

作业要求: 说明思路与符号, 清晰简洁的伪代码, 必要的时间复杂度分析和必要的正确性分析。可以直接调用基本的数据库和已讨论过的算法/程序 (如排序、找中位数、二分查找等)。

**问题 1** (20 分). 给定一颗树  $T$ , 在  $O(|T|)$  的时间内找出  $T$  的最长非平凡路径。

**问题 2** (25 分). 回顾 Lecture4b 提到的中序遍历 INORDER-TREE-WALK, 先序遍历 PREORDER-TREE-WALK, 后序遍历 POSTORDER-TREE-WALK。为方便起见, 本题考虑的树  $T$  节点编号为  $1, 2, \dots, n$ 。

1. 给定前序遍历  $p_1, \dots, p_n$  和中序便利  $i_1, \dots, i_n$ , 请在  $O(n)$  的时间内找出  $T$  的后序遍历。
2. 给定前序便利  $p_1, \dots, p_n$  和后序遍历  $o_1, \dots, o_n$ , 能否在  $O(n)$  的时间内找出  $T$  的中序遍历? 请给出算法或者反例。

**问题 3** (30 分). 给定无向带权图  $G = (V, E, w)$ , 找出代价最小的两颗不同生成树  $T_1$  和  $T_2$ 。

请尽可能的优化算法时间。

**问题 4** (25 分). 考虑有向带权图  $G = (V, E, w)$ , 其中  $w$  表示  $E$  上的权重, 有正有负。对图的路径  $(v_1, v_2, \dots, v_k)$ , 定义它的乘积:  $\prod_{i=1}^{k-1} w(v_i, v_{i+1})$ , 其中要求  $(v_i, v_{i+1}) \in E$ 。输入  $G$  和点对  $(s, t)$ , 请设计快速算法找出  $s$  至  $t$  的一条乘积最大路径。如果这样的路径不存在, 请输出 N/A。