Devoir 5

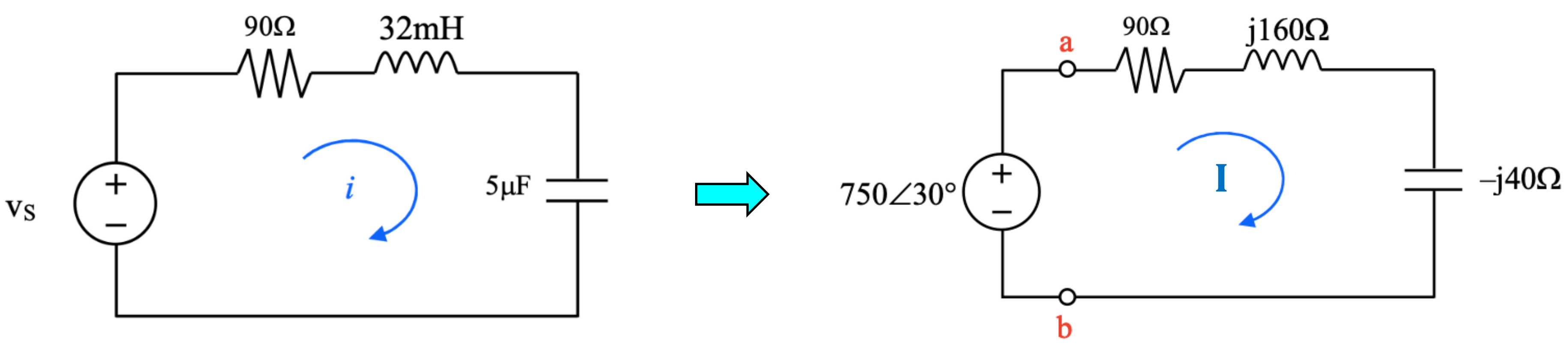
Question 1

Pour le circuit ci-dessous, $v_s(t)$ = 750 cos (5000 t + 30º). Déterminer le courant $i(t)$ en régime permanent

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}_S}{Z_R + Z_L + Z_C}$$

$$\mathbf{I} = \frac{750 \angle 30^o}{90 + j * 32 * 5 - \dfrac{j}{5 * 5 * 10^{-3}}} = \frac{750 \angle 30^o}{150 \angle 53.13^o} = 5 \angle -23.13^o \text{ A}$$

$$i(t) = 5 \cos\left(5000\, t - 23.13^o\right) \text{A}$$



Question 2

Un condensateur *C* = 5 µF est en série avec une résistance *R* = 300 Ω et une source de tension *v*(*t*) sinusoïdale de valeur efficace 200 V et de fréquence 100 Hz. Calculer en régime permanent :

a) L'impédance du dipôle RC.

$$Z = Z_R + Z_C = 300 - \frac{j}{2 * \pi * 100 * 5 * 10^{-6}} = 300 - j\ 318.3 = 437.4 \angle 313.29^{\mathrm{o}}\ \Omega$$

b) La valeur de l'intensité du courant *i*(*t*) qui parcourt le circuit.

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{Z}$$

$$\mathbf{I_{eff}} = \frac{200 \angle 0^{\mathrm{o}}}{437.4 \angle 313.29^{\mathrm{o}}} = 0.457 \angle -313.29^{\mathrm{o}} = 0.3134 + j\ 0.3326\ \mathrm{A}$$

$$i(t) = \sqrt{2} * 0.457 \cos\left(628\, t - 313.29^{\mathrm{o}}\right) = 0.646 \cos\left(628\, t + 46.70^{\mathrm{o}}\right) \mathrm{A}$$

c) Les valeurs des tensions efficaces aux bornes de la résistance et du condensateur.

$$\mathbf{V}_{\mathbf{R}_{\mathbf{eff}}} = 300 * 0.457 \angle 46.70^{o} \text{ V} = 137.1 \angle 46.70^{o} \text{ V}$$

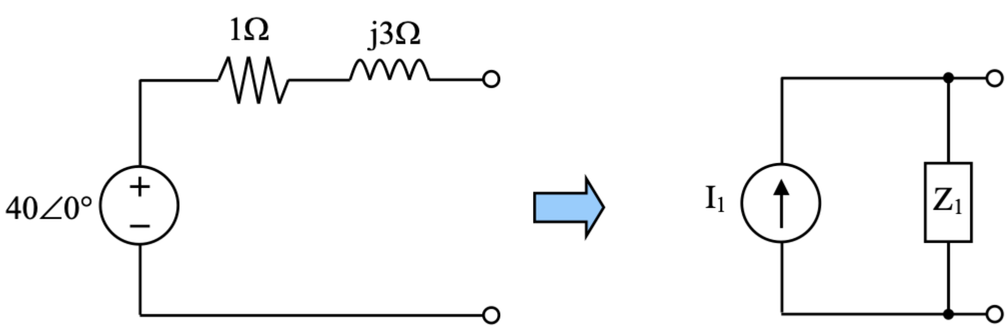
$$\mathbf{V}_{\mathbf{C}_{\mathbf{eff}}} = -j\, 318.3 * 0.457 \angle 46.70^{o} \text{ V} = 145.46 \angle -43.3^{o} \text{ V}$$

d) Le déphasage entre *v*(*t*) et *i*(*t*).

$$\text{Angle} : 0 - 46.70 = -46.70^{o}$$

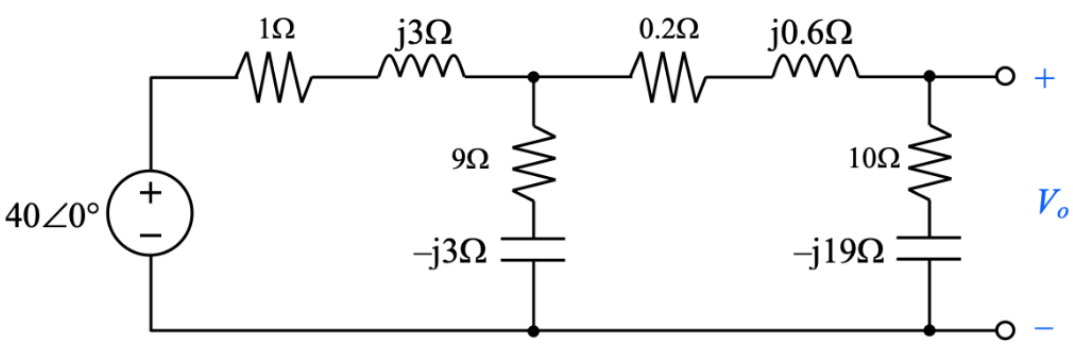
Question 3

Pour le circuit ci-dessous, Calculer en régime permanent la tension V_o par transformation de source.



$$Z_1 = 1 + j\,3 = 3.16 \angle 71.57^o \;\; \Omega$$

$$\mathbf{I_1} = \frac{\mathbf{V_1}}{Z_1} = \frac{40 \angle 0^o}{3.16 \angle 71.57^o} = 4 - j\,12 = 12.65 \angle -71.57^o \;\; \mathrm{A}$$

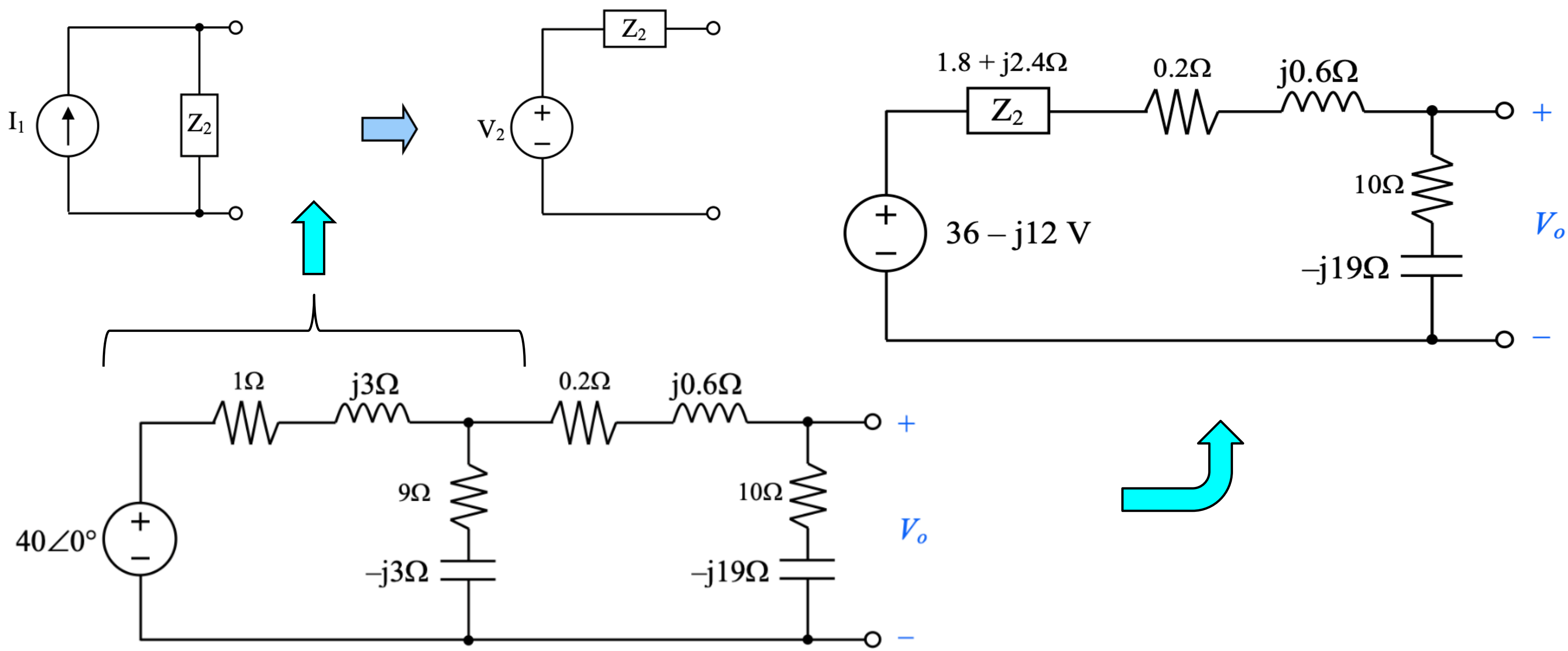


$$Z_2 = Z_1||(9 - j\,3) = 1.8 + j\,2.4\ \ \Omega = 3\angle 53.13\ \Omega$$

$$\mathbf{V_2} = Z_2 * \mathbf{I_1} = (1.8 + j\,2.4)(4 - j\,12) = 36 - j\,12 = 37.95\angle - 18.44^{o}\quad \mathrm{V}$$

$$\mathbf{V_o} = \frac{(10 - j\,19) * (36 - j\,12)}{(10 - j\,19) + (1.8 + j\,2.4) + 0.2 + j\,0.6} = 36.12 - j\,18.84$$

$$\mathbf{V_o} = 40.738\angle - 27.55^{o}\quad \mathrm{V}$$



Question 4

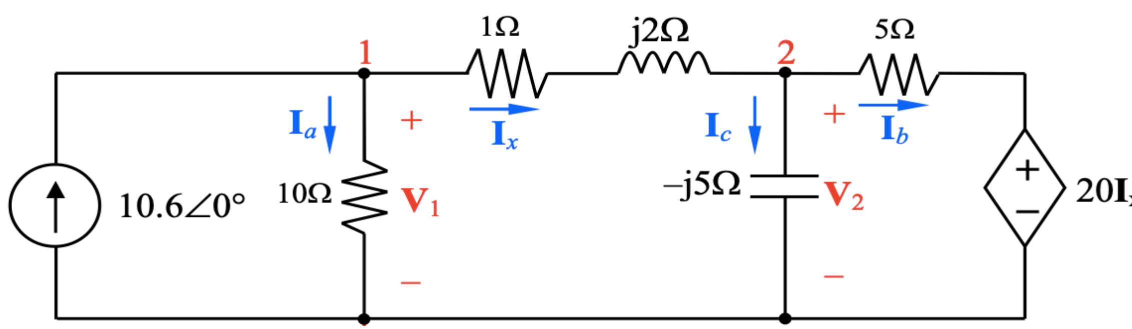
Utiliser la méthode des tensions de nœuds pour calculer les courants $\mathbf{I}_a$, $\mathbf{I}_b$ et $\mathbf{I}_c$ du circuit ci-dessous en régime permanent.

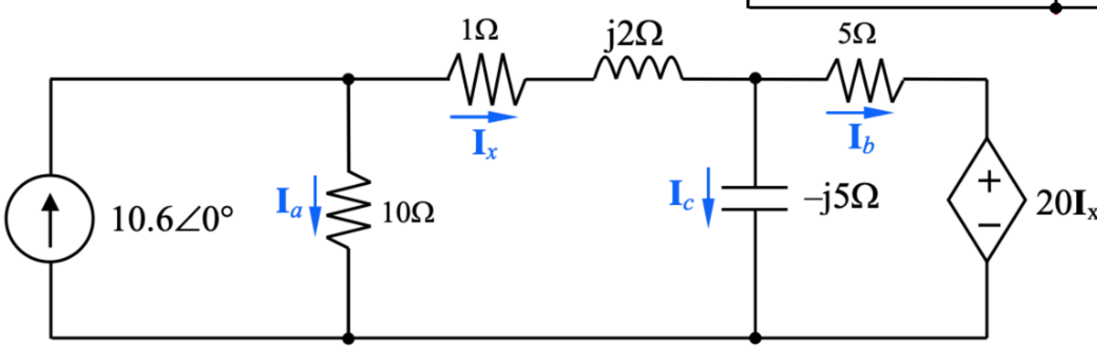
Noeud 1 :

$$-10.6+\frac{\mathbf{V}_1}{10}+\frac{\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_2}{1+j\,2}=0$$

Noeud 2 :

$$-\frac{\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_2}{1+j\,2}+\frac{\mathbf{V}_2}{-j\,5}+\frac{\mathbf{V}_2-20*\mathbf{I}_x}{5}=-\frac{\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_2}{1+j\,2}+\frac{\mathbf{V}_2}{-j\,5}+\frac{1}{5}\left(\mathbf{V}_2-20*\frac{\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_2}{1+j\,2}\right)=0$$





$$\mathbf{I}_a = \frac{\mathbf{V}_1}{10} = 6.84 - j\,1.68 \ \ \mathrm{A}$$

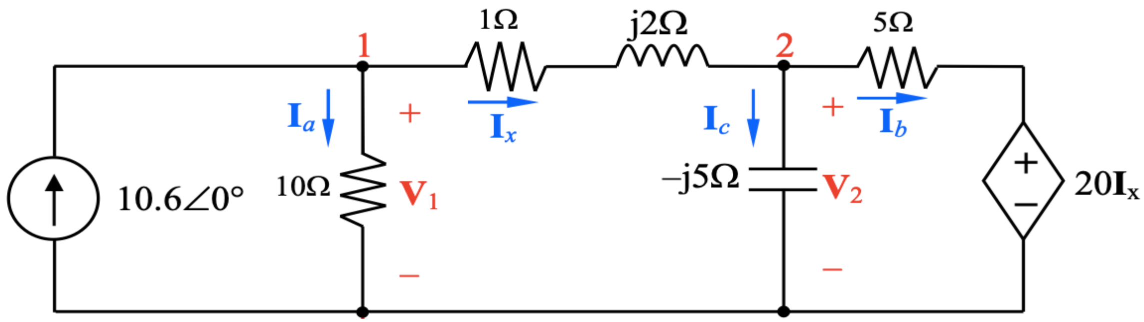
$$\mathbf{I}_x = \frac{\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2}{1 + j\,2} = 3.76 + j\,1.68 \ \ \mathrm{A}$$

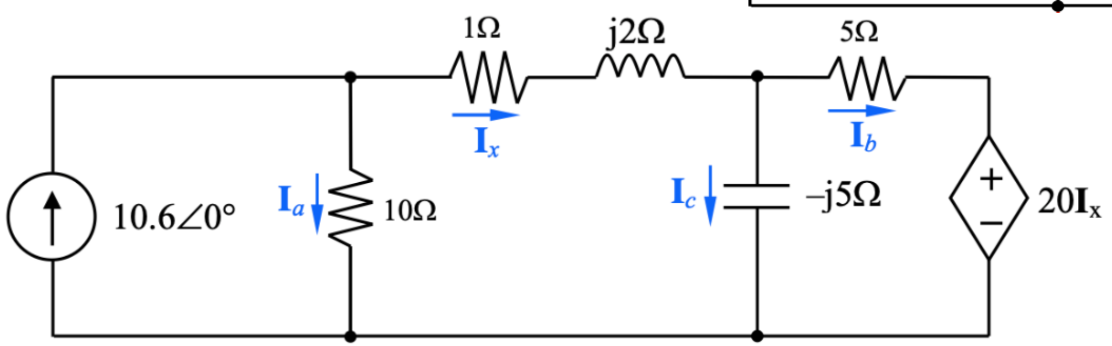
$$\mathbf{V}_1 = 68.4 - j\,16.8 \ \mathrm{V}$$

$$\mathbf{V}_2 = 68 - j\,26 \ \mathrm{V}$$

$$\mathbf{I}_b = \frac{\mathbf{V}_2 - 20 * \mathbf{I}_\mathrm{x}}{5} = -1.44 - j\,11.92 \ \ \mathrm{A}$$

$$\mathbf{I}_c = \frac{\mathbf{V}_2}{-j\,5} = 5.2 + j\,13.6 \ \ \mathrm{A}$$





Question 5

Dans le circuit ci-dessous, deux impédances de charge Z_1 et Z_2 sont alimentées par une tension $v(t)$ dont le phaseur a une valeur efficace $\mathbf{V} = 100 \quad 160^o$ V_{eff}, avec un courant *i(t)* dont le phaseur a une valeur efficace $\mathbf{I} = 2 \angle 190^o$ A_{eff}.

La première charge a une puissance P_1 = 23.2 W et Q_1 = 50 VAR. Calculer en état permanent :

a) Les valeurs efficaces des phaseurs des courants $\mathbf{I}_1$ et $\mathbf{I}_2$.

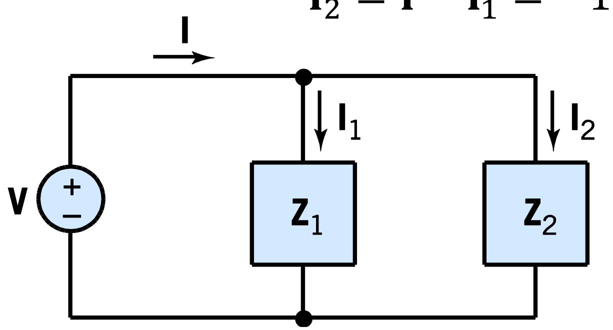
Charge 1 : $\mathbf{V} = 100 \angle 160°$ V_{eff} $\quad$ $\mathbf{I} = 2 \angle 190°$ $A_{eff} = -1.97 - j\,0.348$ A_{eff}

$$\mathbf{I}_1^* = \frac{P_1 + j\,Q_1}{\mathbf{V}_s} = \frac{23.2 + j\,50}{100 \angle 160°} = \frac{55.12 \angle 65.1°}{100 \angle 160°} = 0.551 \angle -94.9°$$

$$\mathbf{I}_1 = 0.551 \angle 94.9° \ \mathrm{A_{eff}}$$

Charge 2 :

$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{I} - \mathbf{I}_1 = -1.97 - j\,0.348 + 0.047 - j\,0.549 = 2.12 \angle -155° \ \mathrm{A_{eff}}$$



b) Le facteur de puissance de chaque impédance.

$$\mathbf{S}_1 = P_1 + j\,Q_1 = 23.2 + j\,50 = 55.12\angle 65.1° \text{ VA}$$

$$pf_1 = cos(65.1°) = 0.422 \quad \text{Arrière (lagging)}$$

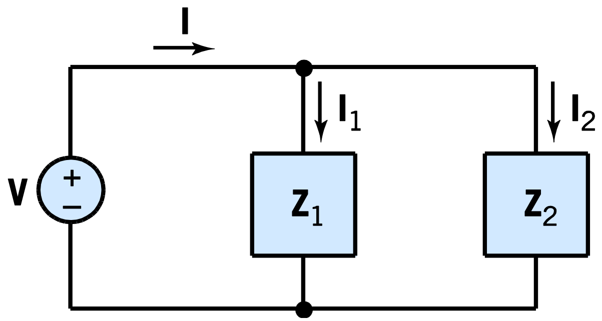
$$\mathbf{S}_2 = \mathbf{V}\,\mathbf{I}_2^* = (100\angle 160°)(2.12\angle 155°) = 212\angle 315° = 212\angle -45° = 150 - j\,150 \text{ VA}$$

$$pf_2 = cos(-45°) = 0.707 \quad \text{Avance (leading)}$$

c) Le facteur de puissance total du circuit

Total : $\mathbf{S} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 = (23.2 + j\,50) + (150 - j\,150) = 173.2 - j\,100 = 200\angle -30° \text{ VA}$

$$pf = cos(-30°) = 0.866 \quad \text{Avance (leading)}$$



Question 6

Deux charges complexes Z_1 et Z_2 sont connectées en parallèle et alimentées par une tension de valeur efficace 7.2 kV et de fréquence 60 Hz. La première charge a une puissance de 50 kVA et un facteur de puissance arrière de 0.9. La seconde charge a une puissance de 45 kW et un facteur de puissance arrière de 0.91. Déterminer en état permanent la puissance en kVAR et la capacité requise pour corriger le facteur de puissance total à une valeur de 0.97 arrière.

Puissance ?

Charge 1 : $\left.\begin{matrix} |S_1| = 50 \text{ kVA} \\ pf = 0.9 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{cases} P_1 = |S_1|\ pf = 45 \text{ kW} \\ Q_1 = |S_1|\, sin(cos^{-1} 0.9) = 50\, sin(25.8°) = 21.8 \text{ kVAR} \end{cases}$

Charge 2 : $\left.\begin{matrix} P_2 = 45 \text{ kW} \\ pf = 0.91 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{cases} |S_2| = \frac{P_2}{pf} = 49.45 \text{ kVA} \\ Q_2 = |S_2|\, sin(cos^{-1} 0.91) = 49.45\, sin(24.5°) = 20.5 \text{ kVAR} \end{cases}$

Puissance totale : $\mathbf{S_T} = \mathbf{S_1} + \mathbf{S_2} = (45 + 45) + j\,(21.8 + 20.5) = 90 + j\ 42.3 \text{ kVA}$

Capacité requise pour corriger le facteur de puissance total à une valeur de 0.97 arrière :

Charge spécifique pour $\mathbf{S_T} = 90 + j\,42.3$ kVA :

$$\left.\begin{array}{r} P_s = 90\ \text{kW} \\ pf = 0.97 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} |S_s| = \dfrac{P_s}{pf} = \dfrac{90}{0.97} = 92.8\ \text{kVA} \\ Q_s = |S_s|\, sin(cos^{-1} 0.97) = 92.8\, sin(14.1°) = 22.6\ \text{kVAR} \end{array}\right.$$

La puissance corrective de la partie imaginaire :

$$Q_c = 42.3 - 22.6 = 19.7\ \text{kVAR}$$

Ce qui donne :

$$X_c = \frac{|V_c|^2}{Q_c} = \frac{(7.2 \times 10^3)^2}{19.7 \times 10^3} = 2626\,\Omega \Rightarrow C = \frac{1}{377\ (2626)} = 1.01\ \mu F$$

Question 7

Une usine a deux charges électriques connectées en parallèle sur une source de puissance de 4000 V_{eff}. La première charge de 30 kW est utilisée pour le chauffage tandis que la seconde est un ensemble de moteurs qui fonctionnent avec un facteur de puissance arrière de 0.6 à 150 kVA.

Déterminer le courant total et le facteur de puissance de l'usine.

Chauffage: $P = 30$ kW

Moteurs:

$$\left.\begin{array}{c} \theta = \cos^{-1}(0.6) = 53.1^\circ \\ |\mathbf{S}| = 150 \text{ kVA} \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{c} P = 150\cos 53.1^\circ = 90 \text{ kW} \\ Q = 150\sin 53.1^\circ = 120 \text{ kVAR} \end{array}\right.$$

Total (usine):

$$\left.\begin{array}{c} P = 30 + 90 = 120 \text{ kW} \\ Q = 0 + 120 = 120 \text{ kVAR} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{S} = 120 + j120 = 170\angle 45^\circ \text{ VA}$$

Facteur de puissance arrière : inductif : $pf = \cos\ 45^\circ = 0.707$

Courant requis (en valeur efficace) $|\mathbf{I}| = \dfrac{|\mathbf{S}|}{|\mathbf{V}|} = \dfrac{170 \text{ kVA}}{4 \text{ kV}} = 42.5\ \text{A}_{\text{eff}}$

Question 8

Déterminer la puissance moyenne délivrée en régime permanent par chaque élément du circuit ci-dessous.

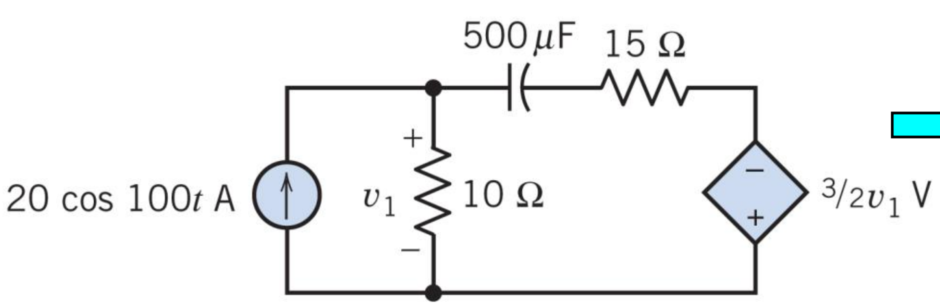
Équation au nœud :

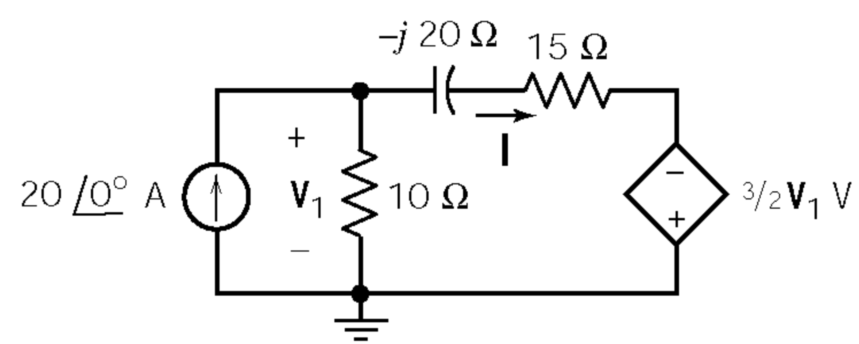
$$-20+\frac{V_1}{10}+\frac{V_1+(3/2)V_1}{15-j20}=0 \quad \Rightarrow \quad V_1=50\sqrt{5}\angle-26.6°\ \text{V}$$

Donc :

$$I=\frac{V_1+(3/2)\,V_1}{15-j20}=\frac{(5/2)V_1}{25\angle-53.1°}=5\sqrt{5}\,\angle 26.6°\ \text{A}$$

Les différentes puissances moyennes peuvent donc être maintenant calculées.





Puissances moyennes délivrées :

$$P_{\text{moy } 10\Omega} = \frac{1}{2}\frac{|V_1|^2}{10} = \frac{1}{2}\frac{\left(50\sqrt{5}\right)^2}{10} = 625 \text{ W}$$

donc $-$ 625 W délivrée

La définition se base sur les puissances « absorbées » !!

$$P_{\text{moy } 15\Omega} = \frac{|I|^2}{2}(15) = \frac{\left(5\sqrt{5}\right)^2}{2}(15) = 937.5 \text{ W}$$

donc $-$ 937.5 W délivrée

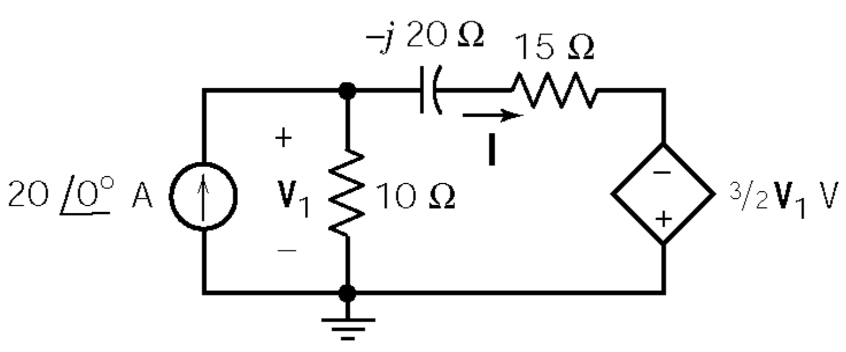
$$P_{\text{moy source I}} = -\frac{1}{2}|V_1|(20)\cos\theta = -\frac{1}{2}\left(50\sqrt{5}\right)(20)\cos\left(-26.6°\right) = -1000 \text{ W}$$

donc $+$ 1000 W délivrée

$$P_{\text{moy source V}} = -\frac{1}{2}|I|\left|\frac{3}{2}V_1\right|\cos\theta = -\frac{1}{2}\left(5\sqrt{5}\right)\left(75\sqrt{5}\right)\cos(-53.1°) = -562.5 \text{ W}$$

donc $+$ 562.5 W délivrée

$$P_{\text{moy capacite}} = 0 \text{ W}$$



TOTAL : conservation d'énergie !!

Merci de votre attention

Fin de la correction du devoir 5