Prelab 4 ELG 3555 hiver 2024 uottawa section A-03
Gbegbe Decaho 300094197
Diallo Abdoulaye Djela 7935327
Diallo Maimouna 300086774

Prélab 4
Asservissement de l'Erreur de Vitesse du Moteur

4.1 Objectifs

L'objectif de ce laboratoire est d'étudier et contrôler la vitesse d'un moteur DC et son erreur d'activation en utilisant des redresseurs de type P et PI.

4.2 Introduction

Les Fig. 4.1 et Fig. 4.2 montrent les diagrammes bloc des systèmes de retour pour la vitesse et la position respectivement, d'un moteur DC. L'objectif de ce laboratoire est d'étudier l'erreur d'activation des deux systèmes et sa relation avec le type du système. Ls signal d'erreur est noté par e dans les deux figures.

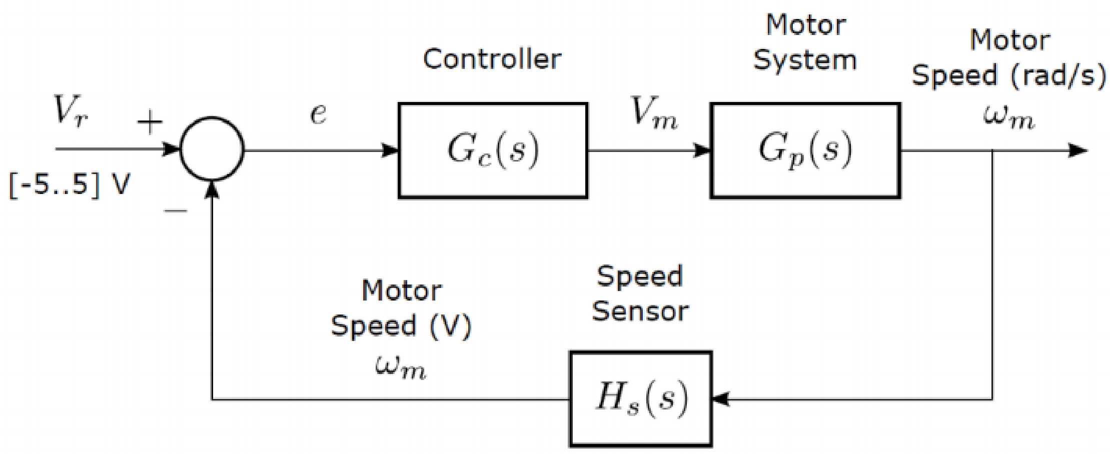


Figure 4.1 : Diagramme-bloc de retour de vitesse pour le système de moteur en question

Comme nous avons procédé précédemment, le moteur va être modélisé par son approximation de premier ordre.

$$G_p(s) = \frac{K}{(\tau s+1)}$$

K et τ représentent le gain DC et la constante de temps respectivement.

Prélab (2 pts)

P-4.1. Trouvez la valeur du signal de référence v_r pour passer comme signal d'entrée pour le système qui est équivalent à une valeur constante de 7.2 rad/s.

On sait que : $H_s(s) = \frac{V_r}{\omega_m} = K_\omega$ => on peut le déduire à partir du tableau 1.

$\Rightarrow K_\omega = \frac{5.0}{9.225}$ V.s/rad.

Avec $\omega_m(t) = 7.2$ rad/s d'où $\omega_m(s) = \frac{7.2}{s}$

$V_r(s) = K_\omega \cdot \omega_m(s) \Rightarrow V_r(s) = \left(\frac{5.0}{9.225}\right)\left(\frac{7.2}{s}\right) \Rightarrow V_r(s) = \frac{3.90}{s}$

Avec le TL1.2, on obtient $\boxed{V_r(t) = 3.90\ V}$

TL1.2 : $1(t) \longrightarrow \frac{1}{s}$

Prélab (2 pts)

P-4.2. Répétez la question ci-dessus pour un signal d'entrée rampe avec une pente de 0.369 rad/s^2.

On a $\omega_m(t) = 0.369t \Rightarrow \omega_m(s) = 0.369 \cdot \frac{1}{s^2}$ (dans le domaine laplacien)

$$\Rightarrow K_\omega = \frac{V_r(s)}{\omega_m(s)} \Rightarrow V_r(s) = K_\omega \cdot \omega_m(s) = \left(\frac{5.0}{9.225}\right)\left(\frac{0.369}{s^2}\right) \Rightarrow V_r(s) = \frac{1/5}{s^2}$$

$$\boxed{\text{TL } 1.3 : \quad t \rightarrow \frac{1}{s^2}}$$

En utilisant TL 1.3, on obtient $\boxed{V_r(t) = V_r = \frac{1}{5}\ V}$

4.3 Redressement proportionnel de la vitesse du moteur

Tout d'abord, vous allez commencer par étudier la performance d'un compensateur proportionnel pour contrôler la vitesse du moteur.
$G_c(s) = K_p > 0$

Prélab (4 pts)

P-4.3. Trouvez une expression pour la fonction de transfert du système $T(s)$. Ne remplacez pas encore les paramètres par leur valeurs. Déduisez l'ordre et le type du système (0, 1, 2, etc)

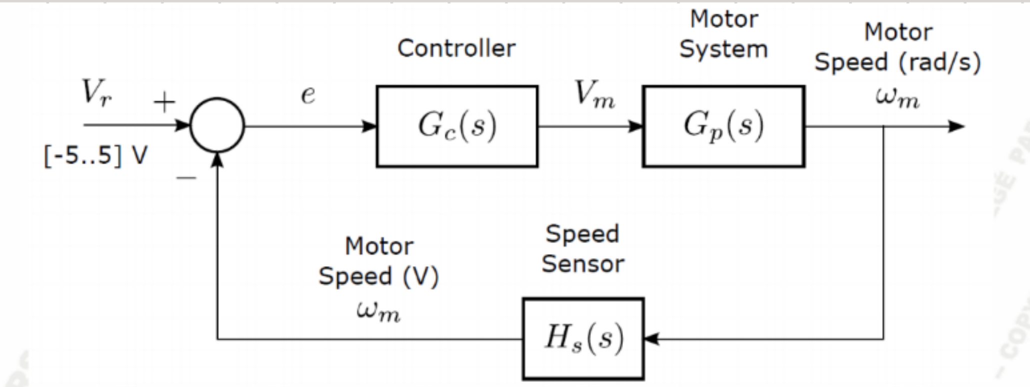
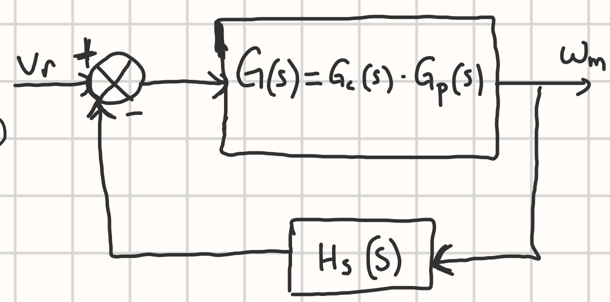


Figure 4.1 : Diagramme-bloc de retour de vitesse pour le système de moteur en question

En utilisant la méthode de réduction par les blocs $\Rightarrow$



Soit G(s) une fonction de transfert en boucle ouverte :

$$G(s) = G_c(s)\cdot G_p(s)\cdot H_s(s) = K_p\left(\frac{K}{\tau s+1}\right)\cdot K\omega = \boxed{\frac{K_p \cdot K \cdot K_\omega}{\tau s+1}}$$

Ce qui signifie que le système est de type 0

• Trouvons l'ordre du système

On sait que : $T(s) = \frac{\omega_m(s)}{V_r(s)} = \frac{G_c(s)\,G_p(s)}{1+G_c(s)G_p(s)\,H(s)}$

$$= \frac{K_pK}{\tau s+1 + K_pKK_\omega}$$

$$\Rightarrow \boxed{T(s) = \frac{K_pK}{\tau s+1+K_pK_\omega}}$$

A partir de cette équation, on peut déduire que le système est d'ordre 1

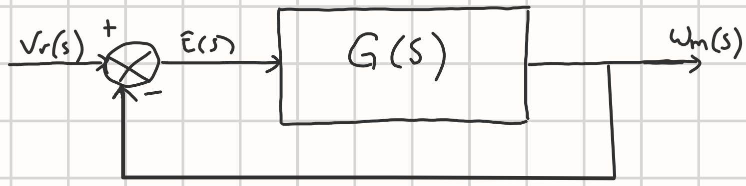
Prélab (10 pts)

P-4.4. Trouvez l'expression de la fonction de transfert de l'erreur $E(s)/V_r(s)$ et déduisez l'erreur au régime permanent pour :

a) une entrée en échelon V_r ;

b) une entrée rampe $V_r t$. Ne remplacez pas encore les paramètres par leurs valeurs.

On sait que : $G(s) = G_c(s)\, G_p(s)\, H_s(s)$ pour ⇒



De cela on peut établir que :

$$E(s) = V_r(s) - \omega_m(s) \quad \text{avec } G(s) = \frac{\omega_m(s)}{E(s)}$$

$$= V_r(s) - G(s)E(s)$$

$$\Rightarrow V_r(s) \Rightarrow E(s) + G(s)E(s)$$

$$\Rightarrow \frac{E(s)}{V_r(s)} = \frac{1}{1+G(s)} = \frac{1}{1+G_c(s)G_p(s)H_s(s)} = \frac{1}{1+\frac{K_pK_\omega K}{\tau s+1}} \Rightarrow \boxed{\frac{E(s)}{V_r(s)} = \frac{\tau s+1}{\tau s+1+KK_\omega K_p}}$$

A partir de la fonction de transfert, Trouvons :

a) L'erreur pour une entrée en échelon V_r

$$\lim_{s\to 0} s.E(s) = \lim_{s\to 0} \frac{\tau s+1}{\tau s+1+K_pK_\omega K} \times \frac{V_r}{s} \times s$$

$$= \boxed{\frac{V_r}{1+K_pK_\omega K}}$$

b) L'erreur pour une rampe $V_r t$

$$\lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} \frac{\tau s+1}{\tau s+1+K_pK_\omega K} \times \frac{V_r}{s^2} \times s = \frac{V_r(\tau s+1)}{s(\tau s+1+K_pK_\omega K)}$$

$$\boxed{= \infty}$$

$$\boxed{\text{ROI} : \frac{R}{0} = \infty}$$

Prélab (10 pts)

P-4.5. Trouvez les expressions des constantes de position statique et d'erreur de vélocité, K_{ep} et K_{ev}, respectivement. Utilisez ces constantes afin de déduire l'erreur au régime permanent pour :

a) une entrée en échelon V_r ;

b) une entrée rampe $V_r t$. Ne remplacez pas encore les paramètres par leurs valeurs.

Avec les resultats précédant (4.3), on peut tirer que : $K_{ep} = \lim_{s\to 0} G(s) = \lim_{s\to 0} \frac{K_pK_\omega K}{\tau s+1} = \boxed{K_p K_\omega K}$

$$K_{ev} = \lim_{s\to 0} s^2 G(s) = \lim_{s\to 0} \frac{s^2(K_pK_\omega K)}{\tau s+1} = \boxed{0}$$

a) l'erreur pour une entrée en échelon V_r

$$e_{échelon}(\infty) = \lim_{s\to 0} \frac{V_r}{1+K_{ep}} = \boxed{\frac{V_r}{1+K_pK_\omega K}} \qquad \text{avec } V_r(u(t)) = \frac{V_r}{s}$$

b) l'erreur pour une entrée rampe $V_r t$:

$$e_{rampe}(\infty) = \lim \frac{V_r}{K_{ev}} = \frac{V_r}{0} = \boxed{\infty} \qquad \text{avec } V_r t\,(u(t)) = \frac{V_r}{s^2}$$

Prélab (4 pts)

P-4.6. Pensez-vous qu'un redresseur proportionnel est capable d'annihiler l'erreur d'activation du système pour :
(i) une entrée en échelon ? Expliquez.
(ii) une entrée rampe ? Expliquez.

i) L'erreur pour l'entrée échelon est $\frac{V_r}{1+K_p K_w K}$, il n'y a pas d'annihilation.

Mais si $K_p \to \infty$, il est possible qu'il y ait une erreur d'annihilation.

ii) L'erreur pour une entrée rampe, en régime permanent est $\frac{V_r(\tau s+1)}{s K_p K_w K}$

et tend vers ∞. Mais si $K_p \to \infty$, l'erreur d'actionnement ne sera pas anéanti

• Un contrôleur proportionnel ne supprimerait pas l'erreur d'actionnement car son action sur le système est essentiellement d'augmenter sa vitesse.

Prélab (5 pts)

P-4.7. Pour le signal d'entrée de la question P-4.1, quelles valeurs du gain du redresseur mènent à une erreur constante au régime permanent de $+1.6\ rad/s^2$, si possible ?

On sait que $e_{echelon}(\infty) = \frac{V_r}{1+K_p K_w K}$ avec $\begin{cases} e_{echelon}(\infty) = 1.6\ rad/s^2 \\ K_w = \frac{5.0}{9.225} \\ V_r = 7.2 \\ K = 0.64 \end{cases}$

$\Rightarrow 1.6 = \frac{7.2}{1+K_p(0.64)\left(\frac{5.0}{9.225}\right)}$

$\Rightarrow \boxed{K_p = 10.09}$

Prélab (5 pts)

P-4.8. Pour le signal d'entrée de la question P-4.2, quelles valeurs du gain du redresseur mènent à une erreur constante au régime permanent de $+1.6\ rad/s^2$, si possible ?

On sait que $e_{rampe}(\infty) = \infty$, il n'est alors pas possible de trouver l'érreur en régime constant qui sera égale à $+1.6\ rad/s^2$

4.4 Redressement PI de la vitesse du moteur

Vous allez maintenant étudier la performance d'un compensateur PI en contrôle de vitesse de moteur.

$$G_c(s) = K_p + K_i \frac{1}{s} \qquad K_p, K_i > 0$$

Prélab (4 pts)

P-4.9. Est-ce qu'il y a un avantage à utiliser un redresseur PI plutôt d'un redresseur P dans ce cas ? Expliquez votre réponse.

Oui il y a un avantage au que $G_c(s) = \frac{K_p}{1+sK_i}$ avec $K_i > 0$ et $K_p > 0$.

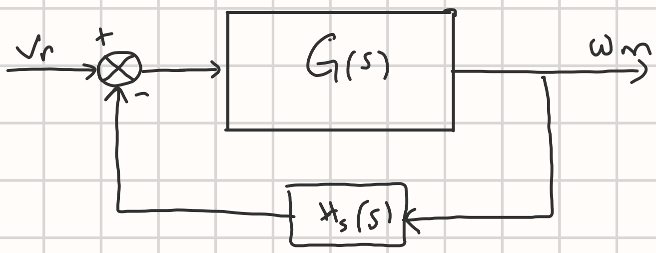
Dans cette situation, l'erreur se rapproche de 0, ce qui n'aura aucun effet sur la vitesse.

Prélab (38 pts)

P-4.10. Répétez les étapes P-4.3 à P-4.8 avec un redresseur PI.

Etape P-4.3.

On a :



Soit G(s) la FT en boucle ouverte

$$G(s) = G_c(s)\cdot G_p(s)\ H_s(s)$$

$$= \left(K_p + \frac{K_i}{s}\right)\left(\frac{K}{\tau s+1}\right)K_\omega = \frac{sK_pK_\omega K + K_\omega K_i K}{\tau s^2 + s}$$

$$\boxed{G(s) = \frac{s(K_pK_\omega K + K_\omega K_i K)}{s(\tau s+1)}}$$

∴ Le Système est donc de type 1

Trouvons l'ordre de la fonction de transfert.

$$T(s) = \frac{G_c(s)\,G_p(s)}{1+G_c(s)\,G_p(s)\,H_s(s)} = \frac{\left(K_p+\frac{K_i}{s}\right)\left(\frac{K}{\tau s+1}\right)}{1+\left(K_p+\frac{K_i}{s}\right)\left(\frac{K}{\tau s+1}\right)K_\omega}$$

$$= \frac{K_pKs + K_iK}{\tau s^2 + s + K_pK_\omega Ks + K_iK_\omega K}$$

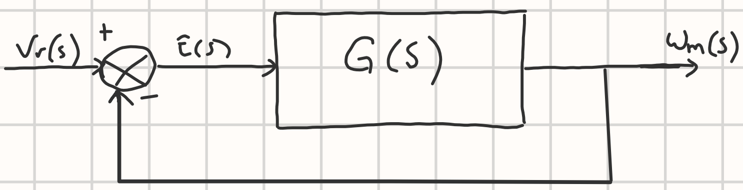
$$\Rightarrow \boxed{T(s) = \frac{K_pKs + K_iK}{\tau s^2 + K_iK_\omega K + s(1+K_pK_\omega K)}}$$

∴ Le système est donc d'ordre 2

Etape P-4.4.

Avec la même logique que P.4.4 initial. On sait que : $G(s) = G_c(s)\,G_p(s)\,H_s(s)$ pour

De cela on peut établir que:



$$E(s) = V_r(s) - W_m(s) \quad \text{avec } G(s) = \frac{W_m(s)}{E(s)}$$

$$= V_r(s) - G(s)E(s)$$

$$\Rightarrow V_r(s) \Rightarrow E(s) + G(s)E(s)$$

$$\Rightarrow \frac{E(s)}{V_r(s)} = \frac{1}{1+G(s)} = \frac{1}{1+G_c(s)G_p(s)H_s(s)} = \frac{1}{1+\frac{sK_pK_\omega K + K_\omega K_i K}{s(\tau s+1)}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{E(s)}{V_r(s)} = \frac{s(\tau s+1)}{s(\tau s+1+K_pK_\omega K)+K_\omega K_i K}}$$

A partir de la fonction de transfert, Trouvons :

a) L'erreur pour une entrée en échelon Vr

$$e_{échelon}(\infty) = \lim_{s\to 0} s\,E(s) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s(\tau s+1)}{s(\tau s+1+K_pK_\omega K)+K_\omega K_i K} \times \frac{V_r}{s} \times s\right)$$

$$= \boxed{0}$$

b) L'erreur pour une rampe $V_r t$

$$e_{rampe}(\infty) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s(\tau s+1)}{s(\tau s+1+K_\omega K_p K)+K_\omega K_i K} \times \frac{V_r}{s^2} \times s\right)$$

$$= \boxed{\frac{V_r}{K_\omega K_i K}}$$

Etape P-4.5.

Avec les resultats précédant (4.3), on peut tirer que : $K_{ep} = \lim_{s\to 0} G(s) = \lim_{s\to 0} \frac{s K_p K_\omega K + K_\omega K_i K}{s(\tau s+1)} = \boxed{\infty}$

$$K_{ev} = \lim_{s\to 0} s^2 G(s) = \lim_{s\to 0} \frac{s K_p K_\omega K + K_\omega K_i K}{s(\tau s+1)} = \boxed{K_\omega K_i K}$$

a) l'erreur pour une entrée en échelon Vr

$$e_{échelon}(\infty) = \lim_{s\to 0} \frac{V_r}{1+K_{ep}} = \frac{V_r}{1+\infty} = \boxed{0} \quad \text{avec } V_r(r(t)) = \frac{V_r}{s}$$

b) l'erreur pour une entrée rampe $V_r t$.

$$e_{rampe}(\infty) = \lim \frac{V_r}{K_{ev}} = \boxed{\frac{V_r}{K_\omega K_i K}} \quad \text{avec } V_r t\,(r(t)) = \frac{V_r}{s^2}$$

Etape P-4.6

i) Le compensateur PI est capable d'annihiler l'erreur d'actionnement pour une entrée échelonnée que qu'en régime permanent, $e_{echelon}(\infty) = 0$ si refait avec un compensateur PI.

ii) Le compensateur PI n'annihile pas totalement l'erreur d'actionnement pour une entrée de rampe au qu'en régime permanent, $e_{rampe}(\infty)$ = Constante lorsque refait avec un Compensateur PI

Etape P-4.7

En régime permanent, $e_{echelon}(\infty) = 0$ lors de l'utilisation du Compensateur PI, il n'est alors pas possible d'avoir une valeur de gain conduisant à une erreur constante de + 1.6 rad/s^2

Etape P-4.8

On sait que $e_{rampe}(\infty) = \frac{V_r}{K_\omega K_i K}$ $\Rightarrow \begin{cases} e_{rampe}(\infty) = 1.6 \text{ rad/s} \\ K_\omega = \frac{5.0}{9.225} \\ V_r = 0.369 \\ K = 0.64 \end{cases}$

$$K_i = \frac{V_r}{K_\omega K \cdot e} = \frac{0.369}{\left(\frac{5.0}{9.225}\right)(1.6)(0.64)}$$

$$\Rightarrow \boxed{K_i = 0.665}$$