s (2e éd.)... > Manuel



## Exercices 7.3

**1-2** Esquissez le solide dont le volume est donné par l'intégrale et calculez celle-ci.

**1.** $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^2 \int_0^2 r \, dz \, dr \, d\theta$

**2.** $\int_0^2 \int_0^{2\pi} \int_0^r r \, dz \, d\theta \, dr$

**3-14** Utilisez les coordonnées cylindriques.

**3.** Calculez $\iiint_E \sqrt{x^2+y^2} \, dV$, où $E$ est la région à l'intérieur du cylindre $x^2+y^2=16$ et entre les plans $z=-5$ et $z=4$.

**4.** Calculez $\iiint_E z \, dV$, où $E$ est borné par le paraboloïde $z=x^2+y^2$ et le plan $z=4$.

**5.** Calculez $\iiint_E (x+y+z) \, dV$, où $E$ est le solide dans le premier octant et sous le paraboloïde $z=4-x^2-y^2$.

**6.** Calculez $\iiint_E (x-y) \, dV$, où $E$ est le solide compris entre les cylindres $x^2+y^2=1$ et $x^2+y^2=16$, au-dessus du plan des $xy$ et sous le plan $z=y+4$.

**7.** Calculez $\iiint_E x^2 \, dV$, où $E$ est le solide à l'intérieur du cylindre $x^2+y^2=1$, au-dessus du plan $z=0$ et sous le cône $z^2=4x^2+4y^2$.

**8.** Calculez le volume du solide à l'intérieur du cylindre $x^2+y^2=1$ et de la sphère $x^2+y^2+z^2=4$.

**9.** Trouvez le volume du solide au-dessus du cône $z=\sqrt{x^2+y^2}$ et à l'intérieur de la sphère $x^2+y^2+z^2=2$.

**10.** Trouvez le volume du solide au-dessus du paraboloïde $z=x^2+y^2$ et à l'intérieur de la sphère $x^2+y^2+z^2=2$.

**11.** a) Calculez le volume de la région $E$ bornée par le paraboloïdes $z=24-x^2-y^2$ et le cône $z=2\sqrt{x^2+y^2}$.
b) Trouvez le centroïde de $E$ (le centre de masse lorsque la densité est constante).

**12.** Calculez la masse du solide à l'extérieur du cône $z^2=x^2+y^2$ et à l'intérieur de la sphère $x^2+y^2+z^2=1$ si la densité en un point est proportionnelle à sa distance à l'axe des $z$.

**13.** Une colline a la forme de la partie de la surface $x^2+y^2+z^4=100$ située au-dessus du plan $z=0$. Calculez la hauteur moyenne de cette colline ainsi que son volume.

**14.** a) Calculez le volume du solide que le cylindre $r=a\cos\theta$ découpe dans la sphère de rayon $a$ centrée à l'origine.
b) Illustrez le solide de la partie a) en représentant la sphère et le cylindre sur le même graphique.

**15.** Trouvez la masse et le centre de masse du solide $S$ borné par le paraboloïde $z=4x^2+4y^2$ et le plan $z=a\ (a>0)$ si $S$ a une densité constante $K$.

**16.** Calculez la masse d'une boule $B$ définie par $x^2+y^2+z^2 \leq a^2$ si sa densité en tout point est proportionnelle à sa distance à l'axe des $z$.

**17-18** Calculez l'intégrale en utilisant les coordonnées cylindriques.

**17.** $\int_{-2}^{2} \int_{-\sqrt{4-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{2} xz \, dz \, dx \, dy$

**18.** $\int_{-3}^{3} \int_0^{\sqrt{9-x^2}} \int_0^{9-x^2-y^2} \sqrt{x^2+y^2} \, dz \, dy \, dx$

**19.** Dans l'étude de la formation des chaînes de montagnes, les géologues estiment la quantité de travail nécessaire pour soulever une montagne à partir du niveau de la mer. Considérez une montagne ayant essentiellement la forme d'un cône circulaire droit. Supposez que la densité de la matière dans le voisinage d'un point $P$ est de $g(P)$ et que la hauteur est de $h(P)$.
a) Donnez une intégrale définie qui représente le travail total effectué lors de la formation de la montagne.
b) Supposez que le mont Fuji au Japon a la forme d'un cône circulaire droit. Sa base a un rayon de 18 500 m, sa hauteur est de 3780 m, et sa densité est constante et égale à 3200 kg/m³. Calculez le travail effectué lors de la formation de ce mont si le terrain était initialement au niveau de la mer.


**SUJET À EXPLORER** **L'INTERSECTION DE TROIS CYLINDRES**

La figure montre un solide borné par trois cylindres circulaires de même diamètre qui se coupent à angles droits. Ce projet consiste à calculer le volume du solide et à déterminer comment sa forme varie lorsque les cylindres ont des diamètres différents.