Quiz #3 ELG 3525 Automne 2023 (~~25~~ 30 minutes)

Quelques formules:

$$a_k = \frac{1}{T}\int_T x(t)e^{-jk\omega_0 t}dt \qquad x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk\omega_0 t} = a_0 + 2\sum_{k=1}^{\infty}|a_k|\cos(k\omega_0 t + \angle a_k)$$

$a_{y,k} = a_{x,k} \cdot H(jk\omega_0)$

1) Pour un système LTI en temps discret décrit par: $y[n]+\frac{1}{2}y[n-1]=3x[n]-5x[n-1]$, tracez le schéma-bloc ("block diagram") pour la forme directe 2.

2) Calculez les coefficients a_k de la série de Fourier pour le signal périodique de période $T=1$ décrit par $x(t)=e^{-t}$ $\quad 0 \le t < 1$ pour une période du signal.

3) Considérez un signal périodique $x(t)$ de période $T=1$ dont les coefficients de série de Fourier non-nuls sont :

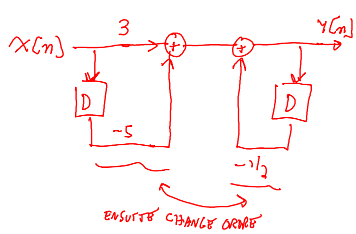
$a_0 = 1, \qquad a_1, a_{-1} = 1, \qquad a_2, a_{-2} = 1 \qquad a_3, a_{-3} = 1$

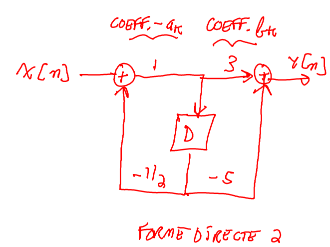
Le signal est appliqué à un système LTI dont la réponse en fréquence est :

$$H(j\omega) = \begin{matrix} 1 & -3\pi < \omega < 3\pi \\ 0 & \text{ailleurs} \end{matrix}$$

Quel est le signal $y(t)$ en sortie du système LTI?

1) $y[n] = -\frac{1}{2}y[n-1] + 3x[n] - 5x[n-1]$





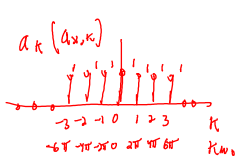
2) $a_k = \frac{1}{T}\int_T x(t)e^{-jk\omega_0 t}dt \qquad \omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \qquad a_k = \frac{1}{1}\int_0^1 e^{-t}e^{-jk2\pi t}dt = \int_0^1 e^{(-1-jk2\pi)t}dt = \frac{1}{-1-jk2\pi}\left[e^{(-1-jk2\pi)t}\right]_0^1$

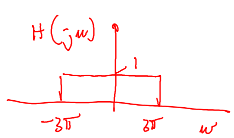
$= \frac{1}{-1-jk2\pi}\left(e^{-1-jk2\pi}-1\right) = \frac{1-e^{-1-jk2\pi}}{1+jk2\pi}$

3) $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \qquad a_{y,k} = a_{x,k}\cdot H(jk\omega_0)$

$a_1 : k\omega_0 = \underbrace{1\cdot 2\pi}_{\text{FRÉQ. }\omega} \qquad a_2 : k\omega_0 = \underbrace{4\pi}_{\text{FRÉQ. }\omega} \qquad a_3 : k\omega_0 = \underbrace{6\pi}_{\text{FRÉQ. }\omega} \qquad a_0 : 0\cdot\omega_0 = \underbrace{0}_{\text{FRÉQ. }\omega}$

$a_{-1} : k\omega_0 = -1\cdot 2\pi \qquad a_{-2} : k\omega_0 = -4\pi \qquad a_{-3} : k\omega_0 = -6\pi$





$a_{y,k}: \quad a_{y,0} = \overset{a_0}{1}\cdot 1 \qquad a_{y,1} = \overset{a_1}{1}\cdot 1 \qquad a_{y,-1} = \overset{a_{-1}}{1}\cdot 1 \qquad$ 0 AILLEURS

$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_{y,k}e^{jk\omega_0 t} = a_{y,-1}e^{-j2\pi t} + a_{y,0}e^{j0t} + a_{y,1}e^{j2\pi t}$

$= e^{-j2\pi t} + 1 + e^{j2\pi t} = 1 + 2\cos(2\pi t)$