Annotations in Commercium Epistolicum

Author: Isaac Newton

Source: MS Add. 3968, ff. 236r-252v, Cambridge University Library, Cambridge, UK

<236r>

Annotationes in Commercium Epistolicum

Introductio ad Lectorem pag. 2 l. 9 post [fluentium momenta] adde [ad momentum quantitatis uniformiter fluentis applicata.]

Pag 12. l. 22. NB. Pro symbolo $\boxed{\frac{aa}{64x}}$ D. Leibnitius utitur symbolo $\int \frac{aa}{64x}$.

Pag. 15. l. 14. Newtonus hic loquitur cum Cavallerio & alijs qui methodis indivisibilium utuntur. Momentum solidi esti solidum infinita parvum id est superficies physica seu crassitudinis infinite parvæ, et eo sensu superficies hic dicitur. Et Momentum superficiei est superficies infinite parva seu linea lititudinis infinita parvæ et eo sensu linea hic dicitur. Et momentum lineæ est linea infinite parva et eo sensu punctum hic dicitur. Pro crassitudine momenti solidi vel latitudine momenti superficialis vel longitudine momenti linearis Newtonus ponit symbolum o et per hoc symbolum intelligit momentum lineæ uniformiter fluentis per quam tempus exponitur. Momenta vero aliarum quantitatum per hoc momentum divisa ponit pro fluxionibus quantitatum. Et contra; si fluxiones quantitatum per symbola quæcunque designatur, earum momenta per eadem symbola in momentum o ducta designabitur in h ac methodo; ut fit in sequentibus.

P. 37. l 20. Quod hic Theorema dicitur cujus ope area circulo vel Sectoris ejus dati exacte exprimi potest per seriem quandam numerorum rationalium continue productam in infinitum; in Epistola proxima sequente dicitur Methodus qua arcus quilibet cujus sinus datur Geometrice exhiberi potest per ejusmodi seriem; etiam <236v> nullo ad integræ circumferentiæ dimensionem recursu, Vt adeo necesse non sit Arcus rationem ad circumferentiam nosse. Si ratio arcus ad circumferentiam innotescit habetur circumferentia tota in serie numerorum rationalium sin minus, habetur saltem arcus. [Nam eadem methodo qua circumferentia tota innotescit dicit arcum quemlibet ex sinu suo innotescerem.] Est igitur Theorema de quo hic agitur Newtonianum illud quo Arcus quilibet ex sinu suo datur, & cujus Demonstrationem D. Leibnitius postea ab Oldenburgo quæsivit.

P. 45. l. 12. Series de qua aliquaties scripsit dabat arcum ex sinu cognito. Demonstrationem ejus quæsivit ab Oldenburgo per Epistolam sequentem.

P. 61. l. 16. Probandum est. Hanc seriem anno supendre ab Oldenburgo acceperat.

P. 63. lin. 13. Seriem a Newtono communicatam quâ Logarithmus prodit ex numero dato, se antea invenisse jam modo prætendebat: jam postulat a Newtono ut methodum Regressuum exponat qua series illa inveniri potest.

P. 63 l 22. Intelligit collectionem Epistolarum Gregorij quam Collinius per Oldenb. jam modo communicaverat.

P. 87. l . 17. Methodum tangentium Slusij, D. Leibnitius lectis Newtoni literis 10 Decem 1672 datis et una cum Epistolis Gregorij a Collinio et Oldenburgo ad ipsum missis, jam animo vers{a}t et quomodo generalis reddatur et ad omna generis problemata extendatur jam cogitat, sed in methodum Differentialem nondum incidit.

P. 88. l. 15. methodum tangentium Slusij generalem reddere jam modo didicit et ne a Literis Newtoni hoc didicisse <237r> videretur, subjungit se jam a multo tempore hoc didicisse Slusius anno 1673 rem tangentium tractaverat per differentias Ordinatarum Barrovius idem fecerat generalius anno 1670, Newtonus methodum per differentias fluentium anno 1669 communicaverat ad omnia problematum genera sese extendentem idque sine reductione æquationum quantitates fractas & radicales involventium. Leibnitius anno 1677 Methodum tangentium Barrovianam amplectitur mutatis symbolis a et e in symbola dy et dx, & a Newtonoo admonitus tangentes absque reductione æquationum quantitates fractas & radicales involventium ducere didicit, & methodum eandem ad omnia problematum genera applicuit, lectis scilicet quæ Newtonus de hac Methodo in tribus Epistolis scripserat, Lectis fortean & alijs Newtonianis sub finem Anni 1676 ubi domum per Londinum redibet.

p. 88. l. Ex verbis [Hinc nominando in posterum dy differentiam duarum proximarum y &c] colligitur D. Leibnitium hoc ipso tempore methodum differentialem cum amicis scripto communicare cœpisse. Pergit subinde methodum tangentium Barrovij, symbolis mutatis describere, & ostendere quod Regula Slusij statim occurrit hanc methodum intelligenti, et quomodo pergendum sit vbi plures sunt literæ indeterminatæ ut & ubi interveniunt irrationales.

p. 94. l. 17. Proposuerat Newtonus æquatione ubi indices potestatum sunt fractiones, ut in hac æquatione $20+x^{\frac{3}{7}}-x^{\frac{6}{5}}y^{\frac{2}{3}}-y^{\frac{7}{11}}=0$ aut surdæ quantitates ut in hac $\overline{x^{\sqrt{2}}+x^{\sqrt{7}}}\Big|^{\frac{2}{3}}=y$. D. Leibnitius hic vicissim proponit æquationes ubi indices potestatum sunt quantitates fluentes. Et calculum in his æquationibus Exponentionalem jam vocat. Sed usum hujus calculi nondum docuit.

<237v>
<237a(r)>

P: 97. l. 13. Brevi postea . . . . Aprilis 1668 publicata.

✝ In Actis Eruditorum pro mense Octobri anni 1687, pag. 482, dicitur hanc seriem jam tum decennio & amplius abinde inventam fuisse (id est anno 1675 ante mensem Octobri) ac demonstrationem ejus partim a Clarissimo Inventore partim ab ejus amicis communicatam esse summis quibusdam Parisinorum ac Londinensium Geometris.

‡ Methodum edidit sub hoc titulo. Nova methodus pro maximis et minimis itemque tangentibus quæ nec fractas nec irrationales quantitates moratur, & singulare pro illis calculi genus per G. G. L. Et sub finem addidit. Et hæc quidem initia sunt tantum Geometriæ multo sublimioris ad dificillima et pulcherrima quæque, etiam mistæ matheseos problemata pertingentis, quæ sine calculo nostro differentiali, aut SIMILI, non temere quisquam pari facilitate tractabit. Per methodum similem hic intellexit Newtonianam, sed quid ab Anglis didicerat minime aperuit. In Actis autem Eruditorum pro mense Iunio Anni 1686 pag 297 scripsit: Ma lo autem dx et similia adhibere quam literas pro illis quia istud dx est modificatio quædam ipsius x, &c. Et his verbis allu sisse videtur ad methodum tangentium Barrovij cujus literas a et e mutavit in symbola dy et dx. Methodus igitur ex mente Leibnitij non consistit in usu symbolorum dx dy, sed eadem est sive hæc symbola sive literæ sive symbola alia quæcunque pro differentijs usurpentur.

<237a(v)>

Porro D. Leibnitius in Epistola $\frac{7}{17}$ Martij anno 1693 ad Newtonum data, Librum illum ope Analyseos nova compositum fuisse agnovit his verbis Mirifice ampliaveras Geometriam tuis seriebus, sed edito Principiorum opere ostendisti patere tibi etiam quæ Analysi receptæ non subsunt. Conatus sum ego quoque notis commodis adhibitis quæ differentias et summas exhibent Geometriam illam quam transcendentem appello, Analysi quodammodo subjicere, nec res male processit.

Eodem anno prodijt Volumen secundum operum Wallisij ubi Propositio, prima Libri de Quadratura Curvarum fuse describitur et ad fluxiones secundas ac tertias aliasque extenditur. Sed et methodus extrahendo quantitates fluentes ex æquationibus fluxiones primas secundas tertias quartas aliasque involventibus ostenditur. Anno proximo D. Leibnitius hæc de methodo Newtoni scripsit.‡[1] Reddenda est justitia D. Newtono (cui Geometria Optica et Astronomia multum debent) quod ipse quoque aliquid huic simile proprio marte obtinuit, quemadmodum nos postea didicimus.✝[2] Verum est quod is alijs utitur characteribus: sed quemadmodum ipsa Characteristica, ut ita dicam, pars magna est artis inventotionis, credo quod nostra luculentior sit. Et anno tertio D. M. Hospitalius hæc addidit: Debetur etiam Newtono justitia, quam et D. Leibnitius ipse ✝[3] eidem reddidit: quod utique is etiam aliquid calculo differentiali simile invenit, quemadmodum apparet per librum insignem, Principia Philosophiæ naturalis Principia Mathematica nominatum quem edidit anno 1687 quique pene dixerim totus est de hoc calculo. Sed ⊙ Characte < insertion from f 238r > ⊙ characteristica Leibnitij methodum ejus longe faciliorem et expeditiorem reddit, præterquam quod in difficilioribus hæc methodus mirabilia præstat. < text from p 237a(v) resumes >

<238r>

⊙‡ Hæc ex mente Leibnitij. Librum Wallisij D. M. Hospitalius nondum viderat.

<238r>

Ab anno 1690 Methodus differentialis apud exteros exerceri cœpit, fratri Bernoullijs & Marchione Hospitalio eandem celebrantibus. Et anno 1695 Apr 10 D. Wallisius ad Newtonum hæc scripsit. Vtinam Epistolas tuas prolixas mensibus Iunnio et Octobri Anni 1676 in lucem ederes. Hoc mihi significatum est ab a Batavia, nempe amicos tuos ibi optare, ut hoc fieret propterea quod inventa tua (de fluxionibus ibi cum applausu celebrantur sub nomine Calculi differentialis Leibnitiani. Hoc mihi significatum est, cum totum hoc operum meorum volumen præter partem Præfationis impressum esset, sic, quo factum est ut solum illud hujus rei monitum consulis premendo inventa tua donec alij laudem tibi debitam referunt. Conatus sum justitiam hac **{**vi**{**s**}** r**}**e tibi reddere & penitet me epistolas illas duas non e**{**mis**}**sisse verbatim.

<238v>

Pag. 3. l. 16. Wallisius indices dignitatum per numeros fractos $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$ &c interpolavit, Newtonus indices fractos, surdos, indefinitos & negativos primus in computationes Analyticas introduxit. Leibnitius numeros fluentes pro indicibus posuit.

Pag 49. l. 22. Resolutionem Binomij in hujusmodi seriem Anno 1669 Newtono innotuisses patet ex Analysi supra impressa pag. 19. l. 19, 20: inventam vero fuisse anno 1665 dicetur in sequentibus. Eandem D. Leibnitius cum amicis communicavit celato inventoris nomine.

p. 14. Ad Notam adde: Rectæ AB, BD, Curva AD et areæ ABKH, ABDA ut fluentes hic spectantur. Si rectæ AB uniformiter fluentis momentum dicatur o, momenta arearum ABKH et ABDA erunt areæ infinitæ parvæ BK×o et BD×o; id est juxta methodum Cavallerij lineæ physicæ BK et BD quoad latitudinem indivisibiles. Hæ lineæ non sunt superficierum momenta nisi quatenus sunt superficies infinitè parvæ, seu lineæ latitudinis infinitè parvæ, id est lineæ in latitudinem infinite parvam o ductæ; ideoque siquando lineæ pro momentis arearum ponantur, subintelligendæ sunt lineæ in sensu Cavallerij, id est lineæ in latitudinem infinite parvam ductæ. Et eodem sensu mox dicitur quod unitas quæ pro momento ponitur est superficies cum de solidis, & linea cum de superficiebus et punctum cum de lineis agitur, id est superficies in altitudinem infinite parvam o ducta, & linea in latitudine infinite parvam o ducta, et punctum in longitudinem infinite parvam o ductum. Nam punctum hocce mox linea infinite parva dicitur, qualem utique in methodis indivisibilium pro puncto habere solent. Hunc factorem indefinite parvum o, Newtonus quandoque exprimat ponendo rectangula sub fluxionibus et momentum o pro momentis ut fit in calculo sub finem hujus Analyseos, & ubi non exprimit semper subintelligit. Fluxiones enim sunt <238r> quantitates finitæ diversi generis a momentis, et pro momentis nunquam ponuntur nisi quando per factorem o (vel expressum vel subintellectum,) vertantur in quantitates infinite parvas ejusdem generis cum fluentibus et earum momentis. Leibnitius autem pro rectangulis sub fluxionibus et momento o, symbolis utitur dz, dy, dx et similibus, pro fluxionibus vera nulla adhibet symbola.

Annotationes in Commercium Epistolicum.

Introductionis ad Lect. pag. 2. l. 19. post [fluentium momenta] adde [ad momentum quantitatis uniformiter fluentis applicata.

Libri pag. 3, l. 16. ✝ Wallisius indices dignitatum per numeros fractos $\frac{1}{2}\ \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$ &c interpolavit: Newtonus indices fractos, surdos, indefinitos, & negativos primus in computationes Analyticas introduxit: Leibnitius numeros fluentes pro indicibus posuit, nullo cum fructu.

Pag. 12. l. 22. ✝ Pro symbolo $\boxed{\frac{aa}{64x}}$ D. Leibnitius utitur symbolo $\int \frac{aa}{64x}$.

Pag. 14. Ad notam ibi positam adde. Rectæ AB, BD, Curva AD et areæ ABKH & ABDA ut fluentes hic spectantur. Si rectæ AB uniformiter fluentis momentum dicatur o, momenta arearum ABKH et ABDA erunt areæ infinite parvæ BK×o & BD×o, id est, juxta methodum Cavallerij lineæ physicæ BK et BD, non expertes latitudines, sed quoad latitudinem indivisibiles. Hæ utique lineæ non sunt superficierum momenta nisi quatenus sunt superficies infinite parvæ, id est, lineæ in latitudinem latitudinem infinite parvam o ductæ. Ideoque siquando lineæ pro momentis arearum ponantur, subintelligendæ sunt lineæ in sensu Cavallerij, id est lineæ in latitudinem infinite parvam ductæ. Et eodem sensu mox dicitur quod unitas quæ pro momento ponitur est superficies cum de solidis, et linea cum de superficiebus & punctum cum de lineis agitur; id est, superficies in altitudinem infinite parvam o ducta, et linea in latitudinem infinite parvam o ducta, et punctum in longitudinem infinite parvam o ductum Nam statim subjungitur: Nec vereor loqui de unitate in punctis, sive lineis infinite parvis, siquidem proportiones ibi jam contemplantur Geometræ, dum utuntur methodis Indivisibilium. Sunto fluentes z, y, x, v et earum momenta so, ro, qo, po. Fluat z uniformiter et ad ejus momentum so applicentur omnium momenta, & latera $\frac{s}{s}, \frac{r}{s}, \frac{q}{s}, \frac{p}{s}$ erunt earum fluxiones respective. Latus autem $\frac{s}{s}$ est 1; & inde Newtonus pro fluxione quantitatis uniformiter fluentis ponit unitatem. In hac methodo factor o, ubi Propositiones demonstrandæ sunt, semper exprimitur & supponitur indefinite parvus esse donec calculus per Geometriam Veterum ad finem perducatur, & subinde diminui in infinitum et evanescere. Sed ubi Propositiones investigandæ sunt, factor o infinite parvus esse supponitur ab initio, & computationes compendij gratia procedunt per approximationes & fluxiones solæ subintellecto factore o pro momentis scribuntur. Vt si fluxiones l, r, q, p pro momentis scribantur, subintelligendum est quod pro momentis o, po, qo, ro scribuntur, factore o, compendij gratia neglecto. Hæc erat methodus Newtonus Anno 1669 ut ex ijs quæ in hac Analysi sequuntur manifestum erit. Eadem usus est in Tractatu de quadratura Curvarum. ut omnium optimam usque hodie exercet.

P. 37. l. 20 ✝ Quod hic dicitur cujus ope area circuli vel sectoris ejus dati exacte exprimi potest per seriem quandam numerorum rationalium continue productam in infinitum; in Epistola proxime sequente dicitur methodus qua arcus quilibet cujus sinus datur geometrice exhiberi potest per ejusmodi seriem etiam nullo ad integræ circumferentiæ dimensionem recursu, ut adeo <240r> necesse non sit Arcus rationem ad circumferentiam nosse. Habebatur igitur circumferentia tota in serie numerorum rationalium ex ejus ratione ad arcum aliquem cujus sinus dabatur.

p. 42. Ex Actis Eruditorum anno 1685 Mense Octobri

pag 482 habentur Editorum verba sequentia.

Author noster adhibendam sibi putavit admirabilem illam proportionem Leibnitianam inter Circulum et quadratum circumscriptum, scilicet ut $\frac{1}{1} - \frac{1}{3} - \frac{1}{5} - \frac{1}{7} - \frac{1}{9}$ &c ad 1, quæ jam decennio & amplius abhinc inventa — Demonstratio autem insignis adeo Theorematis partim a clarissimo Inventore partim ab ejus amicis communica est dudum summis quibusdam Parisinorum ac Londinensium Geometris, ac magno cum applausu suscepta.

P. 63. l. 22. ✝ Intelligit collectionem epistolarum Gregorij a Collinio factam quam ab Oldenburgo jam modo acceperat.

P. 87. l. 17 ✝ Methodum Tangentium Slusij. D. Leibnitius, luta Newtoni epistola ad Collinium 10 Decem. 1672 data, jam animo versat, & ad omnis generis problemata extendere conatur; sed in methodum differentialem nondum incidit.

P. 88, l. 15. Methodum tangentium Slusij generalem reddere, D. Leibnitius jam modo didicit, & ne a Literis Newtoni hoc didicisse videretur subjungit se jam a multo tempore didicisse.

<241r>

Hunc factorem o Newtonus, ubi Propositiones demonstrat, semper exprimit, eundemque supponit indefinite parvum esse donec calculus ad finem perducatu**{r}** , deinde diminui in infinitum et evanescere: sed ubi Propositiones investigat, factor o infinite parvus esse supponitur ab initio. Priore casu computationes accuratæ

& subintelligitur, scripto solum fluxionis symbolo. o sunt, posteriore , compendij gratia, procedere solent per approximationes

Fluentium z, y, x, v, sunto momenta so, ro, qo, po, Fluat z uniformiter, et ad momentum ejus so applicentur omnium momenta et latera $\frac{s}{s}, \frac{r}{s}, \frac{q}{s}, \frac{p}{s}$ erunt earundem fluxiones respective Latus autem $\frac{s}{s}$ est 1; et inde Newtonus pro fluxione quantitatis uniformiter fluentis unitatem ponit. Factorem o Newtonus & – – – – solent per approximationes, et fluxiones neglecto factore o pro momentis poni. Siquando igitur fluxiones 1, r, q, p aut similis, pro momentis ponuntur, hæ pro momentis $1 \times o$, ro, qo, po scribuntur, subintellecto factore o. Nam fluxiones non sunt partes fluentium sed sunt velocitates quibus fluunt, non sunt quantitates infinite parvæ sed sunt finitæ; ideoque pro infinite parvis fluentium partibus haberi non possunt nisi quatenus in momentum o duci subintelligantur. Newtonus autem Fluxiones per symbola quæcunque designat: Leibnitius hujus generis symbola non habet.

p. 25. Exemplar hujus Epistolæ anno 1676 mense Iunio a Collinio et Oldenburgo ad Leibnitium missa fuit. Leibnitius vero seriem primam Anno 1682 in Actis Lipsicus ut suam imprimi curavit celata hac Epistola.

p. 48. Edita fuit Mercatoris Logarithmotechnia mense Iulio anni 1668, et eodem anno ad finem vergente prodierunt Exercitationes Geometricæ Gregorij, & paucos post menses quam editi sunt hi libri, nempe mense Iunio anni sequentis missi sunt hi libri ad D. Barrovium Cantabrigiæ, qui Analysin Newtoni extemplo remisit ex qua et alijs quæ olim ab auctore cum Barrovio communicata fuerant patuit altam methodum a Newtono aliquot annis [duobus ad minimum] antea excogitatam et modo universali applicatam fuisse, ut supra pag. 28.

<243r>

p. 38 * Collinius jam ante quadrennium series Newtonianas ante triennium Gregorianas cum amicis communicare cœpit. Leibnitius in Anglia diversabatur anno superiore & hujusmodi series nondum communicaverat, nec prius cum amicis communicare cœpit quam ab Anglia discesserat. Hinc in Galliam profectus scribebat se ejusmodi, seriem unam atque alteram habere, & anno proximo mense Maio, cum series aliquas ab Oldenburgo accepisset, suas ab acceptis diversas esse respon{d}endebat Tandem vero unam acceptarum cum series aliquas ab Oldenburgo acceperat distinxit remisit Oldenburgo ut suam & Anglis ignotam. Nullas autem communicavit nisi quas ab Oldenburgo acceperat.

** Methodum exhibendi arcum cujus sinus datur D. Leibnitius ab Oldenburgo postea quæsivit Maij 12 1676, ideoque nondum habuit. Sola methodus transmutatoria quam postea communicavit; non dat arcum ex sinu in seriei numerorum rationalium, ideoque non est methodus de qua hic agitur. [Series habere potuit sed methodum qua invente sunt nondum habuit.]

p. 41. * Hanc seriem D. Collins initio anni 1671 a Gregorio acceperat ut supra, D. Leibnitius opusculum de eaden cum amicis in Gallia hoc anno communicare cœpit, celata hac epistola.

p. 42 * His verbis Leibnitius series quas ante annos aliquot se invenisse professus est, a communicatis diversas fuisse testatur: et unam tamen acceptarum quasi a se inventam & Anglis ignotam, anno proximo Londinum remisit Miror quænam fuerint ipsius series quas cum seriebus ab Oldenburgo missis jam comparare non potuit, et quare lucem nunquam viderunt.

✝ Hoc nunquam fecit D Leibnitius sed ubi series duas primas per Mohrum quendam denuo accepisset, easdem laudabat ut valde ingeniosas, et eo prætextu postulabat earum demonstrationem ad se mitti, quasi series nullas ab Oldenburgo prius accepisset. Et hoc pacto Epistolam Oldenburgi oblivioni tradidit & Serierum ab eo acceptarum ultimam sibi vindicavit

‡ [via quadam sic satis singulari] Leibnitius in Epistola 26 Octob. 1674, dicebat duas ejus series una et eadem methodo inventas esse & hanc methodum jam vocat viam quandam satis singularem. Sed series ab Oldenburgianis diversas, & viam singularem qua prodirent nunquam communicavit.

Ad p. 70. Geometræ priores invenerunt hoc Theorema, <u>Quod summa terminorum progressionis Geometricæ in infinitum pergentis est ad terminorum primum & maximum ut hic terminus ad differentiam duorum terminorum primorum.</u> Demonstratur Theorema Arithmetice multiplicando extrema et media. Demonstravit Wallisius dividendo rectangulum sub medijs per extremum ultimum. Vide Wallisij Opus Arithmeticum anno 1675 editum, anno 1695 denuo impressum cap. 33. sect 68. Per Divisionem Wallisij Mercator demonstravit Quadraturam

Hyperbolæ a D. Brounker prius inventam. Et Gregorius idem mox demonstravit Geometrice. Sed horum nemo methodum generalem quadrandi Curvas per divisionem invenit. præter Gregorium. Mercator se invenisse nunquam professus est. Gregorius hujusmodi methodum licet Vir acutissimus & literis Collinij admonitus vix tandem <243v> invenit. Newtonus invenit per interpolationem serierum initio hujus Epistolæ expositam, et subinde divisionibus et extractionibus radicum ut notioribus usus est.

<244r>

The fine Gold weighing $533^{oz}.6^{dwt}.0^{gr}$ at $4^{li}.9^{s}\ 0^{d}$ per oz comes to	$2373\ .\ 3\ .\ 8\frac{1}{2}$
The making of 735 Medals at 3^{s} per Medal comes to	$110\ .\ 5\ .\ 0$
	$2483\ .\ 8\ .\ 8\frac{1}{2}$

p. 12 Symbolo $\boxed{\frac{aa}{64x}}$ Newtonus aream curvæ hic designat cujus ordinata est $\frac{aa}{64x}$. Leibnitius utitur hac Nota $\int\frac{aa}{64x}$, Newtonus etiam hac $\square\frac{aa}{64x}$.

p. 15. Vbi agitur de lineis et unitas ponitur pro momento lineæ uniformiter fluentis seu pro linea data infinite parva vel puncto physico, subintelligitur coefficiens infinite parva o, sic ut $1\times o$ lineam illam infinite parvam significet. Et siquando species aliquæ ut v, x, y, z pro quantitatibus fluentibus, ponuntur & species aliæ ut p, q, r, s pro earum fluxionibus respective; tunc species op, oq, or, os eorum momenta significant: quæ momenta per species etiam p q r s designari possunt subintellecta coefficiente o. [At proprie loquendo p, q, r, s sunt fluxiones et op, oq, or, os momenta quantitatum fluentium , x, y, z.] Et si pro fluxionibus aliæ quævis ponuntur symbola ut $\dot{v}\ \dot{x}\ \dot{y}\ \dot{z}$, eadem symbola ducta in symbolum o donant fluentium momenta] symbolis fluxionum per o multiplicatis Newtonus momenta designat ubi Propositiones demonstrandæ sunt, ut mox fit in hoc Tractatu, demonstrando Regulam primam, & in tractatu de Quadratura figurarum demonstrando Propositionem primam Sed ubi Propositiones investigandæ sunt Analytice negligere solet symbolum o et symbola fluxionum pro momentis etiam usurpare, promiscue ponendo eadem symbola pro fluxionibus et momentis analogis.

p. 19. l 19, 20. Hinc patet resolutionem binomij cujusvis in seriem infinitam Newtono jam tum innotuisse.

D. Leibnitius ab anno 1671 cum D. Oldenburgo commercium philosophicum habuit, et Hypothesin suam Physicam novam eodem anno Londini in lucem emisit & Regiæ Societati dicavit, dein anno 1673 ineunte, in Galliam transijt.

<244v>

Vbi unitas ponitur pro momento quantitatis cujusvis uniformiter fluentis, unitas illa proprie fluxionem uniformem significat & ut momentum Si subintelligitur coefficiens infinite parva o

Si quantitas fluentes per symbola quæcunque, ut v, x, y et z & earum fluxiones, per symbola alia quascunque ut p, q, r, s, designantur, momenta fluentium designat in hac methodo per symbola fluxionum ducta in quantitatem infinite parvam o uti per op, oq, or, os. præsertim ubi Propositiones demonstrandæ sunt, ut fit in fine h ujus Tractatus demonstrando Regulam primam et in Tractatu de Quadratura Figurarum demonstrando Propositionem primam.

sed ubi Problemata tractantur Analytice, in symbolis momentorum, pro momentis usurpare licet sola fluxionum symbola et pro momento quantitatis uniformiter fluentis unitatem ponere, neglecta coefficiente o per quam utique æquatio sub finem operationis dividi deberet. In methodo priore quantitas o primum ut finita spectari potest, & **{**u**}**ltimo, ubi æquatio inventa est et reducta et per o divisa, ut nulla. Sic prodibunt rationes fluxionum ubi quantitas o evanescit. Et hæc est methodus analytica rationum primarum et ultimarum estque perfecte demonstrativa & geometrica. Methodus altera ubi coefficiens o omittitur est expeditior sed hallucinationibus magis obnoxia.

Vnde – – – erunt translationes directe ut impressiones & inverse ut superfici**{**es**}** <u>hoc</u> est directe ut impressiones et inversæ ut superficierum distantiæ ab axe Sunt autem diferentiæ motuum

Translationes autem sunt differentiæ motuum angularium circum axem, ideoque differentiæ illæ sunt inverse ut superficierum distantiæ ab axe

pag. 61. Hujus Harmoniæ series prima ex secundæ et tertia componitur, secunda duplicata ex hac
$\frac{1}{1}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{7}-\frac{1}{9}$ conjunctis binis terminis tertia quadruplicata ex hac
$\frac{1}{1}-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}$ conjunctis binis terminis quarta est series Gregorij et quinta series Brounkeri.

pag. 86. Ad Notas adde. In Regulam quartam D Leibnitius tandem incidit & in Actis Leipsiensibus anno 1693 pag 179 in lucem edidit, [eandem vocans methodum Tangentium inversam & in qua dicit maximam partem Geometriæ transcendentis contineri]

$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2{,}3}+\frac{1}{3{,}4}+\frac{1}{4{,}5}+\frac{1}{5{,}6}=1$. Vnde $\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+\frac{1}{15}\&c=2$.
$1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\frac{1}{9}\&c=1=\frac{2}{3}+\frac{2}{3{,}5}+\frac{2}{5{,}7}+\frac{2}{7{,}9}\&c$. Vnde $\frac{1}{3}+\frac{1}{15}\,\frac{1}{35}+\frac{1}{63}\&=\frac{1}{2}$
$1-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}+\frac{1}{7}-\frac{1}{10}+\frac{1}{10}-\frac{1}{13}\&=\frac{3}{4}+\frac{3}{28}+\frac{3}{70}+\frac{3}{130}+\frac{3}{208}=1$. Vnde $\frac{1}{2}+\frac{1}{14}+\frac{1}{35}+\frac{1}{65}+\frac{1}{104}=\frac{2}{3}$
$\frac{2}{2}-\frac{2}{5}+\frac{2}{5}-\frac{2}{8}+\frac{2}{8}-\frac{2}{11}+\frac{2}{11}\&c=\frac{6}{10}+\frac{6}{40}+\frac{6}{88}+\frac{6}{154}+\&c$

$$\begin{array}{l}
1-\frac{1}{2}+\frac{2}{4}-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\\
\qquad -\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+\frac{2}{4}+\frac{2}{5}+\frac{2}{6}\\
\qquad\qquad -\frac{1}{4}-\frac{1}{5}-\frac{1}{6}-\frac{1}{7}\\
\hline
1-\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{1}{12}-\frac{1}{30}-\frac{1}{60}-\frac{1}{105}-\&=\frac{7}{6}
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
\quad 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\\
-1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\\
\hline
-\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}
\end{array}
\text{ Or } -2+1+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+\frac{1}{15}=0.$$

Conjungendo binos terminos hujus seriei $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\&c=1$, colligitur series secunda $1+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+\frac{1}{15}\&c=2$. Et conjungendo ternos terminos hujus seriei $+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}=1$ colligitur series tertia $-\frac{2}{2}-\frac{2}{3}-\frac{2}{4}-\frac{2}{5}-\frac{2}{6}-\frac{2}{7}-\frac{2}{8}$
$+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+8$ $1+\frac{1}{4}+\frac{1}{10}+\frac{1}{20}+\frac{1}{35}+\frac{1}{56}\&c=1\frac{1}{2}$.

to the most Honourable the Earl of Oxford & Earl Mortimer Lord High Treasurer of great Britain

The humble Petition of Ms Katherine Barton Widdow of Lieut. Collonel Barton most humbly sheweth

That your Petitioners late Husband Lieutenant Col. Barton who had served her in the army from the age of nineteen years being lost in the late shipwreck in the River of Canada together with his equipage & provisions for the expedition to Quebeck to the value of four hundred pounds & having enjoyed his place of Lieutenant Collonel but one year for which he paid seven hundred pounds, (most part of the said moneys being out of your petitioners fortune) & leaving your Petitioner with three small children, & an annuity of 100^{li} per an' in the Exchequer for his life being also lost to his family: Your Petitioner soon after the said shipwrack petitioned her Majesty for releif, & your Lordship being then moved in behalf of your Petitioner was pleased to give a very favourable answer importune that you would take care of your Petitioner in this matter. Your Petitioner therefore most humbly prays your Lordship for a speedy releif. in consideration of her great losses

And your Petitioner shall ever pray &c

{illeg}. $\frac{1}{1}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}$

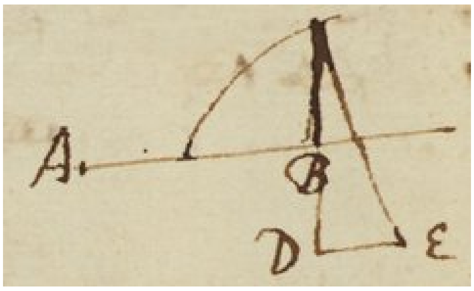
$$\begin{array}{l}
\qquad -2.\ -1.\ 0.\ 1.\ 2.\ 34.\ 5.\ 6.\\
\qquad\quad 1.\quad 00.\ 136.\ 10.\ 15.\ 21.\\
-1.\quad 0.\quad 00.\ 14.\ 10.\ 20.\ 35.\ 56.\\
\qquad\quad 0.\ 0.\ 1.\ 5.\ 15.\ 35.\ 70.\ 126.\\
\qquad\qquad 0.\ 16.\ 21.\ 56.\ 126.\ 252.
\end{array}$$

896
7168
14336

Quantitas o vel finita esse supponitur vel infinite parva & finitis computationibus evanescit. Priore casu methodus dicitur rationum primarum et ultimarum, posteriore methodus momentorum, utroque methodus fluxionum dicitur.

Quantitas o vel finita esse supponitur vel infinite parva, & finitis computationibus evanescit. Prior casus methodum rationum primarum et ultimarum constituit, posterior methodum momentorum, uterque methodum Fluxionum. Methodus prior Geometrica est et summe demonstrativa, posterior espeditior est sed principijs nondum demonstratis unititur

Curvitates per fluxiones secundas & nonnunquam per tertias quartas quintas & superiores determinantur. Scilicet . Æquationis relationem inter Ordinatam BC=y et abscissam AB x definientis, sint termini omnes æquales nihilo. Et ijdem multiplpicati per indices dignitatum Abscissæ dicantur ·x, multiplicati per indices dignitatum Ordinatæ dicantur x·, multiplicati per indices dignitatum utriusque dicantur ·x·, multiplicati primo per indices dignitatum Abscissæ deinde per indices dignitatum earundem unitate diminutos dicantur : x, et multiplicat primo per indices dignitatum Ordinatæ deinde per indices dignitatum earundem unitate diminutas dicantur x :. In Ordinata CB versus cavitatem Curvæ producta, capiatur $CD = \frac{\cdot x \cdot xx \cdot y^2 + x \cdot x \cdot x \cdot xx}{- \cdot x \cdot xx : y + 2 \cdot xx \cdot . x . y - x \cdot x \cdot : xy}$ et agatur DE Abscissæ parallela & ac CE ad Curvam perpendiculari. Et punctum E ubi hæ actæ rectæ concurrunt erit centrum curvaminis linæ hujus Curvæ ad punctum C.



Rem Tangentium jam tum a multo tempore Gregorius & Barrowus lege generalius tractaverant idque calculo consimili. Sed Newtonus in Epistola anno 1672 scripta et anno superiore ad Leibnitium missa scripserat methodum Slusij esse Corollarium tantum methodi longe generalioris citra molestum illum calculum abstrusiora Problematum genera tractarentur & ad quantitates surdas; Et in epistolis anno superiore scriptis et ad D Leibnitium missis methodum illam partim verbis expressis partim symbolis plenius descripserat: Leibnitius vero ne aliquid a Newtono didicisse videretur postquam scripserat se Newtono assentiri quod Slusij methodus tangentium nondum esset absoluta, subjungit quod jam a multo tempore rem Tangentium longe generalius tractasset, & subinde describit methodum differentialem quasi hanc a multo tempore habuisset; Et in Epistola sua 29 Decem. 1711 data et mox impressa hoc idem confirmat scribendo se inventum plusquam nonum in annum pressisse, id est se invenisse ante mensem Octobrem anni 1675, cum tamen mense Iulio anni 1676 contra universalitatem methodi Newtoni scripserat, multa esse usque adeo mira et implexa ut neque ab æquationibus pendeant neque ex quadraturis qualia sunt (ex multis alijs) Problemata methodi tangentium inversæ. Methodum igitur per differentias quam Fermatius, Gregorius, Barrowus, Slusius in maximis & minimis tangentibus coluerant, Newtonus universalem reddiderat, Leibnitius novis differentiam symbolis impositis ut suam & a se olim inventam & Newtonianæ similem ad Newtonum mittit, quo effectum est ut Newtonus lites aversatus suam edere negligeret.

Newtonus in tractatu de Analysi quem Barrovius anno 1669 cum Collinio communicavit, Fluentis quantitates generis cujuccunque per areas Curvilinearum, Fluxiones per Ordinatas, tempus per abscissam momentum temporis per momentum abscissæ **{illeg}** momenta aliarum fluentium per Ordinatas ductas in momentum Abscissæ exposuit. Fluxiones vero per symbola quæcunque fluxionem temporis per unitatem & momentum temporis per literam o, aream per Ordinatam quadrato inclusam et Ordinatam per momentum Areæ applicata ad momentum Abscissæ designavit. Leibnitius anno 1677 Ordinatas designare cœpit per differentias aream & areas per summas Ordinatarum: Pro fluxionibus vero symbola nondum adhibet.

ideoque $v = \boxed{y}$ fluens, y fluxio ejus et oy momentum juxta Newtonum D. Leibnitius verò post annos octo calculum suum communicare cœpit, Barrovium in methodo tangentium secutus. sed pro Barrovij symbolis a et e a et e substituit symbola nova dx et dy, & methodum illius a Newtono admonitus adauxit, ac generalem reddidit.

Et fluentis v vel $\boxed{y}$ momentum erit yo juxta Newtonum Leibnitius vero post annos octo pro $\boxed{y}$ et o et yo scribere cœpit $\int y$ et dx et dv; pro fluxionibus symbola nondum adhibet. Facem igitur Newtono non prætulit.

Sint x abscissa, qua tempus, exponitur, sitque ejus fluxio 1, & momentum o; Deinde sit y ordinata et v area Curvæ cujusvis: et fluentis v vel $\boxed{y}$ fluxio erit y et momentum yo juxta Analysin illam. Leibnitius vero post annos octo pro $\boxed{y}$, o, et yo scribere cœpit $\int y$, dx et dv, [Mutatis Barrovij symbolis a et e in dx et dv] Pro fluxionibus symbola nondum adhibet. Facem igitur Newtono non prætulit <245bis(v)> et hac ratione Analysin suam ibi descriptam generalem reddit.

<245bis(r)>

Causam gravitatis neque Newtonus neque alius quisquam ex phænomenis hactenus deducere potuit. Esse quoque vim electricam certissimum est sed ejus causa ex phænomenis nondum patet.

<246r>

At the end of M^r Leibnits Letter dated in April 1676, write Quanquam D. Leibnitius series quas anno superiore a D. Oldenburgo acceperat, se cum suis aliquando collaturum esse promiserat, eoque nomine series illas a suis diversas esse prodiderat: tamen collatia illa nunquam facta est. Series illæ Leibnitianæ a communicatis diversæ de quibus anno 1673 scribere cœperat lucem nondum viderunt. Epistola Oldenburgi qua series alienas acceperat oblivioni tradita est. Et postquam D. Leibnitius methodum perveniendi ad series illas anno jam elapso frustra quæsiverat hic D. Oldenburgium enixe sollicitat ut is methodum Newtoni suppeditante D. Collinio ad se mitteret. Sed et audito quod D. Gregorius jam emortuus esset, socij aliquot Academiæ scientiarum sollicitante D. Leinitio ab Oldenburgio postularunt ut quæ Gregorius cum amicis communicaverat in unum corpus colligerentur et exemplar ejus Lutetiam Parisiorum mitteretur. Extat enim collectio manu D. Collins exaratum cum hoc Titulo

Et collectio illa sic orditur

NB. Hanc Epistolam Leibnitius oblivioni tradidit.

Hinc patet series Leibnitianas (siquas jam invenerat) a communicatis diversas fuisse.

In hac collectione habentur Epistolæ Gregorij scribus refertæ, habetur epistola ejus ad D. Collins data 15 Feb: Anno $167\frac{0}{1}$, in qua fuit hæc series. Sit Radius=r Arcus=a, Tangens=t, Secans=s, et erit Et erit $a = t - \frac{t^3}{3r^2} + \frac{t^5}{5r^4} - \frac{t^7}{7r^6} + \frac{t^9}{9r^8}$, &c et Leibnitius tamen hanc seriem pro sua anno superiore cum amicis communicare cœpit, hoc anno ad D. Oldenburgum ut inventum novum remisit, & postea in Actis Lipsiensibus ut suam in lucem dedit neque ullibi agnovit se eandem anno superiore ab Oldenburgo accepisse & Gregorium eandem ineunte anno 1671 cum D. I. Collins communicasse. Hanc seriem igitur Gregorius methodo Newtoniana prior invenit. In eadem collectione habetur epistola Newtoni ad D. Collins data et superius impressa, in qua Newtonus se methodum generalem habere dicit ducendi tangentes, quandrandi curvilineas & similia peragendi & methodum exponit exemplo ducendi tangentes: quam methodum Leibnitius differentialem postea vocavit.

Porro cum D Leibnitius in Epistola novissima se inventum aliquod polire dicat cum Oldenburgo communicandum, is intelligit Opusculum de prædicta Gregorij serie quod anno superiore componere cœpit et cum amicis communicare. Id ex verbis <246v> ejus colligo, in Actis Lipsiensibus mense Aprili Anni 1691 in lucem editis ubi hæc leguntur. Iam anno 1675 compositum habebam opusculum Quadraturæ Arithmeticæ ab amicis ab illo tempore lectum, sed quod materia sub manibus crescente limare ad editionem non vacavit postquam aliæ occupationes supervenere præsertim cum nunc prolixius exponere vulgari more quæ Analysis nostra nova paucis exhibet non satis operæ pretium videatur. Interim insignes quidam Mathematici, quibus veritas primariæ nostræ Propositionis dudum in Actis publicatæ innotuit pro humanitate sua nostri qualiscunque inventi candide meminere. Opusculum igitur his verbis descriptum poliebat, & polire pergebat donec Literis Electoris Hanoveræ in patriam suam revocatus esset ut negotijs publicis interesset, Et postquam hæ occupationes supervenere id est anno 1677, materia sub manibus crescente opusculum limare ad editionem non amplius vacabat. præsertim cum tunc prolixius exponere vulgari more quæ Analysis sua nova paucis exhibet non satis operæ pretium videretur. Opusculum anno 1676 vulgari more limabat, et postea methodum suam novam (differentialem scilicet) invenit.

NB Collinius jam ante triennium series Newtonianas ante biennium Gregorianas cum amicis communicare cœpit Leibnitius Londino discere se quoque in hujusmodi seriem unam atque alteram incidisse jactare cœpit, sed hujusmodi seriem aliquam cum amicis non prius communicavit quam ab ab Oldenburgo acceperat ut mox patebit.

Cum D. Leibnitius methodum Newtonianam pervendi ad series anno superiore sibi missas frustra quæsiverat, eandemque sibi communicare postulaverat & Gregoriana omnia Lutetiam mitti: Oldenburgus & Collinius Newtonum enixe rogarunt ut ipse methodum suam describeret cum Leibnitio communicandam.

In Leib Epist. 1. NB Methodum perveniendi ad has series Leibnitius per se invenire non potuit. Eandem Newtonus postulante Leibnitio Epistola superiore communicaverat. Leibnitius jam series quasdam hac methodo inventas sibi conatur Six et in Actis Lipsientibus Mense Aprili anni 1681 hæc scrippsit. Cæterum ex seriebus infinitis a me alijsque Mercatore Newtono Gregorio exhibitis, sequitur . . . . $\frac{1^5}{1,2,3,5}$ &c.

In Newt 2 Patuit supra Newtonum anno 1669 hujusmodi series in potestate habuisse adeoque methodus fluxionum ipsi ante annum illum innotuit.

In L. Epist. 1. Hæc methodus transmutandi figuras curvilineas in alias ipsis æquales ejusdem est generis cum Barrovianis & Gregorianis. Conicæ Sectiones hac methodo semper ad series infinitas reduci possunt per divisiones. Idem fit in Curvis secundi generis punctum duplex habentibus & in curvis tertij generis punctum triplex habentibus & in ijs quarti generis punctum quadruplex habentibus & sic deincips in infinitum si modo punctum illud inveniatur et pro polo habeatur. In alijs casibus res non succedit idoque methodus non est generalis. Generaliter obtinet in sectionibus conicis, in alijs Curvis non item.

Porro Leibnitius hanc methodum vulgari more prolixius exponat quam Analysis sua nova paucis exhibere potuisset, manifestum est quod Analysis illa nova ipsi nondum innotuit.

In Epist L. 2. Cœpit igitur Leibnitius hoc ipso tempore methodum differentialem cum amicis communicare, lectis prius Epistolis quas Newtonus de hac methodo scripserat.

In Epist 2. Hæc est Analysis æquationes infinitas supra impressa.

In Epist 2. Hæc est epistola supra impressa de methodo Slusij.

<247r>

Corrigenda.

Pag. 2. lin 22 & 23 Lege. – – – &c, conjungendo singulos – –

P. 8. lin 8, 9 lege BD (y) momentum quo [curvilinea]

P. 10. l. 3 tia, eorum Momenta

Ib. l. 12. fluentes quantitates

P. 14. l. 34 & P. 15. l. 14 data

Pag. 11. lin. 7. $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}y$,

P. 22. l. 6. anno 1675.

P. 31. l 32 id monitum interseruerim. Ib. l. 22. præfatione Ib. l. 23 editi

P. 36. l 34 & p. 37. l. 4, 6, 9, 10 35, 36, pro x scribe $\dot{x}$

P. 37 l. 11 pro $\overline{xo}$ scribe $\dot{x}o$. Ib. l. 19 pro arcas scribe areas.

P 47. l. 18. Pro aliam scribe etiam.

P. 53. l. 32. Pro prædicaverat scribe explicaverat.

P. 54. l. 28. lege. 1676, se tum ante annos quinque quo quietius –

P. 142. l. 9 pro 1679 scribe 1676.

P. 26. l. 7 lege oblitumque jam fuisse. Ib. l. 27. quæ sponte

P 46. l. 30. quæque etiam adhuc

P 19. l 16 In eadem enim Epistola

Pag. 19. l. 16. lege In eadem utique epistola. P. 22 l. 6. lege anno 1675. P. 26. l. 7 oblitumque jam fuisse. Ib. l. 27 quæ sponte. P. 31 l. 22 præfatione. Ib. l. 23 editi. Ib l. 32 interseruerim P. 36. l. 34, 35, 36 & P. 37, l. 4, 6, 9, 10 pro x scribe $\dot{x}$. P. 37. l. 11 pro xoxo scribe $\dot{x}o$. Ib. l. 19 areas. P. 46 l. 30 quæque etiam adhuc. P. 47 l. 18 pro aliam scribe etiam. P. 53. l. 32 pro prædicaverat scribe expliccaverat. P. 54. l. 28 lege 1676, se tum ante annos quinque quo quietius. P. 142. l. 9 pro 1679 scribe 1676

p. 52. lin 4 pro omnino nullus scribe jus omnino nullum.

p. 5. l. 11. not exceeding one penny over or under

p. 10 Kings Clerk. No tale. No uwse of Contollment Roll.

<248r>

Hæc omnia refutantur supra, pag. 7, 8, 9, 10, 12, 24, 25 32, 33, 34, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 52. Methodus fluxionum non consistit in forma symbolorum. Pro fluxionibus ipsarum x, y, z Newtonus quandoque ponit easdem literas punctis notatas $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$, quandoque easdem in forma majuscula X, Y, Z, quandoque literas alias ut p, q, r, quandoque lineas exponentes ut DE, FG, HI: (p. 37) Et hoc Newtonus in hunc usque diem facit uti videre licet in Libro de Quadraturis, ubi fluxiones in Propositione prima denotantur per literas punctatas, in ultima per ordinatas Curvarum, in Introductione per alia symbola dum Methodum explicat illustratque per Exempla. (pag. 37) Omnia Newtoni symbola sunt in suo quæque genere prima (p. 37, 38) In Principijs Naturæ Mathematicis Newtonus calculo suo fluxionum Analytico utendi non habuit occasionem frequentem. nam liber ille inventus est quidem per Analysia, at scriptus per synthesin more veterum ut oportuit (p. 39) At Analysis tamen per synthesin illam ita elucet ut Marchio Hospitalius agnoverit hunc librum fere totum ex hac Analysi constare (pag. 30) Prima vice literæ punctatæ comparuerunt, non in tertio Volumine operum Wallisij quod prodijt anno 1699, sed in secundo volumine operum ejus quod prodijt anno 1693, annis duobus antequam fama Calculi differentialis ad aures Wallisij pervenit (p 40, 41) & annis tribus antequam Marchio Hospitalius Analysin suam infinite parvorum edidit, qua calculus differentialis ubique locorum invalescere cœpit. Vera ratio fluxiones fluxionum capiendi hoc est differentianda differentialia habetur in Propositione prima libri de Quadraturis. (p. 10, 40) Hanc Propositionem cum exemplis in differentijs primis et secundis Wallisius edidit in Tomo secundo Operum suorum (pag 10, 40, 41 Eandem Newtonus demonstravit synthetice in Lem. II Lib. II Princip. (p. 30 Eandem Newtonus posuit in Epistola ad Oldenburgum 24 Octob. 1676 data tanquam fundamentum hujus methodi de quas tum ante annos quinque scripserat pag 8) In eadem Propositione Epistola Newtonus posuit Methodum suam (in h{oi} Propositione fundatam) quadrandi figuras curvilineas accurate si fieri potest (pag

<248v>

Quam methodum Newtonus habuit anno 1669 (pag 90. lin. 17) ut et omnis aliquot antea testibus Barrovio & Collinio (pag. 103 lin 26, 27, 28, 33.) id est, Anno 1666 aut antea, ut etiam Wallisius de Methodo fluxionum testatum reliquit (pag. 32)

Newtonus nunquam mutavit literam o in literam $\dot{x}$ sed eadem usus est in Introductione ad Librum de Quadraturis et adhuc utitur in eodem sensu ac sub initio (p. 8, 9, 36, 37, 38,

Veram methodum differentiandi differentialia Newtonus habuit anno 1669 p. 7, 11, 12

Ejusdem solutionem Newtonus docuit Anno 1669 in Analysi sua per series, ubi methodum docet regressionis ab area ad Ordinatam (pag. 8, 92)

Sed et D. Leibnitius olim agnovit hanc Analysin in Libro Principiorum elucescere pag. 34, 52

Anno 1669 in Analysi sua per series Newtonus utitur symbolis ov, oy, ox, [

Pro fluxionibus D Leibnitius nulla habet symbola Symbolis momentorum sive differentiarum dx, dy, dz Leibnitius primo uti cœpit anno 1677: Momenta Newtonus denotabat per rectangula sub fluxionibus & momenta o cum Analysin suam scriberet anno 1669 aut ante, Leibnitius symbolis — in quadrato vel rectangulo ad hunc modum $\boxed{\frac{aa}{64x}}$ Omnia <249r> Newtoni symbola sunt in suo quæque genere prima. (p. 37, 38.

Et specimen ejusdem quoad Tangentes ducendas posuit in Epistola ad Collinium 10 Decem. 1672 (p. 105.)Et in eadem Epistola addidit Problemata de Curvarum – –

<249r>

Newtonum qui Deum corpore omni destitutum esse affirmatus, accusat quasi sensorium corporeum & organa Deo tribueret. Gravitatem universalem in argumento Inductionis fundatam negat, nulla in contrarium observatione adducta.

Sed et Sectiones duas primas Libri secundi Principiorum verbis alijs (absque symbolis differentialibus) composuit, & subjunxit: <u>Omnia autem respondent nostræ Analysi Infinitorum, hoc est calculo summarum ac differum</u>. (pag. 41, 42, 43.)

<249v>

Keilius hoc notaverat anno 1711 (p. 238) Et hoc Newtonus in hunc usque diem facit, ut videre licet in

Tabulæ pro Quadrandis figuris in Scholio ad Prop. X.libri de Quadraturis positæ constructæ erant diu ante annum 1676, ut ex Ordinatis Curvarum in Epistola Newtoni ad Oldenburgium 24 Octob. 1676 data positis liquet. (pag. 173;) & absque methodo fluxionum & Momentorum construi ne quibant.

Corollarium secundum Propositionis illius decima plenius exponitur in Epistola Newtoni ad Collinium Novem. 8. 1676 missa, his verbis. Nulla extat Curva – – – haud tamen adeo generaliter. Hactenus Newtonus. Et ex his omnibus abunde satis liquet Methodum fluxionum et Momentorum quatenus in Propositionibus decem primis Libri de Quadraturis exponitur Newtono innotuisse anno 1676, aut antea.

Sed et Marchio Hospitalius testis est, pro Newtono vel potius Iudex, qui utique dixit Librum Principiorum philosophiæ fere totum esse ex hoc calculo (p. 30), et Leibnitium in Methodum differentialem incidisse efficiendo ut methodum tangentium Barrovij non hæreret ad radicales p 26 27, 28. Newtonus enim in Epistolis 10 Decem 1672 & 24 Octob. 1676 Leibnitium admonuit se hoc antea assecutum esse. (p. 26, 27, 28, 105, 166.) Leibnitius olim agnovit Librum Principiorum ope calculi infinitesimalis compositum fuisse. pag

Miracula vocat quæ admirationem non cient. Loca **{illeg}**ibus Deus omni corpore destitutus adest, vocat ejus cerebrum corporeum Spatium et tempus non ad Predicamentum Quantitatis sed id Prædicame**{n}**ta Vbi et Quando refert. Ipse monades indivisibiles introducit & tamen atomes negat. Corpuscula poris destituta redet, atomos vocat & dari negat. Mundum vult esse absolute perfectum, quia opus Dei: quo nomine pediculi et vermes sunt entia absoluta perfecta. Deum vocat Intelligentiam supramundanam, & spatiam tamen ultra mundum corporum dari negat,

<250r>

Annotatio

Hæc omnia refutantur supra, pag. 7, 8, 9, 10, 11. 12, 24, 25, 30, 31. 32, 33, 34, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 53, 90 92, 103 Methodus fluxionum non consistit in forma symbolorum. Pro fluxionibus ipsarum x, y, z, Newtonus quandoque ponit easdem literas punctis notatas $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$, quandoque easdem forma majuscula X, Y, Z, quandoque literas alias ut p, q, r, quandoque lineas exponentes ut DE, FG, HI (pag. 37.) Et hoc Newtonus in hunc usque diem facit, uti videre licet in Libro de Quadraturis, ubi fluxiones in Propositione prima denotantur per literas punctatas, in ultima per ordinatas Curvarum, in Introductione per alia symbola dum Newtonus ibi Methodum explicat illustratque per Exempla (pag. 37.) Omnia Newtoni symbola sunt in suo quæque genere prima (pag. 37, 38.) In Principijs Naturæ Mathematicis Newtonus calculo suo fluxionum Analytico utendi non habuit frequentem occasionem: Nam Liber ille inventus est quidem per Analysin, at scriptus est per synthesin more veterum ut oportuit (pag. 39.) At Analysis tamen per Synthesin illam ita elucet, ut Leibnitius ipse olim agnoverit Newtonum non solum methodo sua tangentes duxisse sed majora multo consecutum, viso demum libro Principiorum, se satis intellexisse (pag. 52.) Et alibi de sublimi quadam parte methodi qua Newtonus solidum minimæ resistentiæ invenerat, hæc verba habet, Quam methodum ante D. Newtonum et me, nullus quod sciam Geometra habuit, uti ante hunc maximi nominis Geometriam, nemo se habere, PROBAVIT (pag. 34) Et in Epistola ad Newtonum data Hanoveræ 7 Mart. 1693 ita scripsit: Mirifice ampliaveris Geometriam tuis seriebus, sed edito Principiorum opere ostendisti patere tibi quæ Analysi receptæ non subsunt. Conatus sum ego quoque notis commodis adhibitis &c. (pag. 30.) De <250v> hoc Libro Principiorum sic locutus est etiam Machio Hospitalius quasi totus fere per hunc Calculum compositus esset. (pag. 30) Literæ punctatæ prima vice comparuerunt, non (ut hic dicitur) in tertio Volumine Operum Wallisij quod prodijt anno 1699, sed in secundo Volumine Operum ejus quod prodijt anno 1693, annis utique duobus antequam fama calculi differentialis ad aures Wallisij pervenit (pag. 10. 31, 32, 40, 41,) & annis tribus antequam Marchio Hospitalius Analysin suam infinite parvorum edidit, qua calculus differentialis ubique locorum invalescere cœpit. (pag 26) Newtonus nunquam mutavit litera o in literam $\dot{x}$ punctatam uno puncto, sed litera illa o usus est in Introductione ad Librum de Quadraturis, & adhuc utitur in eodem sensu ac sub initio idque maximo cum fructu (pag. 8, 9, 36, 37, 38.) **{emdi}** seu differentiandi differentialia habetur in Propositione prima Libri de Quadraturis; Et Regulam ibi traditam verissimam esse D. Leibnitius optime noverat; Idem noverat Iudex ab ipso constitutus: eandemque cum exemplis in differentijs primis et secundis Wallisius edidit in Tomo secundo Operum suorum pag 392, 393 &c idque anno 1693 ut supra, annis scilicet tribus antequam Regula Leibnitianorum differendi differentialia lucem vidit. (pag. 10, 40, 41.) Eandem Regulam Newtonus demonstravit synthetice in Lem. II Lib. II. Princip (p. 30,) & posuit in Epistola ad Oldenburgum 24 Octob. 1676 data tanquam fundamentum hujus methodi de qua tum ante annos quinque scripserat (pag. 8) Et in Epistola ad Collinium 10 Decem 1672 data, addit Problemata de Curvarum Curvatura seu Geometricarum sive Mechani <251r> carum per eandem methodum solvi. Ex quo manifestum est se jam tum suam Methodum ad secunda ac tertia momenta extendisse: Cum enim Areæ Curvarum considerantur tanquam fluentes, (ut in hac Analysi fieri solet,) ordinatæ exprimunt fluxiones primas; Tangentes autem datæ sunt per fluxiones secundas, & Curvaturæ per tertias (p. 9.) Et anno 1669 in Analysi per series Newtonus dixit; Momentum est superficies, cum de solidis; & Linea cum de superficiebus; & punctum, cum de lineis agitur: quod perinde est ac si dixisset; cum solida considerantur tanquam fluentia, eorum Momenta superficies sunt, & horum momentorum momenta (vel secunda Momenta) Lineæ sunt; & horum Momen**{ta}** (sive tertia Momenta) puncta sunt (p. 9, 10) adeoque qua ratione momenta prima derivantur a fluentibus, secunda derivantur a primis, tertia a secundis & sic deinceps in infinitum. Et quomodo momenta prima derivantur a fluentibus ostenditur in Analysi per series inveniendo Ordinatas ex areis (p. 7, 8, 9, 10, 11, 12 92) In eadem Analysi Newtonus dixit curvarum areas & longitudines id modo fiat, beneficio ejusdem Analyseos exacte & Geometrice determinari (pag. 90 lin 17) Et methodus hæcce Newtono innotuit annis aliquot antea testibus Barrovio et Collinio (pag. 103. lin. 26, 27, 28, 33) id est anno 1666 aut antea. Hæc methodus aliquatenus explicatur in Epistola 24 Octob 1676 ad Oldenburgum data, ibique ex Propositione prima Libri de Quadraturis consequi dicitur. (pag 150, 151) sed & in Propositione quinta et sexta Libri illius plenius explicatur & hæ Propositiones ex Propositionibus quatuor primis Libri ejusdem consequentur, ideoque Methodus fluxionum quatenus in Propositionibus quinque ve**{l}** sex primis Libri de Quadraturis exponitur, Newtono innotuit anno 1666 aut antea, testibus Barrovio et Collinio; ut et teste etiam Wallisio (pag. 32)

<251v>

(p.   ) Et est symbolum unicum quo N. utitur pro quantitate in infinite parva. Nam rectangulum sub hoc symbolo fluxionis hoc symbolo o (vel expresso vel subintellecto) pro alijs quantitatibus infinite parvis semper ponitur. Et symbolum $\dot{x}$ non momentum vel differentiam sed motum fluxionis significat. (pag at symbolum $\dot{x}$ quantitatem finitam designat (pag. 8, 9, 36, 37, 38.

<252r>

Anno 1688 M^r D. Leibnitius Sectiones duas primas Libri secundi Principiorum Newtoni verbis alijs composuit & sine symbolis **{illeg}**itio anni proximi in Actis eruditorum edidit & sub finem addidit hæc verba. Multa ex his deduci possent praxi accommodata, sed nobis nunc fundamenta Geometrica jecisse suffecerit in quibus maxima consistebat difficultas. Et fortassis attente consideranti vias quasdam novas satis antea impeditas appæruisse videbimur. Omnia autem respondent nostræ Analysi infinitorum hoc est calculo summarum ac differentiarum (cujus elementa quædam in his Actis dedimus) communibus quoad licuit verbis hic expresso. Hasce vias novas satis antea impeditas Newtonus in Sectionibus illis duobus prius aperuerat Et Omnia respondent ejus Analysi infinitorum, hoc est calculo per fluxiones fluentes & momenta (cujus elementa dedit in Lem. II Lib. II Princip) ut et in Analysi per series) communibus quoad licuit verbis illic expresso.

<252v>

To Sir Isaac Newton

November 5

Sir

Tis with great unwillingess I give yoo this trouble, after your very many & great favours yoo have been pleas'd in the most generous manner to grant me I have had the unhappiness of sickness in my family near 2 Months. I shall be very much obliged to yoo, & thankfull for a Guinea; which will at this time be most seasonab**{l}{e}** I am, Sir, with all respect & thankfullness for your great kindness,

Your most obliged H: Servant Iohn Arnold

<252v>

p. 98, lin penult & p. 120, lin. 7. $1+1+2\sqrt{1+3}$

<252v>

NB. Hæc omnia refutantur supra p. 9, 10, 12, 32, 33, 34, 36, 37, 38, 39, 40, 52. Newtonus methodum fluxionum docuit & exemplis illustravit absque literis punctatis in Introductione ad librum de Quadraturis, ibique etiam usus litera o pro incremento constante ipsius x: & his non obstantibus veram methodum differentiand differentialia in Propositione prima ejusdem Libri docuit (p. 10. Hanc Propositionem cum exemplis in Differentijs primis & secundis Wallisius edidit in Tomo secundo operum suorum anno 1693 annis duobus antequam fama methodi differentialis Leibnitianæ ad ejus aures pervenerat et in eodem secundo Tomo literæ punctatæ lucem viderunt. Eandem Prop. Newtonus demonstravit synthetice in Lem II Lib. II Principiorum Eandem Newtonus posuit in Epistola ad Oldenburgium 24 Octob. 1676 data tanquam fundamentum methodi de qua tum ante annos quinque scripserat (pag.. In eadem Epistola Newtonus posuit Methodum suam quadrandi Figuras curvilineas accurate si fieri potest hac Propositione fundatam (pag   ) quam methodum is habuit anno 1669 (pag. 90. l. 18) ut et annis aliquot antea testibus Barrovio e Collinio (pag. 103   ) id est anno 1666 ut antea, ut etiam Wallisius de methodo fluxionum testatum reliquit. (pag 32   ) Newtonus nunquam mutavit literam o in literam $\dot{x}$ (p. 36, 37).

[1] ‡ Vide Iournal de Scavans 30 August**{i}** anni 1694. p. 665.

[2] ✝ Iustitiam Non reddidit. Agnovit D. Leibnitius per Epistolam 21 Iunij 1677 ad Oldenburgum datam, Newtono methodum differentiali similem anno 1676 innotuisse, hoc se tunc agnovisse jam non fatetur, & Epistola illa ante annum 1699 non fuit impressa

[3] ✝ Iustitiam Non reddidit. Agnovit D. Leibnitius per Epistolam 21 Iunij 1677 ad Oldenburgum datam, Newtono methodum differentiali similem anno 1676 innotuisse, hoc se tunc agnovisse jam non fatetur, & Epistola illa ante annum 1699 non fuit impressa