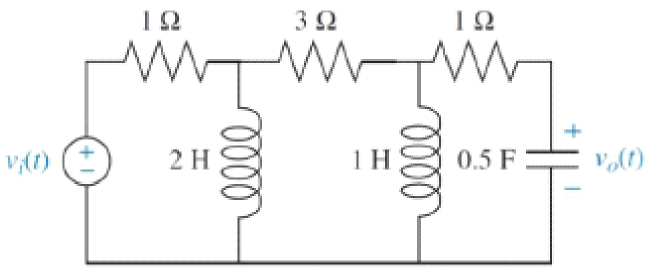
Questions supplémentaires

Question 1

a) Considérant que $v_i(t)$ et $v_o(t)$ r sont les enterrée est sortie du système illustré ci-dessous, trouvez le modèle d'état respectif.

b) En utilisant les impédances, trouvez la fonction de transfert du système, $G(s) = \frac{V_c(s)}{V_i(s)}$.

c) En utilisant votre réponse à partie (b), trouver l'équation différentielle du système.



Question 2

En utilisant les tableaux T.2.1 et T.2.2 trouvez la transformation de Laplace pour la fonction de domaine temporel suivante :

$$y(t) = e^{-\alpha t}\{cos(\omega t)\}u(t)$$

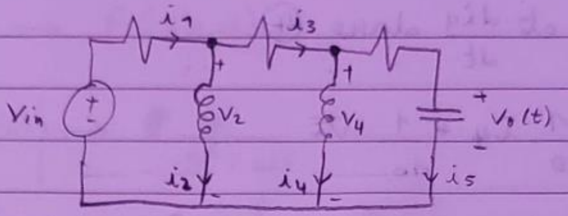
Question 3

Trouvez la TL de $f(t) = te^{-5t}$.

Solutions questions supp.

Question 1.

a/



<u>analyse des nœuds:</u>

$i_1 = i_2 + i_3$ et $i_3 = i_4 + i_5 = i_4 + 0,5\dfrac{dV_c}{dt}$ ①

donc $i_1 = i_2 + i_4 + 0,5\dfrac{dV_c}{dt}$ ②

<u>analyse des mailles:</u>

$$V_{in} = i_1 + V_2 = i_1 + 2\frac{di_2}{dt} \quad ③$$

$$V_2 = 3i_3 + V_4 = 3i_4 + \frac{3}{2}\frac{dV_c}{dt} + \frac{di_4}{dt} \quad ④$$

$$V_4 = i_5 + V_c = 0,5\frac{dV_c}{dt} + V_c \quad ⑤$$

comme $V_4 = \dfrac{di_4}{dt}$ on remplace $\dfrac{di_4}{dt}$ avec l'express° ⑤ dans l'éqt ④

$$V_2 = 3i_4 + V_c + 2\frac{dV_c}{dt} \Rightarrow \frac{di_2}{dt} = \frac{3}{2}i_4 + \frac{1}{2}V_c + \frac{dV_c}{dt} \quad ⑥$$

d'après ⑥ et ③ $V_{in} = i_2 + i_4 + 0,5\dfrac{dV_c}{dt} + 3i_4 + \dfrac{1}{2}V_c + 2\dfrac{dV_c}{dt}$

$$* \quad \frac{dV_c}{dt} = \frac{-2}{5}i_2 - \frac{8}{5}i_4 - \frac{2}{5}V_0 + \frac{2}{5}V_{in}$$

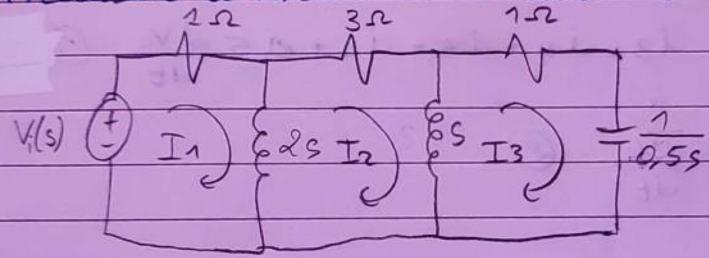
comme on a l'express° $\dfrac{dV_c}{dt}$, il suffit de l'utiliser dans ⑤

$$* \quad \frac{di_4}{dt} = -\frac{1}{5} i_2 - \frac{4}{5} i_4 + \frac{4}{5} V_c$$

puis on remplace $\frac{dV_c}{dt}$ et $\frac{di_4}{dt}$ dans ④

$$* \quad \frac{di_2}{dt} = \frac{-2}{5} i_2 - \frac{1}{10} i_4 + \frac{1}{10} V_o$$

b- On redessine le circuit en domaine de fréquence



$$\boxed{\mathcal{L}(i_3) = \mathcal{L}\left(C \frac{dv_o}{dt}\right) \qquad I_3 = sCV_o}$$

$$(1+2s) I_1(s) - 2s\, I_2 = V_i(s)$$

$$-2s\, I_1 + (2s+3+s) I_2 - s\, I_3 = 0$$

$$-s\, I_2 + \left(s + 1 + \frac{1}{0{,}5s}\right) I_3 = 0$$

on résoud pour I_3 avec Cramer

$$I_3 = \frac{\begin{vmatrix} 1+2s & -2s & V_i(s) \\ -2s & 3s+3 & 0 \\ 0 & -s & 0 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{V_i(s) \begin{vmatrix} -2s & 3s+3 \\ 0 & -s \end{vmatrix}}{\Delta}$$

$$\frac{I_3}{V_i} = \frac{2s^2}{10s^2 + 16s + 21 + \frac{6}{s}} = \frac{2s^3}{10s^3 + 16s^2 + 21s + 6}$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{I_3}{0{,}5s \cdot V_i} = \frac{2s^3}{5s^4 + 8s^3 + 10{,}5 s^2 + 3s}$$

$$c- \quad 5\frac{d^4 v_o}{dt^4} + 8\frac{d^3 v_o}{dt^3} + 10{,}5 \frac{d^2 v_o}{dt^2} + 3\frac{dv_o}{dt} = 2\frac{d^3 v_i}{dt^3}$$

Question 2 :

$\mathcal{L}\{f(t)e^{-\alpha t}\} \rightarrow F(s+\alpha)$

$\mathcal{L}\{\cos(\omega t)\,u(t)\} \rightarrow \frac{s}{s^2+\omega^2}$

donc $\mathcal{L}\{e^{-\alpha t}\cos(\omega t)\,u(t)\} = \frac{s+\alpha}{(s+\alpha)^2+\omega^2}$

Question 3.

On peut utiliser la même méthode au-dessus

$\mathcal{L}\{t\} \rightarrow \frac{1}{s^2}$ donc $\mathcal{L}\{t e^{-5t}\} \rightarrow \frac{1}{(s+5)^2}$