

# De Munde Systemate (Liber Tertius) (1713)

**Author:** Isaac Newton

**Source:** *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* (Cambridge: 1713).

<356>

## DE MUNDI SYSTEMATE LIBER TERTIUS.

IN Libris præcedentibus principia Philosophiæ tradidi, non tamen Philosophica sed Mathematica tantum, ex quibus videlicet in rebus Philosophicis disputari possit. Hæc sunt motuum & virium leges & conditiones, quæ ad Philosophiam maxime spectant. Eadem tamen, ne sterilia videantur, illustravi Scholiis quibusdam Philosophicis, ea tractans quæ generalia sunt, & in quibus Philosophia maxime fundari videtur, uti corporum densitatem & resistentiam, spatia corporibus vacua, motumque Lucis & Sonorum. Superest ut ex iisdem principiis doceamus constitutionem Systematis Mundani. De hoc argumento composueram Librum tertium methodo populari, ut a pluribus legeretur. Sed quibus Principia posita satis intellecta non fuerint, ii vim consequentiarum minime percipient, neque præjudicia deponent quibus a multis retro annis insueverunt: & propterea ne res in disputationes trahatur, summam libri illius transtuli in Propositiones, more Mathematico, ut ab iis solis legantur qui Principia prius evolverint. Veruntamen quoniam Propositiones ibi quam plurimæ occurrant, quæ Lectoribus etiam Mathematicæ doctis moram nimiam injicere possint, author esse nolo ut quisquam eas omnes evolvat; suffecerit siquis Definitiones, Leges motuum & sectiones tres priores Libri primi sedulo legat, dein transeat ad hunc Librum de Mundi Systemate, & reliquas Librorum priorum Propositiones hic citatas pro lubitu consulat.

<357>

### REGULÆ PHILOSOPHANDI.

#### REGULA I.

*Causas rerum naturalium non plures admitti debere, quam quæ & veræ sint & earum Phænomenis explicandis sufficient.*

Discunt utique Philosophi: Natura nihil agit frustra, & frustra fit per plura quod fieri potest per pauciora. Natura enim simplex est & rerum causis superfluis non luxuriat.

#### REGULA II.

*Ideoque Effectuum naturalium ejusdem generis eadem sunt Causæ.*

Uti respirationis in Homine & in Bestia; descensus lapidum in *Europa* & in *America*; Lucis in Igne culinari & in Sole; reflexionis Lucis in Terra & in Planetis.

#### REGULA III.

*Qualitates corporum quæ intendi & remitti nequeunt, quæque corporibus omnibus competunt in quibus experimenta instituere licet, pro qualitatibus corporum universorum habendæ sunt.*

Nam qualitates corporum non nisi per experimenta innotescunt, ideoque generales statuendæ sunt quotquot cum experimentis generaliter quadrant; & quæ minui non possunt, non possunt auferri. Certe contra experimentorum tenorem somnia temere confingenda non sunt, nec a Naturæ analogia recedendum est, cum <358> ea simplex esse soleat & sibi semper consona. Extensio corporum non nisi per sensus innotescit, nec in omnibus sentitur: sed quia sensibilibus omnibus competit, de universis affirmatur, Corpora plura dura esse experimur. Oritur autem durities totius a duritie partium, & inde non horum tantum corporum quæ sentiuntur, sed aliorum etiam omnium particulas indivisas esse duras merito concludimus. Corpora omnia impenetrabilia esse non ratione sed sensu colligimus. Quæ tractamus, impenetrabilia inveniuntur, & inde concludimus impenetrabilitatem esse proprietatem corporum universorum. Corpora omnia mobilia esse, & viribus quibusdam (quas vires inertiae vocamus) perseverare in motu vel quiete, ex hisce corporum visorum proprietatibus colligimus. Extensio, durities, impenetrabilitas, mobilitas & vis inertiae totius, oritur ab extensione, duritie, impenetrabilitate, mobilitate & viribus inertiae partium: & inde concludimus omnes omnium corporum partes minimas extendi & duras esse & impenetrabiles & mobiles & viribus inertiae præditas. Et hoc est fundamentum Philosophiæ totius. Porro corporum partes divisas & sibi mutuo contiguas ab invicem separari posse, ex Phænomenis novimus, & partes indivisas in partes minores ratione distingui posse ex Mathematica certum est. Utrum vero partes illæ distinctæ & nondum divisæ per vires Naturæ dividi & ab invicem separari possint, incertum est. At si vel unico constaret experimento quod particula aliqua indivisa, frangendo corpus durum & solidum, divisionem pateretur: concluderemus vi hujus Regulæ, quod non solum partes divisæ separabiles essent, sed etiam quod indivisæ in infinitum dividi possent.

Denique si corpora omnia in circuitu Terræ gravia esse in Terram, idque pro quantitate materiæ in singulis, & Lunam gravem esse in Terram pro quantitate materiæ suæ, & vicissim mare nostrum grave esse in Lunam, & Planetas omnes graves esse in se motuo, & Cometarum similem esse gravitatem, per experimenta & observationes Astronomicas universaliter constet: dicendum erit per hanc Regulam quod corpora omnia in se mutuo gravitant. Nam & fortius erit argumentum ex Phænomenis de gravitate universali, quam de corporum impenetrabilitate: de qua utique in corporibus Cælestibus nullum experimentum, nullam prorsus observationem habemus.

<359>

### PHÆNOMENA.

#### PHÆNOMENON I.

*Planetas Circumjoviales, radiis ad centrum Jovis ductis, areas describere temporibus proportionales, eorumque tempora periodica esse in ratione sesquiplicata distantiarum ab ipsius centro.*

Constat ex observationibus Astronomicis. Orbes horum Planetarum non differunt sensibiliter a circulis Jovi concentricis, & motus eorum in his circulis uniformes deprehenduntur. Tempora vero periodica esse in sesquiplicata ratione semidiametrorum Orbium consentiunt Astronomi: & idem ex Tabula sequente manifestum est.

*Satellitum Jovialium tempora periodica.*

1<sup>d</sup>.18<sup>h</sup>.27'.34". 3<sup>d</sup>.13<sup>h</sup>.13'.42". 7<sup>d</sup>.3<sup>h</sup>.42'.36". 16<sup>d</sup>.16<sup>h</sup>.32'.9".

Distantiæ Satellitum a centro Jovis.				
Ex observationibus	1	2	3	4
Borelli	5 <sup>2</sup> / <sub>3</sub>	8 <sup>2</sup> / <sub>3</sub>	14	24 <sup>2</sup> / <sub>3</sub>
Townlei per Microm.	5,52	8,78	13,47	24,72
Cassini per Telescop.	5	8	13	23
Cassini per Eclips. Satell.	5 <sup>2</sup> / <sub>3</sub>	9	14 <sup>23</sup> / <sub>60</sub>	25 <sup>3</sup> / <sub>10</sub>
Ex temporibus periodicis.	5,667	9,017	14,384	25,299

PHÆNOMENON II.

Planetas Circumsaturnios, radiis ad Saturnum ductis, areas describere temporibus proportionales, & eorum tempora periodica esse in ratione sesquiplicata distantiarum ab ipsius centro.

Cassinus utique ex observationibus suis distantias eorum a centro Saturni & periodica tempora esse statuit.

<360>

Satellitum Saturniorum tempora periodica.

1<sup>d</sup>. 21<sup>h</sup>. 19' 2<sup>d</sup>. 17<sup>h</sup>. 41' 4<sup>d</sup>. 13<sup>h</sup>. 47'. 15<sup>d</sup>. 22<sup>h</sup>. 41'. 79<sup>d</sup>. 22<sup>h</sup>. 4'.

Distantiæ Satellitum a centro Saturni in semidiametris Annuli.

Ex observationibus	1 <sup>19</sup> / <sub>20</sub> .	2 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> .	3 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> .	8.	24.
Ex temporibus periodicis	1,95.	2,5.	3,52.	8,09.	23,71.

PHÆNOMENON III.

Planetas quinque primarios Mercurium, Venerem, Martem, Jovem & Saturnum Orbibus suis Solem cingere.

Mercurium & Venerem circa Solem revoli ex eorum phasibus lunaribus demonstratur. Plena facie lucentes ultra Solem siti sunt, dimidiata è regione Solis, falcata cis Solem; per discum ejus ad modum macularum nonnunquam transeuntes. Ex Martis quoque plena facie prope Solis conjunctionem, & gibbosa in quadraturis, certum est quod is Solem ambit. De Jove etiam & Saturno idem ex eorum phasibus semper plenis demonstratur.

PHÆNOMENON IV.

Planetarum quinque primariorum, & (vel Solis circa Terram vel) Terræ circa Solem tempora periodica esse in ratione sesquiplicata mediocrium distantiarum à Sole.

Hæc à *Keplero* inventa ratio in confesso est apud omnes. Eadem utique sunt tempora periodica, eædemque orbium dimensiones, sive Sol circa Terram, sive Terra circa Solem revolvantur. Ac de mensura quidem temporum periodicorum convenit inter Astronomos universos. Magnitudines autem Orbium *Keplerus* & *Bullialdus* omnium diligentissime ex Observationibus determinaverunt: & distantiæ mediocres, quæ temporibus periodicis respondent, non differunt sensibilter à distantiiis quas illi invenerunt, suntque inter ipsas ut plurimum intermediæ; uti in Tabula sequente videre licet.

<361>

Planetarum ac Telluris distantiæ mediocres à Sole.

	♄	♅	♆	♁	♂	♀
Secundum <i>Keplerum</i>	951000.	519650.	152350.	100000.	72400.	38806.
Secundum <i>Bullialdum</i>	954198.	522520.	152350.	100000.	72398.	38585.
Secundum tempora periodica	953806.	520116.	152399.	100000.	72333.	38710.

De distantiiis Mercurii & Veneris a Sole disputandi non est locus, cum hæ per eorum Elongationes à Sole determinentur. De distantiiis etiam superiorum Planetarum à Sole tollitur omnis disputatio per Eclipses Satellitum Jovis. Etenim per Eclipses illas determinatur positio umbræ quam Jupiter projicit, & eo nomine habetur Jovis longitudo Heliocentrica. Ex longitudinibus autem Heliocentrica & Geocentrica inter se collatis determinatur distantia Jovis.

PHÆNOMENON V.

Planetas primarios, radiis ad Terram ductis, areas describere temporibus minime proportionales; at radiis ad Solem ductis, areas temporibus proportionales percurrere.

Nam respectu Terræ nunc progrediuntur, nunc stationarii sunt, nunc etiam regrediuntur: At Solis respectu semper progrediuntur, idque propemodum uniformi cum motu, sed paulo celerius tamen in Periheliis ac tardius in Apheliis, sic ut arearum æquabilis sit descriptio. Propositio est Astronomis notissima, & in Jove apprime demonstratur per Eclipses Satellitum, quibus Eclipsibus Heliocentricas Planetæ hujus longitudes & distantias à Sole determinari diximus.

PHÆNOMENON VI.

Lunam radio ad centrum Terræ ducto, aream tempori proportionalem describere.

Patet ex Lunæ motu apparente cum ipsius diametro apparente collato. Perturbatur autem motus Lunaris aliquantulum à vi Solis, sed errorum insensibiles minutias in hisce Phænomenis negligo.

## PROPOSITIONES.

## PROPOSITIO I. THEOREMA I.

*Vires, quibus Planetæ Circumjoviales perpetuo retrahuntur à motibus rectilineis & in Orbibus suis retinentur, respicere centrum Jovis, & esse reciproce ut quadrata distantiarum locorum ab eodem centro.*

Patet pars prior Propositionis per Phænomenon primum, & Propositionem secundam vel tertam Libri primi: & pars posterior per Phænomenon primum, & Corollarium sextum Propositionis quartæ ejusdem Libri.

Idem intellige de Planetis qui Saturnum comitantur, per Phænomenon secundum.

## PROPOSITIO II. THEOREMA II.

*Vires, quibus Planetæ primarii perpetuo retrahuntur à motibus rectilineis, & in Orbibus suis retinentur, respicere Solem, & esse reciproce ut quadrata distantiarum ab ipsius centro.*

Patet pars prior Propositionis per Phænomenon quintum, & Propositionem secundam Libri primi: & pars posterior per Phænomenon quartum, & Propositionem quartam ejusdem Libri. Accuratissime autem demonstratur hæc pars Propositionis per quietem Apheliorum. Nam aberratio quam minima à ratione duplicata (per Corol. I. Prop. XLV. Lib. I.) motum Apsidum in singulis revolutionibus notabilem, in pluribus enormem efficere deberet.

## PROPOSITIO III. THEOREMA III.

*Vim qua Luna retinetur in Orbe suo respicere Terram, & esse reciproce ut quadratum distantiae locorum ab ipsius centro.*

Patet assertionis pars prior, per Phænomenon sextum, & Propositionem secundam vel tertiam Libri primi: & pars posterior per motum tardissimum Lunaris Apogæi. Nam motus ille, qui singulis revolutionibus est graduum tantum trium & minorum trium in consequentia, contemni potest. Patet enim (per Corol. 1. Prop. XLV. Lib. I.) quod si distantia Lunæ a centro Terræ sit ad semidiametrum Terræ ut D ad 1; vis a qua motus talis oriatur sit reciproce ut  $D^2 \frac{4}{243}$ , id est, reciproce ut ea ipsius D dignitas cujus index est  $2 \frac{4}{243}$ , hoc est, in ratione distantiae paulo majore quam duplicata inverse, sed quæ partibus  $59 \frac{3}{4}$  propius ad duplicatam quam ad triplicatam accedit. Oritur vero ab actione Solis (uti posthac dicetur) & propterea hic negligendus est. Actio Solis quatenus Lunam distrahit a Terra, est ut distantia Lunæ a Terra quamproxime; ideoque (per ea quæ dicuntur in Corol. 2. Prop. XLV. Lib. I.) est ad Lunæ vim centripetam ut 2 ad  $357,45$  circiter, seu 1 ad  $178 \frac{29}{40}$ . Et neglecta Solis vi tantilla, vis reliqua qua Luna retinetur in Orbe erit reciproce ut  $D^2$ ; id quod etiam plenius constabit, conferendo hanc vim cum vi gravitatis, ut fit in Propositione sequente.

*Corol.* Si vis centripeta mediocris qua Luna retinetur in Orbe, augeatur primo in ratione  $177 \frac{29}{40}$  ad  $178 \frac{29}{40}$ , deinde etiam in ratione duplicata semidiametri Terræ ad mediocrem distantiam centri Lunæ a centro Terræ: habebitur vis centripeta Lunaris ad superficiem Terræ, posito quod vis illa descendendo ad superficiem Terræ, perpetuo augeatur in reciproca altitudinis ratione duplicata.

## PROPOSITIO IV. THEOREMA IV.

*Lunam gravitare in Terram, & vi gravitatis retrahi semper à motu rectilineo, & in Orbe suo retineri.*

Lunæ distantia mediocris a Terra in Syzygiis est semidiametrorum terrestrium, secundum plerosque Astronomorum 59, secundum *Vendelinum* 60, secundum *Copernicum*  $60 \frac{1}{3}$ , & secundum *Ty* <364> *chonem*  $56 \frac{1}{2}$ . Ast *Tycho*, & quotquot ejus Tabulas refractionum sequuntur, constituendo refractiones Solis & Lunæ (omnino contra naturam Lucis) majores quam Fixarum, idque scrupulis quasi quatuor vel quinque, auxerunt parallaxin Lunæ scrupulis totidem, hoc est, quasi duodecima vel decima quinta parte totius parallaxeos. Corrigatur iste error, & distantia evadet quasi  $60 \frac{1}{2}$  semidiametrorum terrestrium, fere ut ab aliis assignatum est. Assumamus distantiam mediocrem sexaginta semidiametrorum; & Lunarem periodum respectu Fixarum compleri diebus 27, horis 7, minutis primis 43, ut ab Astronomis statuitur; atque ambitum Terræ esse pedum Parisiensium 123249600, uti a *Gallis* mensurantibus definitum est: Et si Luna motu omni privati fingatur ac dimitti ut, urgente vi illa omni qua in Orbe suo retinetur, descendat in Terram; hæc spatium minuti unius primi cadendo describet pedes Parisienses  $15 \frac{1}{12}$ . Colligitur hoc ex calculo vel per Propositionem xxxvi. Libri primi, vel (quod eodem recedit) per Corollarium nonum Propositionis quartæ ejusdem Libri, confecto. Nam arcus illius quem Luna tempore minuti unius primi, medio suo motu, ad distantiam sexaginta semidiametrorum terrestrium describat, sinus versus est pedum Parisiensium  $15 \frac{1}{12}$  circiter. Unde cum vis illa accedendo ad Terram augeatur in duplicata distantiae ratione inversa, adeoque ad superficiem Terræ major sit partibus  $60 \times 60$  quam ad Lunam, corpus vi illa in regionibus nostris cadendo describere deberet spatium minuti unius primi pedes Parisienses  $60 \times 60 \times 15 \frac{1}{12}$ , & spatium minuti unius secundi pedes  $15 \frac{1}{12}$ . Atqui corpora in regionibus nostris vi gravitatis cadendo, describunt tempore minuti unius secundi pedes Parisienses  $15 \frac{1}{12}$ , uti *Hugenius* factis pendulorum experimentis & computo inde inito, demonstravit: & propterea (per Reg. I. & II.) vis qua Luna in Orbe suo retinetur, illa ipsa est quam nos Gravitatem dicere solemus. Nam si Gravitatis ab ea diversa est, corpora viribus utrisque conjunctis Terram petendo, duplo velocius descendent, & spatium minuti unius secundi cadendo describerent pedes Parisienses  $30 \frac{1}{6}$ : omnino contra experientiam.

Calculus hic fundatur in hypothesi quod Terra quiescit. Nam si Terra & Luna circum Solem moveantur, & interea quoque circum commune gravitatis centrum revolvantur: distantia centrorum Lunæ ac Terræ ab invicem erit  $60 \frac{1}{2}$  semidiametrorum terrestrium; uti computationem (per Prop. I.X. Lib. I.) ineunti patebit.

## PROPOSITIO V. THEOREMA V.

*Planetas Circumjoviales gravitare in Jovem, Circumsaturnios in Saturnum, & Circumsolares in Solem, & vi gravitatis suæ retrahi semper à motibus rectilineis, & in Orbibus curvilineis retineri.*

Nam revolutiones Planetarum Circumjovialium circa Jovem, Circumsaturniorum circa Saturnum, & Mercurii ac Veneris reliquorumque Circumsolarium circa Solem sunt Phænomena ejusdem generis cum revolutione Lunæ circa Terram; & propterea per Reg. II. à causis ejusdem generis dependent: præsertim cum demonstratum sit quod vires, à quibus revolutiones illæ dependent, respiciant centra Jovis, Saturni ac Solis, & recedendo à Jove, Saturno & Sole decrescant eadem ratione ac lege, qua vis gravitatis decrescit in recessu à Terra.

*Corol. 1.* Gravitas igitur datur in Planetas universos. Nam Venerem, Mercurium cæterosque esse corpora ejusdem generis cum Jove & Saturno, nemo dubitat. Et cum attractio omnis (per motus Legem tertiam) mutua sit, Jupiter in Satellites suos omnes, Saturnus in suos, Terraque in Lunam, & Sol in Planetas omnes primarios gravitabit.

*Corol. 2.* Gravitationem, quæ Planetam unumquemque respicit, esse reciproce ut quadratum distantiae locorum ab ipsius centro.

*Corol. 3.* Graves sunt Planetæ omnes in se mutuo per Corol. 1. & 2. Et hinc Jupiter & Saturnus prope conjunctionem se invicem attrahendo, sensibilibiter perturbant motus mutuos, Sol perturbat motus Lunares, Sol & Luna perturbant Mare nostrum, ut in sequentibus explicabitur.

## PROPOSITIO VI. THEOREMA VI.

*Corpora omnia in Planetas singulos gravitare, & pondera eorum in eundem quemvis Planetam, paribus distantiiis à centro Planetæ, proportionalia esse quantitati materiæ in singulis.*

Descensus gravium omnium in Terram (dempta saltem inæquali retardatione quæ ex Aeris perexigua resistentia oritur) æqualibus <366> temporibus fieri, jamdudum observarunt alii; & accuratissime quidem notare licet æqualitatem temporum in Pendulis. Rem tentavi in Auro, Argento, Plumbo, Vitro, Arena, Sale communi, Ligno, Aqua, Tritico. Comparabam pyxides duas ligneas rotundas & æquales. Unam implebam Ligno, & idem Auri pondus suspendebam (quam potui exacte) in alterius centro oscillationis. Pyxides ab æqualibus pedum undecim filiis pendentes constituebant Pendula, quoad pondus, figuram, & aeris resistentiam omnino paria: Et paribus oscillationibus, juxta positæ, ibant una & redibant diutissime. Proinde copia materiæ in Auro (per Corol. 1. & 6. Prop. xxiv. Lib. II.) erat ad copiam materiæ in Ligno, ut vis motricis actio in totum Aurum ad ejusdem actionem in totum Lignum; hoc est ut pondus ad pondus. Et sic in cæteris. In corporibus ejusdem ponderis differentia materiæ, quæ vel minor esset quam pars millesima materiæ totius, his experimentis manifesto deprehendi potuit. Jam vero naturam gravitatis in Planetas eandem esse atque in Terram, non est dubium. Elevari enim fingantur corpora hæc Terrestria ad usque Orbem Lunæ, & una cum Luna motu omni privata demitti, ut in Terram simul cadant; & per jam ante ostensa certum est quod temporibus æqualibus describent æqualia spatia cum Luna, adeoque quod sunt ad quantitatem materiæ in Luna, ut pondera sua ad ipsius pondus. Porro quoniam Satellites Jovis temporibus revolvuntur quæ sunt in ratione sesquuplicata distantiarum à centro Jovis, erunt eorum gravitates acceleratrices in Jovem reciproce ut quadrata distantiarum à centro Jovis; & propterea in æqualibus a Jove distantiiis, eorum gravitates acceleratrices evaderent æquales. Proinde temporibus æqualibus ab æqualibus altitudinibus cadendo, describerent æqualia spatia; perinde ut fit in gravibus, in hac Terra nostra. Et eodem argumento Planetæ circumsolares ab æqualibus à Sole distantiiis dimissi, descensu suo in Solem æqualibus temporibus æqualia spatia describerent. Vires autem, quibus corpora inæqualia æqualiter accelerantur, sunt ut corpora; hoc est, pondera ut quantitates materiæ in Planetis. Porro Jovis & ejus Satellitum pondera in Solem proportionalia esse quantitatibus materiæ eorum, patet ex motu Satellitum quam maxime regulari; per Corol. 3. Prop. lxxv. Lib. I. Nam si horum aliqui magis traherentur in Solem, pro quantitate materiæ suæ, quam cæteri: motus Satellitum (per Corol. 2. Prop. lxxv. Lib. I.) ex inæqualitate attractionis perturbarentur. Si (paribus à Sole distantiiis) Satelles aliquis gravior esset in Solem pro quan <367> titate materiæ suæ, quam Jupiter pro quantitate materiæ suæ, in ratione quacunque data, puta  $d$  ad  $e$ : distantia inter centrum Solis & centrum Orbis Satellitis, major semper foret quam distantia inter centrum Solis & centrum Jovis in ratione subduplicata quam proxime; uti calculis quibusdam initis inveni. Et si Satelles minus gravis esset in Solem in ratione illa  $d$  ad  $e$ , distantia centri Orbis Satellitis à Sole minor foret quam distantia centri Jovis à Sole in ratione illa subduplicata. Igitur si in æqualibus à Sole distantiiis, gravitas acceleratrix Satellitis cujusvis in Solem major esset vel minor quam gravitas acceleratrix Jovis in Solem, parte tantum millesima gravitatis totius; foret distantia centri Orbis Satellitis à Sole major vel minor quam distantia Jovis à Sole parte  $\frac{1}{2000}$  distantiae totius, id est, parte quinta distantiae Satellitis extimi à centro Jovis: Quæ quidem Orbis eccentricitas foret valde sensibilis. Sed Orbes Satellitum sunt Jovi concentrici, & propterea gravitates acceleratrices Jovis & Satellitum in Solem æquantur inter se. Et eodem argumento pondera Saturni & Comitum ejus in Solem, in æqualibus à Sole distantiiis, sunt ut quantitates materiæ in ipsis: Et pondera Lunæ ac Terræ in Solem vel nulla sunt, vel earum massis accurate proportionalia. Aliqua autem sunt per Corol. 1. & 3. Prop. v.

Quinetiam pondera partium singularum Planetæ cujusque in alium quemcunque, sunt inter se ut materia in partibus singulis. Nam si partes aliquæ plus gravitarent, aliæ minus, quam pro quantitate materiæ: Planeta totus, pro genere partium quibus maxime abundet, gravitaret magis vel minus quam pro quantitate materiæ totius. Sed nec refert utrum partes illæ externæ sint vel internæ. Nam si verbi gratia corpora Terrestria, quæ apud nos sunt, in Orbem Lunæ elevari fingantur, & conferantur cum corpore Lunæ: Si horum pondera essent ad pondera partium externarum Lunæ ut quantitates materiæ in iisdem, ad pondera vero partium internarum in majori vel minori ratione, forent eadem ad pondus Lunæ totius in majori vel minori ratione: contra quam supra ostensum est.

*Corol. 1.* Hinc pondera corporum non pendet ab eorum formis & texturis. Nam si cum formis variari possent, forent majora vel minora, pro varietate formarum, in æquali materia: omnino contra experientiam.

<368>

*Corol. 2.* Corpora universa quæ circa Terram sunt, gravia sunt in Terram; & pondera omnium, quæ æqualiter à centro Terræ distant, sunt ut quantitates materiæ in iisdem. Hæc est qualitas omnium in quibus experimenta instituire licet, & propterea per Reg. III. de universis affirmanda est. si Æther aut corpus aliud quodcunque vel gravitate omnino destitueretur, vel pro quantitate materiæ suæ minus gravitaret, quoniam id (ex mente *Aristotelis*, *Cartesii* & aliorum) non differt ab aliis corporibus nisi in forma materiæ, posset idem per mutationem formæ gradatim transmutari in corpus ejusdem conditionis cum iis quæ, pro quantitate materiæ, quam maxime gravitant, & vicissim corpora maxime gravia, formam illius gradatim induendo, possent gravitationem suam gradatim amittere. Ac proinde pondera penderent à formis corporum, possentque cum formis variari, contra quam probatum est in Corollario superiore.

*Corol. 3.* Spatia omnia non sunt æqualiter plena. Nam si spatia omnia æqualiter plena essent, gravitas specifica fluidi quo regio aeris impleretur, ob summam densitatem materiæ, nil cederet gravitati specificæ argenti vivi, vel auri, vel corporis alterius cujuscunque densissimi; & propterea nec aurum neque aliud quodcunque corpus in aere descendere posset. Nam corpora in fluidis, nisi specificè graviora sint, minime descendunt. Quod si quantitas materiæ in spatio dato per rarefactionem quamcunque diminui possit, quidni diminui possit in infinitum?

*Corol. 4.* Si omnes omnium corporum particulæ solidæ sint ejusdem densitatis, neque absque poris rarefieri possint, Vacuum datur. Ejusdem densitatis esse dico, quarum vires inertiae sunt ut magnitudines.

*Corol. 5.* Vis gravitatis diversi est generis à vi magnetica. Nam attractio magnetica non est ut materia attracta. Corpora aliqua magis trahuntur, alia minus, plurima non trahuntur. Et vis magnetica in uno & eodem corpore intendi potest & remitti, estque nonnunquam longe major pro quantitate materiæ quam vis gravitatis, & in recessu à Magnete decrescit in ratione distantiae non duplicata, sed fere triplicata, quantum ex crassis quibusdam observationibus animadvertere potui.

<369>

## PROPOSITIO VII. THEOREMA VII.

*Gravitatem in corpora universa fieri, eamque proportionalem esse quantitati materiæ in singulis.*

Planetas omnes in se mutuo graves esse jam ante probavimus, ut & gravitatem in unumquemque seorsim spectatum esse reciproce ut quadratum distantiae locorum à centro Planetæ. Et inde consequens est, (per Prop. Lxix. Lib. I. & ejus Corollaria) gravitatem in omnes proportionalem esse materiæ in iisdem.

Porro cum Planetæ cujusvis *A* partes omnes graves sint in Planetam quemvis *B*, & gravitas partis cujusque sit ad gravitatem totius, ut materia partis ad materiam totius, & actioni omni reactio (per motus Legem tertiam) æqualis sit; Planeta *B* in partes omnes Planetæ *A* vicissim gravitabit, & erit gravitas sua in partem unamquamque ad gravitatem suam in totum, ut materia partis ad materiam totius. *Q.E.D.*

*Corol. 1.* Oritur igitur & componitur gravitas in Planetam totum ex gravitate in partes singulas. Cujus rei exempla habemus in attractionibus Magneticis & Electricis. Oritur enim attractio omnis in totum ex attractionibus in partes singulas. Res intelligetur in gravitate, concipiendo Planetas plures minores in unum Globum coire & Planetam majorem componere. Nam vis totius ex viribus partium componentium oriri debebit. Siquis objiciat quod corpora omnia, quæ apud nos sunt, hac lege gravitare deberent in se mutuo, cum tamen ejusmodi gravitas neutiquam sentiat: Respondeo quod gravitas in hæc corpora, cum sit ad gravitatem in Terram totam ut sunt hæc corpora ad Terram totam, longe minor est quam quæ sentiri possit.

*Corol. 2.* Gravitatio in singulas corporis particulas æquales est reciproce ut quadratum distantiae locorum à particulis. Patet per Corol. 3. Prop. Lxxiv. Lib. I.

<370>

### PROPOSITIO VIII. THEOREMA VIII.

*Si Globorum duorum in se mutuo gravitantium materia undique, in regionibus quæ à centrīs æqualiter distant, homogenea sit: erit pondus Globi alterutrius in alterum reciproce ut quadratum distantiae inter centra.*

Postquam invenissem gravitatem in Planetam totum oriri & componi ex gravitatibus in partes; & esse in partes singulas reciproce proportionalem quadratis distantiarum a partibus: dubitabam an reciproca illa proportio duplicata obtineret accurate in vi tota ex viribus pluribus composita, an vero quam proxime. Nam fieri posset ut proportio, quæ in majoribus distantis satis accurate obtineret, prope superficiem Planetæ ob inæquales particularum distantias & situs dissimiles, notabiliter erraret. Tandem vero, per Prop. Lxxv. & Lxxvi. Libri primi & ipsarum Corollaria, intellexi veritatem Propositionis de qua hic agitur.

*Corol. 1.* Hinc inveniri & inter se comparari possunt pondera corporum in diversos Planetas. Nam pondera corporum æqualium circum Planetas in circulis revolvendum sunt (per Corol. 2. Prop. iv. Lib. I.) ut diametri circulorum directe & quadrata temporum periodicorum inverse; & pondera ad superficies Planetarum, aliasve quasvis a centro distantias, majora sunt vel minora (per hanc Propositionem) in duplicata ratione distantiarum inversa. Sic ex temporibus periodicis Veneris circum Solem dierum 224 & horarum  $16\frac{3}{4}$ , Satellitis extimi circumjovialis circum Jovem dierum 16 & horarum  $16\frac{8}{15}$ , Satellitis Hugeniæ circum Saturnum dierum 15 & horarum  $22\frac{2}{3}$ , & Lunæ circum Terram dierum 27, hor. 7. min. 43, collatis cum distantia mediocri Veneris a Sole & cum elongationibus maximis heliocentricis Satellitis extimi circumjovialis a centro Jovis 8'.  $21\frac{1}{2}$ "', Satellitis Hugeniæ a centro Saturni 3'. 20", & Lunæ a Terra 10', computum ineundo inveni quod corporum æqualium & a Sole, Jove, Saturno ac Terra æqualiter distantium pondera in Solem, Jovem, Saturnum ac Terram forent ad invicem ut 1,  $\frac{1}{1033}$ ,  $\frac{1}{2411}$ , &  $\frac{1}{227512}$  respective. Est enim parallaxis Solis ex observationibus novissimis quasi 10", & *Halleius* noster per emersiones Jovis & Satellitum e parte obscura <371> Lunæ, determinavit quod elongatio maxima heliocentrica Satellitis extimi Jovialis a centro Jovis in mediocri Jovis a Sole distantia sit 8'.  $21\frac{1}{2}$ "', & diameter Jovis 41". Ex duratione Eclipseon Satellitum in umbram Jovis incidentium prodit hæc diameter quasi 40", atque adeo semidiameter 20". Mensuravit autem *Hugenius* elongationem maximam heliocentricam Satellitis a se detecti 3'. 20" a centro Saturni, & hujus elongationis pars quarta, nempe 50", est diameter annuli Saturni e Sole visi, & diameter Saturni est ad diametrum annuli ut 4 ad 9, adeoque semidiameter Saturni e Sole visi est 11". Subbducatur lux erratica quæ haud minor esse solet quam 2" vel 3": Et manebit semidiameter Saturni quasi 9". Ex hinc autem & Solis semidiametro mediocri 16'. 6" computum ineundo prodeunt veræ Solis, Jovis, Saturni ac Terræ semidiametri ad invicem ut 10000, 1077, 889 & 104. Unde, cum pondera æqualium corporum a centrīs Solis, Jovis, Saturni ac Terræ æqualiter distantium, sint in Solem, Jovem, Saturnum ac Terram, ut 1,  $\frac{1}{1033}$ ,  $\frac{1}{2411}$ , &  $\frac{1}{227512}$  respective, & auctis vel diminutis distantis pondera diminuantur vel augeantur in duplicata ratione: pondera æqualium corporum in Solem, Jovem, Saturnum ac Terram in distantis 10000, 1077, 889, & 104 ab eorum centrīs, atque adeo in eorum superficiebus, erunt ut 10000, 835, 525, & 410 respective. Quanta sint pondera corporum in superficie Lunæ dicemus in sequentibus.

*Corol. 2.* Innotescit etiam quantitas materiæ in Planetis singulis. Nam quantitates materiæ in Planetis sunt ut eorum vires in æqualibus distantis ab eorum centrīs, id est in Sole, Jove, Saturno ac Terra sunt ut 1,  $\frac{1}{1033}$ ,  $\frac{1}{2411}$ , &  $\frac{1}{227512}$  respective. Si parallaxis Solis statuatur major vel minor quàm 10", debebit quantitas materiæ in Terra augeri vel diminui in triplicata ratione.

*Corol. 3.* Innotescunt etiam densitates Planetarum. Nam pondera corporum æqualium & homogeneorum in Sphæras homogeneas sunt in superficiebus Sphærarum ut Sphærarum diametri, per Prop. Lxxii. Lib. I. ideoque Sphærarum heterogenearum densitates sunt ut pondera illa applicata ad Sphærarum diametros. Erant autem veræ Solis, Jovis, Saturni ac Terræ diametri ad invicem ut 10000, 1077, 889, & 104, & pondera in eosdem ut 10000, 835, 525, & 410, & propterea densitates sunt ut 100, 78, 59, & 396. Densitas Terræ quæ prodit ex hoc computo non pendet a parallaxi Solis, sed determinatur per parallaxin Lunæ, & prop <372> terea hic recte definitur. Est igitur Sol paulo densior quam Jupiter, & Jupiter quam Saturnus, & Terra quadruplo densior quam Sol. Nam per ingentem suum calorem Sol rarescit. Luna vero densior est quam Terra, ut in sequentibus patebit.

*Corol. 4.* Densiores igitur sunt Planetæ qui sunt minores, cæteris paribus. Sic enim vis gravitatis in eorum superficiebus ad æqualitatem magis accedit. Sed & densiores sunt Planetæ, cæteris paribus, qui sunt Soli propiores; ut Jupiter Saturno, & Terra Jove. In diversis utique distantis a Sole collocandi erant Planetæ ut quilibet pro gradu densitatis calore Solis majore vel minore frueretur. Aqua nostra, si Terra locaretur in orbe Saturni, rigesceret, si in orbe Mercurii in vapores statim abiret. Nam lux Solis, cui calor proportionalis est, septuplo densior est in orbe Mercurii quam apud nos: & Thermometro expertus sum quod septuplo Solis æstivi calore aqua ebullit. Dubium vero non est quin materia Mercurii ad calorem accommodetur, & propterea densior sit hac nostra; cum materia omnis densior ad operationes Naturales obeundas majorem calorem requirat.

### PROPOSITIO IX. THEOREMA IX.

*Gravitatem pergendo a superficiebus Planetarum deorsum decrescere in ratione distantiarum a centro quam proxime.*

Si materia Planetæ quoad densitatem uniformis esset, obtineret hæc Propositio accurate: per Prop. Lxxiii. Lib. I. Error igitur tantus est, quantus ab inæquabili densitate oriri possit.

### PROPOSITIO X. THEOREMA X.

*Motus Planetarum in Caelis diutissime conservari posse.*

In Scholio Propositionis XL. Lib. II. ostensum est quod globus Aquæ congelatæ in Aere nostro, libere movendo & longitudinem semidiametri suæ describendo, ex resistentia Aeris amitteret motus sui partem  $\frac{1}{4586}$ . Obtinet autem eadem proportio quam proxime in globis utcunque magnis & velocibus. Jam vero Globum Terræ nostræ densiorem esse quam si totus ex Aqua constaret, sic colligo. Si Globus hicce totus esset aqueus, quæcunque rariora essent quam aqua, ob minorem specificam gravitatem emergerent & supernata <373> rent. Eaque de causa Globus terreus aquis undique coopertus, si rarior esset quam aqua, emergeret alicubi, & aqua omnis inde defluens congregaretur in regione opposita. Et par est ratio Terræ nostræ maribus magna ex parte circumdata. Hæc si densior non esset, emergeret ex maribus, & parte sui pro gradu levitatis extaret ex Aqua, maribus omnibus in regionem oppositam confluentibus. Eodem argumento maculæ Solares leviores sunt quam materia lucida Solaris cui supernatant. Et in formatione qualicunque Planetarum, materia omnis gravior, quo tempore massa tota fluida erat, centrum petebat. Unde cum Terra communis suprema quasi duplo gravior sit quam aqua, & paulo inferius in fodinis quasi triplo vel quadruplo aut etiam quintuplo gravior reperiatur: verisimile est quod copia materiæ totius in Terra quasi quintuplo vel sextuplo major sit quam si tota ex aqua constaret; præsertim cum Terram quasi quintuplo densiorem esse quam Jovem jam ante ostensum sit. Igitur si Jupiter paulo densior sit quam aqua, hic spatio dierum triginta, quibus longitudinem 459 semidiametrorum suarum describit, amitteret in Medio ejusdem densitatis cum Aere nostro motus sui partem fere decimam. Verum cum resistentia Mediorum minuatur in ratione ponderis ac densitatis, sic ut aqua, quæ partibus  $13\frac{2}{3}$  levior est quam argentum vivum, minus resistat in eadem ratione; & aer, qui partibus 850 levior est quam aqua, minus resistat in eadem ratione: si ascendatur in cælos ubi pondus Medii, in quo Planetæ moventur, diminuitur in immensum, resistentia prope cessabit.

## HYPOTHESIS I.

*Centrum Systematis Mundani quiescere.*

Hoc ab omnibus concessum est, dum aliqui Terram alii Solem in centro Systematis quiescere contendunt. Videamus quid inde sequatur.

## PROPOSITIO XI. THEOREMA XI.

*Commune centrum gravitatis Terræ, Solis & Planetarum omnium quiescere.*

Nam centrum illud (per Legum Corol. 4.) vel quiescet vel progredietur uniformiter in directum. Sed centro illo semper <374> progrediente, centrum Mundi quoque movebitur contra Hypothesin.

## PROPOSITIO XII. THEOREMA XII.

*Solem motu perpetuo agitari, sed nunquam longe recedere a communi gravitatis centro Planetarum omnium.*

Nam cum (per Corol. 2. Prop. VIII.) materia in Sole sit ad materiam in Jove ut 1033 ad 1, & distantia Jovis a Sole sit ad semidiametrum Solis in ratione paulo majore; incidet commune centrum gravitatis Jovis & Solis in punctum paulo supra superficiem Solis. Eodem argumento cum materia in Sole sit ad materiam in Saturno ut 2411 ad 1, & distantia Saturni a Sole sit ad semidiametrum Solis in ratione paulo minore: incidet commune centrum gravitatis Saturni & Solis in punctum paulo infra superficiem Solis. Et ejusdem calculi vestigiis insistendo si Terra & Planetæ omnes ex una Solis parte consisterent, commune omnium centrum gravitatis vix integra Solis diametro a centro Solis distaret. Alii in casibus distantia centrorum semper minor est. Et propterea cum centrum illud gravitatis perpetuo quiescit, Sol pro vario Planetarum situ in omnes partes movebitur, sed à centro illo nunquam longe recedet.

*Corol.* Hinc commune gravitatis centrum Terræ, Solis & Planetarum omnium pro centro Mundi habendum est. Nam cum Terra, Sol & Planetæ omnes gravitent in se mutuo, & propterea, pro vi gravitatis suæ, secundum leges motus perpetuo agitentur: perspicuum est quod horum centra mobilia pro Mundi centro quiescente haberi nequeunt. Si corpus illud in centro locandum esset in quod corpora omnia maxime gravitant (uti vulgi est opinio) privilegium istud concedendum esset Soli. Cum autem Sol moveatur, eligendum erit punctum quiescens, a quo centrum Solis quam minime discedit, & a quo idem adhuc minus discederet, si modo Sol densior esset & major, ut minus moveretur.

<375>

## PROPOSITIO XIII. THEOREMA XIII.

*Planetæ moventur in Ellipsis umbilicum habentibus in centro Solis, & radiis ad centrum illud ductis areas describunt temporibus proportionales.*

Disputavimus supra de his motibus ex Phænomenis. Jam cognitis motuum principiis, ex his colligimus motus cælestes a priori. Quoniam pondera Planetarum in Solem sunt reciproce ut quadrata distantiarum a centro Solis; si Sol quiesceret & Planetæ reliqui non agerent in se mutuo, forent orbes eorum Elliptici, Solem in umbilico communi habentes, & aræ describerentur temporibus proportionales (per Prop. I. & XI, & Corol. 1. Prop. XIII. Lib. I.) Actiones autem Planetarum in se mutuo perexiguæ sunt (ut possint contemni) & motus Planetarum in Ellipsis circa Solem mobilem minus perturbant (per Prop. LXVI. Lib. I.) quam si motus isti circa Solem quiescentem peragerentur.

Actio quidem Jovis in Saturnum non est omnino contemnenda. Nam gravitas in Jovem est gravitatem in Solem (paribus distantiiis) ut 1 ad 1033; adeoque in conjunctione Jovis & Saturni, quoniam distantia Saturni a Jove est ad distantiam Saturni a Sole fere ut 4 ad 9, erit gravitas Saturni in Jovem ad gravitatem Saturni in Solem ut 81 ad  $16 \times 1033$  seu 1 ad 204 circiter. Et hinc oritur perturbatio orbis Saturni in singulis Planetæ hujus cum Jove conjunctionibus adeo sensibilis ut ad eandem Astronomi hæreant. Pro vario situ Panetæ in his conjunctionibus, Eccentricitas ejus nunc augetur nunc diminuitur, Aphelium nunc promovetur nunc forte retrahitur, & medius motus per vices acceleratur & retardatur. Error tamen omnis in motu ejus circum Solem a tanta vi oriundus (præterquam in motu medio) evitari fere potest constituendo umbilicum inferiorem Orbis ejus in communi centro gravitatis Jovis & Solis (per Prop. LXVII. Lib. I.) & propterea ubi maximus est, vix superat minuta duo prima. Et error maximus in motu medio vix superat minuta duo prima annuatim. In conjunctione autem Jovis & Saturni gravitates acceleratrices Solis in Saturnum, Jovis in Saturnum & Jovis in Solem sunt fere ut 16, 81 &  $\frac{16 \times 81 \times 2411}{25}$  seu 124986, adeoque differentiæ proportionalis est maxima Saturni efficacia ad perturbandum motum Jovis, & propterea perturbatio orbis Jovialis longe minor est quam ea Saturnii. Reliquorum orbium perturbationes sunt adhuc longe minores, præterquam quod Orbis Terræ sensibiliber perturbatur a Luna. Commune centrum gravitatis Terræ & Lunæ, Ellipsin circum Solem in umbilico positum percurrit, & radio ad Solem ducto areas in eadem temporibus proportionales describit, Terra vero circum hoc centrum commune motu menstruo revolvitur.

## PROPOSITIO XIV. THEOREMA XIV.

*Orbium Aphelia & Nodi quiescunt.*

Aphelia quiescunt, per Prop. XI. Lib. I. ut & Orbium plana, per ejusdem Libri Prop. I. & quiescentibus planis quiescunt Nodi. Attamen a Planetarum revolvendum & Cometarum actionibus in se invicem orientur inæqualitates aliquæ, sed quæ ob parvitatem hic contemni possunt.

*Corol.* 1. Quiescunt etiam Stellæ fixæ, propterea quod datas ad Aphelia Nodosque positiones servant.

*Corol.* 2. Ideoque cum nulla sit earum parallaxis sensibilis ex Terræ motu annuo oriunda, vires earum ob immensam corporum distantiam nullos edent sensibiles effectus in regione Systematis nostri. Quinimo Fixæ in omnes cæli partes æqualiter dispersæ contrariis attractionibus vires mutuas destruunt, per Prop. lxx. Lib. I.

### Scholium.

Cum Planetæ Soli propiores (nempe Mercurius, Venus, Terra, & Mars) ob corporum parvitatem parum agant in se invicem: horum Aphelia & Nodi quiescent, nisi quatenus a viribus Jovis, Saturni, & corporum superiorum turbentur. Et inde colligi protest per theoriam gravitatis, quod horum Aphelia moventur aliquantulum in consequentia respectu fixarum, idque in proportionem sesquuplicata distantiarum horum Planetarum a Sole. Ut si Aphelium Martis in annis centum conficiat 35' in consequentia respectu fixarum; Aphelia Terræ, Veneris, & Mercurii in annis centum conficient 18'. 36", 11'. 27", & 4'. 29" respective. Et hi motus, ob parvitatem, negliguntur in hac Propositione.

<377>

### PROPOSITIO XV. PROBLEMA I.

*Invenire Orbium principales diametros.*

Capiendæ sunt hæc in ratione subsesquuplicata temporum periodicorum, per Prop. xv. Lib. I. deinde sigillatim augendæ in ratione summæ massarum Solis & Planetæ cujusque revolventis ad primam duarum medie proportionalium inter summam illam & Solem, per Prop. lx. Lib. I.

### PROPOSITIO XVI. PROBLEMA II.

*Invenire Orbium Eccentricitates & Aphelia.*

Problema confit per Prop. xviii. Lib. I.

### PROPOSITIO XVII. THEOREMA XV.

*Planetarum motus diurnos uniformes esse, & librationem Lunæ ex ipsius motu diurno oriri.*

Patet per motus Legem I, & Corol. 22. Prop. lxxvi. Lib. I. Quoniam vero Lunæ, circa axem suum uniformiter revolventis, dies menstruus est; hujus facies eadem ulteriorem umbilicum orbis ipsius semper respiciet, & propterea pro situ umbilici illius deviat hinc inde a Terra. Hæc est libratio in longitudinem. Nam libratio in latitudinem orta est ex inclinatione axis Lunaris ad planum orbis. Porro hæc ita se habere, ex Phenomenis manifestum est.

### PROPOSITIO XVIII. THEOREMA XVI.

*Axes Planetarum diametris quæ ad eosdem axes normaliter ducuntur minores esse.*

Planetæ sublato omni motu circulari diurno figuram Sphæricam, ob æqualem undique partium gravitatem, affectare deberent. Per motum illum circularem fit ut partes ab axe recedentes juxta æquatorem ascendere conentur. Ideoque materia si fluida sit <378> ascensu suo ad æquatorem diametros adaugebit, axem vero descensu suo ad polos diminuet. Sic Jovis diameter (consentientibus Astronomorum observationibus) brevior deprehenditur inter polos quam ab oriente in occidentem. Eodem argumento, nisi Terra nostra paulo altior esset sub æquatore quam ad polos, Maria ad polos subsiderent, & juxta æquatorem ascendendo, ibi omnia inundarent.

### PROPOSITIO XIX. PROBLEMA III.

*Invenire proportionem axis Planetæ ad diametros eidem perpendiculares.*

*Picartus* mensurando arcum gradus unius & 22'. 55" inter *Ambianum* & *Malvoisinam*, invenit arcum gradus unius esse hexapedarum Parisiensium 57060. Unde ambitus Terræ est pedum Parisiensium 123249600, ut supra. Sed cum error quadringentesimæ partis digiti, tam in fabrica instrumentorum quam in applicatione eorum ad observationes capiendas, sit insensibilis, & in Sectore decempedali quo *Galli* observarunt Latitudines locorum respondeat minutis quatuor secundis, & in singulis observationibus incidere possit tam ad centrum Sectoris quam ad ejus circumferentiam, & errores in minoribus arcubus sint majoris mementi: [1.]ideo *Cassinus* jussu regio mensuram Terræ per majora locorum intervalla aggressus est, & subinde per distantiam inter Observatorium Regium *Parisiense* & villam *Colioure* in *Roussillon* & Latitudinum differentiam 68<sup>gr</sup>. 18', supponendo quod figura Terræ sit Sphærica, invenit gradum unum esse hexapedarum 57292, prope ut *Norwoodus* noster antea invenerat. Hic enim circa annum 1635, mensurando distantiam pedum Londinensium 905751 inter *Londinum* & *Eboracum*, & observando differentiam Latitudinum 28<sup>gr</sup>. 28', collegit mensuram gradus unius esse pedum Londinensium 367196, id est, hexapedarum Parisiensium 57300. Ob magnitudinem intervalli a *Cassino* mensurati, pro mensura gradus unius in medio intervalli illius, id est, inter Latitudines 458<sup>gr</sup>. & 468<sup>gr</sup>. usurpabo hexapedes 57292. Unde, si Terra sit Sphærica, semidiameter ejus erit pedum Parisiensium 19695539.

<379>

Penduli in Latitudine *Lutetiæ Parisiorum* ad minuta secunda oscillantis longitudo est pedum trium Parisiensium & linearum 8<sup>5</sup>/<sub>9</sub>. Et longitudo quod grave tempore minuti unius secundi cadendo describit, est dimidium longitudinem penduli hujus, in duplicata ratione circumferentiæ circuli ad diametrum ejus (ut indicavit *Hugenius*) ideoque est pedum Parisiensium 15, dig. 1, lin. 2<sup>1</sup>/<sub>18</sub>, seu linearum 2174<sup>1</sup>/<sub>18</sub>.

Corpus in circulo, ad distantiam pedum 19695539 a centro, singulis diebus sidereis horarum 23. 56'. 4" uniformiter revolvens, tempore minuti unius secundi describit arcum pedum 1436,223, cujus sinus versus est pedum 0,05236558, seu linearum 7,54064. Ideoque vis qua gravia descendunt in Latitudine *Lutetiæ*, est ad vim centrifugam corporum in Æquatore, a Terræ motu diurno oriundam, ut 2174<sup>1</sup>/<sub>18</sub> ad 7,54064.

Vis centrifuga corporum in Æquatore, est ad vim centrifugam qua corpora directe tendunt a Terra in Latitudine *Lutetiæ* graduum 48. 50', in duplicata ratione Radii ad sinum complementi Latitudinis illius, id est, ut 7,54064 ad 3,267. Addatur hæc vis ad vim qua gravia descendunt in Latitudine *Lutetiæ*, & corpus in Latitudine *Lutetiæ* vi tota gravitatis cadendo, tempore minuti unius secundi describeret lineas 2177,32, seu pedes Parisienses 15, dig. 1, & lin. 5,32. Et vis tota gravitatis in Latitudine illa, erit ad vim centrifugam corporum in Æquatore Terræ, ut 2177,32 ad 7,54064, seu 289 ad 1.

Unde si *APBQ* figuram Terræ designet jam non amplius Sphæricam revolutione Ellipseos circum axem minorem *PQ* genitam, sitque *ACQqca* canalis aquæ plena, a polo *Qq* ad centrum *Cc*, & inde ad Æquatorem *Aa* pergens: debet pondus aquæ in canalis crure *ACca*, esse ad pondus aquæ in crure altero *QCcq* ut 289 ad 288, eo quod vis centrifuga ex circulari motu orta partem unam e ponderis partibus 289 sustinebit ac detrahet, & pondus 288 in altero crure sustinebit reliquas. Porro (ex Propositionis xci. Corollario secundo, Lib. I.) computationem ineundo, invenio quod si Terra constaret ex uniformi materia, motuque omni privaretur, & esset ejus axis *PQ* <380> ad diametrum *AB* ut 100 ad 101: gravitas in loco *Q* in Terram, foret ad gravitatem in eodem loco *Q* in Sphæram centro *C* radio *PC* vel *QC* descriptam, ut 126 ad 125. Et eodem argumento gravitas in loco *A* in Sphæroidem, convolutione Ellipseos *APBQ* circa axem *AB* descriptam, est ad gravitatem in eodem loco *A* in Sphæram centro *C* radio *AC* descriptam, ut 125 ad 126. Est autem gravitas in loco *A* in Terram, media proportionalis inter gravitates in dictam Sphæroidem & Sphæram: propterea quod Sphæra, diminuendo diametrum *PQ* in ratione 101 ad 100, vertitur in figuram Terræ; & hæc figura diminuendo in eadem ratione diametrum tertiam, quæ diametris duabus *AB*, *PQ* perpendicularis est, vertitur in dictam Sphæroidem; & gravitas in *A*, in casu utroque, diminuitur in eadem ratione

quam proxime. Est igitur gravitas in *A* in Sphæram centro *C* radio *AC* descriptam, ad gravitatem in *A* in Terram ut 126 ad  $125\frac{1}{2}$ , & gravitas in loco *Q* in Sphæram centro *C* radio *QC* descriptam, est ad gravitatem in loco *A* in Sphæram centro *C* radio *AC* descriptam, in ratione diametrorum (per Prop. LXXII. Lib. I.) id est, ut 100 ad 101. Coniungantur jam hæ tres rationes, 126 ad 125, 126 ad  $125\frac{1}{2}$ , & 100 ad 101: & fiet gravitas in loco *Q* in Terram, ad gravitatem in loco *A* in Terram, ut  $126 \times 126 \times 100$  ad  $125 \times 125\frac{1}{2} \times 101$ , seu ut 501 ad 500.

Jam cum (per Corol. 3. Prop. xci. Lib. I.) gravitas in canalis crure utrovis *ACca* vel *QCcq* sit ut distantia locorum a centro Terræ; si crura illa superficiebus transversis & æquidistantibus distinguantur in partes totis proportionales, erunt pondera partium singularum in crure *ACca* ad pondera partium totidem in crure altero, ut magnitudines & gravitates acceleratrices conjunctim; id est, ut 101 ad 100 & 500 ad 501, hoc est, ut 505 ad 501. Ac proinde si vis centrifuga partis cujusque in crure *ACca* ex motu diurno oriunda, fuisset ad pondus partis ejusdem ut 4 ad 505, eo ut de pondere partis cujusque, in partes 505 diviso, partes quatuor detraheret; manerent pondera in utroque crure æqualia, & propterea fluidum consisteret in æquilibrio. Verum vis centrifuga partis cujusque est ad pondus ejusdem ut 1 ad 289, hoc est, vis centrifuga quæ deberet esse ponderis pars  $\frac{4}{505}$  est tantum pars  $\frac{1}{289}$ . <381> Et propterea dico, secundum Regulam auream, quod si vis centrifuga  $\frac{4}{505}$  faciat ut altitudo aquæ in crure *ACca* superet altitudinem aquæ in crure *QCcq* parte centesima totius altitudinis: vis centrifuga  $\frac{1}{289}$  faciet ut excessus altitudinis in crure *ACca* sit altitudinis in crure altero *QCcq* pars tantum  $\frac{1}{229}$ . Est igitur diameter Terræ secundum æquatorem ad ipsius diametrum per polos ut 230 ad 229. Ideoque cum Terræ semidiameter mediocris, juxta mensuram *Cassini*, sit pedum Parisiensium 19695539 seu milliarium 3939 (posito quod milliære sit mensura pedum 5000) Terra altior erit ad Æquatorem quam ad Polos excessu pedum 85820, seu milliarium  $17\frac{1}{6}$ .

Si Planeta vel major sit vel minor quam Terra manente ejus densitate ac tempore periodico revolutionis diurnæ, manebit proportio vis centrifugæ ad gravitatem, & propterea manebit etiam proportio diametri inter polos ad diametrum secundum æquatorem. At si motus diurnus in ratione quacunq̃ acceleretur vel retardetur, augebitur vel minuetur vis centrifuga in duplicata illa ratione, & propterea differentia diametrorum augebitur vel minuetur in eadem duplicata ratione quamproxime. Et si densitas Planetæ augeatur vel minuatur in ratione quavis, gravitas etiam in ipsum tendens augebitur vel minuetur in eadem ratione, & differentia diametrorum vicissim minuetur in ratione gravitatis auctæ vel augebitur in ratione gravitatis diminutæ. Unde cum Terra respectu fixarum revolvatur horis 23, 56', Jupiter autem horis 9, 56', sintque temporum quadrata ut 29 ad 5, & densitates ut 5 ad 1: differentia diametrorum Jovis erit ad ipsius diametrum minorem ut  $\frac{29}{5} \times \frac{5}{1} \times \frac{1}{229}$  ad 1, seu 1 ad 8 quamproxime. Est igitur diameter Jovis ab oriente in occidentem ducta, ad ejus diametrum inter polos ut 9 ad 8 quamproxime, & propterea diameter inter polos est  $35\frac{1}{2}$ ". Hæc ita se habent ex hypothesi quod uniformis sit Planetarum materia. Nam si materia densior sit ad centrum quam ad circumferentiam; diameter quæ ab oriente in occidentem ducitur, erit adhuc major.

Jovis vero diametrum quæ polis ejus interjacet minorem esse diametro altera *Cassinus* dudum observavit, & Terræ diametrum inter polos minorem esse diametro altera patebit per ea quæ dicentur in Propositione sequente.

<382>

**PROPOSITIO XX. PROBLEMA IV.**

*Invenire & inter se comparare pondera corporum in Terræ hujus regionibus diversis.*

Quoniam pondera inæqualium crurum canalis aqueæ *ACQqca* æqualia sunt; & pondera partium, cruribus totis proportionalium & similiter in totis sitarum, sunt ad invicem ut pondera totorum, adeoque etiam æquantur inter se; erunt pondera æqualium & in cruribus similiter sitarum partium reciproce ut crura, id est, reciproce ut 230 ad 229. Et par est ratio homogeneorum & æqualium quorumvis & in canalis cruribus similiter sitorum corporum. Horum pondera sunt reciproce ut crura, id est, reciproce ut distantie corporum a centro Terræ. Proinde si corpora in supremis canalium partibus, sive in superficie Terræ consistent; erunt pondera eorum ad invicem reciproce ut distantie eorum a centro. Et eodem argumento pondera, in aliis quibuscunque per totam Terræ superficiem regionibus, sunt reciproce ut distantie locorum a centro; & propterea, ex Hypothesi quod Terra Sphærois sit, dantur proportionem.

Unde tale confit Theorema, quod incrementum ponderis pergendo ab Æquatore ad Polos, sit quam proxime ut sinus versus Latitudinis duplicatæ, vel, quod perinde est, ut quadratum sinus recti Latitudinis. Et in eadem circiter ratione augentur arcus graduum Latitudinis in Meridiano. Ideoque cum Latitudo *Lutetiæ Parisiorum* sit 48<sup>gr</sup>. 50', ea locorum sub Æquatore 00<sup>gr</sup>. 00', & ea locorum ad Polos 90<sup>gr</sup>. & duplorum sinus versi sint 11334, 00000 & 20000, existente Radio 10000, & gravitas ad Polum sit ad gravitatem sub Æquatore ut 230 ad 229, & excessus gravitatis ad Polum ad gravitatem sub Æquatore ut 1 ad 229; erit excessus gravitatis in Latitudine *Lutetiæ* ad gravitatem sub Æquatore, ut  $1 \times \frac{11334}{20000}$  ad 229, seu 5667 ad 2290000. Et propterea gravitates totæ in his locis erunt ad invicem ut 2295667 ad 2290000. Quare cum longitudines pendulorum æqualibus temporibus oscillantium sint ut gravitates, & in Latitudine *Lutetiæ Parisiorum* longitudo penduli singulis minutis secundis oscillantis sit pedum trium Parisiensium & linearum  $8\frac{2}{9}$ : longitudo penduli sub Æquatore superabitur a longitudo synchroni penduli *Parisiensis*, excessu lineæ unius & 87 partium millesimarum lineæ. Et simili computo confit Tabula sequens.

<383>

<i>Latitudo Loci</i>	<i>Longitudo Penduli</i>			<i>Mensura Gradus unius in Meridiano</i>
Gr.	Ped.	Lin.	Hexaped.	
0	3 .	7,468	56909	
5	3 .	7,482	56914	
10	3 .	7,526	56931	
15	3 .	7,596	56959	
20	3 .	7,692	56996	
25	3 .	7,811	57042	
30	3 .	7,948	57096	



35	3 .	8,099	57155
40	3 .	8,261	57218
1	3 .	8,294	57231
2	3 .	8,327	57244
3	3 .	8,361	57257
4	3 .	8,394	57270
45	3 .	8,428	57283
6	3 .	8,461	57296
7	3 .	8,494	57309
8	3 .	8,528	57322
9	3 .	8,561	57335
50	3 .	8,594	57348
55	3 .	8,756	57411
60	3 .	8,907	57470
65	3 .	9,044	57524
70	3 .	9,162	57570
75	3 .	9,258	57607
80	3 .	9,329	57635
85	3 .	9,372	57652
90	3 .	9,387	57657

Constat autem per hanc Tabulam, quod graduum inæqualitas tam parva sit, ut in rebus Geographicis figura Terræ pro Sphærica haberi possit, quodque inæqualitas diametrorum Terræ facilius & certius per experimenta pendulorum deprehendi possit vel etiam per Eclipses Lunæ, quam per arcus Geographicæ mensuratos in Meridiano.

<384>

Hæc ita se habent ex hypothesi quod Terra ex uniformi materia constat. Nam si materia ad centrum paulo densior sit quam ad superficiem, differentiæ pendulorum & graduum Meridiani paulo majores erunt quam pro Tabula præcedente, propterea quod si materia ad centrum redundans qua densitas ibi major redditur, subducatur & seorsim spectetur, gravitas in Terram reliquam uniformiter densam, erit reciproce ut distantia ponderis a centro; in materiam vero redundantem reciproce ut quadratum distantiae a materia illa quamproxime. Gravitas igitur sub æquatore minor est in materiam illam redundantem quam pro computo superiore: & propterea Terra ibi, propter defectum gravitatis, paulo altius ascendet, & excessus longitudinum Pendulorum & graduum ad polos paulo majores erunt quam in præcedentibus definitum est.

Jam vero Astronomi aliqui in longinquas regiones ad observationes Astronomicas faciendas missi, invenerunt quod horologia oscillatoria tardius moverentur prope Æquatorem quam in regionibus nostris. Et primo quidem *D. Richer* hoc observavit anno 1672 in insula *Cayennæ*. Nam dum observaret transitum Fixarum per meridianum mense *Augusto*, reperit horologium suum tardius moveri quam pro medio motu Solis, existente differentia 2'. 28" singulis diebus. Deinde faciendo ut Pendulum simplex ad minuta singula secunda per horologium optimum mensurata oscillaret, notavit longitudinem Penduli simplicis, & hoc fecit sæpius singulis septimanis per menses decem. Tum in *Galliam* redux contulit longitudinem hujus Penduli cum logitudine Penduli *Parisiensis* (quæ erat trium pedum Parisiensium, & octo linearum cum tribus quintis partibus lineæ) & reperit breviorē esse, existente differentia lineæ unius cum quadrante. At ex tarditate horologii oscillatorii in *Cayenna*, differentia Pendulorum colligitur esse lineæ unius cum semisse.

Postea *Halleius* noster circa annum 1677 ad insulam *S<sup>tæ</sup> Helenæ* navigans, reperit horologium suum oscillatorium ibi tardius moveri quam <sup>Londoni</sup>, sed differentiam non notavit. Pendulum vero brevius reddidit plusquam octava parte digiti, seu lineæ una cum semisse. Et ad hoc efficiendum, cum longitudo cochleæ in ima parte penduli non sufficeret, annulum ligneum thecæ cochleæ & ponderi pendulo interposuit.

Deinde anno 1682 *D. Varin* & *D. Des Hayes* invenerunt longitudinem Penduli singulis minutis secundis oscillantis in Obser <385> vatorio Regio *Parisiensi* esse ped. 3. lin 8 <sup>5</sup>/<sub>9</sub>. Et in insula *Gorea* eadem methodo longitudinem Penduli synchroni invenerunt esse ped. 3. lin. 6 <sup>5</sup>/<sub>9</sub>, existente longitudinum differentia lin. 2. Et eodem anno ad insulas *Guadaloupam* & *Martinicam* navigantes, invenerunt longitudinem Penduli synchroni in his insulis esse ped. 3. lin. 6 <sup>1</sup>/<sub>2</sub>.

Posthac *D. Couplet* filius anno 1697 mense *Julio*, horologium suum oscillatorium ad motum Solis medium in Observatorio Regio *Parisiensi* sic aptavit, ut tempore satis longo horologium cum motu Solis congrueret. Deinde *Ulyssipponem* navigans invenit quod mense *Novembri* proximo horologium tardius iret quam prius, existente differentia 2'. 13" in horis 24. Et mense *Martio* sequente *Paraibam* navigans invenit ibi horologium suum tardius ire quam *Parisiis*, existente differentia 4'. 12" in horis 24. Et affirmat Pendulum ad minuta secunda oscillans brevius fuisse *Ulyssipponi* lineis 2 <sup>1</sup>/<sub>2</sub> & *Paraibæ* lineis 3 <sup>2</sup>/<sub>3</sub> quam *Parisiis*. Rectius posuisset differentias esse 1 <sup>1</sup>/<sub>3</sub> & 2 <sup>2</sup>/<sub>9</sub>. Nam hæ differentiæ differentiis temporum 2'. 13", & 4'. 12" respondent. Crassioribus hujus Observationibus minus fidendum est.

Annis proximis (1699 & 1700) *D. Des Hayes* ad *Americam* denuo navigans, determinavit quod in insulis *Cayennæ* & *Granadæ* longitudo Penduli ad minuta secunda oscillantis, esset paulo minor quam ped 3. lin. 6 <sup>1</sup>/<sub>2</sub>, quodque in insula *S. Christophori* longitudo illa esset ped. 3. lin. 6 <sup>3</sup>/<sub>4</sub>, & quod in insula *S. Dominici* eadem esset ped. 3. lin. 7.

Annoque 1704. *P. Feuelleus* invenit in *Porto-belo* in *America* longitudinem Penduli ad minuta secunda oscillantis, esse pedum trium Parisiensium & linearum tantum 5 <sup>7</sup>/<sub>12</sub>, id est, tribus fere lineis breviorē quam *Lutetiæ Parisiorum*, sed errante Observatione. Nam deinde ad insulam *Martinicam* navigans, invenit longitudinem Penduli isochroni esse pedum tantum trium Parisiensium & linearum 5 <sup>10</sup>/<sub>12</sub>.

Latitudo autem *Paraibæ* est 68<sup>r</sup>. 38' ad austrum, & ea *Porto-beli* 98<sup>r</sup>. 33' ad boream, & Latitudines insularum *Cayennæ*, *Goreæ*, *Guadaloupæ*, *Martinicæ*, *Granadæ*, *S<sup>ti</sup>. Christophori*, & *S<sup>ti</sup>. Dominici* sunt respective 48<sup>r</sup>. 55', 148<sup>r</sup>. 40', 148<sup>r</sup>. 00', 148<sup>r</sup>. 44', 128<sup>r</sup>. 6', 178<sup>r</sup>. 19', & 198<sup>r</sup>. 48' ad boream. Et excessus longitudinis Penduli *Parisiensis* supra longitudines Pendulorum isochronorum in his latitudinibus observatas, sunt paulo majores quam pro Tabula longitudinum Penduli superius computata. Et propterea Terra aliquanto altior est sub Æquatore quam pro superiore cal <386> culo, & densior ad centrum quam in fodinis prope superficiem, nisi forte calores in Zona torrida longitudinem Pendulorum aliquantulum auxerint.

Observavit utique *D. Picartus* quod virga ferrea, quæ tempore hyberno ubi gelabant frigora erat pedis unius longitudine, ad ignem calefacta evasit pedis unius cum quarta parte lineæ. Deinde *D. de la Hire* observavit quod virga ferrea quæ tempore consimili hyberno sex erat pedum longitudinis, ubi Soli æstivo exponebatur evasit sex pedum longitudinis cum duabus tertiis partibus lineæ. In priore casu calor major fuit quam in posteriore, in hoc vero major fuit quam calor externarum partium corporis humani. Nam metalla ad Solem æstivum valde incalescunt. At virga penduli in horologio oscillatorio nunquam exponi solet calori Solis æstivi, nunquam calorem concipit calori externæ superficiei corporis humani æqualem. Et propterea virga Penduli in horologio tres pedes longa, paulo quidem longior erit tempore æstivo quam hyberno, sed excessu quartam partem lineæ unius vix superante. Proinde differentia tota longitudinis pendulorum quæ in deversis regionibus isochrona sunt, diverso calori attribui non potest. Sed neque erroribus Astronomorum è *Gallia* missorum tribuenda est hæc differentia. Nam quamvis eorum observationes non perfecte congruant inter se, tamen errores sunt adeo parvi ut contemni possint. Et in hoc concordant omnes, quod isochrona pendula sunt breviora sub Æquatore quam in Observatorio Regio *Parisiensi*, existente differentia duarum circiter linearum seu sextæ partis digiti. Per observationes *D. Richer* in *Cayenna* factas, differentia fuit lineæ unius cum semisse. Error semissis lineæ facile committitur. Et *D. des Hayes* postea per observationes suas in eadem insula factas errorem correxit, inventa differentia linearum  $2\frac{1}{18}$ . Sed & per observationes in insulis *Gorea*, *Guadaloupa*, *Martinica*, *Granada*, *S. Christophori*, & *S. Dominici* factas & ad Æquatorem reductas, differentia illa prodiit haud minor quam  $1\frac{49}{20}$  lineæ, haud major quam  $2\frac{1}{2}$  linearum. Et inter hos limites quantitas mediocris est  $2\frac{9}{40}$  linearum. Propter calores locorum in Zona torida negligamus  $\frac{9}{40}$  partes linæ, & manebit differentia duarum linearum.

Quare cum differentia illa per Tabulam præcedentem, ex hypothesi quod Terra ex materia uniformiter densa constat, sit tantum  $1\frac{87}{1000}$  lineæ: excessus altitudinis Terræ ad æquatorem supra altitudinem ejus ad polos, qui erat milliarium  $17\frac{1}{6}$ , jam auctus in <387> ratione differentiarum, fiet milliarium  $31\frac{7}{12}$ . Nam tarditas Penduli sub Æquatore defectum gravitatis arguit; & quo levior est materia eo major esse debet altitudo ejus, ut pondere suo materiam sub Polis in æquilibrio sustineat.

Hinc figura umbræ Terræ per Eclipses Lunæ determinanda, non erit omnino circularis, sed diameter ejus ab oriente in occidentem ducta major erit quam diameter ejus ab austro in boream ducta, excessu 55" circiter. Et parallaxis maxima Lunæ in Longitudinem paulo major erit quam ejus parallaxis maxima in Latitudinem. Ac Terræ semidiameter maxima erit pedum Parisiensium 19767630, minima pedum 19609820 & mediocris pedum 19688725 quamproxime.

Cum gradus unus mensurante *Picarto* sit hexapedarum 57060, mensurante vero *Cassino* sit hexapedarum 57292: suspicantur aliqui gradum unumquemque, pergendo per *Gallias* austrum versus majorem esse gradu præcedente hexapedis plus minus 72, seu parte octingentesima gradus unius; existente Terra Sphæroide oblonga cujus partes ad polos sunt altissimæ. Quo posito, corpora omnia ad polos Terræ leviora forent quam ad Æquatorem, & altitudo Terræ ad polos superaret altitudinem ejus ad æquatorem milliariis fere 95, & pendula isochrona longiora forent ad Æquatorem quem in Observatorio Regio *Parisiensi* excessu semissis digiti circiter; ut conferenti proportiones hic positas cum proportionibus in Tabula præcedente positis, facile constabit. Sed & diameter umbræ Terræ quæ ab austro in boream ducitur, major foret quam diameter ejus quæ ab oriente in occidentem ducitur, excessu 2'. 46", seu parte duodecima diametri Lunæ. Quibus omnibus Experientia contrariatur. Certe *Cassinus*, definiendo gradum unum esse hexapedarum 57292, medium inter mensuras suas omnes, ex hypothesi de æqualitate graduum assumpsit. Et quamvis *Picartus* in *Galliæ* limite boreali invenit gradum paulo minorem esse, tamen *Norwoodus* noster in regionibus magis borealibus, mensurando majus intervallum, invenit gradum paulo majorem esse quam *Cassinus* invenerat. Et *Cassinus* ipse mensuram *Picarti*, ob parvitatem intervalli mensurati, non satis certam & exactam esse judicavit ubi mensuram gradus unius per intervallum longe majus definire aggressus est. Differentiæ vero inter mensuras *Cassini*, *Picarti*, & *Norwoodi* sunt prope insensibiles, & ab insensibilibus observationum erroribus facile oriri potuere, ut Nutationem axis Terræ præteream.

<388>

## PROPOSITIO XXI. THEOREMA XVII.

*Puncta Æquinoctialia regredi, & axem Terræ singulis revolutionibus annuis nutando bis inclinari in Eclipticam & bis redire ad positionem priorem.*

Patet per Corol. 20. Prop. LXVI. Lib. I. Motus tamen iste nutandi perexiguus esse debet, & vix aut ne vix quidem sensibilis.

## PROPOSITIO XXII. THEOREMA XVIII.

*Motus omnes Lunares, omnesque motuum inæqualitates ex allatis Principiis consequi.*

Planetas majores, interea dum circa Solem feruntur, posse alios minores circum se revolventes Planetas deferre, & minores illos in Ellipsis, umbilicos in centrīs majorum habentibus, revolvi debere patet per Prop. LXV. Lib. I. Actione autem Solis perturbabuntur eorum motus multimode, iisque adficiuntur inæqualitatibus quæ in Luna nostra notantur. Hæc utique (per Corol. 2, 3, 4, & 5. Prop. LXVI.) velocius movetur, ac radio ad Terram ducto describit aream pro tempore majorem, Orbemque habet minus curvum, atque adeo propius accedit ad Terram, in Syzygiis quam in Quadraturis, nisi quatenus impedit motus Eccentricitatis. Eccentricitas enim maxima est (per Corol. 9. Prop. LXVI.) ubi Apogæum Lunæ in Syzygiis versatur, & minima ubi idem in Quadraturis consistit; & inde Luna in Perigæo velocior est & nobis propior, in Apogæo autem tardior & remotior in Syzygiis quam in Quadraturis. Progreditur insuper Apogæum, & regrediuntur Nodi, sed motu inæquabili. Et Apogæum quidem (per Corol. 7 & 8. Prop. LXVI.) velocius progreditur in Syzygiis suis, tardius regreditur in Quadraturis, & excessu progressus supra regressum annuatim fertur in consequentia. Nodi autem (per Corol. II. Prop. LXVI.) quiescunt in Syzygiis suis, & velocissime regrediuntur in Quadraturis. Sed & major est Lunæ latitudo maxima in ipsius Quadraturis (per Corol. 10. Prop. LXVI.) quam in Syzygiis: & motus medius tardior in Perihelio Terræ (per Corol. 6. <389> Prop. LXVI.) quam in ipsius Aphelio. Atque hæ sunt inæqualitates insigniores ab Astronomis notatæ.

Sunt etiam aliæ quædam nondum observatæ inæqualitates, quibus motus Lunares adeo perturbantur, ut nulla hactenus lege ad Regulam aliquam certam reduci potuerint. Velocitates enim seu motus horarii Apogæi & Nodorum Lunæ, & eorundem æquationes, ut & differentia inter Eccentricitatem maximam in Syzygiis & minimam in Quadraturis, & inæqualitas quæ Variatio dicitur, augentur ac diminuuntur annuatim (per Corol. 14. Prop. LXVI.) in triplicata ratione diametri apparentis Solaris. Et Variatio præterea augetur vel diminuitur in duplicata ratione temporis inter quadraturas quam proxime (per Corol. 1 & 2. Lem. X. & Corol. 16. Prop. LXVI. Lib. I.) Sed hæc inæqualitas in calculo Astronomico, ad Prostaphæresin Lunæ referri solet, & cum ea confundi.

## PROPOSITIO XXIII. PROBLEMA V.

*Motus inæquales Satellitum Jovis & Saturni à motibus Lunaribus derivare.*

Ex motibus Lunæ nostræ motus analogi Lunarum seu Satellitum Jovis sic derivantur. Motus medius Nodorum Satellitis extimi Jovialis, est ad motum medium Nodorum Lunæ nostræ, in ratione composita ex ratione duplicata temporis periodici Terræ circa Solem ad tempus periodicum Jovis circa Solem, & ratione simplici temporis periodici Satellitis circa Jovem ad tempus periodicum Lunæ circa Terram: (per Corol. 16. Prop. LXVI.) adeoque annis centum conficit Nodus iste 88<sup>h</sup> 24'. in antecedentia. Motus medii Nodorum Satellitum interiorum sunt ad motum hujus, ut illorum tempora periodica ad tempus periodicum hujus, per idem Corollarium, & inde dantur. Motus autem Augis Satellitis cujusque in consequentia, est ad motum Nodorum ipsius in antecedentia, ut motus Apogæi Lunæ nostræ ad hujus motum Nodorum (per idem Corol.) & inde datur. Diminui tamen debet motus Augis sic inventus in ratione 5 ad 9 vel 1 ad 2 circiter, ob causam quam hic exponere non vacat. Æquationes maximæ Nodorum & Augis Satellitis cujusque fere sunt ad æquationes maximas Nodorum & Augis Lunæ respective, ut motus Nodorum & Augis Satellitum tempore unius revolutionis æquationum prio <390> rum, ad motus Nodorum & Apogæi Lunæ tempore unius revolutionis æquationum posteriorum. Variatio Satellitis è Jove spectati, est ad Variationem Lunæ, ut sunt ad invicem toti motus Nodorum temporibus quibus Satelles & Luna ad Solem revolvuntur, per idem Corollarium; adeoque in Satellite extimo non superat 5". 12'''.

## PROPOSITIO XXIV. THEOREMA XIX.

*Fluxum & refluxum Maris ab actionibus Solis ac Lunæ oriri.*

Mare singulis diebus tam Lunaribus quam Solaribus bis intumescere debere ac bis defluere, patet per Corol. 19. Prop. LXVI. Lib. I. ut & aquæ maximam altitudinem, in maribus profundis & liberis, appulsum Luminarium ad Meridianum loci minori quam sex horarum spatio sequi, uti fit in Maris *Atlantici* & *Æthiopici* tractu toto orientali inter *Galliam* & Promontorium *Bonæ Spei*, ut & in Maris *Pacifici* littore *Chilensi* & *Peruviano*: in quibus omnibus littoribus æstus in horam circiter tertiam

incidit, nisi ubi motus per loca vadosa propagatus aliquantulum retardatur. Horas numero ab impulsu Luminaris utriusque ad Meridianum loci, tam infra Horizontem quam supra, & per horas diei Lunaris intelligo vigesimas quartas partes temporis quo Luna motu apparente diurno ad Meridianum loci revolvitur.

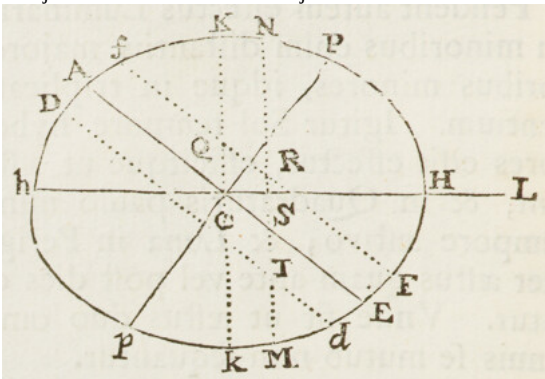
Motus autem bini, quos Luminaria duo excitant, non cementur distincte, sed motum quendam mixtum efficient. In Luminarium Coniunctione vel Oppositione conjunguntur eorum effectus, & componitur fluxus & refluxus maximus. In Quadraturis Sol attollet aquam ubi Luna deprimit, deprimetque ubi Sol attollit; & ex effectuum differentia æstus omnium minimus oriatur. Et quoniam, experientia teste, major est effectus Lunæ quam Solis, incidet aquæ maxima altitudo in horam tertiam Lunarem. Extra Syzygias & Quadraturas, æstus maximus qui sola vi Lunari incidere semper deberet in horam tertiam Lunarem, & sola Solari in tertiam Solarem, compositis viribus incidet in tempus aliquod intermedium quod tertiæ Lunari propinquius est; adeoque in transitu Lunæ a Syzygiis ad Quadraturas, ubi hora tertia Solaris præcedit tertiam Lunarem, maxima aquæ altitudo præcedet etiam <391> tertiam Lunarem, idque maximo intervallo paulo post Octantes Lunæ; & paribus intervallis æstus maximus sequetur horam tertiam Lunarem in transitu Lunæ a Quadraturis ad Syzygias. Hæc ita sunt in mari aperto. Nam in ostiis Fluviorum fluxus majores cæteris paribus tardius ad ἀκμήν venient.

Pendent autem effectus Luminarium ex eorum distantiiis a Terra. In minoribus enim distantiiis majores sunt eorum effectus, in majoribus minores, idque in triplicata ratione diametrorum apparentium. Igitur Sol tempore hyberno, in Perigæo existens, majores edit effectus, efficitque ut æstus in Syzygiis paulo majores sint, & in Quadraturis paulo minores (cæteris paribus) quam tempore æstivo; & Luna in Perigæo singulis mensibus majores ciet æstus quam ante vel post dies quindecim, ubi in Apogæo versatur. Vnde fit ut æstus duo omnino maximi in Syzygiis continuus se mutuo non sequantur.

Pendet etiam effectus utriusque Luminaris ex ipsius Declinatione seu distantia ab Æquatore. Nam si Luminare in polo constitueretur, traheret illud singulas aquæ partes constanter, absque actionis intensione & remissione, adeoque nullam motus recipiacionem cieret. Igitur Luminaria recedendo ab æquatore polum versus, effectus suos gradatim amittent, & propterea minores ciebut æstus in Syzygiis Solstitialibus quam in Æquinoctialibus. In Quadraturis autem Solstitialibus majores ciebut æstus quam in Quadraturis Æquinoctialibus; eo quod Lunæ jam in æquatore constitutæ effectus maxime superat effectum Solis{.} Incidunt igitur æstus maximi in Syzygiis & minimi in Quadraturis Luminarium, circa tempora Æquinoctii utriusque. Et æstum maximum in Syzygiis comitatur semper minimus in Quadraturis, ut experientia compertum est. Per minorem autem distantiam Solis a Terra, tempore hyberno quam tempore æstivo, fit ut æstus maximi & minimi sæpius præcedant Æquinoctium vernum quam sequantur, & sæpius sequantur autumnale quam præcedant.

Pendent etiam effectus Luminarium ex locorum latitudine. Designet *ApEP* Tellurem aquis profundis undique coopertam; *C* centrum ejus; *Pp*, polos; *AE* Æquatorem; *F* locum quemvis extra Æquatorem; *Ff* parallelum loci; *Dd* parallelum ei respondentem ex altera parte æquatoris; *L* locum quem Luna tribus ante horis occupabat; *H* locum Telluris ei perpendiculariter <392> subjectum; *h* locum huic oppositum; *K*, *k* loca inde gradibus 90 distantia, *CH*, *Ch* Maris altitudines maximas mensuratas a centro Telluris; & *CK*, *Ck* altitudines minimas: & si axibus *Hh*, *Kk* describatur Ellipsis, deinde Ellipseos hujus revolutione circa axem majorem *Hh* describatur

Sphærois *HPKhp*k; designabit hæc figuram Maris quam proxime, & erunt *CF*, *Cf*, *CD*, *Cd* altitudines Maris in locis *F*, *f*, *D*, *d*. Quinetiam si in præfata Ellipseos revolutione punctum quodvis *N* describat circulum *NM*, secantem parallelos *Ff*, *Dd* in locis quibusvis *R*, *T*, & æquatorem *AE* in *S*; erit *CN* altitudo Maris in locis omnibus *R*, *S*, *T*, sitis in hoc circulo. Hinc in revolutione diurna loci cujusvis *F*, affluxus erit maximus in *F*, hora tertia post appulsum Lunæ ad Meridianum supra Horizontem; postea defluxus maximus in *Q* hora tertia post occasum Lunæ; dein affluxus maximus in *f* hora tertia post appulsum Lunæ ad Meridianum infra Horizontem; ultimo defluxus maximus in *Q* hora tertia post ortum Lunæ; & affluxus posterior in *f* erit minor quam affluxus prior in *F*. Distinguitur enim Mare totum in duos omnino fluctus Hemisphæricos, unum in Hemisphærio *KHKC* ad Boream vergentem, alterum in Hæmisphærio opposito *KhkC*; quos igitur fluctum Borealem & fluctum Australem nominare licet. Hi fluctus semper sibi mutuo oppositi veniunt per vices ad Meridianos locorum singulorum, interposito intervallo horarum Lunarum duodecim. Cumque regiones Boreales magis participant fluctum Borealem, & Australes magis Australem, inde oriuntur æstus alternis vicibus majores & minores, in locis singulis extra æquatorem, in quibus lunaria oriuntur & occidunt. Æstus autem major, Luna in verticem loci declinante, incidit in horam circiter tertiam post appulsum Lunæ ad Meridianum supra Horizontem, & Luna declinationem mutante vertetur in minorem. Et fluxuum differentia maxima incidit in tempora Solstitiorum; præsertim si Luna experientia compertum est, quod æstus matutini tempore hyberno superent vespertinos & vespertini i altitudine quasi pedis unius, ad *Bristoliam* vero altitudine quindecim digitorum: observantibus *Colep*



Motus autem hactenus descripti mutantur aliquantulum per vim illam reciprocationis aquarum, qua Maris æstus, etiam cessantibus Luminarium actionibus, posset aliquamdiu perseverare. Conservatio hæc motus impressi minuit differentiam æstuum alternorum; & æstus proxime post Syzygias majores reddit, eosque proxime post Quadraturas minuit. Unde fit ut æstus alterni ad *Plymuthum* & *Bristoliam* non multo magis differant ab invicem quam altitudine pedis unius vel digitorum quindecim; utque æstus omnium maximi in iisdem portubus non sint primi a Syzygiis, sed tertii. Retardantur etiam motus omnes in transitu per vada, adeo ut æstus omnium maximi, in fretis quibusdam & Fluviorum ostiis, sint quarti vel etiam quinti a Syzygiis.

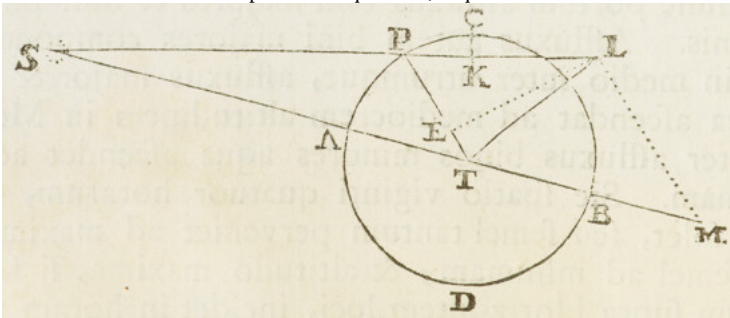
porro fieri potest ut æstus propagetur ab Oceano per freta diversa ad eundem portum, & citius transeat per aliqua freta quam per alia: quo in casu æstus idem, in duos vel plures successive advenientes divisus, componere possit motus novos diversorum generum. Fingamus æstus duos æquales a diversis locis in eundem portum venire, quorum prior præcedat alterum spatio horarum sex, incidatque in horam tertiam ab appulsu Lunæ ad Meridianum portus. Si Luna in hocce suo ad Meridianum appulsu versabatur in æquatore, venient singulis horis senis æquales affluxus, qui in mutuos refluxus incidendo eosdem affluxibus æquabunt, & sic spatio diei illius efficient ut aqua tranquille stagnet. Si Luna tunc declinabat ab Æquatore, fient æstus in Oceano vicibus alternis majores & minores, uti dictum est; & inde propagabuntur in hunc portum affluxus bini majores & bini minores, vicibus alternis. Affluxus autem bini majores component aquam altissimam in medio inter utrumque, affluxus major & minor faciet ut aqua ascendat ad mediocrem altitudinem in Medio ipsorum, & inter affluxus binos minores aqua ascendet ad altitudinem minimam. Sic spatio viginti quatuor horarum, aqua non bis ut fieri solet, sed semel tantum perveniet ad maximam altitudinem & semel ad minimam; & altitudo maxima, si Luna declinat in polum supra Horizontem loci, incidet in horam vel sextam vel tricesimam ab appulsu Lunæ ad Meridianum, atque Luna declinationem mutante mutabitur in defluxum. Quorum omnium exemplum, in portu regni *Tunquini* ad *Batsham*, sub latitudine <394> Boreali 20<sup>8</sup> 50'. *Halleius* ex Nautarum Observationibus patefecit. Ibi aqua die transitum Lunæ per Æquatorem sequente stagnat, dein Luna ad Boream declinante incipit fluere & refluxuere, non bis, ut in aliis portubus, sed semel singulis diebus; & æstus incidit in occasum Lunæ, defluxus maximus in ortum. Cum Lunæ declinatione augetur hic æstus, usque ad diem septimum vel octavum, dein per alios septem dies iisdem gradibus decrescit, quibus antea creverat; & Luna declinationem mutante cessat, ac mox mutatur in defluxum. Incidit enim subinde defluxus in occasum Lunæ & affluxus in ortum, donec Luna iterum mutet declinationem. Aditus ad hunc portum fretaque vicina duplex patet, alter ab Oceano *Sinensi* inter Continentem & Insulam *Luconiam*, alter a Mari *Indico* inter Continentem & Insulam *Borneo*. An æstus spatio horarum duodecim a Mari *Indico*, & spatio horarum sex a Mari *Sinensi* per freta illa venientes, & sic in horam tertiam & nonam Lunarem incidentes, component hujusmodi motus: sitne alia Marium illorum conditio, observationibus vicinorum littorum determinandum relinquo.

Hactenus causas motuum Lunæ & Marium reddidi. De quantitate motuum jam convenit aliqua subjungere.

**PROPOSITIO XXV. PROBLEMA VI.**

*Invenire vires Solis ad perturbandos motus Lunæ.*

Designet  $S$  Solem,  $T$  Terram,  $P$  Lunam,  $PADB$  orbem Lunæ. In  $SP$  capiatur  $SK$  æqualis  $ST$ ; sitque  $SL$  ad  $SK$

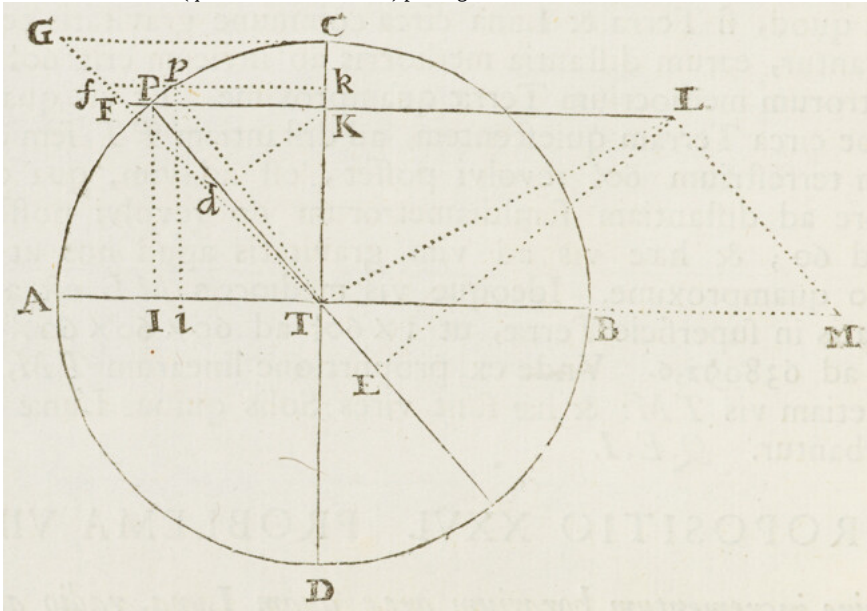


in duplicata ratione *SK* ad *SP*, & ipsi *PT* agatur parallela *LM*; & si gravitas acceleratrix Terræ in Solem exponatur per distantiam *ST* vel *SK*, erit *SL* gravitas acceleratrix Lunæ in <395> Solem. Ea componitur ex partibus *SM*, *LM*, quarum *LM* & ipsius *SM* pars *TM* perturbat motum Lunæ, ut in Libri primi Prop. LXVI. & ejus Corollaris expositum est. Quatenus Terra & Luna circum commune gravitatis centrum revolvuntur, perturbabitur etiam motus Terræ circa centrum illud a viribus consimilibus; sed summas tam virium quam motuum referre licet ad Lunam, & summas virium per lineas ipsas analogas *TM* & *ML* designare. Vis *ML* (in mediocri sua quantitate) est ad vim centripetam, qua Luna in Orbe suo circa Terram quiescentem ad distantiam *PT* revolvi posset, in duplicata ratione temporum periodicorum Lunæ circa Terram & Terræ circa Solem, (per Corol. 17. Prop. LXVI. Lib. I.) hoc est, in duplicata ratione dierum 27. hor. 7. min. 43. ad dies 365. hor. 6. min. 9. id est, ut 1000 ad 178725, seu 1 ad  $178\frac{29}{40}$ . Invenimus autem in Propositione quarta quod, si Terra & Luna circa commune gravitatis centrum revolvantur, earum distantia mediocris ab invicem erit  $60\frac{1}{2}$  semidiametrorum mediocrium Terræ quamproxime. Et vis qua Luna in Orbe circa Terram quiescentem, ad distantiam *PT* semidiametrorum terrestrium  $60\frac{1}{2}$  revolvi posset, est ad vim, qua eodem tempore ad distantiam semidiametrorum 60 revolvi posset, ut  $60\frac{1}{2}$  ad 60; & hæc vis ad vim gravitatis apud nos ut 1 ad  $60 \times \frac{1}{60}$  quamproxime. Ideoque vis mediocris *ML* est ad vim gravitatis in superficie Terræ, ut  $1 \times 60\frac{1}{2}$  ad  $60 \times 60 \times 178\frac{29}{40}$  seu 1 ad 638092,9. Vnde ex proportione linearum *TM*, *ML*, datur etiam vis *TM*: & hæc sunt vires Solis quibus Lunæ motus perturbantur. *Q.E.I.*

**PROPOSITIO XXVI. PROBLEMA VII.**

*Invenire incrementum horarium areæ quam Luna, radio ad Terram ducto, in Orbe circulari describit.*

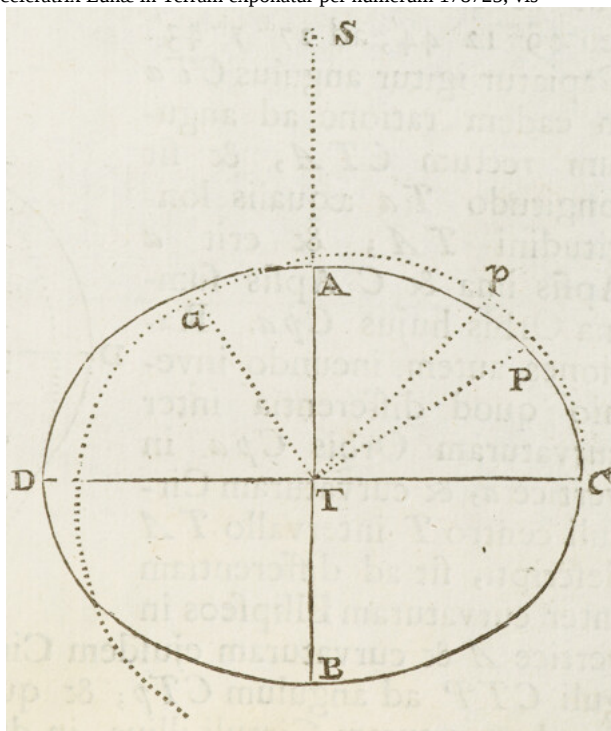
Diximus aream, quam Luna radio ad Terram ducto describit, esse temporis proportionalem, nisi quatenus motus Lunarís ab actione Solis turbatur. Inæqualitatem momenti (vel incrementi horarii) hic investigandam proponimus. Ut computatio facilius reddatur, fingamus orbem Lunæ circulare esse, & inæqualitates omnes negligamus, ea sola excepta, de qua hic agitur. Ob ingentem vero Solis distantiam, ponamus etiam lineas *SP*, *ST* sibi invicem parallelas esse. Hoc pacto vis *LM* reducetur semper <396> ad mediocrem suam quantitatem *TP*, ut & vis *TM* ad mediocrem suam quantitatem *3PK*. Hæ vires, per Legum Corol. 2. component vim *TL*; & hæc vis, si in radium *TP* demittatur perpendicularum *LE*, resolvitur in vires *TE*, *EL*, quarum *TE*, agendo semper secundum radium *TP*, nec accelerat nec retardat descriptionem areæ *TPC* radio illo *TP* factam; & *EL* agendo secundum perpendicularum, accelerat vel retardat ipsam, quantum accelerat vel retardat Lunam. Acceleratio illa Lunæ, in transitu ipsius a Quadratura C ad Conjunctionem A, singulis temporis momentis facta, est ut ipsa vis accelerans *EL*, hoc est, ut  $\frac{3PK < 396 > TK}{TP}$ . Exponatur tempus per motum medium Lunarem, vel (quod eodem fere recidit) per angulum CTP, vel



etiam per arcum *CP*. Ad *CT* erigatur Normalis *CG* ipsi *CT* æqualis. Et diviso arcu quadrantalī *AC* in particulas innumeras æquales *Pp*, &c. per quas æuales totidem particulæ temporis exponi possint, ductaque *pk* perpendiculari ad *CT*, jungatur *TG* ipsis *KP*, *kp* productis occurrens in *F* & *f*; & erit *Kk* ad *PK* ut *Pp* ad *TP*, hoc est in data ratione, adeoque  $FK \times Kk$  seu area  $FKkf$ , ut  $\frac{3PK \times TK}{TP}$ , id est, ut *EL*; & composite, area tota *GCKF* ut summa omnium virium *EL* tempore toto *CP* impressarum in Lunam, atque adeo etiam ut velocitas hac <397> summa genita, id est, ut acceleratio descriptionis areæ *CTP*, seu incrementum momenti. Vis qua Luna circa Terram quiescentem ad distantiam *TP*, tempore suo periodico *CADBC* dierum 27. hor. 7. min. 43. revolvī posset, efficeret ut corpus, tempore *CT* cadendo, describeret longitudinem  $\frac{1}{2}CT$ , & velocitatem simul acquireret æqualem velocitati, qua Luna in Orbe suo movetur. Patet hoc per Corol. 9. Prop. IV. Lib. I. Cum autem perpendicularum *Kd* in *TP* demissum sit ipsius *EL* pars tertia, & ipsius *TP* seu *ML* in Octantibus pars dimidia, vis *EL* in Octantibus, ubi maxima est, superabit vim *ML* in ratione 3 ad 2, adeoque erit ad vim illam, qua Luna tempore suo periodico circa Terram quiescentem revolvī posset, ut 100 ad  $\frac{2}{3} \times 17872\frac{1}{2}$  seu 11915, & tempore *CT* velocitatem generare deberet quæ esset pars  $\frac{100}{11915}$  velocitatis Lunarī, tempore autem *CPA* velocitatem majorem generaret in ratione *CA* ad *CT* seu *TP*. Exponatur vis maxima *EL* in Octantibus per aream  $FK \times Kk$  rectangulo  $\frac{1}{2}TP \times Pp$  æqualem. Et velocitas, quam vis maxima tempore quovis *CP* generare posset, erit ad velocitatem quam vis omnis minor *EL* eodem tempore generat, ut rectangulum  $\frac{1}{2}TP \times CP$  ad aream *KCGF*: tempore autem toto *CPA*, velocitates genitæ erunt ad



2062,  $79CTqq - 2151969N \times CTcub + 368676N \times AT \times CTq + 36342ATq \times CTq - 362047N \times ATq \times CT + 2191371N \times ATcub + 4051,4ATqq = 0$  . Hic pro terminorum  $AT$  &  $CT$  semisumma  $N$  scribo 1. & pro eorundem semidifferentia ponendo  $x$ , fit  $CT = 1 + x$  . &  $AT = 1 - x$  : quibus in æquatione scriptis, & æquatione



prodeunte resoluta, obtinetur  $x$  æqualis  $0,00719$ , & inde semidiameter  $CT$  fit  $1,00719$ , & semidiameter  $AT$   $0,99281$ , qui numeri sunt ut  $70\frac{1}{24}$  &  $69\frac{1}{24}$  quam proxime. Est igitur distantia Lunæ a Terra in Syzygiis ad ipsius distantiam in Quadraturis (seposita scilicet Eccentricitatis consideratione) ut  $69\frac{1}{24}$  ad  $70\frac{1}{24}$ , vel numeris rotundis ut 69 ad 70.

#### PROPOSITIO XXIX. PROBLEMA X.

*Invenire Variationem Lunæ.*

Oritur hæc inæqualitas partim ex forma Elliptica orbis Lunaris, partim ex inæqualitate momentorum areæ, quam Luna radio ad Terram ducto describit. Si Luna  $P$  in Ellipsi  $DBCA$  circa Terram in centro Ellipseos quiescentem moveretur, & radio  $TP$  ad Terram ducto describeret aream  $CTP$  tempori proportionalem; esset autem Ellipseos semidiameter maxima  $CT$  ad semidiameter minimumam  $TA$  ut 70 ad 69: foret tangens anguli  $CTP$  ad tangentem anguli motus medii a Quadratura  $C$  computati, ut Ellipseos semidiameter  $TA$  ad ejusdem semidiameterum  $<402> TC$  seu 69 ad 70. Debet autem descriptio areæ  $CTP$ , in progressu Lunæ à Quadratura ad Syzygiam, ea ratione accelerari, ut ejus momentum in Syzygia Lunæ sit ad ejus momentum in Quadratura ut 11073 ad 10973, utque excessus momenti in loco quovis intermedio  $P$  supra momentum in Quadratura sit ut quadratum sinus anguli  $CTP$ . Id quod satis accurate fiet, si tangens anguli  $CTP$  diminuatur in subduplicata ratione numeri 10973 ad numerum 11073, id est, in ratione numeri  $68,6877$  ad numerum 69. Quo pacto tangens anguli  $CTP$  jam erit ad tangentem motus medii ut  $68,6877$  ad 70, & angulus  $CTP$  in Octantibus, ubi motus medius est  $45^{\circ}$  invenietur  $44^{\circ} 27' 28''$ , qui subductus de angulo motus medii  $45^{\circ}$  relinquit Variationem maximam  $32' 32''$ . Hæc ita se haberent si Luna, pergendo à Quadratura ad Syzygiam, describeret angulum  $CTA$  graduum tantum nonaginta. Verum ob motum Terræ, quo Sol in consequentia motu apparente transfertur, Luna, priusquam Solem assequitur, describit angulum  $CTa$  angulo recto majorem in ratione temporis revolutionis Lunarum Synodicæ ad tempus revolutionis Periodicæ, id est, in ratione  $29^d 12^h 44'$  ad  $27^d 7^h 43'$ . Et hoc pacto anguli omnes circa centrum  $T$  dilatantur in eadem ratione, & Variatio maxima quæ secus esset  $32' 32''$ , jam aucta in eadem ratione, fit  $35' 10''$ .

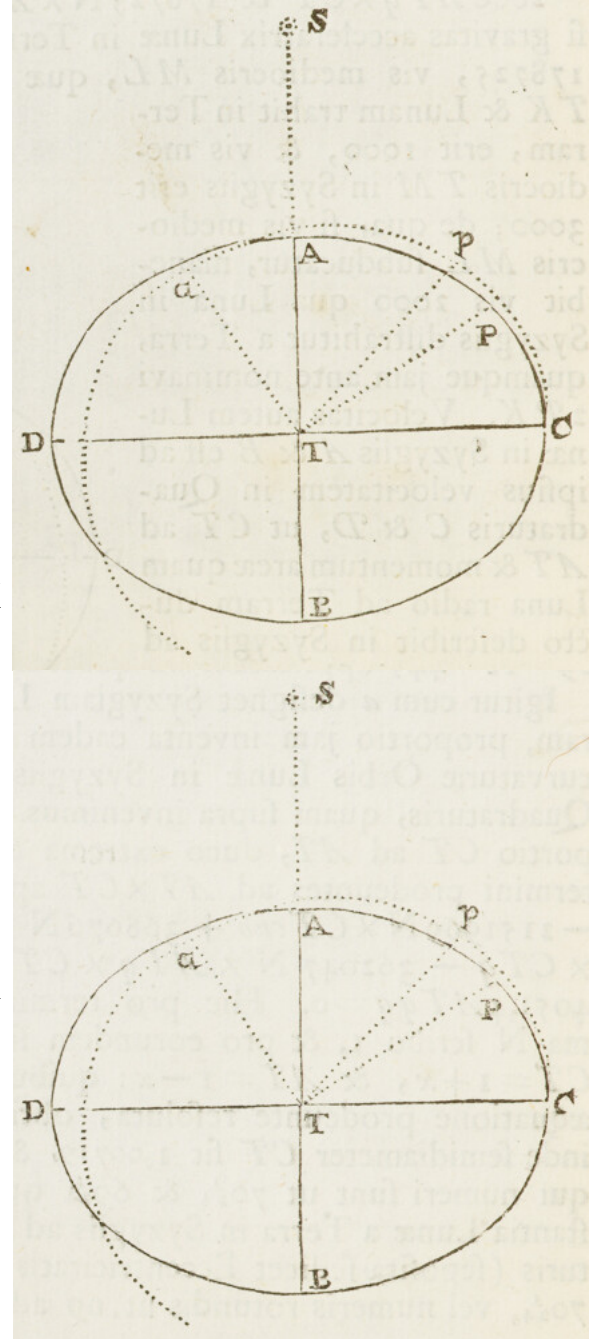
Hæc est ejus magnitudo in mediocri distantia Solis a Terra, neglectis differentiis quæ a curvatura Orbis magni majorique Solis actione in Lunam falcata & novam quam in gibbosam & plenam, oriri possint. In aliis distantis Solis a Terra, Variatio maxima est in ratione quæ componitur ex duplicata ratione temporis revolutionis Synodicæ Lunarum (dato anni tempore) directæ, & triplicata ratione distantie Solis a Terra inverse. Ideoque in  $<403>$  Apogæo Solis, Variatio maxima est  $33' 14''$ , & in ejus Perigæo  $37' 11''$ , si modo Eccentricitas Solis sit ad Orbis magni semidiameterum transversam ut  $16\frac{15}{16}$  ad 1000.

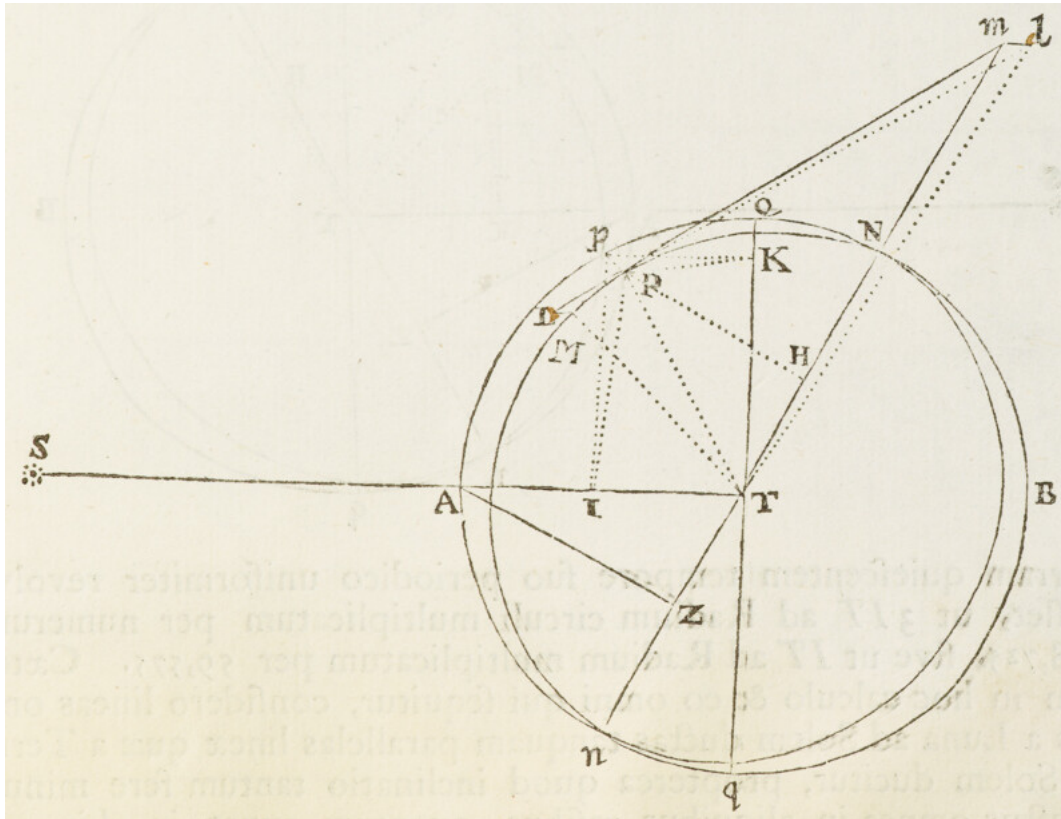
Hactenus Variationem investigavimus in Orbe non eccentrico, in quo utique Luna in Octantibus suis semper est in mediocri sua distantia a Terra. Si Luna propter eccentricitatem suam, magis vel minus distat a Terra quam si locaretur in hoc Orbe, Variatio paulo major esse potest vel paulo minor quam pro Regula hic allata: sed excessum vel defectum ab Astronomis per Phænomena determinandum relinquo.

#### PROPOSITIO XXX. PROBLEMA XI.

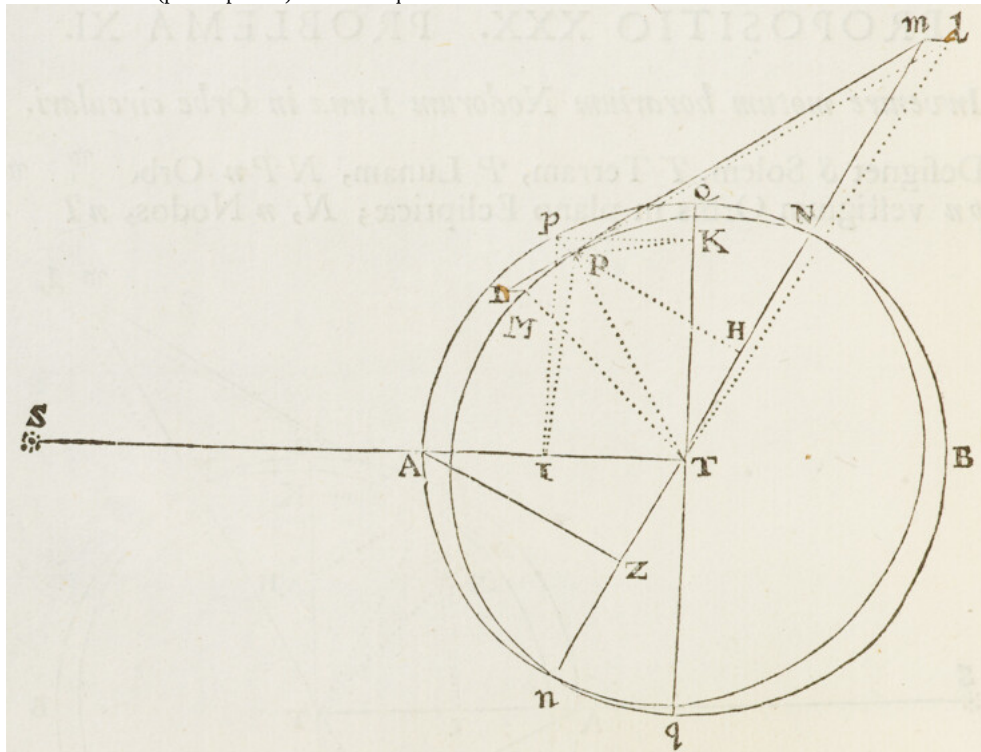
*Invenire motum horarium Nodorum Lunæ in Orbe circulari.*

Designet  $S$  Solem,  $T$  Terram,  $P$  Lunam,  $NPn$  Orbem Lunæ,  $Npn$  vestigium Orbis in plano Eclipticæ;  $N$ ,  $n$ , Nodos,  $nTNm$





lineam Nodorum infinite productam;  $PI$ ,  $PK$  perpendiculara demissa in lineas  $ST$ ,  $Qq$ ;  $Pp$  perpendicularum demissum in planum <404> Eclipticæ;  $Q$ ,  $q$  Quadraturas Lunæ in plano Eclipticæ, &  $pK$  perpendicularum in lineam  $Qq$  Quadraturis interjacentem. Vis Solis ad perturbandum motum Lunæ (per Prop. xxv.) duplex est, altera lineæ  $LM$ , altera lineæ  $MT$  proportionalis. Et Luna vi prior in Terram, posteriore in Solem secundum lineam rectæ  $ST$  a Terra ad Solem ductæ parallelam trahitur. Vis prior  $LM$  agit secundum planum orbis Lunaris, & propterea situm plani nil mutat. Hæc igitur negligenda est. Vis posterior  $MT$  qua planum Orbis Lunaris perturbatur eadem est cum vi  $3PK$  vel  $3IT$ . Et hæc vis (per Prop. xxv.) est ad vim qua Luna in circulo circa



Terram quiescentem tempore suo periodico uniformiter revolvi posset,  $3IT$  ad Radium circuli multiplicatum per numerum 178,725, sive ut  $IT$  ad Radium multiplicatum per 59,575. Cæterum in hoc calculo & eo omni qui sequitur, considero lineas omnes a Luna ad Solem ductas tanquam parallelas lineæ quæ a Terra ad Solem ducitur, propterea quod inclinatio tantum fere minuit effectus omnes in aliquibus casibus, quantum auget in aliis; & Nodorum motus mediocres quærimus, neglectis istiusmodi minutiis, quæ calculum nimis impeditum redderent.

<405>

Designet jam  $PM$  arcum, quem Luna dato tempore quam minimo describit, &  $ML$  lineolam quam Luna, impellente vi præfata  $3IT$ , eodem tempore describere posset. Jungantur  $PL$ ,  $MP$ , & producantur eæ ad  $m$  &  $l$ , ubi secant planum Eclipticæ; inque  $Tm$  demittatur perpendicularum  $PH$ . Et quoniam recta  $ML$  parallela est plano Eclipticæ, ideoque cum recta  $ml$  quæ in plano illo jacet concurrere non potest, & tamen jacent hæ rectæ in plano communi  $LMPml$ ; parallelæ erunt hæ rectæ, & propterea similia erunt triangula  $LMP$ ,  $Lmp$ . Jam cum  $MPm$  sit in plano Orbis, in quo Luna in loco  $P$  movebatur, incidet punctum  $m$  in lineam  $Nn$  per Orbis illius Nodos  $N$ ,  $n$  ductam. Et quoniam vis qua lineola  $LM$  generatur, si tota simul & semel in loco  $P$  impressa esset, efficeret ut Luna moveretur in arcu, cujus chorda esset  $LP$ , atque adeo transferret Lunam de plano  $MPmT$  in planum  $LPIT$ ; motus angularis Nodorum a vi illa genitus, æqualis erit angulo  $mTl$ . Est autem  $ml$  ad  $mP$  ut  $ML$  ad  $MP$ , adeoque cum  $MP$  ob datum tempus data sit, est  $ml$  ut rectangulum  $ML \times mP$ , id est, ut rectangulum  $IT \times mP$ . Et angulus  $mTl$ , si modo angulus  $Tml$  rectus sit, est ut  $\frac{mL}{Tm}$ , & propterea ut  $\frac{IT \times Pn}{Tm}$ , id est, (ob proportionales  $Tm$  &  $mP$ ,  $TP$  &  $PH$ ) ut  $\frac{IT \times PH}{TP}$ , adeoque ob datam  $TP$ , ut  $IT \times PH$ . Quod si angulus  $Tml$ , seu  $STN$



Si anguli illi, Nodis in Quadraturis & Luna in Syzygia existentibus, recti sint, lineola *ml* abibit in infinitum, & angulus *mPl* evadet angulo *mPl* æqualis. Hoc autem in casu, angulus *mPl* est ad angulum *PTM*, quem Luna eodem tempore motu suo apparente circa Terram describit ut 1 ad 59,<sup>575</sup>. Nam angulus *mPl* æqualis est angulo *LPM*, id est, angulo deflexionis Lunæ a recto tramite, quem sola vis præfata Solaris *3IT* si tum cessaret Lunæ gravitas dato illo tempore generare posset; & angulus *PTM* æqualis est angulo deflexionis Lunæ a recto tramite, quem vis illa, qua Luna in Orbe suo retinetur, si tum cessaret vis Solaris *3IT* eodem tempore generaret. Et hæc vires, ut supra dixi <406> mus, sunt ad invicem ut 1 ad 59,<sup>575</sup>. Ergo cum motus medius horarius Lunæ (respectu fixarum) sit 32'. 56". 27'''.  $12^{iv} \frac{1}{2}$ , motus horarius Nodi in hoc casu erit 33". 10'''.  $33^{iv}$ .  $12^{v}$ . Aliis autem in casibus motus iste horarius erit ad 33". 10'''.  $33^{iv}$ .  $12^{v}$ . ut contentum sub sinibus angulorum trium *TPI*, *PTN*, & *STN* (seu distantiarum Lunæ a Quadratura, Lunæ a Nodo & Nodi a Sole) ad cubum Radii. Et quoties signum anguli alicujus de affirmativo in negativum, deque negativo in affirmativum mutatur, debet motus regressivus in progressivum & progressivus in regressivum mutari. Unde fit ut Nodi progrediantur quoties Luna inter Quadraturam alterutram & Nodum Quadraturæ proximum versatur. Aliis in casibus regrediuntur, & per excessum regressus supra progressum, singulis mensibus feruntur in antecedentia.

*Corol. 2.* In data quavis Nodorum positione, motus horarius mediocris est semissis motus horarii in Syzygiis Lunæ, ideoque est ad  $16''$ .  $35'''$ .  $16^{iv}$ .  $36^v$ . ut quadratum sinus distantie Nodorum a Syzygiis ad quadratum Radii, sive ut  $AZqu.$  ad  $Atqu.$  Nam si Luna uniformi cum motu perambulet semicirculum  $QAq$ , summa omnium arearum  $PDdM$ , quo tempore Luna pergit a  $Q$  ad  $M$ , erit area  $QMdE$  quæ ad circuli tangentem  $QE$  terminatur; & quo tempore Luna attingit punctum  $n$ , summa illa erit area tota  $EQAn$  quam linea  $PD$  describit; dein Luna pergente ab  $n$  ad  $q$ , linea  $PD$  cadet extra circulum, & aream  $nqe$  ad circuli tangentem  $qe$  terminatam describit; quæ, quoniam Nodi prius regrediebantur, jam vero progrediuntur, subduci debet de area priorè, & cum æqualis sit areæ  $QEN$ , relinquet semicirculum  $NQAn$ . Igitur summa omnium arearum  $PDdM$ , quo tempore Luna semicirculum describit, est area semicirculi; & summa omnium quo tempore Luna circulum describit est area circuli totius. At area  $PDdM$ , ubi Luna versatur in Syzygiis, est rectangulum sub arcu  $PM$  & radio  $MT$ ; & summa omnium huic æqualium arearum, quo tempore Luna circulum describit, est rectangulum sub circumferentia tota & radio circuli; & hoc rectangulum, cum sit æquale duobus circulis, duplo majus est quam rectangulum prius. Proinde Nodi, ea cum velocitate uniformiter continuata quam habent in Syzygiis Lunaribus, spatium duplo majus describerent quam revera describunt; & propterea motus mediocris quocum, si uniformiter continuaretur, spatium a se inæquabili cum motu revera confectum describere possent, est semissis motus quem habent in Syzygiis Lunæ. Unde cum motus horarius maximus, si Nodi in Quadraturis versantur, sit  $33''$ .  $10'''$ .  $33^{iv}$ .  $12^v$ , motus mediocris horarius in hoc casu erit  $16''$ .  $35'''$ .  $16^{iv}$ .  $36^v$ . Et cum motus horarius Nodorum semper sit ut  $AZqu.$  & area  $PDdM$  conjunctim, & propterea motus horarius Nodorum in Syzygiis Lunæ ut  $AZqu.$  & area  $PDdM$  conjunctim, id est (ob datam aream  $PDdM$  in Syzygiis descriptam) ut  $AZqu.$  erit etiam motus mediocris ut  $AZqu.$  atque adeo hic motus, ubi Nodi extra Quadraturas versantur, erit ad  $16''$ .  $35'''$ .  $16^{iv}$ .  $36^v$ . ut  $AZqu.$  ad  $Atqu.$  *Q.E.D.*

*Invenire motum horarium Nodorum Lunæ in Orbe Elliptico.*

Designet *Qpmaq* Ellipsin, axe majore *Qq*, minore *ab* descriptam, *QAq* Circulum circumscriptum, *T* Terram in utriusque centro communi, *S* Solem, *p* Lunam in Ellipsi motam, & *pm* arcum quem data temporis particula quam minima describit, *N* & *n* Nodos linea *Nn* junctos, *pK* & *mk* perpendicularia in axem *Qq* demissa & hinc inde producta, donec occurrant Circulo in *P* & *M*,





*Corol.* Igitur cum, in data Nodorum positione, summa omnium arearum  $pDdm$ , quo tempore Luna pergit a Quadratura ad locum quemvis  $m$ , sit area  $mpQEd$ , quæ ad Ellipseos tangentem  $QE$  terminatur; & summa omnium arearum illarum, in revolutione integra, sit area Ellipseos totius: motus mediocris Nodorum in Ellipsi erit ad motum mediocrem Nodorum in circulo, ut Ellipsis ad Circulum; id est, ut  $Ta$  ad  $TA$ , seu 69 ad 70. Et propterea, cum motus mediocris horarius Nodorum in Circulo sit ad  $16''$ .  $35'''$ .  $16^{iv}$ .  $36^v$ . ut  $AZqu$ . ad  $ATqu$ . si capiatur angulus  $16''$ .  $21'''$ .  $3^{iv}$ .  $30^v$ . ad angulum  $16''$ .  $35'''$ .  $16^{iv}$ .  $36^v$ . ut 69 ad 70, erit motus mediocris horarius Nodorum in Ellipsi ad  $16''$ .  $21'''$ .  $3^{iv}$ .  $30^v$ . ut  $AZq$  ad  $ATq$ ; hoc est, ut quadratum sinus distantie Nodi a Sole ad quadratum Radii.

Cæterum Luna, radio ad Terram ducto, aream velocius describit in Syzygiis quam in Quadraturis, & eo nomine tempus in Syzygiis contrahitur, in Quadraturis producitur; & una cum tempore motus Nodorum augetur ac diminuitur. Erat autem momentum areæ in Quadraturis Lunæ ad ejus momentum in Syzygiis ut 10973 ad 11073, & propterea momentum mediocre in Octantibus est ad excessum in Syzygiis, defectumque in Quadraturis, ut numerorum semisumma 11023 ad eorundem semidifferentiam 50. Unde cum tempus Lunæ in singulis Orbis particulis æqualibus sit reciproce ut ipsius velocitas, erit tempus mediocre in Octantibus ad excessum temporis in Quadraturis, ac defectum in Syzygiis, ab hac causa oriundum, ut 11023 ad 50 quam proxime. Pergendo autem a Quadraturis ad Syzygias, invenio quod excessus momentorum areæ in locis singulis, supra momentum minimum in Quadraturis, sit ut quadratum sinus distantiae Lunæ a Quadraturis quam proxime; & propterea differentia inter momentum in loco quocunque & momentum mediocre in Octantibus, est ut differentia inter quadratum sinus distantiae Lunæ a Quadraturis & quadratum sinus graduum 45, seu semissem quadrati Radii; & incrementum temporis in locis singulis inter Octantes & Quadraturas, & decrementum ejus inter Octantes & Syzygias, est in eadem ratione. Motus autem Nodorum, quo tempore Luna percurrit singulas Orbis particulas æquales, acceleratur vel retardatur in duplicata ratione temporis. Est enim motus iste, dum Luna <411> percurrit *PM*, (cæteris paribus) ut *ML*, & *ML* est in duplicata ratione temporis. Quare motus Nodorum in Syzygiis, eo tempore confectus quo Luna datas Orbis particulas percurrit, diminuitur in duplicata ratione numeri 11073 ad numerum 11023; estque decrementum ad motum reliquum ut 100 ad 10973, ad motum vero totum ut 100 ad 11073 quam proxime. Decrementum autem in locis inter Octantes & Syzygias, & incrementum in locis inter Octantes & Quadraturas, est quam proxime ad hoc decrementum, ut motus totus in locis illis ad motum totum in Syzygiis & differentia inter quadratum sinus distantiae Lunæ a Quadratura & semissem quadrati Radii ad semissem quadrati Radii, conjunctim. Unde si Nodi in Quadraturis versentur, & capiantur loca duo æqualiter ab Octante hinc inde distantia, & alia duo a Syzygia & Quadratura iisdem intervallis distantia, deque decrementis motuum in locis duobus inter Syzygiam & Octantem, subducantur incrementa motuum in locis reliquis duobus, quæ sunt inter Octantem & Quadraturam; decrementum reliquum æquale erit decremento in Syzygia: uti rationem ineunti facile constabit. Proindeque decrementum mediocre, quod de Nodorum motu mediocri subduci debet, est pars quarta decrementi in Syzygia. Motus totus horarius Nodorum in Syzygiis (ubi Luna radio ad Terram ducto aream tempori proportionalem describere supponebatur) erat 32'''. 42'''. 7<sup>iv</sup>. Et decrementum motus Nodorum, quo tempore Luna jam velocior describit idem spatium, diximus esse ad hunc motum ut 100 ad 11073; adeoque decrementum illud est 17'''. 43<sup>iv</sup>. 11<sup>v</sup>, cujus pars quarta 4'''. 25<sup>iv</sup>. 48<sup>v</sup>, motui horario mediocri superius invento 16'''. 21'''. 3<sup>iv</sup>. 30<sup>v</sup>. subducta, relinquit 16'''. 16'''. 37<sup>iv</sup>. 42<sup>v</sup>. motum medicriorem horarium correctum.

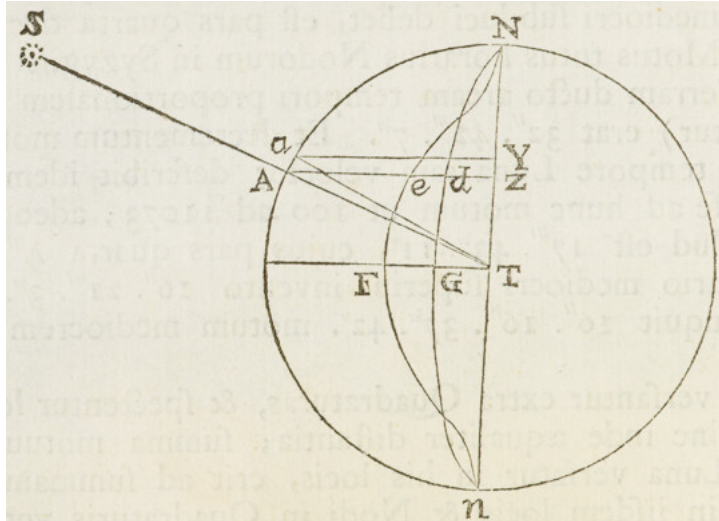
Si Nodi versantur extra Quadraturas, & spectentur loca bina a Syzygiis hinc inde æqualiter distantia; summa motuum Nodorum, ubi Luna versatur in his locis, erit ad summam motuum, ubi Luna in iisdem locis & Nodi in Quadraturis versantur, ut *AZqu.* ad *ATqu.* Et decrementa motuum, a causis jam expositis oriunda, erunt ad invicem ut ipsi motus, adeoque motus reliqui erunt ad invicem ut *AZqu.* ad *ATqu.* & motus mediocres ut motus reliqui. Est itaque motus mediocris horarius correctus, in dato quocunque Nodorum situ, ad  $16''$ .  $16'''$ .  $37^{iv}$ .  $42^v$ . ut *AZqu.* ad *ATqu.*; id est, ut quadratum sinus distantiae Nodorum a Syzygiis ad quadratum Radii.

&lt;412&gt;

**PROPOSITIO XXXII. PROBLEMA XIII.**

*Invenire motum medium Nodorum Lunæ.*

Motus medius annuus est summa motuum omnium horariorum mediocrium in anno. Concipe Nodum versari in  $N$ , & singulis horis completis retrahi in locum suum priorem, ut non obstante motu suo proprio, datum semper servet situm ad Stellas Fixas. Interea vero Solem  $S$ , per motum Terræ, progredi a Nodo, & cursum annum apparentem uniformiter complere. Sit autem  $Aa$  arcus datas quem minimus, quem recta  $TS$  ad Solem semper ducta, intersectione sui & circuli  $Nan$ , dato tempore partem minimo describit: & motus horarius mediocris (per jam ostensa) erit ut  $AZq$ , id est (ob proportionales  $AZ$ ,  $ZY$ ) ut rectangulum sub  $AZ$  &  $ZY$ , hoc est, ut area  $AZYa$ . Et summa omnium horariorum motuum mediocrium ab initio, ut summa omnium arearum  $aZYA$ , id est, ut area  $NAZ$ . Est autem maxima



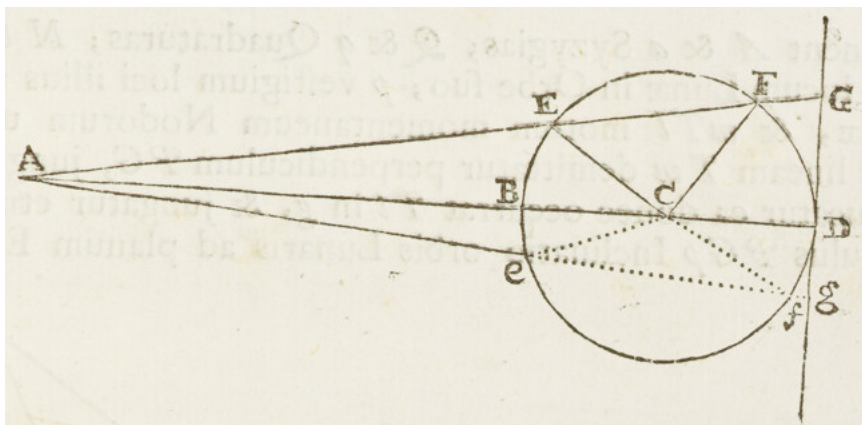
AZYa æqualis rectangulo sub arcu Aa & radio circuli; & propterea summa omnium rectangulorum in circulo toto ad summam totidem maximorum, ut area circuli totius ad rectangulum sub circumferentia tota & radio; id est, ut 1 ad 2. Motus autem horarius, rectangulo maximo respondens, erat 16". 16'". 37<sup>iv</sup>. 42". Et hic motus, anno toto sidereo dierum 365. hor. 6. min. 9. fit 39<sup>gr</sup>. 38'. 7". 50'". Ideoque hujus dimidium 19<sup>gr</sup>. 49'. 3". 55'". est mo <413> tus medius Nodorum circulo toti respondens. Et motus Nodorum, quo tempore Sol pergit ab N ad A, est ad 19<sup>gr</sup>. 49'. 3". 55'". ut area NAZ ad circumulum totum.

Hæc ita se habent, ex Hypothesi quod Nodus horis singulis in locum priorem retrahitur, sic ut Sol anno toto completo ad Nodum eundem redeat a quo sub initio digressus fuerat. Verum per motum Nodi fit ut Sol citius ad Nodum revertatur, & computanda jam est abbreviatio temporis. Cum Sol anno toto conficiat 360 gradus, & Nodus motu maximo eodem tempore conficeret 39<sup>gr</sup>. 38'. 7". 50"', seu 39,<sup>6355</sup> gradus; & motus mediocris Nodi in loco quovis *N* sit ad ipsius motum mediocrem in Quadraturis suis, ut *AZq* ad *ATq*: erit motus Solis ad motum Nodi in *N*, ut 360<sup>gr</sup>*ATq* ad 39,<sup>6355</sup>*AZq*; id est, ut 9,<sup>0827646</sup>*ATq* ad *AZq*. Unde si circuli totius circumferentia *NAn* dividatur in particulas æquales *Aa*, tempus quo Sol percurrit particulam *Aa*, si circulus quiesceret, erit ad tempus quo percurrit eandem particulam, si circulus una cum Nodis circa centrum *T* revolvatur, reciproce ut 9,<sup>0827646</sup>*ATq* ad 9,<sup>0827646</sup>*ATq* + *AZq*. Nam tempus est reciproce ut velocitas qua particula percurritur, & hæc velocitas est summa velocitatum Solis & Nodi. Igitur si tempus, quo Sol absque motu Nodi percurreret arcum *NA*, exponatur per Sectorum *NTA*, & particula temporis quo percurreret arcum quam minimum *Aa*, exponatur per Sectoris particulam *ATa*; & (perpendiculo *aY* in *Nn* demisso) si in *AZ* capiatur *dZ*, ejus longitudinis ut sit rectangulum *dZ* in *ZY* ad Sectoris particulam *ATa* ut *AZq* ad 9,<sup>0827646</sup>*ATq* + *AZq*, id est, ut sit *dZ* ad  $\frac{1}{2}$  *AZ* ut *ATq* ad 9,<sup>0827646</sup>*ATq* + *AZq*; rectangulum *dZ* in *ZY* designabit decrementum temporis ex motu Nodi oriundum, tempore toto quo arcus *Aa* percurritur. Et si punctum *d* tangit Curvam *NdGn*, area curvilinea *NdZ* erit decrementum totum, quo tempore arcus totus *NA* percurritur; & propterea excessus Sectoris *NAT* supra aream *NdZ* erit tempus illud totum. Et quoniam motus Nodi tempore minore minor est in ratione temporis, debet etiam area *AaYZ* diminui in eadem ratione. Id quod fiet si capiatur in *AZ* longitudo *eZ*, quæ sit ad longitudinem *AZ* ut *AZq* ad 9,<sup>0827646</sup>*ATq* + *AZq*. Sic enim rectangulum *eZ* in *ZY* erit ad aream *AZYa* ut decrementum temporis quo arcus *Aa* percurritur, ad tempus totum quo percurreretur si Nodus quiesceret: Et propterea rectangulum illud respondebit decremento motus Nodi. Et si punctum *e* tangat <414> Curvam *NeFn*, area tota *NeZ*, quæ summa est omnium decrementorum, respondebit decremento toti, quo tempore arcus *AN* percurritur; & area reliqua *NAe* respondebit motui reliquo, qui verus est Nodi motus quo tempore arcus totus *NA*, per Solis & Nodi conjunctos motus, percurritur. Jam vero vero area semicirculi est ad aream Figuræ *NeFnT*, per methodum Serierum infinitarum quæsitam, ut 793 ad 60 quamproxime. Motus autem qui respondet Circulo toti erat 19<sup>gr</sup>. 49'. 3". 55''; & propterea motus, qui Figuræ *NeFnT* duplicatæ respondet, est 18<sup>gr</sup>. 29'. 58". 2'''. Qui de motu priore subductus relinquit 18<sup>gr</sup>. 19'. 5". 53'''. motum totum Nodi inter sui ipsius Conjunctiones cum Sole; & hic motus de Solis motu annuo graduum 360 subductus, relinquit 341<sup>gr</sup>. 40'. 54". 7'''. motum Solis inter easdem Conjunctiones. Iste autem motus est ad motum annum 360<sup>gr</sup>. ut Nodi motus jam inventus 18<sup>gr</sup>. 19'. 5". 53'''. ad ipsius motum annum, qui propterea erit 19<sup>gr</sup>. 18'. 1". 23'''. Hic est motus medius Nodorum in anno Sidereo. Idem per Tabulas Astronomicas est 19<sup>gr</sup>. 21'. 21". 50'''. Differentia minor est parte trecentesima motus totius, & ab Orbis Lunaribus Eccentricitate & Inclinatione ad planum Eclipticæ oriri videtur. Per Eccentricitatem Orbis motus Nodorum nimis acceleratur, & per ejus Inclinationem vicissim retardatur aliquantulum, & ad iustam velocitatem reducitur.

**PROPOSITIO XXXIII. PROBLEMA XIV.**

*Invenire motum verum Nodorum Lunæ.*

In tempore quod est ut area  $NTA - NdZ$ , (in Fig. præced.) motus iste est ut area  $NAeN$ , & inde datur. Verum ob nimiam calculi difficultatem, præstat sequentem Problematis constructionem adhibere. Centro  $C$ , intervallo quovis  $CD$ , describatur circulus  $BEFD$ . Producat  $DC$  ad  $A$ , ut sit  $AB$  ad  $AC$  ut motus medius ad semissem motus veri mediocris, ubi Nodi sunt in Quadraturis, (id est, ut  $19^{\text{gr}}. 18'. 1''. 23'''$ . ad  $19^{\text{gr}}. 49'. 3''. 55'''$ , atque adeo  $BC$  ad  $AC$  ut motuum differentia  $08^{\text{gr}}. 31'. 2''. 32'''$ , ad motum posteriorem  $19^{\text{gr}}. 49'. 3''. 55'''$ ) hoc est, ut 1 ad  $38\frac{3}{10}$  dein per punctum  $D$  ducatur infinita  $Gg$ , quæ tangat circulum in  $D$ ; & si capiatur angulus  $BCE$  vel  $BCF$  æqualis duplæ distantie Solis a loco Nodi, per motum medium invento; <415> & agatur  $AE$  vel  $AF$  secans perpendicularum  $DG$  in  $G$ ; & capiatur angulus qui sit ad motum totum Nodi inter ipsius Syzygias (id est, ad  $9^{\text{gr}}. 11'. 3''$ .) ut tangens  $DG$  ad circuli  $BED$  circumferentiam totam; atque angulus iste (pro quo angulus  $DAG$  usurpari potest) ad motum medium Nodorum addatur ubi Nodi



transcutit a Quadraturis ad Syzygias, & ab eodem motu medio subducatur ubi transeunt a Syzygiis ad Quadraturas; habebitur eorum motus verus. Nam motus verus sic inventus congruet quam proxime cum motu vero qui prodit exponendo tempus per aream  $NTA - NdZ$ , & motum Nodi per aream  $NAeN$ ; ut rem perpendiculari & computationes instituenti constabit. Hæc est æquatio semestris motus Nodorum. Est & æquatio menstrua, sed quæ ad inventionem Latitudinis Lunæ minime necessaria est. Nam cum Variatio inclinationis Orbis Lunararis ad planum Eclipticæ duplici inæqualitati obnoxia sit, alteri semestri, alteri autem menstruæ hujus menstrua inæqualitas & æquatio menstrua Nodorum ita se mutuo contemperant & corrigunt, ut ambæ in determinanda Latitudine Lunæ negligi possint.

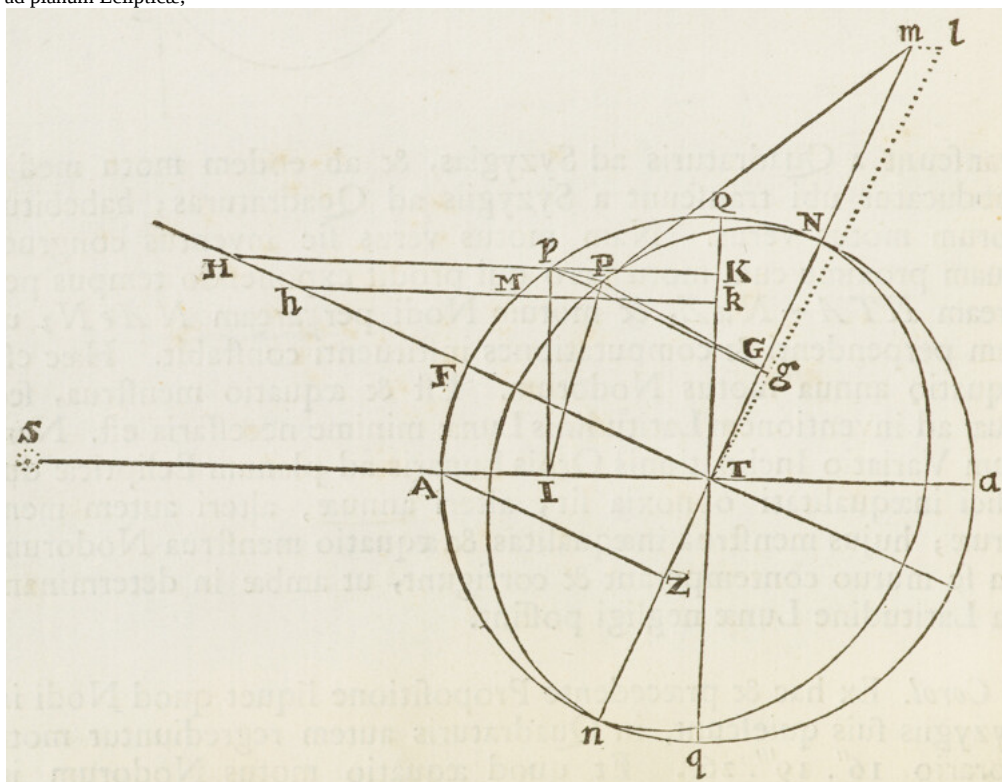
*Corol.* Ex hac & præcedente Propositione liquet quod Nodi in Syzygiis suis quiescunt, in Quadraturis autem regrediuntur motu horario  $16''$ .  $19'''$ .  $26^{iv}$ . Et quod æquatio motus Nodorum in Octantibus sit  $1^{\text{gr}}$ .  $30'$ . Quæ omnia cum Phænomenis cœlestibus probe quadrant.

&lt;416&gt;

**PROPOSITIO XXXIV. PROBLEMA XV.**

*Invenire Variationem horariam inclinationis Orbis Lunaris ad planum Eclipticæ.*

Designat  $A$  &  $a$  Syzygias;  $Q$  &  $q$  Quadraturas;  $N$  &  $n$  Nodos;  $P$  locum Lunæ in Orbe suo;  $p$  vestigium loci illius in plano Eclipticæ, &  $mTl$  motum momentaneum Nodorum ut supra. Et si ad lineam  $Tm$  demittatur perpendicularum  $PG$ , jungatur  $pG$ , & producatur ea donec occurrat  $Tl$  in  $g$ , & jungatur etiam  $Pg$ : erit angulus  $PGp$  Inclinationo orbis Lunaris ad planum Eclipticæ.



ubi Luna versatur in  $P$ ; & angulus  $Pgp$  Inclinatione ejusdem post momentum temporis completum; adeoque angulus  $GPg$  Variatio momentanea Inclinationis. Est autem hic angulus  $GPg$  ad angulum  $GTg$ , ut  $TG$  ad  $PG$  &  $Pp$  ad  $PG$  conjunctim. Et propterea si pro momento temporis substituatur hora; cum angulus  $GTg$  (per Proposit. xxx.) sit ad angulum  $33''$ .  $10'''$ .  $33^{iv}$ . ut  $<417> IT \times PG \times AZ$  ad  $ATcub$ , erit angulus  $GPg$  (seu Inclinationis horaria Variatio) ad angulum  $33''$ .  $10'''$ .  $33^{iv}$ , ut  $IT \times AZ \times TG \times \frac{Pp}{PG}$  ad  $ATcub$ . Q.E.I.

Hæc ita se habent ex Hypothesi quod Luna in Orbe Circulari uniformiter gyatur. Quod si Orbis ille Ellipticus sit, motus mediocris Nodorum minuetur in ratione axis minoris ad axem majorem; uti supra expositum est. Et in eadem ratione minuetur etiam Inclinationis Variatio.

*Corol.* 1. Si ad  $Nn$  erigatur perpendicularum  $TF$ , sitque  $pM$  motus horarius Lunæ in plano Eclipticæ; & perpendiculara  $pK$ ,  $Mk$  in  $QT$  demissa & utrinque producta occurrant  $TF$  in  $H$  &  $h$ : erit  $IT$  ad  $AT$  ut  $Kk$  ad  $Mp$ , &  $TG$  ad  $Hp$  ut  $TZ$  ad  $AT$ ; ideoque  $IT \times TG$  æquale  $\frac{Kk \times Hp \times TZ}{Mp}$ , hoc est, æquale area  $HpMh$  ductæ in rationem  $\frac{TZ}{Mp}$ : & propterea Inclinationis Variatio horaria ad  $33''$ .  $10'''$ .  $33^{iv}$ , ut  $HpMh$  ducta in  $AZ \times \frac{TZ}{Mo} \times \frac{Pp}{PG}$  ad  $ATcub$ .

*Corol. 2.* Ideoque si Terra & Nodi singulis horis completis retraherentur à locis suis novis, & in loca priora in instanti semper reducerentur, ut situs eorum, per mensem integrum periodicum, datus maneret; tota Inclinationis Variatio tempore mensis illius foret ad 33". 10''; 33<sup>iv</sup>, ut aggregatum omnium arearum *HpMh*, in



revolutione puncti  $p$  genitarum, & sub signis propriis + & – conjunctarum, ductum in  $AZ \times TZ \times \frac{Pp}{FG}$  ad  $Mp \times ATcub.$  id est, ut circulus totus  $QAqa$  ductus in  $AZ \times TZ \times \frac{Pp}{FG}$  ad  $Mp \times ATcub.$  hoc est, ut circumferentia  $QAqa$  ducta in  $AZ \times TZ \times \frac{Pp}{FG}$  ad  $2Mp \times ATquad.$

*Corol. 3.* Proinde in dato Nodorum situ, Variatio mediocris horaria, ex qua per mensem uniformiter continuata Variatio illa menstrua generari posset, est ad  $33''. 10'''.$   $33^{iv}$ , ut  $AZ \times TZ \times \frac{Pp}{FG}$  ad  $2ATq$ , sive ut  $Pp \times \frac{AZ \times TZ}{\frac{1}{2}AT}$  ad  $PG \times 4AT$ , id <418> est (cum  $Pp$  sit ad  $PG$  ut sinus Inclinationis prædictæ ad radium, &  $\frac{AZ \times TZ}{\frac{1}{2}AT}$  sit ad  $4AT$  ut sinus duplicati anguli  $ATn$  ad radium quadruplicatum) ut Inclinationis ejusdem sinus ductus in sinum duplicatæ distantiae Nodorum a Sole, ad quadruplum quadratum radii.

*Corol. 4.* Quoniam Inclinationis horaria Variatio, ubi Nodi in Quadraturis versantur, est (per hanc Propositionem) ad angulum  $33''. 10'''.$   $33^{iv}$  ut  $IT \times AZ \times TG \times \frac{Pp}{FG}$  ad  $ATcub.$  id est, ut  $\frac{IT \times TG}{\frac{1}{2}AT} \times \frac{Pp}{FG}$  ad  $2AT$ ; hoc est, ut sinus duplicatæ distantiae Lunæ à Quadraturis ductus in  $\frac{Pp}{FG}$  ad radium duplicatum: summa omnium Variationum horariorum, quo tempore Luna in hoc situ Nodorum transit à Quadratura ad Syzygiam, (id est, spatio horarum  $177\frac{1}{6}$ .) erit ad summam totidem angulorum  $33''. 10'''.$   $33^{iv}$ , seu  $5878''$ , ut summa omnium sinuum duplicatæ distantiae Lunæ à Quadraturis ducta in  $\frac{Pp}{FG}$  ad summam totidem diametrorum; hoc est, ut diameter ducta in  $\frac{Pp}{FG}$  ad circumferentiam; id est, si Inclinationis sit  $58^{\circ} 1'$ , ut  $7 \times \frac{874}{10000}$  ad  $22$ , seu  $278$  ad  $10000$ . Proindeque Variatio tota, ex summa omnium horariorum Variationum tempore prædicto conflata, est  $163''$ , seu  $2'. 43''$ .

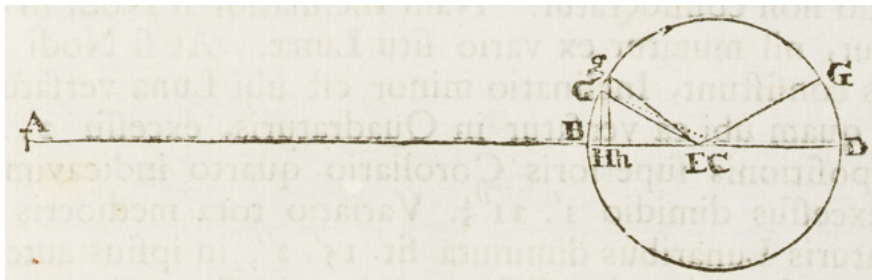
### PROPOSITIO XXXV. PROBLEMA XVI.

*Dato tempore invenire Inclinationem Orbis Lunarum ad planum Eclipticæ.*

Sit  $AD$  sinus Inclinationis maximæ, &  $AB$  sinus Inclinationis minimæ. Bisecetur  $BD$  in  $C$ , & centro  $C$ , intervallo  $BC$ , describatur Circulus  $BGD$ . In  $AC$  capiatur  $CE$  in ea ratione ad  $EB$  quam  $EB$  habet ad  $2BA$ : Et si dato tempore constituatur angulus  $AEG$  æqualis duplicatæ distantiae Nodorum à <419> Quadraturis, & ad  $AD$  demittatur perpendicularum  $GH$ : erit  $AH$  sinus Inclinationis quæsita.

Nam  $GEq$  æquale est

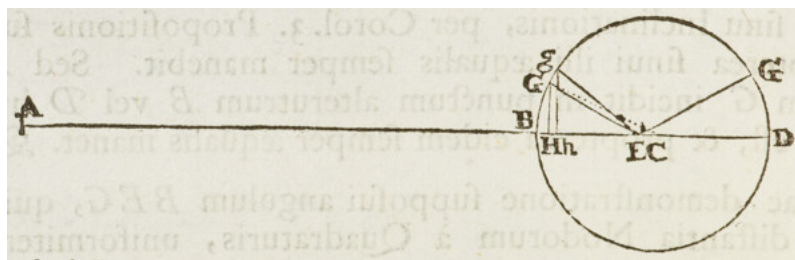
$GHq + HEq = BHD + HEq = HBD + HEq - BHq = HBD + BEq - 2BH \times BE = BEq + 2EC \times BH = 2EC \times AB + 2EC \times BH = 2EC \times AH$ . Ideoque cum  $2EC$  detur, est  $GEq$  ut  $AH$ . Designet jam  $AEG$  duplicatam distantiam Nodorum à Quadraturis post datum aliquod momentum temporis completum, & arcus  $Gg$ , ob datum



angulum  $GEg$ , erit ut distantia  $GE$ . Est autem  $Hh$  ad  $Gg$  ut  $GH$  ad  $GC$ , & propterea  $Hh$  est ut contentum  $GH \times Gg$ , seu  $GH \times GE$ ; id est, ut  $\frac{GH}{GE} \times GEq$  seu  $\frac{GH}{GE} \times AH$ , id est, ut  $AH$  & sinus anguli  $AEG$  conjunctim. Igitur si  $AH$  in casu aliquo sit sinus Inclinationis, augebitur ea iisdem incrementis cum sinu Inclinationis, per Corol. 3. Propositionis superioris, & propterea sinui illi æqualis semper manebit. Sed  $AH$  ubi punctum  $G$  incidit in punctum alterutrum  $B$  vel  $D$  huic sinui æqualis est, & propterea eidem semper æqualis manet. *Q.E.D.*

In hac demonstratione supposui angulum  $BEG$ , qui est duplicata distantia Nodorum à Quadraturis, uniformiter augeri. Nam omnes inæqualitatum minutias expendere non vacat. Concipe jam angulum  $BEG$  rectum esse, & in hoc casu  $Gg$  esse augmentum horarium duplæ distantiae Nodorum & Solis ab invicem; & Inclinationis Variatio horaria in eodem casu (per Corol. 3. Prop. novissimæ) erit ad  $33''. 10'''.$   $33^{iv}$ , ut contentum sub Inclinationis sinu  $AH$  & sinu anguli recti  $BEG$ , qui est duplicata distantia Nodorum a Sole, ad quadruplum quadratum radii; id est, ut mediocris Inclinationis sinus  $AH$  ad radium quadruplicatum; hoc est (cum Inclinationis illa mediocris sit quasi  $58^{\circ} 8\frac{1}{2}'$ ) ut ejus sinus  $896$  ad radium quadruplicatum  $40000$ , sive ut  $224$  ad  $10000$ . Est autem Variatio tota, sinuum differentiae  $BD$  respondens, ad Variationem illam horariam ut diameter  $BD$  ad <420> arcum  $Gg$ ; id est, ut diameter  $BD$  ad semicircumferentiam  $BGD$  & tempus horarum  $2079\frac{7}{10}$ , quo Nodus pergit à Quadraturis ad Syzygias, ad horam unam conjunctim; hoc est, ut  $7$  ad  $11$  &  $2079\frac{7}{10}$  ad  $1$ . Quare si rationes omnes conjungantur, fiet Variatio tota  $BD$  ad  $33''. 10'''.$   $33^{iv}$ , ut  $224 \times 7 \times 2079\frac{7}{10}$  ad  $110000$ , id est, ut  $29645$  ad  $1000$ , & inde Variatio illa  $BD$  prodibit  $16'. 23''\frac{1}{2}$ .

Hæc est Inclinationis Variatio maxima quatenus locus Lunæ in Orbe suo non consideratur. Nam Inclinationis, si Nodi in Syzygiis versantur, nil mutatur ex vario situ Lunæ. At si Nodi in Quadraturis consistent, Inclinationis minor est ubi Luna versatur in Syzygiis, quam ubi ea versatur in Quadraturis, excessu  $2'. 43''$ ; uti in Propositionis superioris Corollario quarto indicavimus. Et hujus excessus dimidio  $1'. 21''\frac{1}{2}$  Variatio tota mediocris  $BD$  in Quadraturis Lunaribus diminuta fit  $15'. 2''$ , in ipsius autem Syzygiis aucta fit  $17'. 46''$ . Si Luna igitur in Syzygiis constituatur, Variatio tota, in transitu Nodorum à Quadraturis ad Syzygias, erit  $17'. 45''$ : adeoque si Inclinationis, ubi Nodi in Syzygiis versantur, sit  $58^{\circ} 17'. 20''$ ; eadem, ubi Nodi sunt in Quadraturis, & Luna in Syzygiis, erit  $48^{\circ} 59'. 35''$ . Atque hæc ita se habere confirmatur ex Observationibus.



Si jam desideretur Orbis Inclinationis illa, ubi Luna in Syzygiis & Nodi ubivis versantur; fiat  $AB$  ad  $AD$  ut sinus graduum  $4. 59'. 35''$ , ad sinum graduum  $5. 17'. 20''$ , & capiatur angulus  $AEG$  æqualis duplicatæ distantiae Nodorum à Quadraturis; & erit  $AH$  sinus Inclinationis quæsita. Huic Orbis Inclinationi æqualis est ejusdem Inclinationis, ubi Luna distat  $90^{\circ}$  à Nodis. In aliis Lunæ locis inæqualitas menstrua, quam Inclinationis variatio admittit, in calculo Latitudinis Lunæ compensatur & quodammodo tollitur per inæqualitatem mensuram motus Nodorum, (ut supra diximus) adeoque in calculo Latitudinis illius negligi potest.

### Scholium.

Hisce motuum Lunarum computationibus ostendere volui, quod motus Lunares, per Theoriam Gravitatis, a causis suis computari possint. Per eandem Theoriam inveni præterea quod Æquatio Annua medii motus Lunæ oriatur a varia dilatatione Orbis Lunæ per vim Solis, juxta Corol. 6. Prop. LXVI. Lib. I. Hæc vis in Perigæo Solis major est, & Orbem Lunæ dilatat; in Apogæo ejus minor est, & Orbem illum contrahi permittit. In Orbe dilatato Luna tardius revolvitur, in contracto citius; & Æquatio Annua per quam hæc inæqualitas compensatur, in Apogæo & Perigæo Solis nulla est, in mediocri Solis a Terra distantia ad 11'. 50" circiter ascendit, in aliis locis Æquationi centri Solis proportionalis est; & additur medio motui Lunæ ubi Terra pergit ab Aphelio suo ad Perihelium, & in opposita Orbis parte subducitur. Assumendo radium Orbis magni 1000 & Eccentricitatem Terræ  $16\frac{7}{8}$ , hæc Æquatio ubi maxima est, per Theoriam Gravitatis prodit 11'. 49". Sed Eccentricitas Terræ paulo major esse videtur, & aucta Eccentricitate hæc Æquatio augeri debet in eadem ratione. Sit Eccentricitas  $16\frac{15}{16}$ , & Æquatio maxima erit 11'. 52".

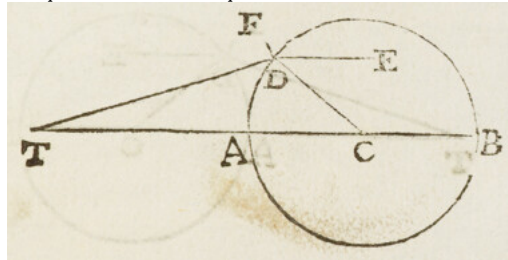
Inveni etiam quod in Perihelio Terræ, propter majorem vim Solis, Apogæum & Nodi Lunæ velocius moventur quam in Aphelio ejus, idque in triplicata ratione distantiae Terræ a Sole inverse. Et inde oriuntur Æquationes Annuæ horum motuum Æquationi centri Solis proportionales. Motus autem Solis est in duplicata ratione distantiae Terræ a Sole inverse, & maxima centri Æquatio quam hæc inæqualitas generat, est 18<sup>r</sup>. 56'. 26" prædictæ Solis Eccentricitati  $16\frac{15}{16}$  congruens. Quod si motus Solis esset in triplicata ratione distantiae inverse, hæc inæqualitas generaret Æquationem maximam 28<sup>r</sup>. 56'. 9". Et propterea Æquationes maximæ quas inæqualitates motuum Apogæi & Nodorum Lunæ generant, sunt ad 28<sup>r</sup>. 56'. 9", ut motus medius diurnus Apogæi & motus medius diurnus Nodorum Lunæ sunt ad motum medium diurnum Solis. Unde prodit Æquatio maxima medii motus Apogæi 19'. 52": & Æquatio maxima medii motus Nodorum 9'. 27". Additur vero Æquatio prior & subducitur posterior, ubi Terra pergit a Perihelio suo ad Aphelium: & contrarium sit in opposita Orbis parte.

<422>

Per Theoriam Gravitatis constitit etiam quod actio Solis in Lunam paulo major sit ubi transversa diameter Orbis Lunarum transit per Solem, quam ubi eadem ad rectos est angulos cum linea Terram & Solem jungente: & propterea Orbis Lunarum paulo major est in priore casu quam in posteriore. Et hinc oritur alia Æquatio motus medii Lunarum, pendens a situ Apogæi Lunæ ad Solem, quæ quidem maxima est cum Apogæum Lunæ versatur in Octante cum Sole; & nulla cum illud ad Quadraturas vel Syzygias pervenit: & motui medio additur in transitu Apogæi Lunæ a Solis Quadratura ad Syzygiam, & subducitur in transitu Apogæi a Syzygia ad Quadraturam. Hæc Æquatio quam Semestrem vocabo, in Octantibus Apogæi quando maxima est, ascendit ad 3'. 45" circiter, quantum ex Phænomenis colligere potui. Hæc est ejus quantitas in mediocri Solis distantia a Terra. Augetur vero ac diminuitur in triplicata ratione distantiae Solis inverse, adeoque in maxima Solis distantia est 3'. 34", & in minima 3'. 56" quaproxime: ubi vero Apogæum Lunæ situm est extra Octantes, evadit minor; estque ad Æquationem maximam, ut sinus duplæ distantiae Apogæi Lunæ a proxima Syzygia vel Quadratura ad radium.

Per eandem Gravitatis Theoriam actio Solis in Lunam paulo major est ubi linea recta per Nodos Lunæ ducta transit per Solem, quam ubi linea ad rectos est angulos cum recta Solem ac Terram jungente. Et inde oritur alia medii motus Lunarum Æquatio, quam Semestrem secundam vocabo, quæque maxima est ubi Nodi in Solis Octantibus versantur, & evanescit ubi sunt in Syzygiis vel Quadraturis, & in aliis Nodorum positionibus proportionalis est sinui duplæ distantiae Nodi alterutrius a proxima Syzygia aut Quadratura: additur vero medio motui Lunæ dum Nodi transeunt a Solis Quadraturis ad proximas Syzygias, & subducitur in eorum transitu a Syzygiis ad Quadraturas; & in Octantibus ubi maxima est, ascendit ad 47" in mediocri Solis distantia a Terra, uti ex Theoria Gravitatis colligo. In aliis Solis distantiiis hæc Æquatio, in Octantibus Nodorum, est reciproce ut cubus distantiae Solis a Terra, ideoque in Perigæo Solis ad 45" in Apogæo ejus ad 49" circiter ascendit.

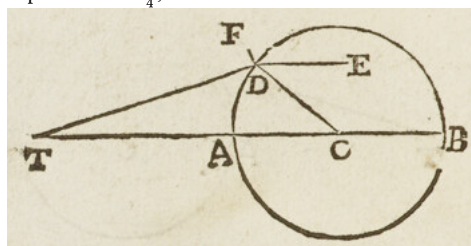
Per eandem Gravitatis Theoriam Apogæum Lunæ progreditur quam maxime ubi vel cum Sole conjungitur vel eidem opponitur, & regreditur ubi cum Sole Quadraturam facit. Et Eccentricitas fit maxima in priore casu & minima in posteriore, per Corol. <423> 7, 8 & 9. Prop. LXVI. Lib. I. Et hæc inæqualitates per eandem Corollaria permagnæ sunt, & Æquationem principalem Apogæi generant, quam Semestrem vocabo. Et Æquatio maxima Semestris est 12<sup>r</sup>. 18' circiter, quantum ex Observationibus colligere potui. *Horroxius* noster Lunam in Ellipsi circum Terram, in ejus umbilico inferiore constitutam, revolvi primus statuit. *Halleius* centrum Ellipseos in Epicyclo locavit, cujus centrum uniformiter revolvitur circum Terram. Et ex motu in Epicyclo oriuntur inæqualitates jam dictæ in progressu & regressu Apogæi & quantitate Eccentricitatis. Dividi intelligatur distantia mediocri Solis a Terra in partes 100000, & referat *T* Terram & *TC* Eccentricitatem mediocrem Lunæ partium 5505. Producat *TC* ad *B*, ut sit *CB* sinus Æquationis maximæ Semestris 12<sup>r</sup>. 18' ad radium *TC*, & circulus *BDA* centro *C* intervallo *CB* descriptus, erit Epicyclus ille in quo centrum Orbis Lunarum locatur & secundum ordinem literarum *BDA* revolvitur. Capiatur angulus *BCD* æqualis duplo argumento annuo, seu duplæ distantiae veri loci Solis ab Apogæo Lunæ semel æquato, & erit *CTD* Æquatio



Semestris Apogæi Lunæ & *TD* Eccentricitas Orbis ejus in Apogæum secundo æquatum tendens. Habitis autem Lunæ motu medio & Apogæo & Eccentricitate, ut & Orbis axe majore partium 200000; ex his eruatur verus Lunæ locus in Orbe & distantia ejus a Terra, idque per Methodos notissimas.

In Perihelio Terræ, propter majorem vim Solis, centrum Orbis Lunæ velocius movetur circum centrum *C* quam in Aphelio, idque in triplicata ratione distantiae Terræ a Sole inverse. Ob Æquationem centri Solis in Argumento annuo comprehensam, centrum Orbis Lunæ velocius movetur in Epicyclo *BDA* in duplicata ratione distantiae Terræ a Sole inverse. Ut idem adhuc velocius moveatur in ratione simplici distantiae inverse; ab Orbis centro *D* agatur recta *DE* versus Apogæum Lunæ, seu rectæ *TC* parallela, & capiatur angulus *EDF* æqualis excessui Argu <424> menti annui prædicti supra distantiam Apogæi Lunæ a Perigæo Solis in consequentia; vel quod perinde est, capiatur angulus *CDF* æqualis complemento Anomalie veræ Solis ad gradus 360. Et sit *DF* ad *DC* ut dupla Eccentricitas Orbis magni ad distantiam mediocrem Solis a Terra, & motus medius diurnus Solis ab Apogæo Lunæ ad motum medium diurnum Solis ab Apogæo proprio conjunctim, id est, ut  $33\frac{7}{8}$  ad 1000 & 52'. 27".  $16'''$  ad 59'. 8".  $10'''$  conjunctim, sive ut 3 ad 100. Et concipe centrum Orbis Lunæ locari in puncto *F*, & in Epicyclo cujus centrum est *D* & radius *DF* interea revolvi dum punctum *D* progreditur in circumferentia circuli *DABD*. Hac enim ratione velocitas qua centrum Orbis Lunæ in linea quadam curva circum centrum *C* descripta movebitur, erit reciproce ut cubus distantiae Solis a Terra quaproxime, ut oportet{.}

Computatio motus hujus difficilis est, sed facilius reddetur per approximationem sequentem. Si distantia mediocri Solis a Terra sit partium 100000, & Eccentricitas *TC* sit partium 5505 ut supra: recta *CB* vel *CD* invenietur partium  $1172\frac{3}{4}$ , & recta *DF*



partium  $35\frac{1}{5}$ . Et hæc ad distantiam *TC* subtendit angulum ad Terram quem translatio centri Orbis a loco *D* ad locum *F* generat in motu centri hujus: & eadem recta duplicata in situ parallelo ad distantiam superioris umbilici Orbis Lunæ a Terra, subtendit eundem angulum, quem utique translatio illa generat in motu umbilici, & ad distantiam Lunæ a Terra subtendit angulum quem eadem translatio generat in motu Lunæ, quique propterea Æquatio centri Secunda dici potest. Et hæc Æquatio in

mediocri Lunæ distantia a Terrâ, est ut sinus anguli quem recta illa *DF* cum recta a puncto *F* ad Lunam ducta continet quamproxime, & ubi maxima est evadit 2'. 25". Angulus autem quem recta *DF* & recta a puncto *F* ad Lunam ducta comprehendunt, invenitur vel subducendo angulum *EDF* ab Anomalia media Lunæ, vel addendo distantiam Lunæ a Sole ad distantiam Apogæi Lunæ ab Apogæo <425> Solis. Et ut radius est ad sinum anguli sic inventi, ita 2'. 25" sunt ad Æquationem centri Secundam, addendam si summa illa sit minor semicirculo, subducendam si major. Sic habebitur ejus Longitudo in ipsis Luminarium Syzygiis.

Si computatio accuratior desideretur, corrigendus est locus Lunæ in Orbe ut supra inventus per Variationem duplicem. De Variatione Prima & principali diximus supra, hæc maxima est in Octantibus Lunæ. Variatio altera maxima est in Quadrantibus, & oritur a varia Solis actione in Orbem Lunæ pro varia positione Apogæi Lunæ ad Solem, computatur vero in hunc modum. Ut radius ad sinum versus distantie Apogæi Lunæ a Perigæo Solis in consequentia, ita angulus quidam P ad quartum proportionalem. Et ut radius ad sinum distantie Lunæ a Sole, ita summa hujus quarti proportionalis & anguli cujusdam alterius Q ad Variationem Secundam, subducendam si Lunæ lumen augeatur, addendam si diminuitur. Sic habebitur locus versus Lunæ in Orbe, & per Reductionem loci hujus ad Eclipticam habebitur Longitudo Lunæ. Anguli vero P & Q ex Observationibus determinandi sunt. Et interea si pro angulo P usurpentur 2', & pro angulo Q 1', non multum errabitur.

Cum Atmosphæra Terræ ad usque altitudinem milliarium 35 vel 40 refringat lucem Solis, & refringendo spargat eandem in Umbram Terræ, & spargendo lucem in confinio Umbræ dilatat Umbram: ad diametrum Umbræ quæ per Parallaxim prodit, addo minutum unum primum in Eclipsibus Lunæ, vel minutum unum cum triente.

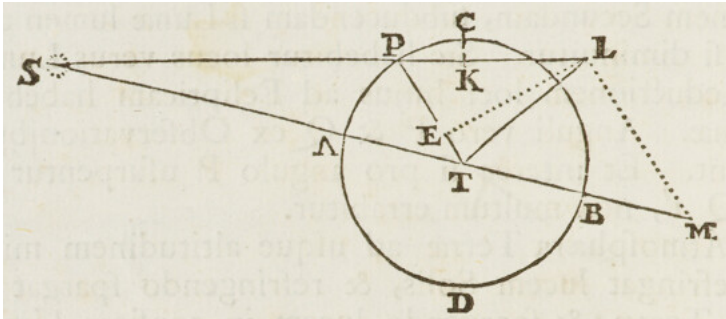
Theoria vero Lunæ primo in Syzygiis, deinde in Quadraturis, & ultimo in Octantibus per Phænomena examinari & stabiliri debet. Et opus hocce aggressurus motus medios Solis & Lunæ ad tempus meridianum in Observatorio Regio *Grenovicensi*, die ultimo mensis *Decembris* anno 1700. st. vet. non incommode sequentes adhibebit: nempe motum medium Solis  $\text{♁ } 20^{\text{gr}}. 43'. 40''$ , & Apogæi ejus  $\text{♁ } 7^{\text{gr}}. 44'. 30''$ , & motum medium Lunæ  $\text{☾ } 15^{\text{gr}}. 20'. 00''$ , & Apogæi ejus  $\text{☾ } 8^{\text{gr}}. 20'. 00''$ , & Nodi ascendentis  $\text{♊ } 27^{\text{gr}}. 24'. 20''$ ; & differentiam meridianorum Observatorii hujus & Observatorii Regii *Parisiensis*  $0^{\text{hor. gmin.}} 20^{\text{sec.}}$ .

<426>

**PROPOSITIO XXXVI. PROBLEMA XVII**

## *Invenire vim Solis ad Mare movendum*

Solis vis *ML* seu *PT*, in Quadraturis Lunaribus, ad perturbandos motus Lunares, erat (per Prop. xxv. hujus) ad vim gravitatis apud nos, ut 1 ad 638092,<sup>6</sup>. Et vis *TM – LM* seu *2PK* in Syzygiis Lunaribus, est duplo major. Hæ autem vires, si descendatur ad superficiem Terræ, diminuuntur in ratione distantiarum a centro Terræ, id est, in ratione  $60\frac{1}{2}$  ad 1; adeoque vis prior in superficie Terræ, est ad vim gravitatis ut 1 ad 38604600. Hac vi Mare deprimitur in locis quæ 90 gradibus distant



a Sole. Vi altera quæ duplo major est, Mare elevatur & sub Sole & in regione Soli opposita. Summa virium est ad vim gravitatis ut 1 ad 12868200. Et quoniam vis eadem eundem ciet motum, sive ea deprimat Aquam in regionibus quæ 90 gradibus distant à Sole, sive elevet eandem in regionibus sub Sole & Soli oppositis, hæc summa erit tota Solis vis ad Mare agitandum; & eundem habebit effectum ac si tota in regionibus sub Sole & Soli oppositis Mare elevarer, in regionibus autem quæ 90 gradibus distant a Sole nil ageret.

Hæc est vis Solis ad Mare ciendum in loco quovis dato, ubi Sol tam in vertice loci versatur quam in mediocri sua distantia a Terra. In aliis Solis positionibus vis ad Mare attollendum, est ut sinus versus duplæ altitudinis Solis supra horizontem loci directæ & cubus distantiae Solis a Terra inverse.

*Corol.* Cum vis centrifuga partium Terræ a diurno Terræ motu oriunda, quæ est ad vim gravitatis ut 1 ad 289, efficiat ut alti <427> tudo Aquæ sub Æquatore superet ejus altitudinem sub Polis mensura pedum Parisiensium 85820; vis Solaris, de qua egimus, cum sit ad vim gravitatis ut 1 ad 12868200, atque adeo ad vim illam centrifugam ut 289 ad 12868200 seu 1 ad 44527, efficiet ut altitudo Aquæ in regionibus sub Sole & Soli oppositis superet altitudinem ejus in locis quæ 90 gradibus distant a Sole, mensura tantum pedis unius Parisiensis & digitorum undecim cum octava parte digiti. Est enim hæc mensura ad mensuram pedum 85820 ut 1 ad 44527.

### PROPOSITIO XXXVII. PROBLEMA XVIII

*Invenire vim Lunæ ad Mare movendum*

Vis Lunæ ad Mare movendum colligenda est ex ejus proportione ad vim Solis, & hæc proportio colligenda ex proportione motuum Maris, qui ab his viribus oriuntur. Ante ostium fluvii *Avonæ* ad lapidem tertium infra *Bristoliam*, tempore verno & autumnali totus Aquæ ascensus in Conjunctione & Oppositione Luminarium (observante *Samuele Sturmio*) est pedum plus minus 45, in Quadraturis autem est pedum tantum 25. Altitudo prior ex summa virium, posterior ex earundem differentia oritur. Solis igitur & Lunæ in Equatore versantium & mediocriter a Terra distantium sunt vires *S* & *L*. & erit  $L + S$  ad  $L - S$  ut 45 ad 25. seu 9 ad 5.

In Portu *Plymuthi* *Æstus maris* (ex observatione *Samuelis Colepressi*) ad pedes plus minus sexdecim altitudine mediocri attollitur, ac tempore verno & autumnali altitudo *Æstus* in Syzygiis superare potest altitudinem ejus in Quadraturis, pedibus plus septem vel octo. Si maxima harum altitudinum differentia sit pedum novem, erit  $L + S$  ad  $L - S$  ut  $20\frac{1}{2}$  ad  $11\frac{1}{2}$  seu 41 ad 23. Quæ proportio satis congruit cum priore. Ob magnitudinem *Æstus* in portu *Bistolæ*, observationibus *Sturmii* magis fidendum esse videtur, ideoque donec aliquid certius constiterit, proportionem 9 ad 5 usurpabimus.

Cæterum ob aquarum reciprocos motus, Æstus maximi non incidunt in ipsas Luminarium Syzygias, sed sunt tertii a Syzygiis ut dictum fuit, seu proxime sequuntur tertium Lunæ post Syzygias appulsus ad meridianum loci, vel potius (ut a *Sturmio* notatur) sunt tertii post diem novilunii vel plenilunii, seu post hoc <428> ram a novilunio vel plenilunio plus minus duodecimam, adeoque incidunt in horam a novilunio vel plenilunio plus minus quadragesimam tertiam. Incidunt vero in hoc portu in horam septimam circiter ab appulsu Lunæ ad meridianum loci; ideoque proxime sequuntur appulsus Lunæ ad meridianum, ubi Luna distat a Sole vel ab oppositione Solis gradibus plus minus octodecim vel novendecim in consequentia. Æstas & Hyems maxime vigent, non in ipsis Solstitiis, sed ubi Sol distat a Solstitiis decima circiter parte totius circuitus, seu gradibus plus minus 36 vel 37. Et similiter maximus Æstus maris oritur ab appulsu Lunæ ad meridianum loci, ubi Luna distat a Sole decima circiter parte motus totius ab Æstu ad Æstum. Sit distantia illa graduum plus minus  $18\frac{1}{2}$ . Et vis Solis in hac distantia Lunæ a Syzygiis & Quadraturis, minor erit ad augendum & ad minuendum motum maris a vi Lunæ oriundum, quam in ipsis Syzygiis & Quadraturis, in ratione radii ad sinum complementi distantiae hujus duplicatæ seu anguli graduum 37, hoc est, in ratione 10000000 ad 7986355. Ideoque in analogia superiore pro S scribi debet 0,7986355S.

Sed & vis Lunæ in Quadraturis, ob declinationem Lunæ ab Æquatore, diminui debet. Nam Luna in Quadraturis, vel potius in gradu  $18\frac{1}{2}$  post Quadraturas, in declinatione graduum plus minus 22. 13' versatur. Et Luminaris ab Æquatore declinantis vis ad Mare movendum diminuitur in duplicata ratione sinus complementi declinationis quamproxime. Et propterea vis Lunæ in his Quadraturis est tantum 0,8570327L. Est igitur L + 0,7986355S ad 0,8570327L – 0,7986355S ut 9 ad 5.

Præterea diametri Orbis in quo Luna absque Eccentricitate moveri deberet, sunt ad invicem ut 69 ad 70; ideoque distantia Lunæ a Terra in Syzygiis est ad distantiam ejus in Quadraturis, ut 69 ad 70, cæteris paribus. Et distantia ejus in gradu  $18\frac{1}{2}$  a Syzygiis ubi Æstus maximus generatur, & in gradu  $18\frac{1}{2}$  a Quadraturis ubi Æstus minimus generatur, sunt ad mediocrem ejus distantiam, ut 69,098747 & 69,897345 ad  $69\frac{1}{2}$ . Vires autem Lunæ ad Mare movendum sunt in triplicata ratione distantiarum inverse, ideoque vires in maxima & minima harum distantiarum sunt ad vim in mediocri distantia, ut 0,9830427 & 1,017522 ad 1. Unde fit  $1,017522L + 0,7986355S$  ad  $0,9830427 \times 0,8570327L - 0,7986355S$  ut 9 ad 5. Et S ad L ut 1 ad 4,4815. Itaque cum vis Solis sit ad vim gravitatis ut 1 ad 12868200, vis Lunæ erit ad vim gravitatis ut 1 ad 2871400.

<429>

*Corol. 1.* Cum Aqua vi Solis agitata ascendat ad altitudinem pedis unius & undecim digitorum cum octava parte digiti, eadem vi Lunæ ascendet ad altitudinem octo pedum & digitorum octo, & vi utraque ad altitudinem pedum decem cum semisse, & ubi Luna est in Perigæo ad altitudinem pedum duodecim cum semisse & ultra, præsertim ubi Æstus ventis spirantibus adjuvatur. Tanta autem vis ad omnes Maris motus excitandos abunde sufficit, & quantitati motuum probe respondet. Nam in maribus quæ ab Oriente in Occidentem late patent, uti in Mari *Pacífico*, & Maris *Atlantici* & *Æthiopici* partibus extra Tropicos, aqua attolli solet ad altitudinem pedum sex, novem, duodecim vel quindecim. In Mari autem *Pacífico*, quod profundius est & latius patet, Æstus dicuntur esse majores quam in *Atlantico* & *Æthiopico*. Etenim ut plenus sit Æstus, latitudo Maris ab Oriente in Occidentem non minor esse debet quàm graduum nonaginta. In Mari *Æthiopico*, ascensus aquæ intra Tropicos minor est quam in Zonis temperatis, propter angustiam Maris inter *Africam* & Australem partem *Americæ*. In medio Mari aqua nequit ascendere, nisi ad littus utrumque & orientale & occidentale simul descendat: cum tamen vicibus alternis ad littora illa in Maribus nostris angustis descendere debeat. Ea de causa fluxus & refluxus in Insulis, quæ à littoribus longissime absunt, perexiguus esse solet. In Portubus quibusdam, ubi aqua cum impetu magno per loca vadosa, ad Sinus alternis vicibus implendos & evacuandos, influere & effluere cogitur, fluxus & refluxus debent esse solito majores, uti ad *Plymuthum* & pontem *Chepstowæ* in *Anglia*; ad montes S. *Michælis* & urbem *Abrincatuorum* (vulgo *Auranches*) in *Normania*; ad *Cambaïam* & *Pegu* in *India* orientali. His in locis mare, magna cum velocitate accedendo & recedendo, littora nunc inundat nunc arida relinquit ad multa milliaria. Neque impetus influendi & remeandi prius frangi potest, quam aqua attollitur vel deprimitur ad pedes 30, 40, vel 50 & amplius. Et par est ratio fretorum oblongorum & vadosorum, uti *Magellanicis* & ejus quo *Anglia* circumdatur. Æstus in hujusmodi portubus & fretis, per impetum cursus & recursus supra modum augetur. Ad littora, vero quæ descensu præcipiti ad mare profundum & apertum spectant, ubi aqua sine impetu effluendi & remeandi attolli & subsidere potest, magnitudo Æstus respondet viribus Solis & Lunæ.

<430>

*Corol. 2.* Cum vis Lunæ ad Mare movendum, sit ad vim gravitatis ut 1 ad 2871400, perspicuum est quod vis illa sit longe minor quam quæ vel in experimentis Pendulorum, vel in Staticis aut Hydrostaticis quibuscunque sentiri possit. In Æstu solo marino hæc vis sensibilem edit effectum.

*Corol. 3.* Quoniam vis Lunæ ad Mare movendum, est ad Solis vim consimilem ut 4,4815 ad 1, & vires illæ (per Corol. 14. Prop. LXVI. Lib. I.) sunt ut densitates corporum Lunæ & Solis & cubi diametrorum apparentium conjunctim; densitas Lunæ erit ad densitatem Solis, ut 4,4815 ad 1 directe & cubus diametri Lunæ ad cubum diametri Solis inverse: id est (cum diametri mediocres apparentes Lunæ & Solis sint 31'.  $16\frac{1}{2}$ " & 32'. 12".) ut 4891 ad 1000. Densitas autem Solis erat ad densitatem Terræ ut 100 ad 396; & propterea densitas Lunæ est ad densitatem Terræ, ut 4891 ad 3960 seu 21 ad 17. Est igitur corpus Lunæ densius & magis terrestre quam Terra nostra.

*Corol. 4.* Et cum vera diameter Lunæ (ex Observationibus Astronomicis) sit ad veram diametrum Terræ, ut 100 ad 365; erit massa Lunæ ad massam Terræ ut 1 ad 39,371

*Corol. 5.* Et gravitas acceleratrix in superficie Lunæ, erit quasi tripla minor quam gravitas acceleratrix in superficie Terræ.

*Corol. 6.* Et distantia centri Lunæ a centro Terræ, erit ad distantiam centri Lunæ a communi gravitatis centro Terræ & Lunæ, ut 40,371 ad 39,371.

*Corol. 7.* Et mediocris distantia centri Lunæ a centro Terræ, erit semidiametrorum maximarum Terræ  $60\frac{1}{4}$  quamproxime. Nam semidiameter maxima Terræ fuit pedum Parisiensium 19767630, & mediocris distantia centrorum Terræ & Lunæ ex hujusmodi semidiametris  $60\frac{1}{4}$  constans, æqualis est pedibus 1190999707. Et hæc distantia (per Corollarium superius) est ad distantiam centri Lunæ a communi gravitatis centro Terræ & Lunæ, ut 40,371 ad 39,371, quæ proinde est pedum 1161498340. Et cum Luna revolvatur respectu Fixarum, diebus 27, horis 7 & minutis primis  $43\frac{1}{5}$ ; sinus versus anguli quem Luna, tempore minuti unius primi motu suo medio, circa commune gravitatis centrum Terræ & Lunæ describit, est 1275235, existente radio 100,000000,000000. Et ut radius est ad hunc sinum versum, ita sunt pedes 1161498340 ad pedes 14,811833. Luna igitur vi illa qua retinetur in Orbe, cadendo in Terram, tempore minuti unius primi describet pedes 14,811833. Et si hæc vis augeatur in ratione  $177\frac{29}{40}$  ad  $178\frac{29}{40}$ , hæc <431> bebitur vis tota gravitatis in Orbe Lunæ, per Corol. Prop. III. Et hac vi Luna cadendo, tempore minuti unius primi describere deberet pedes 14,89517. Et ad sexagesimam partem hujus distantia, id est, ad distantiam pedum 19849995 a centro Terræ, corpus grave cadendo, tempore minuti unius secundi describere deberet etiam pedes 14,89517. Diminuatür hæc distantia in subduplicata ratione pedum 14,89517 ad pedes 15,12028, & habebitur distantia pedum 19701678 a qua grave cadendo, eodem tempore minuti unius secundi describet pedes 15,12028, id est, pedes 15, dig. 1, lin. 5,32. Et hac vi gravia cadunt in superficie Terræ, in Latitudine urbis *Lutetiæ Parisiorum*, ut supra ostensum est. Est autem distantia pedum 19701678 paulo minor quam semidiameter globi huic Terræ æqualis, & paulo major quam Terræ hujus semidiameter mediocris, ut oportet. Sed differentia sunt insensibiles. Et propterea vis qua Luna retinetur in Orbe suo, ad distantiam maximarum Terræ semidiametrorum  $60\frac{1}{4}$ , ea est quam vis Gravitatis in superficie Terræ requirit.

*Corol. 8.* Distantia mediocris centrorum Terræ & Lunæ, est mediocrium Terræ semidiametrorum  $60\frac{1}{2}$  quamproxime. Nam semidiameter mediocris, quæ erat pedum 19688725, est ad semidiametrum maximam pedum 19767630, ut  $60\frac{1}{4}$  ad  $60\frac{1}{2}$  quamproxime.

In his computationibus Attractionem magneticam Terræ non consideravimus, cujus utique quantitas perparva est & ignoratur. Siquando vero hæc Attractio investigari poterit, & mensuræ graduum in Meridiano, ac longitudes Pendulorum isochronorum in diversis parallelis, legesque motuum Maris, & parallaxis Lunæ cum diametris apparentibus Solis & Lunæ ex Phænomenis accuratius determinatæ fuerint: licebit calculum hunc omnem accuratius repetere.

## PROPOSITIO XXXVIII. PROBLEMA XIX.

*Invenire Figuram corporis Lunæ.*

Si corpus Lunare fluidum esset ad instar Maris nostri, vis Terræ ad fluidum illud in partibus & citimis & ultimis elevandum, esset ad vim Lunæ, qua mare nostrum in partibus & sub Luna & Lunæ oppositis attollitur, ut gravitas acceleratrix Lunæ in Terram ad gravitatem acceleratricem Terræ in Lunam & diameter Lunæ ad <432> diametrum Terræ conjunctim; id est, ut 39,371 ad 1 & 100 ad 365 conjunctim, seu 1079 ad 100. Unde cum Mare nostrum vi Lunæ attollatur ad pedes  $8\frac{2}{3}$ , fluidum Lunare vi Terræ attolli deberet ad pedes  $93\frac{1}{2}$ . Eaque de causa Figura Lunæ Sphærois esset, cujus maxima diameter producta transiret per centrum Terræ, & superaret diametros perpendiculares excessu pedum 187. Talem igitur Figuram Luna affectat, eamque sub initio induere debuit. *Q.E.I.*

*Corol.* Inde vero fit ut eadem semper Lunæ facies in Terram obvertatur. In alio enim situ corpus Lunare quiescere non potest, sed ad hunc situm oscillando semper redibit. Attamen oscillationes, ob parvitatem virium agitantium, essent longè tardissimæ: adeo ut facies illa, quæ Terram semper respicere deberet, possit alterum orbis Lunaris umbilicum, ob rationem in Prop. XVII. allatam respicere, neque statim abinde retrahi & in Terram converti.

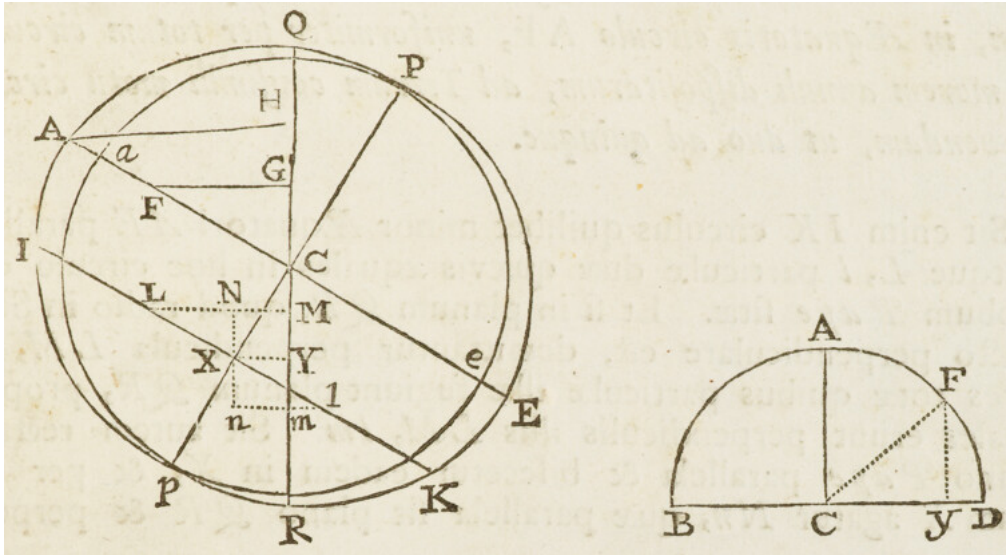
## LEMMA I.

*Si APep Terram designet uniformiter densam, centroque C & Polis P, p & Æquatore AE delineatam; & si centro C radio CP describi intelligatur Sphæra Pape; sit autem QR planum, cui recta a centro Solis ad centrum Terræ ducta normaliter insistit; & Terræ totius exterioris PapAPepE, quæ Sphærâ modo descripta altior est,*



particulæ singulæ conentur recedere hinc inde a plano QR, sitque conatus particulæ cujusque ut ejusdem distantia a plano: Dico primo, quod tota particularum omnium, in Æquatoris circulo AE, extra globum uniformiter per totum circuitum in morem annuli dispositarum, vis & efficacia ad Terram circum centrum ejus rotandam, sit ad totam particularum totidem in Æquatoris punto A, quod a plano QR maxime distat, consistentium vim & efficaciam, ad Terram consimili motu circulari circum centrum ejus movendam, ut unum ad duo. Et motus iste circularis circum axem, in communi sectione Æquatoris & plani QR jacentem, peragetur.

Nam centro C diametro BD describatur semicirculus BAFDC. Dividi intelligatur semicircumferentia BAD in <433> partes innumeras æquales, & a partibus singulis F ad diametrum BD demittantur sinus FY. Et summa quadratorum ex sinibus omnibus FY æqualis erit summæ quadratorum ex sinibus CY, & summa utraque æqualis erit summæ quadratorum ex totidem semidiametris CF; adeoque summa quadratorum ex omnibus FY, erit duplo minor quam summa quadratorum ex totidem semidiametris CF



Jam dividatur perimeter circuli AE in particulas totidem æquales, & ab earum unaquaque F ad planum QR demittatur perpendicularum FG, ut & a puncto A perpendicularum AH. Et vis qua particula F recedit a plano QR, erit ut perpendicularum illud FG per hypothesin, & hæc vis ducta in distantiam CG, erit efficacia particulæ F ad Terram circum centrum ejus convertendam. Adeoque efficacia particulæ in loco F, erit ad efficaciam particulæ in loco A, ut  $FG \times GC$  ad  $AH \times HC$ , hoc est, ut  $FCq$  ad  $ACq$ ; & propterea efficacia tota particularum omnium in locis suis F, erit ad efficaciam particularum totidem in loco A, ut summa omnium  $FCq$  ad summam totidem  $ACq$ , hoc est, (per jam demonstrata) ut unum ad duo. Q.E.D.

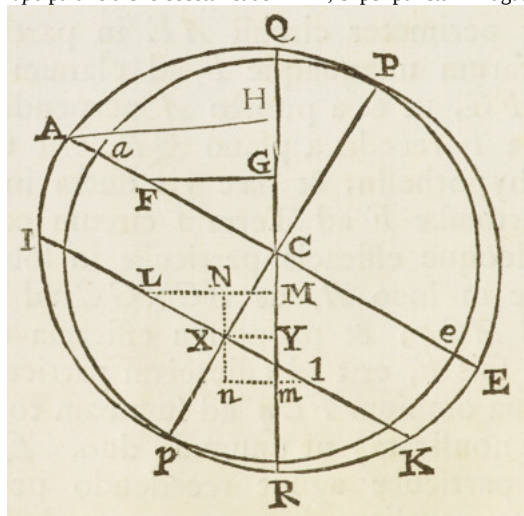
Et quoniam particulæ agunt recedendo perpendiculariter a plano QR, idque æqualiter ab utraque parte hujus plani: eæden convertent circumferentiam circuli Æquatoris, eique inhærentem Terram, circum axem tam in plano illo QR quam in plano Æquatoris jacentem.

<434>

#### LEMMA II.

Iisdem positis: Dico secundo quod vis & efficacia tota particularum omnium extra globum undique sitarum, ad Terram circum axem eundem rotandam, sit ad vim totam particularum totidem, in Æquatoris circulo AE, uniformiter per totum circuitum in morem annuli dispositarum, ad Terram consimili motu circulari movendam, ut duo ad quinque.

Sit enim IK circulus quilibet minor Æquatori AE parallelus, sintque L, l particulæ duæ quævis æquales in hoc circulo extra globum Pape sitæ. Et si in planum QR, quod radio in Solem ducto perpendicularare est, demittantur perpendiculara LM, lm: vires totæ quibus particulæ illæ fugiunt planum QR, proportionales erunt perpendicularis illis LM, lm. Sit autem recta Ll plano Pape parallela & bisecetur eadem in X, & per punctum X agatur Nn, quæ parallela sit plano QR & perpendicularis



LM, lm occurrat in N ac n, & in planum QR demittatur perpendicularum XY. Et particularum L & l vires contrariæ, ad Terram in contrarias partes rotandam, sunt ut  $LM \times MC$  &  $lm \times mC$ , hoc est, ut  $LN \times MC + NM \times MC$  &  $ln \times mC - nm \times mC$ , seu  $LN \times MC + NM \times MC$  &  $LN \times mC$  <435>  $- NM \times mC$ : & harum differentia  $LN \times Mm - NM \times MC + mC$ , est vis particularum ambarum simul sumptarum ad Terram rotandam. Hujus differentię pars affirmativa  $LN \times Mm$  seu  $2LN \times NX$ , est ad particularum duarum ejusdem magnitudinis in A consistentium vim  $2AH \times HC$ , ut  $LXq$  ad  $ACq$ . Et pars negativa  $NM \times MC + mC$  seu  $2XY \times CY$ , ad particularum earundem in A consistentium vim  $2AH \times HC$ , ut  $CXq$  ad  $ACq$ . Ac proinde partium differentia, id est, particularum duarum L & l simul sumptarum vis ad Terram rotandam, est ad vim particularum duarum iisdem æqualium & in loco A consistentium, ad Terram itidem rotandam, ut  $LXq - CXq$  ad  $ACq$ . Sed si circuli IK circumferentia IK dividatur in particulas innumeras æquales L, erunt omnes  $LXq$  ad totidem  $IXq$  ut 1 ad 2, (per Lem I.) atque ad totidem  $ACq$ , ut  $IXq$  ad  $2ACq$ ; & totidem  $CXq$  ad totidem  $ACq$  ut  $2CXq$  ad  $2ACq$ . Quare vires conjunctæ particularum omnium in circuitu circuli IK, sunt ad vires conjunctas particularum totidem in loco A, ut  $IXq - 2CXq$  ad  $2ACq$ : & propterea (per Lem. I.) ad vires conjunctas particularum totidem in circuitu circuli AE, ut  $IXq - 2CXq$  ad  $ACq$ .



Jam vero si Sphæræ diameter  $Pp$  dividatur in partes innumeras æquales, quibus insistant circuli totidem  $IK$ ; materia in perimetro circuli cujusque  $IK$  erit ut  $IXq$ : ideoque vis materiæ illius ad Terram rotandam, erit ut  $IXq$  in  $IXq - 2CXq$ . Et vis materiæ ejusdem, si in circuli  $AE$  perimetro consisteret, esset ut  $IXq$  in  $ACq$ . Et propterea vis particularum omnium materiæ totius, extra globum in perimetris circularum omnium consistentis, est ad vim particularum totidem in perimetro circuli maximi  $AE$  consistentis, ut omnia  $IXq$  in  $IXq - 2CXq$  ad totidem  $IXq$  in  $ACq$ , hoc est, ut omnia  $ACq - CXq$  in  $ACq - 3CXq$  ad totidem  $ACq - CXq$  in  $ACq$ , id est, ut omnia  $ACq - 4ACq \times CXq + 3CXq$  ad totidem  $ACq - ACq \times CXq$ , hoc est, ut tota quantitas fluens cujus fluxio est  $ACq - 4ACq \times CXq + 3CXq$ , ad totam quantitatem fluentem cujus fluxio est  $ACq - ACq \times CXq$ ; ac proinde per Methodum Fluxionum, ut  $ACq \times CX - \frac{4}{3}ACq \times CX^{cub} + \frac{3}{5}CXq$  ad  $ACq \times CX - \frac{1}{3}ACq \times CX^{cub}$ , id est, si pro  $CX$  scribatur tota  $Cp$  vel  $AC$ , ut  $\frac{4}{15}ACq$  ad  $\frac{2}{3}ACq$ , hoc est, ut duo ad quinque.  $Q. E. D.$

<436>

#### LEMMA III.

*Iisdem positis: Dico tertio quod motus Terræ totius circum axem jam ante descriptum, ex motibus particularum omnium compositus, erit ad motum annuli prædicti circum axem eundem, in ratione quæ componitur ex ratione materiæ in Terra ad materiam in annulo, & ratione trium quadratorum ex arcu quadrantali circuli cujusunque ad duo quadrata ex diametro; id est, in ratione materiæ ad materiam & numeri 925275 ad numerum 1000000.*

Est enim motus Cylindri circum axem suum immotum revolvētis, ad motum Sphæræ inscriptæ & simul revolvētis, ut quælibet quatuor æqualia quadrata ad tres ex circulis sibi inscriptis: & motus Cylindri ad motum annuli tenuissimi, Sphæram & Cylindrum ad communem eorum contactum ambientis, ut duplum materiæ in Cylindro ad triplum materiæ in annulo; & annuli motus iste circum axem Cylindri uniformiter continuatus, ad ejusdem motum uniformem circum diametrum propriam, eodem tempore periodico factum, ut circumferentia circuli ad duplum diametri.

#### HYPOTHESIS II.

*Si annulus prædictus Terra omni reliqua sublata, solus in Orbe Terræ, motu annuo circa Solem ferretur, & interea circa axem suum, ad planum Eclipticæ in angulo graduum  $23\frac{1}{2}$  inclinatum, motu diurno revolveretur: idem foret motus Punctorum Æquinoctialium sive annulus iste fluidus esset, sive is ex materia rigida & firma constaret.*

<437>

#### PROPOSITIO XXXIX. PROBLEMA XX.

*Invenire Præcessionem Æquinoctiorum.*

Motus mediocris horarius Nodorum Lunæ in Orbe circulari, ubi Nodi sunt in Quadraturis, erat  $16''$ .  $35'''$ .  $16^{iv}$ .  $36^v$ . & hujus dimidium  $8'$ .  $17'''$ .  $38^{iv}$ .  $18^v$ . (ob rationes supra explicas) est motus medius horarius Nodorum in tali Orbe; fitque anno toto sidereo  $208^f$ .  $11'$ .  $46''$ . Quoniam igitur Nodi Lunæ in tali Orbe conficerent annuatim  $208^f$ .  $11'$ .  $46''$ . in antecedentia; & si plures essent Lunæ motus Nodorum cujusque, per Corol. 16. Prop. LXVI. Lib. I. forent ut tempora periodica; si Luna spatio diei siderei juxta superficiem Terræ revolveretur, motus annuus Nodorum foret ad  $208^f$ .  $11'$ .  $46''$ . ut dies sidereus horarum 23. 56'. ad tempus periodicum Lunæ dierum 27. 7 hor. 43'; id est, ut 1436' ad 39343'. Et par est ratio Nodorum annuli Lunarum Terram ambientis; sive Lunæ illæ se mutuo non contingant, sive liquescant & in annulum continuum formentur, sive denique annulus ille rigescat & inflexibilis reddatur.

Fingamus igitur quod annulus iste, quoad quantitatem materiæ, æqualis sit Terræ omni *PapAPepE* quæ globo *Pape* superior est; (*Vid. Fig. pag. 434.*) & quoniam globus iste est ad Terram illam superiorem ut *aCqu.* ad *ACqu.* — *aCqu.* id est (cum Terræ diameter minor *PC* vel *aC* sit ad diametrum majorem *AC* ut 229 ad 230,) ut 52441 ad 459; si annulus iste Terram secundum Æquatorem cingeret & uterque simul circa diametrum annuli revolveretur, motus annuli esset ad motum globi interioris (per hujus Lem. III.) ut 459 ad 52441 & 1000000 ad 925275 conjunctim, hoc est, ut 4590 ad 485223; ideoque motus annuli esset ad summam motuum annuli ac globi, ut 4590 ad 489813. Unde si annulus globo adhæreat, & motum suum quo ipsius Nodi seu puncta Æquinoctialia regrediuntur, cum globo communicet: motus qui restabit in annulo erit ad ipsius motum priorem, ut 4590 ad 489813; & propterea motus punctorum Æquinoctialium diminuetur in eadem ratione. Erit igitur motus annuus punctorum Æquinoctialium corporis ex annulo & globo compositi, ad motum <438>  $208^f$ .  $11'$ .  $46''$ , ut 1436 ad 39343 & 4590 ad 489813 conjunctim, id est, ut 100 ad 292369. Vires autem quibus Nodi Lunarum (ut supra explicui) atque adeo quibus puncta Æquinoctialia annuli regrediuntur (id est vires *3IT*, in *Fig. pag. 403* & *404*) sunt in singulis particulis ut distantia particularum à plano *QR*, & his viribus particulæ illæ planum fugiunt; & propterea (per Lem. II.) si materia annuli per totam globi superficiem, in morem figuræ *PapAPepE*, ad superiorem illam Terræ partem constituendam spargeretur, vis & efficacia tota particularum omnium ad Terram circa quamvis Æquatoris diametrum rotandam, atque adeo ad movenda puncta Æquinoctialia, evaderet minor quam prius in ratione 2 ad 5. Ideoque annuus Æquinoctiorum regressus jam esset ad  $208^f$ .  $11'$ .  $46''$ , ut 10 ad 73092: ac proinde fieret  $9''$ .  $56'''$ .  $50^{iv}$ .

Cæterum hic motus, ob inclinationem plani Æquatoris ad planum Eclipticæ, minuendus est, idque in ratione sinus 91706 (qui sinus est complementi graduum  $23\frac{1}{2}$ ) ad Radium 100000. Qua ratione motus iste jam fiet  $9''$ .  $7'''$ .  $20^{iv}$ . Hæc est annua Præcessio Æquinoctiorum a vi Solis oriunda.

Vis autem Lunæ ad Mare movendum erat ad vim Solis, ut 4,4815 ad 1 circiter. Et vis Lunæ ad Æquinoctia movenda, est ad vim Solis in eadem proportionem. Indeque prodit annua Æquinoctiorum Præcessio a vi Lunæ oriunda  $40''$ .  $52'''$ .  $52^{iv}$ ; ac tota Præcessio annua a vi utraque oriunda  $50''$ .  $00'''$ .  $12^{iv}$ . Et hic motus cum Phænomenis congruit. Nam Præcessio Æquinoctiorum ex Observationibus Astronomicis est minorum secundorum plus minus quinquaginta.

Si altitudo Terræ ad Æquatorem superet altitudinem ejus ad Polos, milliariibus pluribus quam  $17\frac{1}{6}$ , materia ejus rarior erit ad circumferentiam quam ad centrum: & Præcessio Æquinoctiorum ob altitudinem illam augeri, ob raritatem diminui debet.

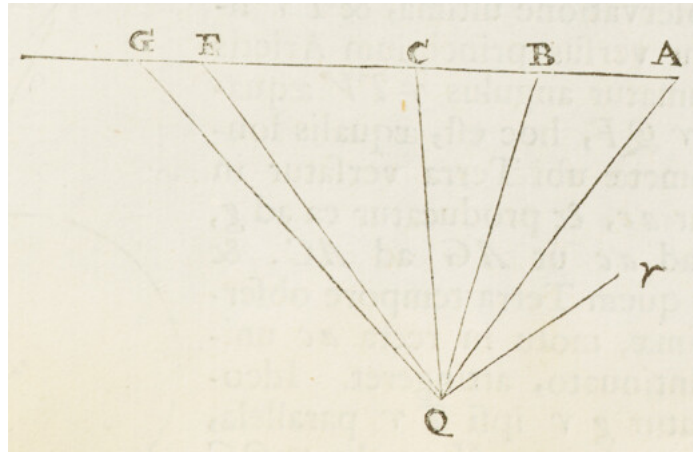
Descripsimus jam Systema Solis, Terræ, Lunæ, & Planetarum: superest ut de Cometis nonnulla adjiciantur.

<439>

#### LEMMA IV.

*Cometas esse Luna superiores & in regione Planetarum versari.*

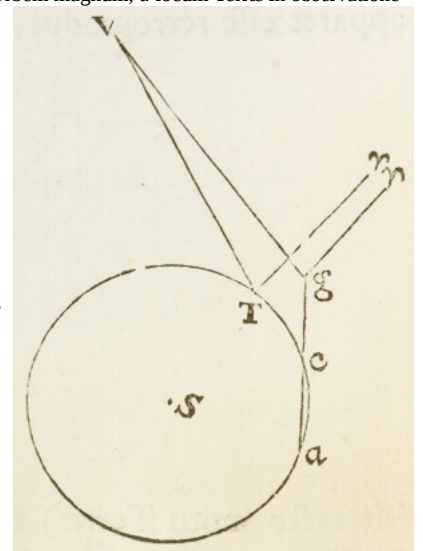
Ut defectus Parallaxeos diurnæ extulit Cometas supra regiones sublunares, sic ex Parallaxi annua convincitur eorum descensus in regiones Planetarum. Nam Cometæ qui progrediuntur secundum ordinem signorum sunt omnes, sub exitu apparitionis, aut solito tardiores aut retrogradi, si Terra est inter ipsos & Solem; at justo celeriores si Terra vergit ad oppositionem. Et e contra, qui pergunt contra ordinem signorum sunt justo celeriores in fine apparitionis, si Terra versatur inter ipsos & Solem; & justo tardiores vel retrogradi si Terra sita est ad contrarias partes. Contingit hoc maxime ex motu Terræ in vario ipsius fitu, perinde ut fit in Planetis, qui, pro motu Terræ vel conspirante vel contrario, nunc retrogradi sunt, nunc tardius progredi videntur, nunc vero celerius. Si Terra pergat ad eandem partem cum Cometa, & motu angulari circa Solem tanto celerius fertur, ut recta per Terram & Cometam perpetuo ducta convergat ad partes ultra Cometam, Cometa e Terra spectatus, ob motum suum tardiozem, apparet esse retrogradus; sin Terra tardius fertur, motus Cometæ,



(detracto motu Terræ) fit saltem tardior. At si Terra pergit in contrarias partes, Cometa exinde velocior apparet. Ex acceleratione autem vel retardatione vel motu retrogrado distantia Cometæ in hunc modum colligitur. Sunt  $\gamma QA$ ,  $\gamma QB$ ,  $\gamma QC$  observatæ tres longitudines Cometæ, sub initio motus, sitque  $\gamma QF$  longitudo ultimo observata, ubi Cometa videri desinit. <440> Agatur recta  $ABC$ , cujus partes  $AB$ ,  $BC$  rectis  $QA$  &  $QB$ ,  $QB$  &  $QC$  interjectæ, sint ad invicem ut tempora inter observationes tres primas. Producat  $AC$  ad  $G$ , ut sit  $AG$  ad  $AB$  ut tempus inter observationem primam & ultimam, ad tempus inter observationem primam & secundam, & jungatur  $QG$ . Et si Cometa moveretur uniformiter in linea recta, atque Terra vel quiesceret, vel etiam in linea recta, uniformi cum motu, progredieretur; foret angulus  $\gamma QG$  longitudo Cometæ tempore Observationis ultimæ. Angulus igitur  $FQG$ , qui longitudinum differentia est, oritur ab inæqualitate motuum Cometæ ac Terræ. Hic autem angulus, si Terra & Cometa in contrarias partes moventur, additur angulo  $\gamma QG$ , & sic motum apparentem Cometæ velociorem reddit: Sin Cometa pergit in easdem partes cum Terra, eidem subducitur, motumque Cometæ vel tardiolem reddit, vel forte retrogradum; uti modo exposui. Oritur igitur hic angulus præcipue ex motu Terræ, & idcirco pro parallaxi Cometæ merito habendus est, neglecto videlicet ejus incremento vel decremento nonnullo, quod a Cometæ motu inæquabili in Orbe proprio oriri possit. Distantia vero Cometæ ex hac parallaxi sic colligitur. Designet  $S$  Solem,  $acT$  Orbem magnum,  $a$  locum Terræ in observatione prima,  $c$  locum Terræ in observatione tertia,  $T$  locum Terræ in observatione ultima, &  $Ty$  lineam rectam versus principium Arietis ductam. Sumatur angulus  $\gamma TV$  æqualis angulo  $\gamma QF$ , hoc est, æqualis longitudini Cometæ ubi Terra versatur in  $T$ . Jungatur  $ac$ , & producat  $ea$  ad  $g$ , ut sit  $ag$  ad  $ac$  ut  $AG$  ad  $AC$ , & erit  $g$  locus quem Terra tempore observationis ultimæ, motu in recta  $ac$  uniformiter continuato, attingeret. Ideoque si ducatur  $gy$  ipsi  $Ty$  parallela, & capiatur angulus  $\gamma gV$  angulo  $\gamma QG$  æqualis, erit hic angulus  $\gamma gV$  æqualis longitudini Cometæ e loco  $g$  spectati; & angulus  $Tvg$  parallaxis erit, quæ oritur a translatione Terræ de loco  $g$  in locum  $T$ : ac proinde  $V$  locus erit Cometæ in plano Eclipticæ. Hic autem locus  $V$  Orbe Jovis inferior esse solet.

<441>

Idem colligitur ex curvatura viæ Cometarum. Pergunt hæc corpora propemodum in circulis maximis quamdiu moventur celerius; at in fine cursus, ubi motus apparentis pars illa quæ à parallaxi oritur, majorem habet proportionem ad motum totum apparentem, deflectere solent ab his circulis, & quoties Terra movetur in unam partem, abire in partem contrariam. Oritur hæc deflexio maxime ex Parallaxi, propterea quod respondet motui Terræ; & insignis ejus quantitas, meo computo, collocavit disparentes Cometæ satis longe infra Jovem. Unde consequens est quod in Perigæis & Periheliis, ubi propius adsunt, descendunt sæpius infra orbem Martis & inferiorum Planetarum.



Confirmatur etiam propinquitas Cometarum ex luce capitem. Nam corporis cœlestis a Sole illustrati & in regiones longinquas abeuntis, diminuitur splendor in quadruplicata ratione distantie: in duplicata ratione videlicet ob auctam corporis distantiam a Sole, & in alia duplicata ratione ob diminutam diametrum apparentem. Unde si detur & lucis quantitas & apparens diameter Cometæ, dabitur distantia, dicendo quod distantia sit ad distantiam Planetæ, in ratione diametri ad diametrum directæ & ratione subduplicata lucis ad lucem inverse. Sic minima capillitii Cometæ anni 1682 diameter, per Tubum opticum sexdecim pedum a *Flamstedio* observata & Micrometro mensurata, æquabat 2'. 0". Nucleus autem seu stella in medio capitis vix decimam partem latitudinis hujus occupabat, adeoque lata erat tantum 11" vel 12". Luce vero & claritate capitis superabat caput Cometæ anni 1680, stellasque primæ vel secundæ magnitudinis æmulabatur. Ponamus Saturnum cum annulo suo quasi quadruplo lucidiorem fuisse: & quoniam lux annuli propemodum æquabat lucem globi intermedi, & diameter apparens globi sit quasi 21", adeoque lux globi & annuli conjunctim æquaret lucem globi, cujus diameter esset 30": erit distantia Cometæ ad distantiam Saturni ut 1 ad  $\sqrt{4}$  inverse, & 12" ad 30" directæ, id est, ut 24 ad 30 seu 4 ad 5. Rursus Cometa anni 1665 mense *Aprili*, ut Author est *Hevelius*, claritate sua pene Fixas omnes superabat, quinetiam ipsum Saturnum, ratione coloris videlicet longe vividioris. Quippe lucidior erat hic Cometa altero illo, qui in fine anni præcedentis apparuerat & cum stellis primæ magnitudinis conferebatur. Latitudo capillitii erat quasi 30', at nucleus cum Planetis ope Tubi optici collatus, plane minor erat Jove, & nunc minor corpore interne <442> dio Saturni, nunc ipsi æqualis judicabatur. Porro cum diametri capillitii Cometarum raro superet 8' vel 12', diameter vero nuclei seu stellæ centralis sit quasi decima vel forte decima quinta pars diametri capillitii, patet Stellas hasce ut plurimum ejusdem esse apparentis magnitudinis cum Planetis. Unde cum lux earum cum luce Saturni non raro conferri possit, eamque aliquando superet; manifestum est quod Cometæ omnes in Periheliis vel infra Saturnum collocandi sint, vel non longe supra. Errant igitur toto cœlo qui Cometæ in regionem Fixarum prope ablegant: qua certe ratione non magis illustrari deberent a Sole nostro, quam Planetæ, qui hic sunt, illustrantur a Stellis fixis.

Hæc disputavimus non considerando obscuracionem Cometarum per fumum illum maxime copiosum & crassum, quo caput circundatur, quasi per nubem obtuse semper lucens. Nam quanto obscurius redditur corpus per hunc fumum, tanto propius ad Solem accedat necesse est, ut copia lucis a se reflexa Planetas æmuletur. Inde verisimile fit Cometæ longe infra Sphæram Saturni descendere, uti ex Parallaxi probavimus. Idem vero quam maxime confirmatur ex Caudis. Hæc vel ex reflexione fumi sparsi per Æthera, vel ex luce capitis oriuntur. Priore casu minuenda est distantia Cometarum, ne fumus a capite semper ortus per spatia nimis ampla incredibili cum velocitate & expansione propagetur. In posteriore referenda est lux omnis tam caudæ quam capillitii ad nucleum capitis. Igitur si concipiamus lucem hanc omnem congregari & intra discum nuclei coarctari, nucleus ille jam certe, quoties caudam maximam & fulgentissimam emittit, Jovem ipsum splendore suo multum superabit. Minore igitur cum diametro apparente plus lucis emittens, multo magis illustrabitur a Sole, adeoque erit Soli multo propior. Quinetiam capita sub Sole delitescunt, & caudas cum maximas tum fulgentissimas instar trabium ignitarum nonnunquam emittentia, eodem argumento infra orbem Veneris collocari debent. Nam lux illa omnis si in stellam congregari supponatur, ipsam Venerem ne dicam Veneres plures conjunctas quandoque superaret.

Idem denique colligitur ex luce capitem crescente in recessu Cometarum a Terra Solem versus, ac decrescente in eorum recessu a Sole versus Terram. Sic enim Cometa posterior Anni 1665 (observante *Hevelio*,) ex quo conspici cœpit, remittebat semper <443> de motu suo apparente, adeoque præterierat Perigæum; Splendor vero capitis nihilominus indies crescebat, usque dum Cometa radiis Solaribus obtectus desiit apparere. Cometa Anni 1683, observante eodem *Hevelio*, in fine Mensis

*Julii* ubi primum conspectus est, tardissime movebatur, minuta prima 40 vel 45 circiter singulis diebus in Orbe suo conficiens. Ex eo tempore motus ejus diurnus perpetuo augebatur usque ad *Sept.* 4. quando evasit graduum quasi quinque. Igitur toto hoc tempore Cometa ad Terram appropinquabat. Id quod etiam ex diametro capitis Micrometro mensurata colligitur: quippe quam *Hevelius* reperit *Aug.* 6. esse tantum 6'. 5" inclusa coma, at *Sept.* 2. esse 9'. 7". Caput igitur initio longe minus apparuit quam in fine motus, at initio tamen in vicinia Solis longe lucidius extitit quam circa finem, ut refert idem *Hevelius*. Proinde toto hoc tempore, ob recessum ipsius a Sole, quoad lumen decrevit, non obstante accessu ad Terram. Cometa Anni 1618 circa medium Mensis *Decembris*, & iste Anni 1680 circa finem ejusdem Mensis, celerrime movebantur, adeoque tunc erant in Perigæis. Verum splendor maximus capitum contigit ante duas fere septimanas, ubi modmodo exierant de radiis Solaribus; & splendor maximus caudarum paulo ante, in majore vicinitate Solis. Caput Cometæ prioris, juxta observationes *Cysati*, *Decem.* 1. majus videbatur stellis primæ magnitudinis, & *Decemb.* 16. (jam in Perigæo existens) magnitudine parum, splendore seu claritate luminis plurimum defecerat. *Jan.* 7. *Keplerus* de capite incertus finem fecit observandi. Die 12 mensis *Decemb.* conspectum & a *Flamstedio* observatum est caput Cometæ posterioris, in distantia novem graduum a Sole; id quod stellæ tertiæ magnitudinis vix concessum fuisset. *Decemb.* 15 & 17 apparuit idem ut stella tertiæ magnitudinis, diminutum utique splendore Nubium juxta Solem occidentem. *Decemb.* 26. velocissime motus, inque Perigæo propemodum existens, cedebat ori Pegasi, Stellæ tertiæ magnitudinis. *Jan.* 3. apparebat ut Stella quartæ, *Jan.* 9. ut Stella quintæ, *Jan.* 13. ob splendorem Lunæ crescentis disparuit. *Jan.* 25. vix æquabat Stellas magnitudinis septimæ. Si sumantur æqualia a Perigæo hinc inde tempora, capita quæ temporibus illis in longinquis regionibus posita, ob æquales a Terra distantias, æqualiter lucere debuissent, in plaga Solis, maxime splenduerunt, ex altera Perigæi parte evanuerunt. Igitur ex magna lucis in utroque situ differentia, concluditur magna Solis & Cometæ vicinitas in situ priore. Nam lux Cometarum <444> regularis esse solet, & maxima apparere ubi capita velocissime moventur, atque adeo sunt in Perigæis; nisi quatenus ea major est in vicinia Solis.

*Corol.* 1. Splendent igitur Cometæ luce Solis a se reflexa.

*Corol.* 2. Ex dictis etiam intelligitur cur Cometæ tantopere frequentant regionem Solis. Si cernerentur in regionibus longe ultra Saturnum deberent sæpius apparere in partibus Soli oppositis. Forent enim Terræ viciniore qui in his partibus versarentur, & Sol interpositus obscuraret cæteros. Verum percurrendo historias Cometarum, reperi quod quadruplo vel quintuplo plures detecti sunt in Hemisphærio Solem versus, quam in Hemisphærio opposito, præter alios procul dubio non paucos quos lux Solaris obtexit. Nimirum in descensu ad regiones nostras neque caudas emittunt, neque adeo illustrantur a Sole, ut nudis oculis se prius detegendos exhibeant, quam sint ipso Jove propiores. Spatii autem tantillo intervallo circa Solem descripti pars longe major sita est a latere Terræ quod Solem respicit; inque parte illa majore Cometæ, Soli ut plurimum viciniore magis illuminari solent.

*Corol.* 3. Hinc etiam manifestum est, quod Cæli resistentia destituuntur. Nam Cometæ vias obliquas & nonnunquam cursui Planetarum contrarias secuti, moventur omnifariam liberrime, & motus suos etiam contra cursum Planetarum, diutissime conservant. Fallor ni genus Planetarum sint, & motu perpetuo in orbem redeant. Nam quod Scriptores aliqui Meteora esse volunt, argumentum a capitum perpetuis mutationibus ducentes, fundamento carere videtur. Capita Cometarum Atmosphæris ingentibus cinguntur; & Atmosphæræ inferne densiores esse debent. Unde nubes sunt, non ipsa Cometarum corpora, in quibus mutationes illæ visuntur. Sic Terra si e Planetis spectaretur, luce nubium suarum proculdubio splenderet, & corpus firmum sub nubibus prope delitesceret. Sic cingula Jovis in nubibus Planetæ illius formata est, quæ situm mutant inter se, & firmum Jovis corpus per nubes illas difficiliter cernitur. Et multo magis corpora Cometarum sub Atmosphæris & profundioribus & crassioribus abscondi debent.

<445>

## PROPOSITIO XL. THEOREMA XX.

*Cometas in Sectionibus Conicis umbilicos in centro Solis habentibus moveri, & radiis ad Solem ductis areas temporibus proportionales describere.*

Patet per *Corol.* 1. *Propos.* XIII. Libri primi, collatum cum *Prop.* VIII, XII & XIII. Libri tertii.

*Corol.* 1. Hinc si Cometæ in orbem redeunt: Orbes erunt Ellipses, & tempora periodica erunt ad tempora periodica Planetarum in axium principalium ratione sesquiplicata. Ideoque Cometæ maxima ex parte supra Planetas versantes, & eo nomine Orbes axibus majoribus describentes, tardius revolvuntur. Ut si axis Orbis Cometæ sit quadruplo major axe Orbis Saturni, tempus revolutionis Cometæ erit ad tempus revolutionis Saturni, id est, ad annos 30, ut  $4\sqrt{4}$  (seu 8) ad 1, ideoque erit annorum 240.

*Corol.* 2. Orbes autem erunt Parabolis adeo finitimi, ut eorum vice Parabolæ, absque erroribus sensibilibus adhiberi possint.

*Corol.* 3. Et propterea, per *Corol.* 7. *Prop.* XVI. Lib. I. velocitas Cometæ omnis, erit semper ad velocitatem Planetæ cujusvis circa Solem in circulo revolvantis, in subduplicata ratione duplæ distantiae Planetæ a centro Solis, ad distantiam Cometæ a centro Solis quamproxime. Ponamus radium Orbis magni, seu Ellipseos in qua Terra revolvitur semidiametrum maximam, esse partium 100000000: & Terra motu suo diurno mediocri describet partes 1720212, & motu horario partes  $71675\frac{1}{2}$ . Ideoque Cometa in eadem Telluris a Sole distantia mediocri, ea cum velocitate quæ sit ad velocitatem Telluris ut  $\sqrt{2}$  ad 1, describet motu suo diurno partes 2432747, & motu horario partes  $101364\frac{1}{2}$ . In majoribus autem vel minoribus distantiis, motus tum diurnus tum horarius erit ad hunc motum diurnum & horarium in subduplicata ratione distantiarum reciproce, ideoque datur.

*Corol.* 4. Unde si Latus rectum Parabolæ quadruplo majus sit radio Orbis magni, & quadratum radii illius ponatur esse partium 100000000: area quam Cometa radio ad Solem ducto singulis diebus describit, erit partium  $1216373\frac{1}{2}$ , & singulis horis area illa erit partium  $50682\frac{1}{4}$ . Sin latus rectum majus sit vel minus in ratione quavis, erit area diurna & horaria major vel minor in eadem ratione subduplicata.

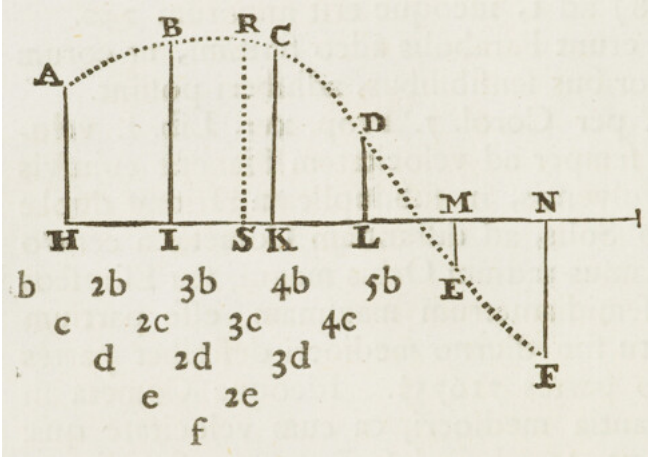
<446>

## LEMMA V.

*Invenire lineam curvam generis Parabolici, quæ per data quotcunque puncta transibit.*

Sunto puncta illa *A, B, C, D, E, F*, &c. & ab iisdem ad rectam quamvis positione datam *HN* demitte perpendiculara quotcunque *AH, BI, CK, DL, EM, FN*.

*Cas.* 1. Si punctorum *H, I, K, L, M, N* æqualia sunt intervalla *HI, IK, KL*, &c. collige perpendicularorum *AH, BI, CK* &c. differentias primas *b, 2b, 3b, 4b, 5b*, &c. secundas *c, 2c, 3c, 4c*, &c. tertias *d, 2d, 3d*, &c. id est, ita ut sit  $AH - BI = b$ ,  $BI - CK = 2b$ ,  $CK - DL = 3b$ ,  $DL + EM = 4b$ ,  $-EM + FN = 5b$ , &c. dein  $b - 2b = c$ , &c. & sic pergatur ad differentiam ultimam quæ hic est *f*. Deinde erecta quacunque perpendiculari *RS*, quæ fuerit ordinatim applicata ad curvam quæsitam: ut inveniatur hujus longitudo, pone intervalla *HI, IK, KL, LM*, &c. unitates esse, & dic  $AH = a$ ,  $-HS = p$ ,  $\frac{1}{2}p$  in  $-IS = q$ ,  $\frac{1}{3}q$  in  $+SK = r$ ,  $\frac{1}{4}r$  in  $+SL = s$ ,  $\frac{1}{5}s$  in  $+SM = t$ ; pergendo videlicet ad usque penultimum perpendicularum *ME*, & præponendo signa negativa terminis *HS, IS*, &c. qui jacent ad partes



puncti S versus A, & signa affirmativa terminis SK, SL, &c. qui jacent ad alteras partes puncti S. Et signis probe observatis, erit  $RS = a + bp + cq + dr + es + ft$ , &c.

Cas. 2. Quod si punctorum H, I, K, L, &c. inæqualia sint intervalla HI, IK, &c. collige perpendicularorum AH, BI, CK, &c. differentias primas per intervalla perpendicularorum divisas b, 2b, 3b, 4b, 5b; secundas per intervalla bina divisas c, 2c, 3c, 4c, &c. tertias per intervalla tera divisas d, 2d, 3d, &c.; quartas per <447> intervalla quaterna divisas e, 2e, &c. & sic deinceps; id est, ita ut sit  $b = \frac{AH-BI}{HI}$ ,  $2b = \frac{BI-CK}{IK}$ ,  $3b = \frac{CK-DL}{KL}$ , &c. dein  $c = \frac{b-2b}{HK}$ ,  $2c = \frac{2b-3b}{IL}$ ,  $3c = \frac{3b-4b}{KM}$ , &c. Postea  $d = \frac{c-2c}{HL}$ ,  $2d = \frac{2c-3c}{IM}$ , &c. Inventis differentiis, dic AH = a, -HS = p, p in -IS = q, q in +SK = r, r in +SL = s, s in +SM = t; pergendo scilicet ad usque perpendicularum penultimum ME, & erit ordinatim applicata  $RS = a + bp + cq + dr + es + ft$ , &c.

Corol. Hinc area curvarum omnium inveniri possunt quamproxime. Nam si curvæ cujusvis quadrandæ inveniantur puncta aliquot, & Parabola per eadem duci intelligatur: erit area Parabolæ hujus eadem quam proxime cum area curvæ illius quadrandæ. Potest autem Parabola, per Methodos notissimas, semper quadrari Geometrice.

#### LEMMA VI.

Ex observatis aliquot locis Cometæ invenire locum ejus ad tempus quodvis intermedium datum.

Designation HI, IK, KL, LM tempora inter observationes, (in Fig. præced.) HA, IB, KC, LD, ME observatas quinque longitudes Cometæ, HS tempus datum inter observationem primam & longitudinem quæsitam. Et si per puncta A, B, C, D, E duci intelligatur curva regularis ABCDE; & per Lemma superius inveniatu ejus ordinatim applicata RS, erit RS longitudo quæsitæ.

Eadem methodo ex observatis quinque latitudinibus invenitur latitudo ad tempus datum.

Si longitudinum observatarum parvæ sint differentiæ, puta graduum tantum 4 vel 5; suffecerint observationes tres vel quatuor ad inveniendam longitudinem & latitudinem novam. Sin majores sint differentiæ, puta graduum 10 vel 20, debebunt observationes quinque adhiberi.

<448>

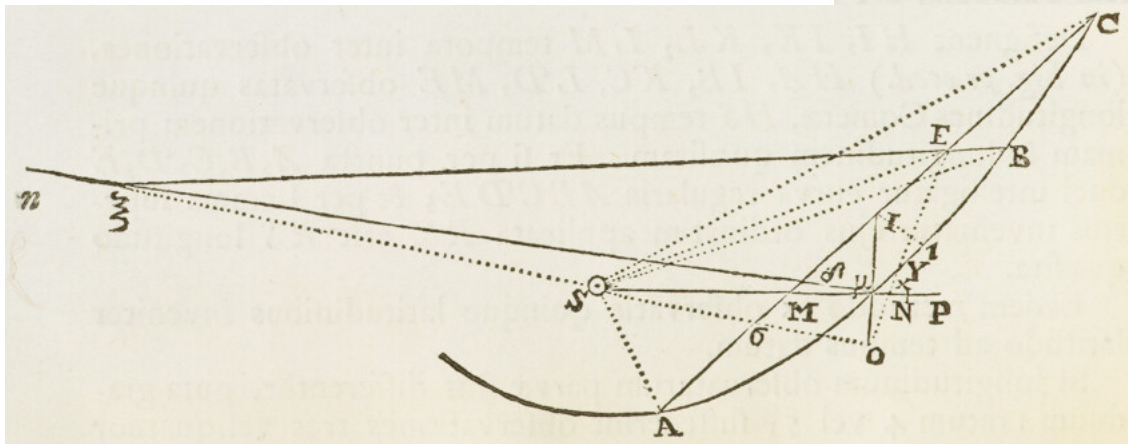
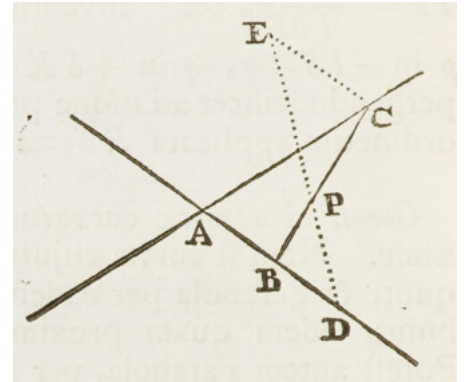
#### LEMMA VII.

Per datum punctum P ducere rectam lineam BC, cujus partes PB, PC, rectis duabus positione datis AB, AC abscissæ, datam habeant rationem ad invicem.

A puncto illo P ad rectarum alterutram AB ducatur recta quævis PD, & producatu eadem versus rectam alteram AC usque ad E, ut sit PE ad PD in data illa ratione. Ipsi AD parallela sit EC; & si agatur CPB, erit PC ad PB ut PE ad PD. Q.E.F.

#### LEMMA VIII.

Sit ABC Parabola umbilicum habens S. Chorda AC bisecta in I abscondatur segmentum ABCI, cujus diameter sit Iµ & vertex µ. In Iµ producta capiatur µO æqualis dimidio ipsius



Iµ. Jungatur OS, & producatu ea ad ξ, ut sit Sξ æqualis 2SO. Et si Cometa B moveatur in arcu CBA, & agatur ξB secans AC in E: dico quod punctum E abscondet de chorda AC segmentum AE tempori proportionale quamproxime.

<449>

Jungatur enim EO secans arcum Parabolicum ABC in Y, & agatur µX quæ tangat eundem arcum in vertice µ & actæ EO occurrat in X; & erit area curvilinea AEXµA ad aream curvilineam ACYµA ut AE ad AC. Ideoque cum triangulum ASE sit ad triangulum ASC in eadem ratione, erit area tota ASEXµA ad aream totam ASCYµA ut AE ad AC. Cum autem ξO sit ad SO ut 3 ad 1 & EO ad XO in eadem ratione, erit SX ipsi EB parallela: & propterea si jungatur BX, erit triangulum SEB triangulo XEB æquale. Unde si ad aream ASEXµA addatur triangulum EXB, & de summa auferatur triangulum SEB, manebit area ASBXµA areæ ASEXµA æqualis, atque adeo ad

*Corol.* Ubi punctum  $B$  incidit in Parabolæ verticem  $\mu$ , est  $AE$  ad  $AC$  in ratione temporum accurate.

*Scholium.*

Si jungatur  $\mu\xi$  secans  $AC$  in  $\delta$ , & in ea capiatur  $\xi n$  quæ sit ad  $\mu B$  ut  $27MI$  ad  $16M\mu$ : acta  $Bn$  secabit chordam  $AC$  in ratione temporum magis accurate quam prius. Jaceat autem punctum  $n$  ultra punctum  $\xi$ , si punctum  $B$  magis distat a vertice principali Parabolæ quam punctum  $\mu$ ; & citra, si minus distat ab eodem vertice.

### LEMMA IX.

*Rectæ  $I_\mu$  &  $\mu M$  & longitudo  $\frac{AIC}{4S_\mu}$  æquantur inter se.*

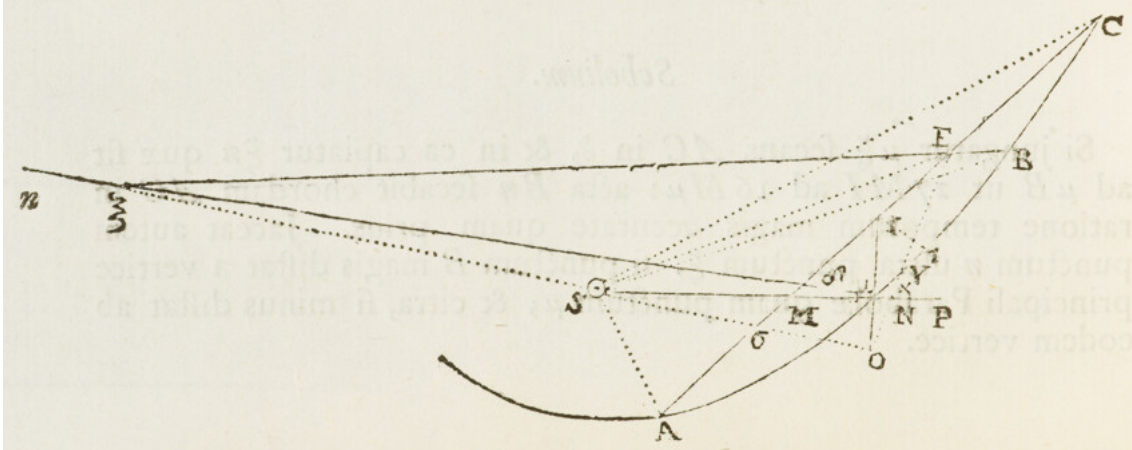
Nam  $4S_{\mu}$  est latus rectum Parabolæ pertinens ad verticem  $\mu$ .

<450>

**LEMMA X.**

*Si producatur  $S\mu$  ad N & P, ut  $\mu N$  sit pars tertia ipsius  $\mu I$ , & SP sit ad SN ut SN ad  $S\mu$ . Cometa, quo tempore describit arcum  $A\mu C$ , si progrediretur ea semper cum velocitate quam habet in altitudine ipsi SP æquali, describeret longitudinem æqualem chordæ AC.*

Nam si Cometa velocitate quam habet in  $\mu$ , eodem tempore progrediretur uniformiter in recta quæ Parabolam tangit in  $\mu$ ; area quam radio ad punctum S ducto describeret, æqualis esset areæ Parabolicæ  $ASC\mu$ . Ideoque contentum sub longitudine in tangente descripta & longitudine  $S\mu$ , esset ad contentum sub longitudinibus  $AC$  &  $SM$ , ut area  $ASC\mu$  ad triangulum  $ASCM$ , id est, ut  $SN$  ad  $SM$ . Quare  $AC$  est ad longitudinem in tangente descriptam, ut  $S\mu$  ad  $SN$ . Cum autem velocitas



Cometæ in altitudine  $SP$  sit (per Corol. 6 Prop. XVI. Lib. I.) ad velocitatem in altitudine  $S\mu$ , in subduplicata ratione  $SP$  ad  $S\mu$  inverse, id est, in ratione  $S\mu$  ad  $SN$ , longitudo hac velocitate eodem tempore descripta, erit ad longitudinem in tangente descriptam, ut  $S\mu$  ad  $SN$ . Igitur  $AC$  & longitudo hac nova velocitate descripta, cum sint ad longitudinem in tangente descriptam in eadem ratione, æquantur inter se. *Q.E.D.*

*Corol.* Cometa igitur ea cum velocitate, quam habet in altitudine  $S\mu + \frac{2}{3}I\mu$ , eodem tempore describeret chordam AC quamproxime.

<451>

### LEMMA XI.

*Si Cometa motu omni privatus de altitudine SN seu  $S\mu + \frac{1}{3}I\mu$  demitteretur, ut caderet in Solem, & ea semper vi uniformiter continuata urgeretur in Solem, qua urgetur sub initio; idem semisse temporis quo in Orbe suo describat arcum AC, descensu suo describeret spatium longitudini  $I\mu$  æquale.*

Nam Cometa quo tempore describat arcum Parabolicum  $AC$ , eodem tempore ea cum velocitate quam habet in altitudine  $SP$  (per Lemma novissimum) describet chordam  $AC$ , adeoque (per Corol. 7. Prop. xvi. Lib. I.) eodem tempore in Circulo cujus semidiameter esset  $SP$ , vi gravitatis suæ revolvendo, describeret arcum cujus longitudo esset ad arcus Parabolici chordam  $AC$  in subduplicata ratione unius ad duos. Et propterea eo cum pondere quod habet in Solem in altitudine  $SP$ , cadendo de altitudine illa in Solem, describeret semisse temporis illius (per Corol. 9. Prop. iv. Lib. I.) spatium æquale quadrato semissis chordæ illius applicato ad quadruplum altitudinis  $SP$ , id est, spatium  $\frac{Aq}{4SP}$ . Unde cum pondus Cometæ in Solem in altitudine  $SN$  sit ad ipsius pondus in Solem in altitudine  $SP$ , ut  $SP$  ad  $Sp$ : Cometa pondere quod habet in altitudine  $SN$  eodem tempore, in Solem cadendo, describet spatium  $\frac{Aq}{4S\mu}$ , id est, spatium longitudini  $I\mu$  vel  $M\mu$  æquale. *Q.E.D.*

**PROPOSITIO XLI. PROBLEMA XXI.**

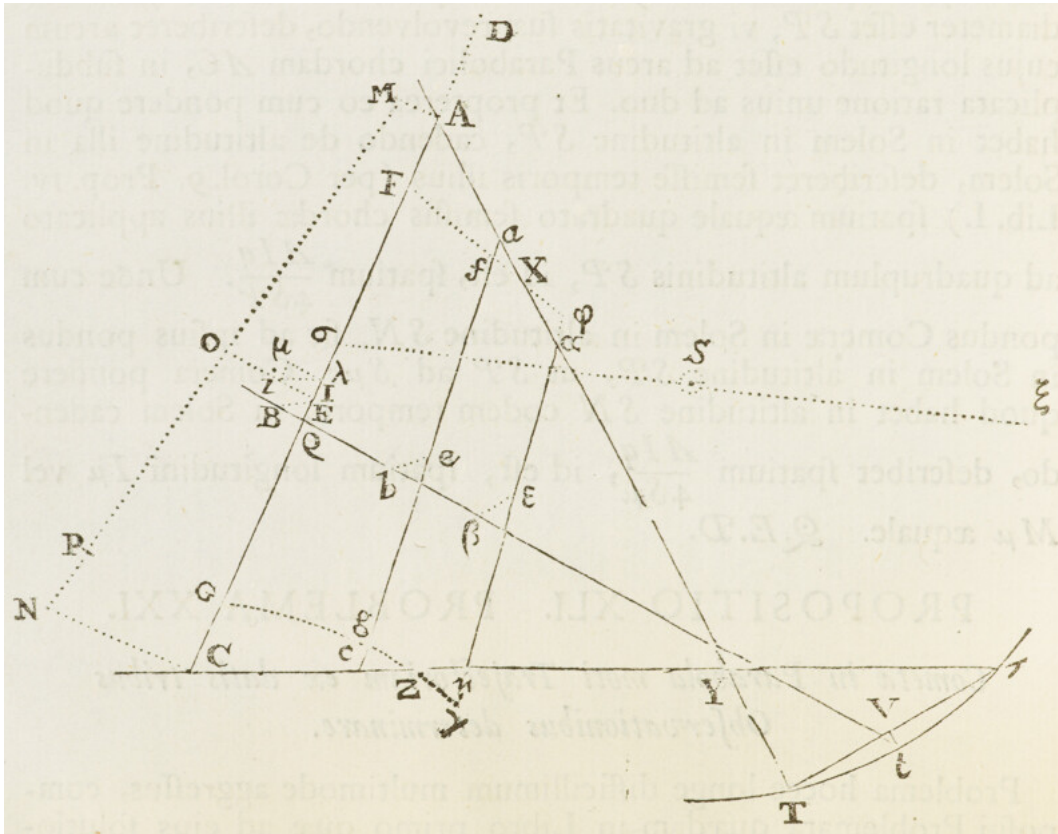
*Cometæ in Parabola moti Trajectoriam ex datis tribus Observationibus determinare.*

Problema hocce longe difficillimum multimode aggressus, composui Problemata quædam in Libro primo quæ ad ejus solutionem spectant. Postea solutionem sequentem paulo simpliciorem excogitavi.

Seligantur tres observationes æqualibus temporum intervallis ab invicem quamproxime distantes. Sit autem temporis intervallum illud ubi Cometa tardius movetur paulo majus altero, ita videlicet <452> ut temporum differentia sit ad summam temporum, ut summa temporum ad dies plus minus sexcentos; vel ut punctum  $E$  incidat in punctum  $M$  quamproxime, & inde aberret versus  $I$  potius quam versus  $A$ . Si tales observationes non præsto sint, inveniendus est novus Cometæ locus per Lemma sextum.

Designent  $S$  Solem,  $T$ ,  $t$ ,  $\tau$  tria loca Terræ in Orbe magno,  $TA$ ,  $tB$ ,  $\tau C$  observatas tres longitudines Cometæ,  $V$  tempus inter observationem primam & secundam,  $W$  tempus inter secundam ac tertiam,  $X$  longitudinem quam Cometa toto illo tempore, ea cum velocitate quam habet in mediocri Telluris à Sole distantia, describere posset, quæque per Corol. 3. Prop. *xl*. Lib. III. invenienda est, &  $tV$  perpendicularum in chordam  $Tt$ . In longitudine





media  $tB$  sumatur utcumque punctum  $B$  pro loco Cometæ in plano Eclipticæ, & inde versus Solem  $S$  ducatur linea  $BE$ , quæ sit ad sagittam  $tV$ , ut contentum sub  $SB$  &  $St$  quad. ad cubum hypotenusæ trianguli rectanguli, cujus latera sunt  $SB$  & tangens latitudinis Cometæ in observatione secunda ad radium  $tB$ . <453> Et per punctum  $E$  agatur (per hujus Lem. vii.) recta  $AEC$ , cujus partes  $AE$ ,  $EC$  ad rectas  $TA$  &  $\tau C$  terminatæ, sint ad invicem ut tempora  $V$  &  $W$ : & erunt  $A$  &  $C$  loca Cometæ in plano Eclipticæ in observatione prima ac tertia quamproxime, si modo  $B$  sit locus ejus recte assumptus in observatione secunda.

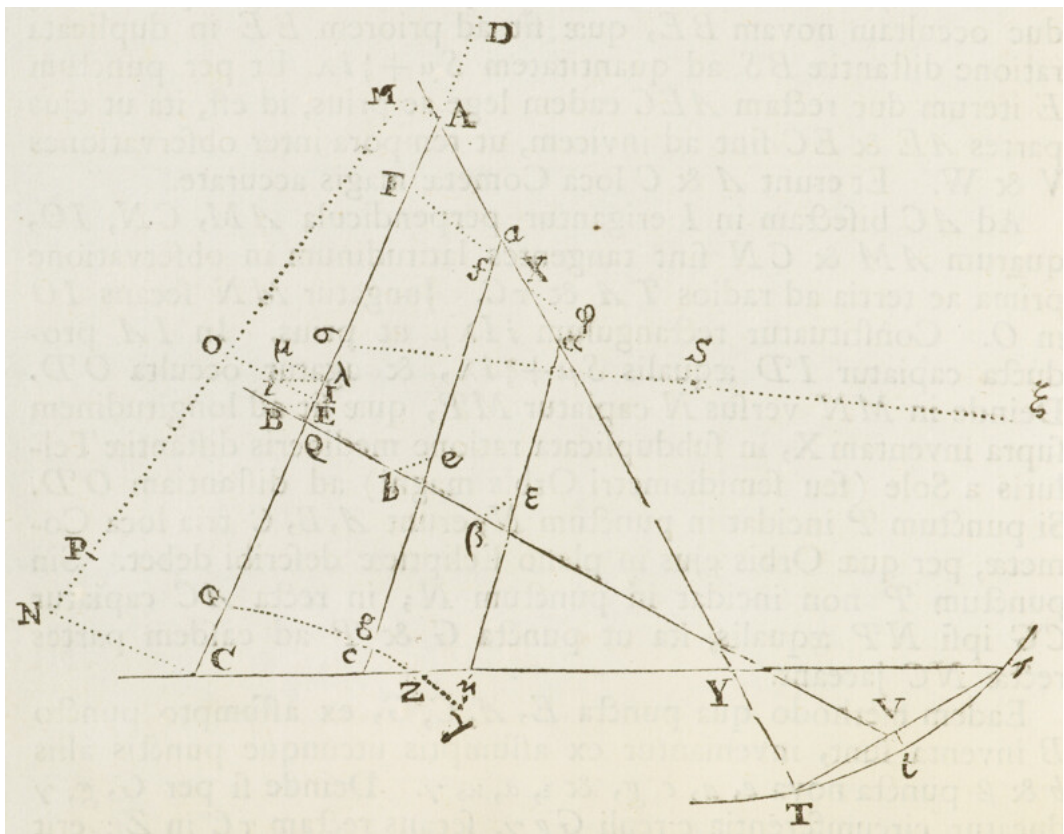
Ad  $AC$  bisectam in  $I$  erige perpendiculum  $Ii$ . Per punctum  $B$  age occultam  $Bi$  ipsi  $AC$  parallelam. Junge occultam  $Si$  secantem  $AC$  in  $\lambda$ , & comple parallelogrammum  $iI\lambda\mu$ . Cape  $Is$  æqualem  $3I\lambda$ , & per Solem  $S$  age occultam  $s\xi$  æqualem  $3S\sigma + 3i\lambda$ . Et deletis jam literis  $A$ ,  $E$ ,  $C$ ,  $I$ , a puncto  $B$  versus punctum  $\xi$  duc occultam novam  $BE$ , quæ sit ad priorem  $BE$  in duplicata ratione distantie  $BS$  ad quantitatem  $S\mu + \frac{1}{3}i\lambda$ . Et per punctum  $E$  iterum duc rectam  $AEC$  eadem lege ac prius, id est, ita ut ejus partes  $AE$  &  $EC$  sint ad invicem, ut tempora inter observationes  $V$  &  $W$ . Et erunt  $A$  &  $C$  loca Cometæ magis accurate.

Ad  $AC$  bisectam in  $I$  erigantur perpendicula  $AM$ ,  $CN$ ,  $IO$ , quarum  $AM$  &  $CN$  sint tangentes latitudinum in observatione prima ac tertia ad radios  $TA$  &  $\tau C$ . Jungatur  $MN$  secans  $IO$  in  $O$ . Constituatur rectangulum  $iI\lambda\mu$  ut prius. In  $IA$  producta capiatur  $ID$  æqualis  $S\mu + \frac{2}{3}i\lambda$ , & agatur occulta  $OD$ . Deinde in  $MN$  versus  $N$  capiatur  $MP$ , quæ sit ad longitudinem supra inventam  $X$ , in subduplicata ratione mediocris distantie Telluris a Sole (seu semidiametri Orbis magni) ad distantiam  $OD$ . Si punctum  $P$  incidat in punctum  $N$ ; erunt  $A$ ,  $B$ ,  $C$  tria loca Cometæ, per quæ Orbis ejus in plano Eclipticæ describi debet. Sin punctum  $P$  non incidat in punctum  $N$ ; in recta  $AC$  capiatur  $CG$  ipsi  $NP$  æqualis, ita ut puncta  $G$  &  $P$  ad easdem partes rectæ  $NC$  jaceant.

Eadem methodo qua puncta  $E$ ,  $A$ ,  $C$ , ex assumpto puncto  $B$  inventa sunt, inveniuntur ex assumptis utcumque punctis aliis  $b$  &  $\beta$  puncta nova  $e$ ,  $a$ ,  $c$ ,  $g$ , &  $\epsilon$ ,  $\alpha$ ,  $\kappa$ ,  $\gamma$ . Deinde si per  $G$ ,  $g$ ,  $\gamma$  ducatur circumferentia circuli  $Ggy$ , secans rectam  $\tau C$  in  $Z$ : erit  $Z$  locus Cometæ in plano Eclipticæ. Et si in  $AC$ ,  $ac$ ,  $\alpha\kappa$  capiantur  $AF$ ,  $af$ ,  $\alpha\phi$  ipsis  $CG$ ,  $cg$ ,  $\kappa\gamma$  respective æquales, & per puncta  $F$ ,  $f$ ,  $\phi$  ducatur circumferentia circuli  $Ff\phi$ , secans rectam  $AT$  in  $X$ ; erit punctum  $X$  alius Cometæ locus in plano Eclipticæ. Ad puncta  $X$  &  $Z$  erigantur tangentes latitudinum Cometæ ad radios  $TX$  &  $\tau Z$ ; & habebuntur loca duo Cometæ in Orbe proprio. Denique (per Prop. xix. Lib. I.) umbilico  $S$ , per loca illa duo describatur Parabola, & hæc erit Trajectoria Cometæ. *Q.E.I.*

<454>

Constructionis hujus demonstratio ex Lemmatibus consequitur: quippe cum recta  $AC$  secetur in  $E$  in ratione temporum, per Lemma vii, ut oportet per Lemma viii: &  $BE$  per Lem. xi. sit pars rectæ  $BS$  vel  $B\xi$  in plano Eclipticæ arcui  $ABC$  & chordæ  $AEG$  interjecta; &  $MP$  (per Corol. Lem. x.) longitudo sit chordæ arcus, quem Cometa in Orbe proprio inter observationem primam ac tertiam describere debet, ideoque ipsi  $MN$  æqualis fuerit, si modo  $B$  sit verus Cometæ locus in plano Eclipticæ.



Cæterum puncta  $B, b, \beta$  non quælibet, sed vero proxima eligere convenit. Si angulus  $AQr$ , in quo vestigium Orbis in plano Eclipticæ descriptum secatur rectam  $tB$ , præterpropter innotescat; in angulo illo ducenda erit recta occulta  $AC$ , quæ sit ad  $\frac{4}{3}T\tau$  in subduplicata ratione  $SQ$  ad  $St$ . Et agendo rectam  $SEB$  cujus pars  $EB$  æquetur longitudini  $Vt$ , determinabitur punctum  $B$  quod prima vice usurpare licet. Tum recta  $AC$  deleta & secundum præcedentem constructionem iterum ducta, & <455> inventa insuper longitudine  $MP$ ; in  $tB$  capiatur punctum  $b$ , ea lege, ut si  $TA, \tau C$  se mutuo secuerint in  $Y$ , sit distantia  $Yb$  ad distantiam  $YB$ , in ratione composita ex ratione  $MP$  ad  $MN$  & ratione subduplicata  $SB$  ad  $Sb$ . Et eadem methodo inveniendum erit punctum tertium  $\beta$ , si modo operationem tertio repetere lubet. Sed hac methodo operationes duæ ut plurimum suffecerint. Nam si distantia  $Bb$  perexigua obvenerit; postquam inventa sunt puncta  $F, f$  &  $G, g$ , actæ rectæ  $Ff$  &  $Gg$  secabunt  $TA$  &  $\tau C$  in punctis quæsitis  $X$  &  $Z$ .

**Exemplum.**

Proponatur Cometa anni 1680. Hujus motum a *Flamstedio* observatum Tabula sequens exhibet.

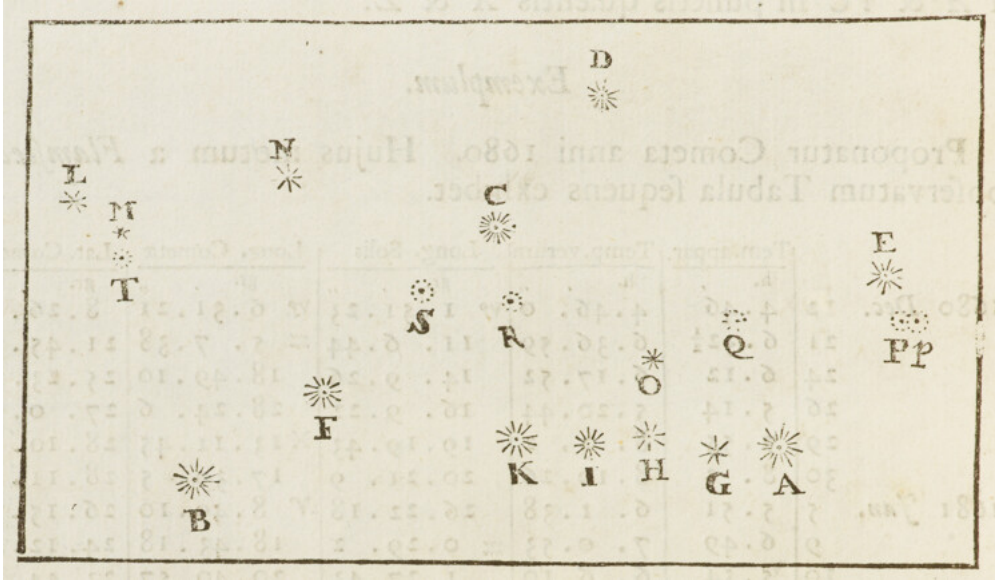
			Tem. appar.	Temp. verum	Long. Solis	Long. Cometæ	Lat. Cometæ
			h.   '   "	h.   '   "	gr.   '   "	gr.   '   "	gr.   '   "
1680	Dec.	12	4. 46	4. 46. 0	♊ 1. 51. 23	♊ 6. 31. 21	8. 26. 0
		21	6. 32½	6. 36. 59	11. 6. 44	♋ 5. 7. 38	21. 45. 30
		24	6. 12	6. 17. 52	14. 9. 26	18. 49. 10	25. 23. 24
		26	5. 14	5. 20. 44	16. 9. 22	28. 24. 6	27. 0. 57
		29	7. 55	8. 3. 2	19. 19. 43	♌ 13. 11. 45	28. 10. 5
		30	8. 2	8. 10. 26	20. 21. 9	17. 39. 5	28. 11. 12
1681	Jan.	5	5. 51	6. 1. 38	26. 22. 18	♍ 8. 49. 10	26. 15. 26
		9	6. 49	7. 0. 53	♎ 0. 29. 2	18. 43. 18	24. 12. 42
		10	5. 54	6. 6. 10	1. 27. 43	20. 40. 57	23. 44. 0
		13	6. 56	7. 8. 55	4. 33. 20	25. 59. 34	22. 17. 36
		25	7. 44	7. 58. 42	16. 45. 36	♏ 9. 35. 48	17. 56. 54
		30	8. 7	8. 21. 53	21. 49. 58	13. 19. 36	16. 40. 57
Feb.		2	6. 20	6. 34. 51	24. 46. 59	15. 13. 48	16. 2. 2
		5	6. 50	7. 4. 41	27. 49. 51	16. 59. 52	15. 27. 23

His adde Observationes quasdam e nostris.

		Temp. appar.	Cometæ Longit.	Com. Lat.
Febr.	25	8 <sup>h</sup> . 30'	♏ 26 <sup>gr</sup> . 18'. 17''	12 <sup>gr</sup> . 46' <sup>7</sup> / <sub>8</sub>

	27	8 .15		27 . 4 .24	12 .36 $\frac{1}{5}$
Mart.	1	11 . 0		27 .53 . 6	12 .24 $\frac{6}{7}$
	2	8 . 0		28 .12 .27	12 .20
	5	11 .30		29 .20 .51	12 . 3 $\frac{1}{2}$
	9	8 .30	II	0 .43 . 4	11 .45 $\frac{7}{8}$

Hæ observationes Telescopio septupedali, & Micrometro filisque in foco Telescopii locatis paractæ sunt: quibus instrumentis <456> & positiones fixarum inter se & positiones Cometæ ad fixas determinavimus. Designet *A* stellam in sinistro calcaneo Persei (*Bayero*  $\alpha$ ) *B* stellam sequentem in sinistro pede (*Bayero*  $\zeta$ ) & *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, *H*, *I*, *K*, *L*, *M*, *N*, *O* stellas alias minores in eodem pede. Sintque *P*, *Q*, *R*, *S*, *T* loca Cometæ in observationibus supra descriptis: & existente distantia *AB* partium  $80\frac{7}{12}$ , erat *AC* partium  $52\frac{1}{4}$ , *BC*  $58\frac{5}{6}$ , *ADC*  $57\frac{5}{12}$ , *BD*  $82\frac{6}{11}$ , *CD*  $23\frac{2}{3}$ , *AE*  $29\frac{4}{7}$ , *CE*  $57\frac{1}{2}$ , *DE*  $49\frac{11}{12}$ , *AI*  $27\frac{7}{12}$ , *BI*  $52\frac{1}{6}$ , *CI*  $36\frac{7}{12}$ ,



*DI*  $53\frac{5}{11}$ , *AK*  $38\frac{2}{3}$ , *BK* 43, *CK*  $31\frac{5}{9}$ , *FK* 29, *FB* 23, *FC*  $36\frac{1}{4}$ , *AH*  $18\frac{6}{7}$ , *DH*  $50\frac{7}{8}$ , *BN*  $46\frac{5}{12}$ , *CN*  $31\frac{1}{3}$ , *BL*  $45\frac{5}{12}$ , *NL*  $31\frac{5}{7}$ . *HO* erat ad *HI* ut 7 ad 6 & producta transibat inter stellas *D* & *E*, sic ut distantia stellæ *D* ab hac recta esset  $\frac{1}{6}CD$ . *LM* erat ad *LB* ut 2 ad 9 & producta transibat per stellam *H*. His determinabantur positiones fixarum inter se.

Die Veneris *Feb.* 25. St. vet. Hor.  $8\frac{1}{2}$  P. M. Cometæ in *p* existentis distantia a stella *E* erat minor quam  $\frac{3}{13}AE$ , major quam  $\frac{1}{5}AE$ , adeoque æqualis  $\frac{3}{14}AE$  proxime; & angulus *ApE* nonnihil obtusus erat, sed fere rectus. Nempe si demitteretur ad *pE* perpendicularum ab *A*, distantia Cometæ a perpendicularo illo erat  $\frac{1}{5}pE$ .

Eadem nocte, hora  $9\frac{1}{2}$ , Cometæ in *P* existentis distantia a stella *E* erat major quam  $\frac{1}{4\frac{1}{2}}AE$ , minor quam  $\frac{1}{5\frac{1}{4}}AE$ , adeoque æqua <457> lis  $\frac{1}{4\frac{1}{8}}AE$ , seu  $\frac{8}{39}AE$  quamproxime. A perpendicularo autem a Stella *A* ad rectam *PE* demisso, distantia Cometæ erat  $\frac{4}{5}PE$ .

Die  $\odot^{\text{is}}$ , *Feb.* 27. hor.  $8\frac{1}{4}$  P. M. Cometæ in *Q* existentis distantia a stella *O* æquabat distantiam stellarum *O* & *H*, & recta *QO* producta transibat inter stellas *K* & *B*. Positionem hujus rectæ ob nubes intervenientes, magis accurate definire non potui.

Die  $\sigma^{\text{tis}}$ , *Mart* 1, hor. 11. P. M. Cometa in *R* existens, stellis *K* & *C* accurate interjacebat, & rectæ *CRK* pars *CR* paulo major erat quam  $\frac{1}{3}CK$ , & paulo minor quam  $\frac{1}{3}CK + \frac{1}{8}CR$ , adeoque æqualis  $\frac{1}{3}CK + \frac{1}{16}CR$  seu  $\frac{16}{45}CK$ .

Die  $\xi^{\text{ii}}$ , *Mart.* 2. hor. 8. P. M. Cometæ existentis in *S*, distantia a stella *C* erat  $\frac{4}{9}FC$  quamproxime. Distantia stellæ *F* a recta *CS* producta erat  $\frac{1}{24}FC$ ; & distantia stellæ *B* ab eadem recta, erat quintuplo major quam distantia stellæ *F*. Item recta *NS* producta transibat inter stellas *H* & *I*, quintuplo vel sextuplo propior existens stellæ *H* quam stellæ *I*.

Die  $\eta^{\text{ni}}$ , *Mart.* 5. hor.  $11\frac{1}{2}$ . P. M. Cometa existente in *T*, recta *MT* æqualis erat  $\frac{1}{2}ML$ , & recta *LT* producta transibat inter *B* & *F*, quadruplo vel quintuplo propior quam *B*, auferens a *BF* quintam vel sextam ejus partem versus *F*. Et *MT* producta transibat extra spatium *BF* ad partes stellæ *B*, quadruplo propior existens stellæ *B* quam stellæ *F*. Erat *M* stella perexigua quæ per Telescopium videri vix potuit, & *L* stella major quasi magnitudinis octavæ.

Ex hujusmodi observationibus per constructiones figurarum & computationes (posito quod stellarum *A* & *B* distantia esset  $28^{\text{gr}} 6' 46''$ , & stellæ *A* longitudo  $\Upsilon 26^{\text{gr}} 41' 50''$  & latitudo borealis  $12^{\text{gr}} 8'\frac{1}{2}$ , stellæque *B* longitudo  $\Upsilon 28^{\text{gr}} 40' 24''$  & latitudo borealis  $11^{\text{gr}} 17'\frac{9}{10}$ ;) derivabam longitudes & latitudes Cometæ. Micrometro parum affabre constructo usus sum, sed longitudinum tamen & latitudinum errores (quatenus ab observationibus nostris oriantur) dimidium minuti unius primi vix superant, præterquam in observatione ultima *Mart.* 9. ubi positiones stellarum minus accurate determinare potui. *Cassinus* qui ascensionem rectam Cometæ eodem tempore observavit, declinationem ejus tanquam invariata manentem parum diligenter definivit. Nam Cometa (juxta observationes nostras) in fine <458> motus sui notabiliter deflectere cœpit boream versus, a parallelo quem in fine Mensis *Februarii* tenuerat.

Jam ad orbem Cometæ determinandum; selegi ex observationibus hactenus descriptis tres, quas *Flamstedius* habuit *Dec.* 21, *Jan.* 5. & *Jan.* 25. Ex his inveni *St* partium 9842,<sub>1</sub> & *Vt* partium 455, quales 10000 sunt semidiameter Orbis magni. Tum ad operationem primam assumendo *tB* partium 5657, inveni *SB* 9747, *BE* prima vice 412, *Su* 9503, *iA* 413: *BE* secunda vice 421, *OD* 10186, *X* 8528,<sub>4</sub>, *MP* 8450, *MN* 8475, *NP* 25. Unde ad operationem secundam collegi distantiam *tb* 5640. Et per hanc operationem inveni tandem distantias *TX* 4775 &  $\tau Z$  11322. Ex quibus Orbem definiendo, inveni Nodos ejus descendentem in  $\mathfrak{Z}$  & ascendentem in  $\mathfrak{Z}$   $18^{\text{gr}} 53'$ ; Inclinationem plani ejus ad planum *Eclipticæ*  $61^{\text{gr}} 20'\frac{1}{3}$ ; verticem ejus (seu perihelium Cometæ) distare a Nodo  $8^{\text{gr}} 38'$ , & esse in  $\nearrow 27^{\text{gr}} 43'$  cum latitudine australi  $78^{\text{gr}} 34'$ ; & ejus latus rectum 236,<sub>8</sub>, areamque radio ad Solem ducto singulis diebus descriptam 93585, quadrato semidiametri Orbis magni posito 100000000; Cometam vero in hoc Orbe secundum seriem signorum processisse, & *Decemb.* 8<sup>d</sup>. 0<sup>h</sup>. 4'. P. M. in vertice Orbis seu Perihelio fuisse. Hæc omnia per scalam partium æqualium & chordas angulorum ex Tabula sinuum naturalium collectas, determinavi Graphice; construendo Schema satis amplum, in quo videlicet semidiameter Orbis magni (partium 10000) æqualis esset digitis  $16\frac{1}{3}$  pedis Anglicani.



Tandem ut constaret an Cometa in Orbe sic invento vere moveretur, collegi per operationes partim Arithmeticas partim Graphicas, loca Cometæ in hoc Orbe ad observationum quarundam tempora: uti in Tabula sequente videre licet.

		Distant. Cometæ a Sole	Long. Collect.	Lat. Collect.	Long. Obs.	Lat. Obs.	Differ. Long.	Differ. Lat.
Dec.	12	2792	♊ 6 <sup>gr.</sup> .32'	8 <sup>gr.</sup> .18' <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	♊ 6 <sup>gr.</sup> .31' <sup>1</sup> / <sub>3</sub>	8 <sup>gr.</sup> .26'	+1	− 7' <sup>1</sup> / <sub>2</sub>
	29	8403	♋ 13 .13 <sup>2</sup> / <sub>3</sub>	28 . 0	13 .11 <sup>3</sup> / <sub>4</sub>	28 .10 <sup>1</sup> / <sub>12</sub>	+2	−10 <sup>1</sup> / <sub>12</sub>
Febr.	5	16669	♌ 17 . 0	15 .29 <sup>2</sup> / <sub>3</sub>	16 .59 <sup>7</sup> / <sub>8</sub>	15 .27 <sup>2</sup> / <sub>5</sub>	+0	+ 2 <sup>1</sup> / <sub>4</sub>
Mar.	5	21737	♍ 29 .19 <sup>3</sup> / <sub>4</sub>	12 . 4	29 .20 <sup>6</sup> / <sub>7</sub>	12 . 3 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	−1	+ <sup>1</sup> / <sub>2</sub>

Postea vero *Halleius* noster Orbitam, per calculum Arithmeticum, accuratius determinavit quam per descriptiones linearum fieri licuit; & retinuit quidem locum Nodorum in ♊ & ♋ 1<sup>gr.</sup> 53', & Inclinationem plani Orbitæ ad Eclipticam 61<sup>gr.</sup> 20'<sup>1</sup>/<sub>3</sub>, ut & tempus Perihelii Cometæ *Decemb.* 8<sup>d.</sup> 0<sup>h.</sup> 4': distantiam vero Peri <459> helii a Nodo ascendente, in Orbita Cometæ mensuram, invenit esse 9<sup>gr.</sup> 20', & Latus rectum Parabolæ esse 243 partium, existente mediocri Solis a Terra distantia partium 10000. Et ex his datis, calculo itidem Arithmetico accurate instituto, loca Cometæ ad observationum tempora computavit, ut sequitur.

Tempus verum				Distantia Cometæ a ☉		Long. comp.			Lat. comp.			Errores in	
												Long.	Lat.
d.	h.	'	"			gr.	'	"	gr.	'	"	'	"
Dec.	12.	4.	46. 0	28028		♊	6.	29. 25	8.	26.	0 Bor.	−1. 56	+0. 0
	21.	6.	36. 59	61076		♋	5.	6. 30	21.	43.	20	−1. 8	−2. 10
	24.	6.	17. 52	70008			18.	48. 20	25.	22.	40	−0. 50	−0. 44
	26.	5.	20. 44	75576			28.	22. 45	27.	1.	36	−1. 21	+0. 39
	29.	8.	3. 2	84021		♋	13.	12. 40	28.	10.	10	+0. 55	+0. 5
	30.	8.	10. 26	86661			17.	40. 5	28.	11.	20	+1. 0	+0. 8
Jan.	5.	6.	1. 38	101440		♎	8.	49. 49	26.	15.	15	+0. 39	−0. 11
	9.	7.	0. 53	110959			18.	44. 36	24.	12.	54	+1. 18	+0. 12
	10.	6.	6. 10	113162			20.	41. 0	23.	44.	10	+0. 3	+0. 10
	13.	7.	8. 55	120000			26.	0. 21	22.	17.	30	+0. 47	+0. 6
	25.	7.	58. 42	145370		♌	9.	33. 40	17.	57.	55	−2. 8	+1. 1
	30.	8.	21. 53	155303			13.	17. 41	16.	42.	7	−1. 55	+1. 10
Feb.	2.	6.	34. 51	160951			15.	11. 11	16.	4.	15	−2. 37	+2. 13
	5.	7.	4. 41	166686			16.	58. 25	15.	29.	13	−1. 27	+1. 50
	25.	8.	19. 0	202570			26.	15. 46	12.	48.	0	−2. 31	+1. 8
Mar.	5.	11.	21. 0	216205			29.	18. 35	15.	5.	40	−2. 16	+2. 10

Apparuit etiam hic cometa mense *Novembri* præcedente, & die undecimo hujus mensis stylo veteri, ad horam quintam matutinam, *Cantuariæ* in *Anglia*, visus fuit in ♏ 12<sup>1</sup>/<sub>2</sub> cum latitudine boreali 2<sup>gr.</sup> circiter. Crassissima fuit hæc Observatio: meliores sunt quæ sequuntur.

*Nov.* 17, st. vet. *Ponthæus* & socii hora sexta matutina *Romæ* (id est, hora 5, 10' *Londini*) filis ad fixas applicatis Cometam observarunt in ♎ 8. 30', cum latitudine australi 0<sup>gr.</sup> 40'. Extant eorum Observationes in tractatu quem *Ponthæus*, de hoc Cometa, in lucem edidit. *Cellius* qui aderat & observationes suas in Epistola ad D. *Cassinum* misit, Cometam eadem hora vidit in ♎ 8<sup>gr.</sup> 30' cum latitudine australi 0<sup>gr.</sup> 30'. Eadem hora *Galletius* etiam Cometam vidit in ♎ 8<sup>gr.</sup> sine latitudine.

*Nov.* 18. hora matutina 6. 30' *Romæ* (id est, hor. 5, 40' *Londini*) *Ponthæus* Cometam vidit in ♎ 13<sup>gr.</sup> 30' cum latitudine australi 1<sup>gr.</sup> 20'. *Cellius* in ♎ 13<sup>gr.</sup> 00', cum latitudine australi 1<sup>gr.</sup> 00'. *Galletius* autem hora matutina 5. 30' *Romæ*, Cometam vidit in ♎ 13<sup>gr.</sup> 00', cum latitudine australi 1<sup>gr.</sup> 00'. Et *R. P. Ango* in Academia *Flexiensis* apud *Gallos*, hora quinta matutina (id est, hora 5, 9' *Londini*) Cometam vidit in medio inter stellas <460> duas parvas, quarum una media est trium in recta linea in Virginis australi manu, & altera est extrema alæ. Unde Cometa tunc fuit in ♎ 12. 46', cum latitudine australi 50'. Eodem die *Bostoniæ* in *Nova-Anglia* in Latitudine 42<sup>1</sup>/<sub>2</sub> graduum, hora quinta matutina, (id est *Londini* hora matutina 9. 44') Cometa visus est prope ♎ 14, cum latitudine australi 1<sup>gr.</sup> 30', uti a *Cl. Halleio* accepi.

*Nov.* 19. hora mat. 4<sup>1</sup>/<sub>2</sub> *Cantabrigiæ*, Cometa (observante juvene quodam) distabat a Spica ♏ quasi 2<sup>gr.</sup> Boreazephyrum versus. Eodem die hor. 5. mat. *Bostoniæ* in *Nova-Anglia*, Cometa distabat a Spica ♏ gradu uno, differentia latitudinum existente 40'. Eodem die in Insula *Jamaica*, Cometa distabat a Spica intervallo quasi gradus unius. Et ex his observationibus inter se collatis colligo, quod hora 9. 44'. *Londini*, Cometa erat in ♎ 18<sup>gr.</sup> 40', cum latitudine australi 1<sup>gr.</sup> 18' circiter. Eodem die D. *Arthurus Storer* ad fluvium *Patuxent*, prope *Hunting-Creek* in *Mary-Land*, in confinio *Virginie* in Lat. 38<sup>1</sup>/<sub>2</sub><sup>gr.</sup> hora quinta matutina (id est, hora 10<sup>h.</sup> *Londini*) Cometam vidit supra Spicam ♏, & cum Spica propemodum conjunctum, existente distantia inter eosdem quasi <sup>3</sup>/<sub>4</sub><sup>gr.</sup>. Observator idem, eadem hora diei sequentis, Cometam vidit quasi 2<sup>gr.</sup> inferiorem Spica. Congruent hæc observationes cum observationibus in *Nova-Anglia* & *Jamaica* factis, si modo distantie (pro motu diurno Cometæ) nonnihil augeantur, ita ut Cometa die priore superior esset Spica ♏, altitudine 1<sup>gr.</sup> circiter, ac die posteriore inferior eadem stella, altitudine perpendiculari 3<sup>gr.</sup> 40'.

*Nov.* 20. D. *Montenarus* Astronomiæ Professor *Paduensis*, hora sexta Matutina, *Venetiis* (id est, hora 5. 10' *Londini*) Cometam vidit in ♎ 23<sup>gr.</sup>, cum latitudine australi 1<sup>gr.</sup> 30'. Eodem die *Bostoniæ*, distabat Cometa à Spica ♏, 4<sup>gr.</sup> longitudinis in orientem, adeoque erat in ♎ 23<sup>gr.</sup> 24' circiter.

Nov. 21 *Ponthæus* & socii hor. mat. 7 $\frac{1}{4}$  Cometam observarunt in  $\triangle$  27<sup>gr.</sup> 50', cum latitudine australi 1<sup>gr.</sup> 16'; *Ango* hora quinta matutina in  $\triangle$  27<sup>gr.</sup> 45', *Montenarus* in  $\triangle$  27<sup>gr.</sup> 51'. Eodem die in Insula *Jamaica*, Cometa visus est prope principium Scorpii, eandemque circiter latitudinem habuit cum Spica Virginis, id est, 2<sup>gr.</sup> 2'.

Novem. 22. Cometa visus est a *Montenaro* in  $\mathbb{M}$ . 2. 33'. *Bostoniæ* autem in *Nova-Anglia* apparuit in  $\mathbb{M}$ . 3<sup>gr.</sup> circiter, eadem fere cum latitudine ac prius, id est, 1<sup>gr.</sup> 30'. Eodem die *Londini*, <461> hora mat. 6 $\frac{1}{2}$  *Hookius* noster Cometam vidit in  $\mathbb{M}$ . 3<sup>gr.</sup> 30' circiter, idque in linea recta quæ transit per Spicam Virginis & Cor Leonis, non exacte quidem, sed a linea illa paululum deflectentem ad boream. *Montenarus* itidem notavit quod linea a Cometa per Spicam ducta, hoc die & sequentibus transibat per australe latus Cordis Leonis, interposito perparvo intervallo inter Cor Leonis & hanc lineam. Linea recta per Cor Leonis & Spicam Virginis transiens, Eclipticam secuit in  $\mathbb{M}$  3<sup>gr.</sup> 46', in angulo 2<sup>gr.</sup> 51'. Et si Cometa locatus fuisset in hac linea in  $\mathbb{M}$ . 3<sup>gr.</sup>, ejus latitudo fuisset 2<sup>gr.</sup> 26'. Sed cum Cometa consentientibus *Hookio* & *Montenaro*, nonnihil distaret ab hac linea boream versus, latitudo ejus fuit paulo minor. Die 20. ex observatione *Montenari*, latitudo ejus propemodum æquabat latitudinem Spicæ  $\mathbb{M}$ , eratque 1<sup>gr.</sup> 30' circiter, & consentientibus *Hookio*, *Montenaro* & *Angone* perpetuo augebatur, ideoque jam sensibiliter major erat quam 1<sup>gr.</sup> 30'. Inter limites autem jam constitutos 2<sup>gr.</sup> 26' & 1<sup>gr.</sup> 30', magnitudine mediocri latitudo erit 1<sup>gr.</sup> 58' circiter. Cauda Cometæ, consentientibus *Hookio* & *Montenaro*, dirigebatur ad Spicam  $\mathbb{M}$ , declinans aliquantulum a Stella ista, juxta *Hookium* in austrum, juxta *Montenarum* in boream; ideoque declinatio illa vix fuit sensibilis, & Cauda *Æquatori* fere parallela existens, aliquantulum deflectebatur ab oppositione Solis boream versus.

Nov. 24. Ante ortum Solis Cometa visus est a *Montenaro* in  $\mathbb{M}$ . 12<sup>gr.</sup> 52', ad boreale latus rectæ quæ per Cor Leonis & Spicam Virginis ducebatur, ideoque latitudinem habuit paulo minorem quam 2<sup>gr.</sup> 38'. Hæc latitudo uti diximus, ex observationibus *Montenari*, *Angonis* & *Hookii*, perpetuo augebatur; ideoque jam paulo major erat quam 1<sup>gr.</sup> 58'; & magnitudine mediocri, absque notabili errore, statui potest 2<sup>gr.</sup> 18'. Latitudinem *Ponthæus* & *Galletius* jam decrevisse volunt, & *Cellius* & *Observator* in *Nova-Anglia* eandem fere magnitudinem retinuisse, scilicet gradus unius vel unius cum semisse. Crassiores sunt observationes *Ponthæ* & *Cellii*, eæ præsertim quæ per Azimuthos & Altitudines capiebantur, ut & eæ *Galletii*: meliores sunt eæ quæ per positiones Cometæ ad fixas a *Montenaro*, *Hookio*, *Angone* & *Observatore* in *Nova-Anglia*, & nonnunquam a *Ponthæo* & *Cellio* sunt factæ.

Jam collatis Observationibus inter se, colligere videor quod Cometa hoc mense circulum fere maximum descripsit, secantem Eclipticam in  $\mathbb{M}$  25. 12', idque in angulo 3<sup>gr.</sup> 12' quamproxime. Nam & *Montenarus* Orbitam ab Ecliptica in austrum, tribus sal <462> tem gradibus declinasse dicit. Et cognita cursus positione, longitudines Cometæ ex observationibus collectæ, ad incudem jam revocari possunt & melius nonnunquam determinari, ut sit in sequentibus. *Cellius* Novemb. 17. observavit distantiam Cometæ a Spica  $\mathbb{M}$ , æqualem esse distantia ejus a stella lucida in dextra ala Corvi: & hinc locandus est Cometa in intersectione hujus circuli quem Cometa motu apparente descripsit, cum circulo maximo qui a fixis illis duabus æqualiter distat, atque adeo in  $\triangle$  7<sup>gr.</sup> 54', cum latitudine australi 43'. Præterea *Montenarus*, Novemb. 20. hora sexta matutina *Venetii*s, Cometam vidit non totis quatuor gradibus distantiam a Spica; dicitque hanc distantiam, vix æquasse distantiam stellarum duarum lucidarum in alis Corvi, vel duarum in juba Leonis, hoc est 3<sup>gr.</sup> & 30' vel 32'. Sit igitur distantia Cometæ a Spica 3<sup>gr.</sup> 30', & Cometa locabitur in  $\triangle$  22<sup>gr.</sup> 48', cum latitudine australi 1<sup>gr.</sup> 30'. Adhæc *Montenarus*, Novemb. 21, 22, 24 & 25 ante ortum Solis, Sextante æneo quintupedali ad minuta prima & semiminuta diviso & vitris Telescopicis armato, distantias mensuravit Cometæ a Spica 8<sup>gr</sup> 28', 13<sup>gr.</sup> 10', 23<sup>gr.</sup> 30', & 28<sup>gr.</sup> 13': & has distantias, per refractionem nondum correctas, addendo longitudini Spicæ, collegit Cometam his temporibus fuisse in  $\triangle$  27<sup>gr.</sup> 51',  $\mathbb{M}$ . 2<sup>gr.</sup> 33',  $\mathbb{M}$ . 12<sup>gr.</sup> 52' &  $\mathbb{M}$ . 17<sup>gr.</sup> 45'. Si distantia illæ per refractiones corrigantur, & ex distantis correctis differentia longitudinum inter Spicam & Cometam probe deriventur, locabitur Cometa his temporibus in  $\triangle$  27<sup>gr.</sup> 52',  $\mathbb{M}$ . 2<sup>gr.</sup> 36',  $\mathbb{M}$ . 12<sup>gr.</sup> 58' &  $\mathbb{M}$ . 17<sup>gr.</sup> 53' circiter. Latitudines autem ad has longitudes in via Cometæ captas, prodeunt 1<sup>gr.</sup> 45', 1<sup>gr.</sup> 58', 2<sup>gr.</sup> 22' & 2<sup>gr.</sup> 31'. Harum quatuor observationum horas matutinas *Montenarus* non posuit. Priores duæ ante horam sectam, posteriores (ob viciniam Solis) post sextam factæ videntur. Die 22, ubi Cometa ex observatione *Montenari* locatur in  $\mathbb{M}$ . 2<sup>gr.</sup> 36', *Hookius* noster eundem locavit in  $\mathbb{M}$ . 3<sup>gr.</sup> 30' ut supra. *Montenarus* in defectu, *Hookius* in excessu errasse videntur. Nam Cometa, ex serie observartionum, jam fuit in  $\mathbb{M}$ . 2<sup>gr.</sup> 56' vel  $\mathbb{M}$ . 3<sup>gr.</sup> circiter.

Observationum suarum ultimam inter vapores & diluculum captam, *Montenarus* suspectam habebat. Et *Cellius* eodem tempore (id est, Novem. 25) Cometam per ejus Altitudinem & Azimuthum locavit in  $\mathbb{M}$ . 15<sup>gr.</sup> 47', cum latitudine australi quasi gradus unius. Sed *Cellius* observavit etiam eodem tempore, quod Cometa erat in linea recta cum stella lucida in dextro femore <463> Virginis & cum Lance australi Libræ, & hæc linea secat viam Cometæ in  $\mathbb{M}$ . 18<sup>gr.</sup> 36'. *Ponthæus* etiam eodem tempore observavit, quod Cometa erat in recta transeunte per Chelam austrinam Scorpii & per stellam quæ Lancem borealem sequitur: & hæc recta secat viam Cometæ in  $\mathbb{M}$ . 16<sup>gr.</sup> 34'. Observavit etiam, quod Cometa erat in recta transeunte per stellam supra Lancem australem Libræ & stellam in principio pedis secundi Scorpii: & hæc recta secat viam Cometæ in  $\mathbb{M}$ . 17<sup>gr.</sup> 55'. Et inter longitudes ex his tribus Observationibus sic derivatas, longitudo mediocris est  $\mathbb{M}$ . 17<sup>gr.</sup> 42', quæ cum observatione *Montenari* satis congruit.

Erravit igitur *Cellius* jam locando Cometam in  $\mathbb{M}$ . 15<sup>gr.</sup> 47', per ejus Azimuthum & Altitudinem. Et similibus Azimuthorum & Altitudinum observationibus, *Cellius* & *Ponthæus* non minus erraverunt locando Cometam in  $\mathbb{M}$ . 20 &  $\mathbb{M}$ . 24 diebus duobus sequentibus, ubi stellæ fixæ ob diluculum vix aut ne vix quidem apparuere. Et corrigendæ sunt hæ observationes per additionem duorum graduum, vel duorum cum semisse.

Ex omnibus autem Observationibus inter se collatis & ad meridianum *Londini* reductis, colligo Cometam hujusmodi cursum quamproxime descripsisse.

Temp. med. st. vet.			Long. Cometæ			Lat. Cometæ		
d.	h.	'	gr.	'		gr.	'	
Nov.	16.	17 . 10	$\triangle$	8	0	0.	44	Aust.
	17.	17 . 10		12	52	1.	0	
	18.	21 . 44		18	40	1.	18	
	19.	17 . 10		22	48	1.	30	
	20.	17 fere		27	52	1.	45	
	21.	17 fere	$\mathbb{M}$	2	56	1.	58	
	23.	17 $\frac{1}{4}$ fere		12	58	2.	20	
	24.	17 $\frac{1}{2}$ fere		17	53	2.	29	
	26.	18 . 00		26 vel 27 <sup>gr.</sup>		2.	42	

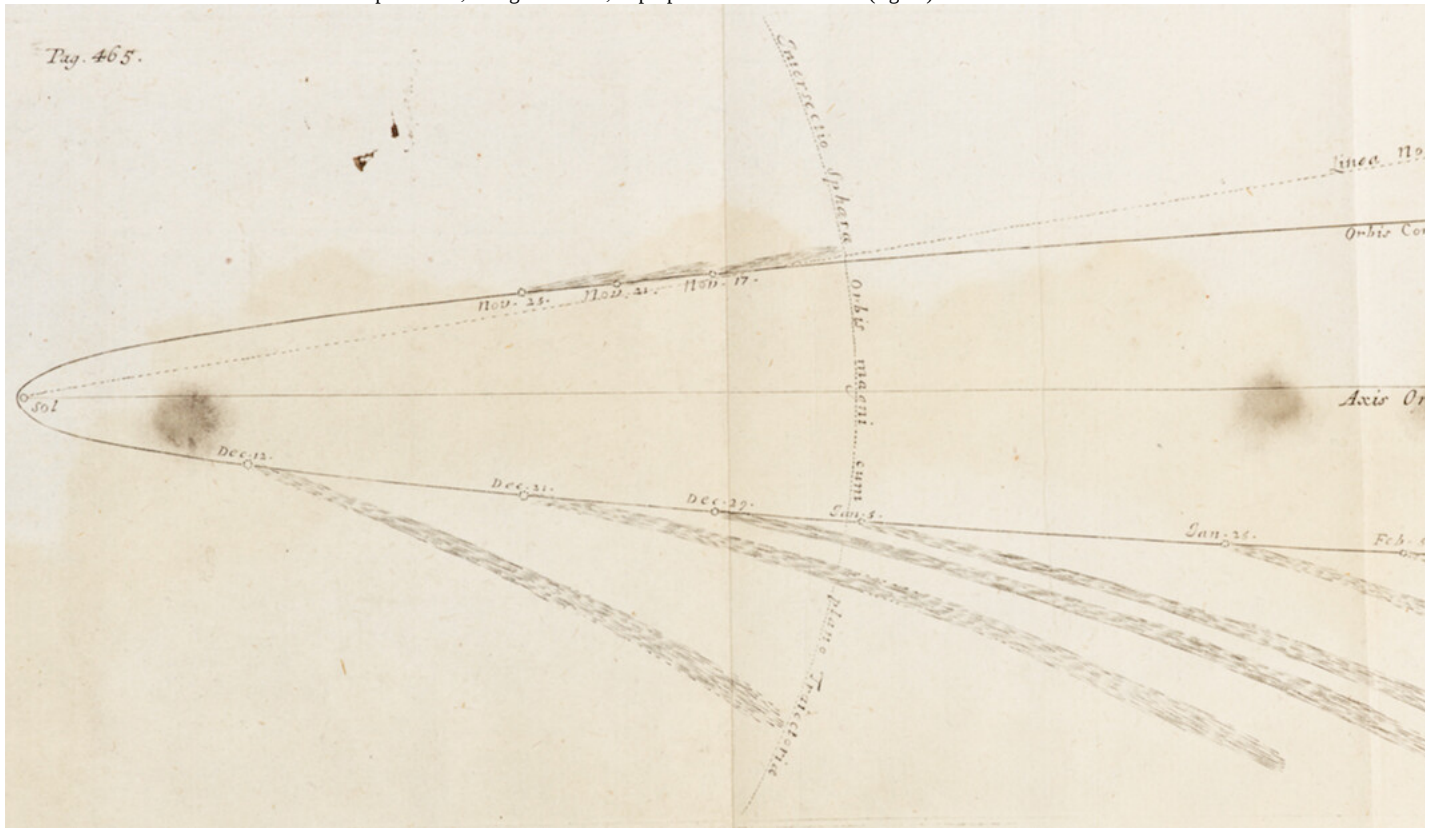
Loca autem Cometæ in Orbe Parabolico computata, ita se habent.

Temp. verum			Dist. Com. a $\odot$	Long. comp.			Lat. comp.		
d.	h.	'		gr.	'	"	gr.	'	"
Nov.	16.	17. 0	83920	$\triangle$	8.	0. 25	0.	43.	20 Aust.

18. 21. 34	78020	18. 41. 50	1. 17. 30
20. 16. 50	73012	27. 59. 40	1. 44. 25
23. 17. 5	64206	♄ 13. 19. 15	2. 21. 8
26. 17. 0	54799	26. 46. 30	2. 42. 30

<464>

Congruunt igitur Observationes Astronomicæ, tam mense *Novembri* quam mensibus quatuor sequentibus, cum motu Cometæ circum Solem in Trajectoria hacce Parabolica, atque adeo unum & eundem Cometam fuisse, qui mense *Novembri* ad Solem descendit, & mensibus sequentibus ab eodem ascendit, abunde confirmant, ut & hunc Cometam in Trajectoria hacce Parabolica delatum fuisse quamproxime. Mensibus *Decembri*, *Januario*, *Februario* & *Martio*, ubi Observationes hujus Cometæ sunt satis accuratæ, congruunt eadem cum motu ejus in hac Trajectoria, non minus accurate quam observationes Planetarum congruere solent cum eorum Theoriis. Mense *Novembri*, ubi observationes sunt crassæ, errores non sunt majores quam qui crassitudini observationum tribuantur. Trajectoria Cometæ bis secuit planum Eclipticæ, & propterea non fuit rectilinea. Eclipticam secuit non in oppositis cœli partibus, sed in fine Virginis & principio Capricorni, intervallo graduum 98 circiter; ideoque cursus Cometæ plurimum deflectebatur a Circulo maximo. Nam & mense *Novembri* cursus ejus tribus saltem gradibus ab Ecliptica in austrum declinabat, & postea mense *Decembri* gradibus 29 vergebat ab Ecliptica in septentrionem, partibus duabus Orbitæ in quibus Cometa tendebat in Solem & redibat a Sole, angulo apparente graduum plus triginta ab invicem declinantibus, ut observavit *Montenarus*. Pergebat hic Cometa per signa fere novem, a Virginis scilicet duodecimo gradu ad principium Geminorum, præter signum Leonis per quod pergebat antequam videri cœpit: & nulla alia extat Theoria, qua Cometa tantam Cœli partem motu regulari percurrat. Motus ejus fuit maxime inæquabilis. Nam circa diem vigesimum *Novembris*, descripsit gradus circiter quinque singulis diebus; dein motu retardato inter *Novemb.* 26 & *Decemb.* 12, spatio scilicet dierum quindecim cum semisse, descripsit gradus tantum 40; postea vero motu iterum accelerato, descripsit gradus fere quinque singulis diebus, antequam motus iterum retardari cœpit. Et Theoria quæ motui tam inæquabili per maximam cœli partem probe respondet, quæque easdem observat leges cum Theoria Planetarum, & cum accuratis observationibus Astronomicis accurate congruit, no potest non esse vera. Cometa tamen sub finem motus deviat ab aliquantulum ab hac Trajectoria Parabolica versus axem Parabolæ, ut ex erroribus minuti unius primi duorumve in latitudinem mense *Februario* & *Martio* conspirantibus, colligere videor; & propterea in Orbe El <465 (figure)>



<465> liptico circum Solem movebatur, spatio annorum plusquam quingentorum, quantum ex erroribus illis judicare licuit, revolutionem peragens.

Cæterum Trajectoriam quam Cometa descripsit, & Caudam veram quam singulis in locis projecit, visum est annexo schemate in plano Trajectoriæ optice delineatas exhibere: Observationibus sequentibus in Cauda definienda adhibitis.

Nov. 17. Cauda gradus amplius quindecim longa *Ponthæo* apparuit. Nov. 18. Cauda 30<sup>gr</sup>. longa, Solique directe opposita in *Nova-Anglia* cernebatur, & protendebatur usque ad stellam  $\sigma$ , quæ tunc erat in  $\eta$  9<sup>gr</sup>. 54'. Nov. 19. in *Mary-Land* cauda visa fuit gradus 15 vel 20 longa. Dec. 10. Cauda (observante *Flamstedio*) transibat per medium distantiae inter caudam serpentis Ophiuchi & stellam  $\delta$  in Aquilæ australi ala, & desinebat prope stellas A,  $\omega$ , b in Tabulis *Bayeri*. Terminus igitur erat in  $\zeta$  19<sup>1</sup>/<sub>2</sub><sup>gr</sup>. cum latitudine boreali 34<sup>1</sup>/<sub>4</sub><sup>gr</sup>. circiter. Dec. 11. surgebat ad usque caput Sagittæ (*Bayero*,  $\alpha$ ,  $\beta$ ), desinens in  $\zeta$  26<sup>gr</sup>. 43', cum latitudine boreali 38<sup>gr</sup>. 34'. Dec. 12 transibat per medium Sagittæ, nec longe ultra protendebatur, desinens in  $\infty$  48<sup>gr</sup>. cum latitudine boreali 42<sup>1</sup>/<sub>2</sub><sup>gr</sup>. circiter. Intelligenda sunt hæc de longitudine caudæ clarioris. Nam luce obscuriore, in cœlo forsan magis sereno, cauda Dec. 12, hora 5, 40' *Romæ* (observante *Ponthæo*) supra cygni Uropygium ad gradus 10 sese extulit; atque ab hac stella ejus latus ad occasum & boream min. 45. destitit. Lata autem erat cauda his diebus gradus 3, juxta terminum superiorem, ideoque medium ejus distabat a Stella illa 2<sup>gr</sup> 15' austrum versus, & terminus superior erat in  $\chi$  22<sup>gr</sup>. cum latitudine boreali 61<sup>gr</sup>. Dec. 21. surgebat fere ad cathedram *Cassiopeiæ*, æqualiter distans a  $\beta$  & *Schedir*, & distantiam ab utraque distantiae earum ab invicem æqualem habens, adeoque desinens in  $\chi$  24<sup>gr</sup>. cum latitudine 47<sup>1</sup>/<sub>2</sub><sup>gr</sup>. Dec. 29 tangebatur *Scheat* sitam ad sinistram, & intervallum stellarum duarum in pede boreali *Andromedæ* accurate complebat, & longa erat 54<sup>gr</sup>. adeoque desinebat in  $\theta$  19<sup>gr</sup>. cum latitudine 35<sup>gr</sup>. Jan. 5. tetigit stellam  $\pi$  in pectore *Andromedæ*, ad latus suum dextrum, & stellam  $\mu$  in ejus cingulo ad latus sinistrum; & (juxta Observationes nostras) longa erat 40<sup>gr</sup>; curva autem erat & convexo latere spectabat ad austrum. Cum circulo per Solem & caput Cometæ transeunte angulum confecit graduum 4 juxta caput Cometæ; at juxta terminum alterum inclinabatur ad circulum illum in angulo 10 vel 11 graduum, & chorda caudæ cum circulo illo continebat angulum graduum <466> octo. Jan. 13. Cauda luce satis sensibili terminabatur inter *Alamech* & *Algoi*, & luce tenuissima desinebat e regione stellæ  $\kappa$  in latere *Persei*. Distantia termini caudæ a circulo Solem & Cometam jungente erat 3<sup>gr</sup>. 50', & inclinatio chordæ caudæ ad circulum illum 8<sup>1</sup>/<sub>2</sub><sup>gr</sup>. Jan. 25 & 26 luce tenui micabat ad longitudinem graduum 6 vel 7; & ubi cœlum valde serenum erat, luce tenuissima & ægerrime sensibili attingebat longitudinem graduum duodecim & paulo ultra. Dirigebatur autem ejus axis ad Lucidam in humero orientali Aurigæ accurate, adeoque declinabat ab oppositione Solis boream versus in angulo graduum decem. Denique Feb. 10. Caudam oculis armatis asperi gradus duos longam. Nam lux prædicta tenuior per vitra non apparuit. *Ponthæus* autem Feb. 7 se caudam ad longitudinem graduum 12 vidisse scribit.

Orbem jam descriptum spectanti & reliqua Cometæ hujus Phænomena in animo revolventi, haud difficulter constabit quod corpora Cometarum sunt solida, compacta, fixa ac durabilia ad instar corporum Planetarum. Nam si nihil aliud essent quam vapores vel exhalationes Terræ, Solis & Planetarum, Cometa hicce in transitu suo per viciniam Solis statim dissipari debuisset. Est enim calor Solis ut radiorum densitas, hoc est, reciproce ut quadratum distantiae locorum a Sole. Ideoque cum distantia Cometæ a centro Solis *Decemb.* 8 ubi in Perihelio versabatur, esset ad distantiam Terræ a centro Solis ut 6 ad 1000 circiter, calor Solis apud Cometam eo tempore erat ad calorem Solis æstivi apud nos ut 1000000 ad 36, seu 28000 ad 1. Sed calor aquæ ebullientis est quasi triplo major quam calor quem terra arida concipit ad æstivum Solem; ut expertus sum: & calor ferri candentis (si recte conector) quasi triplo vel quadruplo major quam calor aquæ ebullientis; adeoque calor quem terra arida apud Cometam in Perihelio versantem ex radiis Solaribus concipere posset; quasi 2000 vicibus major quam calor ferri candentis. Tanto autem calore vapores & exhalationes, omnisque materia volatilis statim consumi ac dissipari debuissent.

Cometa igitur in Perihelio suo calorem immensum ad Solem concepit, & calorem illum diutissime conservare potest. Nam globus ferri candentis digitum unum latus, calorem suum omnem spatio horæ unius in aere consistens vix amitteret. Globus autem major calorem diutius conservaret in ratione diametri, propterea quod superficies (ad cujus mensuram per contactum aeris ambi <467> entis refrigeratur) in illa ratione minor est pro quantitate materiæ suæ calidæ inclusæ. Ideoque globus ferri candentis huic Terræ æqualis, id est, pedes plus minus 40000000 latus, diebus totidem, & idcirco annis 50000, vix refrigereret. Suspicio tamen quod duratio Caloris, ob causas latentes, augeatur in minore ratione quam ea diametri: & optarim rationem veram per experimenta investigari.

Porro notandum est quod Cometa Mense *Decembri*, ubi ad Solem modo incaluerat, caudam emittebat longe majorem & splendidiorem quam antea Mense *Novembri*, ubi Perihelium nondum attigerat. Et universaliter caudæ omnes maximæ & fulgentissimæ e Cometis oriuntur, statim post transitum eorum per regionem Solis. Conducit igitur calefactio Cometæ ad magnitudinem caudæ. Et inde colligere videor quod cauda nihil aliud sit quam vapor longe tenuissimus, quem caput seu nucleus Cometæ per calorem suum emittit.

Cæterum de Cometarum caudis triplex est opinio; eas vel jubar esse Solis per translucida Cometarum capita propagatum; vel oriri ex refractione lucis in progressu ipsius a capite Cometæ in Terram, vel denique nubem esse seu vaporem a capite Cometæ jugiter surgentem & abeuntem in partes a Sole aversas. Opinio prima eorum est qui nondum imbuti sunt scientia rerum Opticarum. Nam jubar Solis in cubiculo tenebroso non cernitur, nisi quatenus lux reflectitur e pulverum & fumorum particulis per aerem semper volitantibus: adeoque in aere fumis crassioribus infecto splendidius est, & sensum fortius ferit; in aere clariore tenuius est & ægrius sentitur: in cœlis autem absque materia reflectente nullum esse potest. Lux non cernitur quatenus in jubare est, sed quatenus inde reflectitur ad oculos nostros. Nam visio non fit nisi per radios qui in oculos impingunt. Requiritur igitur materia aliqua reflectens in regione caudæ, ne cœlum totum luce Solis illustratum uniformiter splendeat. Opinio secunda multis premitur difficultatibus. Caudæ nunquam variegantur coloribus: qui tamen refractionum solent esse comites inseparabiles. Lux Fixarum & Planetarum distincte ad nos transmissa, demonstrat medium cœlestis nulla vi refractiva pollere. Nam quod dicitur Lux ab *Ægyptiis* comatas nonnunquam visas fuisse, id quoniam rarissime contingit, ascribendum est nubium refractioni fortuitæ. Fixarum quoque radiatio & scintillatio ad refractiones tum Oculorum tum Aeris tremuli referendæ sunt: quippe quæ admotis oculo Telescopiis <468> evanescent, Aeris & ascendentium vaporum tremore fit ut radii facile de angusto pupillæ spatio per vices detorqueantur, de latiore autem vitri objectivi apertura neutiquam. Inde est quod scintillatio in priori casu generetur, in posteriore autem cesset: & cessatio in posteriore casu demonstrat regularem transmissionem lucis per cœlos absque omni refractione sensibili. Nequis contendat quod caudæ non soleant videri in Cometis cum eorum lux non est satis fortis, quia tunc radii secundarii non habent satis virium ad oculos movendos, & propterea caudas Fixarum non cerni: sciendum est quod lux Fixarum plus centum vicibus augeri potest mediantibus Telescopiis, nec tamen caudæ cernuntur. Planetarum quoque lux copiosior est, caudæ vero nullæ: Cometæ autem sæpe caudatissimi sunt, ubi capitulum lux tenuis est & valde obtusa: sic enim Cometa Anni 1680, Mense *Decembri*, quo tempore caput luce sua vix æquabat stellas secundæ magnitudinis, caudam emittebat splendore notabili usque ad gradus 40, 50, 60 longitudinis & ultra: postea *Jan.* 27 & 28 caput apparebat ut stella septimæ tantum magnitudinis, cauda vero luce quidem pertenui sed satis sensibili longa erat 6 vel 7 gradus, & luce obscurissima, quæ cerni vix posset, porrigebatur ad gradum usque duodecimum vel paulo ultra: ut supra dictum est. Sed & *Feb.* 9. & 10 ubi caput nudis oculis videri desiderat, caudam gradus duos longam per Telescopium contemplatus sum. Porro si cauda oriretur ex refractione materiæ cœlestis, & pro figura cœlorum deflecteretur de Solis oppositione, deberet deflexio illa in iisdem cœli regionibus in eandem semper partem fieri. Atqui Cometa Anni 1680 *Decemb.* 28 hora 8  $\frac{1}{2}$  P. M. *Londini*, versabatur in  $\Upsilon$  8<sup>gr</sup>. 41' cum latitudine boreali 28<sup>gr</sup>. 6', Sole existente in  $\mathcal{Z}$  28<sup>gr</sup>. 26'. Et Cometa Anni 1577, *Dec.* 29. versabatur in  $\Upsilon$  8<sup>gr</sup>. 41' cum latitudine boreali 28<sup>gr</sup>. 40', Sole etiam existente in  $\mathcal{Z}$  18<sup>gr</sup>. 26' circiter. Utroque in casu Terra versabatur in eodem loco, & Cometa apparebat in eadem cœ parte: in priori tamen casu cauda Cometæ (ex meis & aliorum Observationibus) declinabat angulo graduum 4  $\frac{1}{2}$  ab oppositione Solis aequilonem versus; in posteriore vero (ex Observationibus *Tychonis*) declinatio erat graduum 21 in austrum. Igitur repudiata cœlorum refractione, superest ut Phænomena Caudarum ex materia aliqua reflectente deriventur.

Caudas autem a capitibus oriri & in regiones a Sole aversas ascendere confirmatur ex legibus quas observant. Ut quod in <469> planis Orbium Cometarum per Solem transeuntibus jacentes, deviant ab oppositione Solis in eas semper partes, quas capita in Orbibus illis progredientia relinquunt. Quod spectatori in his planis constituto apparent in partibus a Sole directe aversis; digrediente autem spectatore de his planis, deviatio paulatim sentitur, & indies apparet major. Quod deviatio cæteris paribus minor est ubi cauda obliquior est ad Orbem Cometæ, ut & ubi caput Cometæ ad Solem propius accedit; præsertim si spectetur deviationis angulus juxta caput Cometæ. Præterea quod caudæ non deviantes apparent rectæ, deviantes autem incurvantur. Quod curvatura major est ubi major est deviatio, & magis sensibilis ubi cauda cæteris paribus longior est: nam in brevioribus curvatura ægre animadvertitur. Quod deviationis angulus minor est juxta caput Cometæ, major juxta caudæ extremitatem alteram, atque adeo quod cauda convexo sui latere partes respicit a quibus fit deviatio, quæque in recta sunt linea a Sole per caput Cometæ in infinitum ducta. Et quod caudæ quæ prolixiores sunt & latiores, & luce vegetiore micant, sint ad latera convexa paulo splendidiore & limite minus indistincto terminatæ quam ad concava. Pendent igitur Phænomena caudæ a motu capitis, non autem a regione cœli in qua caput conspicitur; & propterea non fiunt per refractionem cœlorum, sed a capite suppeditante materiam oriuntur. Etenim ut in Aere nostro fumus corporis cujusvis igniti petit superiora, idque vel perpendiculariter si corpus quiescat, vel oblique si corpus moveatur in latus: ita in Cœlis ubi corpora gravitant in Solem, fumi & vapores ascendere debent a Sole (uti jam dictum est) & superiora vel recta petere, si corpus fumans quiescit; vel oblique, si corpus progrediendo loca semper deserit a quibus superiores vaporis partes ascenderant. Et obliquitas ista minor erit ubi ascensus vaporis velocior est: nimirum in vicinia Solis & juxta corpus fumans. Ex obliquitatis autem diversitate incurvabitur vaporis columna: & quia vapor in columnæ latere præcedente paulo recentior est, ideo etiam in ibidem aliquanto densior erit, lucemque propterea copiosius reflectet, & limite minus indistincto terminabitur. De Caudarum agitationibus subitaneis & incertis, deque earum figuris irregularibus, quas nonnulli quandoque describunt, hic nihil adjicio; propterea quod vel a mutationibus Aeris nostri, & motibus nubium caudas aliqua ex parte obscurantium oriuntur; vel forte a partibus Viæ Lactæ, quæ cum caudis prætereuntibus confundi possint, ac tanquam earum partes spectari.

<470>

Vapores autem, qui spatiis tam immensis implendis sufficiant, ex Cometarum Atmosphæris oriri posse, intelligetur ex raritate Aeris nostri. Nam Aer juxta superficiem Terræ spatium occupat quasi 850 partibus majus quam Aqua ejusdem ponderis, ideoque Aeris columna cylindrica pedes 850 alta, ejusdem est ponderis cum Aquæ columna pedali latitudinis ejusdem. Columna autem Aeris ad summitatem Atmosphæræ assurgens æquat pondere suo columnam Aquæ pedes 33 altam circiter; & propterea si columnæ totius Aereæ pars inferior pedum 850 altitudinis dematur, pars reliqua superior æquabit pondere suo columnam Aquæ altam pedes 32. Inde vero (ex Hypothesi multis experimentis confirmata, quod compressio Aeris sit ut pondus Atmosphæræ incumbens, quodque gravitas sit reciproce ut quadratum distantiae locorum a centro Terræ) computationem per Corol. Prop. xxii. Lib. II. ineundo, inveni quod Aer, si ascendatur a superficie Terræ ad altitudinem semidiametri unius terrestris, rarior sit quam apud nos in ratione longe majori, quam spatii omnis infra Orbem Saturni ad globum diametro digiti unius descriptum. Ideoque globus Aeris nostri digitum unum latus, ea cum raritate quam haberet in altitudine semidiametri unius terrestris, impleret omnes Planetarum regiones ad usque sphaeram Saturni & longe ultra. Proinde cum Aer adhuc altior in immensum rarescat; & coma seu Atmosphæra Cometæ, ascendendo ab illius centro, quasi decuplo altior sit quam superficies nuclei, deinde cauda adhuc altius ascendat, debebit cauda esse quam rarissima. Et quamvis, ob longe crassiorem Cometarum Atmosphæram, magnamque corporum gravitationem Solem versus, & gravitationem particularum Aeris & vaporum in se mutuo, fieri possit ut Aer in spatiis cœlestibus inque Cometarum caudis non adeo rarescat; perexiguam tamen quantitatem Aeris & vaporum, ad omnia illa caudarum Phænomena abunde sufficere, ex hac computatione perspicuum est. Nam & caudarum insignis raritas colligitur ex astris per eas translucentibus. Atmosphæra terrestris luce Solis splendens, crassitudine sua paucorum milliarum, & astra omnia & ipsam Lunam obscurat & extinguit penitus: per immensam vero caudarum crassitudinem, luce pariter Solari illustratam, astra minima absque claritatis detrimento translucere noscuntur. Neque major esse solet caudarum plurimarum splendor, quam Aeris nostri in tenebroso cubiculo latitudine digiti unius duorumve, lucem Solis in jubare reflectentis.

<471>

Quo temporis spatio vapor a capite ad terminum caudæ ascendit, cognosci fere potest ducendo rectam a termino caudæ ad Solem, & notando locum ubi recta illa Trajectoriam secat. Nam vapor in termino caudæ, si recta ascendat a Sole, ascendere capit a capite quo tempore caput erat in loco intersectionis. At vapor non recta ascendit à Sole, sed motum Cometæ, quem ante ascensum suum habebat, retinendo, & cum motu ascensus sui eundem componendo, ascendit oblique. Unde verior erit Problematis solutio, ut recta illa quæ Orbem secat, parallela sit longitudini caudæ, vel potius (ob motum curvilineum Cometæ) ut eadem a linea caudæ divergat. Hoc pacto inveni quod vapor qui erat in termino caudæ *Jan.* 25, ascendere cœperat a capite ante *Dec.* 11, adeoque ascensus suo toto dies plus 45 consumperat. At cauda illa omnis quæ *Dec.* 10. apparuit, ascenderat spatio dierum illorum duorum, qui a tempore Perihelii Cometæ elapsi fuerant. Vapor igitur sub initio in vicinia Solis celerrime ascendeat, & postea cum motu per gravitatem suam semper retardato ascendere pergebat; & ascendendo augebat longitudinem caudæ: cauda autem quamdiu apparuit ex vapore fere omni constabat qui a tempore Perihelii ascenderat; & vapor, qui primus ascendit, & terminum caudæ composuit, non prius evanuit quam ob nimiam suam tam a Sole illustrante quam ab oculis nostris distantiam videri desiit. Unde etiam caudæ Cometarum aliorum quæ breves sunt, non ascendunt motu celeri & perpetuo a capitibus & mox evanescent, sed sunt permanentes vaporum & exhalationum columnæ, a capitibus lentissimo multorum dierum motu propagatæ, quæ, participando motum illum capitum quem habuere sub initio, per cœlos una cum capitibus moveri pergunt. Et hinc rursus colligitur spatia cœlestia vi resistendi destitui; utpote in quibus non solum solida Planetarum & Cometarum corpora, sed etiam rarissimi caudarum vapores motus suos velocissimos liberrime peragunt ac diutissime conservant.

Ascensum caudarum ex Atmosphæris capitum & progressum in partes a Sole aversas *Keplerus* ascribit actioni radiorum lucis materiam caudæ secum rapientium. Et auram longe tenuissimam in spatiis liberrimis actioni radiorum cedere, non est a ratione prorsus alienum, non obstante quod substantiæ crassæ, impeditissimis in regionibus nostris, a radiis Solis sensibilibiter propelli nequeant. Alius particulas tam leves quam graves dari posse existimat, & materiam caudarum levitare, perque levitatem suam a Sole ascen <472> dere. Cum autem gravitas corporum terrestrium sit ut materia in corporibus, ideoque servata quantitate materiæ intendi & remitti nequeat, suspicor ascensum illum ex rarefactione materiæ caudarum potius oriri. Ascendit fumus in camino impulsu Aeris cui innatat. Aer ille per calorem rarefactus ascendit, ob diminutam suam gravitatem specificam, & fumum implicatum rapit secum. Quidni cauda Cometæ ad eundem modum ascenderit a Sole? Nam radii Solares non agitant Media quæ permeant, nisi in reflexione & refractione. Particulæ reflectentes ea actione calefactæ calefacient auram ætheream cui implicantur. Illa calore sibi communicato rarefiet, & ob diminutam ea raritatem gravitatem suam specificam qua prius tendebat in Solem, ascendet & secum rapiet particulas reflectentes ex quibus cauda componitur: Ad ascensum vaporum conducit etiam quod hi gyrantur circa Solem & ea actione conantur a Sole recedere, at Solis Atmosphæra & materia cœlorum vel plane quiescit, vel motu solo quem a Solis rotatione acceperint, tardius gyratur. Hæ sunt causæ ascensus caudarum in vicinia Solis, ubi Orbis curviores sunt, & Cometæ intra densiorem & ea ratione graviorem Solis Atmosphæram consistent, & caudas quam longissimas mox emittunt. Nam caudæ quæ tunc nascuntur, conservando motum suum & interea versus Solem gravitando, movebuntur circa Solem in Ellipsis pro more capitum, & per motum illum capita semper comitabuntur & iis liberrime adhærebunt. Gravitas enim vaporum in Solem non magis efficit ut caudæ postea decendant a capitibus Solem versus, quam gravitas capitum efficere possit ut hæc decendant a caudis. Communi gravitate vel simul in Solem cadunt, vel simul in ascensu suo retardabuntur, adeoque gravitas illa non impedit, quo minus caudæ & capita positionem quamcunque ad invicem a causis jam descriptis, aut aliis quibuscunque facillime accipiant & postea liberrime servant.

Caudæ igitur quæ in Cometarum Periheliis nascuntur, in regiones longinquas cum eorum capitibus abibunt, & vel inde post longam annorum seriem cum iisdem ad nos redibunt, vel potius ibi rarefactæ paulatim evanescent. Nam postea in descensu capitum ad Solem caudæ novæ breviusculæ lento motu a capitibus propagari debebunt, & subinde, in Periheliis Cometarum illorum qui adusque Atmosphæram Solis descendunt, in immensum augeri. Vapor enim in spatiis illis liberrimis perpetuo rarescit ac dilatatur. Qua ratione fit ut cauda omnis ad extremitatem supe <473> riorem latior sit quam juxta caput Cometæ. Ea autem rarefactione vaporem perpetuo dilatatum diffundi tandem & spargi per cœlos universos, deinde paulatim in Planetas per gravitatem suam attrahi & cum eorum Atmosphæris misceri, rationi consentaneum videtur. Nam quemadmodum Maria ad constitutionem Terræ hujus omnino requiruntur, idque ut ex iis per calorem Solis vapores copiose satis excitentur, qui vel in nubes coacti decidunt in pluvii, & terram omnem ad procreationem vegetabilium irrigent & nutrant; vel in frigidis montium verticibus condensati (ut aliqui cum ratione philosophantur) decurrant in fontes & flumina: sic ad conservationem marium & humorum in Planetis, requiri videntur Cometæ, ex quorum exhalationibus & vaporibus condensatis, quicquid liquoris per vegetationem & putrefactionem consumitur & in terram aridam convertitur, continuo suppleri & refici possit. Nam vegetabilia omnia ex liquoribus omnino crescunt, dein magna ex parte in terram aridam per putrefactionem abeunt, & limus ex liquoribus putrefactis perpetuo decedit. Hinc moles Terræ aridæ indies augetur, & liquores, nisi aliunde augmentum sumerent, perpetuo decrescere deberent, ac tandem deficere. Porro suspicor spiritum illum, qui Aeris nostri pars minima est sed subtilissima & optima, & ad rerum omnium vitam requiritur, ex Cometis præcipue venire.

Atmosphæræ Cometarum in descensu eorum in Solem, excurrendo in caudas, diminuuntur, & (ea certe in parte quæ Solem respicit) angustiores redduntur: & vicissim in recessu eorum a Sole, ubi jam minus excurrunt in caudas, ampliuntur; si modo Phænomena eorum *Hevelius* recte notavit. Minimæ autem apparent ubi capita jam modo ad Solem calefacta in caudas maximas & fulgentissimas abiere, & nuclei fumo forsan crassiore & nigriore in Atmosphærarum partibus infimis circumdantur. Nam fumus omnis ingenti calore excitatus, crassior & nigrior esse solet. Sic caput Cometæ de quo egimus, in æqualibus a Sole ac Terra distantis, obscurius apparuit post Perihelium suum quam antea. Mense enim *Decembri* cum stellis tertię magnitudinis conferri solebat, at Mense *Novembri* cum stellis primæ & secundæ. Et qui utrumque viderant, majorem describunt Cometam priorem. Nam Juveni cuidam *Cantabrigiensi*, *Novemb.* 19, Cometa hicce luce sua quamtumvis plumbea & obtusa, æquabat Spicam Virginis, & clarius micabat quam postea. Et *D. Storer* literis quæ in manus nostras incidere, scripsit caput ejus Mense *Decembri*, ubi caudam <474> maximam & fulgentissimam emittebat, parvum esse & magnitudine visibili longe cedere Cometæ, qui Mense *Novembri* ante Solis ortum apparuerat. Cujus rei rationem esse conjectabatur, quod materia capitis sub initio copiosior esset, & paulatim consumeretur.

Eodem spectare videtur quod capita Cometarum aliorum, qui caudas maximas & fulgentissimas emisissent, apparuerint subobscura & exigua. Nam Anno 1668 *Mart.* 5. St. nov. hora septima vespertina *R. P. Valentinus Estancius*, *Brasilie* agens, Cometam vidit Horizonti proximum ad occasum Solis brumalem, capite minimo & vix conspicuo, cauda vero supra modum fulgente, ut stantes in littore speciem ejus e mari reflexam facile cernerent. Speciem utique habebat trabis splendentis longitudine 23 graduum, ab occidente in austrum vergens, & Horizonti fere parallela. Tantus autem splendor tres solum dies durabat, subinde notabiliter decrescens; & interea decrescente splendore aucta est magnitudine cauda. Unde etiam in *Portugallia* quartam fere cœli partem (id est, gradus 45) occupasse dicitur, ab occidente in orientem splendore cum insigni protensa; nec tamen tota apparuit, capite semper in his regionibus infra Horizontem delitescens. Ex incremento caudæ & decremento splendoris manifestum est quod caput a Sole recessit, eique proximum fuit sub initio, pro more Cometæ anni 1680. Et similis legitur Cometa anni 1101 vel 1106, *cujus Stella erat parva & obscura* (ut ille anni 1680) *sed splendor qui ex ea exivit valde clarus & quasi ingens trabs ad Orientem & Aquilonem tendebat*, ut habet *Hevelius* ex *Simeone Dunelmensi* Monacho. Apparuit initio Mensis *Februarii*, circa vesperam, ad occasum Solis brumalem. Inde vero & ex situ caudæ colligitur caput fuisse Soli vicinum. *A Sole*, inquit *Matthæus Parisiensis*, *distabat quasi cubito uno, ab hora tertia* [rectius sexta] *usque ad horam nonam radium ex se longum emittens*. Talis etiam erat ardentissimus ille Cometa ab *Aristotele* descriptus Lib. 1. Meteor. 6. *cujus caput primo die non conspectum est, eo quod ante Solem vel saltem sub radiis solaribus occidisset, sequente vero die quantum potuit visum est. Nam quam minima fieri potest distantia Solem reliquit, & mox occubuit. Ob nimium ardorem* [caudæ scilicet] *nondum apparebat capitis sparsus ignis, sed procedente tempore* (ait *Aristoteles*) *cum* [cauda] *jam minus flagraret, reddita est* [capiti] *Cometæ sua facies. Et splendorem suum ad tertiam usque cœli partem* [id est ad 60<sup>gr</sup>.] *extendit. Apparuit autem* <475> *tempore hyberno, & ascendens usque ad cingulum Orionis ibi evanuit*. Cometa ille anni 1618, qui e radiis Solaribus caudatissimus emisit, stellas primæ magnitudinis æquare vel paulo superare videbatur, sed majores apparuere Cometæ non pauci qui caudas breviores habuere. Horum aliqui Jovem, alii Venerem vel etiam Lunam æquasse traduntur.

Diximus Cometæ esse genus Planetarum in Orbibus valde eccentricis circa Solem revolvuntium. Et quemadmodum e Planetis non caudatis, minores esse solent qui in Orbibus minoribus & Soli propioribus gyrantur, sic etiam Cometæ, qui in Periheliis suis ad Solem propius accedunt, ut plurimum minores esse, ne Solem attractione sua nimis agitent, rationi consentaneum videtur. Orbium vero transversas diametros & revolutionum tempora periodica, ex collatione Cometarum in iisdem Orbibus post longa temporum intervalla redeuntium, determinanda relinquo. Interea huic negotio Propositio sequens lumen accendere potest.

## PROPOSITIO XLII. PROBLEMA XXII.

*Trajectoriam Cometæ Graphice inventam corrigere.*

*Oper.* 1. Assumatur positio plani Trajectoriæ, per Propositionem superiorem Graphice inventa; & seligantur tria loca Cometæ observationibus accuratissimis definita, & ab invicem quam maxime distantia; sitque A tempus inter primam & secundam, ac B tempus inter secundam ac tertiam. Cometam autem in eorum aliquo in Perigæo versari convenit, vel saltem non longe a Perigæo abesse. Ex his locis apparentibus inveniantur, per operationes Trigonometricas, loca tria vera Cometæ in assumpto illo plano Trajectoriæ. Deinde per loca illa inventa, circa centrum Solis ceu umbilicum, per operationes Arithmeticas, ope Prop. xxi. Lib. I. institutas, describatur Sectio Conica: & ejus aræ, radiis a Sole ad loca inventa ductis terminatæ, sunt D & E; nempe D area inter observationem primam & secundam, & E area inter secundam ac tertiam. Sitque T tempus totum quo area tota D + E, velocitate Cometæ per Prop. xvi. Lib. I. inventa, describi debet.

*Oper. 2.* Augeatur longitudo Nodorum Plani Trajectoriæ, additis ad longitudinem illam 20' vel 30', quæ dicantur P; & servetur plani illius inclinatio ad planum Eclipticæ. Deinde ex <476> prædictis tribus Cometæ locis observatis inveniantur in hoc novo plano loca tria vera (ut supra:) deinde etiam Orbis per loca illa transiens, & ejusdem areæ duæ inter observationes descriptæ, quæ sint  $d$  &  $e$ , nec non tempus totum  $t$  quo area tota  $d + e$  describi debeat.

*Oper. 3.* Servetur Longitudo Nodorum in operatione prima, & augeatur inclinatio Plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ, additis ad inclinationem illam 20' vel 30', quæ dicantur Q. Deinde ex observatis prædictis tribus Cometæ locis apparentibus, inveniantur in hoc novo Plano loca tria vera, Orbisque per loca illa transiens, ut & ejusdem areæ duæ inter observationes descriptæ, quæ sint  $\delta$  &  $\epsilon$ , & tempus totum  $\tau$  quo area tota  $\delta + \epsilon$  describi debeat.

Jam sit C ad 1 ut A ad B, & G ad 1 ut D ad E, &  $g$  ad 1 ut  $d$  ad  $e$ , &  $\gamma$  ad 1 ut  $\delta$  ad  $\epsilon$ ; sitque S tempus verum inter observationem primam ac tertiam; & signis + & - probe observatis quærantur numeri  $m$  &  $n$ , ea lege ut sit  $2G - 2C = mG - mg + nG - n\gamma$ , &  $2T - 2S$  æquale  $mT - mt + nT - n\tau$ . Et si, in operatione prima, I designet inclinationem plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ, & K longitudinem Nodi alterutrius, erit  $I + nQ$  vera inclinatio Plani Trajectoriæ ad Planum Eclipticæ, &  $K + mP$  vera longitudo Nodi. Ac denique si in operatione prima, secunda ac tertia, quantitates R,  $r$  &  $\rho$  designent Latera recta Trajectoriæ, & quantitates  $\frac{1}{L}$ ,  $\frac{1}{l}$ ,  $\frac{1}{\lambda}$  ejusdem Latera transversa respective: erit  $R + mr - mR + n\rho - nR$  verum Latus rectum, &  $\frac{1}{L+ml-mL+n\lambda-nL}$  verum Latus transversum Trajectoriæ quam Cometa describit. Dato autem Latere transverso datur etiam tempus periodicum Cometæ. *Q.E.I.*

Cæterum Cometarum revolventium tempora periodica, & Orbium latera transversa, haud satis accurate determinabuntur, nisi per collationem Cometarum inter se, qui diversis temporibus apparent. Si plures Cometæ, post æqualia temporum intervalla, eundem Orbem descripsisse reperiantur, concludendum erit hos omnes esse unum & eundem Cometam, in eodem Orbe revolventem. Et tum demum ex revolutionum temporibus, dabuntur Orbium latera transversa, & ex his lateribus determinabuntur Orbes Elliptici.

<477>

In hunc finem computandæ sunt igitur Cometarum plurium Trajectoriæ, ex hypothesi quod sint Parabolicæ. Nam hujusmodi Trajectoriæ cum Phænomenis semper congruent quamproxime. Id liquet, non tantum ex Trajectoria Parabolica Cometæ anni 1680, quam cum observationibus supra contuli, sed etiam ex ea Cometæ illius insignis, qui annis 1664 & 1665 apparuit, & ab *Hevelio* observatus fuit. Is ex observationibus suis longitudes & latitudes hujus Cometæ computavit, sed minus accurate. Ex iisdem observationibus, *Halleius* noster loca Cometæ hujus denuo computavit, & tum demum ex locis sic inventis Trajectoriam Cometæ determinavit. Invenit autem ejus Nodum ascendentem in  $\Upsilon$  21<sup>8<sup>r</sup></sup>. 13'. 55", Inclinationem Orbitæ ad planum Eclipticæ 21<sup>8<sup>r</sup></sup>. 18'. 40", distantiam Perihelii a Nodo in Orbita 49<sup>8<sup>r</sup></sup>. 27'. 30". Perihelium in  $\Omega$  8<sup>8<sup>r</sup></sup>. 40'. 30" cum Latitudine austrina heliocentrica 16<sup>8<sup>r</sup></sup>. 1'. 45". Cometam in Perihelio *Novemb.* 24<sup>d</sup>. 11<sup>h</sup>. 52'. P. M. tempore æquato *Londini*, vel 13<sup>d</sup>. 8' *Gedani*, stylo veteri, & Latus rectum Parabolæ 410286, existente mediocri Terræ a Sole distantia 100000. Quam probe loca Cometæ in hoc Orbe computata, congruunt cum observationibus, patebit ex Tabula sequente ab *Halleio* supputata.

Temp. Appar. <i>Gedani</i>	Observata Cometæ distantia			Loca observata			Loca computata in Orbe		
	gr.	'	"	gr.	'	"	gr.	'	"
<i>Decemb.</i>  3 <sup>d</sup> . 18 <sup>h</sup> . 29 $\frac{1}{2}$	a Corde Leonis	46.	24. 20	Long. $\Upsilon$	7.	1. 0	$\Upsilon$	7.	1. 29
	a Spica Virginis	22.	52. 10	Lat. aust.	21.	39. 0		21.	38. 50
4 . 18 . 1 $\frac{1}{2}$	a Corde Leonis	46.	2. 45	Long. $\Upsilon$	6.	15. 0	$\Upsilon$	6.	16. 5
	a Spica Virginis	23.	52. 40	Lat. a.	22.	24. 0		22.	24. 0
7 . 17 . 48	a Corde Leonis	44.	48. 0	Long. $\Upsilon$	3.	6. 0	$\Upsilon$	3.	7. 33
	a Spica Virginis	27.	56. 40	Lat. a	25.	22. 0		25.	21. 40
17 . 14 . 43	a Corde Leonis	53.	15. 15	Long. $\Omega$	2.	56. 0	$\Omega$	2.	56. 0
	ab Humero Orionis dext.	45.	43. 30	Lat. a	49.	25. 0		49.	25. 0
19 . 9 . 25	a Procyone	35.	13. 50	Long. $\Upsilon$	28.	40. 30	$\Upsilon$	28.	43. 0
	a Lucid. Mandib. Ceti	52.	56. 0	Lat. a	45.	48. 0		45.	46. 0
20 . 9 . 53 $\frac{1}{2}$	a Procyone	40.	49. 0	Long. $\Upsilon$	13.	3. 0	$\Upsilon$	13.	5. 0
	a Lucid. Mandib. Ceti	40.	4. 0	Lat. a	39.	54. 0		39.	53. 0
21 . 9 . 9 $\frac{1}{2}$	ab Hum. dext. Orionis	26.	21. 25	Long. $\Upsilon$	2.	16. 0	$\Upsilon$	2.	18. 30
	a Lucid. Mandib. Ceti	29.	28. 0	Lat. a	33.	41. 0		33.	39. 40
22 . 9 . 0	ab Hum. dext. Orionis	29.	47. 0	Long. $\Theta$	24.	24. 0	$\Theta$	24.	27. 0
	a Lucid. Mandib. Ceti	20.	29. 30	Lat. a	27.	45. 0		27.	46. 0
26 . 7 . 58	a Lucida Arietis	23.	20. 0	Long. $\Theta$	9.	0. 0	$\Theta$	9.	2. 28
	ab Aldebaran	26.	44. 0	Lat. a	12.	36. 0		12.	34. 13

<478>

Temp. Appar. <i>Gedani</i>	Observata Cometæ distantia			Loca observata			Loca computata in Orbe.		
d. . h. . '	gr.	'	"	gr.	'	"	gr.	'	"
27 . 6 . 45	a Lucida Arietis	20.	45. 0	Long. $\Theta$	7.	5. 40	$\Theta$	7.	8. 54
	ab Aldebaran	28.	10. 0	Lat. a.	10.	23. 0		10.	23. 13
28 . 7 . 39	a Lucida Arietis	18.	29. 0	Long. $\Theta$	5.	24. 45	$\Theta$	5.	27. 52
	a Palilicio	29.	37. 0	Lat. a.	8.	22. 50		8.	23. 37
31 . 6 . 45	a Cing. Androm.	30.	48. 10	Long. $\Theta$	2.	7. 40	$\Theta$	2.	8. 20
	a Palilicio	32.	53. 30	Lat. a.	4.	13. 0		4.	16. 25
<i>Jan.</i>	a Cing. Androm.	25.	11. 0	Long. $\Upsilon$	28.	24. 47	$\Upsilon$	28.	24. 0

7 . 7 . 37 $\frac{1}{2}$	a Palilicio	37. 12. 25	Lat. bor. 0. 54. 0	0. 53. 0
24 . 7 . 29	a Palilicio	40. 5. 0	Long. ♉ 26. 29. 15	♉ 26. 28. 50
	a Cing. Androm.	20. 32. 15	Lat. bor. 5. 25. 50	5. 26. 0
Mar. 1 . 8 . 6	Cometa ab <i>Hookio</i> prope secundam Arietis observabatur, Mar. 1 <sup>d</sup> . 7 <sup>h</sup> . 0' <i>Londini</i> cum		Long. ♉ 29. 17. 20	♉ 29. 18. 20
			Lat. bor. 8. 37. 10	8. 36. 12

Apparuit hic Cometa per menses tres, signaque sere sex descripsit, & uno die gradus fere viginti confecit. Cursus ejus a circulo maximo plurimum deflexit, in boream incurvatus; & motus ejus sub finem ex retrogrado factus est directus. Et non obstante cursu tam insolito, Theoria a principio ad finem cum observationibus non minus accurate congruit, quam Theoriæ Planetarum cum eorum observationibus congruere solent, ut inspicienti Tabulam patebit. Subducenda tamen sunt minuta duo prima circiter, ubi Cometa velocissimus fuit; id quod fiet auferendo duodecim minuta secunda ab angulo inter Nodum ascendentem & Perihelium, seu constituendo angulum illum 49<sup>gr</sup>. 27'. 18". Cometæ utriusque (& hujus & superioris) parallaxis annua insignis fuit, & inde demonstratur motus annuus Terræ in Orbe magno.

Confirmatur etiam Theoria per motum Cometæ qui apparuit anno 1683. Hic fuit retrogradus in Orbe cujus planum cum plano Eclipticæ angulum fere rectum continebat. Hujus Nodus ascendens (computante *Halleio*) erat in ♎ 23<sup>gr</sup>. 23'; Inclinatio Orbitæ ad Eclipticam 83<sup>gr</sup>. 11'; Perihelium in ♊ 25<sup>gr</sup>. 29'. 30"; Distantia perihelia a Sole 56020, existente radio Orbis magni 100000, & tempore Perihelii *Julii* 2<sup>d</sup>. 3<sup>h</sup>. 50'. Loca autem Cometæ in hoc Orbe ab *Halleio* computata, & cum locis a *Flamstedio* observatis collata, exhibentur in Tabula sequente.

<479>

1683 Temp. Æquat.	Locus Solis	Cometæ Long. Comp.	Lat. Bor. Comp.	Cometæ Long. Obs.	Lat. Bor. Obser.	Differ. Long.	Differ. Lat.
d. h. '	gr. ' "	gr. ' "	gr. ' "	gr. ' "	gr. ' "	' "	' "
<i>Jul.</i> 13. 12. 55	♍ 1. 2. 30	♌ 13. 5. 42	29. 28. 13	♌ 13. 6. 42	29. 28. 20	+1. 0	+0. 7
15. 11. 15	2. 53. 12	11. 37. 48	29. 34. 0	11. 39. 43	29. 34. 50	+1. 55	+0. 50
17. 10. 20	4. 45. 45	10. 7. 6	29. 33. 30	10. 8. 40	29. 34. 0	+1. 34	+0. 30
23. 13. 40	10. 38. 21	5. 10. 27	28. 51. 42	5. 11. 30	28. 50. 28	+1. 3	-1. 14
25. 14. 5	12. 35. 28	3. 27. 53	24. 24. 47	3. 27. 0	28. 23. 40	-0. 53	-1. 7
31. 9. 42	18. 9. 22	♊ 27. 55. 53	26. 22. 52	♊ 27. 54. 24	26. 22. 25	-0. 39	-0. 27
31. 14. 55	18. 21. 53	27. 41. 7	26. 16. 57	27. 41. 8	26. 14. 50	+0. 1	-2. 7
<i>Aug.</i> 2. 14. 56	20. 17. 16	25. 29. 32	25. 16. 19	25. 28. 46	25. 17. 28	-0. 46	+1. 9
4. 10. 49	22. 2. 50	23. 18. 20	24. 10. 49	23. 16. 55	24. 12. 19	-1. 25	+1. 30
6. 10. 9	23. 56. 45	20. 42. 23	22. 47. 5	20. 40. 32	22. 49. 5	-1. 51	+2. 0
9. 10. 26	26. 50. 52	16. 7. 57	20. 6. 37	16. 5. 55	20. 6. 10	-2. 2	-0. 27
15. 14. 1	♎ 2. 47. 13	3. 30. 48	11. 37. 33	3. 26. 18	11. 32. 1	-4. 30	-5. 32
16. 15. 10	3. 48. 2	0. 43. 7	9. 34. 16	0. 41. 55	9. 34. 13	-1. 12	-0. 3
18. 15. 44	5. 45. 33	♏ 24. 52. 53	5. 11. 15	♏ 24. 49. 5	5. 9. 11	-3. 48	-2. 4
			Austr.		Austr.		
22. 14. 44	9. 35. 49	11. 7. 14	5. 16. 53	11. 7. 12	5. 16. 50	-0. 2	-0. 3
23. 15. 52	10. 36. 48	7. 2. 18	8. 17. 9	7. 1. 17	8. 16. 41	-1. 1	-0. 28
26. 16. 2	13. 31. 10	♉ 24. 45. 31	16. 38. 0	♉ 24. 44. 0	16. 38. 20	-1. 31	+0. 20

Confirmatur etiam Theoria per motum Cometæ retrogradi qui apparuit anno 1682. Hujus Nodus ascendens (computante *Halleio*) erat in ♏ 21<sup>gr</sup>. 16'. 30". Inclinatio Orbitæ ad planum Eclipticæ 17<sup>gr</sup>. 56'. 0". Perihelium in ♍ 2<sup>gr</sup>. 52'. 50". Distantia perihelia a Sole 58328. Et tempus æquatum Perihelii *Sept.* 4<sup>d</sup>. 7<sup>h</sup>. 39'. Loca vero ex observationibus *Flamstedii* computata, & cum locis per Theoriam computatis collata, exhibentur in Tabula sequente.

1682 Temp. Appar	Locus Solis	Cometæ Long. Comp.	Lat. Bor. Comp.	Cometæ Long. Obs.	Lat. Bor. Observ.	Differ. Long.	Differ. Lat.
d. h. '	gr. ' "	gr. ' "	gr. ' "	gr. ' "	gr. ' "	' "	' "
<i>Aug.</i> 19. 16. 38	♎ 7. 0. 7	♏ 18. 14. 28	25. 50. 7	♏ 18. 14. 40	25. 49. 55	-0. 12	+0. 12
20. 15. 38	7. 55. 52	24. 46. 23	26. 14. 42	24. 46. 22	26. 12. 52	+0. 1	+1. 50
21. 8. 21	8. 36. 14	29. 37. 15	26. 20. 3	29. 38. 2	26. 17. 37	-0. 47	+2. 26
22. 8. 8	9. 33. 55	♎ 6. 29. 53	26. 8. 42	♎ 6. 30. 3	26. 7. 12	-0. 10	+1. 30
29. 8. 20	16. 22. 40	♐ 12. 37. 54	18. 37. 47	♐ 12. 37. 49	18. 34. 5	+0. 5	+3. 42
30. 7. 45	17. 19. 41	15. 36. 1	17. 26. 43	15. 35. 18	17. 27. 17	+0. 43	-0. 34
<i>Sept.</i> 1. 7. 33	19. 16. 9	20. 30. 53	15. 13. 0	20. 27. 4	15. 9. 49	+3. 49	+3. 11
4. 7. 22	22. 11. 28	25. 42. 0	12. 23. 48	25. 40. 58	12. 22. 0	+1. 2	+1. 48
5. 7. 32	23. 10. 29	27. 0. 46	11. 33. 8	26. 59. 24	11. 33. 51	+1. 22	-0. 43



8.	7.	16	26.	5.	58	29.	58.	44	9.	26.	46	29.	58.	45	9.	26.	43	−0.	1	+0.	3		
9.	7.	26	27.	5.	9	♄	0.	44.	10	8.	49.	10	♄	0.	44.	4	8.	48.	25	+0.	6	+0.	45

His exemplis abunde satis manifestum est, quod motus Cometarum per Theoriam a nobis expositam non minus accurate ex <480> hibentur, quam solent motus Planetarum per eorum Theorias. Et propterea Orbes Cometarum per hanc Theoriam enumerari possunt, & tempus periodicum Cometæ in quolibet Orbe revolventis tandem sciri, & tum demum Orbium Ellipticorum latera transversa & Apheliorum altitudines innotescant.

Cometa retrogradus qui apparuit anno 1607, descripsit Orbem cujus Nodus ascendens (computante *Halleio*) erat in ♄ 20<sup>gr</sup>. 21'. Inclinationo plani Orbis ad planum Eclipticæ erat 17<sup>gr</sup>. 2'. Perihelium erat in ♄ 28<sup>gr</sup>. 16', & distantia perihelia a Sole erat 58680, existente radio Orbis magni 100000. Et Cometa erat in Perihelio *Octob.* 16<sup>d</sup>. 3<sup>h</sup>. 50'. Congruit hic Orbis quamproxime cum Orbe Cometæ qui apparuit anno 1682. Si Cometæ hi duo fuerint unus & idem, revolvetur hic Cometa spatio annorum 75, & axis major Orbis ejus erit ad axem majorem Orbis magni, ut  $\sqrt{c}$ : 75 × 75 ad 1, seu 1778 ad 100 circiter. Et distantia aphelia Cometæ hujus a Sole, erit ad distantiam mediocrem Terræ a Sole, ut 35 ad 1 circiter. Quibus cognitis, haud difficile fuerit Orbem Ellipticum Cometæ, spatio annorum septuaginta quinque, in hoc Orbe posthac redierit. Cometæ reliqui majori tempore revolvi videntur & altius ascendere.

Cæterum Cometæ, ob magnum eorum numerum, & magnam Apheliorum a Sole distantiam, & longam moram in Apheliis, per gravitates in se mutuo nonnihil turbari debent, & eorum eccentricitates & revolutionum tempora nunc augeri aliquantulum, nunc diminui. Proinde non est expectandum ut Cometa idem, in eodem Orbe & iisdem temporibus periodicis, accurate redeat. Sufficit si mutationes non majores obvenierint, quam quæ a causis prædictis oriantur.

Et hinc ratio redditur cur Cometæ non comprehendantur Zodiaco (more Planetarum)) sed inde migrent & motibus variis in omnes cælorum regiones ferantur. Scilicet eo fine, ut in Apheliis suis ubi tardissime moventur, quam longissime distent ab invicem & se mutuo quam minime trahant. Qua de causa Cometæ qui altius descendunt, adeoque tardissime moventur in Apheliis, debent altius ascendere.

Cometa qui anno 1680 apparuit, minus distabat a Sole in Perihelio suo quam parte sexta diametri Solis; & propter summam velocitatem in vicinia illa, & densitatem aliquam Atmosphæræ Solis, resistantiam nonnullam sentire debuit, & aliquantulum retar <481> dari & propius ad Solem accedere: & singulis revolutionibus accedendo ad Solem, incidet in tandem in corpus Solis. Sed & in Aphelio ubi tardissime movetur, aliquando per attractionem aliorum Cometarum retardari potest & subinde in Solem incidere. Sic etiam Stellæ fixæ quæ paulatim expirant in lucem & vapores, Cometis in ipsas incidentibus refici possunt, & novo alimento accensæ pro Stellis Novis haberi. Vapores autem qui ex Sole & Stellis fixis & caudis Cometarum oriuntur, incidere possunt per gravitatem suam in Atmosphæras Planetarum, & ibi condensari & converti in aquam & spiritus humidos, & subinde per lentum calorem in sales, & sulphura, & tincturas, & limum, & lutum, & argillam, & arenam, & lapides, & coralla, & substantias alias terrestres paulatim migrare. Decrescente autem corpore Solis motus medii Planetarum circum Solem paulatim tardescant, & crescente Terra motus medius Lunæ circum Terram paulatim augebitur. Et collatis quidem observationibus Eclipsium *Babylonicis* cum iis *Albategnii* & cum hodiernis, *Halleius* noster motum medium Lunæ cum motu diurno Terræ collatum, paulatim accelerari, primus omnium quod sciam deprehendit.

#### SCHOLIUM GENERALE.

Hypothesis Vorticum multis premitur difficultatibus. Ut Planeta unusquisque radio ad Solem ducto areas describat temporì proportionales, tempora periodica partium Vorticis deberent esse in duplicata ratione distantiarum a Sole. Ut periodica Planetarum tempora sint in proportionem sesquuplicata distantiarum a Sole, tempora periodica partium Vorticis deberent esse in eadem distantiarum proportionem. Ut Vortices minores circum Saturnum, Jovem & alios Planetas gyrați conserventur & tranquille natent in Vortice Solis, tempora periodica partium Vorticis Solaris deberent esse æqualia. Revolutiones Solis & Planetarum circum axes suos ab omnibus hisce proportionibus discrepant. Motus Cometarum sunt summe regulares, & easdem leges cum Planetarum motibus observant, & per Vortices explicari nequeunt. Feruntur Cometæ motibus valde eccentricis in omnes cælorum partes, quod fieri non potest nisi Vortices tollantur.

Projectilia, in aere nostro, solam aeris resistantiam sentiunt. Sublato aere, ut fit in Vacuo *Boyliano*, resistantia cessat, siquidem pluma tenius & aurum solidum æquali cum velocitate in hoc <482> Vacuo cadunt. Et par est ratio spatorum cælestium quæ sunt supra atmosphæram Terræ. Corpora omnia in istis spatiis liberrime moveri debent; & propterea Planetæ & Cometæ in orbibus specie & positione datis, secundum leges supra expositas, perpetuo revolvi. Perseverabunt quidem in orbibus suis per leges gravitatis, sed regularem orbium situm primitus acquirere per leges hasce minime potuerunt.

Planetæ sex principales revolvuntur circum Solem in circulis Soli concentricis, eadem motus directione, in eodem plano quamproxime. Lunæ decem revolvuntur circum Terram, Jovem & Saturnum in circulis concentricis, eadem motus directione, in planis orbium Planetarum quamproxime. Et hi omnes motus regulares originem non habent ex causis Mechanicis; siquidem Cometæ in Orbibus valde eccentricis, & in omnes cælorum partes libere feruntur. Quo motus genere Cometæ per Orbes Planetarum celerime & facillime transeunt, & in Apheliis suis ubi tardiores sunt & diutius morantur, quam longissime distant ab invicem, & se mutuo quam minime trahunt. Elegantissima hæcæ Solis, Planetarum & Cometarum compages non nisi consilio & dominio Entis intelligentis & potentis oriri potuit. Et si Stellæ fixæ sint centra similium systemata; hæc omnia simili consilio constructa, suberunt *Unius* dominio: præsertim cum lux Fixarum sit ejusdem naturæ ac lux Solis, & systemata omnia lucem in omnia invicem immittant.

Hic omnia regit, non ut Anima mundi, sed ut universorum Dominus; & propter dominium suum Dominus Deus <sup>[2]</sup>παντοκράτωρ dici solet. Nam *Deus* est vox relativa & ad servos refertur: & *Deitas* est dominatio Dei non in corpus proprium, sed in servos. *Deus summus* est Ens æternum, infinitum, absolute perfectum; sed Ens utcunque perfectum sine dominio, non est *Dominus Deus*. Dicimus enim *Deus meus*, *Deus vester*, *Deus Israelis*: sed non dicimus *Æternus meus*, *Æternus vester*, *Æternus Israelis*; non dicimus *Infinitus meus*, *Infinitus vester*, *Infinitus Israelis*; non dicimus *Perfectus meus*, *Perfectus vester*, *Perfectus Israelis*. Hæ appellationes relationem non habent ad servos. Vox *Deus* passim significat *Dominum*, sed omnis Dominus non est Deus. Dominatio Entis spiritualis *Deum* constituit, vera verum, summa summum, ficta fictum. Et ex dominatione vera sequitur, Deum verum esse vivum, intelligentem & potentem; ex reliquis perfectionibus summum esse vel summe per <483> fectum. *Æternus* est & *Infinitus*, *Omnipotens* & *Omnisciens*, id est, durat ab æterno in æternum & adest ab in infinito in infinitum, omnia regit & omnia cognoscit quæ fiunt aut sciri possunt. Non est æternitas vel infinitas, sed æternus & infinitus; non est duratio vel spatium, sed durat & adest. Durat semper & adest ubique, & existendo semper & ubique durationem & spatium, æternitatem & infinitatem constituit. Cum unaquæque spatii particula sit *semper*, & unumquodque durationis indivisibile momentum *ubique*; certe rerum omnium Fabricator ac Dominus non erit *nunquam nusquam*. Omnipræsens est non per *virtutem* solam, sed etiam per *substantiam*: nam virtus sine substantia subsistere non potest. In ipso<sup>[3]</sup> continentur & moventur universa, sed absque mutua *passione*. Deus nihil patitur ex corporum motibus: illa nullam sentiunt resistantiam ex omnispræsentia Dei. Deum summum necessario existere in confesso est: Et eadem necessitate *semper* est & *ubique*. Unde etiam totus est sui similis, totus oculus, totus auris, totus cerebrum, totus brachium, totus vis sentiendi, intelligendi & agendi; sed more minime humano, more minime corporeo, more nobis prorsus incognito. Ut cæcus ideam non habet colorum, sic nos ideam non habemus modorum quibus Deus sapientissimus sentit & intelligit omnia. Corpore omni & figura corporea prorsus destituitur, ideoque videri non potest, nec audiri, nec tangi, nec sub specie rei alicujus corporei coli debet. Ideas habemus attributorum ejus, sed quid sit rei alicujus Substantia minime cognoscimus. Videmus tantum corporum figuras & colores, audimus tantum sonos, tangimus tantum superficies externas, olfacimus odores solos, & gustamus saporēs; Intimas substantias nullo sensu, nulla actione reflexa cognoscimus, & multo minus ideam habemus substantiæ Dei. Hunc cognoscimus solummodo per proprietates suas & attributa, & per sapientissimas & optimas rerum structuras, & causas finales; veneramur autem & colimus ob dominium. Deus enim sine dominio, providentia, & causis finalibus, nihil aliud est quam Fatum & Natura. Et hæc de Deo; de quo utique ex Phænomenis disserere, ad *Philosophiam Experimentalem* pertinet.

Hactenus Phænomena cælorum & maris nostri per Vim gravitatis exposui, sed causam Gravitatis nondum assignavi. Oritur utique hæc Vis a causa aliqua quæ penetrat ad usque centra Solis <484> & Planetarum, sine virtutis diminutione; quæque agit non pro quantitate *superficierum* particularum in quas agit (ut solent causæ Mechanicæ,) sed pro quantitate materiæ *solidæ* & cujus actio in immensas distantias undique extenditur, decrescendo semper in duplicata ratione distantiarum. Gravitatis in Solem componitur ex gravitatibus in singulas Solis particulas, & recedendo a Sole decrescit accurate in duplicata ratione distantiarum ad usque orbem Saturni, ut ex quiete Apheliorum Planetarum manifestum est, & ad usque ultima Cometarum Aphelia, si modo Aphelia illa quiescant. Rationem vero harum Gravitatis proprietatum ex Phænomenis nondum potui deducere, & Hypotheses non fingo. Quicquid enim ex Phænomenis non deducitur, *Hypothesis* vocanda est; & Hypotheses seu Metaphysicæ, seu Physicæ, seu Qualitatum occultarum, seu Mechanicæ, in *Philosophia Experimental*i locum non habent. In hac Philosophia Propositiones deducuntur ex Phænomenis, & redduntur generales per Inductionem. Sic impenetrabilitas, mobilitas, & impetus corporum & leges motuum & gravitatis innotuerunt. Et satis est quod Gravitatis revera existat, & agat secundum leges a nobis expositas, & ad corporum cælestium & maris nostri motus omnes sufficiat.



Adjicere jam liceret nonnulla de Spiritu quodam subtilissimo corpora crassa pervadente, & in iisdem latente; cujus vi & actionibus particulæ corporum ad minimas distantias se mutuo attrahunt, & contiguæ factæ cohærent; & corpora Electrica agunt ad distantias majores, tam repellendo quam attrahendo corpuscula vicina; & Lux emittitur, reflectitur, refringitur, inflectitur, & corpora calefacit; & Sensatio omnis excitatur, & membra Animalium ad voluntatem moventur, vibrationibus scilicet hujus Spiritus per solida nervorum capillamenta ab externis sensuum organis ad cerebrum & a cerebro in musculos propagatis. Sed hæc paucis exponi non possunt; neque adest sufficiens copia Experimentorum, quibus leges actionum hujus Spiritus accurate determinari & monstrari debent.

FINIS.

Pag. 478, lin. 25, lege: duodecim minuta secunda.

[1] Vide Historiam Academiæ Regiæ scientiarum anno 1700.

[2] Id est, *Imperator universalis*.

[3] Ita sentiebant veteres, *Aratus* in Phænom: sub initio. *Paulus* in Act. 7. 27, 28. *Moses* Deut. 4. 39 & 10. 14. *David* Psal. 139. 7, 8. *Solomon* Reg. 8. 27. *Job*. 22. 12. *Jeremias* Propheta 23. 23, 24.

---