

Axiomata Sive Leges Motus (1687)

Author: Isaac Newton

Source: *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* (London: 1687).

Published online: November 2009

<12>

AXIOMATA SIVE LEGES MOTUS

Lex. I.

Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus a viribus impressis cogitur statum illum mutare.

Projectilia perseverant in motibus suis nisi quatenus a resistentia aeris retardantur & vi gravitatis impelluntur deorsum. Trochus, cujus partes cohærendo perpetuo retrahunt sese a motibus rectilineis, non cessat rotari nisi quatenus ab aere retardatur. Majora autem Planetarum & Cometarum corpora motus suos & progressivos & circulares in spatiis minus resistentibus factos conservant diutius.

Lex. II.

Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressæ, & fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.

Si vis aliqua motum quemvis generet, dupla duplum, tripla triplum generabit, sive simul & semel, sive gradatim & successive impressa fuerit. Et hic motus quoniam in eandem semper plagam cum vi generatrice determinatur, si corpus antea movebatur, motui ejus vel conspiranti additur, vel contrario subducitur, vel obliquo oblique adjicitur, & cum eo secundum utriusque determinationem componitur.

<13>

Lex. III.

Actioni contrariam semper & æqualem esse reactionem: sive corporum duorum actiones in se mutuo semper esse æquales & in partes contrarias dirigi.

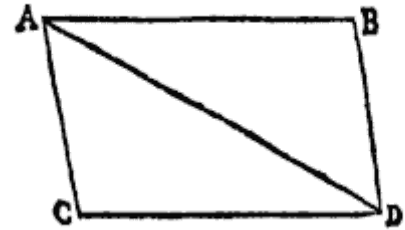
Quicquid premit vel trahit alterum, tantundem ab eo premitur vel trahitur. Siquis lapidem digito premit, premitur & hujus digitus a lapide. Si equus lapidem funi allegatum trahit, retrahetur etiam & equus æqualiter in lapidem: nam funis utrinque distentus eodem relaxandi se conatu urgebit Equum versus lapidem, ac lapidem versus equum, tantumque impediet progressum unius quantum promovet progressum alterius. Si corpus aliquod in corpus aliud impingens, motum ejus vi sua quomodocunque mutaverit, idem quoque vicissim in motu proprio eandem mutationem in partem contrariam vi alterius (ob æqualitatem pressionis mutuæ) subibit. His actionibus æquales fiunt mutationes non velocitatum sed motuum, (scilicet in corporibus

non aliunde impeditis:) Mutationes enim velocitatum, in contrarias itidem partes factæ, quia motus æqualiter mutantur, sunt corporibus reciproce proportionales.

Corol. I.

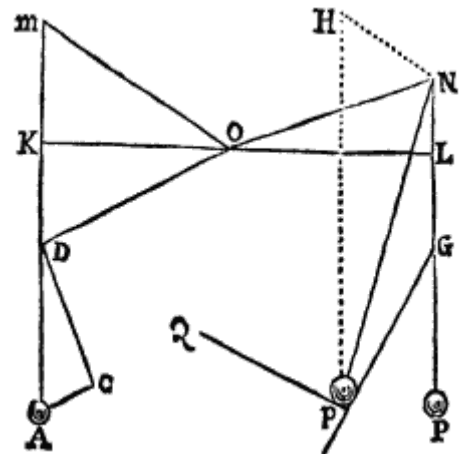
Corpus viribus conjunctis diagonalem parallelogrammi eodem tempore describere, quo latera separatim.

Si corpus dato tempore, vi sola M , ferretur ab A ad B , & vi sola N , ab A ad C , compleatur parallelogrammum $ABDC$, & vi utraque feretur id eodem tempore ab A ad D . Nam quoniam vis N agit secundum lineam AC ipsi BD parallelam, hæc vis nihil mutabit velocitatem accedendi ad lineam illam BD a vi altera genitam. Accedet igitur corpus eodem tempore ad lineam BD sive vis N imprimatur, sive non, atque adeo in fine illius temporis reperietur alicubi in linea BD illa BD . Eodem argumento in fine temporis ejusdem reperietur alicubi in linea CD , & idcirco in utriusque lineæ concursu D reperiri necesse est.



Corol. II.

Et hinc patet compositio vis directæ AD ex viribus quibusvis obliquis AB & BD, & vicissim resolutio vis cujusvis directæ AD in obliquas quascunque AB & BD. Quæ quidem Compositio & resolutio abunde confirmatur ex Mechanica.

[illegible]

Quod si pondus p ponderi P æquale partim suspendatur silo Np , partim incumbat plano obliquo pG : agantur pH , NH , prior horizonti, posterior plano pG perpendicularis; & si vis ponderis p deorsum tendens, exponatur per lineam pH , resolvi potest hæc in vires pN , HN . Si filo pN perpendicularare esset planum aliquod pQ secans planum alterum pG in linea ad horizontem parallela; & pondus p his planis pQ , pG solummodo incumberet; urgeret illud hæc plana viribus pN , HN perpendiculariter, nimirum planum pQ vi pN & planum pG vi HN . Ideoque si tollatur planum pQ ut pondus tendat silum, quoniam silum sustinendo pondus, jam vicem præstat plani sublatis, tendetur illud eadem vi pN , qua planum antea urgebatur. Unde tensio fili hujus obliqui erit ad tensionem fili alterius perpendicularis PN , ut pN ad pH . Ideoque si pondus p sit ad pondus A in ratione quæ componitur ex ratione reciproca minimarum distantiarum filorum suorum AM , pN a centro rotæ, & ratione directa pH ad pN ; pondera idem valebunt ad rotam movendam, atque adeo se mutuo sustinebunt, ut quilibet experiri potest.

Pondus autem p planis illis duobus obliquis incumbens, rationem habet cunei inter corporis fissi facies internas: & inde vires cunei & mallei innotescunt: utpote cum vis qua pondus p urget planum pQ sit ad vim, qua idem vel gravitate sua vel ictu mallei impellitur secundum lineam pH in plano, ut pN ad pH ; atque ad vim

qua urget planum alterum pG ut pN ad NH . Sed & vis Cochleæ per similem virium divisionem colligitur; quippe quæ cuneus est a vecte impulsus. Usus igitur Corollarij hujus latissime patet, & late patendo veritatem ejus evincit, cum pendeat ex jam dictis Mechanica tota ab Authoribus diversimode demonstrata. Ex hisce enim facile derivantur vires Machinarum, quæ ex Rotis, Tympanis, Trochleis, Vectibus, radijs volubilibus, nervis tensis & ponderibus directe vel oblique ascendentibus, cæterisque potentij, Mecha <16> nicis componi solent, ut & vires Nervorum ad animalium ossa movenda.

Corol. III.

Quantitas motus quæ colligitur capiendo summam motuum factorum ad eandem partem, & differentiam factorum ad contrarias, non mutatur ab actione corporum inter se.

Etenim actio eique contraria reactio æquales sunt per Legem 3, adeoque per legem 2, æquales in motibus efficiunt mutationes versus contrarias partes. Ergo si motus fiunt ad eandem partem, quicquid additur motui corporis fugientis subducetur motui corporis insequentis sic, ut summa maneat eadem quæ prius. Sin corpora obviam eant, æqualis erit subductio de motu utriusque, adeoque differentia motuum factorum in contrarias partes manebit eadem.

Ut si corpus sphæricum A sit triplo majus corpore sphærico B , habeatque duas velocitatis partes, et B sequatur in eadem recta cum velocitatis partibus decem, adeoque motus ipsius A sit ad motum ipsius B ut sex ad decem: ponantur motus illis esse partium sex & decem, & summa erit partium sexdecim. In corporum igitur concursu, si corpus A lucretur motus partes tres vel quatuor vel quinque corpus B amittet partes totidem, adeoque perget corpus A post reflexionem cum partibus novem vel decem vel undecim, & B cum partibus septem vel sex vel quinque existente semper summa partium sexdecim ut prius. Sin corpus A lucretur partes novem vel decem vel undecim vel duodecim, adeoque progrediatur post concursum cum partibus quindecim vel sexdecim vel septendecim vel octodecim; corpus B amittendo, tot partes quot A lucratur, vel progredietur cum una parte, amissis partibus novem, vel quiescet amisso motu suo progressivo partium decem, vel regredietur cum una parte amisso motu suo & (ut ita dicam) una parte amplius, vel regredietur cum partibus duabus ob detractum motum progressivum partium duodecim. Atque ita summæ motuum conspirantium $15 + 1$ vel $16 + 0$, differentiæ contrario <17> rum $17 - 1$ & $18 - 2$ semper erunt partium sexdecim ut ante concursum & reflexionem. Cognitis autem motibus quibuscum corpora post reflexionem pergent, invenietur cujusque velocitas ponendo eam esse ad velocitatem ante reflexionem ut motus post ad motum ante. Ut in casu ultimo, ubi corporis A motus erat partium sex ante reflexionem & partium octodecim postea, & velocitas partium duarum ante reflexionem; invenietur ejus velocitas partium sex post reflexionem, dicendo, ut motus partes sex ante reflexionem ad motus partes octodecim postea, ita velocitatis partes duæ ante reflexionem ad velocitatis partes sex postea.

Quod si corpora vel non Sphærica vel diversis in rectis moventia incidant in se mutuo oblique, & requirantur eorum motus post reflexionem, cognoscendus est situs plani a quo corpora concurrentia tanguntur in puncto concursus; dein corporis utriusque motus (per Corol. 2.) distinguendus est in duos, unum huic plano perpendicularem, alterum eidem parallelum: motus autem paralleli, propterea quod corpora agant in se invicem secundum lineam huic plano perpendicularem, retinendi sunt iidem post reflexionem atque antea, & motibus perpendicularibus mutationes æquales in partes contrarias tribuendæ sunt sic, ut summa conspirantium & differentia contrariorum maneat eadem quæ prius. Ex hujusmodi reflexionibus oriri etiam solent motus circulares corporum circa centra propria. Sed hos casus in sequentibus non considero, & nimis longum esset omnia huc spectantia demonstrare.

Corol. IIII.

Commune gravitatis centrum ab actionibus corporum inter se non mutat statum suum vel motus vel quietis, & propterea corporum omnium in se mutuo agentium (exclusis actionibus & impedimentis externis) commune centrum gravitatis vel quiescit vel movetur uniformiter in directum.

Nam si puncta duo progrediantur uniformi cum motu in lineis rectis & distantia eorum dividatur in ratione data, punctum divi <18> dens vel quiescet vel progredietur uniformiter in linea arecta. Hoc postea in Lemmate xxiii demonstratur in plano, & eadem ratione demonstrari potest in loco solido. Ergo si corpora quocunque moventur uniformiter in lineis rectis, commune centrum gravitatis duorum quorumvis, vel quiescit vel progreditur uniformiter in linea recta, propterea quod linea horum corporum centra in rectis

uniformiter progredientia jungens, dividitur ab hoc centro communi in ratione data: similiter & commune centrum horum duorum & tertii cujusvis vel quiescit vel progreditur uniformiter in linea recta, propterea quod ab eo dividitur distantia centri communis corporum duorum & centri corporis tertii in data ratione. Eodem modo & commune centrum horum trium & quarti cujusvis vel quiescit vel progreditur uniformiter in linea recta, propterea quod ab eo dividitur distantia inter centrum commune trium & centrum quarti in data ratione, & sic in infinitum. Igitur in systemate corporum quæ actionibus in se invicem, aliisque omnibus in se extrinsecus impressis, omnino vacant, adeoque moventur singula uniformiter in rectis singulis, commune omnium centrum gravitatis vel quiescit vel movetur uniformiter in directum.

Porro in systemate duorum corporum in se invicem agentium, cum distantiae centrorum utriusque a communi gravitatis centro sint reciproce ut corpora, erunt motus relativi corporum eorundem vel accedendi ad centrum illud vel ab eodem recedendi, æquales inter se. Proinde centrum illud a motuum æqualibus mutationibus in partes contrarias factis, atque adeo ab actionibus horum corporum inter se, nec promovetur nec retardatur nec mutationem patitur in statu suo quoad motum vel quietem. In systemate autem corporum plurium, quoniam duorum quorumvis in se mutuo agentium commune gravitatis centrum ob actionem illam nullatenus mutat statum suum; & reliquorum, quibuscum actio illa non intercedit, commune gravitatis centrum nihil inde patitur; distantia autem horum duorum centrorum dividitur, a communi corporum omnium centro, in partes summis totalibus corporum, quo <19> rum sunt centra, reciproce proportionales, adeoque centris illis duobus statum suum movendi vel quiescendi servantibus, commune omnium centrum servat etiam statum suum; manifestum est quod commune illud omnium centrum, ob actiones binorum corporum inter se, nunquam mutat statum suum quoad motum & quietem. In tali autem systemate actiones omnes corporum inter se, vel inter bina sunt corpora, vel ab actionibus inter bina compositæ, & propterea communi omnium centro mutationem in statu motus ejus vel Quietis nunquam inducunt. Quare cum centrum illud ubi corpora non agunt in se invicem, vel quiescit, vel in recta aliqua progreditur uniformiter, perget idem, non obstantibus corporum actionibus inter se, vel semper quiescere, vel semper progredi uniformiter in directum, nisi a viribus in systema extrinsecus impressis deturbetur de hoc statu. Est igitur systematis corporum plurium Lex eadem quæ corporis solitarii, quoad perseverantiam in statu motus vel quietis. Motus enim progressivus seu corporis solitarii seu systematis corporum ex motu centri gravitatis æstimari semper debet.

Corol. V.

Corporum dato spatio inclusorum ijdem sunt motus inter se, sive spatium illud quiescat, sive moveatur idem uniformiter in directum absque motu circulari.

Nam differentiae motuum tendentium ad eandem partem, & summæ tendentium ad contrarias, ea dem sunt sub initio in utroque casu (ex hypothesi) & ex his summis vel differentiis oriuntur congressus & impetus quibus corpora se mutuo feriunt. Ergo per Legem 2 æquales erunt congressuum effectus in utroque casu, & propterea manebunt motus inter se in uno casu æquales motibus inter se in altero. Idem comprobatur experimento luculento. Motus omnes eodem modo se habent in Navi, sive ea quiescat, sive moveatur uniformiter in directum.

<20>

Corol. VI.

Si corpora moveantur quomodocunque inter se & a viribus acceleratricibus æqualibus secundum lineas parallelas urgeantur; pergent omnia eodem modo moveri inter se ac si viribus illis non essent incitata.

Nam vires illæ æqualiter (pro quantitativis movendorum corporum) & secundum lineas parallelas agendo, corpora omnia æqualiter (quoad velocitatem) movebunt per Legem 2.) adeoque nunquam mutabunt positiones & motus eorum inter se.

Scholium

Hactenus principia tradidi a Mathematicis recepta & experientia multiplici confirmata. Per leges duas primas & Corollaria duo prima adinvenit *Galilæus* descensum gravium esse in duplicata ratione temporis, & motum projectilium fieri in Parabola, conspirante experientia, nisi quatenus motus illi per aeris resistentiam aliquantulum retardantur. Ab iisdem Legibus & Corollariis pendent demonstrata de temporibus oscillantium

naturalibus; addo quod experimenta jam descripta succedunt in corporibus mollibus æque ac in duris, nimirum a conditione duritiei neutiquam pendentia. Nam si conditio illa in corporibus non perfecte duris tentanda est, debet solummodo reflexio minui in certa proportionem pro quantitate vis Elasticæ. In Theoria *Wrenni & Hugenij* corpora absolute dura redeunt ab invicem cum velocitate congressus. Certius id affirmabitur de perfecte Elasticis. In imperfecte Elasticis velocitas reditus minuenda est simul cum vi Elasticæ; propterea quod vis illa, (nisi ubi partes corporum ex congressu læduntur, vel extensionem aliqualem quasi sub malleo patiuntur,) certa ac determinata sit (quantum sentio) faciatque corpora redire ab invicem cum velocitate relativa quæ sit ad relativam velocitatem concursus in data ratione. Id in pilis ex lana arcte conglomerata & fortiter constricta sic tentavi. Primum demittendo Pendula & mensurando reflexionem, inveni quantitatem vis Elasticæ; deinde per hanc vim determinavi reflexiones in aliis casibus concursuum, & respondebant experimenta. Redibant semper pilæ ab invicem cum velocitate relativa, quæ esset ad velocitatem relativam concursus ut 5 ad 9 circiter. Eadem fere cum velocitate redibant pilæ ex chalybe: aliæ ex subere cum paulo minore. In vitreis autem proportio erat 15 ad 16 circiter. Atque hoc pacto Lex tertia quoad ictus & reflexiones per Theoriam comprobata est, quæ cum experientia plane congruit.

In attractionibus rem sic breviter ostendo. Corporibus duobus quibusvis *A, B* se mutuo trahentibus, concipe obstaculum quodvis interponi quo congressus eorum impediatur. Si corpus alterutrum *A* magis trahitur versus corpus alterum *B*, quam illud alterum *B* in prius *A*, obstaculum magis urgebitur pressione corporis *A* quam pressione corporis *B*; proindeque non manebit in æquilibrio. Prævalebit pressio fortior, facietque systema corporum duo <24> rum & obstaculi moveri in directum in partes versus *B*, motuque in spatiis liberis semper accelerato abire in infinitum. Quid est absurdum & Legi primæ contrarium. Nam per Legem primam debet systema perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, proindeque corpora æqualiter urgebunt obstaculum, & idcirco æqualiter trahentur in invicem. Tentavi hoc in Magnete & ferro. Si hæc in vasculis propriis sese contingentibus seorsim posita, in aqua stagnante juxta fluitent, neutrum propellet alterum, sed æqualitate attractionis utrinque sustinebunt conatus in se mutuos, ac tandem in æquilibrio constituta quiescent.

Ut corpora in concursu & reflexione idem pollent, quorum velocitates sunt reciproce ut vires insitæ: sic in movendis Instrumentis Mechanicis agentia idem pollent & conatibus contrariis se mutuo sustinent, quorum velocitates secundum determinationem virium æstimatæ, sunt reciproce ut vires. Sic pondera æquipollent ad movenda brachia Libræ, quæ oscillante Libra, sunt reciproce ut eorum velocitates sursum & deorsum: hoc est pondera, si recta ascendunt & descendunt, æquipollent, quæ sunt reciproce ut punctorum a quibus suspenduntur distantia ab axe Libræ; sin planis obliquis aliisve admotis obstaculis impedita ascendunt vel descendunt oblique, æquipollent quæ sunt ut ascensus & descensus quatenus facti secundum perpendicularum: id adeo ob determinationem gravitatis deorsum. Similiter in Trochlea seu Polypasto vis manus funem directe trahentis, quæ sit ad pondus vel directe vel oblique ascendens ut velocitas ascensus perpendicularis ad velocitatem manus funem trahentis, sustinebit pondus. In horologiis & similibus instrumentis, quæ ex rotulis commissis constructa sunt, vires contrariæ ad motum rotularum promovendum & impediendum si sunt reciproce ut velocitates partium rotularum in quas imprimuntur, sustinebunt se mutuo. Vis Cochleæ ad premendum corpus est ad vim manus manubrium circumagentis, ut circularis velocitas Manubrii ea in parte ubi a manu urgetur, ad velocitatem progressivam Cochleæ versus corpus pressum. Vires quibus cu <25> neus urget partes duas ligni fissi est ad vim mallei in cuneum, ut progressus cunei secundum determinationem vis a malleo in ipsum impressæ, ad velocitatem qua partes ligni cedunt cuneo, secundum lineas faciebus cunei perpendiculares. Et par est ratio Machinarum omnium.

Harum efficacia & usus in eo solo consistit ut diminuendo velocitatem augeamus vim, & contra: Unde solvitur in omni aptorum instrumentorum genere Problema; *Datum pondus data vi movendi*, aliamve datam resistantiam vi data superandi. Nam si Machinæ ita formentur ut velocitates Agentis & Resistentis sint reciproce ut vires, Agens resistantiam sustinebit, & majori cum velocitatum disparitate eandem vincet. Certe si tanta sit velocitatum disparitas ut vincatur etiam resistantia omnis, quæ tam ex contiguum & inter se labentium corporum attritione, quam ex continuorum & ab invicem separandorum cohæsione & elevandorum ponderibus oriri solet; superata omni ea resistantia, vis redundans accelerationem motus sibi proportionalem, partim in partibus Machinæ, partim in corpore resistente producet. Cæterum Mechanicam tractare non est hujus instituti. Hisce volui tantum ostendere quam late pateat, quamque certa sit Lex tertia motus. Nam si æstimetur Agentis actio ex ejus vi & velocitate conjunctim; & Resistentis reactio ex ejus partium singularum velocitatibus & viribus resistendi ab earum attritione, cohæsione, pondere & acceleratione oriundis; erunt actio & reactio, in omni instrumentorum usu, sibi invicem semper æquales. Et quatenus actio propagatur per

instrumentum & ultimo imprimatur in corpus omne resistens, ejus ultima determinatio determinationi reactionis semper erit contraria.
