

De Munde Systemate (Liber Tertius)

Author: Isaac Newton

Source: *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* (London: 1687).

<401>

DE Mundi Systemate LIBER TERTIUS.

IN Libris præcedentibus principia Philosophiæ tradidi, non tamen Philosophica sed Mathematica tantum, ex quibus videlicet in rebus Philosophicis disputari possit. Hæc sunt motuum & virium leges & conditiones, quæ ad Philosophiam maximè spectant. Eadem tamen, ne sterilia videantur, illustravi Scholiis quibusdam Philosophicis, ea tractans quæ generalia sunt, & in quibus Philosophia maximè fundari videtur, uti corporum densitatem & resistantiam, spatia corporibus vacua, motumque Lucis & Sonorum. Superest ut ex iisdem principiis doceamus constitutionem Systematis Mundani. De hoc argumento composueram Librum tertium methodo populari, ut à pluribus legeretur. Sed quibus Principia posita satis intellecta non fuerint, ij vim consequentiarum minimè percipient, neque præjudicia deponent quibus à multis retro annis insueverunt: & propterea ne res in disputationes trahatur, summam libri illius transtuli in Propositiones, more Mathematico, ut ab iis solis legantur qui principia prius evolverint. Veruntamen quoniam Propositiones ibi quam plurimæ occurrant, quæ Lectoribus etiam Mathematicè doctis moram nimiam injicere possint, author esse nolo ut quisquam eas omnes evolvat; suffecerit siquis Definitiones, Leges motuum & sectiones tres priores Libri primi sedulò legat, dein transeat ad hunc Librum de Mundi Systemate, & reliquas Librorum priorum Propositiones hic citatas pro lubitu consulat.

<402>

HYPOTHESES.

Hypoth. I. *Causas rerum naturalium non plures admitti debere, quàm quæ & vera sint & earum Phænomenis explicandis sufficiunt.*

Natura enim simplex est & rerum causis superfluis non luxuriat.

Hypoth. II. *Ideoque effectuum naturalium ejusdem generis eædem sunt causæ.*

Uti respirationis in Homine & in Bestia; descensus lapidum in *Europa* & in *America*; Lucis in Igne culinari & in Sole; reflexionis lucis in Terra & in Planetis.

Hypoth. III. *Corpus omne in alterius cujuscunque generis corpus transformari posse, & qualitatum gradus omnes intermedios successivè induere.*

Hypoth. IV. *Centrum Systematis Mundani quiescere.*

Hoc ab omnibus concessum est, dum aliqui Terram alii Solem in centro quiescere contendant.

Hypoth. V. *Planetas circumjoviales, radiis ad centrum Iovis ductis, areas describere temporibus proportionales, eorumque tempora periodica esse in ratione sesquialtera distantiarum ab ipsius centro.*

Constat ex observationibus Astronomicis. Orbes horum Planetarum non differunt sensibilibus à circulis Jovi concentricis, & motus eorum in his circulis uniformes deprehenduntur. Tempora verò periodica esse in ratione sesquialtera semidiametrorum orbium consentiunt Astronomici: & *Flamstedius*, qui omnia Micrometro & per Eclipses Satellitum accuratius definivit, literis ad me datis, quinetiam numeris suis mecum communicatis, significavit rationem illam sesquialteram tam accuratè obtinere, quàm sit possibile sensu deprehendere. Id quod ex Tabula sequente manifestum est.

<403>

Satellitum tempora periodica.

1d . 18h . 28³/₅. 3d . 13h . 17⁹/₁₀. 7d . 3h . 59³/₅. 16d . 18h . 5¹/₅.

Distantiæ Satellitum à centro Jovis.

Ex Observationibus	1.	2	3	4	
Cassini	5.	8.	13.	23.	Semidiam. Jovis.
Borelli	5 ² / ₃ .	8 ² / ₃ .	14.	24 ² / ₃ .	Semidiam. Jovis.
Tounlei per Micromet-	5,51.	8,78.	13,47.	24,72.	Semidiam. Jovis.
Flamstedii per Microm.	5,31.	8,85.	13,98.	24,23.	Semidiam. Jovis.
Flamst. per Eclips. Satel.	5,578.	8,876.	14,159.	24,903.	Semidiam. Jovis.
Ex temporibus periodicis.	5,578.	8,878.	14,168.	24,968.	

Hypoth. VI. *Planetas quinque primarios Mercurium, Venerem, Martem, Jovem & Saturnum Orbibus suis Solem cingere.*

Mercurium & Venerem circa Solem revolvī ex eorum phasibus lunaribus demonstratur. Plenâ facie lucentes ultra Solem siti sunt, dimidiatâ è regione Solis, falcata cis Solem; per discum ejus ad modum macularum nonnunquam transeuntes. Ex Martis quoque plena facie prope Solis conjunctionem, & gibbosa in quadraturis, certum est quod is Solem ambit. De Jove etiam & Saturno idem ex eorum phasibus semper plenis demonstratur.

Hypoth. VII. *Planetarum quinque primariorum, & (vel Solis circa Terram vel) Terræ circa Solem tempora periodica esse in ratione sesquialtera mediocrium distantiarum à Sole.*

Hæc à *Keplero* inventa ratio in confesso est apud omnes. Eadem utique sunt tempora periodica, eædemque orbium dimensiones, sive Planetæ circa Terram, sive iidem circa Solem revolvantur. Ac de mensura quidem temporum periodicorum convenit inter Astronomos universos. Magnitudines autem Orbium *Keplerus* & *Bullialdus* omnium diligentissimè ex Observationibus determinaverunt: & distantie mediocres, quæ temporibus periodicis respondent, non <404> differunt sensibilibus à distantis quas illi invenerunt, suntque inter ipsas ut plurimum intermedie; uti in Tabula sequente videre licet.

		h	⌒	σ	ð	♀	♄
<i>Planetarum ac Telluris Distantiæ mediocres à Sole.</i>	Secundum <i>Keplerum</i>	951000.	519650.	152350.	100000.	72400.	38806.
	Secundum <i>Bullialdum</i>	954198.	522520.	152350.	100000.	72398.	38585.
	Secundum tempora periodica	953806.	520116.	152399.	100000.	72333.	38710.

De distantiiis Mercurii & Veneris à Sole disputandi non est locus, cum hæ per eorum Elongationes à Sole determinantur. De distantiiis etiam superiorum Planetarum à Sole tollitur omnis disputatio per Eclipses Satellitum Jovis. Etenim per Eclipses illas determinatur positio umbræ quam Jupiter projicit, & eo nomine habetur Jovis longitudo Heliocentrica. Ex longitudinibus autem Heliocentrica & Geocentrica inter se collatis determinatur distantia Jovis.

Hypoth. VIII. *Planetæ primarios radiis ad Terram ductis areas describere temporibus minimè proportionales; at radiis ad Solem ductis areas temporibus proportionales percurrere.*

Nam respectu terræ nunc progrediuntur, nunc stationarii sunt, nunc etiam regrediuntur: At Solis respectu semper progrediuntur, idque propemodum uniformi cum motu, sed paulo celerius tamen in Periheliis ac tardius in Apheliis, sic ut arearum æquabilis sit descriptio. Propositio est Astronomis notissima, & in Jove apprime demonstratur per Eclipses Satellitum, quibus Eclipsibus Heliocentricas Planetæ hujus longitudes & distantias à Sole determinari diximus.

Hypoth. IX. *Lunam radio ad centrum terræ ducto aream tempori proportionalem describere.*

Patet ex Lunæ motu apparente cum ipsius diametro apparente collato. Perturbatur autem motus Lunaris aliquantulum à vi Solis, sed errorum insensibiles minutias Physicis in hisce Hypothesibus negligo.

<405>

Prop. I. Theor. I.

Vires, quibus Planetæ circumjoviales perpetuo retrahuntur à motibus rectilineis & in orbibus suis retinentur, respicere centrum Jovis, & esse reciproce ut quadrata distantiarum locorum ab eodem centro.

Patet pars prior Propositionis per Hypoth. V. & Prop. II. vel III. Lib. I. & pars posterior per Hypoth. V. & Corol. 6. Prop. IV. ejusdem Libri.

Prop. II. Theor. II.

Vires, quibus Planetæ primarii perpetuo retrahuntur à motibus rectilineis, & in Orbibus suis retinentur, respicere Solem, & esse reciproce ut quadrata distantiarum ab ipsius centro.

Patet pars prior Propositionis per Hypoth. VIII. & Prop. II. Lib. I. & pars posterior per Hypoth. VII. & Prop. IV. ejusdem Libri. Accuratissimè autem demonstratur hæc pars Propositionis per quietem Apheliorum. Nam aberratio quam minima à ratione duplicata (per Corol. I. Prop. XLV. Lib. I.) motum Apsidum in singulis revolutionibus notabilem, in pluribus enormem efficere deberet.

Prop. III. Theor. III.

Vim qua Luna retinetur in Orbe suo respicere terram, & esse reciproco ut quadratum distantiae locorum ab ipsius centro.

Patet assertionis pars prior, per Hypoth. IX. & Prop. II. vel III. Lib. I. & pars posterior per motum tardissimum Lunaris Apogæi. Nam motus ille, qui singulis revolutionibus est graduum tantum trium in consequentia, contemni potest. Patet enim, per Corol 1. Prop. XLV. Lib. I. quod si distantia Lunæ à centro Terræ dica <406> tur D , vis à qua motus talis oriatur, sit reciproce ut $D^2 \frac{4}{243}$, id est reciproce ut ea ipsius D dignitas, cujus index est $2 \frac{4}{243}$, hoc est in ratione distantiae paulo majore quam duplicata inverse, sed quæ vicibus $60 \frac{3}{4}$ propius ad duplicatam quam ad triplicatam accedit. Tantillus autem accessus meritò contemnendus est. Oritur verò ab actione Solis (uti posthac dicitur) & propterea hic negligendus est. Restat igitur ut vis illa, quæ ad Terram spectat, sit reciproce ut D^2 ; id quod etiam plenius constabit, conferendo hanc vim cum vi gravitatis, ut fit in Propositione sequente.

Prop. IV. Theor. IV.

Lunam gravitare in terram, & vi gravitatis retrahi semper à motu rectilineo, & in orbe suo retineri.

Lunæ distantia mediocris à centro Terræ est semidiametrorum terrestrium, secundum plerosque Astronomorum 59, secundum *Vendelinum* 60, secundum *Copernicum* $60 \frac{1}{3}$, secundum *Kircherum* $62 \frac{1}{2}$, & secundum *Tychonem* $56 \frac{1}{2}$. Ast *Tycho*, & quotquot ejus Tabulas refractionum sequuntur, constituendo refractiones Solis & Lunæ (omnino contra naturam Lucis) majores quam fixarum, idque scrupulis quasi quatuor vel quinque, auxerunt Parallaxin Lunæ scrupulis totidem, hoc est quasi duodecima vel decima quinta parte totius parallaxeos. Corrigitur iste error, & distantia evadet quasi 61 semidiametrorum terrestrium, fere ut ab aliis assignatum est. Assumamus distantiam mediocrem sexaginta semidiametrorum; & Lunarem periodum respectu fixarum compleri diebus 27, horis 7, minutis primis 43, ut ab Astronomis statuitur; atque ambitum Terræ esse pedum Parisiensium 123249600, uti à Gallis mensurantibus nuper definitum est: & si Luna motu omni privari fingatur, ac dimitti ut, urgente vi illa omni qua in Orbe suo retinetur, descendat in terram; hæc spatio minuti primi cadendo describet pedes Parisienses $15 \frac{1}{12}$. Colligitur <407> hoc ex calculo, vel per Propositionem xxxvi Libri primi, vel (quod eodem recedit) per Scholium Propositionis quartæ ejusdem Libri, confecto. Unde cum vis illa accedendo ad terram augeatur in duplicata distantiae ratione inversâ, adeoque ad superficiem Terræ major sit vicibus 60×60 quam ad Lunam, corpus vi illa in regionibus nostris cadendo describere deberet spatio minuti unius primi pedes Parisienses $60 \times 60 \times 15 \frac{1}{12}$, & spatio minuti unius secundi pedes $15 \frac{1}{12}$. Atqui corpora in regionibus nostris vi gravitatis cadendo describunt tempore minuti unius secundi pedes Parisienses $15 \frac{1}{12}$, uti *Hugenius*, factis pendulorum experimentis & computo inde inito, demonstravit: & propterea vis qua Luna in orbe suo retinetur, illa ipsa est quam nos gravitatem dicere solemus. Nam si gravitas ab ea diversa est, corpora viribus utrisque conjunctis Terram petendo duplo velocius descendent, & spatio minuti unius secundi cadendo describent pedes Parisienses $30 \frac{1}{6}$: omnino contra experientiam.

Calculus hic fundatur in Hypothesi quod Terra quiescit. Nam si Terra & Luna circa Solem moveantur, & interea quoque circa commune gravitatis centrum revolvantur: distantia centrorum Lunæ ac Terræ ab invicem erit $60 \frac{1}{2}$ semidiametrorum terrestrium; uti computationem (per Prop. LX. Lib. I.) ineunti patebit.

Prop. V. Theor. V.

Planetæ circumjoviales gravitare in Jovem, & circumsolares in Solem, & vi gravitatis suæ retrahi semper à motibus rectilineis, & in orbibus curvilineis retineri.

Nam revolutiones Planetarum circumjovialium circa Jovem, & Mercurii ac Veneris reliquorumque circumsolarium circa Solem sunt Phænomena ejusdem generis cum revolutione Lunæ circa Terram; & propterea per Hypoth. II. à causis ejusdem generis dependent: præsertim cùm demonstratum sit quod vires, à quibus revolutiones illæ dependent, respiciant centra Jovis ac Solis, & re <408> cedendo à Jove & Sole decrescant eadem ratione ac lege, qua vis gravitatis decrescit in recessu à Terra.

Corol. 1. Igitur gravitas datur in planetas universos. Nam Venerem, Mercurium cæterosque esse corpora ejusdem generis cum Jove nemo dubitat. Certe Planeta Hugenianus, eodem argumento quo Satellites Jovis gravitant in Jovem, gravis est in Saturnum. Et cum attractio omnis (per motus legem tertiam) mutua sit, Saturnus vicissim gravitabit in Planetam Hugenianum. Eodem argumento Jupiter in Satellites suos omnes, Terraque in Lunam, & Sol in Planetas omnes primarios gravitabit.

Corol. 2. Gravitationem, quæ Planetam unumquemque respicit, esse reciproçè ut quadratum distantiae locorum ab ipsius centro.

Prop. VI. Theor. VI.

Corpora Omnia in Planetas singulos gravitare, & pondera eorum in eundem quemvis Planetam, paribus distantiiis à centro Planetæ, proportionalia esse quantitati materiæ in Singulis.

Descensus gravium omnium in Terram (dempta saltem inæquali retardatione quæ ex Aeris perexigua resistentia oritur) æqualibus temporibus fieri jamdudum observarunt alii; & accuratissimè quidem notare licet æqualitatem temporum in Pendulis. Rem tentavi in auro, argento, plumbo, vitro, arena, sale communi, ligno, aqua, tritico. Comparabam pixides duas lineas rotundas & æquales. Unam implebam ligno, & idem auri pondus suspendebam (quàm potui exactè) in alterius centro oscillationis. Pixides ab æqualibus pedum undecim filis pendentes constituebant Pendula, quoad pondus, figuram & aeris resistentiam omnino paria: Et paribus oscillationibus juxta positæ ibant unà & redibant diutissime. Proinde copia materiæ in auro (per Corol. 1. & 6. Prop. XXIV. Lib. II.) erat ad copiam materiæ in ligno, ut vis motricis actio in totum aurum ad ejusdem actionem in totum lignum; hoc <409> est ut pondus ad pondus. Et sit in cæteris. In corporibus ejusdem ponderis differentia materiæ, quæ vel minor esset quàm pars millesima materiæ totius, his experimentis manifestò deprehendi potuit. Jam verò naturam gravitatis in Planetas eandem esse atque in Terram non est dubium. Elevari enim fingantur corpora hæc Terrestria ad usque Orbem Lunæ, & una cum Lunâ motu omni privata demitti, ut in Terram simul cadant; & per jam ante ostensa certum est quod temporibus æqualibus describent æqualia Spatia cum Luna, adeoque quod sunt ad quantitatem materiæ in Luna, ut pondera sua ad ipsius pondus. Porrò quoniam Satellites Jovis temporibus revolvuntur quæ sunt in ratione sesquialtera distantiarum a centro Jovis, erunt eorum gravitates acceleratrices in Jovem reciproçè ut quadrata distantiarum à centro Jovis; & propterea in æqualibus à Jove distantiiis eorum gravitates acceleratrices evaderent æquales. Proinde temporibus æqualibus ab æqualibus altitudinibus cadendo describerent æqualia Spatia, perinde ut fit in gravibus, in hac Terra nostra. Et eodem argumento Planetæ circumsolares ab æqualibus à Sole distantiiis dimissi, descensu suo in Solem æqualibus temporibus æqualia spatia describerent. Vires autem, quibus corpora inæqualia æqualiter accelerantur, sunt ut corpora; hoc est pondera ut quantitates materiæ in Planetis. Porrò Jovis & ejus Satellitum pondera in Solem proportionalia esse quantitatibus materiæ eorum, patet ex motu Satellitum quam maxime regulari; per Corol. 3. Prop. LXV. Lib. I. Nam si horum aliqui magis traherentur in Solem pro quantitate materiæ suæ quàm cæteri, motus Satellitum (per Corol. 2. Prop. LXV. Lib. I.) ex inæqualitate attractionis perturbarentur. Si (paribus à Sole distantiiis) Satelles aliquis gravior esset in Solem pro quantitate materiæ suæ, quam Jupiter pro quantitate materiæ suæ, in ratione quacunque data, puta d ad e : distantia inter centrum Solis & centrum Orbis Satellitis major semper foret quam distantia inter centrum Solis & centrum Jovis in ratione dimidiata quam proximè; uti calculis quibusdam initis inveni. Et si Satelles minus gravis esset in Solem in ratione illa d ad e , distantia <410> centri Orbis Satellitis à Sole minor foret quàm distantia centri Jovis à Sole in ratione illa dimidiata. Igitur si in æqualibus à Sole distantiiis, gravitas acceleratrix Satellitis cujusvis in Solem major esset vel minor quàm gravitas acceleratrix Jovis in Solem, parte tantum millesima gravitatis totius; foret distantia centri Orbis Satellitis à Sole major vel minor quàm distantia Jovis à Sole parte $\frac{1}{260}$, distantia totius, id est parte quinta distantiae Satellitis extimi à centro Jovis: Quæ quidem Orbis excentricitas foret valde sensibilis. Sed Orbes Satellitum sunt Jovi concentrici, & propterea gravitates acceleratrices Jovis & Satellitum in Solem æquantur inter se. Et eodem argumento pondera Saturni & Comitis ejus in Solem, in æqualibus à Sole distantiiis, sunt ut quantitates materiæ in ipsis: Et pondera Lunæ ac Terræ in Solem vel nulla sunt, vel earum massis accuratè proportionalia.

Quinetiam pondera partium singularum Planetæ cujusque in alium quemcunque sunt inter se ut materia in partibus singulis. Nam si partes aliquæ plus gravitarent, aliæ minus, quàm pro quantitate materiæ, Planeta totus, pro genere partium quibus maximè abundet, gravitaret magis vel minus quàm pro quantitate materiæ totius. Sed nec refert utrum partes illæ externæ sint vel internæ. Nam si verbi gratia corpora Terrestria, quæ apud nos sunt, in Orbem Lunæ elevari fingantur, & conferantur cum corpore Lunæ: Si horum pondera essent ad pondera partium externarum Lunæ ut quantitates materiæ in iisdem, ad pondera verò partium internarum in majori vel minori ratione, forent eadem ad pondus Lunæ totius in majori vel minori ratione: contra quam supra ostensum est.

Corol. 1. Hinc pondera corporum non pendent ab eorum formis & texturis. Nam si cum formis variari possent, forent majora vel minora pro varietate formarum in æquali materia: omninò contra experientiam.

Corol. 2. Igitur corpora universa quæ circa Terram sunt, gravia sunt in Terram; & pondera omnium, quæ æqualiter à centro Terræ distant, sunt ut quantitates materiæ in iisdem. Nam si æther <411> aut corpus aliud quodcunque vel gravitate omnino destitueretur vel pro quantitate materiæ suæ minus gravitaret, quoniam id non differt ab aliis corporibus nisi in forma materiæ, posset idem per mutationem formæ gradatim transmutari in corpus ejusdem conditionis cum iis quæ pro quantitate materiæ quam maximè gravitant, (per Hypoth. III.) & vicissim corpora maxime gravia, formam illius gradatim induendo, possent gravitatem suam gradatim amittere. Ac proinde pondera penderent à formis corporum, possentque cum formis variari, contra quam probatum est in Corollario superiore.

Corol. 3. Itaque Vacuum necessariò datur. Nam si spatia omnia plena essent, gravitas specifica fluidi quo regio aeris impleretur, ob summam densitatem materiæ, nil cederet gravitati specificæ argenti vivi, vel auri, vel corporis alterius cujuscunque densissimi; & propterea nec aurum neque aliud quodcunque corpus in aere descendere posset. Nam corpora in fluidis, nisi specificè graviora sint, minimè descendunt.

Corol. 4. Gravitationem diversi generis esse à vi magnetica. Nam attractio magnetica non est ut materia attracta. Corpora aliqua magis trahuntur, alia minus, plurima non trahuntur. Estque vis magnetica longe major pro quantitate materiæ quam vis gravitatis: sed & in eodem corpore intendi potest & remitti; in recessu verò à magnete decrescit in ratione distantiae plusquam duplicata; propterea quod vis longe fortior sit in contactu, quam cum attrahentia vel minimum separantur ab invicem.

Prop. VII. Theor. VII.

Gravitationem in corpora universa fieri, eamque proportionalem esse quantitati materiæ in singulis.

Planetas omnes in se mutuò graves esse jam ante probavimus, ut & gravitationem in unumquemque seorsim spectatum esse reciproçè ut quadratum distantiae locorum à centro Planetæ. Et inde consequens <412> est, (per Prop. LXIX. Lib. I. & ejus Corollaria) gravitationem in omnes proportionalem esse materiæ in iisdem.

Porrò cum Planetæ cujusvis A partes omnes graves sint in Planetam quemvis B , & gravitas partis cujusque sit ad gravitatem totius, ut materia partis ad materiam totius, & actioni omni reactio (per motus Legem tertiam) æqualis sit; Planeta B in partes omnes Planetæ A vicissim gravitabit, & erit gravitas sua in partem unamquamque ad gravitatem suam in totum, ut materia partis ad materiam totius. $Q.E.D.$

Corol. 1. Oritur igitur & componitur gravitas in Planetam totum ex gravitate in partes singulas. Cujus rei exempla habemus in attractionibus Magneticis & Electricis. Oritur enim attractio omnis in totum ex attractionibus in partes singulas. Res intelligetur in gravitate, concipiendo Planetas plures minores in unum Globum coire & Planetam majorem componere. Nam vis totius ex viribus partium componentium oriri debet. Siquis objiciat quod corpora omnia, quæ apud nos sunt, hac lege gravitare deberent in se mutuò, cùm tamen ejusmodi gravitas neutiquam sentiatur: Respondeo quod gravitas in hæc corpora, cum sit ad gravitatem in Terram totam ut sunt hæc corpora ad Terram totam, longe minor est quam quæ sentiiri possit.

Corol. 2. Gravitatio in singulas corporis particulas æquales est reciproçè ut quadratum distantiae locorum à particulis. Patet per Corol. 3. Prop. LXXIV. Lib. I.

Prop. VIII. Theor. VIII.

Si Globorum duorum in se mutuò gravitantium materia undique, in regionibus quæ à centrīs æqualiter distant, homogenea sit: erit pondus Globi alterutrius in alterum reciproçè ut quadratum distantiae inter centra.

Postquam invenissem gravitationem in Planetam totum oriri & componi ex gravitatibus in partes; & esse in partes singulas reciproçè <413> proportionalem quadratis distantiarum à partibus: dubitabam an reciproca illa proportio duplicata obtineret accuratè in vi tota ex viribus pluribus composita, an verò quam proximè. Nam fieri posset ut proportio illa in majoribus distantiiis satis obtineret, at prope superficiem Planetæ, ob inæquales particularum distantias & situs dissimiles, notabiliter erraret. Tandem verò, per Prop. LXXV. Libri primi & ipsius Corollaria, intellexi veritatem Propositionis de qua hic agitur.

Corol. 1. Hinc inveniri & inter se comparari possunt pondera corporum in diversos Planetas. Nam pondera corporum æqualium circum Planetas in circulis revolvuntur sunt (per Prop. IV. Lib. I.) ut diametri circulorum directè & quadrata temporum periodicorum inversè; & pondera ad superficies Planetarum aliasve

quasvis à centro distantias majora sunt vel minora (per hanc Propositionem) in duplicata ratione distantiarum inversa. Sic ex temporibus periodicis Veneris circa Solem dierum $224\frac{2}{3}$, Satellitis extimi circumjovialis circa Jovem dierum $16\frac{3}{4}$, Satellitis Hugeniani circa Saturnum dierum 15 & horarum $22\frac{2}{3}$, & Lunæ circa Terram 27 *dier. 7 hor. 43 min.* collatis cum distantia mediocri Veneris à Sole; cum Elongatione maxima Heliocentrica Satellitis extimi circumjovialis, quæ (in mediocri Jovis à Sole distantia juxta observationes *Flamstedii*) est 8'. 13"; cum elongatione maxima Heliocentrica Satellitis Saturnii 3'. 20"; & cum distantia Lunæ à Terra, ex Hypothesi quod Solis parallaxis horizontalis seu semidiameter Terræ è Sole visæ sit quasi 20"; calculum ineundo inveni quod corporum æqualium & à Sole, Jove, Saturno ac Terra æqualiter distantium pondera in Solem, Jovem, Saturnum ac Terram forent ad invicem ut 1, $\frac{1}{1100}$, $\frac{1}{2360}$ & $\frac{1}{28700}$ respectivè. Est autem Solis semidiameter mediocris apparens quasi 16'. 6". Illam Jovis è Sole visam *Flamstedius*, ex umbræ Jovialis diametro per Eclipses Satellitum inventa, determinavit esse ad elongationem Satellitis extimi ut 1 ad 24, 9 adeoque cum elongatio illa sit 8'. 13" semidiameter Jovis è Sole visi erit $19''\frac{3}{4}$. Diameter Saturni <414> est ad diametrum Annuli ejus ut 4 ad 9, & diameter annuli è Sole visi (mensurante *Flamstedio*) 50", adeoque semidiameter Saturni è Sole visi 11". Malim dicere 10" vel 9", propterea quod globus Saturni per lucis inæqualem refrangibilitatem nonnihil dilatur. Hinc inito calculo prodeunt veræ Solis, Jovis, Saturni ac Terræ semidiametri ad invicem ut 10000, 1063, 889, & 208. Unde cum pondera æqualium corporum à centris Solis, Jovis, Saturni ac Telluris æqualiter distantium sint in Solem, Jovem, Saturnum ac Terram ut 1, $\frac{1}{1100}$, $\frac{1}{2360}$, $\frac{1}{28700}$ respective, & auctis vel diminutis distantii diminuantur vel augmentur pondera in duplicata ratione; erunt pondera eorundem æqualium corporum in Solem, Jovem, Saturnum & Terram, in distantiiis 10000, 1063, 889 & 208 ab eorum centris, atque adeo in eorum superficiebus versantium, ut 10000, $804\frac{1}{2}$, 536 & $805\frac{1}{2}$ respectivè. Pondera corporum in superficie Lunæ ferè duplo minora esse quam pondera corporum in superficie Terræ dicemus in sequentibus.

Corol. 2. Igitur pondera corporum æqualium, in superficiebus Terræ & Planetarum, sunt fere in ratione dimidiata diametrorum apparentium è Sole visarum. De Terræ quidem diametro è Sole visa nondum constat. Hanc assumpsi 40", propterea quod observationes *Kepleri*, *Riccioli* & *Vendelini* non multo majorem esse permittunt; eam *Horroxii* & *Flamstedii* observationes paulo minorem adstruere videntur. Et malui in excessu peccare. Quòd si fortè diameter illa & gravitas in superficie Terræ mediocris sit inter diametros Planetarum & gravitatem in eorum superficiebus: quoniam Saturni, Jovis, Martis, Veneris & Mercurii è Sole visorum diametri sunt 18", $39''\frac{1}{2}$, 8", 28", 20" circiter, erit diameter Terræ quasi 24", adeoque Parallaxis Solis quasi 12", ut *Horroxius* & *Flamstedius* propemodum statuere. Sed diameter paulo major melius congruit cum Regula hujus Corollarii.

Corol. 3. Innotescit etiam quantitas materiæ in Planetis singulis. Nam quantitates illæ sunt ut Planetarum Vires in distantiiis à se æqualibus; id est in Sole, Jove, Saturno ac Terra ut 1, <415> $\frac{1}{1100}$, $\frac{1}{2360}$, $\frac{1}{28700}$ respectivè. Si Parallaxis Solis statuatur minor quàm 20", debet quantitas materiæ in Terra diminui in triplicata ratione.

Corol. 4. Innotescunt etiam densitates Planetarum. Nam corporum æqualium & homogeneorum pondera in Sphæras homogeneas in superficiebus Sphærarum, sunt ut Sphærarum diametri per Prop. LXXII. Lib. I. ideoque Sphærarum heterogenearum densitates sunt ut pondera applicata ad diametros. Erant autem veræ Solis, Saturni, Jovis ac Terræ diametri ad invicem ut 10000, 889, 1063 & 208, & pondera in eosdem ut 10000, 536, $804\frac{1}{2}$ & $805\frac{1}{2}$, & propterea densitates sunt ut 100, 60, 76, 387. Densitas autem Terræ, quæ hic colligitur, non pendet à Parallaxi Solis, sed determinatur per parallaxin Lunæ, & propterea hic recte definitur. Est igitur Sol paulo densior quàm Jupiter, & Terra multo densior quàm Sol.

Corol. 5. Planetarum autem densitates inter se fere sunt in ratione composita ex ratione distantiarum à Sole & ratione dimidiata diametrorum apparentium è Sole visarum. Nempe Saturni, Jovis, Terræ & Lunæ densitates 60, 76, 387 & 700, fere sunt ut distantiarum reciproca $\frac{1}{9538}$, $\frac{1}{5201}$, $\frac{1}{100}$, & $\frac{1}{1000}$, ducta in radices diametrorum apparentium 18", $39''\frac{1}{2}$, 40", & 11". Diximus utique, in Corollario secundo, gravitatem ad superficies Planetarum esse quam proximè in ratione dimidiata apparentium diametrorum è Sole visarum; & in Lemmate quarto densitates esse ut gravitates illæ applicatæ ad diametros veras: ideoque densitates fere sunt ut radices diametrorum apparentium applicatæ ad diametros veras, hoc est reciproce ut distantie Planetarum à Sole ductæ in radices diametrorum apparentium. Collocavit igitur Deus Planetas in diversis distantiiis à Sole, ut quilibet pro gradu densitatis calore Solis majore vel minore fruatur. Aqua nostra, si Terra locaretur in orbe Saturni, rigesceret, si in orbe Mercurii in vapores statim abiret. Nam lux Solis, cui calor proportionalis est, septuplo densior est in orbe Mercurii quàm apud nos: & Ther <416> mometro expertus sum quod septuplo Solis æstivi calore aqua ebullit. Dubium verò non est quin materia Mercurii ad calorem accommodetur, & propterea densior sit hac nostra; cum materia omnis densior ad operationes Naturales obeundas majorem calorem requirat.

Prop. IX. Theor. IX.

Gravitatem pergendo à superficiebus Planetarum deorsum decrescere in ratione distantiarum à centro quam proximè.

Si materia Planetæ quoad densitatem uniformis esset, obtineret hæc Propositio accuratè: per Prop. LXXIII. Lib. I. Error igitur tantus est, quantus ab inæquabili densitate oriri possit.

Prop. X. Theor. X.

Motus Planetarum in Cælis diutissimè conservari posse.

In Scholio Propositionis XL. Lib. II. ostensum est quod globus Aquæ congelatæ in Aere nostro, liberè movendo & longitudinem semidiametri suæ describendo, ex resistentia Aeris amitteret motus sui partem $\frac{1}{3200}$. Obtinet autem eadem proportio quam proximè (per Prop. XL. Lib. II.) in globis utcunque magnis & velocibus. Jam verò Globum Terræ nostræ densiorem esse quam si totus ex Aqua constaret, sic colligo. Si Globus hicce totus esset aqueus, quæcunque rariora essent quàm aqua, ob minorem specificam gravitatem emergerent & supernatarent. Eaque de causa Globus terreus aquis undique coopertus, si rarior esset quam aqua, emergeret alicubi, & aqua omnis inde defluens congregaretur in regione opposita. Et par est ratio Terræ nostræ maribus magna ex parte circumdatæ. Hæc si densior non esset, emergeret ex maribus, & parte sui pro gradu levitatis extaret ex Aqua, maribus omnibus in <417> regionem oppositam confluentibus. Eodem argumento maculæ Solares leviores sunt quàm materia lucida Solaris cui supernatant. Et in formatione qualicunque Planetarum, materia omnis gravior, quo tempore massa tota fluida erat, centrum petebat. Unde cum Terra communis suprema quasi duplo gravior sit quam aqua, & paulo inferius in fodinis quasi triplo vel quadruplo aut etiam quintuplo gravior reperiatur: verisimile est quod copia materiæ totius in Terra quasi quintuplo vel sextuplo major sit quàm si tota ex aqua constaret; præsertim cum Terram quasi quintuplo densiorem esse quàm Jovem jam ante ostensum sit. Igitur si Jupiter paulo densior sit quàm aqua, hic spatio dierum viginti & unius, quibus longitudinem 320 semidiametrorum suarum describit, amitteret in Medio ejusdem densitatis cum Aere nostro motus sui partem fere decimam. Verum cum resistentia Mediorum minuatur in ratione ponderis ac densitatis, sic ut aqua, quæ vicibus $13\frac{2}{3}$ levior est quàm argentum vivum, minus resistat in eadem ratione; & aer, qui vicibus 800 levior est quàm aqua, minus resistat in eadem ratione: si ascendatur in cælos ubi pondus Medii, in quo Planetæ moventur, diminuitur in immensum, resistentia prope cessabit.

Prop. XI. Theor. XI.

Commune centrum gravitatis Terræ Solis & Planetarum omnium quiescere.

Nam centrum illud (per Legum Corol. 4.) vel quiescet vel progredietur uniformiter in directum. Sed centro illo semper progrediente, centrum Mundi quoque movebitur contra Hypothesin quartam.

<418>

Prop. XII. Theor. XII.

Solem motu perpetuo agitari sed nunquam longe recedere à communi gravitatis centro Planetarum omnium.

Nam cum, per Corol. 3. Prop. VIII. materia in Sole sit ad materiam in Jove ut 1100 ad 1, & distantia Jovis à Sole sit ad semidiametrum Solis in eadem ratione circiter; commune centrum gravitatis Jovis & Solis incidet fere in superficiem Solis. Eodem argumento cùm materia in Sole sit ad materiam in Saturno ut 2360 ad 1, & distantia Saturni à Sole sit ad semidiametrum Solis in ratione paulo minori: incidet commune centrum gravitatis Saturni & Solis in punctum paulo infra superficiem

Solis. Et ejusdem calculi vestigiis insistendo si Terra & Planetæ omnes ex una Solis parte consisterent, commune omnium centrum gravitatis vix integra Solis diametro à centro Solis distaret. Aliis in casibus distantia centrorum semper minor est. Et propterea cum centrum illud gravitatis perpetuo quiescit, Sol pro vario Planetarum situ in omnes partes movebitur, sed à centro illo nunquam longe recedet.

Corol. Hinc commune gravitatis centrum Terræ, Solis & Planetarum omnium pro centro Mundi habendum est. Nam cùm Terra, Sol & Planetæ omnes gravitent in se mutuò, & propterea, pro vi gravitatis suæ, secundum leges motûs perpetuò agitentur: perspicuum est quod horum centra mobilia pro Mundi centro quiescente haberi nequeunt. Si corpus illud in centro locandum esset in quod corpora omnia maximè gravitant (uti vulgi est opinio) privilegium istud concedendum esset Soli. Cum autem Sol moveatur, eligendum erit punctum quiescens, à quo centrum Solis quam minimè discedit, & à quo idem adhuc minus discederet, si modò Sol densior esset & major, ut minus moveretur.

<419>

Prop. XIII. Theor. XIII.

Planetæ moventur in Ellipsis umbilicum habentibus in centro Solis, & radiis ad centrum illud ductis areas describit temporibus proportionales.

Disputavimus supra de his motibus ex Phænomenis. Jam cognitis motuum principiis, ex his colligimus motus cœlestes à priori. Quoniam pondera Planetarum in Solem sunt reciproce ut quadrata distantiarum à centro Solis; si Sol quiesceret & Planetæ reliqui non agerent in se mutuò, forent orbes eorum Elliptici, Solem in umbilico communi habentes, & aræ describerentur temporibus proportionales (per Prop. I. & XI, & Corol. I. Prop. XIII. Lib. I.) Actiones autem Planetarum in se mutuò perexiguæ sunt (ut possint contemni) & motus Planetarum in Ellipsis circa Solem mobilem minus perturbant (per Prop. LXVI. Lib. I.) quàm si motus isti circa Solem quiescentem peragerentur.

Actio quidem Jovis in Saturnum non est omnino contemnenda. Nam gravitas in Jovem est gravitatem in Solem (paribus distantiiis) ut 1 ad 1100; adeoque in conjunctione Jovis & Saturni, quoniam distantia Saturni à Jove est ad distantiam Saturni à Sole fere ut 4 ad 9, erit gravitas Saturni in Jovem ad gravitatem Saturni in Solem ut 81 ad 16×1100 seu 1 ad 217 circiter. Error tamen omnis in motu Saturni circa Solem, à tanta in Jovem gravitate oriundus, evitari fere potest constituendo umbilicum Orbis Saturni in communi centro gravitatis Jovis & Solis (per Prop. LXVII. Lib. I.) & propterea ubi maximus est vix superat minutos duos primos. In conjunctione autem Jovis & Saturni gravitates acceleratrices Solis in Saturnum, Jovis in Saturnum & Jovis in Solem sunt fere ut 16, 81 & $\frac{16 \times 81 \times 2360}{25}$ seu 122342, adeoque differentia gravitatum Solis in Saturnum & Jovis in Saturnum est ad gravitatem Jovis in Solem ut 65 ad 122342 seu 1 ad 1867. <420> Huic autem differentiæ proportionalis est maxima Saturni efficacia ad perturbandum motum Jovis, & propterea perturbatio orbis Jovialis longe minor est quàm ea Saturnii. Reliquorum orbium perturbationes sunt adhuc longe minores.

Prop. XIV. Theor. XIV.

Orbium Aphelia & Nodi quiescunt.

Aphelia quiescunt, per Prop. XI. Lib. I. ut & orbium plana, per ejusdem Libri Prop. I. & quiescentibus planis quiescunt Nodi. Attamen à Planetarum revolvendum & Cometarum actionibus in se invicem orientur inæqualitates aliquæ, sed quæ ob parvitatem contemni possunt.

Corol. 1. Quiescunt etiam Stellæ fixæ, propterea quod datas ad Aphelia Nodosque positiones servant.

Corol. 2. Ideoque cum nulla sit earum parallaxis sensibilis ex Terræ motu annuo oriunda, vires earum ob immensam corporum distantiam nullos edent sensibiles effectus in regione Systematis nostri.

Prop. XV. Theor. XV.

Invenire Orbium transversas diametros.

Capiendæ sunt hæ in ratione sesquialtera temporum periodicorum, per Prop. XV. Lib. I. deinde sigillatim augendæ in ratione summæ massarum Solis & Planetæ cujusque revolvantis ad primam duarum mediè proportionalium inter summam illam & Solem, per Prop. LX. Lib. 1.

<421>

Prop. XVI. Prob. I.

Invenire Orbium Excentricitates & Aphelia.

Problema confit per Prop. XVIII. Lib. I.

Prop. XVII. Theor. XVI.

Planetarum motus diurnos uniformes esse, & librationem Lunæ ex ipsius motu diurno oriri.

Patet per motus Legem I, & Corol. 22. Prop. LXVI. Lib. I. Quoniam verò Lunæ, circa axem suum uniformiter revolvantis, dies menstruus est; hujus facies eadem ulteriorem umbilicum orbis ipsius semper respiciet, & propterea pro situ umbilici illius deviat hinc inde à Terra. Hæc est libratio in longitudinem. Nam libratio in latitudinem orta est ex inclinatione axis Lunaris ad planum orbis. Porro hæc ita se habere, ex Phænomenis manifestum est.

Prop. XVIII. Theor. XVII.

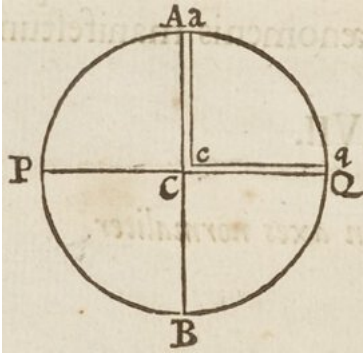
Axes Planetarum diametris quæ ad eosdem axes normaliter ducuntur minores esse.

Planetæ sublato omni motu circulari diurno figuram Sphæricam, ob æqualem undique partium gravitatem, affectare deberent. Per motum illum circularem fit ut partes ab axe recedentes juxta æquatorem ascendere conentur. Ideoque materia si fluida sit ascensu suo ad æquatorem diametros adaugebit, axem verò descensu suo ad polos diminuet. Sic Jovis diameter (consentientibus observationibus *Cassini & Flamstedii*) brevior deprehenditur inter polos quàm ab oriente in occidentem. Eodem argumento, nisi Terra nostra <422> paulò altior esset sub æquatore quàm ad polos, Maria ad polos subsiderent, & juxta æquatorem ascendendo, ibi omnia inundarent.

Prop. XIX. Prob. II.

Invenire proportionem axis Planetæ ad diametros eidem perpendiculares.

Ad hujus Problematis solutionem requiritur computatio multiplex, quæ facilius exemplis quàm præceptis addiscitur. Inito igitur calculo invenio, per Prop. IV. Lib. I. quod vis centrifuga partium Terræ sub æquatore, ex motu diurno oriunda, sit ad vim gravitatis ut 1 ad $290\frac{4}{5}$. Unde si *APBQ* figuram Terræ designet revolutione Ellipseos circa axem minorem *PQ* genitam; sitque *ACQqca* canalis aquæ plena, à polo *Qq* ad centrum *Cc*, & inde ad æquatorem *Aa* pergens: debet pondus aquæ in canali crure *ACca* esse ad pondus aquæ in crure altero *QCcq* ut 291 ad 290, eò quòd vis centrifuga ex circulari motu orta partem unam è ponderis partibus 291 sustinebit & detrahatur, & pondus 290 in altero crure sustinebit partes reliquas. Porro (ex Propositionis XCI. Corollario secundo, Lib. I.) computationem ineundo, invenio quod si Terra constaret ex uniformi materia, motuque omni privaretur, & esset ejus axis *PQ* ad diametrum *AB* ut 100 ad 101: gravitas in loco *Q* in Terram, foret ad gravitatem in eodem loco *Q* in sphæram centro *C* radio *PC* vel *QC* descriptam, ut $126\frac{2}{15}$ ad $125\frac{2}{15}$. Et eodem argumento gravitas in loco *A* in Sphæroidem,



convolutione Ellipseos $APBQ$ circa axem AB descriptam, est ad gravitatem in eodem loco A in Sphæram centro C radio AC descriptam, ut $126\frac{2}{15}$ ad $125\frac{2}{15}$. Est autem gravitas in loco A in Terram, media proportionalis inter gravitates in dictam Sphæroidem & Sphæram, propterea quod <423> Sphæra, diminuendo diametrum PQ in ratione 101 ad 100, vertitur in figuram Terræ; & hæc figura diminuendo in eadem ratione diametrum tertiam, quæ diametris duabus AP , PQ perpendicularis est, vertitur in dictam Sphæroidem, & gravitas in A , in casu utroque, diminuitur in eadem ratione quam proximè. Est igitur gravitas in A in Sphæram centro C radio AC descriptam, ad gravitatem in A in Terram ut 126 ad $125\frac{1}{2}$, & gravitas in loco Q in Sphæram centro C radio QC descriptam, est ad gravitatem in loco A in Sphæram centro C radio AC descriptam, in ratione diametrorum (per Prop. LXXII. Lib. I.) id est ut 100 ad 101: Conjungantur jam hæc tres rationes, $126\frac{2}{15}$ ad $125\frac{2}{15}$, $125\frac{1}{2}$; ad $126\frac{2}{15}$ & 100 ad 101 & fiet gravitas in loco Q in Terram ad gravitatem in loco A in Terram, ut $126 \times 126 \times 100$ ad $125 \times 125\frac{1}{2} \times 101$, seu ut 501 ad 500.

Jam cum per Corol. 3. Prop. XCI. Lib. I. gravitas in canalis crure utrovis $ACca$ vel $QCcq$ sit ut distantia locorum à centro Terræ si crura illa superficiebus transversis & æquidistantibus distinguantur in partes totis proportionales, erunt pondera partium singularum in crure $ACca$ ad pondera partium totidem in crure altero, ut magnitudines & gravitates acceleratrices

conjunctim; id est ut 101 ad 100 & 500 ad 501, hoc est ut 505 ad 501. Ac proinde si vis centrifuga partis cujusque in crure $ACca$ ex motu diurno oriunda, fuisset ad pondus partis ejusdem ut 4 ad 505, eò ut de pondere partis cujusque, in partes 505 divisio, partes quatuor detraheret; manerent pondera in utroque crure æqualia, & propterea fluidum consisteret in æquilibrio. Verum vis centrifuga partis cujusque est ad pondus ejusdem ut 1 ad 290. Hoc est, vis centripeta quæ deberet esse ponderis pars $\frac{4}{505}$ est tantum pars $\frac{1}{290}$, & propterea dico, secundum Regulam auream, quod si vis centrifuga $\frac{4}{505}$ faciat ut altitudo aquæ in crure $ACca$ superet altitudinem aquæ in crure $QCcq$ parte centesima totius altitudinis: vis centrifuga $\frac{1}{290}$ faciet ut excessus altitudinis in crure $ACca$ sit altitudinis in crure altero $QCcq$ pars tantum $\frac{3}{689}$. Est igitur diameter Terræ secundum æquatorem <424> ad ipsius diametrum per polos ut 692 ad 689. Ideoque cùm Terræ semidiameter mediocris, juxta nuperam Gallorum mensuram, sit pedum Parisiensium 19615800 seu milliarium 3923 (posito quod milliare sit mensura pedum 5000;) Terra altior erit ad æquatorem quàm ad polos, excessu pedum 85200 seu milliarium 17.

Si Planeta vel major sit vel densior, minorve aut rarior quàm Terra, manente tempore periodico revolutionis diurnæ, manebit proportio vis centrifugæ ad gravitatem, & propterea manebit etiam proportio diametri inter polos ad diametrum secundum æquatorem. At si motus diurnus in ratione quacunque acceleretur vel retardetur, augebitur vel minuetur vis centrifuga in duplicata illa ratione, & propterea differentia diametrorum augebitur in eadem duplicata ratione. Unde cum Terra respectu fixarum revolvatur horis 23, 56', *Jupiter* autem horis 9, 56', sintque temporum quadrata ut 29 ad 5, differentia diametrorum *Jovis* erit ad ipsius diametrum minorem ut $\frac{29 \times 3}{5 \times 689}$ ad 1, seu 1 ad $39\frac{3}{5}$. Est igitur diameter *Jovis* ab oriente in occidentem ducta, ad ipsius diametrum inter polos ut $40\frac{3}{5}$ ad $39\frac{3}{5}$ quam proximè. Hæc ita se habent ex Hypothesi quod uniformis sit Planetarum materia. Nam si materia densior sit ad centrum quàm ad circumferentiam, diameter, quæ ab oriente in occidentem ducitur, erit adhuc major.

Prop. XX. Prob. III.

Invenire & inter se comparare pondera corporum in regionibus diversis.

Quoniam pondera inæqualium crurum canalis aqueæ $ACQqca$ æqualia sunt; & pondera partium, cruribus totis proportionalium & similiter in totis sitarum, sunt ad invicem ut pondera totorum, adeoque etiam æquantur inter se; erunt pondera æqualium & in cruribus similiter sitarum partium reciproce ut crura, id est reciproce ut 692 ad 689. Et par est ratio homogeneorum & æqualium quorumvis & in canalis cruribus similiter sitorum corporum. Horum <425> pondera sunt reciproce ut crura, id est reciproce ut distantia corporum à centro Terræ. Proinde si corpora in supremis canalium partibus, sive in superficie Terræ consistent; erunt pondera eorum ad invicem reciproce ut distantia eorum à centro. Et eodem argumento pondera, in aliis quibuscunque per totam Terræ superficiem regionibus, sunt reciproce ut distantia locorum à centro; & propterea, ex Hypothesi quod Terra Sphærois sit, dantur proportione.

Unde tale confit Theorema, quod incrementum ponderis, pergendo ab Æquatore ad Polos, sit quam proximè ut Sinus versus latitudinis duplicatæ, vel quod perinde est ut quadratum Sinus recti Latitudinis. Exempli gratia, Latitudo *Lutetiæ Parisiorum* est 48 gr. 45': Ea Insulæ *Goree* prope *Cape Verde* 14 gr. 15': ea *Cayennæ* ad littus *Guaianæ* quasi 5 gr. ea locorum sub Polo 90 gr. Duplorum $97\frac{1}{2}$ gr. $28\frac{1}{2}$ gr. 10 gr. & 180 gr. Sinus versi sunt 11305, 1211, 152, & 20000. Proinde cum gravitas in Polo sit ad gravitatem sub Æquatore ut 692 ad 689, & excessus ille gravitatis sub Polo ad gravitatem sub Æquatore ut 3 ad 689; erit excessus gravitatis *Lutetiæ*, in Insula *Goree* & *Cayennæ*, ad gravitatem sub æquatore ut $\frac{3 \times 11305}{20000}$, $\frac{3 \times 1211}{20000}$ & $\frac{3 \times 152}{20000}$ ad 689, seu 33915, 3633, & 456 ad 13780000, & propterea gravitates totæ in his locis erunt ad invicem ut 13813915, 13783633, 13780456, & 13780000. Quare cum longitudines Pendulorum æqualibus temporibus oscillantium sint ut gravitates, & *Lutetiæ Parisiorum* longitudo penduli singulis minutis secundis oscillantis sit pedum trium Parisiensium & $\frac{17}{24}$ partium digiti; longitudines Pendulorum in Insulâ *Goree*, in illâ *Cayennæ* & sub Æquatore, minutis singulis secundis oscillantium superabuntur à longitudine Penduli Parisiensis excessibus $\frac{81}{1000}$, $\frac{89}{1000}$ & $\frac{90}{1000}$ partium digiti. Hæc omnia ita se habebunt, ex Hypothesi quod Terra ex uniformi materia constat. Nam si materia ad centrum paulò densior sit quàm ad superficiem, excessus illi erunt paulò majores; propterea quod, si materia ad centrum redundans, qua densitas ibi major redditur, subducatur & seorsim spectetur, gravitas in Terram reliquam uniformiter densam erit <426> reciproce ut distantia ponderis à centro; in materiam verò redundantem reciproce ut quadratum distantia à materia illa quam proximè. Gravitas igitur sub æquatore minor erit in materiam illam redundantem quàm pro computo superiore, & propterea Terra ibi propter defectum gravitatis paulò altius ascendet quàm in præcedentibus definitum est. Jam verò Galli factis experimentis invenerunt quod Pendulorum minutis singulis secundis oscillantium longitudo *Parisiis* major sit quàm in Insula *Goree*, parte decima digiti, & major quàm *Cayennæ* parte octava. Paulò majores sunt hæc differentia quàm differentia $\frac{81}{1000}$ & $\frac{89}{1000}$ quæ per computationem superiorem prodire: & propterea (si crassis hisce Observationibus satis confidendum sit) Terra aliquanto altior erit sub æquatore quàm pro superiore calculo, & densior ad centrum quàm in fodinis prope superficiem. Si excessus gravitatis in locis hisce Borealibus supra gravitatem ad æquatorem, experimentis majori cum diligentia institutis, accuratè tandem determinetur, deinde excessus ejus ubique sumatur in ratione Sinus versi latitudinis duplicatæ; determinabitur tum Mensura Universalis, tum Æquatio temporis per æqualia pendula in locis diversis indicati, tum etiam proportio diametrorum Terræ ac densitas ejus ad centrum; ex Hypothesi quod densitas illa, pergendo ad circumferentiam, uniformiter decrescat. Quæ quidem Hypothesis, licet accurata non sit, ad ineundum tamen calculum assumi potest.

Prop. XXI. Theor. XVIII.

Puncta Æquinoctialia regredi, & axem Terræ singulis revolutionibus nutando bis inclinari in Eclipticam & bis redire ad positionem priorem.

Patet per Corol. 20. Prop. LXVI. Lib. I. Motus tamen iste nutandi perexiguus esse debet, & vix aut ne vix quidem sensibilis.

<427>

Prop. XXII. Theor. XIX.

Motus omnes Lunares, omnesque motuum inaequalitates ex allatis Principiis consequi.

Planetas majores, interea dum circa Solem feruntur, posse alios minores circum se revolventes Planetas deferre, & minores illos in Ellipsis, umbilicos in centris majorum habentibus, revolvì debere patet per Prop. LXV. Lib. I. Actione autem Solis perturbabuntur eorum motus multimode, iisque adficiuntur inaequalitatibus quæ in Luna nostra notantur. Hæc utique (per Corol. 2, 3, 4, & 5 Prop. LXVI.) velocius movetur, ac radio ad Terram ducto describit aream pro tempore majorem, orbemque habet minus curvam, atque adeò propius accedit ad Terram, in Syzygiis quàm in Quadraturis, nisi quatenus impedit motus Excentricitatis. Excentricitas enim maxima est (per Corol. 9. Prop. LXVI.) ubi Apogæum Lunæ in Syzygiis versatur, & minima ubi idem in Quadraturis consistit; & inde Luna in Perigæo velocior est & nobis propior, in Apogæo autem tardior & remotior in Syzygiis quàm in Quadraturis. Progreditur insuper Apogæum, & regrediuntur Nodi, sed motu inæquali. Et Apogæum quidem (per Corol. 7 & 8 Prop. LXVI.) velocius progreditur in Syzygiis suis, tardius regreditur in Quadraturis, & excessu progressus supra regressum annuatim fertur in consequentia. Nodi autem (per Corol. II. Prop. LXVI.) quiescunt in Syzygiis suis, & velocissimè regrediuntur in Quadraturis. Sed & major est

Lunæ latitudo maxima in ipsius Quadraturis (per Corol. 10. Prop. LXVI.) quàm in Syzygiis: & motus medius velocior in Perihelio Terræ (per Corol. 6. Prop. LXVI.) quàm in ipsius Aphelio. Atque hæc sunt inæqualitates insigniores ab Astronomis notatæ.

Sunt etiam aliæ quaedam nondum observatæ inæqualitates, quibus motus Lunares adeò perturbantur, ut nulla hactenus lege ad Re <428> gulam aliquam certam reduci potuerint. Velocitates enim seu motus horarii Apogæi & Nodorum Lunæ, & eorundem æquationes, ut & differentia inter excentricitatem maximam in Syzygiis & minimam in Quadraturis, & inæqualitas quæ Variatio dicitur, augentur ac diminuuntur annuatim (per Corol. 14. Prop. LXVI.) in triplicata ratione diametri apparentis Solaris. Et Variatio præterea augetur vel diminuitur in duplicata ratione temporis inter quadraturas quam proximè (per Corol. 1 & 2. Lem. X. & Corol. 16. Prop. LXVI. Lib. I.) Sed hæc inæqualitas in calculo Astronomico, ad Prostaphæresin Lunæ referri solet, & cum ea confundi.

Prop. XXIII. Prob. IV.

Motus inæquales Satellitum Jovis & Saturni à motibus Lunaribus derivare.

Ex motibus Lunæ nostræ motus analogi Lunarum seu Satellitum Jovis sic derivantur. Motus medius Nodorum Satellitis extimi Jovialis est ad motum medium Nodorum Lunæ nostræ, in ratione composita ex ratione duplicata temporis periodici Terræ circa Solem ad tempus periodicum Jovis circa Solem, & ratione simplici temporis periodici Satellitis circa Jovem ad tempus periodicum Lunæ circa Terram: (per Corol. 16. Prop. LXVI.) adeoque annis centum conficit Nodus iste 9 gr. 34'. in antecedentia. Motus medii Nodorum Satellitum interiorum sunt ad motum hujus, ut illorum tempora periodica ad tempus periodicum hujus, per idem Corollarium, & inde dantur. Motus autem Augis Satellitis cujusque in consequentia est ad motum Nodorum ipsius in antecedentia ut motus Apogæi Lunæ nostræ ad hujus motum Nodorum (per idem Corol.) & inde datur. Diminui tamen debet motus Augis sic inventus in ratione 5 ad 9 vel 1 ad 2 circiter, ob causam quam hic exponere non vacat. <429> Æquationes maximæ Nodorum & Augis Satellitis cujusque fere sunt ad æquationes maximas Nodorum & Augis Lunæ respectivè, ut motus Nodorum & Augis Satellitum, tempore unius revolutionis æquationum priorum, ad motus Nodorum & Apogæi Lunæ tempore unius revolutionis æquationum posteriorum. Variatio Satellitis è Jove spectati, est ad Variationem Lunæ ut sunt toti motus Nodorum temporibus periodicis Satellitis & Lunæ ad invicem, per idem Corollarium, adeoque in Satellite extimo non superat 6". 22'''. Parvitate harum inæqualitatum & tarditate mortuum fit ut motus Satellitum summè regulares reperiantur, utque Astronomi recentiores aut motum omnem Nodis denegent, aut asserant tardissimè retrogradum. Nam *Flamstedius* collatis suis cum *Cassini* Observationibus Nodos tarde regredi deprehendit.

Prop. XXIV. Theor. XX.

Fluxum & refluxum Maris ab actionibus Solis ac Lunæ oriri debere.

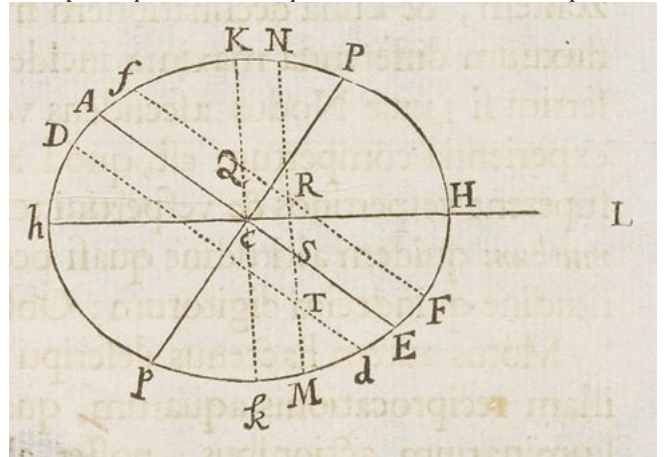
Mare singulis diebus tam Lunaribus quàm Solaribus bis intumescere debere ac bis defluere patet per Corol. 19. Prop. LXVI. Lib. I. ut & aquæ maximam altitudinem, in maribus profundis & liberis, appulsum Luminarium ad Meridianum loci minori quàm sex horarum spatio sequi, uti fit in Maris *Atlantici* & *Æthiopici* tractu toto orientali inter *Galliam* & Promontorium *Bonæ Spei*, ut & in Maris *Pacifici* littore *Chilensi* & *Peruviano*: in quibus omnibus littoribus æstus in horam circiter tertiam incidit, nisi ubi motus per loca vadosa propagatus aliquantulum retardatur. Horas numero ab appulsu Luminaris utriusque ad Meridianum loci, tam infra Horizontem quàm supra, & per horas diei Lunaribus intelligo vigesimas quartas partes temporis quo Luna motu apparente diurno ad Meridianum loci revolvitur.

Motus autem bini, quos Luminaria duo excitant, non cernuntur distinctè, sed motum quandam mixtum efficient. In Luminarium <430> Conjunctione vel Oppositione conjunguntur eorum effectus, & componitur fluxus & refluxus maximus. In Quadraturis Sol attollet aquam ubi Luna deprimit, deprimetque ubi Sol attollit; & ex effectuum differentia æstus omnium minimus orietur. Et quoniam, experientia teste, major est effectus Lunæ quàm Solis, incidet aquæ maxima altitudo in horam tertiam Lunarem. Extra Syzygias & Quadraturas, æstus maximus qui sola vi Lunari incidere semper deberet in horam tertiam Lunarem, & sola Solari in tertiam Solarem, compositis viribus incidit in tempus aliquod intermedium quod tertiæ Lunari propinquius est; adeoque in transitu Lunæ à Syzygiis ad Quadraturas, ubi hora tertia Solaris præcedit tertiam Lunarem, maxima aquæ altitudo præcedit etiam tertiam Lunarem, idque maximo intervallo paulo post Octantes Lunæ; & paribus intervallis æstus maximus sequetur horam tertiam Lunarem in transitu Lunæ à Quadraturis ad Syzygias. Hæc ita sunt in mari aperto. Nam in ostiis Fluviorum fluxus majores cæteris paribus tardius ad ἄκμην venient.

Pendent autem effectus Luminarium ex eorum distantiiis à Terra. In minoribus enim distantiiis majores sunt eorum effectus, in majoribus minores, idque in triplicata ratione diametrorum apparentium. Igitur Sol tempore hyberno, in Perigæo existens, majores edit effectus, efficitque ut æstus in Syzygiis paulo majores sint, & in Quadraturis paulo minores (cæteris paribus) quàm tempore æstivo; & Luna in Perigæo singulis mensibus majores ciet æstus quàm ante vel post dies quindecim, ubi in Apogæo versatur. Unde fit ut æstus duo omnino maximi in Syzygiis continuus se mutuo non sequantur.

Pendet etiam effectus utriusque Luminaris ex ipsius Declinatione seu distantia ab Æquatore. Nam si Luminare in polo constitueretur, traheret illud singulas aquæ partes constanter, absque actionis intensione & remissione, adeoque nullam motus reciprocationem cieret. Igitur Luminaria recedendo ab æquatore polum versus effectus suos gradatim amittent, & propterea minores ciebut æstus <431> in Syzygiis Solstitialibus quàm in Æquinoctialibus. In Quadraturis autem Solstitialibus majores ciebut æstus quàm in Quadraturis Æquinoctialibus; eò quod Lunæ jam in æquatore constitutæ effectus maxime superat effectum Solis. Incidunt igitur æstus maximi in Syzygiis & minimi in Quadraturis Luminarium, circa tempora Æquinoctii utriusque. Et æstum maximum in Syzygiis comitatur semper minimus in Quadraturis, ut experientiâ compertum est. Per minorem autem distantiam Solis à Terra, tempore hyberno quàm tempore æstivo, fit ut æstus maximi & minimi sæpius præcedant Æquinoctium vernum quàm sequantur, & sæpius sequantur autumnale quàm præcedant.

Pendent etiam effectus Luminarium ex locorum latitudine. Designet *ApEP* Tellurem aquis profundis undique coopertam; *C* centrum ejus; *Pp*, polos; *AE* Æquatorem; *F* locum quemvis extra Æquatorem; *Ff* parallelum loci; *Dd* parallelum ei respondentem ex altera parte æquatoris; *L* locum quem Luna tribus ante horis occupabat; *H* locum Telluris ei perpendiculariter subjectum; *h* locum huic oppositum; *K*, *k* loca inde gradibus 90 distantia, *CH*, *Ch* Maris altitudines maximas mensuratas à centro Telluris; & *CK*, *Ck* altitudines minimas: & si axibus *Hh*, *Kk* describatur Ellipsis, deinde Ellipseos hujus revolutione circa axem majorem *Hh* describatur Sphærois *HPKhpk*; designabit hæc figuram Maris quam proximè, & erunt *CF*, *Cf*, *CD*, *Cd* altitudines Maris in locis *F*, *f*, *D*, *d*. Quinetiam si in præfata Ellipseos revolutione punctum quodvis *N* describat circulum *NM*, secantem parallelus *Ff*, *Dd* in locis quibusvis *R*, *T*, & æquatorem *AE* in *S*; erit *CN* altitudo Maris in locis omnibus *R*, *S*, *T*, sitis in hoc circulo. Hinc in <432> revolutione diurna loci cujusvis *F*, affluxus erit maximus in *F*, hora tertia post appulsum Lunæ ad Meridianum supra Horizontem; postea defluxus maximus in *Q* hora tertia post occasum Lunæ; dein affluxus maximus in *f* hora tertia post appulsum Lunæ ad Meridianum infra Horizontem; ultimò defluxus maximus in *Q* hora tertia post ortum Lunæ; & affluxus posterior in *f* erit minor quàm affluxus prior in *F*. Distinguitur enim Mare totum in duos omnino fluctus Hemisphæricos, unum in Hemisphærio *KhKc* ad Boream vergentem, alterum in Hæmisphærio opposito *KhKc*; quos igitur fluctum Borealem & fluctum Australem nominare licet. Hi fluctus semper sibi mutuò oppositi veniunt per vices ad Meridianos locorum singulorum, interposito intervallo horarum Lunarium duodecim. Cumque regiones Boreales magis participant fluctum Borealem, & Australes magis Australem, inde oriuntur æstus alternis vicibus majores & minores, in locis singulis extra æquatorem. Æstus autem major, Lunâ in verticem loci declinante, incidit in horam circiter tertiam post appulsum Lunæ ad Meridianum supra Horizontem, & Lunâ declinationem mutante vertetur in minorem. Et fluxuum differentia maxima incidit in tempora Solstitiorum; præsertim si Lunæ Nodus ascendens versatur in principio Arietis. Sic experientiâ compertum est, quod æstus matutini tempore hyberno superent vespertinos & vespertini tempore æstivo matutinos, ad *Plymuthum* quidem altitudine quasi pedis unius, ad *Bristoliam* verò altitudine quindecim digitorum: Observantibus *Colepressio* & *Sturmio*.



Motus autem hactenus descripti mutantur aliquantulum per vim illam reciprocationis aquarum, qua Maris æstus, etiam cessantibus Luminarium actionibus, posset aliquamdiu perseverare. Conservatio hæcce motus impressi minuit differentiam æstuum alternorum; & æstus proximè post Syzygias majores reddit, eosque proximè post Quadraturas minuit. Unde fit ut æstus alterni ad *Plymuthum* & *Bristoliam* non multo magis differant ab invicem quàm altitudine pedis unius vel digitorum

quindecim; utque æstus omnium maximi in iisdem portubus non sint primi à Syzygiis sed tertii. Retardan <433> tur etiam motus omnes in transitu per vada, adeò ut æstus omnium maximi, in fretis quibusdam & Fluviorum ostiis, sint quarti vel etiam quinti à Syzygiis.

Porrò fieri potest ut æstus propagetur ab Oceano per freta diversa ad eundem portum, & citius transeat per aliqua freta quàm per alia, quo in casu æstus idem, in duos vel plures successive advenientes divisus, componere possit motus novos diversorum generum. Fingamus æstus duos æquales à diversis locis in eundem portum venire, quorum prior præcedat alterum spatio horarum sex, incidatque in horam tertiam ab appulsu Lunæ ad Meridianum portus. Si Luna in hocce suo ad Meridianum appulsu versabatur in æquatore, venient singulis horis senis æquales affluxus, qui in mutuos refluxus incidendo eosdem affluxibus æquabunt, & sic spatio diei illius efficient ut aqua tranquillè stagnet. Si Luna tunc declinabar ab Æquatore, fient æstus in Oceano vicibus alternis majores & minores, uti dictum est; & inde propagabuntur in hunc portum affluxus bini majores & bini minores, vicibus alternis. Affluxus autem bini majores component aquam altissimam in medio inter utrumque, affluxus major & minor faciet ut aqua ascendat ad mediocrem altitudinem in Medio ipsorum, & inter affluxus binos minores aqua ascendet ad altitudinem minimam. Sic spatio viginti quatuor horarum, aqua non bis ut fieri solet, sed semel tantum perveniet ad maximam altitudinem & semel ad minimam; & altitudo maxima, si Luna declinat in polum supra Horizontem loci, incidet in horam vel sextam vel tricesimam ab appulsu Lunæ ad Meridianum, atque Lunâ declinationem mutante mutabitur in defluxum. Quorum omnium exemplum, in portu regni *Tunquini* ad *Batsham*, sub latitudine Boreali 20 gr. 50 min. *Halleius* ex Nautarum Observationibus patefecit. Ibi aqua die transitum Lunæ per Æquatorem sequente stagnat, dein Lunâ ad Boream declinante incipit fluere & refluere, non bis, ut in aliis portubus, sed semel singulis diebus; & æstus incidit in occasum Lunæ, defluxus maximus in ortum. Cum Lunæ declinatione augetur hic æstus, usque ad <434> diem septimum vel octavum, dein per alios septem dies iisdem gradibus decrescit, quibus antea creverat; & Lunâ declinationem mutante cessat, ac mox mutatur in defluxum. Incidit enim subinde defluxus in occasum Lunæ & affluxus in ortum, donec Luna iterum mutet declinationem. Aditus ad hunc portum fretaque vicina duplex patet, alter ab Oceano *Sinensi* inter Continentem & Insulam *Luconiam*, alter à Mari *Indico* inter Continentem & Insulam *Borneo*. An æstus spatio horarum duodecim à Mari *Indico*, & spatio horarum sex à Mari *Sinensi* per freta illa venientes, & sic in horam tertiam & nonam Lunarem incidentes, componant hujusmodi motus; sitne alia Marium illorum conditio, observationibus vicinorum littorum determinandum relinquo.

Hactenus causas motuum Lunæ & Marium reddidi. De quantitate motuum jam convenit aliqua subjungere.

Prop. XXV. Prob. V.

Invenire vires Solis ad perturbandos motus Lunæ.

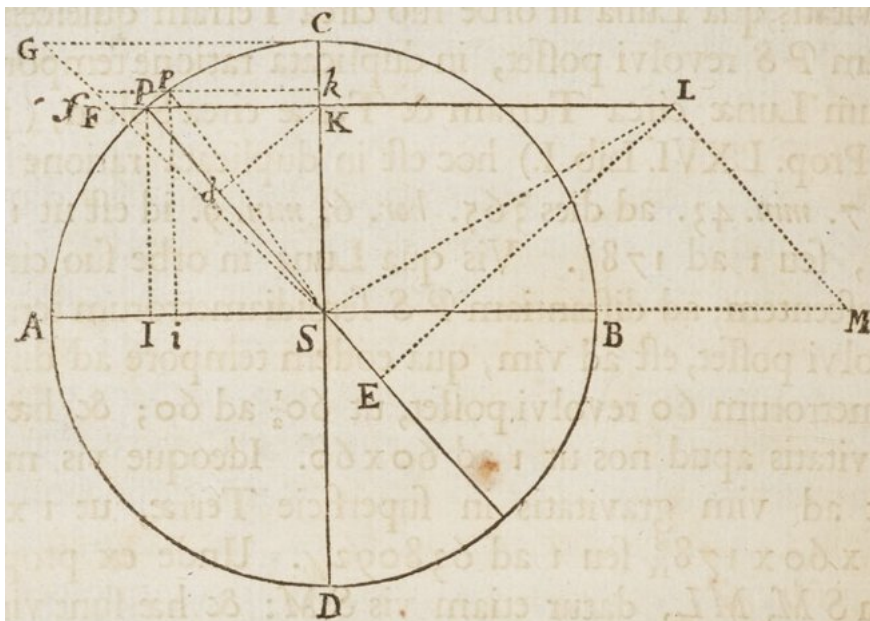
Designet *Q* Solem, *S* Terram, *P* Lunam, *PADB* orbem Lunæ. In *QP* capiatur *QK* æqualis *QS*; sitque *QL* ad *QK* in duplicata ratione *QK* ad *QP*, & ipsi *PS* agatur parallela *LM*; & si gravitas acceleratrix Terræ in Solem exponatur per distantiam *QS* vel *QK*, erit *QL* gravitas acceleratrix Lunæ in Solem. Ea componitur ex partibus *QM*, *LM*, quarum *LM* & ipsius *QM* pars *SM* perturbat motum Lunæ, ut in Libri primi Prop. LXVI. & ejus Corollariis expositum est. <435> Quatenus Terra & Luna circum commune gravitatis centrum revolvuntur, perturbabitur motus Terræ circa centrum illud à viribus consimilibus; sed summas tam virium quàm motuum referre licet ad Lunam, & summas virium per lineas ipsas analogas *SM* & *ML* designare. Vis *ML* (in mediocri sua quantitate) est ad vim gravitatis, qua Luna in orbe suo circa Terram quiescentem ad distantiam *PS* revolvi posset, in duplicata ratione temporum periodicorum Lunæ circa Terram & Terræ circa Solem, (per Corol. 17. Prop. LXVI. Lib. I.) hoc est in duplicata ratione dierum 27. hor. 7. min. 43. ad dies 365. hor. 6. min. 9. id est ut 1000 ad 178725, seu 1 ad $178\frac{8}{11}$. Vis qua Luna in orbe suo circa Terram quiescentem, ad distantiam *PS*

semidiametrorum terrestrium $60\frac{1}{2}$ revolvi posset, est ad vim, qua eodem tempore ad distantiam semidiametrorum 60 revolvi posset, ut $60\frac{1}{2}$ ad 60; & hæc vis ad vim gravitatis apud nos ut 1 ad 60×60 . Ideoque vis mediocri *ML* est ad vim gravitatis in superficie Terræ, ut $1 \times 60\frac{1}{2}$ ad $60 \times 60 \times 60 \times 178\frac{8}{11}$ seu 1 ad 638092,6. Unde ex proportionem linearum *SM*, *ML*, datur etiam vis *SM*: & hæc sunt vires Solis quibus motus Lunæ perturbantur. *Q.E.I.*

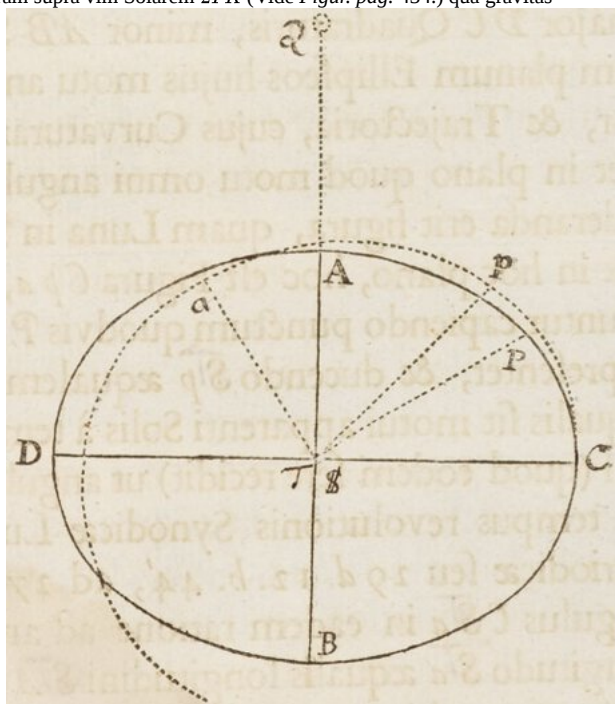
Prop. XXVI. Prob. VI.

Invenire incrementum areæ quam Luna radio ad Terram ducto describit.

Diximus aream, quam Luna radio ad Terram ducto describit, esse temporis proportionalem, nisi quatenus motus Lunarum ab actione Solis turbatur. Inæqualitatem momenti (vel incrementi horarii) hic investigandam proponimus. Ut computatio facilius reddatur, fingamus orbem Lunæ circularem esse, & inæqualitates omnes negligamus, ea sola excepta, de qua hic agitur. Ob ingentem verò Solis distantiam ponamus etiam lineas *QP*, *QS* sibi invicem parallelas esse. Hoc pacto vis *LM* reducetur semper ad mediocrem <436> suam quantitatem *SP*, ut & vis *SM* ad mediocrem suam quantitatem $3PK$. Hæc vires, per Legum Corol. 2. componunt vim *SL*; & hæc vis, si in radium *SP* demittatur perpendicularum *LE*, resolvitur in vires *SE*, *EL*, quarum *SE*, agendo semper secundum radium *SP*, nec accelerat nec retardat descriptionem areæ *QSP*



radio illo *SP* factam; & *EL* agendo secundum perpendicularum, accelerat vel retardat ipsam, quantum accelerat vel retardat Lunam. Acceleratio illa Lunæ, in transitu ipsius à Quadratura *C* ad conjunctionem *A*, singulis temporis momentis facta, est ut ipsa vis accelerans *EL*, hoc est ut $\frac{3PK \times SK}{SP}$. Exponatur tempus per motum medium Lunarem, vel (quod eodem fere recidit) per angulum *CSP*, vel etiam per arcum *CP*. Ad *CS* erigatur Normalis *CG* ipsi *CS* æqualis. Et diviso arcu quadrantali *AC* in



$CScub. + \frac{16824}{100000} ASq. \times CS$. Ubi numerus $\frac{16824}{100000}$ designat differentiam quadratorum angularum CSP & CSp applicatam ad Quadratum anguli minoris CSP , seu (quod perinde est) differentiam Quadratorum temporum $27 d. 7 h. 43'$, & $29 d. 12 h. 44'$, applicatam ad Quadratum temporis $27 d. 7 h. 43'$.

Igitur cum a designet Syzygiam Lunæ, & C ipsius Quadraturam, proportio jam inventa eadem esse debet cum proportione curvaturæ Orbis Lunæ in Syzygiis ad ejusdem curvaturam in Quadraturis, quam supra invenimus. Proinde ut inveniatur proportio CS ad AS , duco extrema & media in se invicem. Et termini prodeuntes ad $AS \times CS$ applicati, fiunt

$2062,79CSqq. - 2151969N \times CScub. + 368682N \times AS \times CSq. + 36342ASq. \times CSq. - 362046N \times ASq. \times CS + 2191371N \times AScub. + 4051,4ASqq. = 0$. Hic pro terminorum AS & CS semisummâ N scribo 1, & pro eorundem semidifferentia ponendo x , fit $CS = 1 + x$, & $AS = 1 - x$: quibus in æquatione scriptis, & æquatione prodeunte resolutâ, obtinetur x æqualis $0,0072036$, & inde semidiameter CS fit $1,0072$, & semidiameter AS $0,9928$, qui numeri sunt ut $69\frac{11}{12}$ & $68\frac{11}{12}$ quam proximè. Est igitur distantia Lunæ à Terra in Syzygiis ad ipsius distantiam in Quadraturis (seposita scilicet excentricitatis consideratione) ut $68\frac{11}{12}$ ad $69\frac{11}{12}$, vel numeris rotundis ut 69 ad 70.

<442>

Prop. XXIX. Prob. IX.

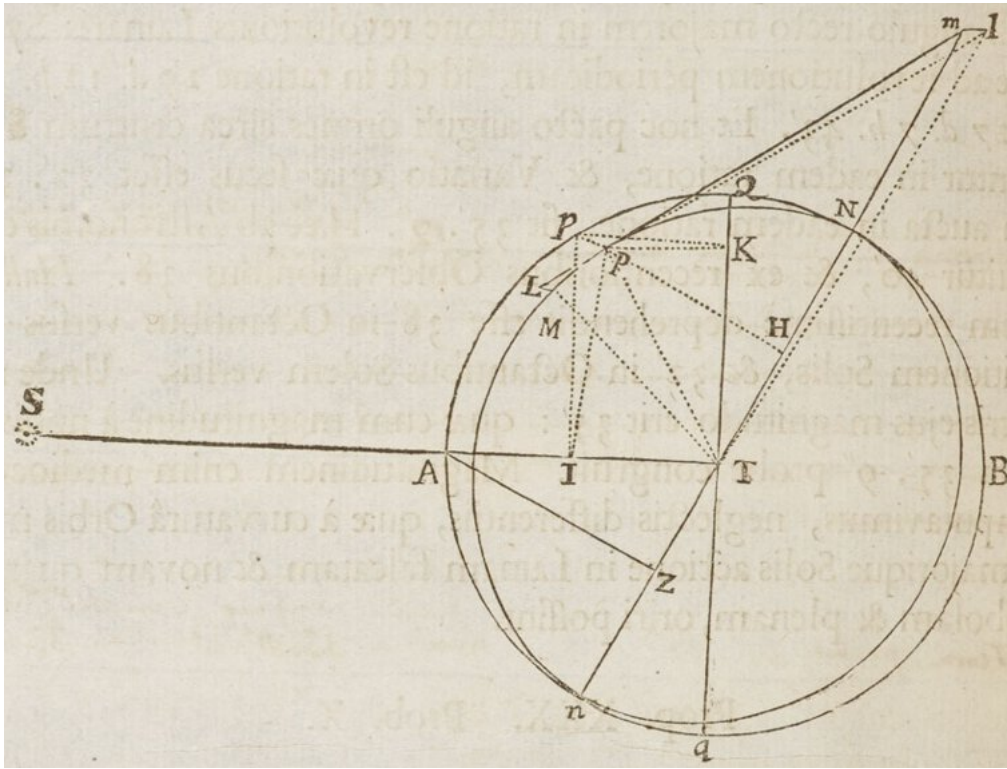
Invenire Variationem Lunæ.

Oritur hæc inæqualitas partim ex forma Elliptica orbis Lunaris, partim ex inæqualitate momentorum areæ, quam Luna radio ad Terram ducto describit. Si Luna P in Ellipsi $DBCA$ circa Terram in centro Ellipseos quiescentem moveretur, & radio SP ad Terram ducto describeret aream CSP temporis proportionalem; esset autem Ellipseos semidiameter maxima CS ad semidiametrum minimam SA ut $69\frac{11}{12}$ ad $68\frac{11}{12}$: foret Tangens anguli CSP ad Tangentem anguli motus medii à quadratura C computati, ut Ellipseos semidiameter SA ad ejusdem semidiametrum SC seu $68\frac{11}{12}$ ad $69\frac{11}{12}$. Debet autem descriptio areæ CSP , in progressu Lunæ à Quadratura ad Syzygiam, ea ratione accelerari, ut ejus momentum in Syzygia Lunæ sit ad ejus momentum in Quadratura ut 11073 ad 10973, utque excessus momenti in loco quovis intermedio P supra momentum in Quadratura sit ut quadratum Sinus anguli CSP . Id quod satis accuratè fiet, si tangens anguli CSP diminuat in dimidiata ratione numeri 10973 ad numerum 11073, id est in ratione numeri $68\frac{5958}{10000}$ ad numerum $68\frac{11}{12}$. Quo pacto tangens anguli CSP jam erit ad tangentem motus medii ut $68\frac{5958}{10000}$ ad $69\frac{10}{11}$, & angulus CSP <443> in Octantibus, ubi motus medius est $45 gr.$ invenietur $44 gr. 27'. 29''$: qui subductus de angulo motus medii $45 gr.$ relinquit Variationem $32'. 31''$. Hæc ita se haberent si Luna, pergendo à Quadratura ad Syzygiam, describeret angulum CSA graduum tantum nonaginta. Verum ob motum Terræ, quo Sol in antecedentia motu apparente transfertur, Luna, priusquam Solem assequitur, describit angulum CSa angulo recto majorem in ratione revolutionis Lunaris Synodicæ ad revolutionem periodicam, id est in ratione $29 d. 12 h. 44'$ ad $27 d. 7 h. 43'$. Et hoc pacto anguli omnes circa centrum S dilatantur in eadem ratione, & Variatio quæ secus esset $32'. 31''$. jam aucta in eadem ratione, fit $35'. 9''$. Hæc ab Astronomis constituitur $40'$, & ex recentioribus Observationibus $38'$. Halleius autem recentissimè deprehendit esse $38'$ in Octantibus versus oppositionem Solis, & $32'$ in Octantibus Solem versus. Unde mediocris ejus magnitudo erit $35'$: quæ cum magnitudine à nobis inventa $35'. 9''$ probe congruit. Magnitudinem enim mediocrem computavimus, neglectis differentiis, quæ à curvaturâ Orbis magni, majorique Solis actione in Lunam falcata & novam quam in Gibbosam & plenam, oriri possint.

Prop. XXX. Prob. X.

Invenire motum horarium Nodorum Lunæ in Orbe circulari.

Designet S Solem, T Terram, P Lunam, Np Orbem Lunæ, Npn vestigium Orbis in plano Eclipticæ; N, n , Nodos, $nTNm$ lineam Nodorum infinitè productam, PI, PK ; perpendiculara demissa in lineas ST, Qq ; Pp perpendicularum demissum in planum Eclipticæ; Q, q Quadraturas Lunæ in plano Eclipticæ, & pK perpendicularum in lineam Qq Quadraturis intrajacentem. Et vis Solis ad perturbandum motum Lunæ (per Prop. XXV.) duplex erit, altera lineæ $2IT$ vel $2Kp$, altera lineæ PI proportionalis. Et Luna vi priore in Solem, posteriore in lineam ST trahitur. <444> Componitur autem vis posterior PI ex viribus IT & PT , quarum PT agit secundum planum orbis Lunaris, & propterea situm plani nil mutat. Hæc igitur negligenda est. Vis autem IT cum vi $2IT$ componit vim totam $3IT$, qua planum Orbis Lunaris perturbatur. Et hæc vis per Prop. XXV. est ad vim qua Luna in



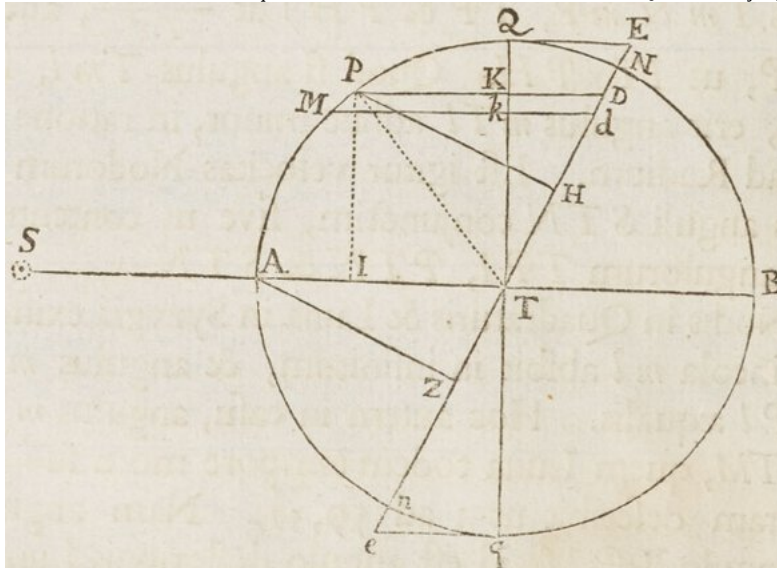
circulo circa Terram quiescentem tempore suo periodico revolvi posset, ut $3IT$ ad Radium circuli multiplicatum per numerum $178,725$, sive ut IT ad Radium multiplicatum per $59,575$. Cæterum in hoc calculo & eo omni qui sequitur, considero lineas omnes à Luna ad Solem ductas tanquam parallelas lineæ quæ à Terra ad Solem ducitur, propterea quod inclinatio tantum ferè minuit effectus omnes in aliquibus casibus, quantum auget in aliis; & Nodorum motus mediocres quærimus, neglectis istiusmodi minutiis, quæ calculum nimis impeditum redderent.

<445>

Designet jam PM arcum, quem Luna dato tempore quam minimo describit, & ML lineolam quam Luna, impellente vi præfata $3IT$, eodem tempore describere posset. Jungantur PL , MP , & producantur eæ ad m & l , ubi secant planum Eclipticæ; inque Tm demittatur perpendicularum PH . Et quoniam ML parallela est ipsi ST , si ml parallela sit ipsi ML , erit ml in plano Eclipticæ, & contra. Ergo ml , cum sit in plano Eclipticæ, parallela erit ipsi ML , & similia erunt triangula LMP , Lmp . Jam cum MPm sit in plano Orbis, in quo Luna in loco P movebatur, incidet punctum m in lineam Nn per Orbis illius Nodos N , n , ductam. Et quoniam vis qua lineola LM generatur, si tota simul & semel in loco P impressa esset, efficeret ut Luna moveretur in arcu, cujus Chorda esset LP , atque adeò transferret Lunam de plano $MPmT$ in planum $LPIT$; motus Nodorum à vi illa genitus æqualis erit angulo mTl . Est autem ml ad mp ut ML ad MP , adeoque cum MP ob datum tempus data sit, est ml ut rectangulum $ML \times mP$, id est ut rectangulum $IT \times mP$. Et angulus mTl , si modo angulus Tml rectus sit, est ut $\frac{ml}{Tm}$, & propterea ut $\frac{IT \times mP}{Tm}$ id est (ob proportionales Tm & mP , TP & PH) ut $\frac{IT \times PH}{TP}$, adeoque ob datam TP , ut $IT \times PH$. Quod si angulus Tml , seu STN obliquus sit, erit angulus mTl adhuc minor, in ratione Sinus anguli STN ad Radium. Est igitur velocitas Nodorum ut $IT \times PH$ & Sinus anguli STN conjunctim, sive ut contentum sub sinibus trium angulorum TPI , PTN & STN .

Si anguli illi, Nodis in Quadraturis & Luna in Syzygia existentibus, recti sint, lineola ml abibit in infinitum, & angulus mTl evadet angulo mPl æqualis. Hoc autem in casu, angulus mPl est ad angulum PTM , quem Luna eodem tempore motu suo apparente circa Terram describit ut 1 ad $59,575$. Nam angulus mPl æqualis est angulo LPM , id est angulo deflexionis Lunæ à recto tramite, quam præfata vis Solaris $3IT$ dato illo tempore generare possit; & angulus PTM æqualis est angulo deflexionis <446> Lunæ à recto tramite, quem vis illa, qua Luna in Orbe suo retinetur, eodem tempore generat. Et hæc vires, uti supra diximus, sunt ad invicem ut 1 ad $59,575$. Ergo cum motus medius horarius Lunæ (respectu fixarum) sit $32'. 56''. 27'''$. $12^{iv} \frac{1}{2}$, motus horarius Nodi in hoc casu erit $33''. 10'''$. 33^{iv} . $12''$. Aliis autem in casibus motus iste horarius erit ad $33''. 10'''$. 33^{iv} . $12''$. ut contentum sub sinibus angulorum trium TPI , PTN , & STN (seu distantiarum Lunæ à Quadratura, Lunæ à Nodo & Nodi à Sole) ad cubum Radii. Et quoties signum anguli alicujus de affirmativo in negativum, deque negativo in affirmativum mutatur, debet motus regressivus in progressivum & progressivus in regressivum mutari. Unde fit ut Nodi progrediantur quoties Luna inter Quadraturam alterutram & Nodum Quadraturæ proximum versatur. Aliis in casibus regrediuntur, & per excessum regressus supra progressum, singulis mensibus feruntur in antecedentia.

Corol. 1. Hinc si a dati arcus quam minimi PM terminis P & M ad lineam Quadraturas jungentem Qq demittantur perpendiculara PK , Mk , eademque producantur donec



secant lineam Nodorum Nn in D & d ; erit motus horarius Nodorum ut area $MPDd$ & quadratum lineæ AZ conjunctim. Sunt enim PK , PH & AZ prædicti tres Sinus. Nempe PK Sinus distantie Lunæ à Quadratura, PH Sinus distantie Lunæ à Nodo, & AZ Sinus distantie Nodi à Sole: & erit velocitas Nodi ut contentum $PK \times PH \times AZ$. Est <447> autem PT ad PK ut PM ad Kk , adeoque ob datas PT & PM est Kk ipsi PK proportionalis. Est & AT ad PD ut AZ ad PH , & propterea PH rectangulo $PD \times AZ$ proportionalis, & conjunctis rationibus, $PK \times PH$ est ut contentum $Kk \times PD \times AZ$, & $PK \times PH \times AZ$ ut $Kk \times PD \times AZqu$. id est ut area $PDdM$, & $AZqu$. conjunctim. $Q.E.D.$

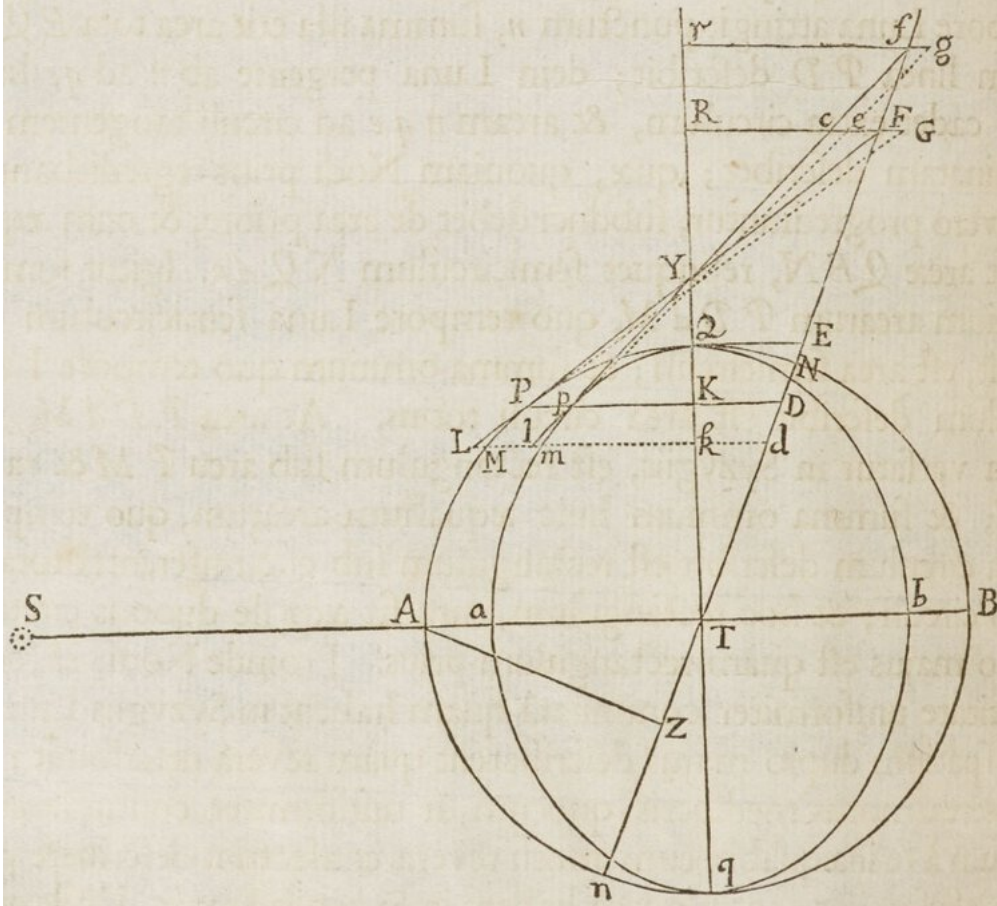
Corol. 2. In data quavis Nodorum positione, motus horarius mediocres est semissis motus horarii in Syzygiis Lunæ, ideoque est ad $16''. 35'''$. 16^{iv} . $36''$. ut quadratum Sinus distantie Nodorum à Syzygiis ad quadratum Radii, sive ut $AZqu$. ad $ATqu$. Nam si Luna uniformi cum motu perambulet semicirculum Qaq , summa omnium arearum $PDdM$, quo tempore Luna pergit à Q ad M , erit area $QMdE$ quæ ad circuli tangentem QE terminatur; & quo tempore Luna attingit punctum n , summa illa erit area tota $EQAn$ quam linea PD describit; dein Luna pergente ab n ad q , linea PD cadet extra circulum, & aream nqe ad circuli tangentem qe terminatam describet; quæ, quoniam Nodi prius regrediebantur, jam verò progrediuntur, subduci debet de area priore, & cum æqualis sit areæ QEN , relinquet semicirculum $NQAn$. Igitur summa omnium arearum $PDdM$, quo tempore Luna semicirculum describit, est area semicirculi; & summa omnium quo tempore Luna circulum describit est area circuli totius. At area $PDdM$, ubi Luna versatur in Syzygiis, est rectangulum sub

arcu PM & radio MT ; & summa omnium huic æqualium arearum, quo tempore Luna circumulum describit, est rectangulum sub circumferentia tota & radio circuli; & hoc rectangulum, cum sit æquale duobus circulis, duplo majus est quàm rectangulum prius. Proinde Nodi, eâ cum velocitate uniformiter continuatâ quam habent in Syzygiis Lunaribus, spatium duplo majus describerent quàm revera describunt; & propterea motus mediocris quocum, si uniformiter continuaretur, spatium à se inæquabili cum motu revera confectum describere possent, est semissis motus quem habent in Syzygiis Lunæ. Unde cum motus horarius maximus, si Nodi in Quadraturis versantur, sit $33''. 10'''$. 33^{iv} . 12^v , motus mediocris horarius in hoc casu erit $<448> 16''. 35'''$. 16^{iv} . 36^v . Et cum motus horarius Nodorum semper sit ut $AZqu$. & area PdM conjunctim, & propterea motus horarius Nodorum in Syzygiis Lunæ ut $AZqu$. & area PdM conjunctim, id est (ob datam aream PdM in Syzygiis descriptam) ut $AZqu$. erit etiam motus mediocris ut $AZqu$. atque adeo hic motus, ubi Nodi extra Quadraturas versantur, erit ad $16''. 35'''$. 16^{iv} . 36^v . ut $AZqu$. ad $ATqu$. $Q.E.D.$

Prop. XXXI. Prob. XI.

Invenire motum horarium Nodorum Lunæ in Orbe Elliptico.

Designet $Qpmaq$ Ellipsim, axe majore Qq , minore ab descriptam, QAq circumulum circumscriptum, T Terram in utriusque



centro communi, S Solem, p Lunam in Ellipsi moventem, & pm arcum quem data temporis particula quam minima describit, N & n <449> Nodos linea Nn junctos, pK & mk perpendicularia in axem Qq demissa & hinc inde producta, donec occurrant circulo in P & M , & lineæ Nodorum in D & d . Et si Luna, radio ad Terram ducto, aream describat temporis proportionalem, erit motus Nodi in Ellipsi ut area pDm .

Nam si PF tangat circumulum in P , & producta occurrat TN in F , & pf tangat Ellipsin in p & producta occurrat eidem TN in f , convenient autem hæ Tangentes in axe TQ ad Y ; & si ML designet spatium quod Luna in circulo revolvens, interea dum describit arcum PM , urgente & impellente vi prædicta $3IT$, motu transverso describere posset, & ml designet spatium quod Luna in Ellipsi revolvens eodem tempore, urgente etiam vi $3IT$, describere posset; & producantur LP & lp donec occurrant plano Eclipticæ in G & g ; & jungantur FG & fg , quarum FG producta secet pf , pg & TQ in c , e & R respectivè, & fg producta secet TQ in r : Quoniam vis $3IT$ seu $3PK$ in circulo est ad vim $3IT$ seu $3pK$ in Ellipsi, ut PK ad pK , seu AT ad aT ; erit spatium ML vi priorie genitum, ad spatium ml vi posteriorie genitum, ut PK ad pK , id est ob similes figuras $PYKp$ & $FYRc$, ut FR ad cR . Est autem ML ad FG (ob similia triangula PLM , PGF) ut PL ad PG , hoc est (ob parallelas Lk , PK , GR) ut pl ad pe , id est (ob similia triangula plm , cpe) ut lm ad ce ; & inversè ut LM est ad lm , seu FR ad cR , ita est FG ad ce . Et propterea si fg esset ad ce ut fy ad cY , id est ut fr ad cR , (hoc est ut fr ad FR & FR ad cR conjunctim, id est ut ft ad FT & FG ad ce conjunctim,) quoniam ratio FG ad ce utrinque ablata relinquit rationes fg ad FG & ft ad FT , foret fg ad FG ut ft ad FT ; propterea quod anguli, quos FG & fg subtenderent ad Terram T , æquarentur inter se. Sed anguli illi (per ea quæ in præcedente Propositione exposuimus) sunt motus Nodorum, quo tempore Luna in circulo arcum PM , in Ellipsi arcum pm percurrit: & propterea motus Nodorum in Circulo & Ellipsi æquarentur inter se. Hæc ita se haberent, si modo fg esset ad ce ut fy ad cY , <450> id est si fg æqualis esset $\frac{ce \times fy}{cY}$. Verum ob similia triangula fgp , cep , est fg ad ce ut fp ad cp ; ideoque fg æqualis est $\frac{ce \times fp}{cp}$, & propterea angulus, quem fg revera subtendit, est ad angulum priorem, quem FG subtendit, hoc est motus Nodorum in Ellipsi ad motum Nodorum in Circulo, ut hæc fg seu $\frac{ce \times fp}{cp}$ ad priorem fg seu $\frac{ce \times fy}{cY}$, id est ut $fp \times cY$ ad $cp \times fY$, seu fp ad fY & cY ad cp ; hoc est, si pb ipsi TN parallela occurrat FP in b , ut Fb ad FY & FY ad FP ; hoc est ut Fb ad FP seu Dp ad DP , adeoque ut area $Dpmd$ ad aream $DPMd$. Et propterea, cum area posterior proportionalis sit motui Nodorum in Circulo, erit area prior proportionalis motui Nodorum in Ellipsi. $Q.E.D.$

Corol. Igitur cum, in data Nodorum positione, summa omnium arearum pDm , quo tempore Luna pergit à Quadratura ad locum quemvis m , sit area $mpQEd$, quæ ad Ellipseos Tangentem QE terminatur; & summa omnium arearum illarum, in revolutione integra, sit area Ellipseos totius: motus mediocris Nodorum in Ellipsi erit ad motum mediocrem Nodorum in circulo, ut Ellipsis ad circumulum, id est ut Ta ad TA , seu $68\frac{11}{12}$ ad $69\frac{11}{12}$. Et propterea, cum motus mediocris horarius Nodorum in circulo sit ad $16''. 35'''$. 16^{iv} . 36^v . ut $AZqu$. ad $ATqu$. si capiatur angulus $16''. 21'''$. 2^{iv} . 36^v . ad angulum $16''. 35'''$. 16^{iv} . 36^v . ut $68\frac{11}{12}$ ad $69\frac{11}{12}$, erit motus mediocris horarius Nodorum in Ellipsi ad $16''. 21'''$. 2^{iv} . 36^v . ut AZq . ad ATq ; hoc est ut quadratum Sinus distantie Nodi à Sole ad quadratum Radii.

Cæterum Luna, radio ad Terram ducto, aream velocius describit in Syzygiis quàm in Quadraturis, & eo nomine tempus in Syzygiis contrahitur, in Quadraturis producitur; & una cum tempore motus Nodorum augetur ac diminuitur. Erat autem momentum areæ in Quadraturis Lunæ ad ejus momentum in Syzygiis ut 10973 ad 11073; & propterea momentum mediocre in Octantibus est ad excessum in Syzygiis, defectumque in Quadraturis, ut numerorum semisumma 11023 ad eorundem semidifferentiam 50. <451> Unde cum tempus Lunæ in singulis Orbis particulis æqualibus sit reciproce ut ipsius velocitas, erit tempus mediocre in Octantibus ad excessum temporis in Quadrantibus, ac defectum in Syzygiis, ab hac causa oriundum, ut 11023 ad 50 quam proxime. Pergendo autem à Quadraturis ad Syzygias, invenio quod excessus momentorum areæ in locis singulis, supra momentum minimum in Quadraturis, sit ut quadratum Sinus distantie Lunæ à Quadrantibus quam

Si Nodi versantur extra Quadraturas, & spectentur loca bina à Syzygiis hinc inde æqualiter distantia; summa motuum Nodorum, ubi Luna versatur in his locis, erit ad summam motuum, ubi Luna in iisdem locis & Nodi in Quadraturis versantur, ut *AZqu.* ad *ATqu.* Et decrementa motuum, à causis jam expositis oriunda, erunt ad invicem ut ipsi motus, adeoque motus reliqui erunt ad invicem ut *AZqu.* ad *ATqu.* & motus mediocres ut motus reliqui. Est itaque motus mediocris horarius correctus, in dato quocunque Nodorum situ, ad $16''$. $16'''$. 36^{iv} . $48''$. ut *AZqu.* ad *ATqu.*; id est ut quadratum Sinus distantiae Nodorum à Syzygiis ad quadratum Radii.

Invenire motum medium Nodorum Lunæ.

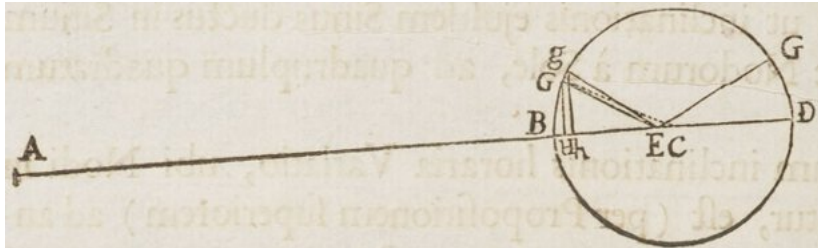
Hæc ita se habent, ex Hypothesi quod Nodus horis singulis in locum priorem retrahitur, sic ut Sol anno toto completo ad Nodum eundem redeat à quo sub initio digressus fuerat. Verum per motum Nodi fit ut Sol citius ad Nodum revertatur, & computanda jam est abbreviatio temporis. Cum Sol anno toto conficiat 360 gradus, & Nodus motu maximo eodem tempore conficeret 39 gr. 38'. 5". 39''' seu 39,⁶³⁴⁹ gradus; & motus mediocris. Nodi <454> in loco quovis *N* sit ad ipsius motum mediocrem in Quadraturis suis, ut *AZq.* ad *ATq.* erit motus Solis ad motum Nodi in *N*, ut 360 *ATq.* ad 39,⁶³⁴⁹ *AZq.*; id est ut 9,⁰⁸²⁹⁰³² *ATq.* ad *AZq.* Unde si circuli totius circumferentia *NA*n dividatur in particulas æquales *Aa*, tempus quo Sol percurrat particulam *Aa*, si circulus quiesceret, erit ad tempus quo percurrit eandem particulam, si circulus una cum Nodis circa centrum *T* revolvatur, reciprocè ut 9,⁰⁸²⁹⁰³² *ATq.* ad 9,⁰⁸²⁹⁰³² *ATq.* + *AZq.* Nam tempus est reciprocè ut velocitas qua particula percurritur, & hæc velocitas est summa velocitatum Solis & Nodi. Igitur si tempus, quo Sol absque motu Nodi percurreret arcum *NA*, exponatur per Sectorem *NTA*, & particula temporis quo percurreret arcum quam minimum *Aa*, exponatur per Sectoris particulam *ATa*; & (perpendiculari *aY* in *Nn* demisso) si in *AZ* capiatur *dZ*, ejus longitudinis ut sit rectangulum *dZ* in *ZY* ad Sectoris particulam *ATa* ut *AZq.* ad 9,⁰⁸²⁹⁰³² *ATq.* + *AZq.* id est ut sit *dZ* ad $\frac{1}{2}$ *AZ* ut *ATq.* ad 9,⁰⁸²⁹⁰³² *ATq.* + *AZq.*; rectangulum *dZ* in *ZY* designabit decrementum temporis ex motu Nodi oriundum, tempore toto quo arcus *Aa* percurritur. Et si punctum *d* tangit curvam *NdGn*, area curvilinea *NdZ* erit decrementum totum, quo tempore arcus totus *NA* percurritur; & propterea excessus Sectoris *NAT* supra aream *NdZ* erit tempus illud totum. Et quoniam motus Nodi tempore minore minor est in ratione temporis, debet etiam area *AaYZ* diminui in eadem ratione. Id quod fiet si capiatur in *AZ* longitudo *eZ*, quæ sit ad longitudinem *AZ* ut *AZq.* ad 9,⁰⁸²⁹⁰³² *ATq.* + *AZq.* Sic enim rectangulum *eZ* in *ZY* erit ad aream *AZYa* ut decrementum temporis, quo arcus *Aa* percurritur, ad tempus totum, quo percurreretur si Nodus quiesceret: Et propterea rectangulum illud respondebit decremento motus Nodi. Et si punctum *e* tangat curvam *NeFn*, area tota *NeZ*, quæ summa est omnium decrementorum, respondebit decremento toti, quo tempore arcus *AN* percurritur; & area reliqua *NAe* respondebit motui reliquo, qui verus est Nodi motus quo tempore arcus <455> totus *NA*, per Solis & Nodi conjunctos motus, percurritur. Jam verò si circuli radius *AT* ponatur 1, erit area semicirculi 1,⁵⁷⁰⁷⁹⁶; & area figuræ *NeFnT*, per methodum Serierum infinitarum quæsita, prodibit 0,¹¹⁸⁸⁴⁷⁸. Motus autem qui respondet circulo toti erat 19 gr. 49'. 2". 49''' $\frac{1}{2}$; & propterea motus, qui figuræ *NeFnT* duplicatæ respondet, est 1 gr. 29'. 57". 51''' $\frac{1}{2}$. Qui de motu priore subductus relinquit 18 gr. 19'. 4". 58''' motum totum Nodi inter sui ipsius Conjunctiones cum Sole; & hic motus de Solis motu annuo graduum 360 subductus, relinquit 341 gr. 40'. 55". 2''' motum Solis inter easdem Conjunctiones. Iste autem motus est ad motum annum 360 gr. ut Nodi motus jam inventus 18 gr. 19'. 4". 58''' ad ipsius motum annum, qui propterea erit 19 gr. 18'. 0". 22''' Hic est motus medius Nodorum in anno sidero. Idem per Tabulas Astronomicas est 19 gr. 20'. 31". 1''' Differentia minor est parte quadringentesima motus totius, & ab Orbis Lunaribus Excentricitate & Inclinatione ad planum Eclipticæ oriri videtur. Per Excentricitatem Orbis motus Nodorum nimis acceleratur, & per ejus Inclinationem vicissim retardatur aliquantulum, & ad justam velocitatem reducitur.

Invenire motum verum Nodorum Lunæ.

In tempore quod est ut area $NTA - NdZ$, (in Fig. præced.) motus iste est ut area $NAeN$, & inde datur. Verum ob nimiam calculi difficultatem, præstat sequentem Problematis constructionem adhibere. Centro C , intervallo quovis CD , describatur circulus $BEFD$. Producat DC ad A , ut sit AB ad AC ut motus medius ad semissem motus veri mediocris, ubi Nodi sunt in Quadraturis: (id est ut $19\text{ gr. }18'. 0''.$ $22'''.$ ad $19\text{ gr. }49'. 2''.$ $49''' \frac{1}{2}$, atque adeo BC ad AC ut motuum differentia $0\text{ gr. }31'. 2''.$ $27''' \frac{1}{2}$, ad motum posteriorem $19\text{ gr. }49'. 2''.$ $49''' \frac{1}{2}$, hoc est, ut $1 < 456 >$ ad $38 \frac{1}{3}$) dein per punctum D ducatur infinita Gg , quæ tangat circulum in D ; & si capiatur angulus BCE vel BCF æqualis semissi distantie Solis à loco Nodi, per motum medium invento; & agatur AE vel AF secans perpendiculum DG in G ; & capiatur angulus qui sit ad motum Nodi inter ipsius Syzygias (id est ad $9\text{ gr. }10'. 40''.$) ut tangens DG ad circuli BED circumferentiam totam, atque angulus iste ad motum medium Nodorum addatur; habebitur eorum motus verus. Nam motus verus sic inventus congruet quam proximè cum motu vero qui prodit exponendo tempus per aream $NTA - NdZ$, & motum Nodi per aream $NAeN$; ut rem perpendenti constabit. Hæc est æquatio annua motus Nodorum. Est & æquatio menstrua, sed quæ ad inventionem Latitudinis Lunæ minimè necessaria est. Nam cum Variatio inclinationis Orbis Lunaris ad planum Eclipticæ duplici inæqualitati obnoxia sit,

Corol. 4. Quoniam inclinationis horaria Variatio, ubi Nodi in Quadraturis versantur, est (per Propositionem superiorem) ad angulum $33''$. $10'''$. 33^{iv} . ut $IT \times AZ \times TG \times \frac{Pp}{PG}$ ad $ATcub$. id est ut $\frac{IT \times TG}{AT} \times \frac{Pp}{PG}$ ad AT ; hoc est ut Sinus duplicatæ distantiae Lunæ à Quadraturis ductus in $\frac{Pp}{PG}$ ad radium duplicatum: summa omnium Variationum horariorum, quo tempore Luna in hoc situ Nodorum transit à Quadratura ad Syzygiam, (id est spatio horarum $177\frac{1}{6}$), erit ad summam totidem angulorum $33''$. $10'''$. 33^{iv} . seu $5878''\frac{1}{2}$, ut summa omnium sinuum duplicatæ distantiae Lunæ à Quadraturis ducta in $\frac{Pp}{PG}$ ad summam totidem diametrorum; hoc est ut diameter ducta in $\frac{Pp}{PG}$, ad circumferentiam; id est si inclinatio sit $5\text{ gr. }2'$, ut $7 \times \frac{876}{10000}$ ad 22 , seu 279 ad 10000 . Proindeque Variatio tota, ex summa omnium horariorum Variationum tempore prædicto conflata, est $164''$, seu $2'$. $44''$.

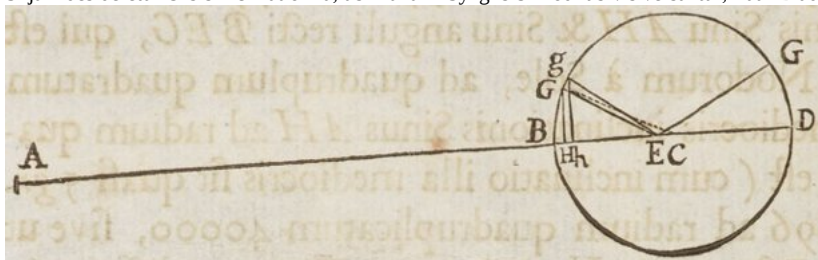
Sit AD Sinus inclinationis maximæ, & AB Sinus Inclinationis minimæ. Bisecetur BD in C , & centro C , intervallo BC , describatur Circulus BGD . In AC capiatur CE in ea ratione ad EB quam EB habet ad $2BA$: Et si dato tempore constituatur angulus AEG æqualis duplicatæ distantiae Nodorum à Quadraturis, & ad AD demittatur perpendicularum GH : erit AH Sinus inclinationis quæsita.



$GHq. + HEq. = BHD + HEq. = HBD + HEq. - BHq. = HBD + BEq. - 2BH \times BE = BEq. + 2EC \times BH = 2EC \times AB + 2EC \times BH = 2EC \times AH$.
Ideoque cum $2EC$ detur, est $GEq.$ ut AH . Designet jam AEg distantiam Nodorum à Quadraturis post datum aliquod momentum temporis completum, & arcus Gg , ob datum angulum GEG , erit ut distantia GE . Est autem Hh ad Gg ut GH ad GC , & propterea Hh est ut contentum $GH \times Gg$ seu $GH \times GE$; id est ut $\frac{GH}{GE} \times GEq.$ seu $\frac{GH}{GE} \times AH$, id est ut AH & sinus anguli AEG conjunctim. Igitur si AH in casu aliquo sit Sinus inclinationis, augebitur ea iisdem incrementis cum sinu inclinationis, per Corol. 3. Propositionis superioris, & propterea sinui illi æqualis semper manebit. Sed AH ubi punctum G incidit in punctum alterutrum B vel D huic Sinui æqualis est, & propterea eidem semper æqualis manet. *Q.E.D.*

Hæc est inclinationis Variatio maxima quatenus locus Lunæ in Orbe suo non consideratur. Nam inclinatio, si Nodi in Syzygiis versantur, nil mutatur ex vario situ Lunæ. At si Nodi in Quadraturis consistent, inclinatio major est ubi Luna versatur in Syzygiis, quàm ubi ea versatur in Quadraturis, excessu 2'. 44"; uti in Propositionis superioris Corollario quarto indicavimus. Et hujus excessus dimidio 1'. 22" Variatio tota mediocris *BD* in Quadraturis Lunaribus diminuta fit 15'. 2", in ipsius autem Syzygiis aucta fit 17'. 46". Si Luna igitur in Syzygiis constituatur, Variatio tota, in transitu Nodorum à Quadraturis ad Syzygias, erit 17'. 46". adeoque si Inclinatio, ubi Nodi in Syzygiis versantur, sit 5 gr. 17'. 46". eadem, ubi Nodi sunt in Quadraturis, & Luna in Syzygiis, erit 5 gr. Atque hæc ita se habere confirmatur ex Observationibus. Nam statuunt Astronomi Inclinationem Orbis Lunaris ad planum Eclip <462> ticæ, ubi Nodi sunt in Quadraturis & Luna in oppositione Solis, esse quasi 5 gr. Ubi verò Nodi sunt in Syzygiis, eandem docent esse 5 gr. 17' $\frac{1}{2}$. vel 5 gr. 18'.

Si jam desideretur Orbis Inclination illa, ubi Luna in Syzgiis & Nodi ubivis versantur; fiat AB ad AD ut Sinus 5 gr. ad Sinum $5\text{ gr. } 17'. 46''$, & capiatur angulus AEG æqualis duplicatæ distantiae Nodorum à Quadraturis; & erit AH Sinus Inclinationis quæsita. Huic Orbis Inclinationi æqualis est ejusdem Inclination, ubi Luna distat 90 gr. à Nodis. Aliis in Lunæ locis inæqualitas menstrua, quam Inclinationis variatio admittit, in calculo Latitudinis Lunæ compensatur & quodammodo tollitur per inæqualitatem menstruum motus Nodorum, (ut supra diximus) adeoque in calculo Latitudinis illius negligi potest.

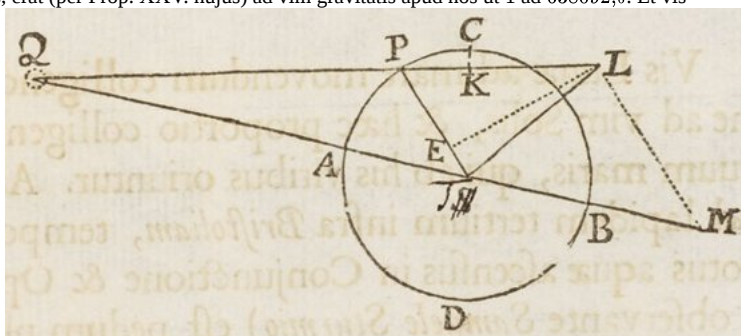


Hactenus de motibus Lunæ quatenus Excentricitas Orbis non

consideratur. Similibus computationibus inveni, quod Apogæum, ubi in Coniunctione vel Oppositione Solis versatur, progreditur singulis diebus 23' respectu Fixarum; ubi verò in Quadraturis est, regreditur singulis diebus $16\frac{1}{3}$ circiter: quodque ipsius motus medius annuus sit quasi 40 gr. Per Tabulas Astronomicas à Cl. Flamstedio ad Hypothesin Horroxii accommodatas, Apogæum in ipsius Syzygiis progreditur cum motu diurno 24'. 28", in Quadraturis autem regreditur cum motu diurno 20'. 12", & motu medio annuo 40 gr. 41' fertur in consequentia. Quod differentia inter motum diurnum progressivum Apogæi in ipsius Syzygiis, & motum diurnum regressivum in ipsius Quadraturis, per Tabulas sit 4'. 16", per computationem verò nostram $6\frac{2}{3}$, vitio Tabularum tribuendum esse <463> suspicamur. Sed neque computationem nostram satis accuratam esse putamus. Nam rationem quandam ineundo prodire Apogæi motus diurnus progressivus in ipsius Syzygiis, & motus diurnus regressivus in ipsius Quadraturis, paulo majores. Computationes autem, ut nimis perplexas & approximationibus impeditas, neque satis accuratas, apponere non lubet.

Prop. XXXVI. Prob. XVI.

Solis vis *ML* seu *PS*, in Quadraturis Lunaribus, ad perturbandos motus Lunares, erat (per Prop. XXV. hujus) ad vim gravitatis apud nos ut 1 ad 638092,⁶. Et vis *SM – LM* seu *2PK* in Syzygiis Lunaribus est duplo major. Hæ autem vires, si descendatur ad superficiem Terræ, diminuuntur in ratione distantiarum à centro Terræ, id est in ratione $60\frac{1}{2}$ ad 1; adeoque vis prior in superficie Terræ est ad vim gravitatis ut 1 ad 38604600. Hac vi Mare deprimitur in locis quæ 90 *gr.* distant à Sole. Vi alterâ quæ duplo major est Mare elevatur, & sub Sole & in regione Soli opposita. Summa virium est ad vim gravitatis ut 1 ad 12868200. Et quoniam vis eadem eundem ciet motum, sive ea deprimat Aquam in regionibus quæ 90 *gr.* distant à Sole, sive elevet eandem in regionibus sub Sole & Soli oppositis, hæc summa erit tota Solis vis ad Mare agitandum; & eundem habebit effectum ac si tota in regionibus sub Sole & Soli oppositis mare elevarer, in regionibus autem quæ 90 *gr.* distant à Sole nil ageret.



Corol. Hinc cum vis centrifuga partium Terræ à diurno Terræ motu oriunda, quæ est ad vim gravitatis ut 1 ad 291, efficiat ut altitudo Aquæ sub Æquatore superet ejus altitudinem sub polis mensura pedum Parisiensium 85200, vis Solaris, de qua egimus, cum sit ad vim gravitatis ut 1 ad 12868200, atque adeo ad vim illam centrifugam ut 291 ad 12868200 seu 1 ad 44221, efficiet ut altitudo aquæ in regionibus sub Sole & Soli oppositis superet altitudinem ejus in locis quæ 90 gradibus distant à Sole, mensura tantum pedis unius Parisiensis & digitorum undecim. Est enim hæc mensura ad mensuram pedum 85200 ut 1 ad 44221.

Prop. XXXVII. Prob. XVII.

Invenire vim Lunæ ad Mare movendum.

Vis Lunæ ad mare movendum colligenda est ex ejus proportionem ad vim Solis, & hæc proportio colligenda ex proportionem motuum maris, qui ab his viribus oriuntur. Ante ostium fluvii *Avonæ*, ad lapidem tertium infra *Bristoliam*, tempore verno & autumnali totus aquæ ascensus in Conjunctione & Oppositione Luminarium (observante *Samuele Sturmio*) est pedum plus minus 45, in Quadraturis autem est pedum tantum 25: Altitudo prior ex summa virium, posterior ex earundem differentia oritur. Solis igitur & Lunæ in Æquatore versantium & mediocriter à Terra distantium, sunt vires S & L . Et quoniam Luna in Quadraturis, tempore verno & autumnali extra Æquatorem in declinatione graduum plus minus $23\frac{1}{2}$ versatur, & Luminaris ab Æquatore declinantis vis ad mare movendum minor sit, idque (quantum sentio) in duplicata ratione Sinus complementi declinationis quam proximè, vis Lunæ in Quadraturis, (cum sinus ille sit ad radium ut 91706 ad 100000) erit $\frac{841}{1000}L$, & summa virium in Syzygiis erit $L + S$, ac differentia in Quadraturis $\frac{841}{1000}L - S$, adeoque $L + S$ erit ad $\frac{841}{1000}L - S$ ut 45 ad 25 seu 9 ad 5, & inde $5L + 5S$ æqualis erit $\frac{7569}{1000}L - 9S$, & $<465> 14S$ æqualis $\frac{2569}{1000}L$, & propterea L ad S ut 14000 ad 2569 seu $5\frac{7}{15}$ ad 1. In Portu *Plymuthi* æstus maris (ex observatione *Samuelis Colepressi*) ad pedes plus minus sexdecim, altitudine mediocri attollitur, ac tempore verno & autumnali altitudo æstus in Syzygiis Lunæ superare potest altitudinem ejus in Quadraturis pedibus septem vel octo. Si excessus mediocris his temporibus sit pedum septem cum dimidio; æstus in Syzygiis ascendet ad pedes $19\frac{3}{4}$, in Quadraturis ad pedes $12\frac{1}{4}$, & sic $L + S$ erit ad $\frac{841}{1000}L - S$ ut $19\frac{3}{4}$ ad $12\frac{1}{4}$, & inde L ad S ut 734 ad 100 seu $7\frac{1}{3}$ ad 1. Est igitur vis Lunæ ad vim Solis per computationem priorem ut $5\frac{7}{15}$ ad 1, per posteriorem ut $7\frac{1}{3}$ ad 1. Donec aliquid certius ex Observationibus accuratius institutis constiterit, usurpabimus proportionem mediocrem $6\frac{1}{3}$ ad 1. Unde cum vis Solis sit ad vim gravitatis ut 1 ad 12868200, vis Lunæ erit ad vim gravitatis ut 1 ad 2031821.

Corol. 1. Igitur cum aqua vi Solis agitata ad altitudinem pedis unius & undecim digitorum ascendat, eadem vi Lunæ ascendet ad altitudinem pedum duodecim. Tanta autem vis ad omnes maris motus excitandos abunde sufficit, & quantitati motuum probe respondet. Nam in maribus quæ ab Oriente in Occidentem latè patent, uti in Mari *Pacífico*, & Maris *Atlantici* & *Æthiopici* partibus extra Tropicos, aqua attolli solet ad altitudinem pedum sex, novem duodecim vel quindecim. In mari autem *Pacífico*, quod profundius est & latius patet, æstus dicuntur esse majores quàm in *Atlantico* & *Æthiopico*. Etenim ut plenus sit æstus, latitudo Maris ab Oriente in Occidentem non minor esse debet quàm graduum nonaginta. In Mari *Æthiopico*, ascensus aquæ intra Tropicos minor est quàm in Zonis temperatis, propter angustiam Maris inter *Africam* & Australem partem *Americæ*. In medio Mari aqua nequit ascendere nisi ad littus utrumque & orientale & occidentale simul descendat: cum tamen vicibus alternis ad littora illa in Maribus nostris angustis descendere debeat. Ea de causa fluxus & refluxus in Insulis, quæ à littoribus longissimè absunt, perexiguus esse solet. In Portibus quibusdam, ubi aqua cum impetu magno per loca $<466>$ vadosa, ad Sinus alternis vicibus implendos & evacuandos, influere & effluere cogitur, fluxus & refluxus sunt solito majores, uti ad *Plymuthum* & pontem *Chepstowæ* in *Anglia*; ad montes *S. Michælis* & urbem *Abrincatuorum* (vulgo *Auranches*) in *Normania*; ad *Cambaïam* & *Pegu* in *India* orientali. His in locis mare, magna cum velocitate accedendo & recedendo, littora nunc inundat nunc arida relinquit ad multa Milliaria. Neque impetus influendi & remeandi prius frangi potest, quam aqua attollitur vel deprimitur ad pedes 30, 40 vel 50 & amplius. Et par est ratio fretorum oblongorum & vadosorum, uti *Magellanici* & ejus quo *Anglia* circumdatur. Æstus in hujusmodi portibus & fretis per impetum cursus & recursus supra modum augetur. Ad littora, verò quæ descensu præcipiti ad mare profundum & apertum spectant, ubi aqua sine impetu effluendi & remeandi attolli & subsidere potest, magnitudo æstus respondet viribus Solis & Lunæ.

Corol. 2. Cum vis Lunæ ad mare movendum sit ad vim gravitatis ut 1 ad 2031821, perspicuum est quod vis illa sit longè minor quàm quæ vel in experimentis Pendulorum, vel in Staticis aut Hydrostaticis quibuscunque sentiri possit. In æstu solo marino hæc vis sensibilem edit effectum.

Corol. 3. Quoniam vis Lunæ ad mare movendum est ad Solis vim consimilem ut $6\frac{1}{3}$ ad 1, & vires illæ sunt ut densitates corporum Lunæ & Solis & cubi diametrorum apparentium conjunctim; erit densitas Lunæ ad densitatem Solis ut $6\frac{1}{3}$ ad 1 directè & cubus diametri Solis ad cubum diametri Lunæ inversè, id est (cum diametri mediocres apparentes Solis & Lunæ sint $31'. 27''.$ & $32'. 12''.$) ut 34 ad 5. Densitas autem Solis erat ad densitatem Terræ ut 100 ad 387, & propterea densitas Lunæ est ad densitatem Terræ ut 680 ad 387, seu 9 ad 5 quam proximè. Est igitur corpus Lunæ densius & magis terrestre quàm Terra nostra.

Corol. 4. Unde cum vera diameter Lunæ sit ad veram diametrum Terræ ut 1 ad $3,6\frac{1}{2}$, erit massa Lunæ ad massam Terræ ut 1 ad 26 quam proximè

$<467>$

Corol. 5. Et gravitas acceleratrix in superficie Lunæ, erit quasi duplo minor quàm gravitas acceleratrix in superficie Terræ.

Prop. XXXVIII. Prob. XVIII.

Invenire figuram corporis Lunæ.

Si corpus Lunare fluidum esset ad instar maris nostri, vis Terræ ad fluidum illud in partibus & citimis & ultimis elevandum, esset ad vim Lunæ, qua mare nostrum in partibus & sub Luna & Lunæ oppositis attollitur, ut gravitas acceleratrix Lunæ in Terram ad gravitatem acceleratricem Terræ in Lunam & diameter Lunæ ad diametrum Terræ conjunctim; id est ut 26 ad 1 & 5 ad 18 conjunctim seu 65 ad 9. Unde cum mare nostrum vi Lunæ attollatur ad pedes duodecim, fluidum Lunare vi Terræ attolli deberet ad pedes fere nonaginta. Eaque de causa figuram Lunæ Sphæroidem esset, cujus maxima diameter producta transiret per centrum Terræ, & superaret diametros perpendiculares excessu pedum 180. Talem igitur figuram Luna affectat, easque sub initio induere debuit. *Q.E.I.*

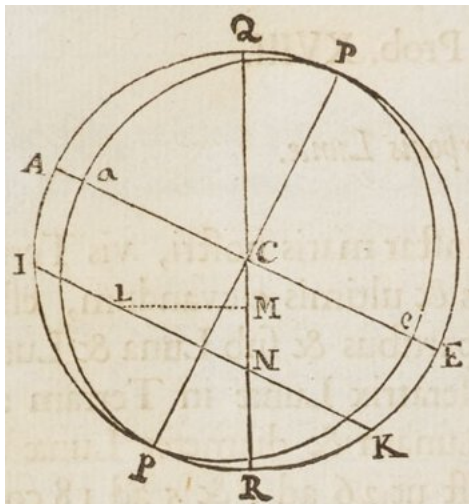
Corol. Inde verò fit ut eadem semper Lunæ facies in Terram obvertatur. In alio enim situ corpus Lunare quiescere non potest, sed ad hunc situm oscillando semper redibit. Attamen oscillationes ob parvitatem virium agitantium essent longè tardissimæ: adeò ut facies illa, quæ Terram semper respicere deberet, possit alterum orbis Lunarum umbilicum, ob rationem superius allatam respicere, neque statim abinde retrahi & in Terram converti.

Lemma I.

Si *APeP* Terram designet uniformiter densam, centroque *C* & polis *P*, *p* & æquatore *AE* delineatam; & si centro *C* radio *CP* describi intelligatur sphaera *Pape*; sit autem *QR* planum, cui recta à cen $<468>$ tro *Solis* ad centrum Terræ ducta normaliter insitit; & Terræ totius exterioris *PapAPeP*, quæ Sphærâ modò descriptâ aliter est, particulæ singulæ conantur recedere hinc inde à plano *QR*, sitque conatus particulæ cujusque ut ejusdem distantia à plano: erit vis & efficacia tota particularum omnium, ad Terram circulariter movendam, quadruplo minor quàm vis tota particularum totidem in Æquatoris circulo *AE*, uniformiter per totum circuitum in morem annuli dispositarum, ad Terram consimili motu circulari movendam. Et motus iste circularis circa axem in plano *QR* jacentem, & axi *Pp* perpendiculariter insistentem, peragetur.

Sit enim *IK* circulus minor Æquatori *AE* parallelus, sitque *L* particula Terræ in circulo illo extra globum *Pape* sita. Et si in planum *QR* demittatur perpendiculum *LM*, vis tota particulæ illius ad Terram circa ipsius centrum convertendum proportionalis erit eidem *LM*: & si hæc vis *LM* (per Legum *Corol.* 2.) distinguatur in vires *LN*, *NM*; efficacia virium *MN* particularum omnium *L*, in circuitu Terræ totius extra globum *Pape* consistentium, ad Terram circa ipsius centrum secundum ordinem literarum *ApEP* convertendam, erit ad efficaciam virium *LN* particularum omnium *L*, ad Terram circa ipsius centrum secundum ordinem contrarium earundem literarum convertendam, ut tria ad duo. Ideoque efficacia virium omnium *MN* erit ad excessum efficaciarum hujus supra efficaciam virium omnium *LN* ut tria ad unum. Et si particulæ illæ omnes locarentur in Æquatore, efficacia virium omnium *LN* evanesceret, & efficacia virium omnium *MN* augetur in ratione quatuor ad tria. Quare excessus ille, qui est efficacia absoluta particularum in locis propriis, est pars quarta efficaciarum particularum earundem in Æquatore. Motus autem æquino $<469>$ ctiorum est ut hæc efficacia. Singula examinet qui volet. Brevitati consulo.

Lemma II.



Motus autem Terræ totius circa axem illum, ex motibus particularum omnium compositus, erit ad motum annuli circa axem eundem, in ratione composita ex ratione materiæ in Terra ad materiam in annulo, & ratione trium quadratorum ex arcu quadrantalı circuli cujuscunque, ad duo quadrata ex diametro; id est in ratione materiæ ad materiam & numeri 925275 & 1000000.

Est enim motus Cylindri circa axem suum immotum revolventis, ad motum Sphæræ inscriptæ & simul revolventis, ut quælibet quatuor æqualia quadrata ad tres ex circulis sibi inscriptis: & motus Cylindri ad motum annuli tenuissimi, Sphæram & Cylindrum ad communem eorum contactum ambientis, ut duplum materiæ in Cylindro ad triplum materiæ in annulo; & annuli motus iste circa axem Cylindri uniformiter continuatus, ad ejusdem motum uniformem circa diametrum propriam, eodem tempore periodico factum, ut circumferentia circuli ad duplum diametri.

Lemma III.

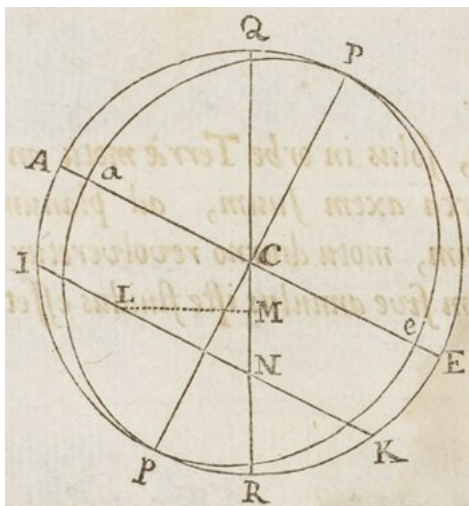
Si annulus, Terra omni reliqua sublata, solus in orbe Terræ motu annuo circa Solem ferretur, & interea circa axem suum, ad planum Eclipticæ in angulo graduum $23\frac{1}{2}$ inclinatum, motu diurno revolveretur: idem foret motus Punctorum Æquinoctialium sive annulus iste fluidus esset, sive is ex materia rigida & firma constaret.

<470>

Prop. XXXIX. Prob. XIX.

Invenire Præcessionem Æquinoctiorum.

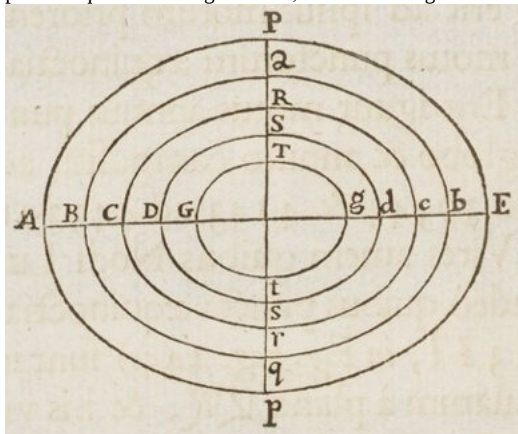
Motus mediocris horarius Nodorum Lunæ in Orbe circulari, ubi Nodi sunt in Quadraturis, erat $16''$. $35'''$. 16^{iv} . 36^v . & hujus dimidium $8''$. $17'''$. 38^{iv} . 18^v . (ob rationes supra explicatas) est motus medius horarius Nodorum in tali Orbe; fitque anno toto sidereo 20 gr. $11'$. $46''$. Quoniam igitur Nodi Lunæ in tali Orbe conficerent annuatim 20 gr. $11'$. $46''$. in antecedentia; & si plures essent Lunæ motus Nodorum cujusque, per Corol. 16. Prop. LXVI. Lib. I. forent reciproce ut tempora periodica; & propterea si Luna spatio diei siderei juxta superficiem Terræ revolveretur, motus annuus Nodorum foret ad 20 gr. $11'$. $46''$. ut dies sidereus horarum 23 . $56'$. ad tempus periodicum Lunæ dierum 27 . 7 hor. $43'$; id est ut 1436 ad 39343 . Et par est ratio Nodorum annuli Lunarum Terram ambientis; sive Lunæ illæ se mutuò non contingant, sive liquescant & in annulum continuum formentur, sive denique annulus ille rigescat & inflexibilis reddatur.



Fingamus igitur quod annulus iste quoad quantitatem materiæ æqualis sit Terræ omni *PapAPepE*, quæ globo *PapE* superior est; & quoniam globus iste est ad Terram illam superiorem ut *aCqu*. ad *ACqu*. — *aCqu*. id est (cum Terræ diameter minor *PC* vel *aC* sit ad diametrum majorem *AC* ut 689 ad 692) ut 4143 ad 474721 seu 1000 ad 114584 ; si annulus iste Terram secundum æquatorem cingeret, & uterque simul circa diametrum annuli revolveretur, motus annuli esset ad motum globi interioris (per <471> hujus Lem. II.) ut 4143 ad 474721 & 1000000 ad 925275 conjunctim, hoc est ut 4143 ad 439248 : ideoque motus annuli esset ad summam motuum annuli & globi, ut 4143 ad 443391 . Unde si annulus globo adhæreat, & motum suum, quo ipsius Nodi seu puncta æquinoctialia regrediuntur, cum globo communicet: motus qui restabit in annulo erit ad ipsius motum priorem ut 4143 ad 443391 ; & propterea motus punctorum æquinoctialium diminuetur in eadem ratione. Erit igitur motus annuus punctorum æquinoctialium corporis ex globo & annulo compositi, ad motum 20 gr. $11'$. $46''$, ut 1436 ad 39343 & 4143 ad 443391 conjunctim, id est ut 1 ad 2932 . Vires autem quibus Nodi Lunarum (ut supra explicui) atque adeò quibus puncta æquinoctialia annuli regrediuntur (id est vires *3IT*, in *Fig. pag. 444.*) sunt in singulis particulis ut distantie particularum à plano *QR*, & his viribus particulæ illæ planum fugiunt; & propterea (per Lem. I.) si materia annuli per totam globi superficiem, in morem figuræ *PapAPepE*, ad superiorem illam Terræ partem constituendam spargeretur, vis & efficacia tota particularum omnium ad Terram circa quamvis Æquatoris diametrum rotandam, atque adeo ad movenda puncta æquinoctialia, evaderet quadruplo minor quàm prius. Ideoque annuus æquinoctiorum regressus jam esset ad 20 gr. $11'$. $46''$. ut 1 ad 11728 , ac proinde fieret $6''$. $12'''$. 2^{iv} . Hæc est præcessio Æquinoctiorum à vi Solis oriunda. Vis autem Lunæ ad mare movendum erat ad vim Solis ut $6\frac{1}{3}$ ad 1 , & hæc vis pro quantitate sua augebit etiam præcessionem Æquinoctiorum. Ideoque præcessio illa ex utraque causa oriunda jam fiet major in ratione $7\frac{1}{3}$ ad 1 , & sic erit $45''$. $24'''$. 15^{iv} . Hic est motus punctorum æquinoctialium ab actionibus Solis &

Lunæ in partes Terræ, quæ globo *Pape* incumbunt, oriundus. Nam Terra ab actionibus illis in globum ipsum exercitis nullam in partem inclinari potest.

Designet jam *APEp* corpus Terræ figurâ Ellipticâ præditum, & ex uniformi materiâ constans. Et si distinguatur idem in figuras innumeras Ellipticas concentricas & consimiles, *APEp*, *BQBq*, <472> *CRcr*, *DSds*, &c. quarum diametri sint in progressionem Geometrica: quoniam figuræ consimiles sunt, vires Solis & Lunæ, quibus puncta æquinoctialia regrediuntur, efficerent ut figurarum reliquarum seorsim spectatarum puncta eadem æquinoctialia eadem cum velocitate regrederentur. Et par est



ratio motus orbium singulorum *AQEg*, *BRbr*, *CScs*, &c. qui sunt figurarum illarum differentie. Orbis uniuscujusque, si solus esset, puncta æquinoctialia eadem cum velocitate regredi deberent. Nec refert utrum orbis quilibet densior sit an rarior, si modò ex materia uniformiter densa confluet. Unde etiam si orbis ad centrum densiores sint quàm ad circumferentiam, idem erit motus æquinoctiorum Terræ totius ac prius; si modo orbis unusquisque seorsim spectatus ex materia uniformiter densa constet, & figura orbis non mutetur. Quod si figuræ orbium mutentur, Terraque ad æquatorem *AE*, ob densitatem materiæ ad centrum, jam altius ascendat quàm prius; regressus æquinoctiorum ex aucta altitudine augebitur, idque in orbibus singulis seorsim existentibus, in ratione majoris altitudinis materiæ juxta orbis illius æquatorem; in Terra autem tota in ratione majoris altitudinis materiæ juxta æquatorem orbis non extimi *AQEg*, non intimi *Gg*, sed mediocris alicujus *CScs*. Terram autem ad centrum densiorem esse, & propterea sub Æquatore altiore esse quàm ad polos in majore ratione quàm 692 ad 689 , in superioribus insinuavimus. Et ratio majoris altitudinis, colligi ferè potest ex majore diminutione gravitatis sub æquatore, quàm quæ ex ratione 692 ad 689 consequi debeat. Excessus longitudinis penduli, quod in *Insula Goree* & in illâ *Cayennæ* minutis singulis secundis oscillatur, supra longitudinem Penduli quod *Parisii* eodem tempore oscillatur, à <473> *Gallis* inventi sunt pars decima & pars octava digiti, qui tamen ex proportionem 692 ad 689 prodire $\frac{81}{1000}$ & $\frac{89}{1000}$. Major est itaque longitudo Penduli *Cayennæ* quàm oportet, in ratione, $\frac{1}{8}$ ad $\frac{89}{1000}$, seu 1000 ad 712 ; & in *Insula Goree* in ratione $\frac{1}{10}$ ad $\frac{81}{1000}$ seu 1000 ad 810 . Si sumamus rationem mediocrem 1000 ad 760 ; minuenda erit gravitas Terræ ad æquatorem, &

ibidem augenda ejus altitudo, in ratione 1000 ad 760 quam proximè. Unde motus æquinoctiorum (ut supra dictum est) auctus in ratione altitudinis Terræ, non ad orbem extimum, non ad intimum, sed ad intermedium aliquem, id est, non in ratione maxima 1000 ad 760 , non in minima 1000 ad 1000 , sed in mediocri aliqua, puta 10 ad $8\frac{1}{3}$ vel 6 ad 5 , evadet annuatim $54''$. $29'''$. 6^{iv} .

Rursus hic motus, ob inclinationem plani Æquatoris ad planum Eclipticæ, minuendus est, idque in ratione Sinus complementi inclinationis ad Radium. Nam distantia particulæ cujusque terrestris à plano *QR*, quo tempore particula illa à plano Eclipticæ longissimè distat, in Tropico suo (ut ita dicam) consistens, diminuitur, per inclinationem planorum Eclipticæ & Æquatoris ad invicem, in ratione Sinus complementi inclinationis ad Radium. Et in ratione distantie illius diminuitur etiam vis particulæ ad æquinoctia movenda. In eadem quoque ratione diminuitur summa virium particulæ ejusdem, in locis hinc inde à Tropico æqualiter distantibus: uti ex prædemonstratis facilè ostendi possit: & propterea vis tota particulæ illius, in revolutione integrâ, ad æquinoctia movenda, ut & vis tota particularum omnium, & motus æquinoctiorum à vi illa oriundus, diminuitur in eadem ratione. Igitur cum inclinatio illa sit $23\frac{1}{2}$ gr. minuendus est motus $54''$. $29'''$. in ratione Sinus 91706

(qui sinus est complementi graduum $23\frac{1}{2}$) ad Radium 100000. Qua ratione motus iste jam fiet $49''.58'''$. Regrediuntur igitur puncta æquinoctiorum motu annuo (juxta computationem nostram) $49''.58'''$, fere ut Phænomena cœlestia requirunt. Nam regressus ille annuus ex observationibus Astronomorum est $50''$.

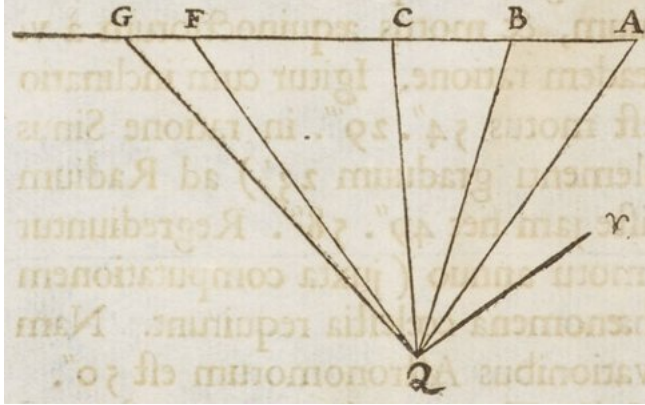
Descripsimus jam Systema Solis, Terræ & Planetarum; superest ut de Cometis nonnulla adjiciantur.

<474>

Lemma IV.

Cometas esse Lunâ superiores & in regione Planetarum versari.

Ut defectus Parallaxeos diurnæ extulit Cometæ supra regiones sublunares, sic ex Parallaxi annua convincitur eorum descensus in regiones Planetarum. Nam Cometæ qui progrediuntur secundum ordinem signorum sunt omnes, sub exitu apparitionis, aut solito tardiores aut retrogradi, si Terra est inter ipsos & Solem; at justo celeriores si Terra vergit ad oppositionem. Et è contra, qui pergunt contra ordinem signorum sunt justo celeriores in fine apparitionis, si Terra versatur inter ipsos & Solem; & justo tardiores vel retrogradi si Terra sita est ad contrarias partes. Contingit hoc maximè ex motu Terræ in vario ipsius situ, perinde ut fit in Planetis, qui, pro motu Terræ vel conspirante vel contrario, nunc retrogradi sunt, nunc tardiùs moveri videntur, nunc verò celerius. Si Terra pergit ad eandem partem cum Cometa, & motu angulari circa Solem celerius fertur, Cometa è Terra spectatus, ob motum suum tardiozem, apparet esse retrogradus; sin Terra tardiùs fertur, motus Cometæ, (detracto motu Terræ) fit saltem tardior. At si Terra pergit in contrarias partes, Cometa exinde velocior apparet. Ex acceleratione autem vel retardatione vel motu

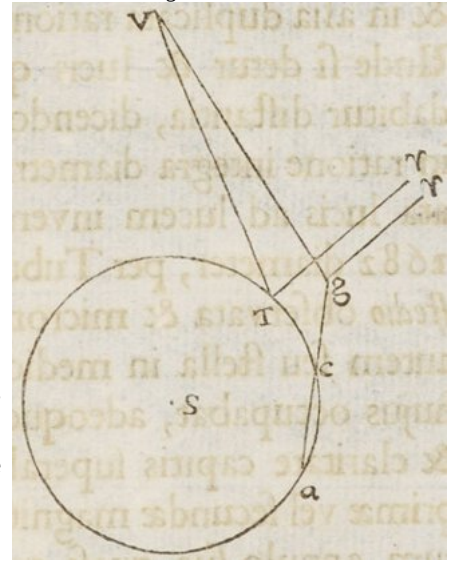


retrogrado distantia Cometæ in hunc modum colligitur. Sunto γQA , γQB , γQC observatæ tres longitudes Cometæ, sub initio motus, sitque γQF longitudo ultimò observata, ubi Cometa videri desinit. Agatur recta ABC , cujus partes AB , BC rectis QA & γQB , QB & QC interjectæ, sint ad invicem ut tempora inter observationes tres primas. Producat AC ad G , ut sit AG ad AB ut tempus inter observationem primam & ultimam, ad tempus inter observationem primam & secundam, & jungatur QG . Et si Cometa moveretur uniformiter in linea recta, atque Terra vel quiesceret, vel etiam in linea recta, uniformi cum motu, progredieretur; foret angulus γQG longitudo Cometæ tempore Observationis ultimæ. Angulus igitur FQG , qui longitudinum differentia est, oritur ab inæqualitate motuum Cometæ ac Terræ. Hic autem angulus, si Terra & Cometa in contrarias partes moventur, additur angulo AQG , & sic motum apparentem Cometæ velociorem reddit: Sin Cometa pergit in easdem partes cum Terra, eidem subducitur, motumque Cometæ vel tardiozem reddit, vel forte retrogradum; uti modò exposui. Oritur igitur hic angulus præcipuè ex motu Terræ, & idcirco pro parallaxi Cometæ meritò habendus est, neglecto videlicet ejus incremento vel decremento nonnullo, quod à Cometæ motu inæquali in orbe proprio oriri possit. Distantia verò Cometæ ex hac parallaxi sic colligitur. Designet S Solem, acT orbem magnum, a locum Terræ in

observatione prima, c locum Terræ in observatione secunda, T locum Terræ in observatione ultima, & $T\gamma$ lineam rectam versus principium Arietis ductam. Sumatur angulus γTV æqualis angulo γQF , hoc est æqualis longitudini Cometæ ubi Terra versatur in T . Jungatur ac , & producat ea ad g , ut sit ag ad ac ut AG ad AC , & erit g locus quem Terra tempore observationis ultimæ, motu in recta ac uniformiter continuato, attingeret. Ideoque si ducatur gy ipsi $T\gamma$ parallela, & capiatur angulus γgV angulo γQG æqualis, erit hic angulus γgV æqualis longitudini Cometæ è loco g spectati; & angulus TVg parallaxis erit, quæ oritur à translatione Terræ de loco g in locum T : ac proinde V locus erit Cometæ in plano Eclipticæ. Hic autem locus V orbe Jovis inferior esse solet.

Idem colligitur ex curvatura viæ Cometarum. Pergunt hæc corpora propemodum in circulis maximis quamdiu moventur celerius; at in fine cursus, ubi motus apparentis pars illa quæ à parallaxi oritur majorem habet proportionem ad motum totum apparentem, deflectere solent ab his circulis, & quoties Terra movetur in unam partem abire in partem contrariam. Oritur hæc deflexio maximè ex Parallaxi, propterea quod respondet motui Terræ; & insignis ejus quantitas meo computo collocavit disparentes Cometæ satis longè infra Jovem. Unde consequens est quòd in Perigæis & Periheliis, ubi propius adsunt, descendunt sæpius infra orbes Martis & inferiorum Planetarum.

Confirmatur etiam propinquitas Cometarum ex luce capitum. Nam corporis cœlestis à Sole illustrati & in regiones longinquas abeuntis diminuitur splendor in quadruplicata ratione distantiae: in duplicata ratione videlicet ob auctam corporis distantiam à Sole, & in alia duplicata ratione ob diminutam diametrum apparentem. Unde si detur & lucis quantitas & apparens diameter Cometæ, dabitur distantia, dicendo quod distantia sit ad distantiam Planetæ in ratione integra diametri ad diametrum directè & ratione dimidiata lucis ad lucem inversè. Sic minima Capillitii Cometæ anni 1682 diameter, per Tubum opticum sexdecim pedum à *Cl. Flamstedio* observata & micrometro mensurata, æquabat $2'.0''$. Nucleus autem seu stella in medio capitis vix decimam partem latitudinis hujus occupabat, adeoque lata erat tantum $11''$ vel $12''$. Luce verò & claritate capitis superabit caput Cometæ anni 1680, stellasque primæ vel secundæ magnitudinis æmulabatur. Ponamus Saturnum cum annulo suo quasi quadruplo lucidiorem fuisse: & quoniam lux annuli propemodum æquabat lucem globi intermedi, & diameter apparens globi sit quasi $21''$, adeoque lux globi & annuli <477> conjunctim æquaret lucem globi, cujus diameter esset $30''$: erit distantia Cometæ ad distantiam Saturni ut 1 ad 4 inversè, & $12''$ ad $30''$ directè, id est ut 24 ad 30 seu 4 ad 5. Rursus Cometa anni 1665 mense *Aprili*, ut Author est *Hevelius*, claritate sua pene fixas omnes superabat, quinetiam ipsum Saturnum, ratione coloris videlicet longè vividioris. Quippe lucidior erat hic Cometa altero illo, qui in fine anni præcedentis apparuerat & cum stellis primæ magnitudinis conferebatur. Latitudo capillitii erat quasi $30'$, at nucleus cum Planetis ope Tubi optici collatus, plane minor erat Jove, & nunc minor corpore intermedio Saturni, nunc ipsi æqualis judicabatur. Porro cum diameter Capillitii Cometarum rarò superet $8'$ vel $12'$, diameter verò Nuclei seu stellæ centralis sit quasi decima vel fortè decima quinta pars diametri capillitii, patet Stellas hasce ut plurimum ejusdem esse apparentis magnitudinis cum Planetis. Unde cum lux eorum cum luce Saturni non rarò conferri possit, eamque aliquando superet; manifestum est quod Cometæ omnes in Periheliis vel infra Saturnum collocandi sint, vel non longe supra. Errant igitur toto cœlo qui Cometæ in regionem Fixarum prope ablegant: qua certè ratione non magis illustrari deberent à Sole nostro, quàm Planetæ, qui hic sunt, illustrantur à Stellis fixis.



Hæc disputavimus non considerando obscuracionem Cometarum per fumum illum maximè copiosum & crassum, quo caput circundatur, quasi per nubem obtusè semper lucens. Nam quanto obscurius redditur corpus per hunc fumum, tanto propius ad Solem accedat necesse est, ut copia lucis à se reflexa Planetas æmuletur. Inde verisimile fit Cometæ longe infra Sphæram Saturni descendere, uti ex Parallaxi probavimus. Idem verò quam maximè confirmatur ex Caudis. Hæ vel ex reflexione fumi sparsi per æthera, vel ex luce capitis oriuntur. Priore casu minuenda est distantia Cometarum, ne fumus à Capite semper ortus per spatia nimis ampla incredibili cum velocitate & expansione propagetur. In posteriore referenda est lux omnis tam caudæ quàm capillitii ad <478> Nucleum capitis. Igitur si imaginemur lucem hanc omnem congregari & intra discum Nuclei coarctari, Nucleus ille jam certè, quoties caudam maximam & fulgentissimam emittit, Jovem ipsum splendore suo multum superabit. Minore igitur cum diametro apparente plus lucis emittens, multò magis illustrabitur à Sole, adeoque erit Soli multò propior. Quinetiam capita sub Sole delitescentia, & caudas cum maximas tum fulgentissimas instar trabium ignitarum nonnunquam emittentia, eodem argumento infra orbem Veneris collocari debent. Nam lux illa omnis si in stellam congregari supponatur, ipsam Venerem ne dicam Veneres plures conjunctas quandoque superaret.

Idem denique colligitur ex luce capitum crescentem in recessu Cometarum à Terra Solem versus, ac decrescentem in eorum recessu à Sole versus Terram. Sic enim Cometa posterior Anni 1665 (observante *Hevelio*,) ex quo conspici caput, remittebat semper de motu suo, adeoque præterierat Perigæum; Splendor verò capitis nihilominus indies crescebat, usque dum Cometa radiis Solaribus obtectus desiit apparere. Cometa Anni 1683, observante eodem *Hevelio*, in fine Mensis *Julii* ubi primum conspectus est, tardissimè movebatur, minuta prima 40 vel 45 circiter singulis diebus in orbe suo conficiens. Ex eo tempore motus ejus diurnus perpetuo augebatur usque ad *Sept. 4*. quando evasit graduum quasi quinque. Igitur toto hoc tempore Cometa ad Terram appropinquabat. Id quod etiam ex diametro capitis micrometro mensurata colligitur: quippe quam *Hevelius* reperit *Aug. 6*. esse tantum $6'.5''$ inclusâ comâ, at *Sept. 2*. esse $9'.7''$. Caput igitur initio longe minus apparuit

quàm in fine motus, at initio tamen in vicinia Solis longe lucidius extitit quàm circa finem, ut refert idem *Hevelius*. Proinde toto hoc tempore, ob recessum ipsius à Sole, quoad lumen decrevit, non obstante accessu ad Terram. Cometa Anni 1618 circa medium Mensis *Decembris*, & iste Anni 1680 circa finem ejusdem Mensis, celerrimè movebantur, adeoque tunc erant in Perigæis. Verum splendor maximus capitum contigit ante duas fere <479> septimanas, ubi modò exierant de radiis Solaribus; & splendor maximus caudarum paulo ante, in majore vicinitate Solis. Caput Cometæ prioris, juxta observationes *Cysati*, *Decem.* 1. majus videbatur stellis primæ magnitudinis, & *Decem.* 16. (jam in Perigæo existens) magnitudine parùm, splendore seu claritate luminis plurimum defecerat. *Jan.* 7. *Kepterus* de capite incertus finem fecit observandi. Die 12 mensis *Decemb.* conspectum & à *Flamstedio* observatum est caput Cometæ posterioris, in distantia novem graduum à Sole; id quod stellæ tertiæ magnitudinis vix concessum fuisset. *Decem.* 15 & 17 apparuit idem ut stella tertiæ magnitudinis, diminutum utique splendore Nubium juxta Solem occidentem. *Decem.* 26. velocissimè motus, inque Perigæo propemodum existens, cedebat ori Pegasi, Stellæ tertiæ magnitudinis. *Jan.* 3. apparebat ut Stella quartæ, *Jan.* 9. ut Stella quintæ, *Jan.* 13. ob splendorem Lunæ crescentis disparuit. *Jan.* 25. vix æquabat Stellas magnitudinis septimæ. Si sumantur æqualia à Perigæo hinc inde tempora, capita quæ temporibus illis in longinquis regionibus posita, ob æquales à Terra distantias, æqualiter lucere debuissent, in plaga Solis, maximè splenduerunt, ex altera Perigæi parte evanuerunt. Igitur ex magna lucis in utroque situ differentia concluditur magna Solis & Cometæ vicinitas in situ priore. Nam lux Cometarum regularis esse solet, & maxima apparere ubi capita velocissimè moventur, atque adeo sunt in Perigæis; nisi quatenus ea major est in vicinia Solis.

Corol. 1. Splendent igitur Cometæ luce Solis à se reflexa.

Corol. 2. Ex dictis etiam intelligitur cur Cometæ tantopere frequentant regionem Solis. Si cernerentur in regionibus longè ultra Saturnum deberent sæpius apparere in partibus Soli oppositis. Forent enim Terræ viciniore qui in his partibus versarentur, & Sol interpositus obscuraret cæteros. Verum percurrendo historias Cometarum reperi quod quadruplo vel quintuplo plures detecti sunt in Hemisphærio Solem versus, quàm in Hemisphærio opposito, præter alios procul dubio non paucos quos lux Solaris obtexit. Ni <480> mirum in descensu ad regiones nostras neque caudas emittunt, neque adeo illustrantur à Sole, ut nudis oculis se prius detegendos exhibeant, quàm sint ipso Jove propiores. Spatii autem tantillo intervallo circa Solem descripti pars longè major sita est à latere Terræ quod Solem respicit; inque parte illa majorem Cometæ Soli ut plurimum viciniore magis illuminari solent.

Corol. 3. Hinc etiam manifestum est, quod cœli resistentia destituuntur. Nam Cometæ vias obliquas & nonnunquam cursui Planetarum contrarias secuti, moventur omnifariam liberrimè, & motus suos etiam contra cursum Planetarum diutissimè conservant. Fallor ni genus Planetarum sint, & motu perpetuo in orbem redeant. Nam quod Scriptores aliqui Meteora esse volunt, argumentum à capitum perpetuis mutationibus ducentes, fundamento carere videtur. Capita Cometarum Atmosphæris ingentibus cinguntur; & Atmosphæræ infernè densiores esse debent. Unde nubes sunt non ipsa Cometarum corpora, in quibus mutationes illæ visuntur. Sic Terra si è Planetis spectaretur, luce nubium suarum proculdubio splenderet, & corpus firmum sub nubibus prope delitesceret. Sic cingula Jovis in nubibus Planetæ illius formata, situm mutant inter se, & firmum Jovis corpus per nubes illas difficiliter cernitur. Et multo magis corpora Cometarum sub Atmosphæris & profundioribus & crassioribus abscondi debent.

Prop. XL. Theor. XXI.

Cometas in Sectionibus conicis umbilicos in centro Solis habentibus moveri, & radii ad solem ductis areas temporibus proportionales describere.

Patet per *Corol.* 1. Prop. XIII. Libri primi, collatum cum Prop. VIII, XII & XIII. Libri tertii.

Corol. 1. Hinc si Cometæ in orbem redeunt, orbis erunt Ellipses, & tempora periodica erunt ad tempora periodica Planetarum in ratione sequialtera transversorum axium. Ideoque Cometæ ma <481> xima ex parte supra Planetas versantes, & eo nomine orbis axibus majoribus describentes, tardius revolvuntur. Ut si axis orbis Cometæ sit quadruplo major axe orbis Saturni, tempus revolutionis Cometæ erit ad tempus revolutionis Saturni, id est ad annos 30, ut $\sqrt[4]{4}$ (seu 8) ad 1, ideoque erit annorum 240.

Corol. 2. Orbis autem erunt Parabolæ adeo finitimi, ut eorum vice Parabolæ absque erroribus sensibilibus adhiberi possunt.

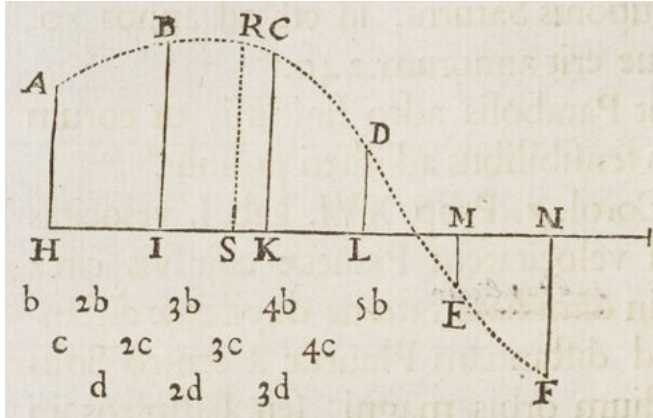
Corol. 3. Et propterea, per *Corol.* 7. Prop. XVI. Lib. I. velocitas Cometæ omnis erit semper ad velocitatem Planetæ cujusvis circa Solem in circulo revolvantis, in dimidiata ratione duplicatæ distantie Cometæ à centro Solis ad distantiam Planetæ à centro Solis quamproximè. Ponamus radium orbis magni, seu Ellipseos in qua Terra revolvitur semidiametrum transversam, esse partium 100000000, & Terra motu suo diurno mediocri describet partes 1720212, & motu horario partes 71675 $\frac{1}{2}$. Ideoque Cometa in eadem Telluris à Sole distantia mediocri, ea cum velocitate quæ sit ad velocitatem Telluris ut $\sqrt{2}$ ad 1, describet motu suo diurno partes 2432747, & motu horario partes 101364 $\frac{1}{2}$. In majoribus autem vel minoribus distantis, motus tum diurnus tum horarius erit ad hunc motum diurnum & horarium in dimidiata ratione distantiarum respectivè, ideoque datur.

Lemma V.

Invenire lineam curvam generis Parabolici, quæ per data quotcunque puncta transibit.

Sunto puncta illa A, B, C, D, E, F, &c. & ab iisdem ad rectam quamvis positione datam HN demitte perpendiculara quotcunque AH, BI, CK, DL, EM, FN.

Cas. 1. Si punctorum H, I, K, L, M, N æqualia sunt intervalla HI, IK, KL, &c. collige perpendicularorum AH, BI, CK &c. differentias primas b, 2b, 3b, 4b, 5b, &c. secundas c, <482> 2b, 3b, 4b, &c. tertias d, 2d, 3d, &c. id est, ita ut sit HA - BI = b, BI - CK = 2b, CK - DL = 3b, DL + EM = 4b, -EM + FN = 5b, &c. dein



$b - 2b = c$ &c. Deinde erecta quacunque perpendiculari RS, quæ fuerit ordinatim applicata ad curvam quæsitam: ut inveniatur hujus longitudo, pone intervalla HI, IK, KL, LM, &c. unitates esse, & dic AH = a, -HS = p, $\frac{1}{2}p$ in -IS = q, $\frac{1}{3}q$ in +SK = r, $\frac{1}{4}r$ in +SL = s, $\frac{1}{5}s$ in +SM = t; pergendo videlicet ad usque penultimum perpendicularum ME, & præponendo signa negativa terminis HS, IS, &c. qui jacent ad partes puncti S versus A, & signa affirmativa terminis SK, SL, &c. qui jacent ad alteras partes puncti S. Et signis probe observatis erit RS = a + bp, +cq + dr + es + ft &c.

Cas. 2. Quod si punctorum H, I, K, L, &c. inæqualia sint intervalla HI, IK, &c. collige perpendicularorum AH, BI, CK, &c. differentias primas per intervalla perpendicularorum divisas b, 2b, 3b, 4b, 5b; secundas per intervalla bina divisas c, 2c, 3c, 4c, &c. tertias per intervalla terna divisas d, 2d, 3d, &c. quartas per intervalla quaterna divisas e, 2e, &c. & sic deinceps; id est ita ut sit $b = \frac{AH-BI}{HI}$, $2b = \frac{BI-CK}{IK}$, $3b = \frac{CK-DL}{KL}$ &c. dein $c = \frac{b-2b}{HK}$, $2c = \frac{2b-3b}{IL}$, $3c = \frac{3b-4b}{KM}$ &c. Postea $d = \frac{c-2c}{HL}$, $2d = \frac{2c-3c}{LM}$ &c. Inventis differentiis, dic AH = a, -HS = p, p in -IS = q, q in +SK = r, r in +SL = s, s in +SM = t; pergendo scilicet ad usque perpendicularum penultimum ME, & erit ordinatim applicata RS = a + bp + cq + dr + es + ft, &c.

Corol. Hinc aræ curvarum omnium inveniri possunt quamproximè. Nam si curvæ cujusvis quadrandæ inveniantur puncta ali <483> quot, & Parabola per eadem duci intelligatur: erit area Parabolæ hujus eadem quam proximè cum area curvæ illius quadrandæ. Potest autem Parabola per Methodos notissimas semper quadrari Geometricè.

Lemma VI.

Ex observatis aliquot locis Cometæ invenire locum ejus ad tempus quodvis intermedium datum.

Designent HI, IK, KL, LM tempora inter observationes, (*in Fig. præced.*) HA, IB, KC, LD, ME , observatas quinque longitudes Cometæ, HS tempus datum inter observationem primam & longitudinem quæsitam. Et si per puncta A, B, C, D, E duci intelligatur curva regularis $ABCDE$; & per Lemma superius inveniatur ejus ordinatim applicata RS , erit RS longitudo quæsitæ.

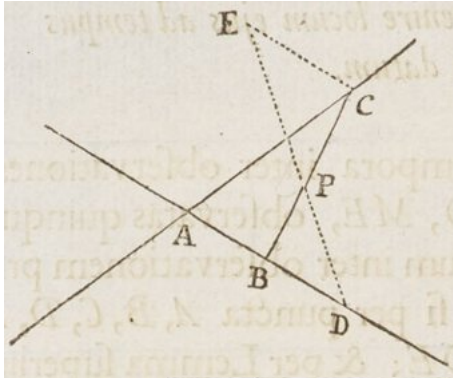
Eadem methodo ex observatis quinque latitudinibus invenitur latitudo ad tempus datum.

Si longitudinum observatarum parvæ sint differentiæ, puta graduum tantum 4 vel 5; suffecerint observationes tres vel quatuor ad inveniendam longitudinem & latitudinem novam. Sin majores sint differentiæ, puta graduum 10 vel 20, debebunt observationes quinque adhiberi.

<484>

Lemma VII.

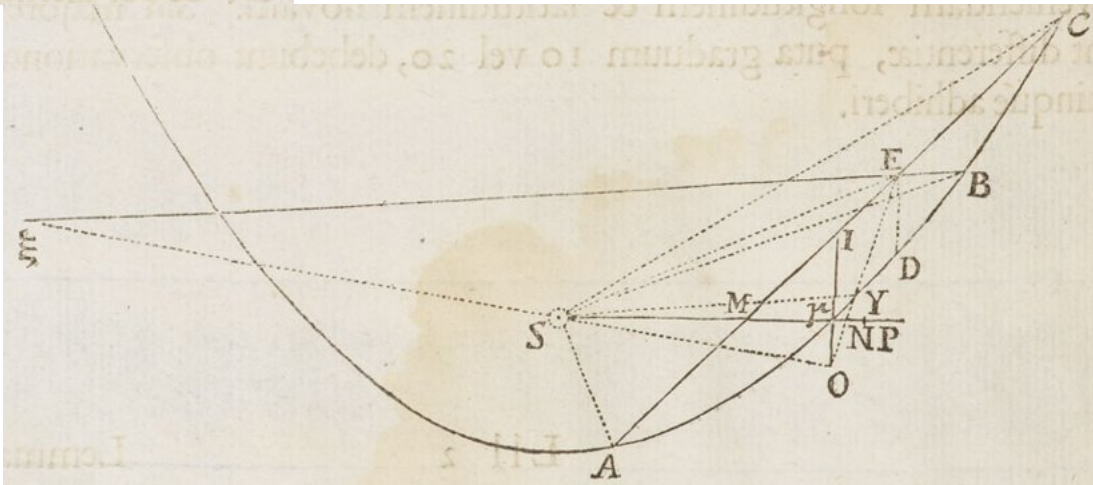
Per datum punctum P ducere rectam lineam BC , cujus partes PB, PC , rectis duabus positione datis AB, AC abscissæ, datam habeant rationem ad invicem.



A puncto illo P ad rectarum alterutram AB ducatur recta quævis PD , & producatur eadem versus rectam alteram AC usque ad E , ut sit PE ad PD in data illa ratione. Ipsi AD parallela sit EC ; & si agatur CPB , erit PC ad PB ut PE ad PD . $Q.E.F.$

Lemma VIII.

Sit ABC Parabola umbilicum habens S . Chordâ AC bisectâ in I abscondatur segmentum $ABCI$, cujus diameter sit $I\mu$ & vertex μ . In $I\mu$ productâ capiatur μO æqualis dimidio ipsius $I\mu$. Jungatur OS , &



producatur ea ad ξ , ut sit $S\xi$ æqualis $2SO$. Et si Cometa B moveatur in arcu CBA , & agatur ξB secans AC in E : dico quod punctum E ab <485> scindet de chorda AC segmentum AE tempori proportionale quamproximè.

Jungatur enim EO secans arcum Parabolicum ABC in Y , & erit area curvilinea AEY ad aream curvilineam ACY ut AE ad AC quamproximè. Ideoque cum triangulum ASE sit ad triangulum ASC in eadem ratione, erit area tota $ASEY$ ad aream totam $ASCY$ ut AE ad AC quamproximè. Cum autem ξO sit ad SO ut 3 ad 1 & EO ad YO prope in eadem ratione, erit SY ipsi EB parallela quamproximè, & propterea triangulum SEB , triangulo YEB quamproximè æquale. Unde si ad aream $ASEY$ addatur triangulum EYB , & de summa auferatur triangulum SEB , manebit area $ASBY$ areæ $ASEY$ æqualis quamproximè, atque adeo ad aream $ASCY$ ut AE ad AC . Sed area $ASBY$ est ad aream $ASCY$ ut tempus descripti arcus AB ad tempus descripti arcus totius. Ideoque AE est ad AC in ratione temporum quamproximè. $Q.E.D.$

Lemma IX.

Rectæ $I\mu$ & μM & longitudo $\frac{AIC}{4S\mu}$ æquantur inter se. Nam $4S\mu$ est latus rectum Parabolæ pertinens ad verticem B .

Lemma X.

Si producatur $S\mu$ ad N & P , ut μN sit pars tertia ipsius μI , & SP sit ad SN ut SN ad $S\mu$. Cometa quo tempore describit arcum $A\mu C$, si progrediretur ea semper cum velocitate quam habet in altitudine ipsi SP æquali, describeret longitudinem æqualem chordæ AC .

Nam si velocitate quam habet in μ , eodem tempore progrediatur uniformiter in recta quæ Parabolam tangit in μ ; area quam Radio ad punctum S ducto describeret, æqualis esset areæ Parabolicæ $ASC\mu$. Ideoque contentum sub longitudine in Tangente de <486> scripta & longitudine $S\mu$, esset ad contentum sub longitudinibus AC & SM , ut area $ASC\mu$ ad triangulum $ASCM$, id est ut SN ad SM . Quare AC est ad longitudinem in tangente descriptam ut $S\mu$ ad SN . Cum autem velocitas Cometæ in altitudine SP sit ad velocitatem in altitudine $S\mu$ in dimidiata ratione SP ad $S\mu$

	Temp. appar.	Temp. verū	Long. Solis	Long. Cometæ	Lat. Cometæ
1680 <i>December</i> 12	4.46	4.46.00	♊ 1.53. 2	♊ 6.33. 0	8.26. 0
21	6.32 $\frac{1}{2}$	6.36.59	11. 8.10	♊ 5. 7.38	21.45.30
24	6.12	6.17.52	14.10.49	18.49.10	25.23.24
26	5.14	5.20.44	16.10.38	28.24. 6	27.0.57
29	7.55	8.03. 2	19.20.56	♋13.11.45	28.10.05
30	8. 2	8.10.26	20.22.20	17.37. 5	28.11.12
1681 <i>January</i> 5	5.51	6. 1.38	26.23.19	♋ 8.49.10	26.15.26
9	6.49	7. 0.53	♊ 0.29.54	18.43.18	24.12.42
10	5.54	6. 6.10	1.28.34	20.40.57	23.44.0
13	6.56	7. 8.55	4.34. 6	25.59.34	22.17.36
25	7.44	7.58.42	16.45.58	♌ 9.55.48	17.56.54
30	8.07	8.21.53	21.50. 9	♌13.19.36	16.40.57
<i>February</i> 2	6.20	6.34.51	24.47. 4	15.13.48	16.02.02
5	6.50	7. 4.41	27.49.51	16.59.52	15.27.23

<491>

In his observationibus *Flamstedius* eâ usus est diligentîâ, ut postquam bis observasset distantiam Cometæ à Stella aliqua fixa, deinde etiam distantiam bis ab alia stella fixa, rediret ad stellam priorem & distantiam Cometæ ab eadem iterum observaret, idque bis, ac deinde ex distantîæ illius incremento vel decremento temporî proportionali colligeret distantiam tempore intermedio, quando distantia à stella altera observabatur. Ex hujusmodi observationibus loca Cometæ festinanter computata *Flamstedius* primò cum amicis communicavit, & postea easdem ad examen revocatas calculo diligentiore correxìt. Nos loca correctâ hic descripsimus.

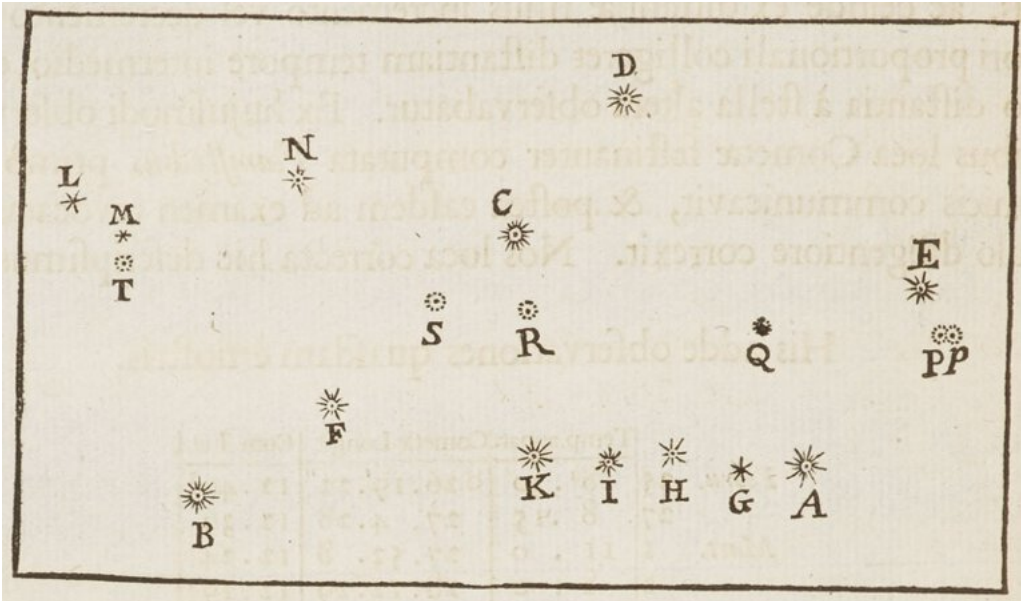
His adde observationes quasdam è nostris.

	Temp. appar.	Cometæ Longit.	Com. Lat.
<i>Febru.</i> 25	8 ^h . 30'	♌26.19'.22''	12.46 $\frac{7}{8}$
27	8 . 15	27. 4.28	12.36
<i>Mart.</i> 1	11 . 0	27.53 . 8	12.24 $\frac{3}{7}$
2	8 . 0'	28.12 .29	12.19 $\frac{1}{2}$
5	11 . 30'	29.20 .51	12. 2 $\frac{2}{3}$
9	8 . 30'	♈ 0.43 . 2	11.44 $\frac{3}{5}$

Hæ observationes Telescopio septupedali, & Micrometro filisque in foco Telescopii locatis paractæ sunt: quibus instrumentis & positiones fixarum inter se & positiones Cometæ ad fixas determinavimus. Designet *A* stellam in sinistro calcaneo Persei (*Bayero o*) *B* stellam sequentem in sinistro pede (*Bayero ζ*) & *C, D, E, F, G, H, I, K, L, M, N* stellâs alias minores in eodem pede. Sintque *P, Q, R, S, T* loca Cometæ in observationibus supra descriptis: & existente distantîâ *AB* partium 80 $\frac{7}{12}$, erat *AC* partium 52 $\frac{1}{4}$, *BC* 58 $\frac{5}{6}$, *AD* 57 $\frac{5}{12}$, *BD* 82 $\frac{6}{11}$, *CD* 23 $\frac{2}{3}$, *AE* 29 $\frac{4}{7}$, *CE* 57 $\frac{1}{2}$, *DE* 49 $\frac{11}{12}$, *AK* 38 $\frac{2}{3}$, *BK* 43, *CK* 31 $\frac{5}{9}$, *FK* 29, *FB* 23, *FC* 36 $\frac{1}{4}$, *AH* 18 $\frac{6}{7}$, *DH* 53 $\frac{5}{11}$, *BN* 46 $\frac{5}{12}$, *CN* 31 $\frac{1}{3}$, *BL* 45 $\frac{5}{12}$, *NL* 31 $\frac{5}{7}$. *LM* erat ad *LB* ut 2 ad 9 & producta transibat per stellam *H*. His determinabantur positiones fixarum inter se.

<492>

Die Veneris *Feb.* 25. St. vet. Hor. 8 $\frac{1}{2}$ P. M. Cometæ in *p* existentis distantia à stella *E* erat major quàm $\frac{3}{13}AE$, minor quàm $\frac{1}{5}AE$, adeoque æqualis $\frac{3}{14}AE$ proximè; & angulus *ApE* nonnihil

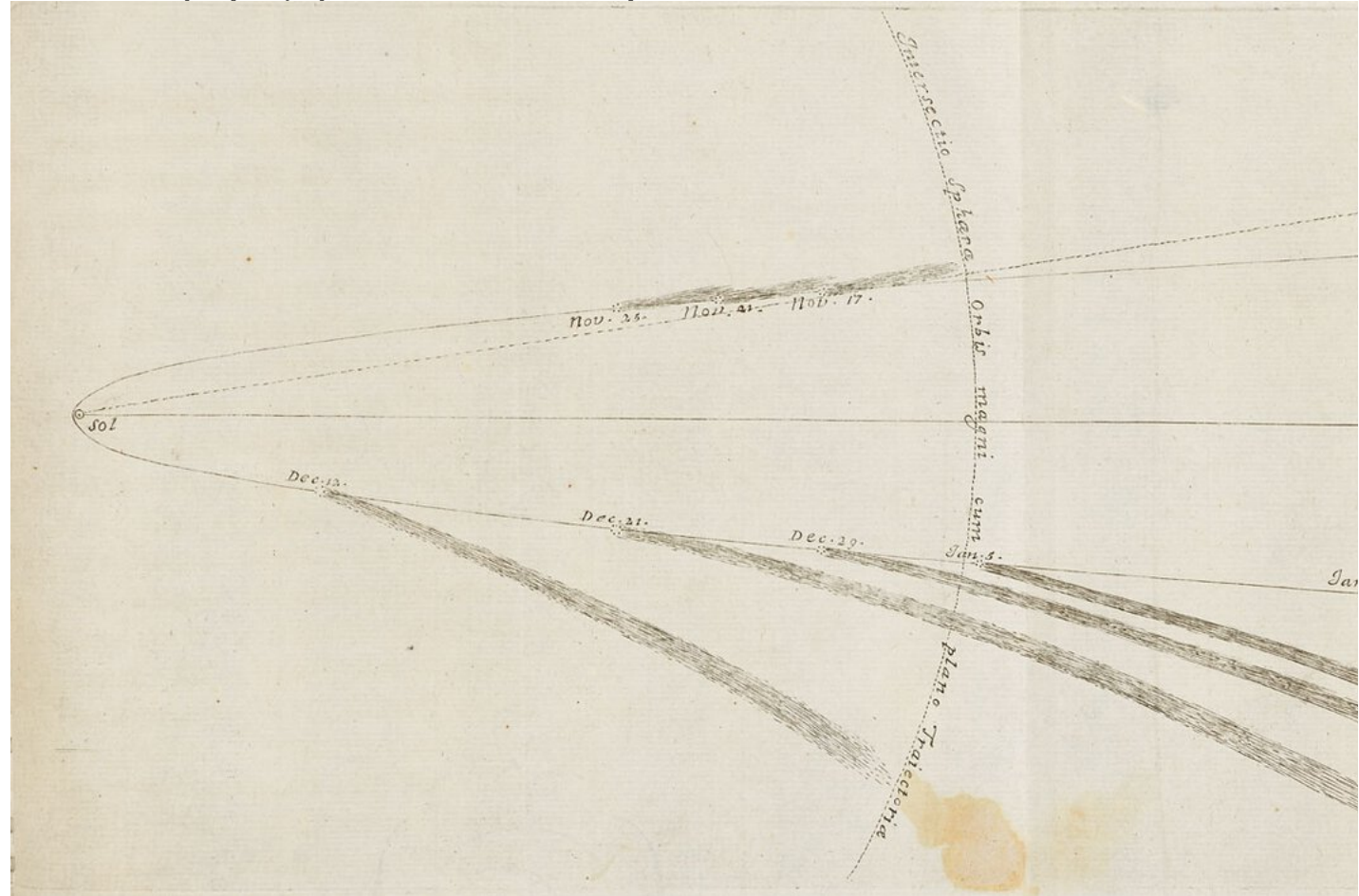


obtusus erat, sed fere rectus. Nempe si dmitteretur ad *pE* perpendicularum ab *A*, distantia Cometæ à perpendicularo illo erat $\frac{2}{5}PE$.

Eadem nocte, horâ 9 $\frac{1}{2}$, Cometæ in *P* existentis distantia à stella *E* erat major quàm $\frac{1}{4\frac{1}{2}}AE$, minor quàm $\frac{1}{5\frac{1}{4}}AE$, adeoque æqualis $\frac{1}{4\frac{7}{8}}AE$, seu $\frac{8}{39}AE$ quamproximè. A perpendicularo autem à Stella *A* ad rectam *PE* demisso distantia Cometæ erat $\frac{4}{5}PE$.

Die σ^{tis} , Mart. 1, hor. 11. P.M. Cometa in R existens, stellis K & C accuratè interjacebat, & rectæ CRK pars CR paulo major erat quàm $\frac{1}{3}CK$, & paulo minor quam $\frac{1}{3}CK + \frac{1}{8}CR$, adeoque æqualis $\frac{1}{3}CK + \frac{1}{16}CR$ seu $\frac{16}{45}CK$.

Die ξ^{ii} , Mart. 2. hor. 8. P.M. Cometæ existentis in S , distantia à stella C erat $\frac{4}{9}FC$ quamproximè. Distantia stellæ F à recta CS producta erat $\frac{1}{24}FC$; & distantia stellæ B ab eadem recta erat quintuplo major quàm distantia stellæ F . Item recta NS producta <492A>



<493> transibat inter stellas H & I , quintuplo vel sextuplo propior existens stellæ H quàm stellæ I .

Die η^{ii} , Mart. 5. hor. 11 $\frac{1}{2}$. P.M. Cometa existente in T , recta MT æqualis erat $\frac{1}{2}ML$, & recta LT producta transibat inter B & F , quadruplo vel quintuplo propior F quàm B , auferens à BF quintam vel sextam ejus partem versus F . Et MT producta transibat extra spatium BF ad partes stellæ B , quadruplo propior existens stellæ B quam stellæ F . Erat M stella perexigua quæ per Telescopium videri vix potuit, & L stella major quasi magnitudinis octavæ.

Ex hujusmodi observationibus per constructiones figurarum & computationes (posito quod stellarum A & B distantia esset 2 gr. 6 $\frac{4}{5}$, & stellæ A longitudo \oslash 26 gr. 41'. 48" & latitudo borealis 12 gr. 8 $\frac{1}{2}$, stellæque B longitudo \oslash 28 gr. 40'. 16" & latitudo borealis 11 gr. 17 $\frac{1}{5}$; quemadmodum à *Flamstedio* observatas accepi) derivabam longitudines & latitudines Cometæ. Micrometro parum affabre constructâ usus sum, sed Longitudinum tamen & Latitudinum errores (quatenus ab observationibus nostris oriantur) dimidium minuti unius primi vix superant, præterquam in observatione ultimâ Mart. 9. ubi positiones fixarum ad stellas A & B minus accuratè determinare potui. *Cassinus* qui Cometam eodem tempore observavit, se declinationem ejus tanquam invariantam manentem parum diligenter definivisse fassus est. Nam Cometa (juxta observationes nostras) in fine motus sui notabiliter deflectere cæpit boream versus, à parallelo quem in fine Mensis *Februarii* tenebat.

Jam ad orbem Cometæ determinandum; selegi ex observationibus hactenus descriptis tres, quas *Flamstedi*us habuit Dec. 21, Jan. 5. & Jan. 25. Ex his inveni St partium 9842,1 & Vt partium 455, quales 10000 sunt semidiameter orbis magni. Tum ad operationem primam assumendo tB partium 5657, inveni SB 9747, BE prima vice 412, $S\mu$ 9503, $i\lambda = 413$: BE secunda vice 421, OD 10186, X 8528,4, MP 8450, MN 8475, $NP - 25$. Unde ad operationem secundam collegi distantiam tb 5640. Et <494> per hanc operationem inveni tandem distantias TX 4775 & τZ 11322. Ex quibus orbem definiendo inveni Nodos ejus in \oslash & \oslash 1 gr. 53'; Inclinationem plani ejus ad planum Eclipticæ 61 gr. 20 $\frac{1}{3}$; verticem ejus (seu perihelium Cometæ) in \nearrow 27 gr. 43' cum latitudine australi 7 gr. 34'; & ejus latus rectum 236,8, areamque radio ad Solem ducto singulis diebus descriptam 93585; Cometam verò Decemb. 8 d. 0 h. 4'. P.M. in vertice orbis seu perihelio fuisse. Hæc omnia per scalam partium æqualium & chordas angulorum ex Tabula Sinuum naturalium collectas determinavi graphicè; construendo Schema satis amplum, in quo videlicet semidiameter orbis magni (partium 10000) æqualis esset digitis 16 $\frac{1}{3}$ pedis Anglicani.

Tandem ut constaret an Cometa in Orbe sic invento verè moveretur, collegi per operationes partim Arithmeticas partim Graphicas, loca Cometæ in hoc orbe ad observationum quarundam tempora: uti in Tabula sequente videre licet.

	Distant. Cometæ à Sole	Lon. Collect.	Lat. Collect.	Long. Obs.	Lat. Obs.	Differ. Long.	Differ. Lat.
Decemb. 12	2792	\oslash 6.33	8.18 $\frac{1}{2}$	\oslash 6.33	8.26	-2	- 7 $\frac{1}{2}$
29	8403	\nearrow 13.13 $\frac{3}{3}$	28. 0	\nearrow 13.11 $\frac{3}{4}$	28.10 $\frac{1}{2}$	+2	-10 $\frac{1}{2}$
Febr. 5	16669	\oslash 17. 0	15.29 $\frac{2}{3}$	\oslash 16.59 $\frac{7}{8}$	15.27 $\frac{2}{5}$	0	+ 2 $\frac{1}{5}$
Mar. 5	21737	\oslash 29.19 $\frac{3}{4}$	12. 4	\oslash 29.20 $\frac{6}{7}$	12. 2 $\frac{2}{3}$	-1	+ 1 $\frac{1}{3}$

Præterea cum *Cl. Flamstedi*us Cometam, qui Mense *Novembri* apparuerat, eundem esse cum Cometa mensium subsequentium, literis ad me datis aliquando disputaret, & Trajectoriam quandam ab orbe hocce Parabolico non longe aberrantem delinearet, visum est loca Cometæ in hoc orbe Mense *Novembri* computare, & cum Observationibus conferre. Observationes ita se habent.

Nov. 17. St. Vet. *Ponthæus* & alii hora sexta matutina *Romæ*, (id est hora 5. 10' *Londini*) Cometam observarunt in \sphericalangle 8 gr. 30' cum latitudine Australi 0 gr. 40'. Extant autem eorum observationes in tractatu quem *Ponthæus* de hoc Cometa in lucem edidit. Eadem horâ *Galletius* etiam *Romæ*, Cometam vidit in \sphericalangle 8 gr. sine Latitudine.

<495>

Nov. 18. *Ponthæus* & Socii horâ matutinâ 6, 30' *Romæ* (i.e. hor. 5. 40' *Londini*) Cometam viderunt in \sphericalangle 13 $\frac{1}{2}$, cum Lat. Austr. 1 gr. 20'. Eodem die. *R. P. Ango* in Academia *Flechensi* apud *Gallos*, horâ quintâ matutinâ, Cometam vidit in medio Stellarum duarum parvarum, quarum una media est trium in recta linea in Virginis Australi manu, & altera est extrema alæ. Unde Cometa tunc fuit in \sphericalangle 12 gr. 46' cum Lat. Austr. 50'. Eodem die *Bostoniæ* in *Nova Anglia* in Lat. 42 $\frac{1}{3}$, horâ quintâ matutinâ (id est *Londini* hora Mat. 9 $\frac{2}{3}$) Cometa visus est in \sphericalangle 14 circiter, cum Lat. Austr. 1 gr. 30'; uti à *Cl. Halleio* accepi.

Nov. 19. hora Mat. 4 $\frac{1}{2}$ *Cantabrigiæ*, Cometa (observante juvene quodam) distabat à Spica \mathfrak{M} quasi 2 gr. Boreazephyrum versus. Eodem die hor. 5. Mat. *Bostoniæ* in *Nova-Anglia* Cometa distabat à Spica \mathfrak{M} gradu uno, differentiâ latitudinum existente 40', atque adeo differentia Long. 44' circiter. Unde Cometa erat in \sphericalangle 18 gr. 40'. cum Lat. Austr. 1 gr. 19'. Eodem die *D. Arthurus Storer* ad fluvium *Patuxent* prope *Hunting-Creek* in *Mary-Land*, in Confinio *Virginie* in Lat. 38 $\frac{1}{2}$ gr. horâ quintâ matutinâ (id est horâ 10^a *Londini*) Cometam vidit supra Spicam \mathfrak{M} , & cum Spica propemodum conjunctum, existente distantia inter eosdem quasi $\frac{3}{4}$ gr. Observator idem, eadem horâ diei sequentis, Cometam vidit quasi 2 gr. inferiorem Spicâ. Congruent hæ observationes cum observationibus in *Nova Anglia* factis, si modò distantie (pro motu diurno Cometæ) nonnihil augeantur, ita ut Cometa die priore superior esset Spica \mathfrak{M} altitudine 52' circiter, ac die posteriore inferior eadem stellâ altitudine perpendiculari 2 gr. 40'.

Nov. 20. *D. Montenarus* Astronomiæ Professor *Paduensis*, hora sexta Matutina, *Venetiis* (id est hora 5. 10' *Londini*) Cometam vidit in \sphericalangle 23 gr. cum Lat. Austr. 1 gr. 30'. Eodem die *Bostoniæ* distabat Cometa à Spica \mathfrak{M} , 4 gr. longitudinis in orientem, adeoque erat in \sphericalangle 23 gr. 24 circiter.

Nov. 21. *Ponthæus* & Socii hor. mat. 7 $\frac{1}{4}$ Cometam observarunt in \sphericalangle 27 gr. 50' cum Latitudine Australi 1 gr. 16'. *Ango* horâ <496> quintâ mat. in \sphericalangle 27 gr. 45'. *Montenarus* in \sphericalangle 27 gr. 51'. Eodem die in Insulâ *Jamaicâ* visus est prope principium Scorpii, eandemque circiter latitudinem habuit cum Spica Virginis, id est 1 gr. 59'.

Novem. 22. Visus est à *Montenaro* in \mathfrak{M} , 2°. 33' *Bostoniæ* autem in *Novâ Angliâ* apparuit in \mathfrak{M} , 3 gr. circiter, eadem fere cum latitudine ac prius.

Deinde visus est à *Montenaro* Novem. 24. in \mathfrak{M} , 12 gr. 52'. & Nov. 25. in \mathfrak{M} , 17 gr. 45. Latitudinem *Galletius* jam ponit 2 gr. Eandem *Ponthæus* & *Galletius* decrevisse, *Montenarus* & *Ango* semper crevisse testantur. Crassæ sunt horum omnium observationes, sed eæ *Montenari*, *Angonis* & observatoris in *Nova-Anglia* præferendæ videntur. Ex omnibus autem inter se collatis, & ad meridianum *Londini*, hora mat. 5. 10' reductis, colligo Cometam hujusmodi cursum quamproximè descripsisse.

	Long. Com.	Latit. Com.	
Nov. 17	\sphericalangle 8.0	0.45Austr.	
18	12.52	1. 2	
19	17.48	1.18	
20	22.45	1.32	
21	27.46	1.44	
22	\mathfrak{M} 2.48	1.55	
23	7.50	2. 4	
24	12.52	2.12	
	25	17.45	2.18

Loca autem Cometæ iisdem horis in orbe Parabolico inventa ita se habent.

	Comet. Lon.	Com. Lat.
Nov. 17	\sphericalangle 8. 3	0.23 <i>A</i>
21	\sphericalangle 28. 0	1.22 <i>A</i>
25	\mathfrak{M} 18.17	2.6 <i>A</i>

Congruunt igitur observationes tam mense *Novembri*, quam mensibus tribus subsequentibus cum motu Cometæ circa Solem in Trajectoriâ hacce Parabolicâ, atque adeo hanc esse veram hujus Cometæ Trajectoriam confirmant. Nam differentia inter loca ob <497> servata & loca computata tam ex erroribus observationum quam ex erroribus operationum Graphicarum in Orbe definiendo admissis, faciliè oriri potuere.

Cæterum Trajectoriam quam Cometa descripsit, & caudam veram quam singulis in locis projecit, visum est annexo schemate in plano Trajectoriæ opticè delineatas exhibere: observationibus sequentibus in cauda definienda adhibitis.

Nov. 17. Cauda gradus amplius quindecim longa *Ponthæo* apparuit. Nov. 18. cauda 30 gr. longa, Solique directe opposita in *Nova Anglia* cernebatur, & protendebatur usque ad stellam σ , qui tunc erat in \mathfrak{M} 9 gr. 54'. Nov. 19. in *Mary-Land* cauda visa fuit gradus 15 vel 20 longa. Dec. 10. cauda (observante *Flamstedio*) transibat per medium distantie inter caudam serpentis Ophiuchi & stellam δ in Aquilæ australi ala, & desinebat prope stellas *A*, ω , *b* in Tabulis *Bayeri*. Terminus igitur erat in \mathfrak{Z} 19 $\frac{1}{2}$ cum lat. bor. 34 $\frac{1}{4}$ gr. circiter. Dec. 11. surgebat ad usque caput sagittæ (*Bayero*, α , β), desinens in \mathfrak{Z} 26 gr. 43' cum lat. bor. 38 gr. 34'. Dec. 12. transibat per medium Sagittæ, nec longe ultra protendebatur, desinens in \mathfrak{W} 4°, cum lat. bor. 42 $\frac{1}{2}$ circiter. Intelligenda sunt hæc de longitudine caudæ clarioris. Nam luce obscuriore, in cælo forsan magis sereno, cauda Dec. 12. hora 5, 40' *Romæ* (observante *Ponthæo*) supra cygni Uropygium ad gr. 10. sese extulit; atque ab hac stella ejus latus ad occasum & boream min. 45. destitit. Lata autem erat cauda his diebus gr. 3. juxta terminum superiorem, ideoque medium ejus distabat à Stella illa 2 gr. 15' austrum versus, & terminus superior erat in \mathfrak{H} 22 gr. cum lat. bor. 61 gr. Dec. 21. surgebat fere ad cathedram *Cassiopeiæ*, æqualiter distans à β & *Schedir*, & distantiam ab utraque distantie earum ab invicem æqualem habens, adeoque desinens in \mathfrak{H} 24 gr. cum lat. 47 $\frac{1}{2}$ gr. Dec. 29. tangebatur *Scheat* sitam ad sinistram, & intervallum stellarum duarum in pede boreali *Andromedæ* accuratè complebat, & longa erat 45 gr. adeoque desinebat in \mathfrak{O} 19 gr. cum lat. 35. gr. Jan. 5. tetigit stellam π in pectore *Andromedæ*, ad latus suum dextrum, & stellam μ in ejus cingulo ad latus sinistram; & (juxta observationes nostras) longa erat <498> 40 gr.; curva autem erat & convexo latere spectabat ad austrum. Cum circulo per Solem & caput Cometæ transeunte angulum confecit graduum 4 juxta caput Cometæ; at juxta terminum alterum inclinabatur ad circulum illum in angulo 10 vel 11 grad. & chorda caudæ cum circulo illo continebat angulum graduum octo. Jan. 13. Cauda luce satis sensibili terminabatur inter *Alamech* & *Algol*, & luce tenuissima desinebat è regione stellæ κ in latere *Persei*. Distantia termini caudæ à circulo Solem & Cometam jungente erat 3 gr. 50', & inclinatio chordæ caudæ ad circulum illum 8 $\frac{1}{2}$ gr. Jan. 25 & 26 luce tenui micabat ad longitudinem graduum 6 vel 7; & ubi cælum valde serenum erat, luce tenuissimâ & ægerrimè sensibili attingebat longitudinem graduum duodecim & paulo ultra. Dirigebatur autem ejus axis ad Lucidam in humero orientali Aurigæ accuratè, adeoque declinabat ab oppositione Solis Boream versus in angulo graduum decem. Denique Feb. 10. caudam oculis armatis aspexi gradus duos longam. Nam lux prædicta tenuior per vitra non apparuit. *Ponthæus* autem Feb. 7. se caudam ad longitudinem gr. 12. vidisse scribit.

Orbem jam descriptum spectanti & reliqua Cometæ hujus Phænomena in animo revolventi haud difficulter constabit quod corpora Cometarum sunt solida, compacta, fixa ac durabilia ad instar corporum Planetarum. Nam si nihil aliud essent quàm vapores vel exhalationes Terræ, Solis & Planetarum, Cometa hicce in transitu suo per viciniam Solis statim dissipari debuisset. Est enim calor Solis ut radiorum densitas, hoc est reciprocè ut quadratum distantie locorum à Sole. Ideoque cum distantia Cometæ à Sole Dec. 8. ubi in Perihelio versabatur, esset ad distantiam Terræ à Sole ut 6 ad 1000 circiter, calor Solis apud Cometam eo tempore erat ad calorem Solis

æstivi apud nos ut 1000000 ad 36, seu 28000 ad 1. Sed calor aquæ ebullientis est quasi triplo major quàm calor quem terra arida concipit ad æstivum Solem; ut expertus sum: & calor ferri candentis (si rectè conector) quasi triplo vel quadruplo major quam calor aquæ ebullientis; adeoque calor quem terra arida apud Cometam in perihelio versantem ex radiis <499> Solaribus concipere posset; quasi 2000 vicibus major quàm calor ferri candentis. Tanto autem calore vapores & exhalationes, omnisque materia volatilis statim consumi ac dissipari debuissent.

Cometa igitur in perihelio suo calorem immensum ad Solem concepit, & calorem illum diutissimè conservare potest. Nam globus ferri candentis digitum unum latus, calorem suum omnem spatio horæ unius in aere consistens vix amitteret. Globus autem major calorem diutius conservaret in ratione diametri, propterea quod superficies (ad cujus mensuram per contactum aeris ambientis refrigeratur) in illa ratione minor est pro quantitate materiæ suæ calidæ inclusæ. Ideoque globus ferri candentis huic Terræ æqualis, id est pedes plus minus 40000000 latus, diebus totidem, & idcirco annis 50000, vix refrigereret. Suspicio tamen quod duratio Caloris ob causas latentes augeatur in minore ratione quam ea diametri: & optarim rationem veram per experimenta investigari.

Porrò notandum est quod Cometa Mense *Decembri*, ubi ad Solem modò incaluerat, caudam emittebat longe majorem & splendidiorem quàm antea Mense *Novembri*; ubi perihelium nondum attigerat. Et universaliter caudæ omnes maximæ & fulgentissimæ è Cometis oriuntur, statim post transitum eorum per regionem Solis. Conducit igitur calefactio Cometæ ad magnitudinem caudæ. Et inde colligere videor quod cauda nihil aliud sit quam vapor longe tenuissimus, quem caput seu Nucleus Cometæ per calorem suum emittit.

Cæterum de Cometarum caudis triplex est opinio, eas vel jubar esse Solis per translucida Cometarum capita propagatum; vel oriri ex refractione lucis in progressu ipsius à capite Cometæ in Terram: vel denique nubem esse seu vaporem à capite Cometæ jugiter surgentem & abeuntem in partes à Sole aversas. Opinio prima eorum est qui nondum imbuti sunt scientia rerum opticarum. Nam jubar Solis in cubiculo tenebroso non cernitur nisi quatenus lux reflectitur è pulverum & fumorum particulis per aerem semper volitantibus: adeoque in aere fumis crassioribus infecto splendidius est, & sensum <500> fortius ferit; in aere clariore tenuius est & ægrius sentitur: in cœlis autem absque materia reflectente nullum esse potest. Lux non cernitur quatenus in jubare est, sed quatenus inde reflectitur ad oculos nostros. Nam visio non fit nisi per radios qui in oculos impingunt. Requiritur igitur materia aliqua reflectens in regione Caudæ, ne cœlum totum luce Solis illustratum uniformiter splendeat. Opinio secunda multis premitur difficultatibus. Caudæ nunquam variegantur coloribus: qui tamen refractionum solent esse comites inseparabiles. Lux Fixarum & Planetarum distinctè ad nos transmissa demonstrat medium cœlestè nulla vi refractiva pollere. Nam quod dicitur fixas ab *Ægyptiis* comatas nonnunquam visas fuisse, id quoniam rarissimè contingit, ascribendum est nubium refractioni fortuitæ. Fixarum quoque radiatio & scintillatio ad refractiones tum Oculorum tum aeris tremuli referendæ sunt: quippe quæ admotis oculo Telescopiis evanescent. Aeris & ascendentium vaporum tremore fit ut radii facile de angusto pupilli spatio per vices detorqueantur, de latiore autem vitri objectivi apertura neutiquam. Inde est quod scintillatio in priori casu generetur, in posteriore autem cesset: & cessatio in posteriore casu demonstrat regularem transmissionem lucis per cœlos absque omni refractione sensibili. Nequis contendat quod caudæ non soleant videri in Cometis cum eorum lux non est satis fortis, quia tunc radii secundarii non habent satis virium ad oculos movendos, & propterea caudas fixarum non cerni: sciendum est quod lux fixarum plus centum vicibus augeri potest mediantibus Telescopiis, nec tamen caudæ cernuntur. Planetarum quoque lux copiosior est, caudæ verò nullæ: Cometæ autem sæpe caudatissimi sunt, ubi capitulum lux tenuis est & valde obtusa: sic enim Cometa Anni 1680, Mense *Decembri*, quo tempore caput luce sua vix æquabat stellas secundæ magnitudinis, caudam emittebat splendore notabili usque ad gradus 40, 50, 60 longitudinis & ultra: postea *Jan.* 27 & 28 caput apparebat ut stella septimæ tantum magnitudinis, cauda verò luce quidem pertenui sed satis sensibili longa erat 6 vel 7 gradus, & luce obscurissima, <501> quæ cerni vix posset, porrigebatur ad gradum usque duodecimum vel paulo ultra: ut supra dictum est. Sed & *Feb.* 9. & 10 ubi caput nudis oculis videri desiderat, caudam gradus duos longam per Telescopium contemplatus sum. Porro si cauda oriretur ex refractione materiæ cœlestis, & pro figura cœlorum deflecteretur de Solis oppositione, deberet deflexio illa in iisdem cœli regionibus in eandem semper partem fieri. Atqui Cometa Anni 1680 *Decemb.* 28 hora 8½ P.M. *Londini*, versabatur in ♄ 8 gr. 41 cum latitudine boreali 28 gr. 6', Sole existente in ♀ 18 gr. 26'. Et Cometa Anni 1577 *Dec.* 29. versabatur in ♄ 8 gr. 41' cum latitudine boreali 28 gr. 30'. Sole etiam existente in ♀ 18 gr. 26' circiter. Utroque in casu Terra versabatur in eodem loco & Cometa apparebat in eadem cœli parte: in priori tamen casu cauda Cometæ (ex meis & aliorum observationibus) declinabat angulo graduum 4½ ab oppositione Solis Aquilonem versus; in posteriore verò (ex Observationibus *Tychonis*) declinatio erat graduum 21 in austrum. Igitur repudiata cœlorum refractione, superest ut Phænomena Caudarum ex materia aliqua reflectente deriverent.

Caudas autem à capitibus oriri & in regiones à Sole aversas ascendere confirmatur ex legibus quas observant. Ut quod in planis orbium Cometarum per Solem transeuntibus jacentes, deviant ab oppositione Solis in eas semper partes quas capita in orbibus illis progredientia relinquunt. Quod spectatori in his planis constituto apparent in partibus à Sole directè aversis; digrediente autem spectatore de his planis, deviatio paulatim sentitur, & indies apparet major. Quod deviatio cæteris paribus minor est ubi cauda obliquior est ad orbem Cometæ, ut & ubi caput Cometæ ad Solem propius accedit; præsertim si spectetur deviationis angulus juxta caput Cometæ. Præterea quod caudæ non deviantes apparent rectæ, deviantes autem incurvantur. Quod curvatura major est ubi major est deviatio, & magis sensibilis ubi cauda cæteris paribus longior est: nam in brevioribus curvatura ægre animadvertitur. Quod deviationis angulus minor est juxta caput Cometæ, major juxta caudæ <502> extremitatem alteram, atque adeò quod cauda convexo sui latere partes respicit à quibus fit deviatio, quæque in rectâ sunt lineâ à Sole per caput Cometæ in infinitum ductâ. Et quod caudæ quæ prolixiores sunt & latiores, & luce vegetiore micant, sint ad latera convexa paulò splendidiore & limite minus indistincto terminatæ quam ad concava. Pendent igitur Phænomena caudæ à motu capitis, non autem à regione cœli in qua caput conspicitur; & propterea non fiunt per refractionem cœlorum, sed à capite suppeditante materiam oriuntur. Etenim ut in aere nostro fumus corporis cujusvis igniti petit superiora, idque vel perpendiculariter si corpus quiescat, vel obliquè si corpus moveatur in latus; ita in cœlis ubi corpora gravitant in Solem, fumi & vapores ascendere debent à Sole (uti jam dictum est) & superiora vel rectâ petere, si corpus fumans quiescit; vel obliquè, si corpus progrediendo loca semper deserit à quibus superiores vapores partes ascenderant. Et obliquitas ista minor erit ubi ascensus vaporis velocior est: nimirum in vicinia Solis & juxta corpus fumans. Ex obliquitatis autem diversitate incurvabitur vaporis columna: & quia vapor in columnæ latere præcedente paulo recentior est, ideo etiam is ibidem aliquanto densior erit, lucemque propterea copiosius reflectet, & limite minus indistincto terminabitur. De caudarum agitationibus subitaneis & incertis, deque earum figuris irregularibus, quas nonnulli quandoque describunt, hic nihil adjicio; propterea quod vel à mutationibus aeris nostri, & motibus nubium caudas aliqua ex parte obscurantium oriantur; vel forte à partibus Viæ Lactæ, quæ cum caudis præætereuntibus confundi possint, ac tanquam earum partes spectari.

Vapores autem, qui spatiis tam immensis implendis sufficiant, ex Cometarum Atmosphæris oriri posse, intelligetur ex raritate aeris nostri. Nam aer juxta superficiem Terræ spatium occupat quasi 850 vicibus majus quam aqua ejusdem ponderis, ideoque aeris columna Cylindrica pedes 850 alta ejusdem est ponderis cum aquæ columna pedali latitudinis ejusdem. Columna autem aeris ad summitatem Atmosphære assurgens æquat pondere suo columnam aquæ <503> pedes 33 altam circiter; & propterea si columnæ totius aeræ pars inferior pedum 850 altitudinis dematur, pars reliqua superior æquabit pondere suo columnam aquæ altam pedes 32. Inde verò (ex Hypothesi multis experimentis confirmata, quod compressio aeris sit ut pondus Atmosphære incumbentis, quodque gravitas sit reciproce ut quadratum distantiae locorum à centro Terræ) computationem per. Corol. Prop. XXII. Lib. II. ineundo, inveni quod aer, si ascendatur à superficie Terræ ad altitudinem semidiametri unius terrestris, rarior sit quàm apud nos in ratione longe majori, quàm spatii omnis infra orbem Saturni ad globum diametro digiti unius descriptum. Ideoque globus aeris nostri digitum unum latus, ea cum raritate quam haberet in altitudine semidiametri unius terrestris, impleret omnes Planetarum regiones ad usque sphaeram Saturni & longe ultra. Proinde cum aer adhuc altior in immensum rareseat; & coma seu Atmosphæra Cometæ, ascendendo ab illius centro, quasi decuplo altior sit quàm superficies nuclei, deinde cauda adhuc altius ascendat, debebit cauda esse quàm rarissima. Et quamvis, ob longe crassiorem Cometarum Atmosphæram, magnamque corporum gravitationem Solem versus, & gravitationem particularum Aeris & vaporum in se mutuo, fieri possit ut aer in spatiis cœlestibus inque Cometarum caudis non adeo rareseat; perexiguam tamen quantitatem aeris & vaporum ad omnia illa caudarum phænomena abunde sufficere ex hac computatione perspicuum est. Nam & caudarum insignis raritas colligitur ex astris per eas translucentibus. Atmosphæra terrestris luce Solis splendens, crassitudine sua paucorum milliarum, & astra omnia & ipsam Lunam obscurat & extinguit penitus: per immensam verò caudarum crassitudinem, luce pariter Solari illustratam, astra minima absque claritatis detrimento translucere noscuntur. Neque major esse solet caudarum plurimarum splendor, quam aeris nostri in tenebroso cubiculo latitudine digiti unius duorumve, lucem Solis in jubare reflectentis.

Quo tempore vapor à capite ad terminum caudæ ascendit, cognosci fere potest ducendo rectam à termino caudæ ad Solem, & no <504> tando locum ubi recta illa Trajectoriam secat. Nam vapor in termino caudæ, si rectâ ascendat à Sole, ascendere cæpit à capite quo tempore caput erat in loco intersectionis. At vapor non rectâ ascendit à Sole, sed motum Cometæ, quem ante ascensum suum habebat, retinendo, & cum motu ascensus sui eundem componendo, ascendit oblique. Unde verior erit Problematis solutio, ut recta illa quæ orbem secat, parallela sit longitudini caudæ, vel potius (ob motum curvilineum Cometæ) ut eadem à linea caudæ divergat. Hoc pacto inveni quod vapor qui erat in termino caudæ *Jan.* 25. ascendere cæperat à capite ante *Decemb.* 11. adeoque ascensu suo toto dies plus 45 consumperat. At cauda illa omnis quæ *Dec.* 10. apparuit, ascenderat spatio dierum illorum duorum, qui à tempore perihelii Cometæ elapsi fuerant. Vapor igitur sub initio in vicinia Solis celerissimè ascendebat, & postea cum motu per gravitatem suam semper retardato ascendere pergebat; & ascendendo augebat longitudinem caudæ: cauda autem quamdiu apparuit ex vapore fere omni constabat qui à tempore perihelii ascenderat; & vapor, qui primus ascendit, & terminum caudæ composuit, non prius evanuit quàm ob nimiam suam tam à Sole illustrante quam ab oculis nostris distantiam videri desiit. Unde etiam caudæ Cometarum aliorum quæ breves sunt, non ascendunt

motu celeri & perpetuo à capitibus & mox evanescent, sed sunt permanentes vaporum & exhalationum columnæ, à capitibus lentissimo multorum dierum motu propagatæ, quæ, participando motum illum capitum quem habuere sub initio, per cœlos una cum capitibus moveri pergunt. Et hinc rursus colligitur spatia cœlestia vi resistendi destitui; utpote in quibus non solum solida Planetarum & Cometarum corpora, sed etiam rarissimi caudarum vapores motus suos velocissimos liberrimè peragunt ac diutissimè conservant.

Ascensum caudarum ex Atmosphæris capitum & progressum in partes à Sole aversas *Keplerus* ascribit actioni radiorum lucis materiam caudæ secum rapientium. Et auram longe tenuissimam in spatiis liberrimis actioni radiorum cedere, non est à ratione prorsus <505> alienum, non obstante quod substantiæ crassæ, impeditissimis in regionibus nostris, à radiis Solis sensibiliter propelli nequeant. Alius particulas tam leves quam graves dari posse existimat, & materiam caudarum levitare, perque levitatem suam à Sole ascendere. Cùm autem gravitas corporum terrestrium sit ut materia in corporibus, ideoque servata quantitate materiæ intendi & remitti nequeat, suspicor ascensum illum ex rarefactione materiæ caudarum potius oriri. Ascendit fumus in camino impulsu aeris cui innatat. Aer ille per calorem rarefactus ascendit, ob diminutam suam gravitatem specificam, & fumum implicatum rapit secum. Quidni cauda Cometæ ad eundem modum ascenderit à Sole? Nam radii Solares non agitant Media quæ permeant, nisi in reflexione & refractione{.} Particulæ reflectentes ea actione calefactæ calefacient auram ætheream cui implicantur. Illa calore sibi communicato rarefiet, & ob diminutam ea raritatem gravitatem suam specificam qua prius tendebat in Solem, ascendet & secum rapiet particulæ reflectentes ex quibus cauda componitur: Ad ascensum vaporum conducit etiam quod hi gyrantur circa Solem & ea actione conantur à Sole recedere, at Solis Atmosphæra & materia cœlorum vel plane quiescit, vel motu solo quem à Solis rotatione acceperint, tardius gyatur. Hæ sunt causæ ascensus caudarum in vicinia Solis, ubi orbes curviores sunt, & Cometæ intra densiorem & ea ratione graviorem Solis Atmosphæram consistunt, & caudas quàm longissimas mox emittunt. Nam caudæ quæ tunc nascuntur, conservando motum suum & interea versus Solem gravitando, movebuntur circa Solem in Ellipsis pro more capitum, & per motum illum capita semper comitabuntur & iis liberrimè adhærebunt. Gravitas enim vaporum in Solem non magis efficiet ut caudæ postea decendant à capitibus Solem versus, quam gravitas capitum efficere possit ut hæc decendant à caudis. Communi gravitate vel simul in Solem cadunt, vel simul in ascensu suo retardabuntur, adeoque gravitas illa non impedit, quo minus caudæ & capita positionem quamcunque ad invicem à causis jam descriptis aut aliis quibuscunque facillimè accipiant & postea liberrime servant.

<506>

Caudæ igitur quæ in Cometarum periheliis nascuntur, in regiones longinquas cum eorum capitibus abibunt, & vel inde post longam annorum seriem cum iisdem ad nos redibunt, vel potius ibi rarefacti paulatim evanescent. Nam postea in descensu capitum ad Solem caudæ novæ breviusculæ lento motu à capitibus propagari debebunt, & subinde, in Periheliis Cometarum illorum qui adusque Atmosphæram Solis descendunt, in immensum augeri. Vapor enim in spatiis illis liberrimis perpetuò rarescit ac dilatatur. Qua ratione fit ut cauda omnis ad extremitatem superiorem latior sit quam juxta caput Cometæ. Ea autem rarefactione vaporem perpetuò dilatatum diffundi tandem & spargi per cœlos universos, deinde paulatim in Planetas per gravitatem suam attrahi & cum eorum Atmosphæris misceri rationi consentaneum videtur. Nam quemadmodum Maria ad constitutionem Terræ hujus omnino requiruntur, idque ut ex iis per calorem Solis vapores copiose satis excitentur, qui vel in nubes coacti decendant in pluviiis, & terram omnem ad procreationem vegetabilium irrigent & nutrant; vel in frigidis montium verticibus condensati (ut aliqui cum ratione philosophantur) decurrant in fontes & flumina: sic ad conservationem marium & humorum in Planetis Cometæ requiri videntur; ex quorum exhalationibus & vaporibus condensatis, quicquid liquoris per vegetationem & putrefactionem consumitur & in terram aridam convertitur, continuò suppleri & refici possit. Nam vegetabilia omnia ex liquoribus omnino crescunt, dein magna ex parte in terram aridam per putrefactionem abeunt, & limus ex liquoribus putrefactis perpetuò decedit. Hinc moles Terræ aridæ indes augetur, & liquores, nisi aliunde augmentum sumerent, perpetuò decrescere deberent, ac tandem deficere. Porro suspicor spiritum illum, qui aeris nostri pars minima est sed subtilissima & optima, & ad rerum omnium vitam requiritur, ex Cometis præcipue venire.

Atmosphærae Cometarum in descensu eorum in Solem excurrendo in caudas diminuuntur, & (ea certe in parte quæ Solem re <507> spicit) angustiores redduntur: & vicissim in recessu eorum à Sole, ubi jam minus excurrunt in caudas, ampliantur; si modò Phænomena eorum *Hevelius* recte notavit. Minimæ autem apparent ubi capita jam modo ad Solem calefacta in caudas maximas & fulgentissimas abiere, & nuclei fumo forsitan crassiore & nigriore in Atmosphærarum partibus infimis circumdantur. Nam fumus omnis ingenti calore excitatus crassior & nigrior esse solet. Sic caput Cometæ de quo egimus, in æqualibus à Sole ac Terrâ distantiiis, obscurius apparuit post perihelium suum quam antea. Mense enim *Decem.* cum stellis tertiæ magnitudinis conferri solebat, at Mense *Novem.* cum stellis primæ & secundæ. Et qui utrumque viderant, majorem describunt Cometam priorem. Nam Juveni cuidam *Cantabrigiensi Novem.* 19. Cometa hicce luce sua quantumvis plumbea & obtusa æquabat Spicam Virginis, & clarius micabat quàm postea. Et *D. Storer* literis quæ in manus nostras incidere, scripsit caput ejus Mense *Decembri*, ubi caudam maximam & fulgentissimam emittebat, parvum esse & magnitudine visibili longe cedere Cometæ qui Mense *Novembri* ante Solis ortum apparuerat. Cujus rei rationem esse conjectabatur quod materia capitis sub initio copiosior esset & paulatim consumeretur.

Eodem spectare videtur quod capita Cometarum aliorum, qui caudas maximas & fulgentissimas emisissent, describantur subobscura & exigua. Nam Anno 1668 Mart. 5. St. nov. hora septima Vesp. *R.P. Valentinus Estancius, Brasiliæ* agens, Cometam vidit Horizonti proximum ad occasum Solis brumalem, capite minimo & vix conspicuo, cauda verò supra modum fulgente, ut stantes in littore speciem ejus è mati reflexam facillè cernerent. Speciem utique habebat trabis splendentis longitudine 23 graduum, ab occidente in austrum vergens, & Horizonti fere parallela. Tantus autem splendor tres solum dies durabat, subinde notabiliter decrescens; & interea decrescente splendore aucta est magnitudine cauda. Unde etiam in *Portugallia* quartam fere cœli partem (id est gradus 45) occupasse dicitur, ab occidente in orientem splendore cum insigni pro <508> tensa; nec tamen tota apparuit, capite semper in his regionibus infra Horizontem delitescente. Ex incremento caudæ & decremento splendoris manifestum est quod caput à Sole recessit, eique proximum fuit sub initio, pro more Cometæ anni 1680. Et similis legitur Cometa anni 1101 vel 1106, *cujus Stella erat parva & obscura* (ut ille anni 1680) *sed splendor qui ex ea exivit valde clarus & quasi ingens trabs ad orientem & Aquilonem tendebat*, ut habet *Hevelius* ex *Simeone Dunelmensi* Monacho. Apparuit initio Mensis *Feb.* circa vesperam ad occasum Solis brumalem. Inde verò & ex situ caudæ colligitur caput fuisse Soli vicinum. A Sole, inquit Matthæus Parisiensis, *distabat quasi cubito uno, ab hora tertia* [rectius sexta] *usque ad horam nonam radium ex se longum emittens.* Talis etiam erat ardentissimus ille Cometa ab *Aristotele* descriptus Lib. I. Meteor. 6. *cujus caput primo die non conspectum est, eo quod ante Solem vel saltem sub radiis solaribus occidisset, sequente verò die quantum potuit visum est. Nam quam minimâ fieri potest distantia Solem reliquit, & mox occubuit. Ob nimium ardorem* [caudæ scilicet] *nondum apparebat capitis sparsus ignis, sed procedente tempore* (ait Aristoteles) *cum* [cauda] *jam minus flagraret, reddita est* [capiti] *Cometæ sua facies. Et splendorem suum ad tertiam usque cœli partem* [id est ad 60 gr.] *extendit. Apparuit autem tempore hyberno, & ascendens usque ad cingulum Orionis ibi evanuit.* Cometa ille anni 1618, qui è radiis Solaribus caudatissimus emersit, stellas primæ magnitudinis æquare vel paulo superare videbatur, sed majores apparuere Cometæ non pauci qui caudas breviores habuere. Horum aliqui Jovem, alii Venerem vel etiam Lunam æquasse traduntur.

Diximus Cometæ esse genus Planetarum in Orbibus valde excentricis circa Solem revolventium. Et quemadmodum è Planetis non caudatis, minores esse solent qui in orbibus minoribus & Soli proprioribus gyrantur, sic etiam Cometæ, qui in Periheliis suis ad Solem propius accedunt, ut plurimum minores esse & in orbibus minoribus revolvendi rationi consentaneum videtur. Orbium verò transversas diametros & revolutionum tempora periodica ex collatione Co <509> metarum in iisdem orbibus post longa temporum intervalla redeuntium determinanda relinquo. Interea huic negotio Propositio sequens Lumen accendere potest.

Prop. XLII. Prob. XXI.

Trajectoriam Cometæ graphicè inventam corrigere.

Oper. 1. Assumatur positio plani Trajectoriaeæ, per Propositionem superiorem graphicè inventa; & selignantur tria loca Cometæ observationibus accuratissimis definita, & ab invicem quam maximè distantia; sitque *A* tempus inter primam & secundam, ac *B* tempus inter secundam ac tertiam. Cometam autem in eorum aliquo in Perigæo versari convenit, vel saltem non longe à Perigæo abesse. Ex his locis apparentibus inveniantur per operationes Trigonometricas loca tria vera Cometæ in assumpto illo plano Trajectoriæ. Deinde per loca illa inventa, circa centrum Solis ceu umbilicum, per operationes Arithmeticas, ope Prop. XXI. Lib. I. institutas, describatur Sectio Conica: & ejus aræ, radii à Sole ad loca inventa ductis terminatæ, sunt *D* & *E*; nempe *D* area inter observationem primam & secundam, & *E* area inter secundam ac tertiam. Sitque *T* tempus totum quo area tota *D* + *E*, velocitate Cometæ per Prop. XVI. Lib. I. inventa, describi debet.

Oper. 2. Augeatur longitudo Nodorum Plani Trajectoriæ, additis ad longitudinem illam 20' vel 30', quæ dicantur *P*; & servetur plani illius inclinatio ad planum Eclipticæ. Deinde exprædictis tribus Cometæ locis observatis inveniantur in hoc novo plano loca tria vera (ut supra): deinde etiam orbis per loca illa transiens, & ejusdem aræ duæ inter observationes descriptæ, quæ sint *d* & *e*, nec non tempus totum τ quo area tota $d + e$ describi debeat.

Oper. 3. Servetur Longitudo Nodorum in operatione prima, & augeatur inclinatio Plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ, additis ad inclinationem illam 20' vel 30', quæ dicantur *Q*. Deinde ex ob <510> servatis prædictis tribus Cometæ locis apparentibus, inveniantur in hoc novo Plano loca tria vera, Orbisque per loca illa transiens, ut & ejusdem aræ duæ inter observationes descriptæ, quæ sint δ & ϵ , & tempus totum τ quo area tota $\delta + \epsilon$ describi debeat.

Jam sit C ad 1 ut A ad B , & G ad 1 ut D ad E , & g ad 1 ut d ad e , & γ ad 1 ut δ ad ϵ ; sitque S tempus verum inter observationem primam ac tertiam; & signis + & - probe observatis quaerantur numeri m & n , ea lege ut sit $G - C = mG - mg + nG - n\gamma$, & $T - S$ æquale $mT - mt + nT - n\tau$. Et si, in operatione prima, I designet inclinationem plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ, & K longitudinem Nodi alterutrius; erit $I + nQ$ vera inclinatio Plani Trajectoriæ ad Planum Eclipticæ, & $K + mP$ vera longitudo Nodi. Ac denique si in operatione prima, secunda ac tertia, quantitates R , r & ρ designent Latera recta Trajectoriæ, & quantitates $\frac{1}{L}$, $\frac{1}{l}$, $\frac{1}{\lambda}$ ejusdem Latera transversa respectivè: erit $R + mr - mR + n\rho - nR$ verum Latus rectum, & $\frac{1}{L+ml-mL+n\lambda-nL}$ verum Latus transversum Trajectoriæ quàm Cometa describit. Dato autem Latere transverso datur etiam tempus periodicum Cometæ. *Q.E.I.*

FINIS.

<513>

Errata Sensum turbantia sic Emenda.

Pag. 14 lin. 30 lege. *ut* OK *ad* OD seu OL. p. 18 l. 1 *recta*. p. 61 l. 22 & p. 62 l. 2 pro AC lege AB. p. 81 l. 1. *crurum* BL, CL *vel* BM, CM *intersectio*, quæ jam sit *m*, *incadat semper in rectam illam infinitam* MN, & *crurum* BA, CA &c. p. 84 l. 17 post verba *Nam si* lege A & P *sint Puncta contactuum ubivis in tangentibus sita*, & p. 91 l. ult. ML, IK. p. 95 l. 3 post *majori* adde, & *perpendicularia minori*. p. 96 l. 30 & 31 lege ABCdef, & l. 32 abcDEF. p. 104 l. 16 pro GO*q.* + HG – PO*q.*) lege HP*q.* = GO*q.* + PO – HG*q.*) p. 105 l. 7 pro G scribe H. p. 118 l. 17 pro CP lege PfB & l. 19 pro CP lege BP. p. 122 l. 28, pro L. scribe M. p. 123 l. 13, pro DF lege DF *vel* EG. p. 125 l. 16 pro *omnibus altitudinibus*, lege *omnibus æqualibus altitudinibus*. p. 152 l. 7 *per cujus*. p. 153 l. 16 & LG. p. 178 l. penult. *sit quasi duplo major quam*. p. 209 l. 18 pro SL × SI¹/₂, lege SL × SI¹/₂. p. 226 l. 11 pro 2B⁻² seu $\frac{2}{B_{cub}}$ lege 2B³ & dele *reciproce*.

Pag. 242 lin. 2, & p. 262 l. 13, & p. 336 l. 5, pro Q.E.D. lege Q.E.I. p. 243 l. 10 2CD*q.* × QB. p. 246 l. 14 *proportionalia*. p. 249 l. 12 *resistentia & tempus*. p. 250 l. 1 *-rum inverse*, amittent. p. 257 l. 4 *præteriti, si modo Sectorem tangentes* Ap & AP *sint ut velocitates*. p. 274 l. 17 *data quadam*. p. 283 l. ult. TQ × PS. p. 296 in Schemate pro O scribe T. p. 307 l. 9 *arcus auferantur*. p. 312 l. 26 *corpus in* D. p. 313 l. 3 *Describat*. p. 314 l. 21 & 28, pro a BKkS lege a BKkT. p. 325 l. 26 BE *ad* BC. ib. l. ult. *æqualis* $\frac{B_{Equad.}}{CB}$ p. 328 l. 27 & *longitudo* CZ.

Pag. 411 l. 22 *plusquam duplicata, per Prop. LXXXV Lib. I.* p. 413 l. 28 $\frac{1}{2360}$ p. 416 l. 17 $\frac{1}{3200}$ p. 439 l. 9 *æquales pertinentium* p. 442 l. 11 $69\frac{11}{12}$ *ad* $68\frac{11}{12}$. ib. l. 18 $68\frac{11}{12}$ *ad* $69\frac{11}{12}$. p. 449 l. 5 *area* pDdm p. 450 l. 9 *ad aream* DPMD. p. 455 l. 30 *motum posteriorem*. p. 459 l. 2 2MP × AT*qu.* p. 482 l. 3 *dein* b – 2b = c &c. & sic *pergatur ad differentiam ultimam, quæ hic est* f. ib. in Schemate infra d 2d 3d scribe $\begin{matrix} e \\ f \end{matrix} \begin{matrix} 2e \\ f \end{matrix}$ p. 494 l. 4 pro \mathfrak{M} 27 lege ✕ 27.
