ horâ tertiâ lunari, et post horam unam et alteram ad portus in litore australi ejusdem insulæ ut et ad insulas Cassiterides vulgo Sorlings dictas: dein successive ad Falmothiam, Plymothiam, Portlandiam, Insulam Vectam, Winchelsejam, Doverium, ostium Tamesis et pontem

Londinensem, consumptis horis duodecim in hoc itinere. Sed et Oceani ipsius alveis haud satis profundis impeditur æstuum propagatio. Incidit enim æstus ad insulas fortunatas et ad occidentalia marique Atlantico exposita litora Hiberniæ, Galliæ, Hispaniæ et Africæ totius utque ad caput bonæ spei, in horam tertiam Lunarem; præterquam in locis nonnullis vadosis ubi æstus impeditus tardius advenit inque freto Gaditano quod motu ex mari mediterraneo propagato citius æstuat. Pergendo vero de his litoribus per Oceani latitudinem ad oras Americæ, accedit æstus primo ad Brasilæ litora maximè orientalia circa horam [73] Lunarem quartam vel quintam, deinde ad ostium fluvij Amazonum horâ sextâ, ad insulas verò adjacentes hora quarta, postea ad insulas Bermudas horâ septimâ et ad Floridæ portum S. Augustini horâ $7\frac{1}{2}$. Tardiùs igitur progreditur æstus per Oceanum quàm pro ratione motus Lunæ. Et pernecessaria est hæcce retardatio ut mare eodem tempore descendat inter Brasiliam et novam Franciam ascendatque ad insulas fortunatas et litora Europæ et Africæ et vice versâ. Namque mare ascendere nequit in uno loco quin simul descendat in altero. Lege jam descriptâ agitari quoque mare pacificum verisimile est. Namque æstus altissimi in litore Chiliensi & Peruviano incidere dicuntur in horam tertiam Lunarem, sed quâ velocitate propagantur inde ad litus orientale Japoniæ et ad insulas Philippinas cæterasque <28r> regno Sinarum adjacentes nondum reperi.

[74] Porro fieri potest ut æstus propagetur ab Oceano per freta diversa ad eundem portum et citius transeat per aliqua freta quam per alia, quo in casu æstus idem in duos vel plures successivè advenientes divisus componere possit motus novos diversorum generum. Fingamus æstum dividi in duos æquales quorum prior præcedat alterum spatio horarum sex, incidatque in horam vel tertiam vel vicesimam septimam ab impulsu Lunæ ad meridianum portus. Si Luna in hocce ad Meridianum impulsu versabatur in æquatore, venient singulis horis senis æquales affluxus qui in mutuos refluxus incidendo eosdem affluxibus æquabunt & sic spatio diei illius efficient ut aqua tranquillè stagnet. Sin Luna tunc declinabat ab Æquatore, fient æstus in Oceano vicibus alternis majores & minores uti dictum est & inde propagabuntur in hunc portum affluxus bini majores & bini minores vicibus alternis. Affluxus autem bini majores component aquam altissimam in medio inter utrumque, affluxus major et minor faciet ut aqua ascendat ad mediocrem altitudinem in medio & inter affluxus binos minores aqua ascendet ad altitudinem minimam. Sic spatio viginti quatuor horarum aqua non bis, ut fieri solet, sed semel tantum perveniet ad maximam altitudinem, & semel ad minimam, & altitudo maxima si Luna declinat in polum supra horizontem loci incidet in horam vel sextam vel tricesimam ab impulsu Lunæ ad Meridianum, atque Luna declinationem mutante mutabitur in defluxum. [75] Quorum omnium exemplum habemus in portu regni Tunquini ad Batsham in latitudine boreali $20^{\text{gr.}} 50^{\text{min.}}$ { } Ibi aqua die transitum Lunæ per æquatorem sequente stagnat, dein Luna ad boream declinante incipit fluere & refluxu, non bis ut in alijs portubus, sed semel singulis diebus, & æstus incidit in occasum Lunæ, defluxus maximus in ortum. Cum Lunæ latitudine augetur hic æstus usque ad diem septimum vel octavum, dein per alios septem dies iisdem gradibus decrescit quibus antea creverat & Luna declinationem mutante cessat et mox mutatur in defluxum. Incidit enim subinde defluxus in occasum Lunæ & affluxus in ortum donec Luna iterum mutet declinationem. Aditus de Oceano in hunc portum duplex patet: unus rector et brevior inter insulam Hainan & litora Quantungi Provinciæ Sinarum, alter per circuitum inter insulam eandem et litora Cochini. Per breviorē citius propagatur æstus ad <29r> Batsham.

< insertion from f 28v >

[76] In alveis fluminum pendet influxus et refluxus a fluminum cursu. Nam cursus ille facit aquam tardius influere ex mari et in mare citius et velocius refluxu, atque adeò diutius refluxu quàm influere, præsertim si longè in flumen ascenditur ubi minor est vis maris. Sic in fluvio Avonæ ad tertium lapidem infra Bristoliam refert Sturmius aquam horis quinque influere septenis refluxu. Supra Bristoliam, ut ad Canesham vel Bathoniam, differentia procul dubio major est. Pendet etiam hæc differentia a magnitudine fluxus et refluxus. Nam prope Luminarium Syzygias vehementior maris motus, facilius superando resistentiam fluminum faciet aquam citius ac diutius influere adeoque minuet hanc differentiam. Interea verò dum Luna ad Syzygias properat necesse est ut flumina ob cursus suos per magnitudinem æstum impeditos magis implentur, et propterea maris refluxum paulò magis impediant proximè post Syzygias quam proximè ante. Eâ de causâ æstus omnium tardissimi non incident in ipsas Syzygias sed paulò præcedent. Dixi æstus etiam ante Syzygias retardari vi Solis. Coniungatur causa utraque et æstuum retardatio et major erit et Syzygias magis præcedet. Quæ omnia ita se habere colligo ex Tabulis æstuum quas Clarissimus Flamstedius ex observationibus quam plurimis construxit.

< text from f 29r resumes >

[77] Legibus hactenus descriptis reguntur æstuum tempora. Magnitudo pendet a magnitudine marium. Designet C centrum terræ{ } EADB ovalem maris figuram, CA ovalis hujus semiaxem majorem, CB semiaxem minorem priori insistentem ad angulum rectum, D punctum medium inter A et B, et ECF vel eCf angulum ad centrum terræ quem maris litoribus E, F vel e, f terminati latitudo subtendit. Versetur autem punctum A in medio inter puncta E, F et punctum D in medio inter puncta e, f; et si per differentiam altitudinis CA, CB exponatur quantitas æstus in mari profundissimo terram totam cingente, designabit excessus altitudinis CA super altitudinem CE vel CF quantitatem æstus in medio maris EF litoribus E, F terminati, et excessus altitudinis Ce super altitudinem Cf quantitatem æstus ad litora ejusdem maris quamproximè. Unde liquet æstus in medio mari longè minores esse quàm ad litora, et æstus ad litora esse propemodum ut maris latitudo EF arcu quadrantali non major. Et hinc est quod prope æquatorem ubi maria late patent inque Maris pacifici litoribus fere cunctis tam Americanis quam Sinicis, et intra Tropicos et extra; quodque ad insulas medio in mari sitas vix assurgant ultra pedes duos vel tres, in litoribus autem magnarum Continentium sint triplo vel quadruplo majores et ultra: Præsertim si motus de Oceano patente venientes gradatim contrahantur in spatium angustum et aqua cum impetu magno per loca vadosa ad sinus alternis vicibus implendos et evacuandos influere et effluere cogitur: ut ad Plymothiam et pontem Chepstowæ in Angliâ, ad montes S. Michælis et Urbem

Abrincatuorum vulgo Auranches dictam in Normanniâ, ad Cambajam et Pegu in Indiâ Orientali. His in locis mare magnâ cum velocitate accedendo et recedendo litora nunc inundat nunc arida relinquit ad multa milliaria. Neque impetus accedendi vel recedendi prius frangi potest quàm aqua attollitur vel deprimitur ad pedes 40, vel 50 et amplius. Sic et freta oblonga, vadosa et ostijs reliquo alveo amplioribus et profundioribus in Oceanum patentia (cujus generis sunt Britannica, et Magellanicum ad introitum orientalem) magis fluent et refluunt cursumve intendunt et remittunt, eâque de causâ altius ascendent ac deprimentur. Ad litora Americæ australis Mare pacificum non rarò in refluxu suo remeare dicitur ad milliaria duo & fugere visum in litore stantis. Unde et ibi æstus fiunt solito altiores. In aquis autem profundioribus <30r> semper minor est fluendi et refluendi velocitas et propterea minor quoque ascensus ac descensus. Nec Oceanus talibus in locis ad pedes plusquam sex, octo vel decem ascendere noscitur. Ascensus verò quantitatem sic computo.

[78]Designet () Q Solem, S Terram, P Lunam, PAGB orbem Lunæ. In QP capiatur QK æqualis QS et QL ad QK in duplicatâ ratione QK ad QP et ipsi PS agatur parallela LM, et si vis mediocris circumsolaris agens in Terram exponatur per distantiam QS vel QK, erit QL vis circumsolaris agens in Lunam. Ea componitur ex partibus QM, LM quarum LM et ipsius QM pars SM perturbat Motum Lunæ (ut in Propositione XXXVI et ejus Corollarijs expositum est.) Quatenus Terra et Luna circa commune gravitatis centrum revolvuntur, urgebuntur Terra viribus consimilibus. Sed summas tam virium quam motuum referre licet ad Lunam, et summas virium per lineas ipsis analogas NM et ML designare. Vis ML in mediocri suâ quantitate est ad vim quâ Luna in orbe suo circa Terram quiescentem, ad distantiam PS revolvi posset in duplicatâ ratione temporum periodicorum Lunæ circa Terram et terræ circa Solem per Corollarium 17. Propositionis XXXVI, hoc est in duplicatâ ratione dierum 27, horarum 7, minutorum 43 ad dies 365, horas 6, minuta 9, id est ut 1000 ad 178725 seu 1 ad $178\frac{8}{11}$. Vis quâ Luna in orbe suo circa terram quiescentem ad distantiam PS semidiametrorum terrestrium $60\frac{4}{9}$, revolvi posset est ad vim gravitatis in superficie terræ ut 1 ad $60\frac{4}{9} \times 60\frac{4}{9}$, adeoque vis mediocris ML est ad vim gravitatis ut 1 ad $60\frac{4}{9} \times 60\frac{4}{9} \times 178\frac{8}{11}$ {.} Unde datur etiam vis SM ex proportionem linearum SM, ML. Hæ sunt vires Solis quibus motus Lunæ perturbatur.

[79]Si defendatur de orbe Lunæ ad superficiem terræ minuentur hæ vires in ratione distantiarum $60\frac{1}{3}$ ad 1 adeoque vis ML jam fiet $60\frac{4}{9} \times 60\frac{4}{9} \times 178\frac{8}{11} \times 60\frac{4}{9}$ vicibus minor quàm vis gravitatis. Hæc vis terram undique æqualiter urgendo vix aut ne vix quidem mutabit motum marium, adeoque in explicatione motus illius negligi possit. Vis altera SM in locis in quorum Zenith vel Nadir Sol constituitur est triplo major quàm vis ML adeoque $60\frac{4}{9} \times 60\frac{4}{9} \times 60\frac{4}{9} \times 59\frac{19}{33}$ seu 13187000 vicibus minor quàm vis gravitatis.

[80]Designet jam ADBE Telluris superficiem sphæricam {.} aDbE aquam supernatantem, C centrum utriusque, A locum cui Sol perpendiculariter imminet, B locum oppositum, D, E loca inde gradibus nonaginta distantia, ACEmlk canalem cylindricum rectangulum transeuntem per centrum terræ. Vis ML in loco quolibet est ut distantia loci a plano DE cui recta AC perpendicularis est, adeoque in canalibus parte EClm nulla <31r> est, in parte altera ACLk est ut gravitas in singulis altitudinibus. Nam gravitas in descensu ad centrum terræ est ubique ut altitudo (per Propositionem XLIII). Igitur vis ML urgendo aquam sursum minuit gravitatem ejus in canalibus crure ACLk in datâ ratione. Et propterea aqua in hoc crure ascendet ut defectus gravitatis compensabitur majori altitudine, neque prius stabit in æquilibrio quam gravitas [81]totius æquetur gravitati totius in canalibus crure ClmE. Quoniam gravitas particulæ cujusque est ut distantia ipsius a centro terræ crescat pondus aquæ totius in crure canalibus in duplicata ratione altitudinis adeoque altitudo aquæ in ACLk fiet ad altitudinem aquæ in crure ClmE in dimidiatâ ratione numeri 13187001 ad 13187000, sive in ratione numeri 26374001 ad numerum 26374000 et altitudo in crure alterutro EClm ad differentiam altitudinum 26374000 ad 1. Est autem altitudo illa in crure EClm pedum Parisiensium 19615843, ut a Gallis super definitum est: Et inde per analogiam illam prodit differentia altitudinum 9 digitorum hujus pedis. Igitur vi Solis major erit altitudo maris ad A quàm ad E digitis novem. Et quamvis aqua in canali ACEmlk jam congeletur et rigeat manebunt tamen altitudines aquarum terræ supernatantium ad A et E locaque omnia intermedia.

[82]Designet Aa excessum illum altitudinis digitorum novem ad a et hf excessum altitudinis in alio quovis loco h, et ad DC demittatur normalis FG occurrens sphæræ in F. Ob ingentem Solis distantiam quâ fit ut lineæ omnes ad Solem tendentes pro parallelis haberi possint, est vis SM in loco quovis h vel F ad vim illam in loco A ut sinus FG ad radium AC, adeoque cum vires illæ tendant secundum lineas [83]parallelas in Solem generabunt hæ parallelas altitudines Ff, Aa in eâdem ratione. Et propterea figura aquæ DfaEb sphærois erit facta per revolutionem Ellipseos circa majorem axem ab. Est insuper altitudo perpendicularis fh ad altitudinem obliquam Ff ut fG ad fC seu FG ad AC, et propterea altitudo fh est ad altitudinem Aa in duplicatâ ratione FG ad AC id est in ratione quam habet sinus versus anguli dCf duplicati ad duplicatum radium, et inde datur. Et hinc Sole circa terram apparenter revolvente innotescit ratio intumescentiæ ac detumescentiæ singulis momentis in loco quolibet sub æquatore. Innotescit etiam decrementum æstus maris tam ex latitudine locorum quàm ex declinatione Solis oriundum. Nimirum quòd ex latitudine locorum ascensus et descensus maris in locis singulis diminuitur in ratione duplicatâ sinus complementi latitudinis, quodque ex declinatione Solis ascensus et descensus ille sub Æquatore diminuitur in ratione duplicatâ sinus complementi declinationis sed et extra Æquatorem semisumma ascensus matutini et ascensus vespertini (id est ascensus mediocris) diminuitur i{n} {eâ}dem ratione quamproximè.

<32r>

{I}. M. [84]Designet S et L vires Solis et Lunæ in æquatore versantium et mediocriter distantium a terrâ, r radium, t et v sinus versos duplicatorum complementorum declinationis Solis et Lunæ ad tempus datum, D et E mediocres diametros apparentes Solis et Lunæ{.} [85]F ac G earum diametros apparentes ad tempus illud datum, et erunt vires ad æstus sub æquatore ciendos,

in Syzygijs quidem $\frac{vG^3}{2rE^3}L + \frac{tF^3}{2rD^3}S$, in quadraturis autem $\frac{vG^3}{2rE^3}L - \frac{tF^3}{2rD^3}S$. Si eadem æstuum ratio observetur etiam sub parallelis, habebimus ex observationibus in boreali nostrâ regione exactè factis proportionem inter vires L et S. Et tum demum per hanc regulam prædicere licebit quantitates æstuum ad singulas Syzygias et quadraturas.

[86]Ante ostium fluvij Avonæ ad lapidem tertium infra Bistoliam tempore verno et autumnali totus aquæ ascensus in conjunctione et oppositione luminarium (observante Samuele Sturmio) est quasi pedum 45, in quadraturis autem pedum tantum 25. Luminarium diametros apparentes quæ hic non definiuntur assumamus esse mediocres ut et Lunæ declinationem in quadraturis æquinocialibus mediocrem esse seu graduum $23\frac{1}{2}$ et sinus versus duplicati complementi erit 1682 posito radio 1000. Solis autem in æquinocijs et Lunæ in Syzygijs declinatio nulla est et sinus versus duplicati complementi 2000. Inde fit vis in Syzygijs $L + S$ in quadraturis $\frac{1682}{2000}L - S$ æstuum altitudinibus 45 pedum et 25 pedum seu 9 passuum et 5 passuum proportionalis. Et ductis extremis et modijs in se fit $5L + 5S = \frac{15138}{2000}L - 9S$ seu $L = \frac{28000}{5138}S = 5\frac{5}{11}S$. Porro tempore æstivo ascensum maris in Syzygijs esse ad ascensum in quadraturis fere ut 5 ad 4 meminisse me audisse. <33r>
In ipsis Solstitijs verisimile proportionem paulo minorem esse, puta 6 ad 5. Inde verò consecatur esse $L = 5\frac{1}{6}S$. Donec aliquid certius ex observationibus constiterit, assumamus $L = 5\frac{1}{3}S$, cum æstus sint ut vires, vis autem solaris cieat æstum altum novem digitos, vis Lunarum ciebit æstum altum pedes quatuor. Demus altitudinem illam, per vim reciprocationis aquarum, quâ motus semel impressus aliquamdiu conservatur, duplicari, vel forte triplicari, et generabitur æstum quantitas illa omnis quæ in Oceanis revera conspicitur{.}

[87]Sufficiunt igitur hæ vires commovendo mari: ast alios tamen effectus sensibiles in hac terrâ, quantum animadverto, producent nullos. Nam cum granum unum in pondere granorum 4000 ope libræ exactissimæ sentiri vix possit, vis autem Solaris ad ciendos æstus sit 13187000 vicibus minor vi gravitatis, et summa virium Solis et Lunæ major existens in ratione $6\frac{1}{3}$ ad 1 sit amplius 2000000 vicibus minor vi eadem gravitatis, perspicuum est quod conjunctæ illæ vires sint vicibus quingentis minores quam quæ pondus corporis cujusvis in libra appensi sensibiliter augere vel minuere possint, et propterea corpus nullum appensum movebunt sensibilibus. Unde nec in experimentis Pendulorum, Barometrorum, Insidentium aquæ stagnanti, et Staticis similibus, sensibiles edent effectus. Atmosphæra quidem his viribus fluet et refluet ad modum maris, sed motu tam exiguo ut exinde ventus nullus sensibilis oriatur.

[88]Si Lunæ et Solis tam effectus in æstibus ciendis quam diametri apparentes æquarentur inter se: forent horum vires absolutæ ut magnitudinis (per Corollarium 14, Propositionis XXXVI.) At lunaris effectus est ad effectum Solis, ut $5\frac{1}{3}$ ad 1 circiter: et diameter minor in ratione $31\frac{1}{2}$ ad $32\frac{1}{5}$, seu 45 ad 46. Augenda est autem vis Lunæ in ratione effectus directè inque ratione triplicatâ diametri inversè: Eoque pacto fiet vis Lunæ collata cum ipsius magnitudine ad vim Solis collatam cum hujus magnitudine ut $5\frac{1}{3}$ ad 1 semel, et 45 ad 46 ter; id est ut $5\frac{7}{10}$ ad 1 circiter. Habet igitur Luna vim absolutam centripetam majorem in ratione $5\frac{7}{10}$ ad 1 pro magnitudine corporis sui quàm Sol pro magnitudine sui, adeoque densior est in eadem ratione.

[89]Tempore $27^{\text{dier.}} 7^{\text{hor.}} 43'$, quo Luna revolvitur circa terram, revolvitur planeta circa Solem ad distantiam 18.954 diametrorum <34r> Solis ab ipsius centro, posito quod Solis diameter mediocris apparens sit $32\frac{1}{5}$. Hoc tempore revolvitur Luna circa terram quiescentem ad distantiam 30 diametrorum terrestrium. Si idem esset numerus diametrorum in utroque casu foret vis absoluta circumterrestris ad vim absolutam circumsolarem, ut magnitudo terræ ad magnitudinem Solis (per Corollarium 2. Propositionis XLII) Quoniam plures sunt diametri terrestres in ratione 30 ad 18.954 minus erit corpus telluris in ratione illâ triplicatâ, hoc est in ratione $3\frac{28}{29}$ ad 1. Est igitur vis telluris pro magnitudine corporis sui ad vim Solis pro magnitudine sui ut $3\frac{28}{29}$ ad 1, atque adeo densitas terræ ad densitatem Solis in eadem ratione. Cum igitur densitas Lunæ sit ad densitatem Solis ut $5\frac{7}{10}$ ad 1, erit densitas Lunæ ad densitatem terræ ut $5\frac{7}{10}$ ad $3\frac{28}{29}$, seu 23 ad 16. Unde cum magnitudo Lunæ sit ad magnitudinem terræ ut 1 ad $41\frac{1}{2}$ circiter, erit vis absoluta centripeta Lunæ ad vim absolutam centripetam terræ ut 1 ad 29 circiter, nec non quantitas Materiæ in Lunâ ad quantitatem materiæ in terrâ in eadem ratione. Hinc datur commune centrum gravitatis Terræ et Lunæ exactiùs quàm ante. Quo cognito licebit jam distantiam Lunæ a terrâ magis accuratè colligere. Sed malim expectare donec proportio corporum Lunæ ac Terræ ad invicem ex phænomenis æstus marini determinetur exactius: sperans etiam interea confore ut ambitus Terræ, ex majoribus stationum intervallis, mensuretur, quàm hactenus a quoquam factum fuit.

[90]Hactenus exposui Systema Planetarum. Stellas autem fixas immensis intervallis ab hoc Systemate distare colligitur ex defectu parallaxeos annuæ. Hanc minuto primo minorem esse certissimum est, et propterea distantias fixarum superare distantiam Saturni a Sole, vicibus plusquam 180. Qui terram planetis et Solem fixis annumerant, longius amovebunt fixas argumentis sequentibus. Ex telluris motu annuo oriri debet translatio fixarum inter se parallaxi duplicatæ propemodum æqualis. At Stellæ majores et propriiores respectu ulteriorum quæ per Telescopia solummodo visuntur, nondum moveri notantur. Demus motum eorum minorem esse minutis viginti secundis, et distantia fixarum proximarum superabit mediocrem distantiam Saturni vicibus 1000. Rursus Saturnus disco suo $17''$ vel $18''$ lato excipit $\frac{1}{2100000000}$ partem circiter lucis Solaris Namque tanto minor est discus ille superficie tota spherica orbis Saturnij. Si Saturnus reflectere supponatur quasi partem quartam hujus lucis, lux tota quæ ab ejus hæmisphærio lucido reflectitur erit quasi $\frac{1}{4200000000}$ pars lucis totius manantis ab hæmisphærio Solis. Ergo cum

	a	ac	b	cb
lux rarescat <34v> < insertion from f 34v >	fh	: fF	:: fG	: fC
		:: fG	: AC	

fF : Aa :: FG . AC

a	ca	b	cb
fh	: Ff	:: FG	. AC

.	a	b	cb
---	---	---	----

$\frac{ab}{cb}$: ca	:: b
-----------------	------	------

$\left\{ \frac{bc \times cb}{ab} \right\}$ < text from f 34v resumes > <35r> in duplicatâ ratione distantiae corporis lucentis, si Sol magis distaret quàm Saturnus vicibus 10000 $\sqrt{42}$, hic appareret æque lucidus ac jam Saturnus apparet, absque annulo suo, atque adeò paulo lucidior foret quàm Stella fixa primæ magnitudinis. Ponamus igitur distantiam quâ Sol luceret ut fixa majorem esse quàm distantia Saturni quasi vicibus 100000, et ipsius diameter apparens erit 7^V. 16^{VI}. parallaxis autem a terræ motu annuo orta 13'''. Atque tanta erit distantia, diameter apparens et parallaxis fixarum magnitudinis primæ Soli nostro quoad magnitudinem et lucem æqualium. Fingere quidem licet partem bene magnam lucis fixarum, in transitu suo per tanta Spatia, sisti et interire, adeoque fixas propius admoveri debere: Verum hac ratione fixæ posteriores vix conspici possent. Demus verbi gratiâ tres quartas lucis partes interire in transitu a fixis proximis ad nos et partes tres quartæ bis interibunt in transitu per duplum spatium ter in transitu per triplum et sic deinceps adeoque fixæ quæ sunt duplo remotiores erunt sexdecim vicibus obscuriores nimirum quadruplo obscuriores ob diminutam diametrum apparentem atque rursus quadruplo ^[91]obscuriores ob amissam lucem, et eodem argumento fixæ triplo remotiores erunt 9 × 4 × 4 seu 144 vicibus obscuriores, et fixæ quadruplo remotiores erunt 16 × 4 × 4 × 4 seu 1024 vicibus obscuriores. Tanta autem lucis diminutio cum phænomenis et hypothesi quòd fixarum diversæ sunt distantiae neutiquam consistit.

[92]Tantis igitur intervallis ab invicem distantia sidera nec trahent se mutuò sensibiliter, nec a Sole nostro trahentur. At Cometæ vi circumsolari obnoxios esse necesse est. Etenim ut defectus parallaxeos diurnæ extulit eos regionibus sublunaribus sic ex parallaxi annuâ convincitur eorum descensus in regiones Planetarum. Nam Cometæ qui progrediuntur secundum ordinem signorum sunt omnes, sub exitu apparitionis, aut solito tardiores aut retrogradi, si Terra est inter ipsos et Solem at justo celeriores si terra vergit ad oppositionem. Et è contra, qui pergunt contra ordinem signorum sunt justo celeriores in fine apparitionis si terra versatur inter ipsos et Solem, et justo tardiores vel retrogradi, si terra sita est ad contrarias partes. Contingit hoc maximè ex motu terræ in vario situ. Si terra pergat ad eandem partem cum Cometâ et celerius fertur, Cometa fit retrogradus; si tardiùs, fit saltem tardior; et terra pergente ad contrarias partes celerior. Et colligendo differentias inter motus celeriores et tardiores, atque summas motuum celeriorum et <36r> retrogradorum, easque cum situ et motu terræ ex quibus oriuntur conferendo prodijt mihi ex hac parallaxi distantia Cometarum quo tempore nudis oculis videri desinunt, minor semper quàm distantia Saturni et ut plurimum minor quàm distantia Jovis.

[93]Idem colligitur ex curvaturâ Viæ Cometarum. Pergunt hæc corpora propemodum in circulis maximis, quamdiu moventur celerius, at in fine cursus, ubi motus apparens a parallaxi oriundus majorem habet proportionem ad motum totum apparentem deflectere solent ab his circulis et quoties terra movetur in unam partem abire in partem contrariam. Oritur hæc deflexio maximè ex parallaxi propterea quòd respondet motui terræ, et insignis ejus quantitas meo computo collocavit disparentes Cometæ satis longe infra Jovem. Unde consequens est quod in perigæis et perihelijs ubi propius adsunt descendant sæpius infra orbem Martis et inferiorum Planetarum.

[94] Confirmatur præterea tanta propinquitas ex parallaxi orbis annui, quatenus ea præterpropter colligitur per hypothesin quòd Cometæ moventur uniformiter in lineis rectis. Nota jam est methodus (a Keplero tentata, a Wallisio et Wrennio perfecta) colligendi distantiam Cometæ juxta hanc Hypothesin ex quatuor observationibus. Et Cometæ ad hanc regularitatem reducti transire solent per medium regionis Planetarum. Ut Cometæ annorum 1607 et 1618 inter Solem et Terram definiente Keplero ille anni 1664 infra orbem Martis, et iste anni 1680 infra orbem Mercurij definientibus Wrennio et alijs. Per similem Hypothesin rectilineam Hevelius Cometæ omnes quorum observationes extant, locavit infra orbem Jovis. Errant igitur et absque calculo Astronomico loquuntur, qui ex regulari motu Cometarum vel ablegant eos in regiones fixarum vel motum Telluri denegant, cum non possint eorum motus ad omnimodam regularitatem satis reduci nisi ex admissio transitu per regiones telluri moventi vicinas. Et hæc sunt argumenta ex parallaxi quatenus ea absque exactâ cognitione orbium et motuum Cometarum determinari possit.

[95]Confirmatur etiam propinquitas Cometarum ex luce. Nam corporis cœlestis a Sole illustrati et in regiones longinquas abeuntis diminuitur splendor in quadruplicatâ ratione distantiae; in duplicatâ ratione ob auctam distantiam a Sole et in alia duplicatâ ratione ob diminutam apparentem diametrum. Inde intelligitur quod Saturnus ob duplam distantiam et dimidiam fere diametrum apparentem <37r> apparere debet quasi 16 vicibus obscurior quàm Jupiter et quòd si distantia ejus esset quadruplo major foret lux ejus 81 256 vicibus minor adeoque nudis oculis cerni vix posset. Cometæ autem non rarò æquant Saturnum luce suâ nec tamen superant ipsum diametris apparentibus. Cometa anni 1678 juxta observationem Hookij æquabat luce suâ fixas primæ magnitudinis, et caput ejus seu Stella in medio comæ, per Telescopium pedum quindecim visum, apparebat æque lucidum ac Saturnus propè Horizontem, diameter verò capitis erat solummodo 25'' id est eadem fere cum diametro circuli æquantis Saturnum cum annulo. Coma capiti circumfusa erat quasi decuplo latior nimirum 4 $\frac{1}{6}$ minutorum. Rursus Cometæ

anni 1682 minima capillitij diameter per tubum sexdecim pedum a Flamstedio observata et micrometro mensurata æquabat 2' 0". Nucleus autem seu Stella in medio vix decimam partem latitudinis hujus occupabat adeoque lata erat tantum 11" vel 12"; Luce verò et claritate capitis superabat Cometam anni 1680, Stellasque primæ vel secundæ magnitudinis æmulabatur. Adde quòd Cometa anni 1665 mense Aprili ut Author est Hevelius, claritate suâ pene fixas omnes superabat, quinetiam ipsum Saturnum ratione coloris videlicet longe vividioris. Quippe lucidior erat hic Cometa altero illo qui in fine anni præcedentis apparuerat et cum Stellis primæ magnitudinis conferebatur. Latitudo capillitij erat quasi 6', at nucleus cum Planetis, ope Tubi optici collatus plane minor erat Jove, et nunc minor corpore intermedio Saturni, nunc ipsi æqualis judicabatur. Adde annulum et Saturni facies jam dupla erit lux verò haud intensior quàm Cometæ proindeque Cometa propior erat Soli quam Saturnus. Ex proportionem nucleï ad capillitium his observationibus patefactâ, et latitudine quæ rarò superat 8' vel 12', patet Stellas cometarum ut plurimum ejusdem esse apparentis magnitudinis cum Planetis; lucem verò interea cum luce Saturni non rarò conferri posse, eamque aliquando superare. Et inde distantias eorum in perihelijs vix esse majores quàm Saturni. In distantia duplo majore lux foret quadruplo minor et fusco pallore tantum cederet luci Saturni, quantum lux hujus cedit splendori Jovis. Quæ differentia facilè notari posset. In distantia verò decuplo majore corpora eorum superarent corpus Solis lux autem <38r> cederet luci Saturni vicibus centum. Inque distantijs majoribus corpora longe superarent Solem at in tenebris profundis constituta non amplius cernerentur. Tantum abest ut Sole nostro in fixis numerato Cometæ ad medias regiones inter Solem et fixas amoveantur. Ibi certè non multo magis illustrari deberent a Sole quam nos illustramur a maxima fixarum.

[96] Hæc disputavimus non considerando obscurationem Cometarum per fumum illum maximè copiosum et crassum quo caput circumdatur quasi per nubem obtusè semper lucens. Nam quanto obscurius redditur corpus per hunc fumum, tanto propius ad Solem accedat necesse est, ut copia lucis a se reflexa Planetas æmuletur. Inde verisimile fit Cometæ longe infra Sphæram Saturni descendere, ut ex parallaxi probavimus. Idem verò quam maximè confirmatur ex caudis. Hæc vel ex reflexione fumi sparsi per æthera vel ex luce capitis oriuntur. Priore casu minuenda est distantia Cometarum, ne fumus a capite semper ortus per spatia nimis ampla incredibili cum velocitate expansione propagetur. Posteriore referenda est lux omnis tam caudæ quam capillitij ad nucleum capitis. Quòd si Imagineris lucem hanc omnem congregari et intra discum nucleï coarctari, nucleus ille jam certè, quoties caudam maximam et fulgentissimam emittit, Jovem ipsum splendore suo multum superabit. Minore igitur cum diametro apparente plus lucis emittens, multò magis illustrabitur a Sole adeoque erit Soli multo propior. Sic Cometa anni 1679 Decembris 12 et 15 Stylo veteri, quo tempore caudam clarissimam emittebat et luci multorum Jovium per tantum spatium diffusæ ac dilatatæ non imparem magnitudine nucleï (ut observabat Flamstedijs) cedebat Jovi adeoque erat Soli longe vicinior. Quinimo minor erat Mercurio. Nam die 17 mensis hujus ubi terræ propior erat, apparuit Cassino per Telescopium pedum 35, paulo minor globo Saturni. Die octavo mensis hujus tempore matutino vidit Hallejus caudam perbreve et latam et quasi ex corpore Solis jam jam orituri exeuntem ad instar nubis insolito more fulgentis, nec prius disparentem quam Sol ipse inciperet supra horizontem conspici. Superabat igitur hic splendor lucem nubium usque ad ortum Solis et immediato Solis splendore solum cadendo vincebat longe lucem omnium Stellarum conjunctim. Non Mercurius non Venus non ipsa Luna in tanta Solis orientis vicinitate cerni solet. Fingas lucem hanc dilatatam congregari et in orbem nucleï cometici Mercurio minorem coarctari: et splendore longe fortiori jam reddita magis conspicua Mercurius longe superabat adeoque erit Soli vicinior. Diebus 12 et <39r> 15 ejusdem mensis, cauda hæc per spatium longe majus diffusa apparuit rarior at luce tamen adeo forti, ut Stellis fixis vix dum apparentibus cerneretur, et mox trabis mirum in modum fulgentis speciem exhibuit. Ex longitudine quadraginta vel quinquaginta graduum et latitudine duorum quantitatem lucis totius computes.

[97] Confirmatur verò tantus Cometarum ad Solem accessus, ex situ eorum ubi maximè fulgent. Nam capite per Solem transeunte, et sub radijs Solaribus adhuc latente, narrantur caudæ omnium fulgentissimæ de horizonte ad modum trabium ignearum exijisse, dein capite in conspectum veniente et longius a Sole recedente, splendorem semper minui et in pallorem viæ lacteæ similem sed imprimis multò magis conspicuam postea verò languescentem abire. Talis erat ardentissimus ille Cometa ab Aristotele descriptus libro 1. Meteorologicorum 6. cujus caput primo die non conspectum est eo quod ante Solem vel saltem sub radijs Solaribus occidisset, sequente verò die quantum potuit visum est. Nam quam minima fieri potest distantia Solem reliquit et mox occubuit. Ob nimium ardorem [caudæ scilicet] nondum apparebat capitis sparsus ignis sed procedente tempore (ait Aristoteles) cum [cauda] jam minus flagrare reddita est [capiti] Cometæ sua facies. Et splendorem suum ad tertiam usque cœli partem [id est ad 60^{gr}] extendit. Apparuit autem tempore hyberno et ascendens usque ad cingulum Orionis ibi evanuit. Ejusdem generis Cometæ duos Justinus [98] libro 37 describit, quos ait ita luxisse ut cœlum omne conflagrare videretur, et magnitudine sui quartam Cœli partem occupasse et fulgore sui Solis nitorem vicisse. Quibus ultimis verbis juxtapositio ardoris Cometici et Solis orientis vel occidentis insinuat. Accedit Cometa anni 1101 vel 1106 cujus Stella erat parva et obscura ut ille anni 1680 sed splendor qui ex ea exivit valde clarus et quasi ingens trabs ad Orientem et Aquilonem tendebat (ut habet Hevelius ex Simone Dunelmensi Monacho) Apparuit initio mensis Feb. circa vesperum ad occasum Solis brumalem. Inde et ex situ caudæ colligitur caput fuisse Soli vicinum. A Sole inquit Matthæus Parisiensis distabat quasi cubito uno, ab hora tertia [rectius sexta] usque ad horam nonam radium ex se longum emittens. Cometa anni 1264 mense Julio aut circa Solstitium præcedebat Solem orientem, magna luce usque ad medium cœli versus occidentem radios suos emittens. Et initio paulum ascendebat supra horizontem, sed progrediente Sole discedebat in dies ab horizonte donec tandem ipsum cœli medium præteriret. Dicitur autem fuisse principiò magnus et clarus comam habens et latam quæ de die in diem cœpit deficere. Describitur autem in Appendice Matthæi Parisiensis Historiæ Anglorum in hunc modum. A.C. 1265 apparuit Cometa <40r> tam notabilis ut nullus tunc vivens viderit talem prius. Ab oriente enim cum magno fulgore surgens, usque ad medium hæmisphærij versus occidentem omnia perlucidè pertrahebat. Anno 1401 vel 1402 Sole infra horizontem demerso apparuit in occidente Cometa lucidus ac clarus comam erectam explicans ignis flammantis specie non secus ac hastam ab occasu in ortum radios jaculans et Sole infra horizontem demerso proprijs radijs effusus omnes orbis terræ terminos collustrabat, nec alijs Stellis lumen exerere concedebat aut aerem noctis umbra infusari: quod ejus lumen aliorum splendorem vinceret et ad Cœli verticem flammans protenderetur quamdiu supra horizontem extabat &c Historia Byzantina Ducæ Michaelis Nepotis Capitulum 16. Ex

situ caudæ et tempore hujus primæ apparitionis colligitur caput tunc fuisse vicinum Soli, et in dies a Sole recessisse. Nam Cometa ille tres menses perduravit. Anno 1527. Aug. 11 circa horam quartam matutinam visus est per totam fere Europam Cometa terrificus in Leone duravitque per horam unam et quadrantem quotidie flagrans. A subsolano ortus est versusque meridiem et occidentem ascendit longitudine immensa: sub septentrione autem maximè conspicuus fuit, et nube (id est cauda) terribilis describitur, ex mente plebis formam habens brachij incurvati cum gladio ingentis magnitudinis. Anno 1618 diebus extremis Novembris increbuit rumor apparere sub ortum Solis trabem candidam quæ fuit nimirum cauda Cometæ, capite adhuc intra radiorum claritatem delitescente. Novemb. 24 et deinceps visus est Cometa clara luce capite et cauda clarissimis. Longitudo caudæ quæ primum graduum erat 20 vel 30 crevit usque ad Decemb. 9 quando evaserat graduum 75, at luce dilutiore semper rariore quam sub initio. Anno 1668, Martio quinto stylo novo hora septima vesperi Pater Valentinus Estancius Brasiliæ agens Cometam vidit horizonti proximum ad occasum Solis brumalem capite minimo et vix conspicuo cauda verò supra modum fulgente ut stantes in litore speciem ejus e mari reflexam facile cernerent Tantus autem splendor tres solum dies durabat, subinde notabiliter decrescens Cauda sub initio ab occidente in austrum vergens et horizonti fere parallela speciem habebat trabis splendentis longitudine 23 graduum. Postea verò luce decrescente aucta est magnitudine quoad usque Cometa apparere desijt. Unde et Cassinus Bononiæ (Martij 10 11 et 12) de horizonte exeuntem vidit ad longitudinem graduum 32. In Portugallia verò quartam fere cœeli partem (id est gradus 45) occupasse dicitur ab occidente in orientem splendore cum insigni protenta, nec tamen tota apparuit, capite semper in his regionibus infra horizontem delitescente. Ex incremento caudæ manifestum est quod caput a Sole recessit, eique proximum fuit sub initio <41r> ubi cauda maximè splendebat. His omnibus adde Cometam anni 1680 cujus insignem splendorem in conjunctione capitis cum Sole jam ante descripsi. Arguit autem tantus splendor Cometæ hujus generis revera transire per fontem luminis, præsertim cùm caudæ nunquam ita luceant in oppositione Solis neque ibi legantur trabes igneæ apparuisse.

[99]Idem denique colligitur ex luce capitum crescente in recessu Cometarum a terrâ Solem versus ac decrescente in eorum recessu a Sole versus terram. Sic enim Cometa posterior anni 1665 (observante Hevelio) ex quo conspici cœpit remittebat semper de motu suo, adeoque præterierat perigæum, splendor verò capitis nihilominus in dies crescebat usque dum Cometa radijs Solaribus obtectus desijt apparere. Cometa anni 1683 observante eodem Hevelio in fine mensis Julij ubi primum conspectus est tardissime movebatur minutos primos 40 vel 45 circiter singulis diebus in orbe suo conficiens. Ex eo tempore motus ejus diurnus perpetuo augebatur usque ad Sept. 4 quando evasit graduum^[100] quasi quinque. Igitur toto hoc tempore Cometa ad terram appropinquabat: Id quod etiam ex diametro capitis micrometro mensuratâ colligitur, quippe quam Hevelius reperit Aug. 6 esse tantum 6' 5'' inclusâ comâ, at Sept. 2 esse 9' 7''. Caput igitur initio longè minus apparuit quàm in fine motus at initio tamen in viciniâ Solis longe lucidus extitit quam circa finem ut refert idem Hevelius. Proinde toto hoc tempore ob recessum ipsius a Sole quoad lumen decrevit non obstante accessu ad Terram. Cometa anni 1618 circa medium mensis Decembris et iste anni 1680 circa finem ejusdem mensis celerrimè movebantur adeoque tunc erant in perigæis: verum splendor maximus capitum contigit ante duas fere septimanas ubi modo exierant de radijs Solaribus et splendor maximus caudarum paulo ante in majore vicinitate Solis Die 12 mensis Decembris conspectum et a Flamstedio observatum est caput Cometæ posterioris in distantia novem graduum a Sole, id quod Stellæ tertiæ magnitudinis vix concessum fuisset. Decem. 15 & 17 apparuit idem ut Stella tertiæ magnitudinis diminutum utique splendore nubium juxta Solem occidentem. Decem. 26 velocissimè motus inque Perigæo propemodum existens cedebat Ori Pegasi Stellæ tertiæ magnitudinis; Jan. 3 apparebat ut Stella quartæ; Jan. 9 ut Stella quintæ; Jan. 13 ob splendorem Lunæ crescentis disparuit; Jan. 25 vix æquabat Stellas magnitudinis septimæ. Caput verò Cometæ prioris juxta observationes Cysati Decem. 1 majus videbatur Stellis primæ magnitudinis et Decem. 16 (jam in Perigæo existens) magnitudine parum, splendore seu claritate luminis plurimum defecerat. Jan. 7 Keplerus de capite incertus finem fecit observandi. Si sumantur <42r> æqualia a perigæo hinc inde tempora, capita in longinquis regionibus posita luxissent ante et post æqualiter, id adeo ob æquales distantias a terrâ. Quod uno casu maximè luxerunt altero evanuerunt viciniori Solis in priore casu, distantia ejus in posteriore ascribendum est. Et ex magnâ illâ lucis utriusque differentiâ concluditur magna vicinitas in priore. Nam lux Cometarum regularis esse solet et maxima apparere ubi capita velocissime moventur, atque adeo sunt in perigæis, nisi quatenus ea major est in vicinia Solis.

[101]Ex his intellexi tandem cur Cometæ tantopere frequentent regionem Solis. Si cernerentur in regionibus longe ultra Saturnum, deberent sæpius apparere in partibus Soli oppositis. Forent enim Terræ viciniore qui in his partibus versarentur et Sol interpositus obscuraret cæteros. Verùm percurrendo historias Cometarum reperi quod quadruplo vel quintuplo plures detecti sunt in hemisphærio Solem versus quam in hemisphærio opposito præter alios procul dubio non paucos quos lux Solaris obtexit. Nimirum in descensu ad regiones nostras neque caudas emittunt neque adeo illustrantur a Sole ut nudis oculis se prius detegendos exhibeant, quàm sint ipso Jove propiores. Spatij autem tantillo intervallo circa Solem descripti pars longe major sita est a latere terræ quod Solem respicit inque parte illa majore Soli ut plurimum viciniore magis illuminari solent. Per Orbium quoque insignem excentricitatem fit ut Apsides imæ sint Soli longè propiores quàm si revolutiones in circulis Soli concentricis peragerentur.

[102]Hinc etiam intelligimus quare Cometarum caudæ in Capitibus ad Solem properantibus raræ semper et breves apparent, et vix longitudinem graduum 15 vel 20 superasse leguntur, at in recessu capitum a Sole fulgent sæpe ad instar trabium ignitarum et mox ad gradus 40, 50, 60, 70 et ultra in longum porriguntur. Oritur utique tantus caudarum splendor tantaque longitudo ex calore Solis Cometam prætereuntem calefaciente. Et inde colligere videor Cometæ omnes quorum <43r> tales sunt caudæ transijsse per viciniam Solis.

[103]Inde etiam colligere licet quod caudæ oriantur ex atmosphæris capitum. Est autem de caudâ opinio triplex; eam vel jubar esse Solis per translucidum Cometæ caput propagatum, vel oriri ex refractione lucis in progressu ipsius a capite Cometæ in terram, vel denique nubem esse seu vaporem a capite Cometæ jugiter surgentem et abeuntem in partes a Sole adversas. Opinio

prima eorum est qui nondum imbuti sunt scientiâ rerum opticarum. Nam jubar Solis in cubiculo tenebroso non cernitur nisi quatenus lux reflectitur a pulverum et fumorum particulis per aerem semper volitantibus: adeoque in aere fumis crassioribus infecto splendidus est et sensum fortius ferit, in aere clariore tenuius et ægre sensibile; in cœlis autem absque materia reflectente nullum esse potest. Lux non cernitur quatenus in jubare est, sed quatenus inde reflectitur ad oculos nostros. Nam visio non fit nisi per radios qui in oculos impingunt. Requiritur igitur materia aliqua reflectens in regione caudæ et eâ ratione res redit ad opinionem tertiam. Nam materia illa reflectens non alibi reperiri debet quam in regione caudæ, ne cœlum totum luce Solis illustratum uniformiter splendeat. Opinio secunda multis premitur difficultatibus. Caudæ nunquam variegantur coloribus: qui tamen refractionum ^[104]solent esse comites inseparabiles. Lux Fixarum et Planetarum distinctè ad nos transmissa demonstrat Medium cœleste nullâ vi refractivâ pollere. Nam quod dicitur fixas ab Ægyptijs comatas nonnunquam visas fuisse, id quoniam rarissimè contingit, ascribendum est nubium refractioni fortuitæ. Fixarum quoque radiatio et scintillio ad refractiones tum oculorum tum aeris tremuli referendæ sunt; quippe quæ admotis oculo telescopijs evanescunt. Aeris et ascendentium vaporum tremore fit ut radij facile de angusto pupilli spatium per vices detorqueantur, de latiore autem vitri objectivi apertura neutiquam. Inde est quod scintillatio in priori casu generetur in posteriore verò cesset: et cessatio in posteriore casu demonstrat regularem transmissionem lucis per cœlos absque omni refractione sensibili. Nequis contendat quod caudæ non soleant videri in Cometis, cum eorum lux non est satis fortis, quia tunc radij secundarij non habent satis virium ad oculos movendos; et propterea caudas fixarum non cerni; sciendum est quod lux fixarum l plus centum vicibus augeri potest mediantibus telescopijs, nec tamen caudæ cernuntur. Planetarum quoque lux copiosior est, caudæ vero nullæ: Cometæ autem sæpe caudatissimi sunt ubi capitum lux tenuis est et valde obtusa. Sic enim Cometa anni 1680 mense Decembri quo tempore caput luce suâ vix æquabat Stellas secundæ magnitudinis caudam emittebat <44r> splendore notabili usque ad gradus 40, 50, 60 longitudinis et ultra: postea Jan. 27 et 28 caput apparebat ut Stella septimæ tantum magnitudinis, cauda vero luce quidem pertenui at satis sensibili longa erat 6 vel 7 gradus, et luce obscurissima quæ cerni vix posset porrigebatur ad gradum usque duodecimum vel paulo ultra. Sed et Feb. 9 et 10 ubi caput nudis oculis videri desierat, caudam gradus duos longam per telescopium contemplatus sum. Porro si cauda oriretur ex refractione materiæ cœlestis, et pro figura cœlorum deflecteretur de Solis oppositione, deberet deflexio illa in iisdem cœli regionibus in eandem semper partem fieri. Atqui Cometa anni 1680 Decemb. 28, hora 8½ P.M. Londini versabatur in ♄ 8^{gr} 41', cum latitudine boreali 28^{gr} 6' Sole existente in ♊ 18^{gr} 26'. Et Cometa anni 1577 Decemb. 29 versabatur in ♄ 8^{gr}.41' cum latitudine boreali 28^{gr}.40' Sole etiam existente in ♊ 18^{gr}.26' circiter. Utroque in casu Terra versabatur in eodem loco et Cometa apparebat in eadem cœli parte: in priori tamen casu cauda Cometæ (ex meis et aliorum observationibus) declinabat angulo graduum 4½ ab oppositione Solis aquilonem^[105] versus, in posteriore vero (ex observationibus Tychonis) declinatio erat graduum 21 in austrum. Igitur repudiât cœlorum refractione superest ut phænomena caudarum ex materiâ aliquâ reflectente deriventur. Vapores autem qui spatijs tam immensis implendis sufficiant ex Cometarum atmosphæris oriri posse sic facile intelligitur.

{J}{S.} ^[106]Aer juxta superficiem terræ spatium occupare noscitur quasi 1200 vicibus majus quam aqua ejusdem gravitatis, adeoque aeris columna cylindrica pedes 1200 alta, ejusdem est ponderis cum aquæ columnâ pedali latitudinis ejusdem. Columna autem aeris ad summitatem atmosphæræ assurgens æquat pondere suo Columnam aquæ pedes 33 altam circiter, et propterea si columnæ totius aereæ pars inferior pedum 1200 dematur, pars reliqua superior æquabit pondere suo columnam aquæ pedum 32. Igitur in altitudine pedum 1200 seu stadiorum duorum, est pondus aeris incumbentis minus atque adeo raritas aeris compressi major quam juxta superficiem terræ in proportionem 33 ad 32. Quo cognito computare jam licet raritatem aeris per regiones universas subsidio. Corollarij Propositionis LXXII ex hypothesi quod aeris expansio sit compressioni reciproce proportionalis. Comprobata est enim hæc proportio tum Clarissimi Hookij tum aliorum experimentis. Computationem subjunximus in tabula sequente, ubi Columna prima designat altitudinem aeris in milliaribus quorum 4000 æquent semidiametrum terræ; secunda compressionem aeris seu pondus incumbens, ac tertia raritatem seu extensionem aeris ejusdem posito quod gravitas decrescat in ratione duplicatâ <45r> distantiarum a centro terræ. Latinorum vero characteres numerales hic usurpantur pro certo circulorum numero, ut scribendo 0.XVII1224 pro 0.00000000000000001224 et 26956XV pro 26956000000000000000.

AERIS		
Altitudo.	Compressio.	Exporrectio.
0	33	1
5	17.8515	1.8486
10	9.6717	3.4151
20	2.852	11.571
40	0.2525	136.83
400	0.XVII1224	26956XV
4000	0.CV4465	73907CII
40000	0.CXCII1628	20263CLXXXIX
400000	0.CCX7895	41798CCVII
4000000	0.CCXII9878	33414CCIX
Infinita	0.CCXII6041	54622CCIX

Ex hac tabulâ liquet aerem in progressu ad superiora rarefieri, ut aeris qui terræ proximus est Sphæra diametro digiti unius descripta, et eadem deinceps rarefactione dilatatus atque aer in altitudine decem semidiametrorum terrestrium impleret plus Spatiij quàm cælum universum (juxta computationem superiorem) cis fixas occupat. Et quamvis ob longe crassiorem Cometarum atmosphæram, magnamque vim centripetam circumsolarem fieri possit ut aer in Spatijs cœlestibus inque Cometarum caudis non adeo rareseat, perexiguam tamen quantitatem aeris et vaporum ad omnia illa caudarum phænomena abunde sufficere ex hac computatione perspicuum est. Nam et caudarum insignis raritas colligitur ex astris translucetibus. Atmosphæra terrestris luce Solis splendens crassitudine paucorum milliarium et astra omnia et ipsam Lunam obscurat et extinguit penitus: per immensam verò caudarum crassitudinem luce pariter Solari illustratam astra minima absque claritatis detrimento translucere noscuntur.

[107]Ascensum caudarum ex atmosphæris capitum et progressum in partes a Sole aversas Keplerus ascribit actioni radiorum lucis materiam caudæ secum rapientium. Et auram longè tenuissimam in Spatijs liberrimis actioni radiorum cedere non est a ratione prorsus alienum, non obstante quod substantiæ crassæ in impeditissimis regionibus nostris a radijs sensibilibus propelli nequeant. Author alius particulas tam leves quam graves dari posse existimat et materiam caudarum levitare perque levitatem suam a Sole ascendere. Cùm autem gravitas corporum terrestrium sit ut materia in corporibus adeoque servatâ quantitate materiæ intendi et remitti nequeat, suspicor ascensum illum ex rarefactione materiæ caudarum oriri. Ascendit fumus in camino impulsu aeris cui innatat. Aer ille per calorem rarefactus ascendit ob diminutam gravitatem specificam et fumum implicatum rapit secum. Quidni cauda Cometæ ad eundem modum <46r> ascenderit a Sole? Nam radij Solares non agitant Media quæ permeant nisi in reflexione et refractione. Particulæ reflectentes eâ actione calefactæ calefacient auram ætheream cui implicantur. Illa calore sibi communicato rarefiet et ob diminutam ea raritate gravitatem suam specificam quâ prius tendebat in Solem ascendet instar fluminis et secum rapiet particulas reflectentes ex quibus cauda componitur: impetu etiam lucis solaris (ut jam dictum est) ascensum promovente.

[108]Caudas autem a capitibus oriri et in regiones a Sole aversas ascendere confirmatur præterea ex legibus quas observant. Ut quod in planis orbium Cometarum per Solem transeuntibus jacentes deviant ab oppositione Solis in eas semper partes quas capita in orbibus illis progredientia relinquunt. Quod spectatori in his planis constituto apparent in partibus a Sole directè aversis, digrediente autem spectatore de his planis deviatio paulatim sentitur et in dies apparet major. Quod deviatio cæteris paribus minor est ubi cauda obliquior est ad orbem Cometæ, ut et ubi caput ad Solem propius accedit. Quod caudæ non deviantes apparent rectæ deviantes autem incurventur. Quod curvatura major est ubi major est deviatio, et magis sensibilis ubi cauda cæteris paribus longior est: nam in brevioribus curvatura ægre animadvertitur. Quod deviationis angulus minor est juxta caput cometæ, major juxta caudæ extremitatem alteram, atque adeo quod cauda convexo sui latere partes respicit a quibus fit deviatio quæque in recta sunt linea a Sole per caput Cometæ in infinitum ducta. Et quod caudæ quæ prolixiores sunt et latiores et luce vegetiore micant, sint ad latera convexa paulò splendidiore et limite minus indistincto terminatæ quam ad concava. Pendent igitur phænomena caudæ a motu capitis non autem a regione cœli in quo caput conspicitur, et propterea non fiunt per refractionem calorum sed a capite suppeditante materiam. oriuntur. Etenim ut in aere nostro fumus corporis cujusvis igniti petit superiora idque vel perpendiculariter si corpus quiescat vel oblique si corpus moveatur in latus; ita in cœlis ubi corpora gravitant in Solem fumi et vapores ascendere debent a Sole (uti jam dictum est) et superiora vel recta petere si corpus fumans quiescit vel oblique si corpus progrediendo loca semper deserit a quibus superiores vaporis partes ascenderant. Et obliquitas ista minor erit ubi ascensus vaporis velocior est, nimirum in vicinia Solis et juxta corpus fumans. Namque ibi potentior est vis illa Solaris quâ vapor ascendit.} Ex obliquitatis autem diversitate incurvabitur vaporis columna et quia vapor in columnæ latere præcedente paulò recentior est, ideo etiam is ibidem aliquanto densior erit lucemque propterea copiosius reflectet et limite minus indistincto terminabitur; vapore ad latus alterum paulatim languescente et ex oculis <47r> seorsim evanescente.

[109]Cæterum rerum naturalium causas reddere non est hujus instituti: vera an falsa fuerint descendere hæc quæ modo dicta sunt, id saltem in superioribus confecimus, radios a caudis Cometarum secundum lineas rectas per cœlos propagari, adeoque a partibus cœlorum venire in quibus caudæ spectatoribus ubicumque constitutis [110]apparent, quæque adeo a capitibus Cometarum in regiones a Sole aversas porriguntur. Et hoc fundamento limitem denuò Cometarum distantijs in hunc modum ponimus. Representet S Solem T Terram STA distantiam Cometæ a Sole et ATB apparentem longitudinem caudæ. Et quoniam lux propagatur a termino caudæ secundum lineam rectam TB reperietur terminus ille alicubi in linea TB. Sit ipse punctum D jungeque DS secantem lineam TA in C. Et quia cauda semper opponitur Soli quamproxime et propterea Sol, caput Cometæ et terminus caudæ jacent in directum, reperietur caput Cometæ in C. Ipsi TB parallelam age SA occurrentem lineæ TA in A et Cometæ caput C necessariò reperietur inter T et A eò, quòd terminus caudæ reperitur alicubi in linea infinita TB et lineæ omnes SD quæ ab S ad lineam TB duci possunt secant lineam TA alicubi inter T et A. Quare Cometa non potest longius abesse a terrâ quàm intervallo TA, nec a Sole quàm intervallo SA ultra Solem vel ST citra. Exempli gratia, Decemb. 12 1680 Cometa distabat 9^{gr} a Sole et longitudo caudæ erat 35^{gr}. ad minimum. Constituatur ergo triangulum TSA cujus angulus T æquetur distantiae graduum 9 et angulus A angulo ATB seu longitudini caudæ graduum 35 et erit SA ad ST id est limes maximæ possibilis distantiae Cometæ a Sole ad semidiametrum orbis magni ut sinus anguli T ad sinum anguli A hoc est ut 3 ad 11 circiter. Quare Cometa eo tempore minus distabat a Sole quam $\frac{3}{11}$ parte distantiae terræ a Sole et propterea versabatur aut intra orbem Mercurij aut inter orbem illum et terram. Rursus Decemb. 21 distantia Cometæ a Sole erat $32\frac{2}{5}$ ^{gr} et longitudo caudæ 70^{gr}. Ergo ut sinus $32\frac{2}{5}$ ^{gr} ad sinum 70^{gr} hoc est ut 4 ad 7 ita erat limes intervalli inter Cometam & Solem ad distantiam terræ a Sole et propterea Cometa nondum excesserat orbe Veneris. Decemb. 28 distantia Cometæ a Sole erat 55^{gr} et Longitudo caudæ 56^{gr}. Ergo limes intervalli inter Cometam et Solem nondum æquabat distantiam terræ a Sole: et propterea Cometa nondum excesserat orbe Telluris. Ex parallaxi autem colligitur quod excessus ille incidit in Jan. 5 circiter quodque Cometa descendebat longe infra orbem Mercurij. Concedamus ipsum in perihelio fuisse Decemb. 8 quo tempore cum Sole conjungebatur et in

itinere a perihelio ad exitum de orbe telluris consumentur dies 28 adeoque diebus viginti sex vel septem sequentibus quibus <48r> oculo inermi videri desijt, vix duplicabat distantiam suam a Sole. Iisdem argumentis limitando distantias aliorum Cometarum pervenitur tandem ad hanc conclusionem quod Cometæ omnes quamdiu se nobis ostendunt, versantur intra spatium sphæricum centro Sole et intervallo Solis ac terræ vel duplicato vel ad summum triplicato descriptum.

[111]Versantur igitur Cometæ toto apparitionis tempore intra Sphæram activitatis vis circumsolaris, adeoque agitantur ipsius impulsu et propterea (per Corollarium 1 Propositionis XII) describunt Conicas Sectiones umbilicos habentes in centro Solis, et radijs ad Solem ductis conficiunt areas proportionales temporibus. Nam vis illa in immensum propagata reget motus corporum longe ultra orbem Saturni.

[112]Cæterum de Cometis Hypothesis est triplex: eos vel generari et interire quoties apparent et evanescent, vel de fixarum regionibus venientes præterire. Systema nostrorum Planetarum, vel denique circa Solem in orbibus valde excentricis perpetuo revolvi. Casu primo Cometæ pro varia sua velocitate movebuntur in Sectionibus quibuscunque Conicis, secundo movebuntur in Hyperbolis, utroque indifferenter frequentabunt regiones omnes tam polorum quam eclipticæ, tertio motus peragentur in Ellipsis valde excentricis et ad speciem Parabolarum quamproxime accedentibus orbes autem (si lex Planetarum servetur) haud multum divaricabunt a plano Eclipticæ. Et quantum hactenus animadvertere potui casus tertius obtinet. Nam Cometæ maximè frequentant Zodiacum, et vix unquam pertingunt ad latitudinem heliocentricam graduum quadraginta: Moventur etiam in orbibus quamproxime parabolicis, uti colligo ex eorum velocitate. Nam velocitas qua Parabola describetur est ubivis ad velocitatem qua Cometa vel Planeta in circulo ad eandem a Sole distantiam revolvi posset in dimidiatâ ratione numeri binarij ad unitatem (per Corollarium 7, Propositionis XV.) Et meo quidem calculo talis circiter reperta est Cometarum velocitas. Rem examinavi colligendo præterpropter velocitates ex distantijs ac distantias ex parallaxi et phænomenis caudæ conjunctim. Errores in velocitatis excessu vel defectu haud majores obvenere quam qui ex erroribus in distantijs eâ ratione collectis oriri potuerint. Sed et usus sum hujusmodi ratiocinio{.}

[113]Diviso orbis magni Radio in partes mille, designent numeri in tabulæ sequentis columna prima distantiam verticis Parabolæ a centro Solis in his partibus et Cometa temporibus in columna secunda expressis movebitur a perihelio ad superficiem Sphæræ quæ centro Sole et radio orbis magni describitur et temporibus in Columnis 3, 4, et 5 expressis duplicabit, triplicabit et quadruplicabit eandem suam a Sole distantiam.

<49r>

TAB. I.

Distantia inter centrum Solis et perihelium Cometæ	Tempus transitus Cometæ a perihelio ad distantiam a Sole radio Orbis magni			
	æqualem.	duplicato æqualem.	triplicato æqualem.	quadruplicato æqualem.
0	27 ^{dies} .11 ^{hor} .12 ^{min}	77 ^{dies} .16 ^{hor} .28 ^{min}	142 ^{dies} .17 ^{hor} .14 ^{min}	219 ^{dies} .23 ^{hor} .42 ^{min}
5	27 .16 . 7	77 .23 .25		
10	27 .21 . 0	78 . 6 .24		
20	28 . 6 .40	78 .22 .13	143 .11 .44	221 . 8 .55
40	29 . 1 .32	79 .23 .34		
80	30 .13 .25	82 . 4 .57		
160	33 . 5 .29	86 .10 .28	153 .14 . 7	232 .12 .20
320	37 . 3 .28	93 .23 .38		
640	37 . 9 .49	105 . 1 .28		
1280	105 .19 .25	206 . 6 . 3	297 . 3 .48
2560	147 .22 .32	299 . 6 .30

[114]Quo tempore Cometa ingreditur Sphæram orbis magni vel de eadem egreditur innotescit præterpropter ex parallaxi; expeditius autem per hanc Tabulam

TAB. II.

Distantia appa- rens Cometæ a Sole	Cometæ motus apparens diurnus in orbe suo		Distantia cometæ a Terra in partibus quarum 1000 sunt radius orbis magni
	directus.	retrogradus.	
60 ^{gr.}	2 ^{gr.} .18 ^{min.}	0 ^{gr.} .20 ^{min.}	1000
65	2 .33	0 .35	845
70	2 .55	0 .57	684
72	3 . 7	1 . 9	618
74	3 .23	1 .25	551
76	3 .43	1 .45	484
78	4 .10	2 .12	416
80	4 .47	2 .49	347
82	5 .45	3 .47	278
84	7 .18	5 .20	209
86	10 .27	8 .19	140
88	18 .37	16 .39	70
90	Infin.	Infin	00

[115] Incidit ingressus vel egressus in tempus distantiae Cometæ a Sole in Columnâ primâ e regione motus diurni expressæ. Sic anno 1681 Jan. 4. stylo vetero motus diurnus apparens Cometæ in orbe ipsius erat quasi 3^{gr.}.5'. Huic respondens distantia est 71 $\frac{2}{3}$ ^{gr.}, Et assecutus est Cometa hanc a Sole distantiam Jan. 4 circa horam sextam pomeridianam. Rursus anno 1680 Novemb. 11 Cometæ qui tunc apparuit motus diurnus erat quasi 4 $\frac{2}{3}$ ^{gr.}, et huic respondens distantia 79 $\frac{2}{3}$ ^{gr.} incidit in Novemb. 10 paulò ante mediam noctem. Hisce quidem temporibus Cometæ assecuti sunt distantiam quam habuit Terra a Sole, Et Terra jam fere in perihelio versabatur. Computata est autem Tabula prior pro mediocri distantia terræ a Sole assumpta partium 1000, Et major est hæc distantia intervallo quod terra quasi spatio diei unius motu suo annuo vel Cometa spatio horarum 16 motu suo percurrere potest. Ut Cometa reducatur ad mediocrem hanc distantiam partium 1000, addantur temporì priori et auferantur posteriori horæ sexdecim et tempus prius evadet Jan. 4, hora vespertina 10: posterius Novemb. 10, hora matutina 6 circiter. Ex motuum diurnorum tenore et progressu colligitur quod <50r> conjungebatur Cometa uterque cum Sole inter Dec. 7 et Dec. 9. Inde ad Jan. 4 hora 10 vespertina ex una parte et Nov. 10 hora 6 matutina ex altera, sunt # < insertion from f 49v > # dies quasi 28. Atque tot dies (per Tab. I) in trajectorijs Parabolicis consumi debebant.

[116] Cæterum ex coincidentia periheliorum & velocitatum consensu verisimile fit Cometæ hosce, quos ut duos jam consideravi, non duos fuisse sed unum et eundem Cometam. Ea lege < text from f 50r resumes > Ea lege orbita hujus Cometæ vel Parabola erit vel Conisectio a Parabola parum discrepans et superficiem Solis propemodum tanget in vertice. Namque ex Tabula II distantia Cometæ a terra erat Novemb. 10, partium 360 circiter et Jan. 4 partium 630 circiter. Inde et ex longitudinibus et latitudinibus Cometæ colligitur distantiam locorum a se invicem in quibus Cometa tunc versabatur fuisse partium quasi 280. Hujus dimidium 140 est ordinatim applicata ad orbitam Cometæ abscindens partem axis ejus radio orbis magni (seu partibus 1000) æqualem circiter. Et inde dividendo quadratum ordinatæ 140 per axis partem abscissam 1000 invenietur latus rectum 19.6 seu numero rotundo 20: Cujus pars quarta 5 est distantia inter verticem orbitæ et centrum Solis. Distantiæ partium 5 in Tabula prima congruunt dies 27, horæ 16, min. 7. Tanto igitur tempore Cometa conficiet iter in Orbe Parabolico inter Aphelium suum et Superficiem Sphæricam orbis magni radio partium 1000 descripti, atque adeo tempus illud duplicatum seu dies 55 et horas 8 $\frac{1}{4}$ consumet motu suo toto intra orbem magnum. Atque ita se res habet. Namque a Novemb. 10, hora 6 matutina quando Cometa hunc orbem ingressus est ad Jan. 4, hora 10 vespertina quando is eodem egressus est sunt dies 55 et horæ 16. Differentia horarum 7 $\frac{3}{4}$ in rudi hocce computo contemnenda est, et forte ex motu paulo tardius in Orbita Elliptica confecto oriri potest. Inter ingressum et egressum tempus medium incidit in Decem. 8, hora 2 matutina. Igitur hoc tempore debuit Cometa reperiri in perihelio. Et ecce Hallejus hoc ipso die proximè ante ortum Solis caudam perbreve latam et fulgentissimam (uti diximus) ex horizonte perpendiculariter surgentem vidit. Ex situ caudæ colligitur Cometam jam prætergressum fuisse Eclipticam et latitudinem borealem habuisse adeoque perihelium quod ex altera parte Eclipticæ jacebat jam tum præterisse, nondum tamen pervenisse ad meridianum Solis. Inter perihelium itaque et conjunctionem Solis Cometa jam consistens versabatur ante horas paucas in perihelio. Namque in tanta Solis vicinia moveri debuit celerrimè et singulis horis gradus fere dimidios apparenter percurrere.

[117][118] Similibus computis colligo quod Cometa anni 1618 ingressus erat Sphæricum limitem orbis magni Decem. 7 ad Solis occasum. Incidit autem ipsius conjunctio cum Sole in Novemb. 9 vel 10 circiter dies intercedunt quasi 28 ut in Cometa

20

27

37

superiore. Nam et ex caudæ <50v> < insertion from f 50v > 0 58 < text from f 50v resumes > <51r> magnitudine qua par fuit

1 : 33

2 : 59

8 : 20

Cometæ superiori verisimile est ipsum pariter propemodum rasisse Solare corpus. Fulserunt hoc anno Cometæ quatuor quorum hic fuit ultimus. Secundum qui primo conspectus est in vicinia Solis orientis Octob. 31 et mox sub radijs Solaribus evanuit, suspicor eundem fuisse cum quarto qui de radijs Solaribus emersit circa Novemb. 9. His adde quod Cometa anni 1607 Sphæram orbis magni ingressus fuit, Sept. 14 stylo vetero accessit ad minimam suam a Sole distantiam circa Octob. 19. Dies intercedunt 35. Distantia illa Perihelij a Sole subtendebat angulum apparentem quasi 23^{gr} ad terram adeoque erat partium 390. Tot autem partibus in Tab. I. respondent dies 34 circiter. Porrò Cometa anni 1665 in Sphæram orbis annui intrabat circa Martium 17 et ad perihelium accedebat circa Apr. 16 intercedentibus diebus 30. Distantia inter perihelium et Solem subtendebat angulum quasi 7^{gr} . ad terram, adeoque erat partium quasi 122. Et his partibus in Tab. I. respondent dies 30.

[119]Rursus Cometa anni 1682 intrabat in Sphæram orbis magni circa Aug. 11 et in perihelio versabatur circa Sept. 16 a Sole tunc distans intervallo partium quasi 350 quibus in Tab. I. congruunt dies $33\frac{1}{2}$. Quinetiam celebris ille Regiomontani Cometa qui anno 1472 per regionem poli borealis trajiciendo confecit uno die iter graduum quadraginta, limitem orbis magni ingrediebatur Jan. 21 quo tempore polum præteribat, et inde properans ad Solem occultabatur sub radijs Solaribus in ultimis diebus Februarij. Unde verisimile est quod dies triginta aut paulò plures consumpti sint inter ingressum illum et perihelium Cometæ, quodque adeo Cometa iste revera non celerior fuerit alijs Cometis, neque aliunde quàm ex transitu suo per viciniam terræ tantam assecutus sit celeritatem apparentem.

[120]Est igitur Cometarum velocitas, quatenus ea per hujusmodi computationes nimium rudes definiri queat, ea ipsa quacum Parabolæ vel his affines Ellipses describi debeant: et propterea ex data inter Cometam et Solem distantia datur quamproximè. Et hinc oritur Problema tale.

Datur relatio inter velocitatem Cometæ et distantiam ipsius a centro Solis, requiritur Trajectoria

Solutio autem hoc Problemate habebitur tandem methodus determinandi Trajectorias Cometarum quam exactissimè. Nam si relatio illa bis assumatur et inde trajectoria bis computetur, deinde ex observationibus inveniatur error Trajectoriæ utriusque; potest assumptio per regulam falsæ positionis corrigi et sic tertia inveniri trajectoria quæ cum observationibus plane congruet. Et hac methodo <52r> determinando Cometarum trajectorias sciri tandem potest exactius quasnam regiones hæc corpora percurrunt, quantæ sint eorum velocitates, cujus generis trajectorias describunt, et quænam sint caudarum veræ magnitudines et formæ pro varijs capitum distantijs a Sole. Quin etiam sperandum est quod hac methodo sciri tandem possit utrum Cometæ Statis temporibus in orbem redeant et quibus temporum periodis revolutiones singulorum complentur. Solvitur autem Problema colligendo primum ex tribus vel pluribus observationibus motum horarium Cometæ ad tempus datum, deinde ex hoc motu trajectoriam derivando. Sic pendet inventio trajectoriæ ab unica observatione motuque horario tempore illius observationis, atque adeo seipsam vel probabit vel redarguet. Nam conclusio quæ ex motu horæ unius et alterius et hypotesi falsa deducitur, nunquam congruet cum motibus Cometarum a principio ad finem. Methodus computationis totius ita se habet.

Lemma 1.

[121]Datas positione duas rectas OR TP tertia RP ad rectum angulum TRP secare ea lege ut si ad datum aliquod punctum S ducatur recta SP, datum sit contentum Solidum sub ductæ illa SP et quadrato rectæ OR terminatæ ad datum punctum O.[122]

Confit graphice sic. Sit contentum illud datum $M^{\text{quad.}} \times N$. Ad rectæ Cx punctum quodvis r erige perpendiculum rp occurrens ipsi FP in p. Et per puncta Sp age Sq æqualem $\frac{M^{\text{q}} \times N}{O_r^{\text{quad}}}$. Simili Methodo age tres vel plures rectas S 2q S 3q &c et per puncta omnia q, 2q, 3q acta linea regularis q 2q 3q secabit rectam TP in puncto P, a quo demittendum est perpendiculum PR. Q.E.F.

Trigonometricè sic. Assumatur linea novissimè inventa TP, et inde in triangulis TPR, TPS dabuntur perpendiculara TR, SB et in triangulo SBP latus SP et error $\frac{M^{\text{q}}N}{OR^{\text{q}}} - SP$. Fac ut error iste puta D sit ad errorem novum puta E, ut error 2p 2q + 3p 3q ad errorem 2p 3p vel error 2p 2q + vel - D ad errorem 2p P et error ille novus additus vel subductus longitudini TP dabit longitudinem correctam TP + vel - E. Electio additionis vel subductionis inspectione Schematis dirigitur. Siquando opus fuerit ulteriore correctione, operationem repete.

[123]Arithmeticè sic. Puta factum, sitque lineæ TP graphicè inventæ correctæ longitudo TP ± e: et correctæ longitudines linearum OR, BP et SP erunt $OR \pm \frac{TR}{TP}e$, $BP \pm e$ et $\sqrt{SP^{\text{q}} \pm 2BP \times e + ee} = \frac{M^{\text{q}}N}{OR^{\text{q}} \pm \frac{2OR \times TR}{TP}e + \frac{TR^{\text{q}}}{TP^{\text{q}}}ee}$. Unde per <53r> methodum serierum convergentium fit $SP \pm \frac{BP}{SP}e + \frac{SB^{\text{q}}}{2SP^{\text{c}}}ee \ \&c = \frac{M^{\text{q}}N}{OR^{\text{q}}} \{ \mp \frac{M^{\text{q}}N}{OR^{\text{c}}}e \} \pm \frac{M^{\text{q}}N}{OR^{\text{c}}}e + \frac{M^{\text{q}}N}{OR^{\text{q}}}ee \ \&c$. Pro datis $\frac{M^{\text{q}}N}{OR^{\text{q}}} - SP$,

$\pm \frac{BP}{SP} \pm \frac{M^qN}{OR^c}, \frac{M^qN}{OR^{q^a}} - \frac{SB^q}{2SP^c}$ scribe $F, \frac{F}{G}, \frac{F}{GH}$, et signis probe observatis fiet $GH - ee = He$ seu $G - \frac{ee}{H} = e$. Hinc, neglecto termino perexiguo $\frac{ee}{H}$, prodit $e = G$. Si error $\frac{ee}{H}$ non est contemnendus, pone $G - \frac{GG}{H} = e$.

Et nota quod his insinuat Methodus generalis solvendi difficiliora Problemata tam Trigonometricè quam Arithmeticè absque perplexis illis computis et resolutionibus affectarum æquationum quæ hactenus in usu fuerunt.

Lemma 2.

[124] Datas positione tres rectas quarta secare cujus partes interceptæ datam habeant proportionem ad invicem, quæque transeat per punctum quod in una earum datur.

Dentur positione AB AC BC et in AC detur punctum D. Ipsi AB agatur parallela DG occurrens BC in G: capiatur GF ad BG in data illa ratione et agatur FDE. Erit FD ad DE ut FG ad BG. Q.E.F.

Trigonometricè sic. In triangulo CGD dantur anguli et latus CD, et inde latera reliqua, et ex datis rationibus dantur lineæ GF et BE.

Lemma 3.

[125] Ad datum tempus invenire graphics exponere motum horarium Cometæ.

Ex observationibus probæ fidei dentur tres Longitudines Cometæ. Sunt harum differentiæ ATR, RTB et requiratur motus horarius ad tempus observationis longitudinis intermediæ TR. Ducatur per Lemma 2 recta ARB cujus partes interceptæ AR, RB sint ut tempora inter observationes. Et si corpus tempore toto totam percurrat lineam AB uniformiter et interea spectetur de loco T, is erit motus ejus apparens circa punctum R qui fuit Cometæ tempore observationis TR quamproxime.

Idem accuratiùs.

Dentur longitudines hinc inde magis distantes Ta, Tb et per Lemma 2 ducatur aRb cujus partes aR, Rb sint ut tempora inter observationes aTR, RTb. Secet hæc lineas TA, TB in D et E et quoniam error inclinationis TRa crescit quasi in duplicata ratione temporis inter observationes age FRG ea lege ut vel angulus DRF ad angulum ARF vel linea DF ad lineam AF sit in duplicata ratione temporis totius inter <54r> observationes aTb ad tempus totum inter observationes ATB, atque loco lineæ AB superius inventæ usurpetur linea jam inventa FG.

Convenit angulos ATR, RTB, aTA, BTb haud minores adhiberi quam decem vel quindecim graduum ac tempora ipsis respondentia haud majora quam dierum octo vel duodecim, atque longitudines capi ubi Cometa celerrimè movetur. Hoc enim pacto errores observationum minorem habebunt rationem ad differentias longitudinum.

Lemma 4.

Ad data tempora invenire longitudines Cometæ.

Fit capiendi in linea FG distantias Pr, Rs temporibus proportionales, et ducendo lineas Tr, Ts. Operatio trigonometrica palam est.

[126] Lemma 5.

Invenire latitudines.

Ad radios TF, TR, TG erigantur normaliter tangentes observatarum latitudinum Ff, RP, Gg. Ipsi fg parallela ducatur PH. Huic occurrentia perpendiculara rp, pπ tangentes erunt latitudinum quæsitarum ad radios Tr, Tp.

Problema 1.

[127] Ex assumpta ratione velocitatis determinare Trajectoriam Cometæ.

Designent S Solem; t, T, τ loca tria æquidistantia telluris in ipsius Orbita; p, P, π loca totidem respondentia Cometæ in ipsius Trajectoria, interpositis inter singula intervallis horæ unius; pr, PR, πp perpendiculara demissa ad planum Eclipticæ, et rRp vestigium Trajectoriæ in hoc plano. Jungantur Sp, SP, Sπ, SR, ST, tr, TR, tp, TP, et coeant tr, tp in O. Converget TR ad idem O quamproximè. Error contemnendus est. Per Lemmata præcedentia dantur anguli rOR, Rop et proportiones pr ad tr, PR ad TR, πp ad tp. Datur etiam figura tTrO magnitudine et positione una cum distantia TS et angulis STR, PTR, STP. Assumamus velocitatem Cometæ in loco P esse ad velocitatem Planetæ gyrantis in circulo ad eandem a Sole distantiam SP, ut v ad 1 et determinanda erit linea pPπ hac lege ut sit spatium a Cometa duabus horis descriptum pπ, ad spatium $v \times t\tau$ (hoc est ad spatium quod tellus eodem tempore describit multiplicatum per numerum v) in dimidiata ratione distantiae telluris a Sole ST ad distantiam Cometæ a Sole SP; utque sit spatium pP hora prima a Cometa descriptum ad spatium Pπ hora secunda a <55r> Cometa descriptum ut velocitas in p ad velocitatem in P hoc est in dimidiata ratione distantiae SP ad distantiam Sp, sive in ratione 2SP ad SP + Sp. Minutias enim toto hoc opere negligo quæ errorem sensibilem creare nequeunt.

Imprimis igitur ut in resolutione æquationum affectarum Mathematici prima vice radicem conjecturâ colligunt, sic in hoc opere analytico conjecturam faciendo assequor ut possim distantiam quæsitam TR et per Lemma 2 duco rp primùm ita ut rR et Rp æquentur, deinde (ubi proportio SP ad Sp hinc innotuerit) ita ut sit rR ad Rp, uti 2SP ad Sp + SP, et invenio rationes linearum $p\pi$, rp, et OR ad invicem. Ponatur esse M ad $v \times t\tau$ ut OR ad $p\pi$, et ob proportionalia $p\pi$ quadratum ad quadratum ex $v \times t\tau$ et ST ad SP erit ex æquo OR^q ad M^q ut ST ad SP, adeoque contentum Solidum OR^q \times SP æquale dato M^q \times ST. Unde (si triangula STP PTR jam locentur in eodem plano) dabuntur TR, TP, SP, PR per Lemma 1. Hæc omnia perago primum graphicè opere celeri et rudi, dein graphicè majori cum diligentia, ultimò per computationem numeralem. Tum denuò situm linearum rp, $p\pi$ determino accuratissimè una cum nodis et inclinatione plani Sp π ad planum Eclipticum, inque plano illo Sp π , per Propositionem XVI describo Trajectoriam in qua corpus movebitur emissum de dato loco P secundum datam rectam $p\pi$, ea cum velocitate quæ sit ad velocitatem telluris ut $p\pi$ ad $v \times t\tau$. Q.E.F.

Problema 2.

Assumptam velocitatis rationem et inventam Trajectoriam corrigere.

Adhibeatur observatio Cometæ sub finem motus aliave aliqua quam longissimè distans ab observationibus prius adhibitis et radij qui in illa observatione ad Cometam ducitur, planique Sp π quæatur intersectio, ut et locus Cometæ in trajectoria ad tempus illius observationis. Si intersectio ista incidit in hunc locum, argumento est Trajectoriam rectè inventam esse. Sin minus, sumendus erit novus numerus v et trajectoria nova invenienda, dein locus Cometæ in hac Trajectoria tempore observationis illius probatoriæ et intersectio radij cum plano Trajectoriæ determinandi ut prius. Et ex variatione erroris collata cum variatione aliarum quantitatum colligetur per regulam auream quantæ debeant esse variationes seu correctiones illarum aliarum quantitatum ut error evadat quam minimus. Quibus <56r> adhibitis correctionibus habebitur Trajectoria exactè satis, posito quod computatio innixa fuit observationibus exactis quodque non multum erratum fuit in assumptione quantitatis v. Nam si multum erratum fuit iterandum est opus eousque dum Trajectoria inveniatur exactè satis. Q.E.F.

[1] I Cælos esse fluidos.

[2] Archimedes in Arenario. Aristotelis liber 2 de cælo. Plutarchus liber 3 de placitis Philosophorum & in Numa

[3] II Principium motus circularis in spatijs liberis.

[4] III Effectus virium centripetarum.

[5] IV Certitudo argumenti.

[6] *The contents of this note are only visible in the diplomatic transcript because they were deleted on the original manuscript*

[7] VI Duræ consequentiæ.

[8] V Vires centripetas ad singula Planetarum centra tendere.

[9] VI Vires centripetas decrescere in duplicata ratione distantiarum a Planetarum centris.

[10] VII Planetas superiores Solem cingere & radijs ad ipsum ductis areas describere temporibus proportionales.

[11] {C. pr 9}

[12] p2

[13] VIII Vim qua Planetæ superiores reguntur non dirigi ad terram. Eandem dirigi ad Solem.

[14] 3 p.

[15] IX Vim circumsolarem per omnes Planetarum regiones decrescere in duplicata ratione distantiarum a Sole.

[16] 4

[17] *The contents of this note are only visible in the diplomatic transcript because they were deleted on the original manuscript*

[18] X Vim circumterrestrem decrescere in duplicata ratione distantiarum a Terra. Probatur ex hypothesi quod Terra quiescit.

[19] XI Probatur ex Hypothesi quod terra movetur.

[20] XII Decrementum virium in duplicata ratione distantiarum a Terra et Planetis probatur ex Planetarum excentricitate & Apsidum motu tardissimo.

- [21] *The contents of this note are only visible in the diplomatic transcript because they were deleted on the original manuscript*
- [22] XIII Quantitas virium tendentium ad singulos Planetas. Ingens vis circumsolaris.
- [23] D. Prim 17
- [24] XIV Exigua vis circumterrestris.
- [25] 2
- [26] *The contents of this note are only visible in the diplomatic transcript because they were deleted on the original manuscript*
- [27] XV Planetarum diametri apparentes
- [28]
- [29] *The contents of this note are only visible in the diplomatic transcript because they were deleted on the original manuscript*
- [30] XVI Correctio diametrorum apparentium
- [31] p 4
- [32] *The contents of this note are only visible in the diplomatic transcript because they were deleted on the original manuscript*
- [33] XVIII Cur Planetæ sint aliqui magis alij minus densi, sintque vires ut quantitas materiæ in singulis.
- [34] XIX Alia virium et corporum analogia. Probatur in cœlestibus.
- [35] XX Probatur in terrestribus.
- [36] XXI. Analogiarum consensus.
- [37] >E Prim 25
- [38] XXII Et coincidentia.
- [39] XXIII Insensibilis esse corporum parvorum vires
- [40] *The contents of this note are only visible in the diplomatic transcript because they were deleted on the original manuscript*
- [41] *The contents of this note are only visible in the diplomatic transcript because they were deleted on the original manuscript*
- [42] XXIV Tendere tamen vires ad corpora omnia terrestria proportionales quantitati materiæ
- [43] XXV Probatur easdem vires in corpora cœlestia tendere.
- [44] these
- [45] *The contents of this note are only visible in the diplomatic transcript because they were deleted on the original manuscript*
- [46] XXVI Decrescere vires a Planetarum superficiebus extrorsum in duplicata ratione, introrsum in ratione distantiarum a centris.
- [47] XXVIII Planetas omnes circa solem revolvi.
- [48] p. 8
- [49] *The contents of this note are only visible in the diplomatic transcript because they were deleted on the original manuscript*
- [50] F Prim 33
- [51] Finis Lectionem anni 1687
- [52] Planetarum omnium commune gravitatis centrum quiescere & solem tardissimè moveri. Definitur motus Solis.

- [53] Planetas nihilo minus revolvi in Ellipsis umbilicos habentibus in Sole et radijs ad Solem ductis areas describere temporibus proportionales.
- [54] De orbium dimensionibus deque motu Apheliorum et Nodorum.
- [55] {Pr F}
- [56] M
- [57] Ex principijs allatis derivantur motus omnes Lunares hactenus ab Astronomis notati:
- [58] Ut et alij nonnulli nondum observati motus inæquabiles.
- [59] Et distantiae Lunæ a terra ad tempus datum.
- [60] Derivantur motus Satellitum Jovis et Saturni ex motibus Lunæ.
- [61] Planetas respectu fixarum æquabili motu circum axes suos revolvi, et hunc motum ad æquationem temporis aptissimum esse.
- [62] G. Prim 41
- [63] Lunam pariter motu diurno circa axem suum revolvi & inde librationem ipsius oriri.
- [64] De præcessionem æquinociorum, deque motu libratorio axis telluris et Planetarum.
- [65] Mare bis fluere debere et bis refluere singulis diebus, & æstum incidere in horam tertiam ab appulsu Luminaris ad meridianum loci.
- [66] Æstos maximos in Syzygijs Luminarium ac Terræ, minimos in quadraturis fieri idque hora tertia ab appulsu Lunæ ad meridianum Loci: ast extra Syzygias et quadraturas deviare aliquantulum ab hora illa tertia in horam tertiam ab appulsu
- [67] Majores esse æstus ubi Luminaria sunt in perigæis.
- [68] Majores esse æstus circa æquinocia.
- [69] Æstus extra Æquatorem vicibus alterius majores & minores fieri.
- [70] G 6
- [71] Per motus impressi conservationem minui differentiam æstuum & fieri quoque ut æstus maximus menstruus sit tertius a syzygia.
- [72] Motus maris impedimento alveorum retardari.
- [73] H Prim 49
- [74] Ex alveorum et litorum impedimentis varia oriri phænomena: ut quod mare non nisi semel intumescat diebus singulis.
- [75] Philosophical Transactions Num 162. Aug 20 1684.
- [76] Tempora æstum intra fluviorum alveos esse magis in æqualia quam in Oceano.
- [77] Æstus a mari majore et profundiore majores oriri & majores esse ad litora Continentium quam in medio mari ad insulas, atque adhuc majores in sinibus vadosis ore lato in Oceanum patentibus.
- [78] Ex Principiis allatis computatur vis Solis ad perturbandos motus Lunæ.
- [79] Computatur vis Solis ad mare movendum.
- [80] Computatur altitudo æstus sub æquatore ex vi Solis oriunda.
- [81] ~~{I}{J}~~ Prim 57
- [82] Computatur altitudo æstus sub parallelis ex vi Solis oriunda.

[83] p 2

[84] Ratio æstuum sub æquatore in Syzygijs et quadraturis ex vi Solis & Lunæ conjunctim.

[85] {I}{J} p 3.

[86] Computatur vis Lunæ ad æstus ciendos & altitudo aquæ inde oriunda.

[87] Has vires Solis et Lunæ vix aliter quam per æstus Maris sentiri posse.

[88] Corpus Lunare esse quasi sextuplo densius quam solare.

[89] Lunam densior{em} esse terra nostra {in} ratione 3 ad 2 {cir}citer.

[90] De Fixarum distantia

[91] K Prim. 65

[92] Cometas, quoties in conspectum veniunt esse Jove propiores, probatur ex parallaxi in longitudinem.

[93] Probatur ex parallaxi in latitudinem.

[94] Probatur aliter ex parallaxi.

[95] Ex luce capitum probatur Cometas descendere ad orbem Saturni.

[96] Ut et longè infra orbem Jovis, et quandoque infra orbem Terræ.

[97] Idem probatur ex insigni splendore caudarum in vicinia Solis.

[98] L Prim 73

[99] Probatur ex luce capitum quatenus ea cæteris paribus major est in vicinia Solis.

[100] The names of the months in Italics

[101] Idem confirmatur ex magno numero Cometarum visorum in regione Solis.

[102] Confirmatur etiam ex caudis majoribus et splendidioribus post conjunctionem capitum cum Sole quam antea.

[103] Caudas oriri ex atmosphæris Cometarum.

[104] M. Prim. 81

[105] M p 3.

[106] Aeris et vaporum immensam esse raritatem in spatijs cœlestibus: et perexiguam vaporum quantitatem ad phænomena caudarum sufficere.

[107] Quo pacto Cauda oriri possint ex atmosphæris capitum.

[108] Easdem ex his atmosphæris oriri docetur ex ipsarum varijs phænomenis.

[109] Cometas infra orbem Mercurij quandoque descendere probatur ex caudis.

[110] N Prim 89

[111] Cometas moveri in Sectionibus Conicis umbilicum habentibus in centro Solij & radijs ad centrum illud ductis areas describere temporibus proportionales.

[112] Sectiones illas Conicas esse Parabolis finitimas. Id ex velocitate Cometarum colligitur.

[113] Quanto tempore Cometæ in Trajectorijs Parabolicis percurrant orbem magnum

- [114] Quo temporæ Cometæ ingrediuntur orbem magnum et egrediuntur eodem.
- [115] Qua velocitate Cometæ anni 1680 orbem magnum trajecerint.
- [116] Cometæ hosce non fuisse duos sed unum et eundem Cometam. Quo orbe et qua velocitate hic cœlos trajecit docetur ex actus.
- [117] O. Prim 197
- [118] Qua velocitate Cometæ moventur docetur pluribus exemplis.
- [119] 2
- [120] Proponitur inventio Trajectoriæ Cometarum.
- [121] In Problematis solutionem præmittuntur Lemmata.
- [122] larger Character
- [123] Nota \pm significat + vel – ambiguè et \mp ponitur pro signo contrario.
- [124] larger Character
- [125] larger
- [126] P. pr 105
- [127] Solvitur Problema.
-