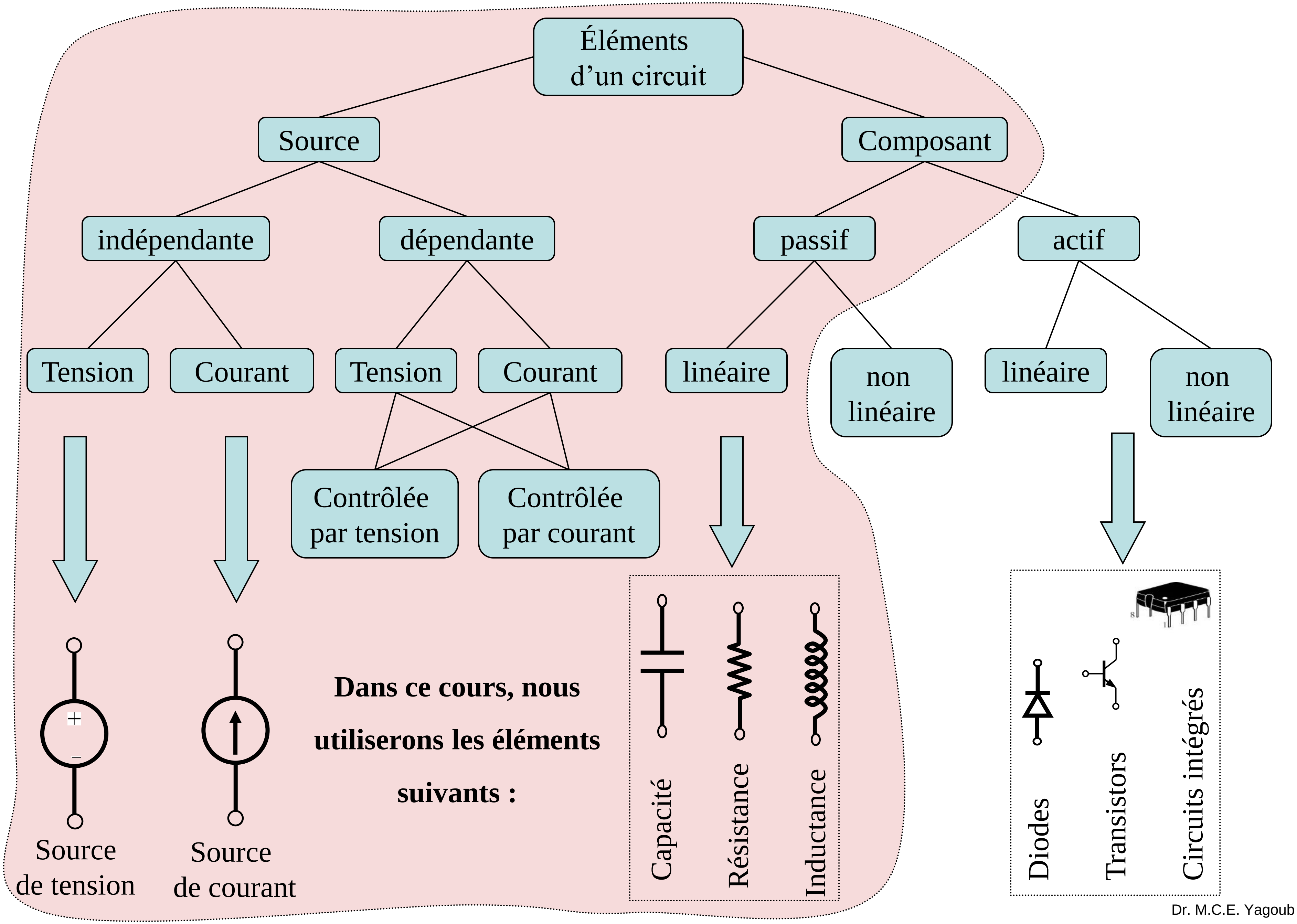
Chapitre 2

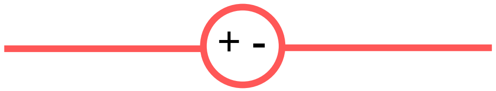
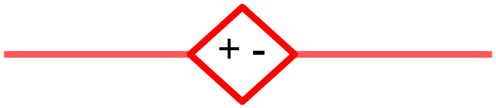
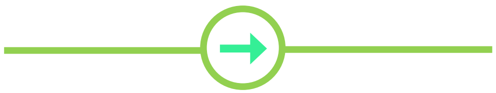
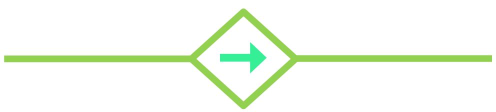
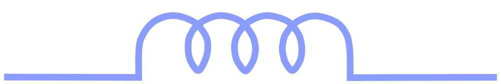
Circuits résistifs

Composantes d'un circuit

CLASSIFICATION DES ÉLÉMENTS D'UN CIRCUIT ÉLECTRIQUE



Résumé pour le cours : Composants principaux utilisés dans un circuit

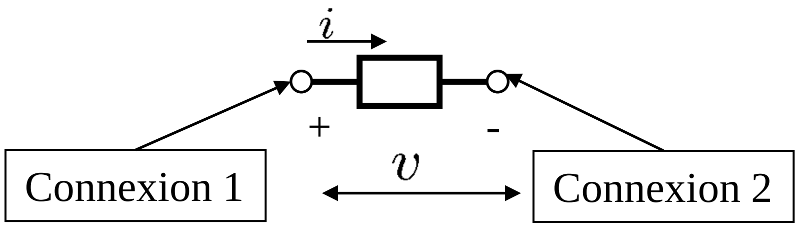
	Source de tension indépendante	*Volt*	**V**
	Source de tension dépendante	*Volt*	**V**
	Source de courant indépendante	*Ampère*	**A**
	Source de courant dépendante	*Ampère*	**A**
	Résistance	*Ohm*	**Ω**
	Capacité	*Farad*	**F**
	Inductance	*Henry*	**H**

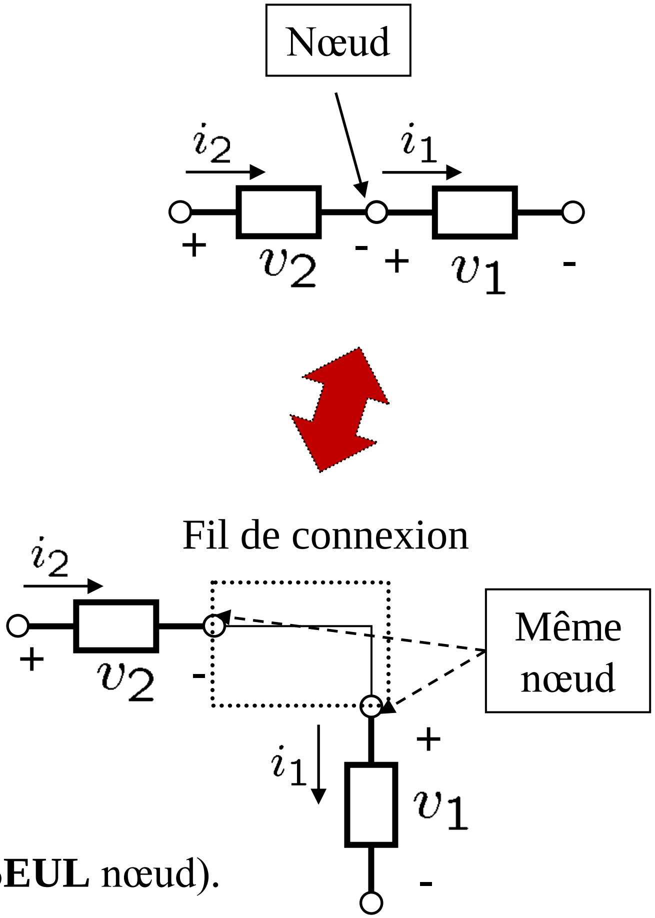
$\left.\right\}$ Première partie du cours

Notions de circuits

Connexion entre les composants d'un circuit

Un composant peut avoir une ou plusieurs **terminaisons** ou **connexions** qui servent à le connecter aux autres composants du même circuit. Dans la figure, nous avons un composant avec deux connexions.





Deux éléments sont dits connectés directement quand ils sont **les seuls** à partager la **même** connexion. Cette connexion commune est appelée ***nœud***.

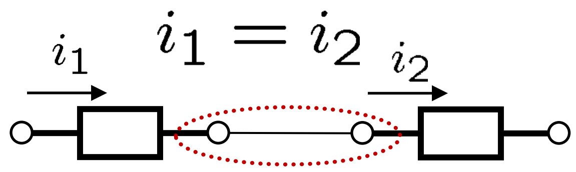
Nous pouvons **aussi** utiliser un fil pour relier deux éléments.

Ce fil sera équivalent à **un court-circuit** et sera considéré comme faisant partie du même nœud (nous avons donc **UN SEUL** nœud).

Il existe deux types de connexion entre deux éléments *A* et *B* :

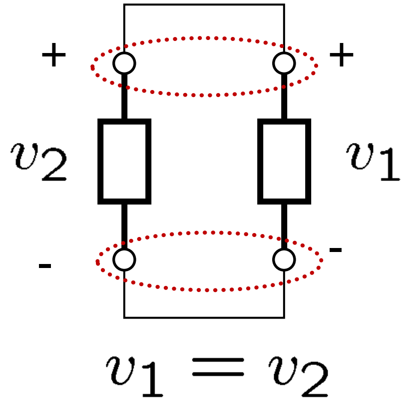
**Connexion série* : Les deux éléments sont connectés en série et ils partagent un nœud commun

* *Le même courant parcoure les deux éléments.*

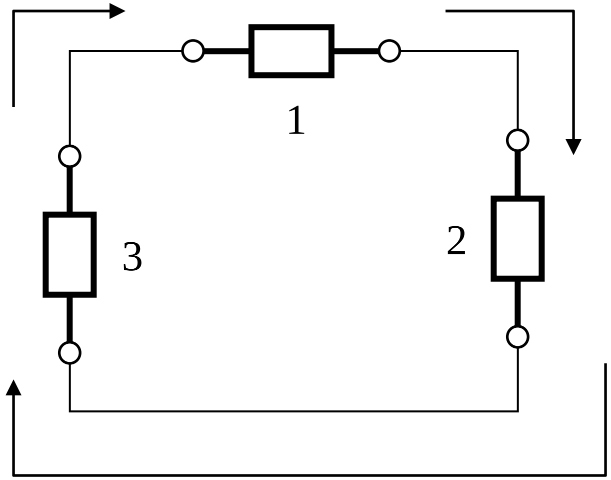


**Connexion parallèle* : Les deux éléments sont connectés en parallèle (*A* // *B*) et partagent leurs deux nœuds en commun

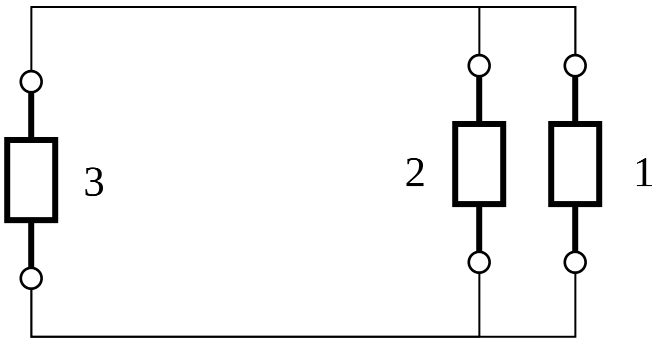
* *La même tension existe à leurs bornes.*



Il est possible de connecter plus de deux éléments entre eux.



Connexion série



Connexion parallèle

TOPOLOGIE DES CIRCUITS

La topologie d'un circuit se réfère aux **éléments (composants)** qui le composent, leur **emplacement respectif** dans le circuit et comment ils sont **inter-reliés entre eux**.

Les éléments d'un circuit électrique peuvent être interconnectés de plusieurs façons.

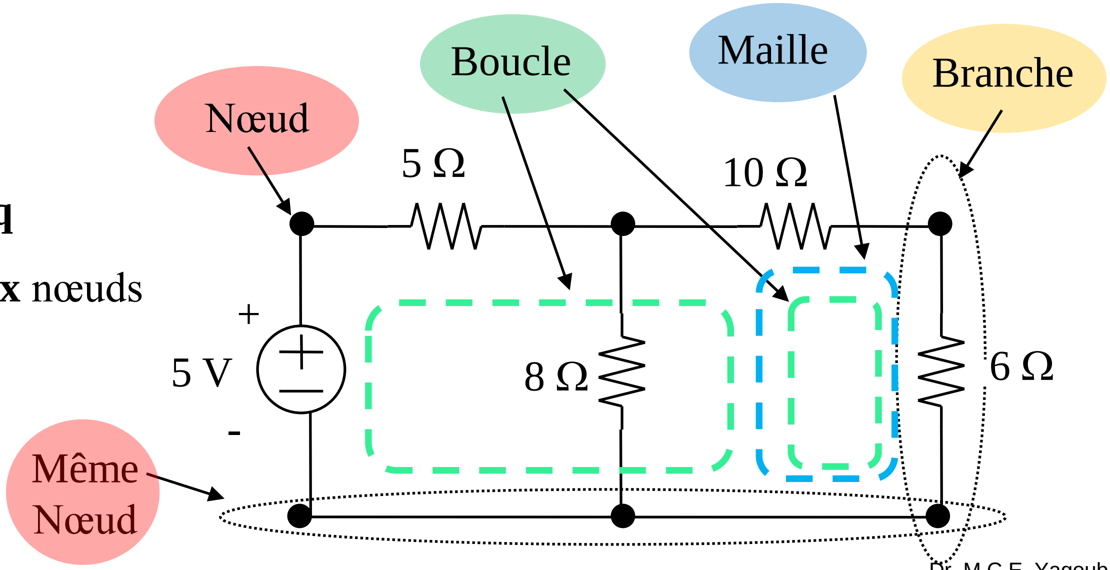
Un ***nœud*** est un point au niveau duquel deux éléments ou plus du circuit sont connectés ensemble.

Une ***branche*** représente un ou plusieurs éléments en série entre deux nœuds successifs.

Une ***boucle*** est n'importe quel parcours fermé dans un circuit.

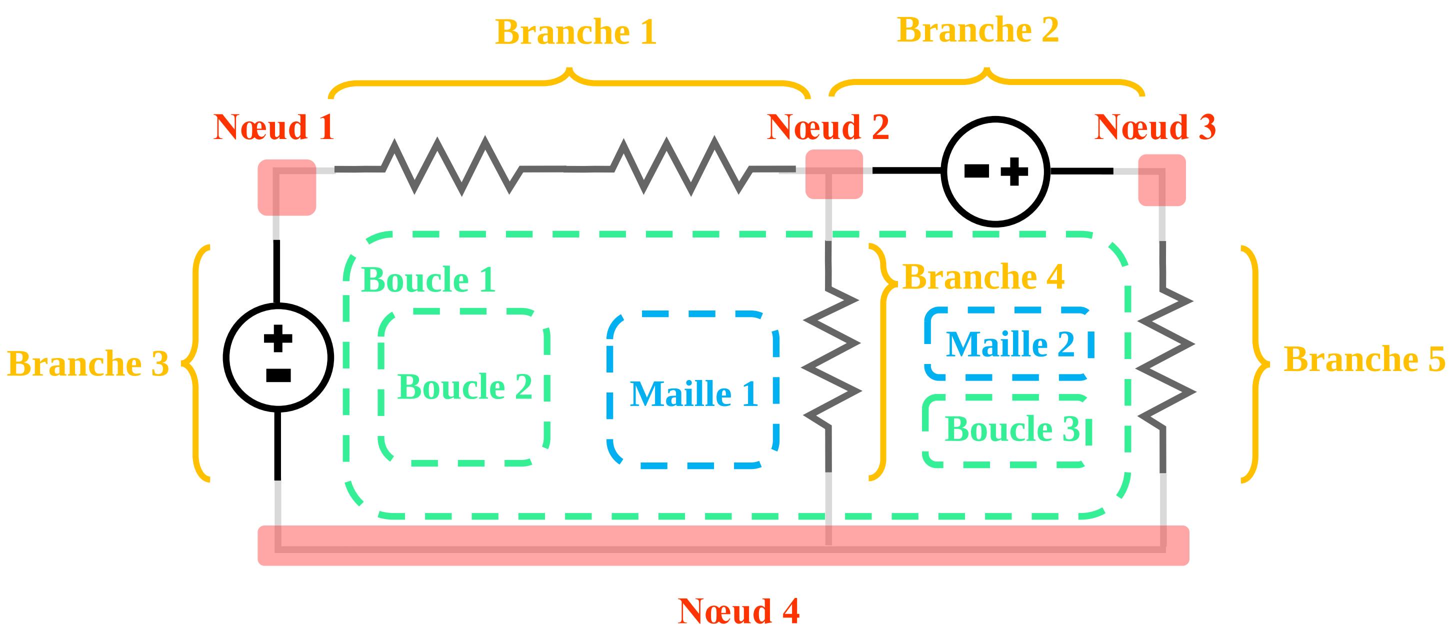
Une ***maille*** dans un circuit est une ***boucle élémentaire* qui ne contient pas d'autres boucles.**

Le circuit de la Figure a normalement **cinq** branches, **trois** boucles, **deux** mailles et **six** nœuds qui sont en fait **quatre** nœuds car les trois inferieurs représentent le même point.



Résumé pour un circuit

- Un **nœud** est une jonction entre deux fils de connexion.
- Une **branche** désigne un (ou des) élément(s) de circuit en série entre deux nœuds.
- Une **boucle** est un chemin fermé qui commence et se termine au même nœud.
- Une **maille** est une boucle élémentaire qui commence et se termine au même nœud.



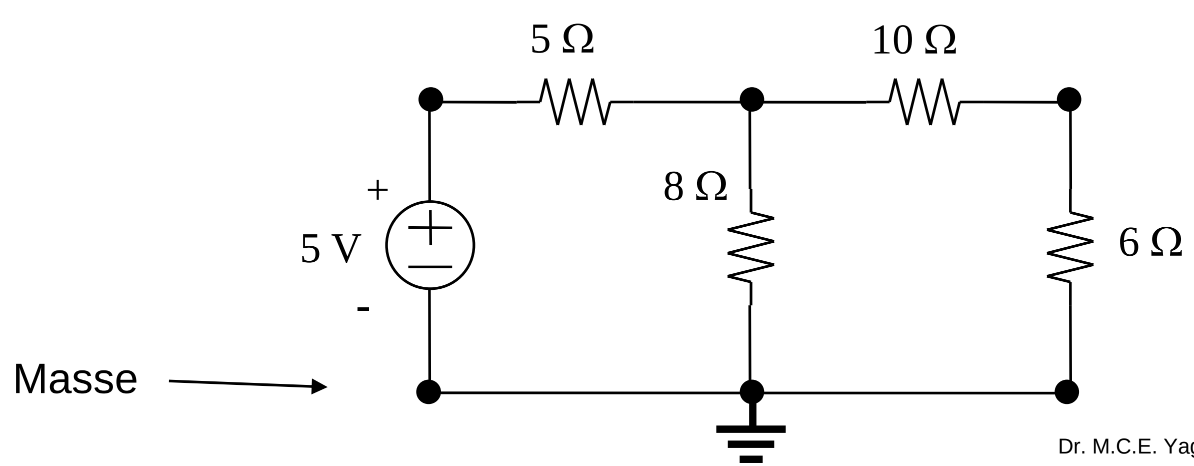
TOPOLOGIE DES CIRCUITS ET RÉSEAUX

Dans la schématique des circuits électriques, le nœud qui est situé en bas est souvent pris comme **point de référence** pour mesurer la tension dans un circuit (comme par exemple le niveau de la mer, pris comme référence « 0 m » pour calculer les hauteurs). Le point de référence est un point choisi arbitrairement. Il est considéré être à un **potentiel zéro** et est ainsi appelé « masse »

En effet, puisque la terre (masse) est dite être à un potentiel zéro, le terme **masse** est utilisé pour spécifier un point électrique commun de **potentiel zéro**.

Masse de la terre

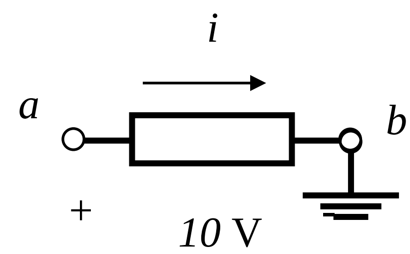
Masse d'un châssis



Nœud de référence ?!

Si le point (nœud) *b* est choisi comme nœud de référence, alors le nœud *a* aura une tension absolue de *10* volts lorsque référé au nœud ***b***.

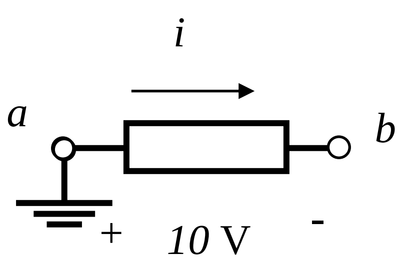
v_a = 10 Volts



v_b = 0 Volts

Si le point (nœud) *a* est choisi comme nœud de référence, alors le nœud *b* aura une tension absolue de *10* volts lorsque référé au nœud ***a***.

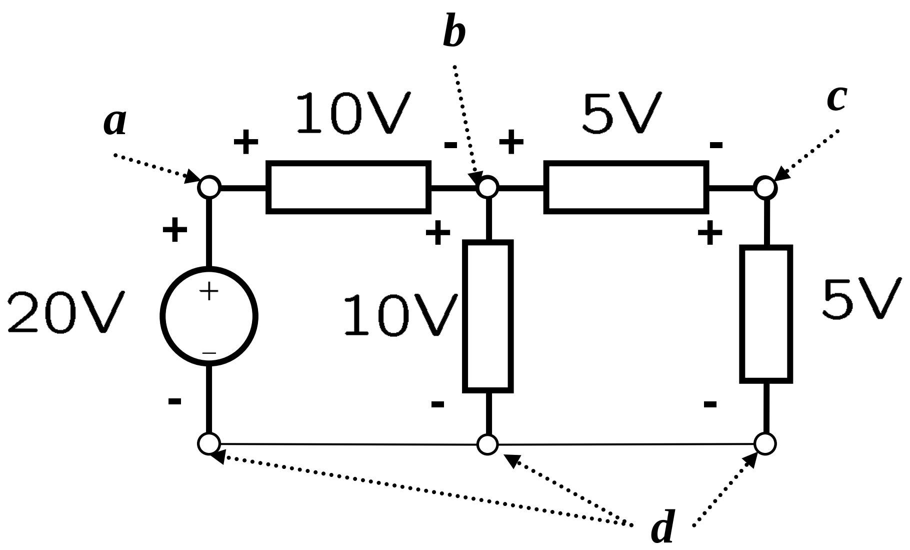
v_a = 0 Volts



v_b = -10 Volts

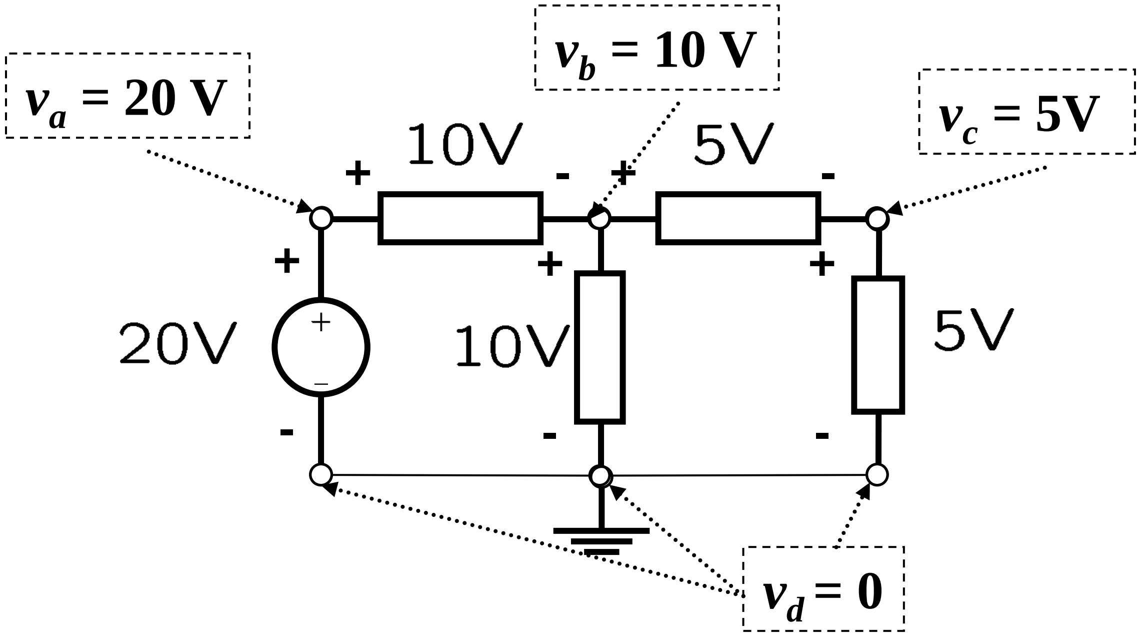
Nœud de référence ?!

Exemple :



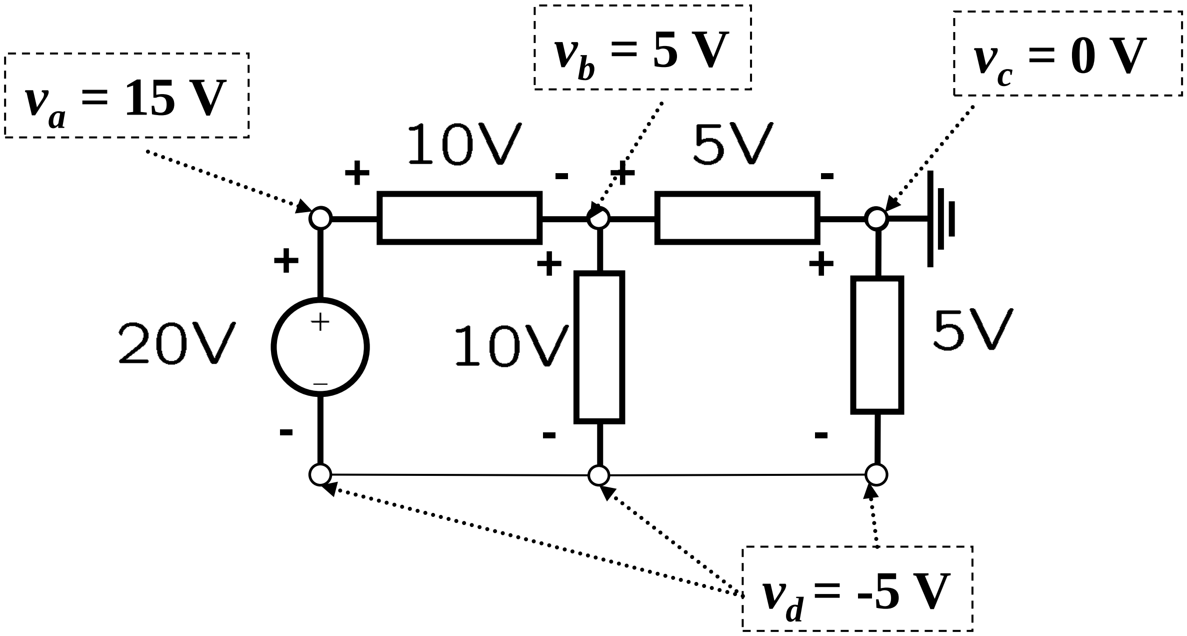
Nœud de référence ?!

1. Assumons que le nœud *d* soit le nœud de référence



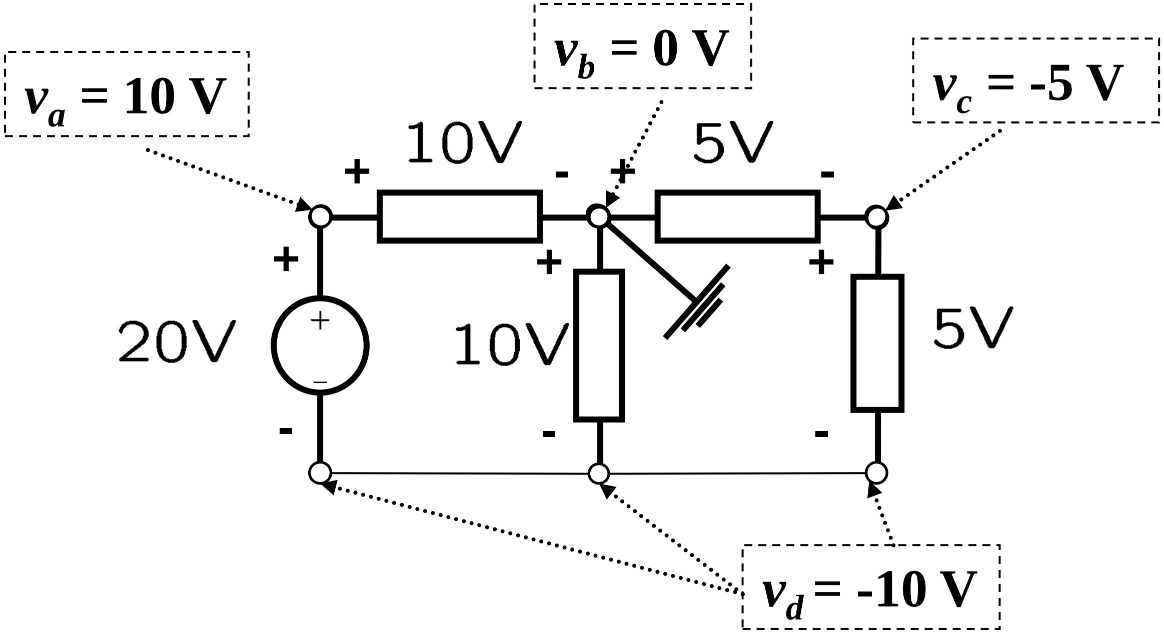
Nœud de référence ?!

2. Assumons que le nœud *c* soit le nœud de référence

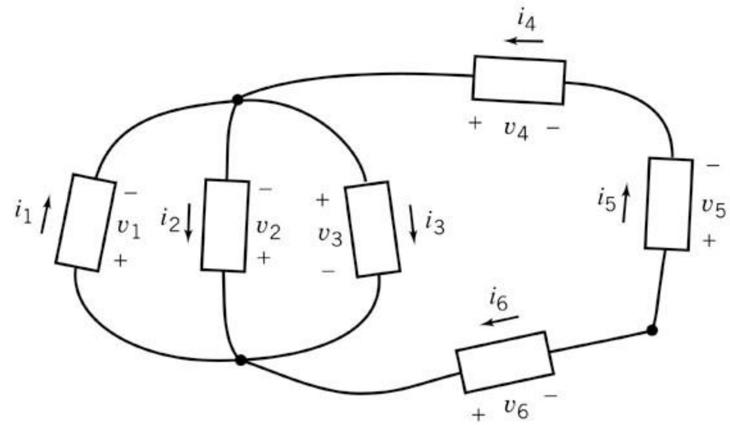


Nœud de référence ?!

3. Assumons que le nœud *b* soit le nœud de référence

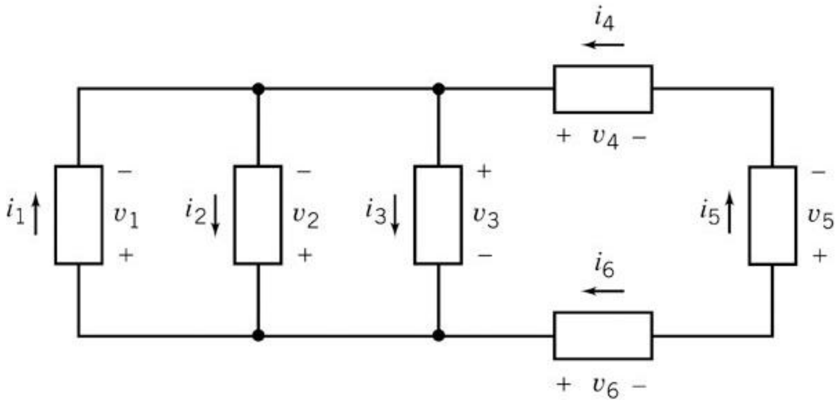


Exemple : Trouver le nombre de nœuds dans le circuit suivant.



Solution : Redessinons le circuit en utilisant des lignes droites.

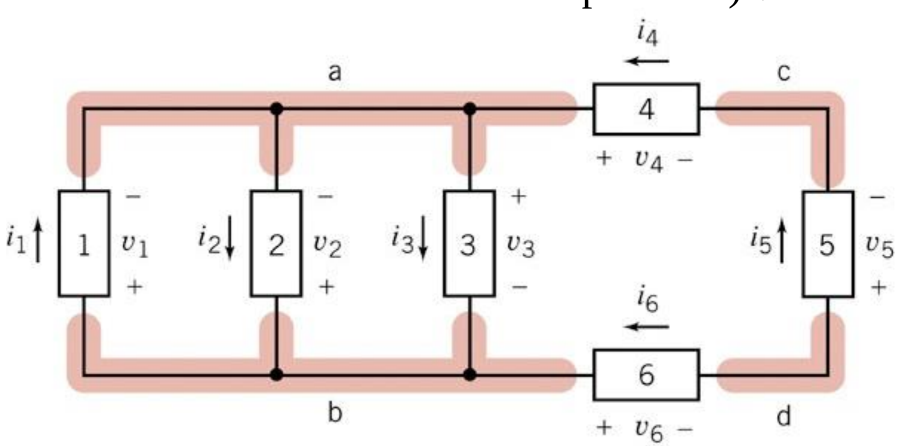
Il y a 4 nœuds



Que conclure sur les courants i_4, i_5 et i_6 et les tensions v_1, v_2 et v_3 (en fonction des éléments en série ou en parallèle) ?

$$\boldsymbol{v_1 = v_2 = -\,v_3}$$

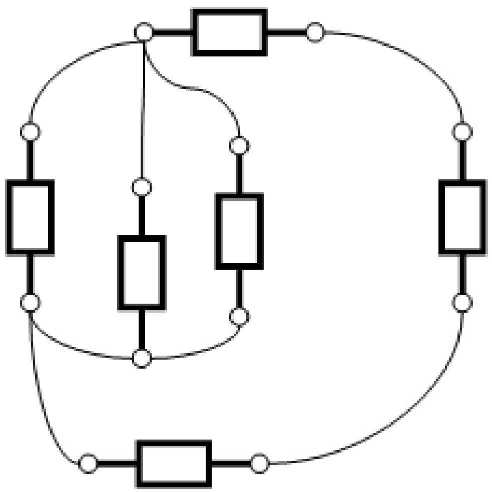
$$\boldsymbol{i_4 = i_5 = -\,i_6}$$



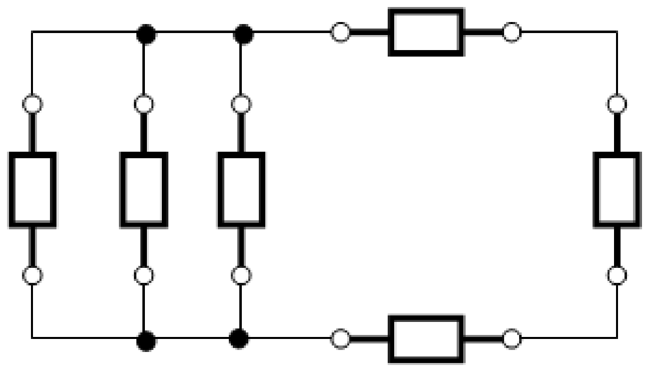
Combinaison des éléments d’un circuit

CONNECTIONS ENTRE ÉLÉMENTS

Exemple : Les deux circuits sont-ils identiques ?



Circuit 1



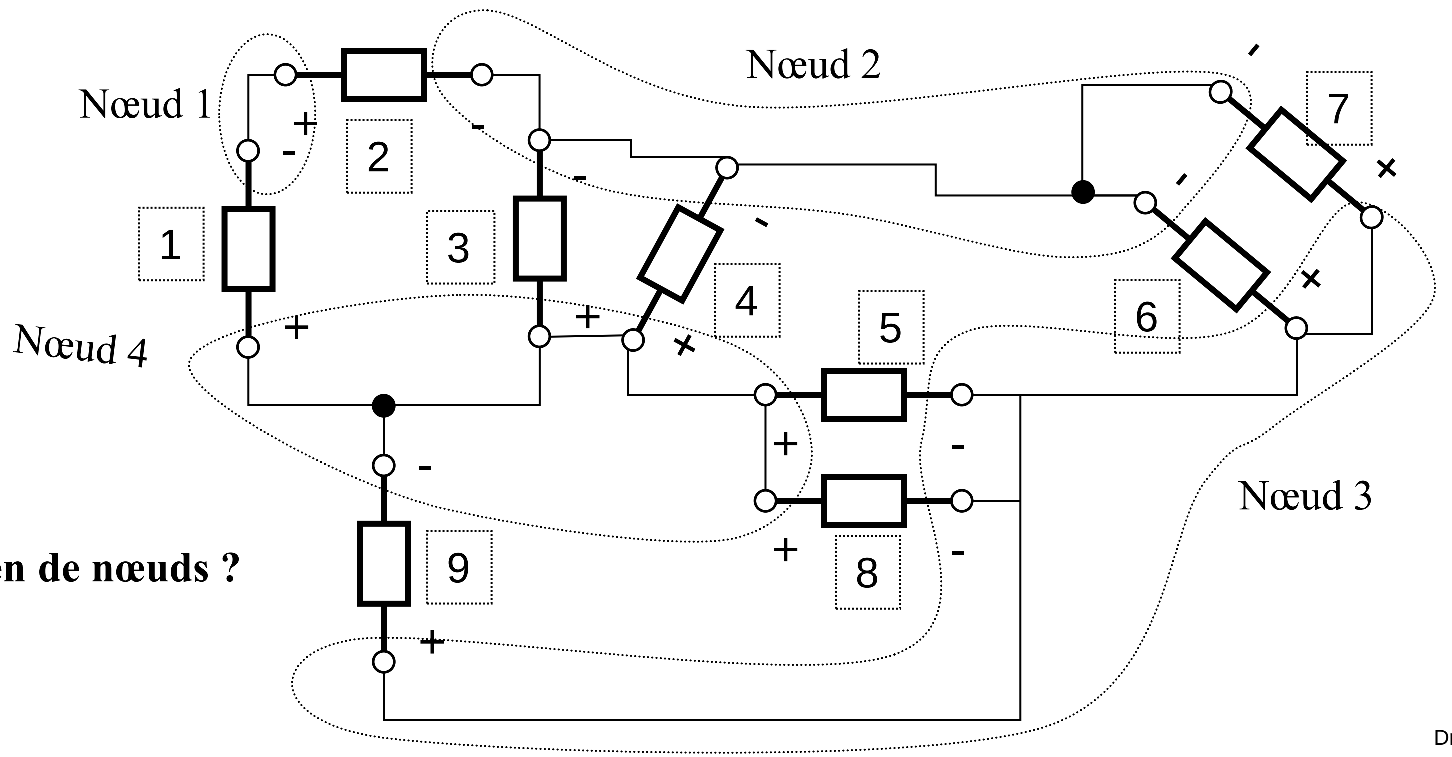
Circuit 2

Solution : Les deux circuits sont strictement les mêmes car ils ont :

- le même nombre de nœuds,
- le même nombre d'éléments,
- Les éléments sont connectés de la même manière.

Exemple : Identifier les différentes connexions entre les éléments suivants :

- Élément #1 avec Élément #2 — **En série**
- Élément #2 avec Élément #3 — **Ni en série ni en parallèle**
- Élément #3 avec Élément #4 — **En parallèle**
- Élément #6 avec Élément #7 — **En parallèle**
- Élément #5 avec Élément #8 et Élément #9 — **En parallèle**



Combien de nœuds ?

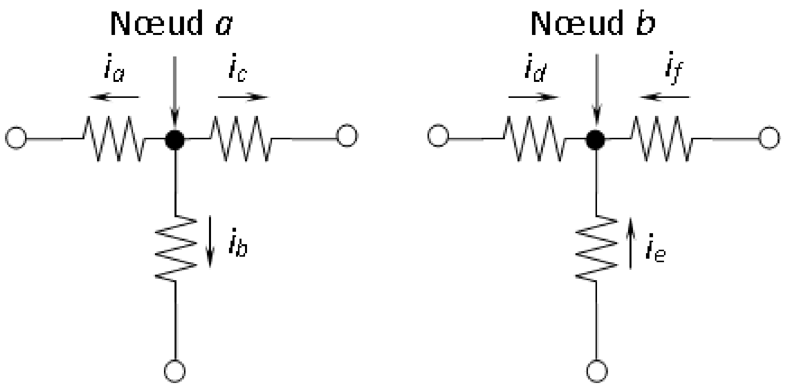
Lois entre variables (tensions, courants) dans un circuit

LOIS DE KIRCHHOFF

Loi de Kirchhoff des Courants (LKC)

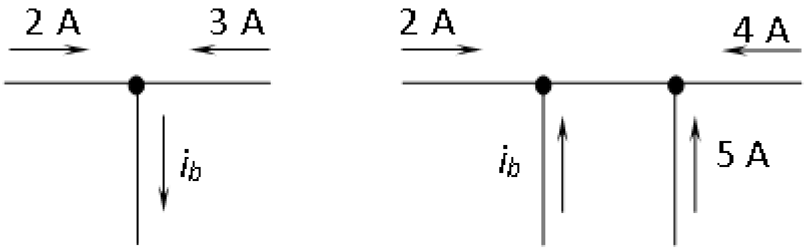
À n'importe quel nœud,

Somme des courants qui y arrivent (**entrants**) **=** somme des courants qui y sortent (**sortants**).



$$i_a + i_b + i_c = 0 \quad (\text{Noeud } a)$$
$$i_d + i_e + i_f = 0 \quad (\text{Noeud } b)$$

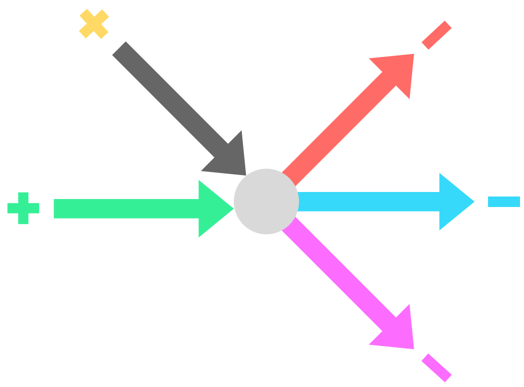
Le courant résultant est nul au niveau d'un nœud.



Solution : **(a) i_b = 5 A. (b) i_b = -11 A**

LOIS DE KIRCHHOFF

Loi de Kirchhoff des Courants (LKC)

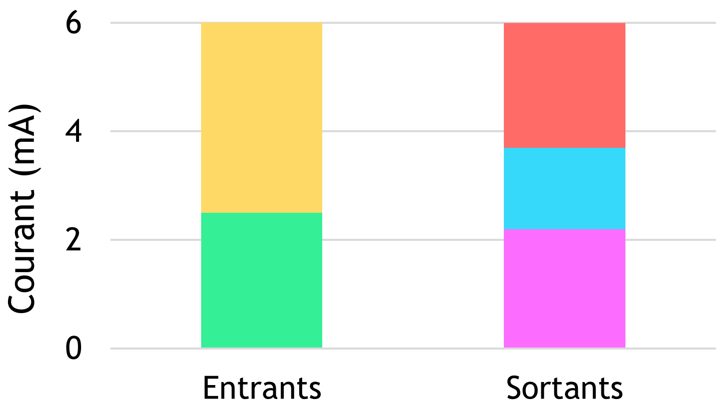


- La somme de tous les courants d'un nœud est nulle :

$$\sum_{j=1}^{n} I_j = 0$$

- $I_1 + I_2 + I_3 + \ldots + I_n = 0$

- $\sum$ courants entrants = $\sum$ courants sortants



LOIS DE KIRCHHOFF

Loi de Kirchhoff des Courants (LKC)

- Déterminer I_1 et I_2 avec la LKC.
- Libeller les nœuds : A et B
- Par quel nœud commencer ? Nœud B !
- LKC au nœud B

$$I_2 + 12mA - 4mA = 0$$

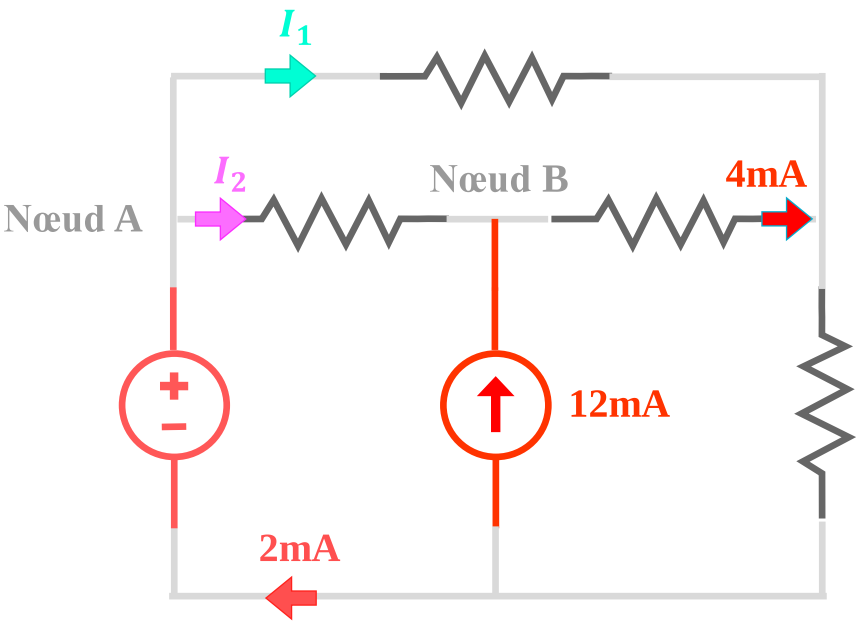
$$\boldsymbol{I_2 = -8mA}$$

- LKC au nœud A

$$-I_1 - I_2 + 2mA = 0$$

$$-I_1 + 8mA + 2mA = 0$$

$$\boldsymbol{I_1 = 10mA}$$



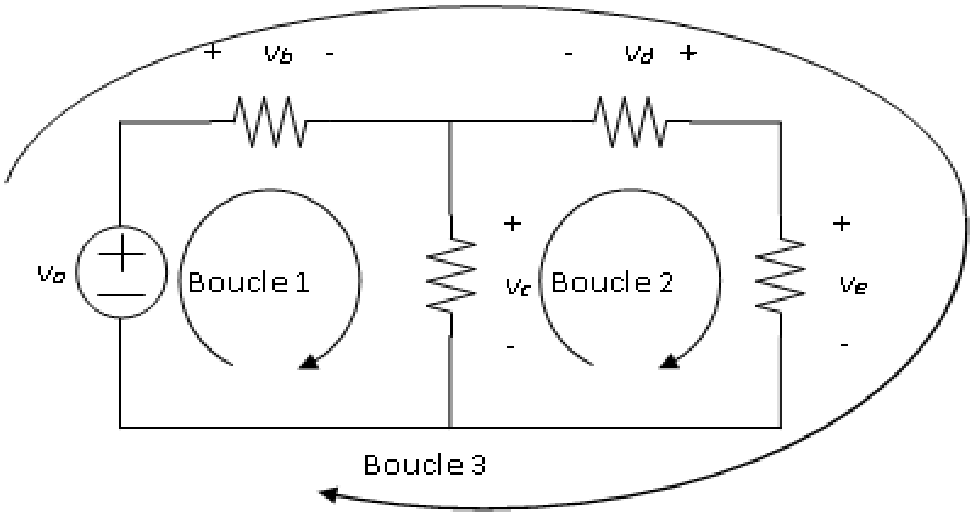
LOIS DE KIRCHHOFF

Loi de Kirchhoff des Tensions (LKT)

La **somme algébrique** des chutes de **tension** et des **forces électromotrices** dans n’importe quelle **boucle fermée** dans un circuit est **égale à zéro**.

Une convention pratique est d'utiliser, pour chaque source, le signe de la première polarité rencontrée pour décider si elle doit être ajoutée ou retranchée à la somme algébrique.

$$-v_a + v_b + v_c = 0 \quad \text{(Boucle 1)}$$
$$-v_c - v_d + v_e = 0 \quad \text{(Boucle 2)}$$
$$-v_a + v_b - v_d + v_e = 0 \quad \text{(Boucle 3)}$$



LOIS DE KIRCHHOFF

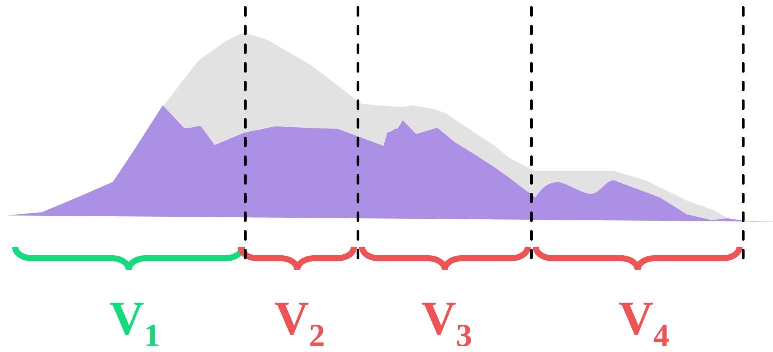
Loi de Kirchhoff des tensions (LKT)

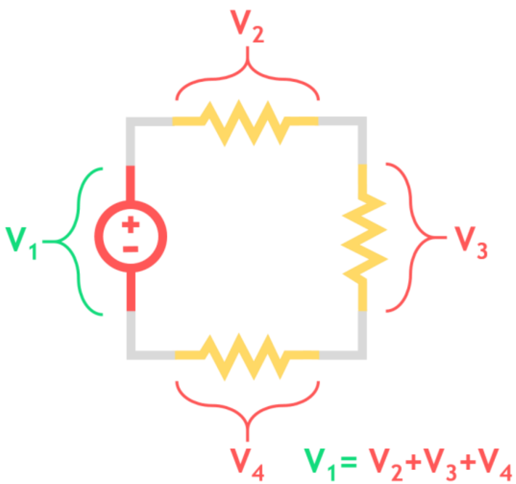
- La somme des tensions est nulle dans une boucle fermée :

$$\sum_{j=1}^{n} V_j = 0$$

- $V_1 + V_2 + V_3 + \ldots + V_n = 0$

- $\sum$ tensions positives = $\sum$ tensions négatives





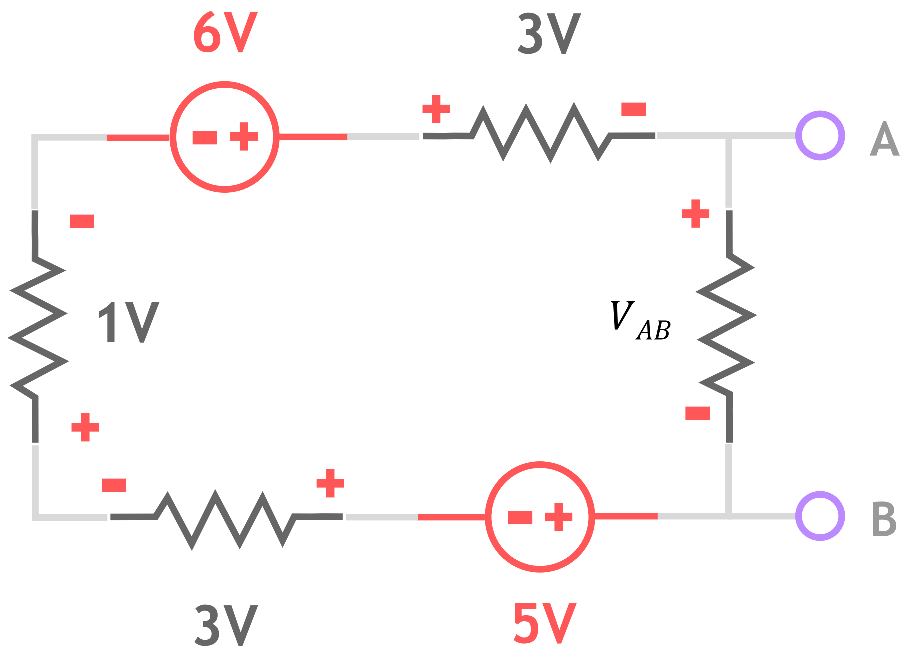
LOIS DE KIRCHHOFF

Loi de Kirchhoff des tensions (LKT)

- Déterminer la tension V_{AB}
- En commençant par le nœud B :

$$+5+3+1-6+3+V_{AB}=0$$

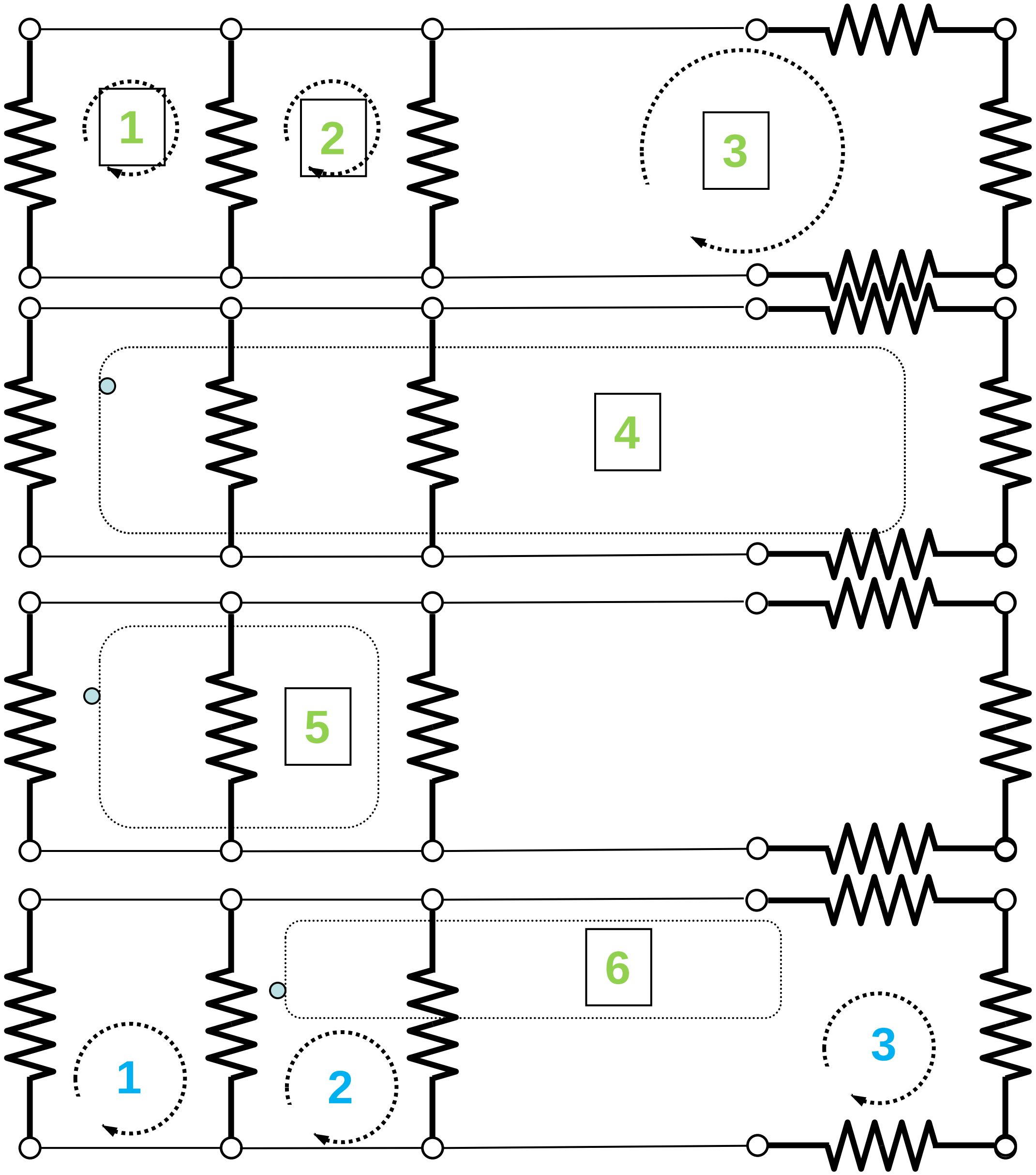
$$V_{AB} = -6\text{ V}$$



Première étape : identifier les boucles dans un circuit !!

Déterminer le nombre de **boucles** dans le circuit suivant :

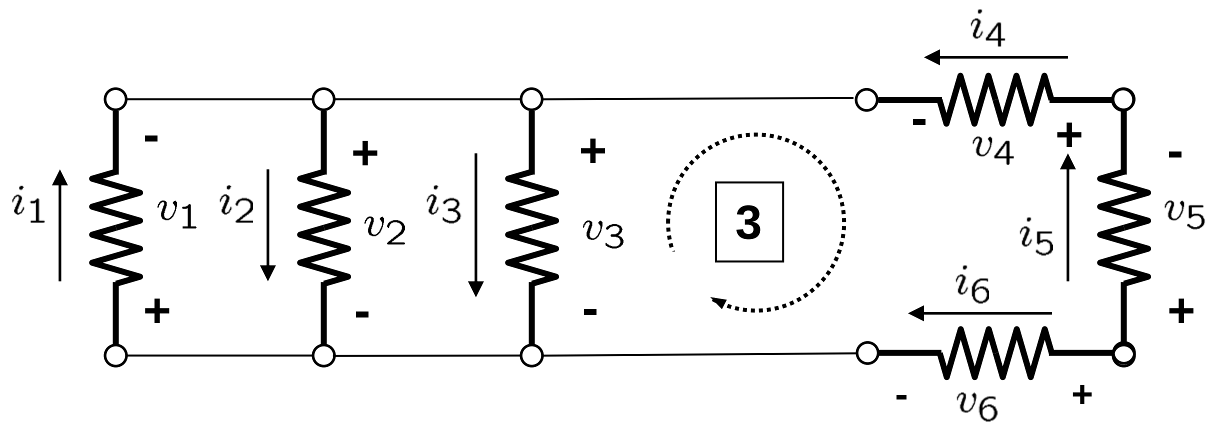
Six !



Déterminer le nombre de **mailles** dans le circuit suivant :

Trois !

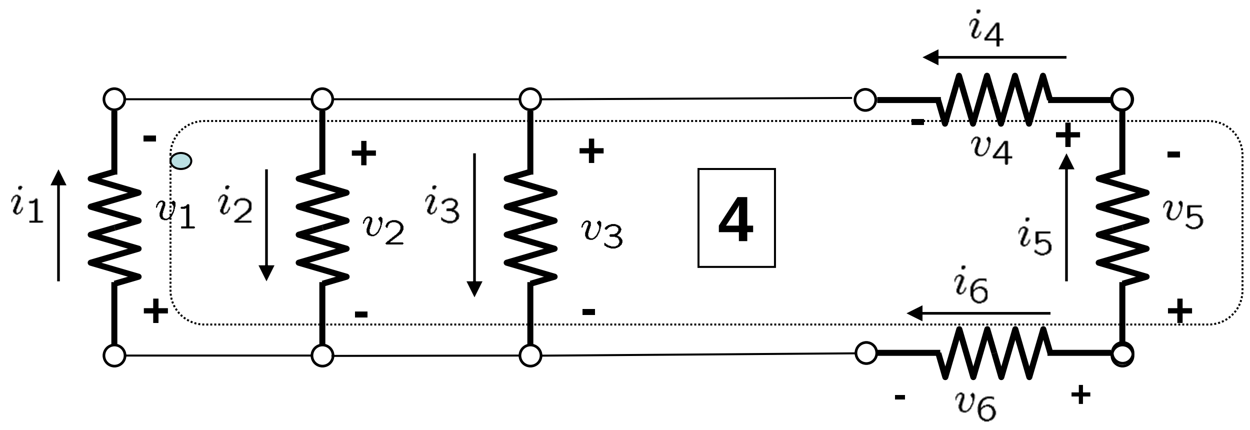
Écrivons la loi LKT pour la maille 3



- $-v_3$
- $-v_4$
- $-v_5$
- $+v_6$

$$-v_3 - v_4 - v_5 + v_6 = 0$$

Écrivons la loi LKT pour la boucle 4

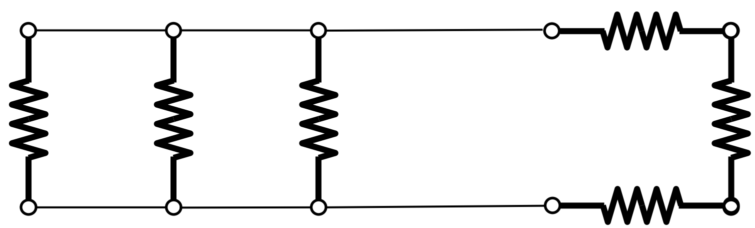


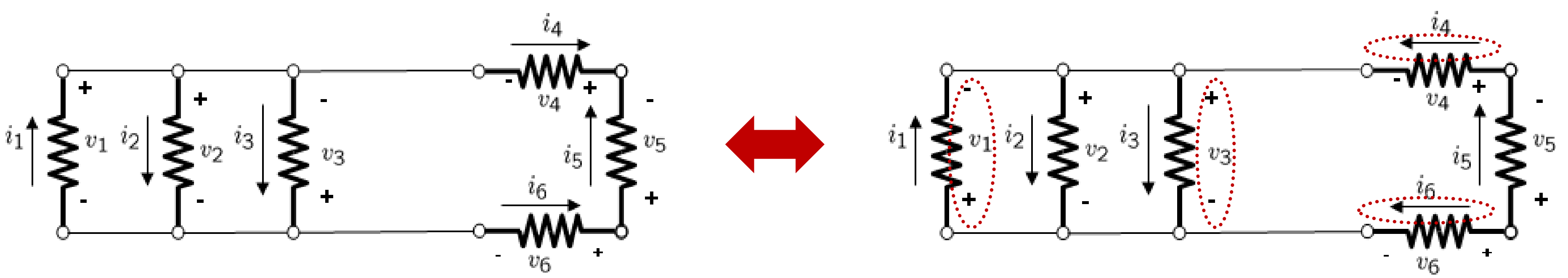
$$v_1 - v_4 - v_5 + v_6 = 0$$

Lois de Kirchhoff et loi d'Ohm

Note : *A part les valeurs indiquées sur le circuit (utilisées comme données de départ et qui* ***ne doivent pas*** *être changées), les courants et tensions sont inconnues. On choisit alors une* ***répartition arbitraire*** *des sens des courants et des polarités des tensions inconnues.*

Note : *Quelles que soient les hypothèses arbitraires formulées au début de l'analyse du circuit (en tenant compte des conventions de signe), la* ***solution finale est unique****.*





MÊME SOLUTION !!

Procédons de la manière suivante :

- ***Premièrement***, assigner aux courants des sens arbitraires (lorsque non déjà spécifiés dans le circuit). En effet, en absence de toute indication préalable sur les sens des courants, il faut assigner des directions arbitraires. *Ne pas changer le sens d'un courant* lorsque déjà spécifié dans le circuit.

- ***Deuxièmement***, assigner les polarités des tensions aux bornes des éléments du circuit en fonction du courant, en respectant (lorsque c'est possible) les conventions de signe. *Ne pas changer la polarité d'une tension* lorsque déjà spécifié dans le circuit.

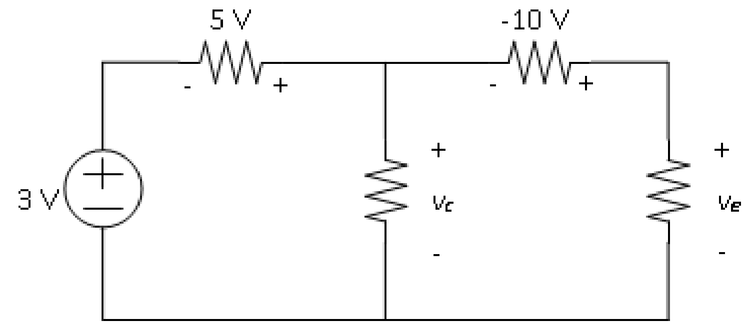
- ***Troisièmement***, écrire les LKT et LKC pour les différentes boucles. La LKT peut être appliquée à une simple boucle de circuit en tenant compte des instructions suivantes :

  - Pour une source de tension, le courant qui circule du - vers le + sera considéré positif et aura un signe +. Sinon, le courant qui circule du + vers le - sera négatif et aura un signe -.
  - La direction du courant dans une boucle est toujours prise positive.
  - La polarité d'une source de tension ne change pas avec la direction du courant de boucle.

Note *: Comme dans tout système linéaire, les équations doivent être indépendantes.*

Exemple :

Appliquer la LKT pour déterminer les valeurs de v_c et v_e du circuit

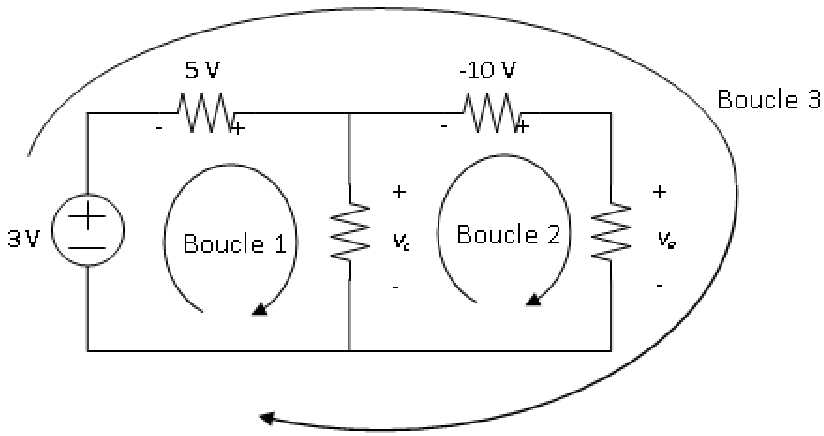


Solution : *Ne pas changer la polarité des tensions* car elles sont déjà spécifiées dans le circuit.

Nous avons un circuit à trois boucles.

Il faut en choisir deux car nous avons deux inconnues, donc il faut un système de deux équations à deux inconnues.

Prenons les plus simples pour n'avoir qu'une inconnue dans chaque équation :



$$-3-5+v_c=0 \;\; (\text{Boucle}\,1) \quad \rightarrow \quad v_c=8\ \text{V}$$

$$-3-5-(-10)+v_e=0 \;\; (\text{Boucle}\,3) \quad \rightarrow \quad v_c=-2\ \text{V}$$

Question :

LKC : $\sum$ courants = 0

LKT : $\sum$ tensions = 0

La première loi concerne les courants et la seconde loi les tensions.

Comment faire le lien entre elles ?

Aussi, le nombre d'inconnues peut être plus grand que le nombre d'équations.

Exemple : Si nous avons 5 nœuds et 3 boucles dans un circuit avec 7 résistances, nous aurons alors **14** inconnues (7 tensions + 7 courants) pour **3 + 5 = 8** équations ??

LKC : $\sum$ courants = 0

V = R I

LKT : $\sum$ tensions = 0

Loi d'Ohm : elle sert de « **pont** » entre les deux lois et donne plus d'équations :

une équation supplémentaire par résistance !

Donc problème résolu !


ARRÊT
STOP

Principale source d'erreurs :

Mal écrire les équations : erreurs dans les signes !!!!!!!!!!!!!!!!!!!

Il faut en effet bien **maitriser** les conventions de signes régissant les relations entre tensions et courants :

- Pour un élément passif (résistance)
- Pour une source (de tension ou de courant)

CHAPITRE 1

Combinaison de résistances

CIRCUITS RÉSISTIFS

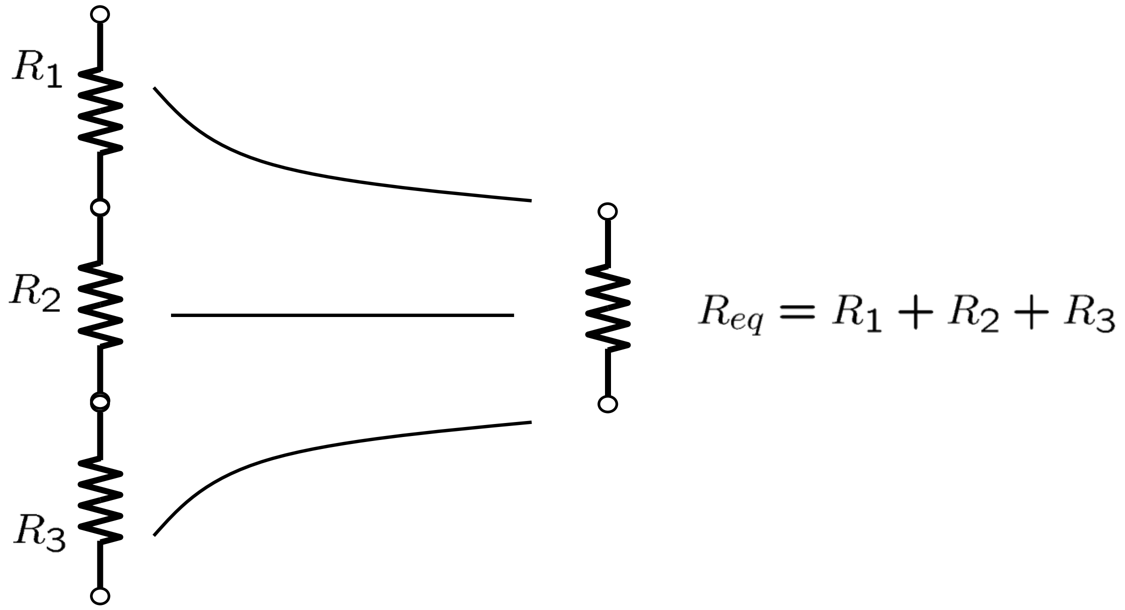
➢ *Un circuit résistif ne comprend que des résistances (en dehors des sources)*

Résistances en série le courant sera le même en tout point du circuit

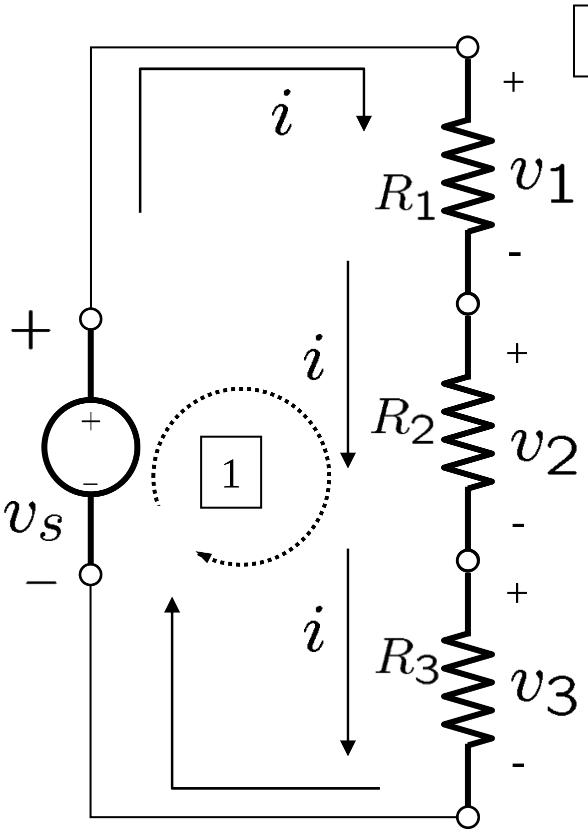
$v = v_1 + \ldots + v_n$ et $v_1 = R_1 i \,;\, v_2 = R_2 i \,;\, v_3 = R_3 i \ldots v_n = R_n i$

$\Rightarrow \quad v = (R_1 + \ldots + R_n)\, i$

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + .. + R_n$$



CIRCUITS RÉSISTIFS : RÉSISTANCES EN SÉRIE



LKT donne

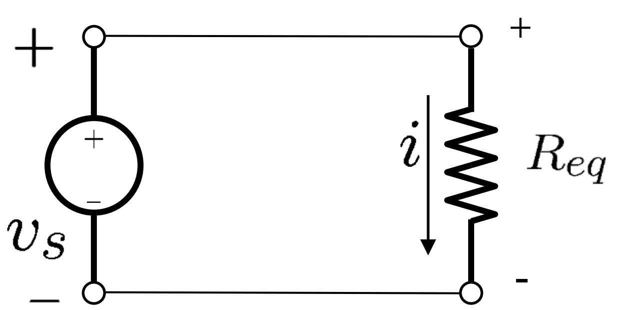
$$-v_s + v_1 + v_2 + v_3 = 0$$

$$\left.\begin{aligned} v_1 &= iR_1 \\ v_2 &= iR_2 \\ v_3 &= iR_3 \end{aligned}\right\}$$

Loi d'Ohm

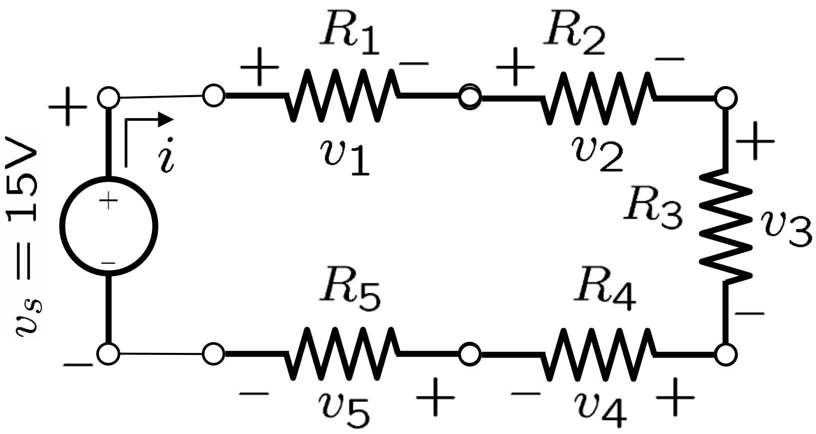
$$-v_s + i\underbrace{\left(R_1 + R_2 + R_3\right)}_{R_{eq}} = 0$$

$$v_s = iR_{eq}$$

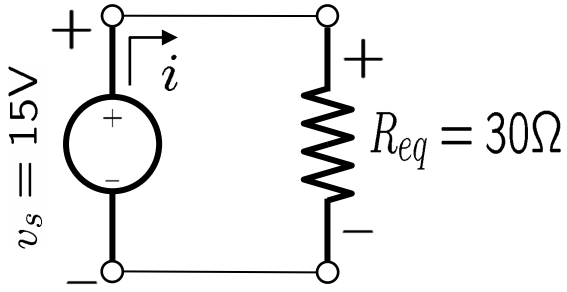


CIRCUITS RÉSISTIFS : RÉSISTANCES EN SÉRIE

Exemple : déterminer le courant ***i***



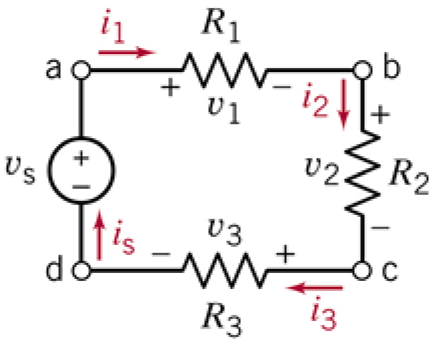
$\equiv$



$$R_1 = 2\Omega$$
$$R_2 = 4\Omega$$
$$R_3 = 6\Omega$$
$$R_4 = 8\Omega$$
$$R_5 = 10\Omega$$

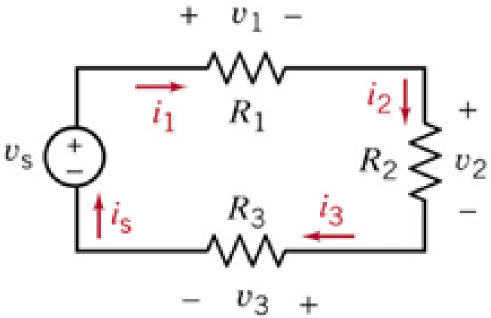
$$i = \frac{v_s}{R_{eq}} = \frac{15}{30} = 0.5\text{A}$$

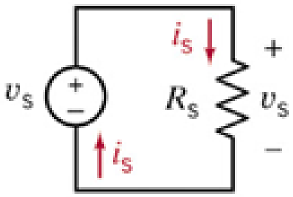
RÉSISTANCES EN SÉRIE ET DIVISEUR DE TENSION



$$-v_s + v_1 + v_2 + v_3 = 0 \quad \text{ou} \quad v_s = v_1 + v_2 + v_3$$

$$v_s = R_1 i_1 + R_2 i_2 + R_3 i_3 = (R_1 + R_2 + R_3) i_S = R_S i_S$$





Diviseur de tension

$$v_1 = R_1 i_1 = R_1 i_S = R_1 \frac{v_s}{R_S} \qquad v_2 = R_2 i_2 = R_2 i_S = R_2 \frac{v_s}{R_S} \qquad v_3 = R_3 i_3 = R_3 i_S = R_3 \frac{v_s}{R_S}$$

Diviseur de tension

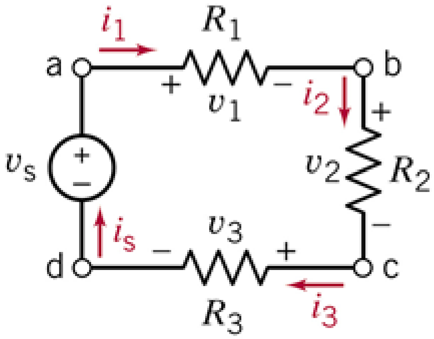
$$v_1 = R_1 i_1 = R_1 i_S = R_1 \frac{v_s}{R_S} \qquad v_2 = R_2 i_2 = R_2 i_S = R_2 \frac{v_s}{R_S} \qquad v_3 = R_3 i_3 = R_3 i_S = R_3 \frac{v_s}{R_S}$$

Lorsque des **résistances** sont en **série**,

On peut exprimer la **tension d'une résistance** (par exemple v_1) en fonction de la **tension totale v_S**

Lorsque des **résistances** sont en **série**,

On peut exprimer la **tension totale v_S** en fonction de la **tension d'une résistance** (par exemple v_1)



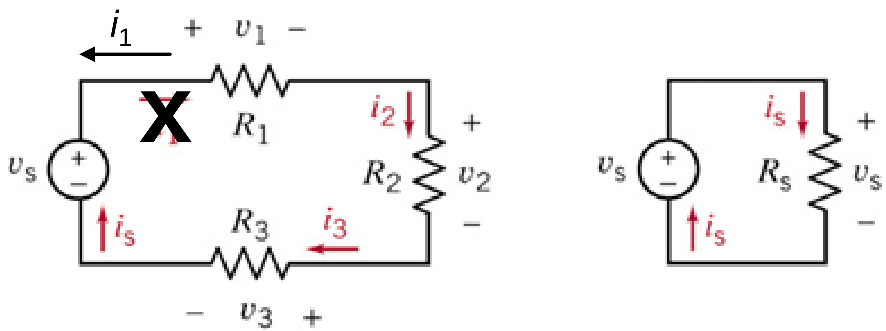
RÉSISTANCES EN SÉRIE ET DIVISEUR DE TENSION

Et si on changeait le sens d'un courant ?

$$v_s = v_1 + v_2 + v_3$$

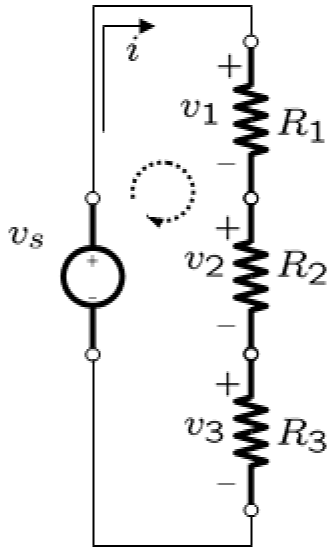
$$v_s = -R_1 i_1 + R_2 i_2 + R_3 i_3 = -R_1(-i_S) + R_2 i_S + R_3 i_S = (R_1 + R_2 + R_3) i_S = R_S i_S$$

Même résultat !!!!



Diviseur de tension

$$v_1 = -R_1 i_1 = -R_1(-i_S) = R_1 \frac{v_s}{R_S} \qquad v_2 = R_2 i_2 = R_2 i_S = R_2 \frac{v_s}{R_S} \qquad v_3 = R_3 i_3 = R_3 i_S = R_3 \frac{v_s}{R_S}$$



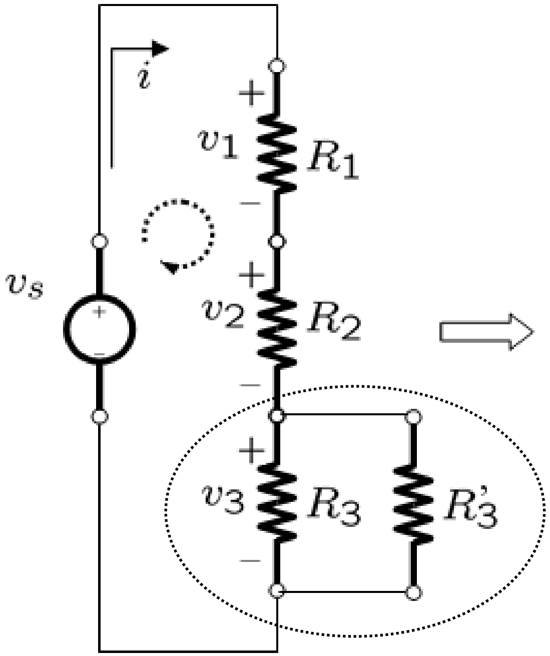
$\Longrightarrow$

$$v_1 = R_1 i = R_1 \frac{v_s}{R_{eq}} = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} v_s$$

$$v_2 = R_2 i = R_2 \frac{v_s}{R_{eq}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3} v_s$$

$$v_3 = R_3 i = R_3 \frac{v_s}{R_{eq}} = \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} v_s$$

*Le principe du diviseur de tension ne peut s'appliquer que si le courant qui parcourt les résistances est le **même**, c.-à-d. quand les résistances sont **toutes** en série.*

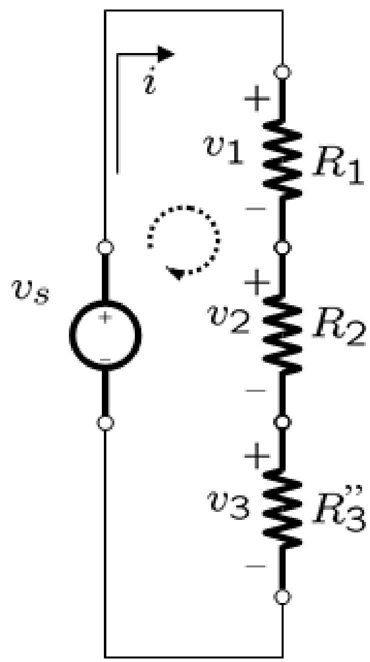


$$v_1 = R_1 i = \cancel{R_1 \frac{v_s}{R_{eq}}} = \cancel{\frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3}} v_s$$

$$v_2 = R_2 i = \cancel{R_2 \frac{v_s}{R_{eq}}} = \cancel{\frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3}} v_s$$

$$v_3 = \cancel{R_3} i = \cancel{R_3 \frac{v_s}{R_{eq}}} = \cancel{\frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3}} v_s$$

Attention !!



$$R_3'' = R_3 // R_3' = \frac{R_3 R_3'}{R_3 + R_3'}$$

$$R_{eq}' = R_1 + R_2 + R_3''$$

$$v_1 = R_1 i = R_1 \frac{v_s}{R_{eq}'} = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3''} v_s$$

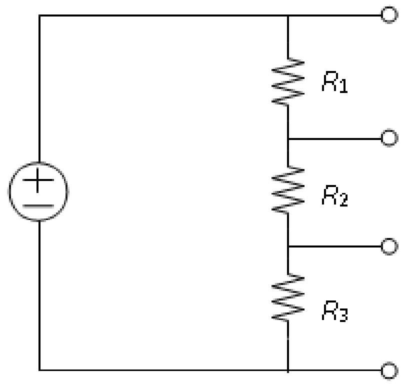
$$v_2 = R_2 i = R_2 \frac{v_s}{R_{eq}'} = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3''} v_s$$

$$v_3 = R_3'' i = R_3'' \frac{v_s}{R_{eq}'} = \frac{R_3''}{R_1 + R_2 + R_3''} v_s$$

Exemple : Concevoir un diviseur de tension connecté à une source de 100 V et fournissant des chutes de tension de 30 V, 20 V et 50 V. Le courant qui circule dans ce circuit doit être égal à 10 mA (0.01 A).

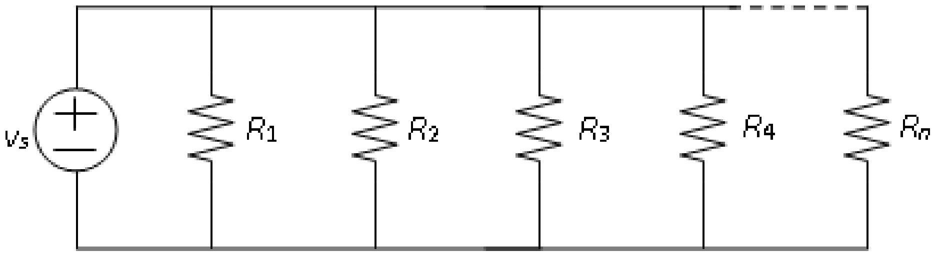
Solution : Comme nous avons trois chutes de tension, il faut trois résistances. Une des règles du circuit série énonce que le courant est le même en n'importe quel point du circuit. Delà, un courant de 0.01 A circule dans chacune des trois résistances du circuit.

$$R = \frac{V}{I} \qquad R_1 = \frac{30}{0.01} = 3k\Omega \qquad R_2 = \frac{20}{0.01} = 2k\Omega \qquad R_3 = \frac{50}{0.01} = 5k\Omega$$



RÉSISTANCES EN PARALLÈLE ET DIVISEUR DE COURANT

Un circuit parallèle est défini comme contenant plus d'une boucle de courant connectée à une source commune de tension. Dans un circuit parallèle, la même tension est appliquée à chaque branche. Le courant de source se divise le long des différentes boucles.

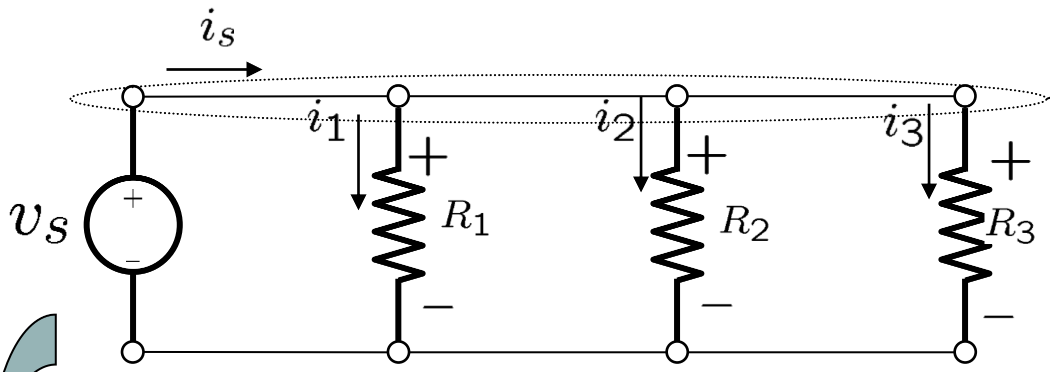


La résistance équivalente R_{eq} est égale à :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + .. + \frac{1}{R_n} \quad \Rightarrow \quad R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + .. + \frac{1}{R_n}}$$

RÉSISTANCES EN PARALLÈLE ET DIVISEUR DE COURANT

En effet, prenons l'exemple de 3 résistances en parallèle :

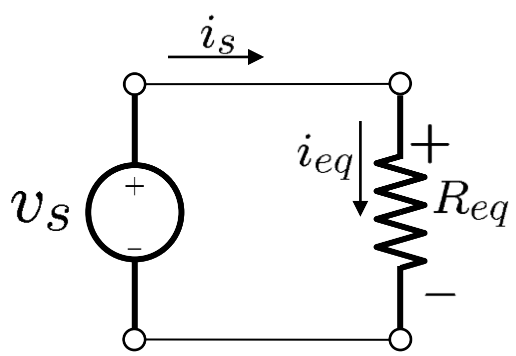


Nœud

LKC à ce nœud donne :

$$-i_s + i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

$$i_s = i_1 + i_2 + i_3$$



Or, $i_{eq} = i_s$

Delà, $i_{eq} = i_1 + i_2 + i_3$

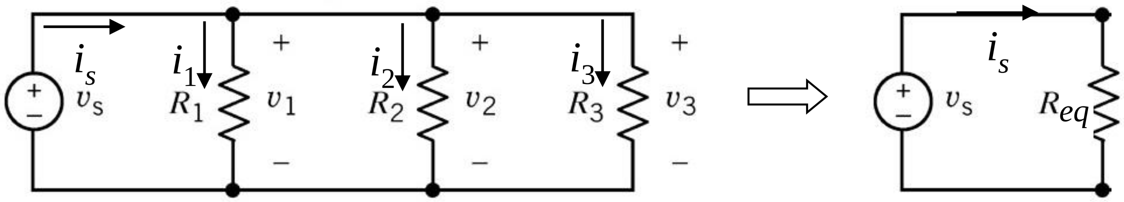
Loi d'Ohm : $v_s = i_{eq} R_{eq}$

$$R_{eq} = \frac{v_s}{i_{eq}} = \frac{v_s}{i_1+i_2+i_3} = \frac{v_s}{\frac{v_s}{R_1}+\frac{v_s}{R_2}+\frac{v_s}{R_3}} = \frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}$$

RÉSISTANCES EN PARALLÈLE ET DIVISEUR DE COURANT

Une des règles des circuits en parallèle énonce que le courant total **est égal à la somme** des courants des toutes les différentes branches

$$i_s = i_1 + i_2 + i_3$$



Diviseur de courant

$$i_s = \frac{v_s}{R_1} + \frac{v_s}{R_2} + \frac{v_s}{R_3} = v_s\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) = v_s \frac{1}{R_{eq}} \Rightarrow$$

$$i_1 = \frac{v_s}{R_1} = \left(\frac{R_{eq}}{R_1}\right) \times i_s$$

$$i_2 = \frac{v_s}{R_2} = \left(\frac{R_{eq}}{R_2}\right) \times i_s$$

$$i_3 = \frac{v_s}{R_3} = \left(\frac{R_{eq}}{R_3}\right) \times i_s$$

RÉSISTANCES EN PARALLÈLE ET DIVISEUR DE COURANT : GÉNÉRALISATION

$$i_s = \frac{v_s}{R_1} + \frac{v_s}{R_2} + \frac{v_s}{R_3} = v_s\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) = v_s\,\frac{1}{R_{eq}}$$

$$i_1 = \frac{v_s}{R_1} = \left(\frac{R_{eq}}{R_1}\right) \times i_s$$

$$i_2 = \frac{v_s}{R_2} = \left(\frac{R_{eq}}{R_2}\right) \times i_s$$

$$i_3 = \frac{v_s}{R_3} = \left(\frac{R_{eq}}{R_3}\right) \times i_s$$

$$R_{eq} = \frac{R_1 * \ldots * R_N}{R_1 + \ldots + R_N}$$

$$i_1 = \frac{v_s}{R_1} = \left(\frac{R_{eq}}{R_1}\right) \times i_s = \left(\frac{1}{R_1}\,\frac{R_1 * \ldots * R_N}{R_1 + \ldots + R_N}\right) \times i_s$$

$$i_2 = \frac{v_s}{R_2} = \left(\frac{R_{eq}}{R_2}\right) \times i_s = \left(\frac{1}{R_2}\,\frac{R_1 * \ldots * R_N}{R_1 + \ldots + R_N}\right) \times i_s$$

$$i_3 = \frac{v_s}{R_3} = \left(\frac{R_{eq}}{R_3}\right) \times i_s = \left(\frac{1}{R_3}\,\frac{R_1 * \ldots * R_N}{R_1 + \ldots + R_N}\right) \times i_s$$

$$i_k = \frac{v_s}{R_k} = \left(\frac{R_{eq}}{R_k}\right) \times i_s = \left(\frac{1}{R_k}\,\frac{R_1 * \ldots * R_N}{R_1 + \ldots + R_N}\right) \times i_s = \left(\frac{R_1 * \ldots * R_{k-1} * R_{k+1} * \ldots * R_N}{R_1 + \ldots + R_N}\right) \times i_s$$

Dr. M.C.E. Yagoub

Diviseur de courant

$$i_1 = \frac{v_s}{R_1} = \left(\frac{R_{eq}}{R_1}\right) \times i_s$$

$$i_2 = \frac{v_s}{R_2} = \left(\frac{R_{eq}}{R_2}\right) \times i_s$$

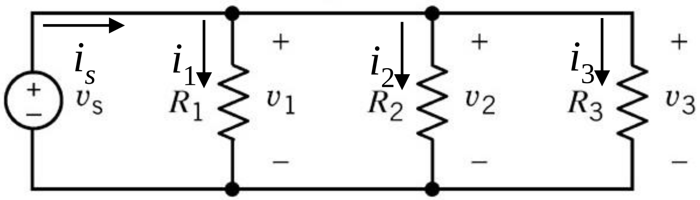
$$i_3 = \frac{v_s}{R_3} = \left(\frac{R_{eq}}{R_3}\right) \times i_s$$

Lorsque des **résistances** sont en **parallèle**,

On peut exprimer le **courant d'une résistance** (par exemple i_1) en fonction du **courant total i_S**

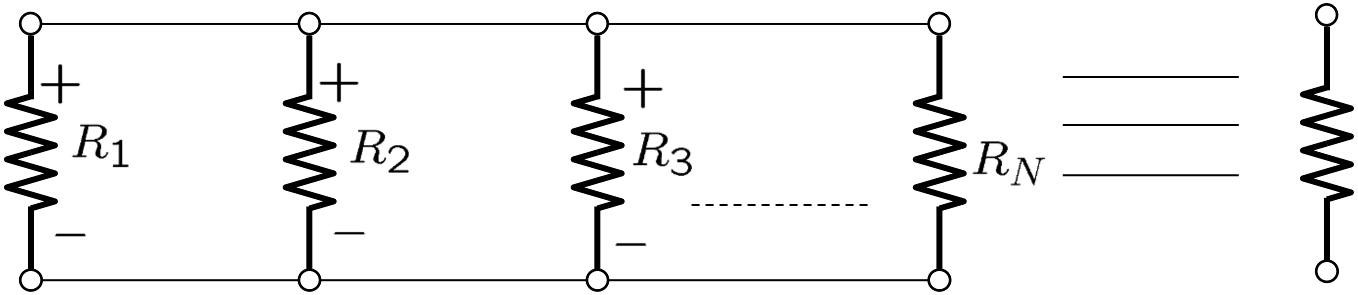
Lorsque des **résistances** sont en **parallèle**,

On peut exprimer le **courant total i_S** en fonction du **courant d'une résistance** (par exemple i_1)

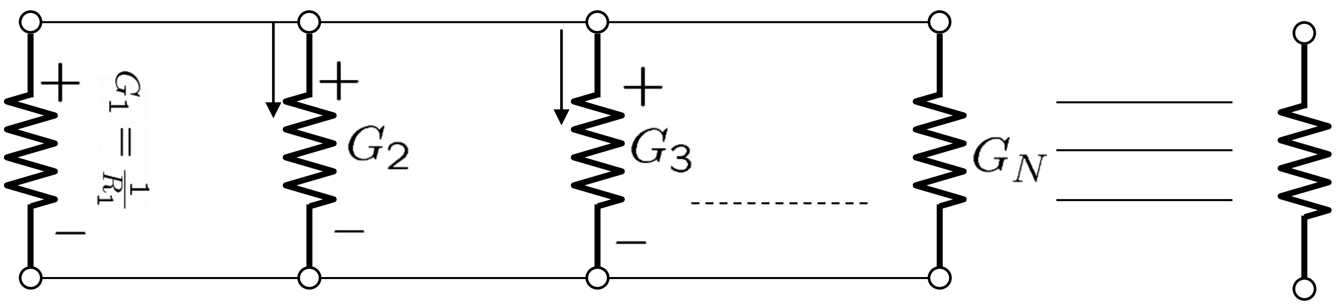


RÉSISTANCES EN PARALLÈLE ET CONDUCTANCES

Pour les résistances en parallèle, il est généralement plus simple de travailler avec les conductances G (inverse des résistances : $G_i = 1 / R_i$) :

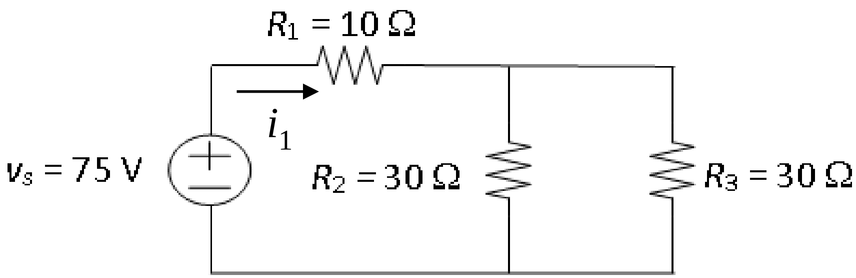


$$R_{eq} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{R_i}}$$

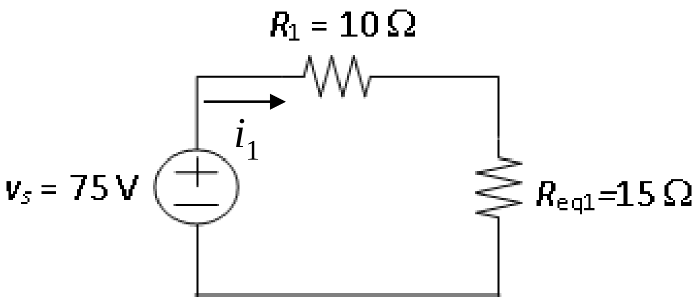


$$G_{eq} = \sum_{i=1}^{N} G_i$$

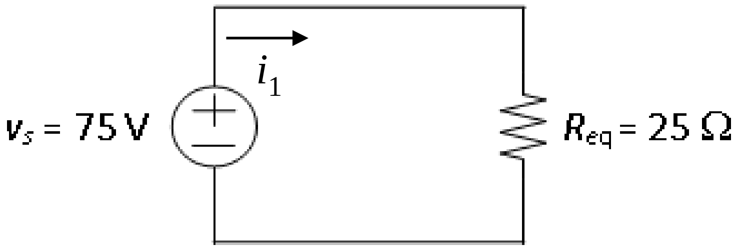
Exemple : Appliquer les définitions précédentes pour déterminer le courant et la tension de chaque élément du circuit ci-dessous.



Les deux résistances R_2 et R_3 sont en parallèle (//)

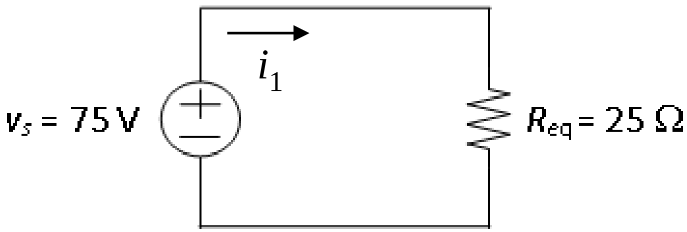


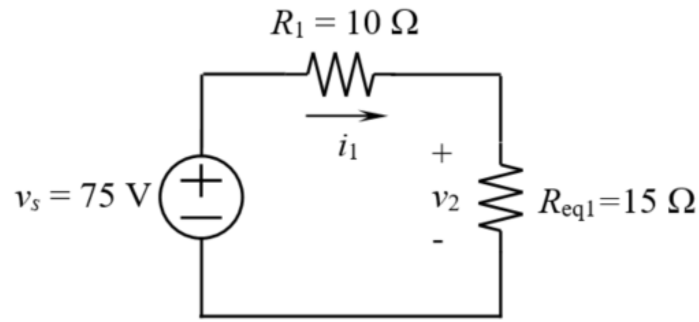
R_1 et R_{eq1} sont en série



$$i_1 = \frac{v_s}{R_{eq}} = \frac{75\text{ V}}{25\,\Omega} = 3\text{ A}$$

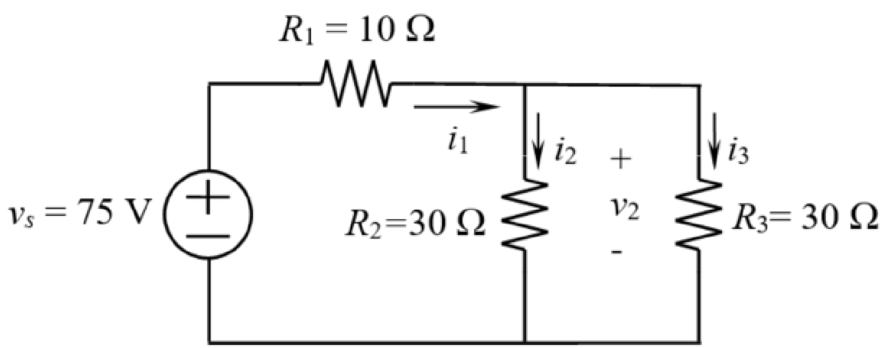
Puis on revient en arrière :





Le courant i_1 reste le même (résistances en série) :

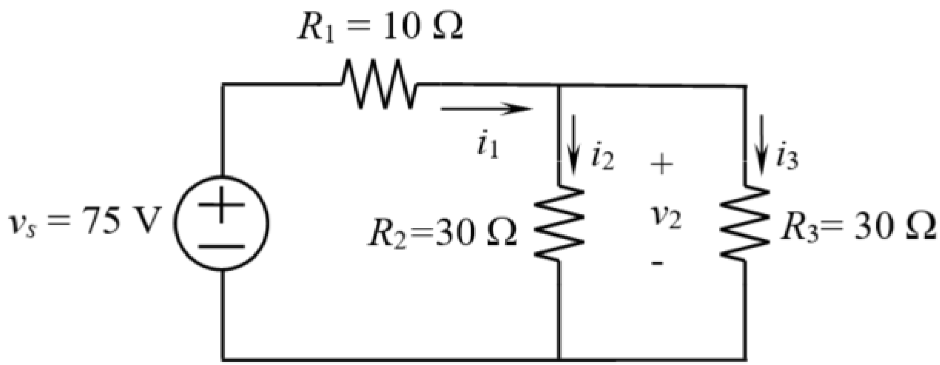
$$v_2 = R_{eq1} i_1 = 15\,\Omega \times 3\text{ A} = 45\text{ V}$$



La tension v_2 reste la même (résistances en parallèle) :

$$i_2 = \frac{v_2}{R_2} = \frac{45\text{ V}}{30\,\Omega} = 1.5\text{ A}$$

$$i_3 = \frac{v_2}{R_3} = \frac{45\text{ V}}{30\,\Omega} = 1.5\text{ A}$$



Le problème posé est résolu, mais il est possible d'appliquer la LKC pour vérifier que

$$i_1 = i_2 + i_3$$

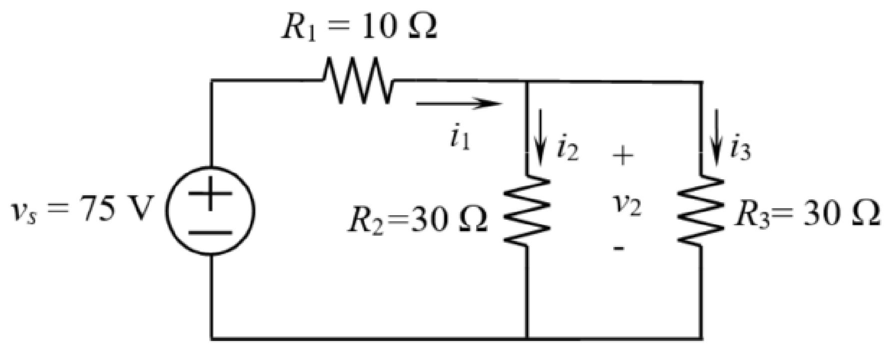
Nous pouvons également appliquer la loi d'Ohm pour calculer v_1

$$v_1 = R_1 i_1 = 10\ \Omega \times 3\ \text{A} = 30\ \text{V}$$

De même, appliquer la LKT pour vérifier que

$$v_s = v_1 + v_2$$

Exemple : En déduire la puissance pour chaque élément



$$p_s = -v_s i_1 = -(75\,\mathrm{V})\times 3 = -225\,\mathrm{W}$$

Nous avons inclus le signe "-" car les références pour v_s et i_1 sont opposées à celles de la configuration passive. Comme la puissance de la source est négative, ceci signifie que la source fournit de l'énergie aux autres éléments du circuit.

$$p_1 = v_1 i_1 = \left(R_1 i_1\right) i_1 = R_1 i_1^2 = 10\,\Omega\times(3\,\mathrm{A})^2 = 90\,\mathrm{W}$$

$$p_2 = v_2 i_2 = v_2\left(\frac{v_2}{R_2}\right) = \frac{v_2^2}{R_2} = \frac{(45\,\mathrm{V})^2}{30\,\Omega} = 67.5\,\mathrm{W}$$

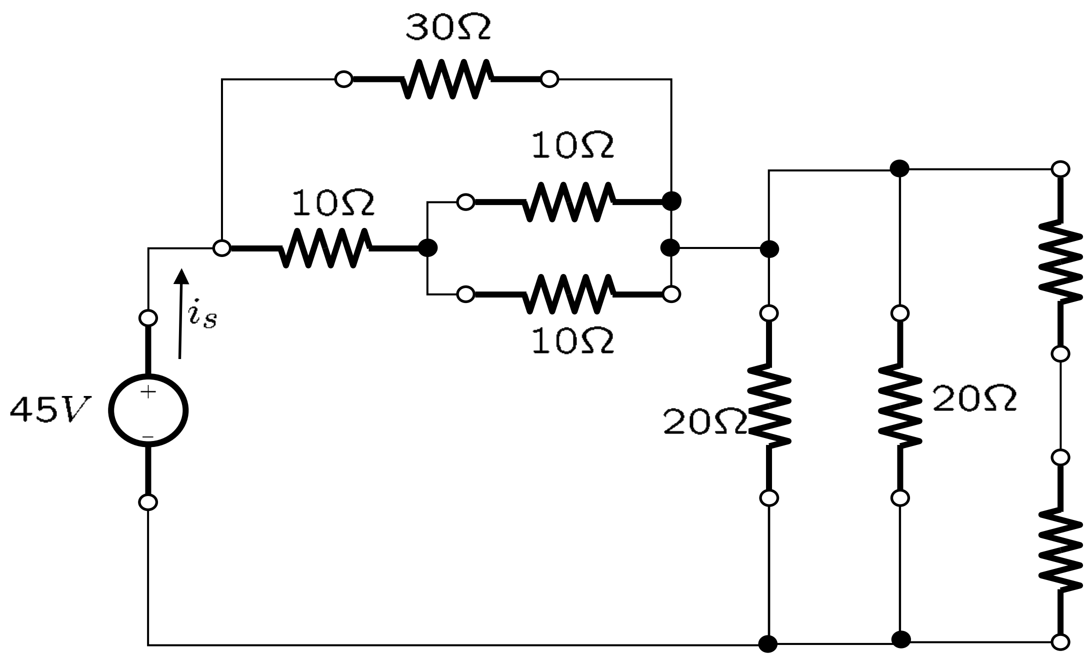
$$p_3 = \frac{v_2^2}{R_3} = \frac{(45\,\mathrm{V})^2}{30\,\Omega} = 67.5\,\mathrm{W}$$

Nous vérifions que

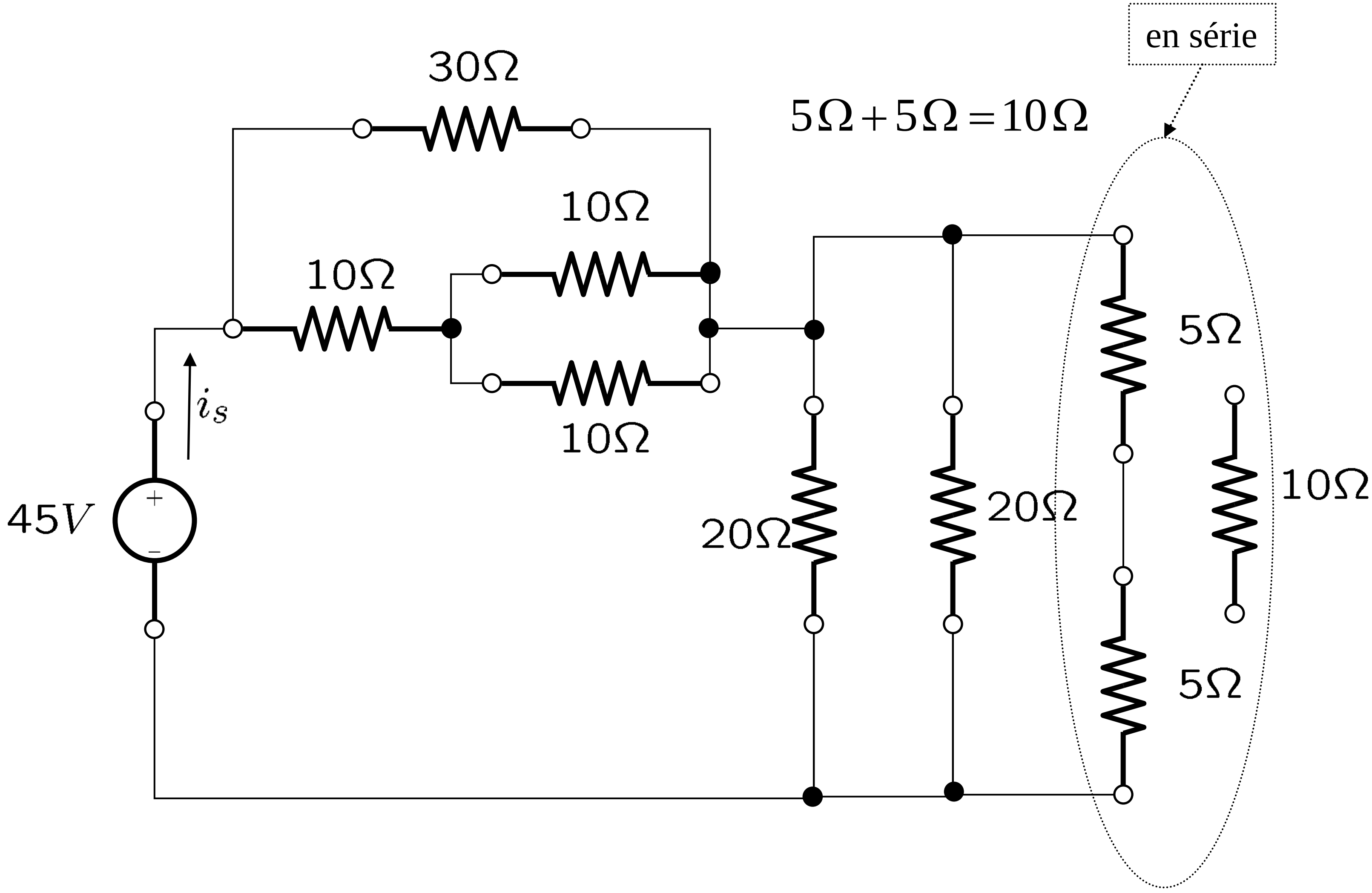
$$p_s + p_1 + p_2 + p_3 = 0 \qquad \text{ou} \qquad -\,p_s = p_1 + p_2 + p_3$$

ce qui montre bien que la puissance est conservée (puissance fournie = puissance reçue, en respectant la convention de signe).

Exemple : Déterminer le courant i_s.

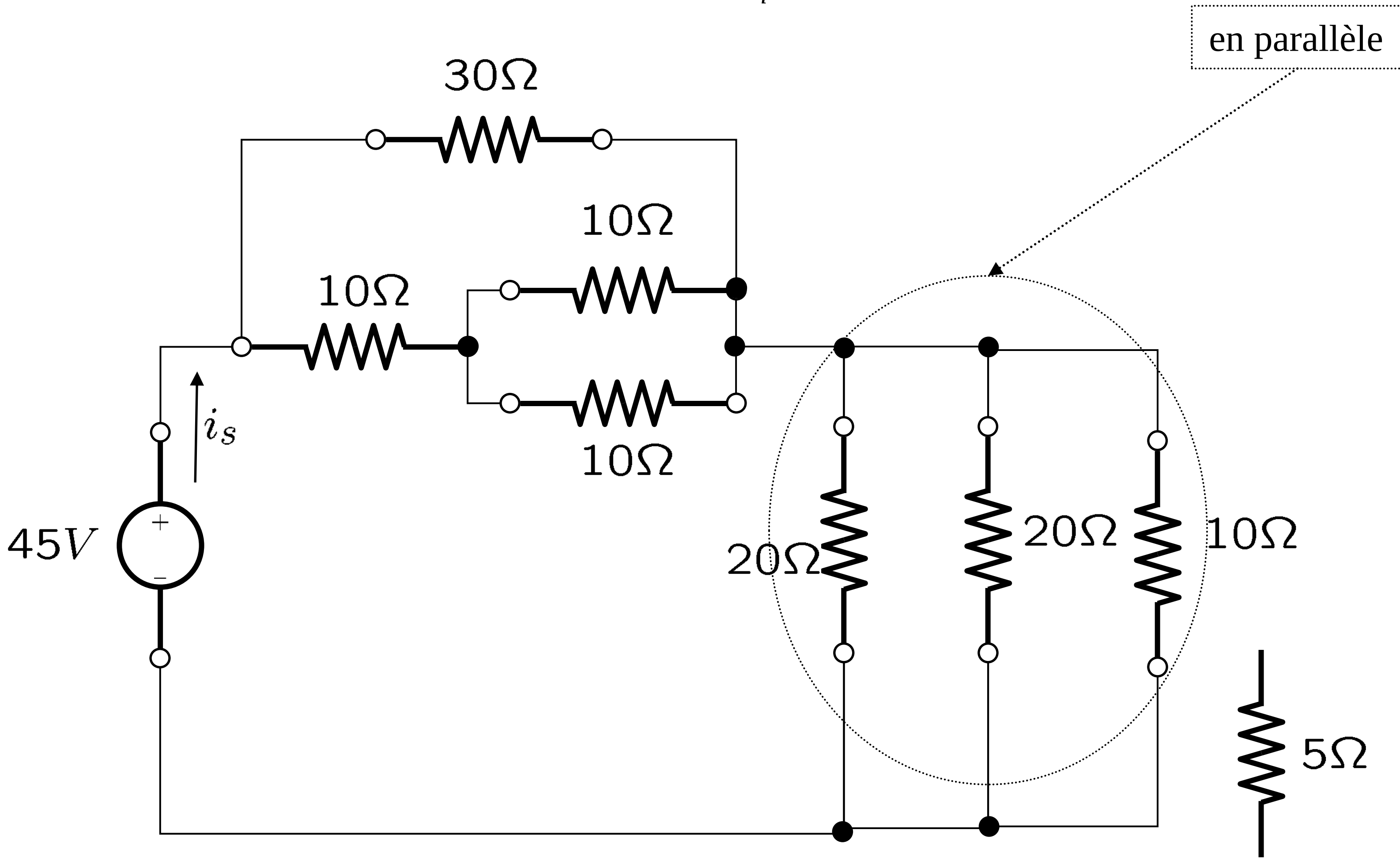


Solution : Comme pour l'exemple précédent, il faut transformer les résistances pour rendre le circuit plus facile à analyser. Le rendre plus accessible signifie faire les transformations nécessaires entre résistances série et résistances parallèle. Cela se fait à travers les circuits équivalents suivants.


en série
5Ω+5Ω=10Ω
30Ω
10Ω
10Ω
10Ω
45V
i_s
20Ω
20Ω
5Ω
5Ω
10Ω

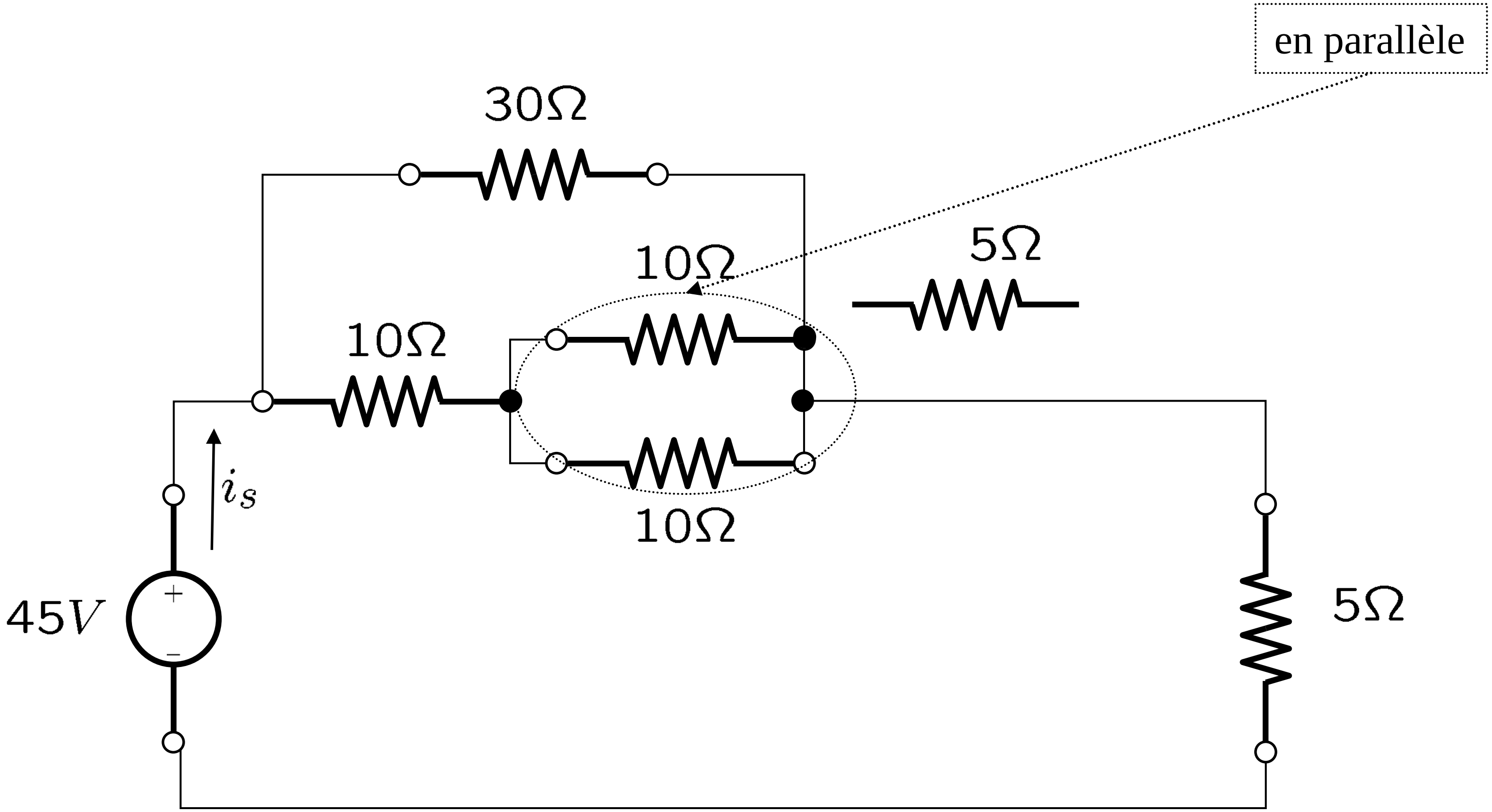
$$\frac{1}{20\Omega}+\frac{1}{20\Omega}+\frac{1}{10\Omega}=\frac{1}{R_{eq}}$$

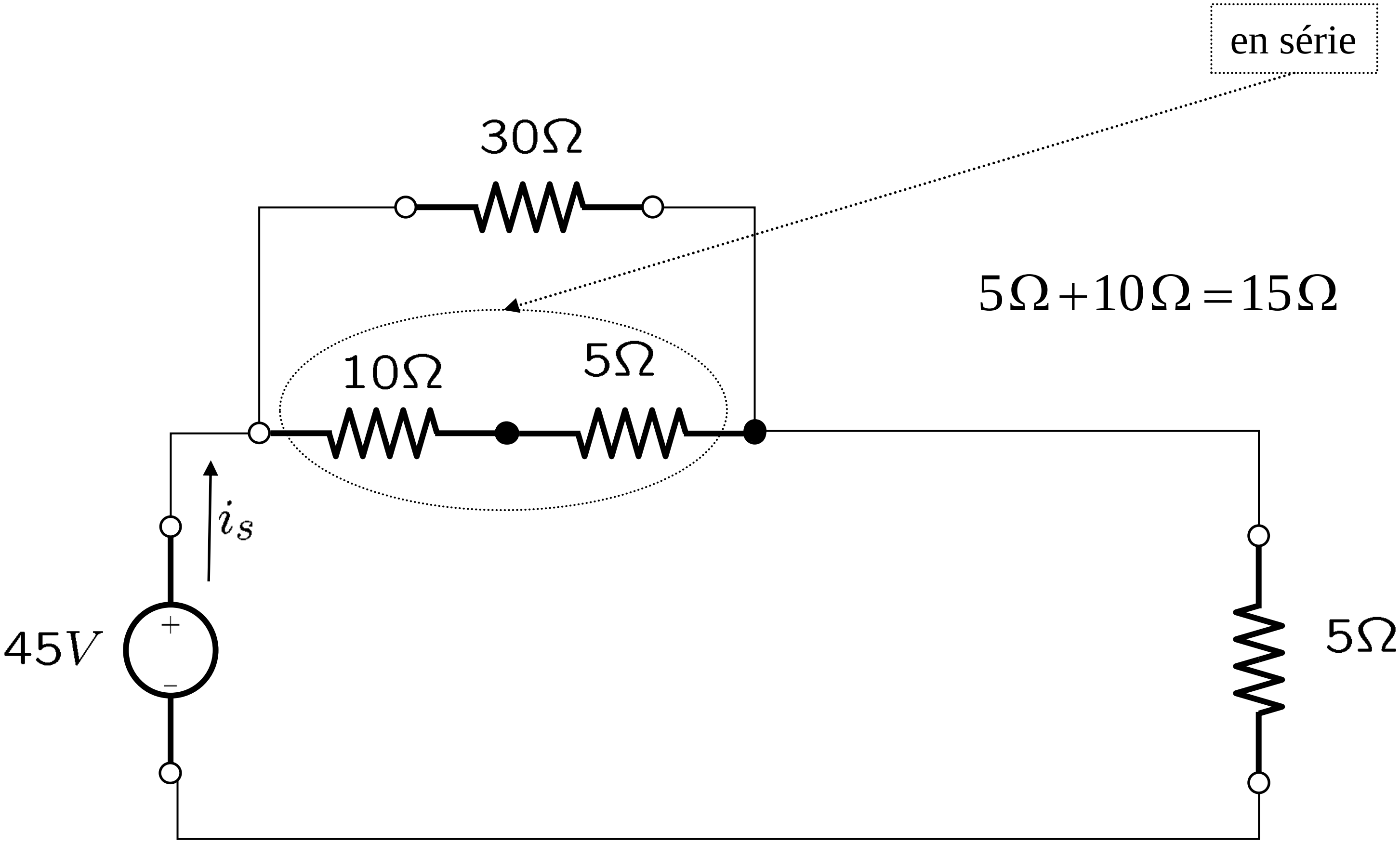
$$\frac{1+1+2}{20\Omega}=\frac{1}{R_{eq}} \quad \rightarrow \quad R_{eq}=5\Omega$$



$$\frac{1}{10\Omega}+\frac{1}{10\Omega}=\frac{1}{R_{eq}}$$

$$\frac{2}{10\Omega}=\frac{1}{R_{eq}} \quad \rightarrow \quad R_{eq}=5\Omega$$

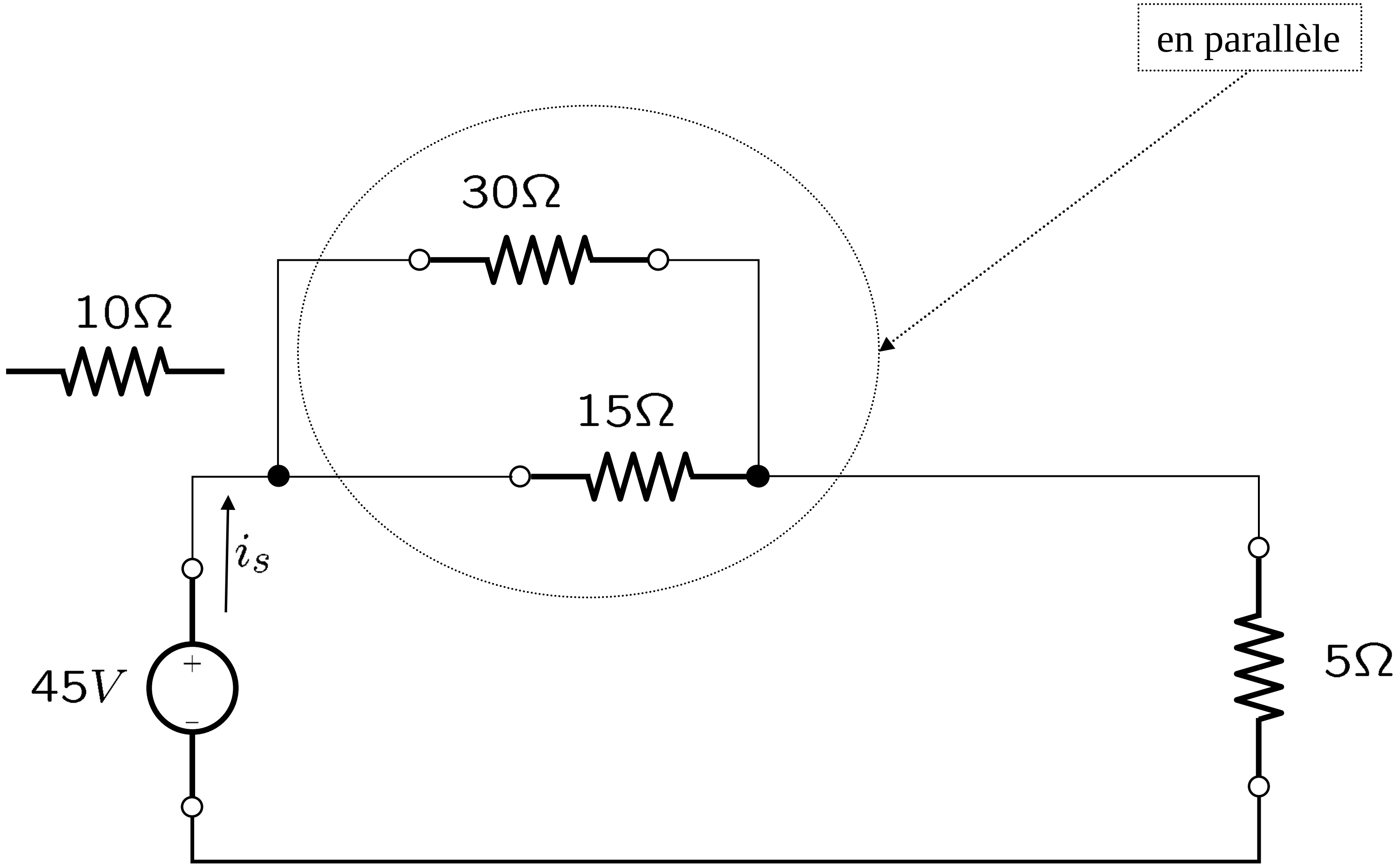


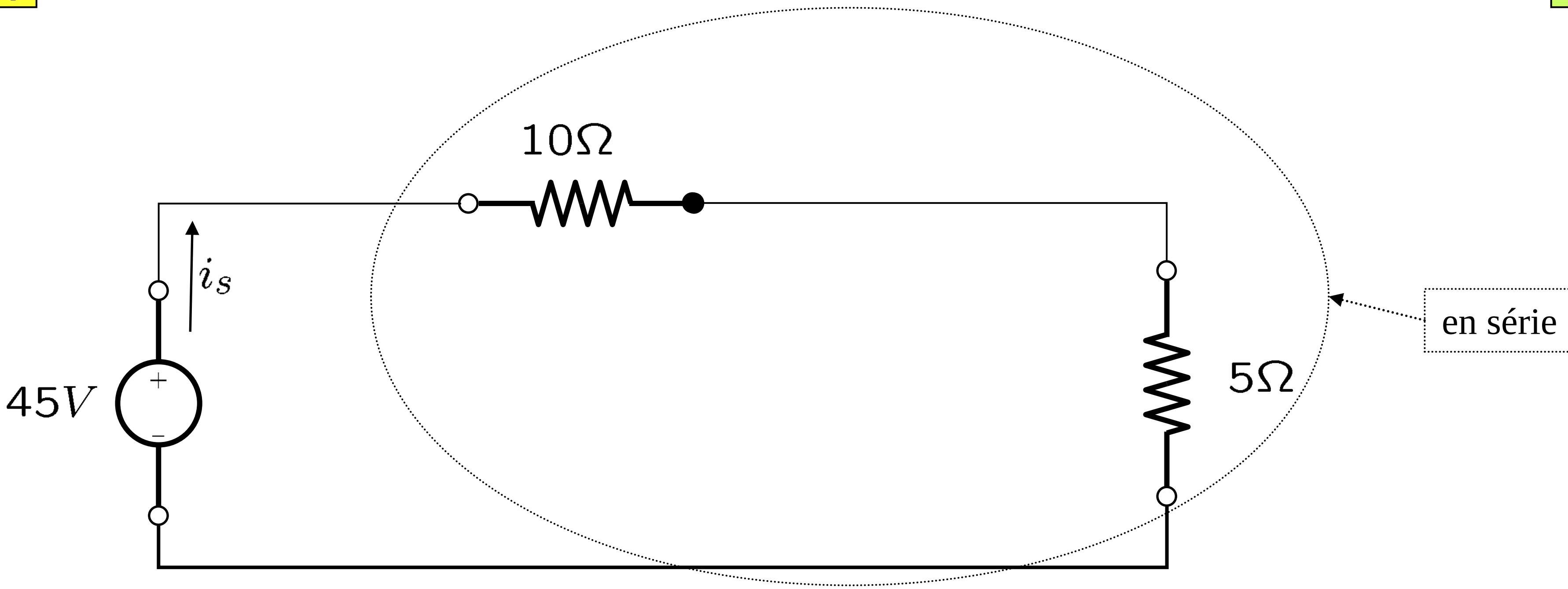


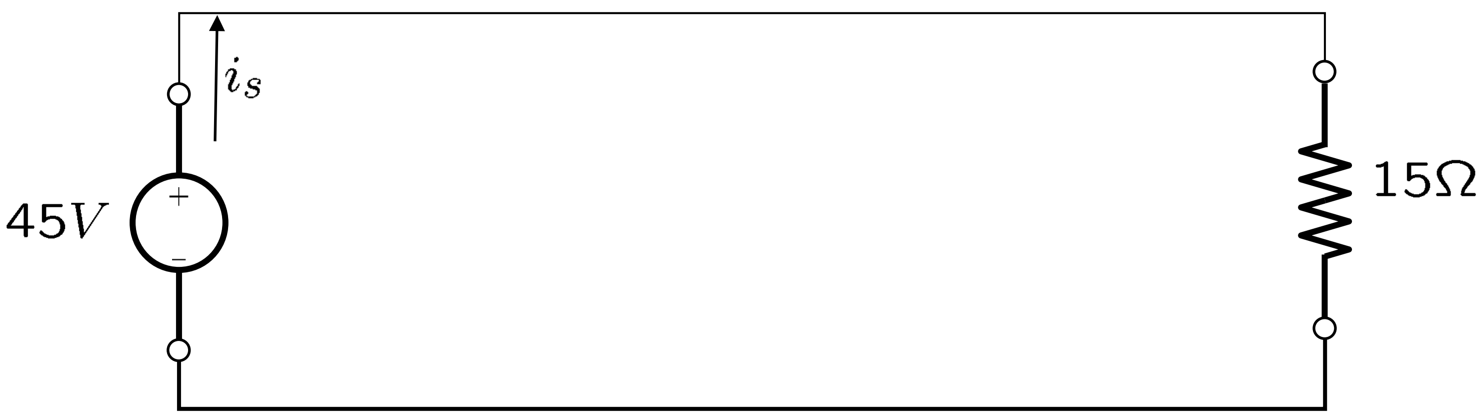
$$5\Omega + 10\Omega = 15\Omega$$

$$\frac{1}{30\Omega}+\frac{1}{15\Omega}=\frac{1}{R_{eq}}$$

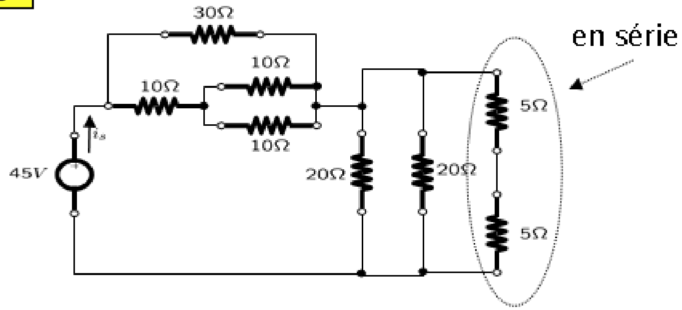
$$\frac{1+2}{30\Omega}=\frac{1}{R_{eq}} \quad \rightarrow \quad R_{eq}=10\Omega$$

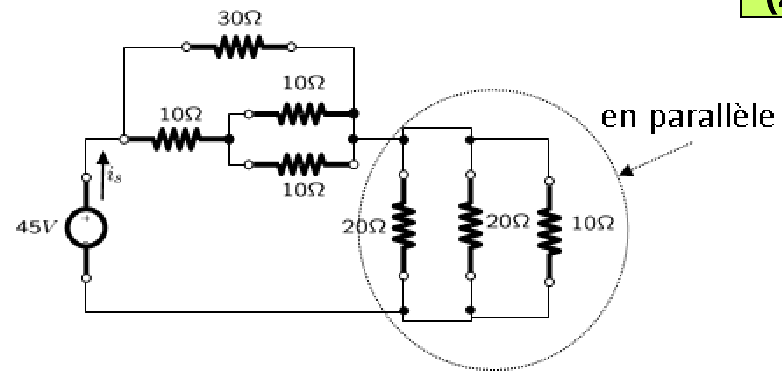


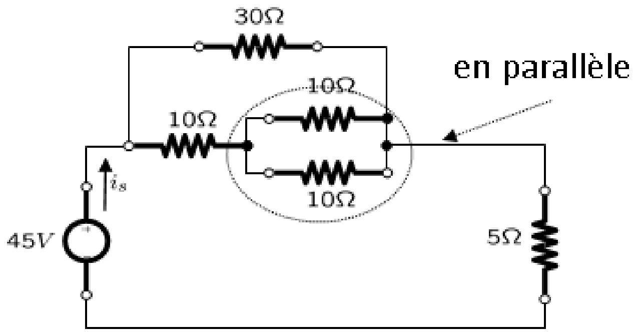


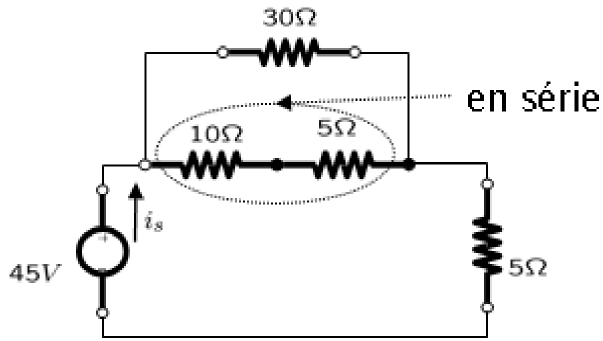


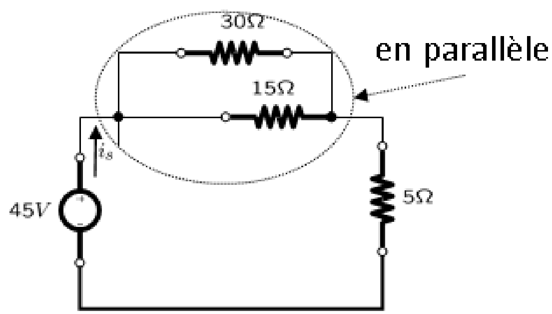
$$i_s = \frac{45}{15} = 3\text{A}$$

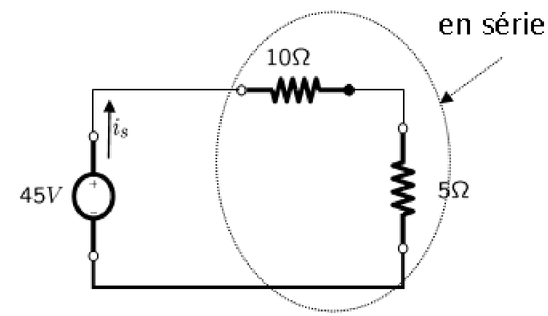


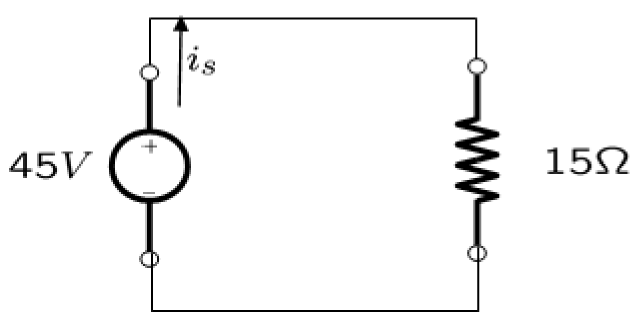






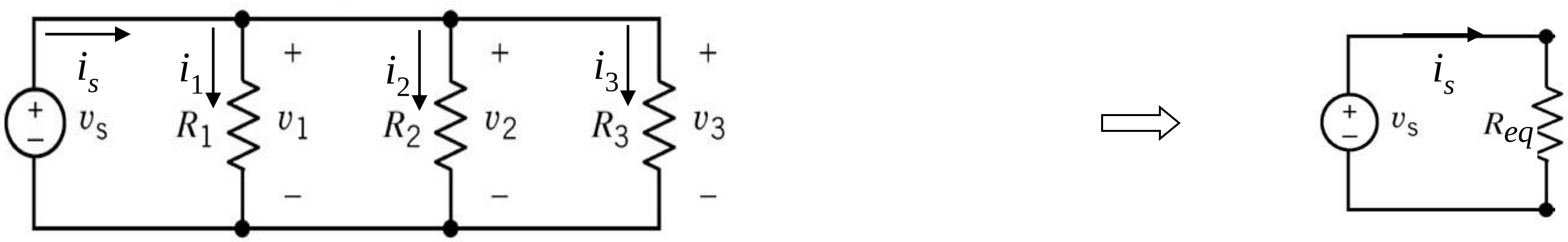






$$i_s = \frac{45}{15} = 3A$$

Exemple: Dans le circuit, les trois résistances en parallèle ont pour valeur respective 300 Ω, 200 Ω et 100 Ω. Le courant total qui circule dans le circuit est de 0.6 A. Déterminer la quantité de courant qui circule dans chacune des résistances.



Solution : La première étape est de déterminer **la résistance totale équivalente** du circuit :

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}$$

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{300}+\frac{1}{200}+\frac{1}{100}}$$

$$R_{eq} = \frac{1}{0.00333+0.005+0.01} = \frac{1}{0.01833} = 54.545\,\Omega$$

Puis d'utiliser le **diviseur de courant** :

$$i_1 = \left(\frac{R_{eq}}{R_1}\right)\times i_s = \frac{54.545}{300}0.6 = 0.109\text{ A}$$

$$i_2 = \left(\frac{R_{eq}}{R_2}\right)\times i_s = \frac{54.545}{200}0.6 = 0.164\text{ A}$$

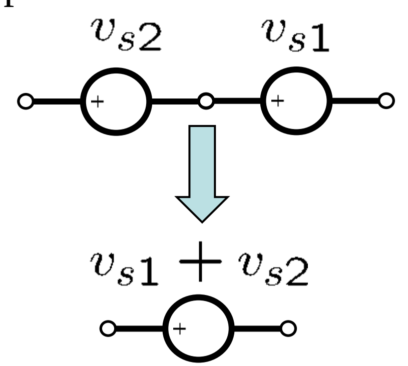
$$i_3 = \left(\frac{R_{eq}}{R_3}\right)\times i_s = \frac{54.545}{100}0.6 = 0.327\text{ A}$$

Combinaison de sources

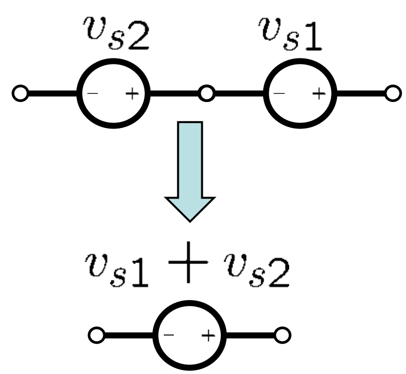
COMBINAISON DE SOURCES DE TENSION INDÉPENDANTES

Tensions avec la **même** polarité

$v_{s1} > 0$ et $v_{s2} > 0$

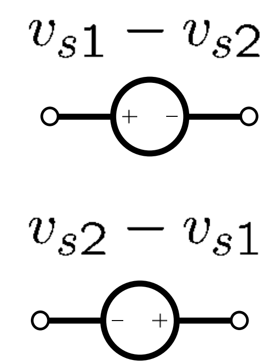


$v_{s1} < 0$ et $v_{s2} < 0$

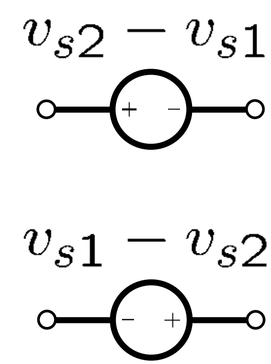


Tensions avec des polarités **différentes**

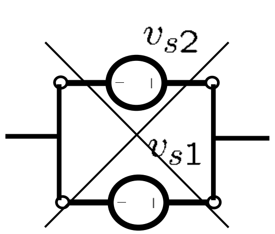
$v_{s1} > v_{s2}$



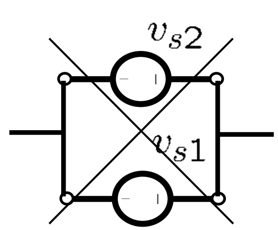
$v_{s2} > v_{s1}$



Pas de sources de tension en //

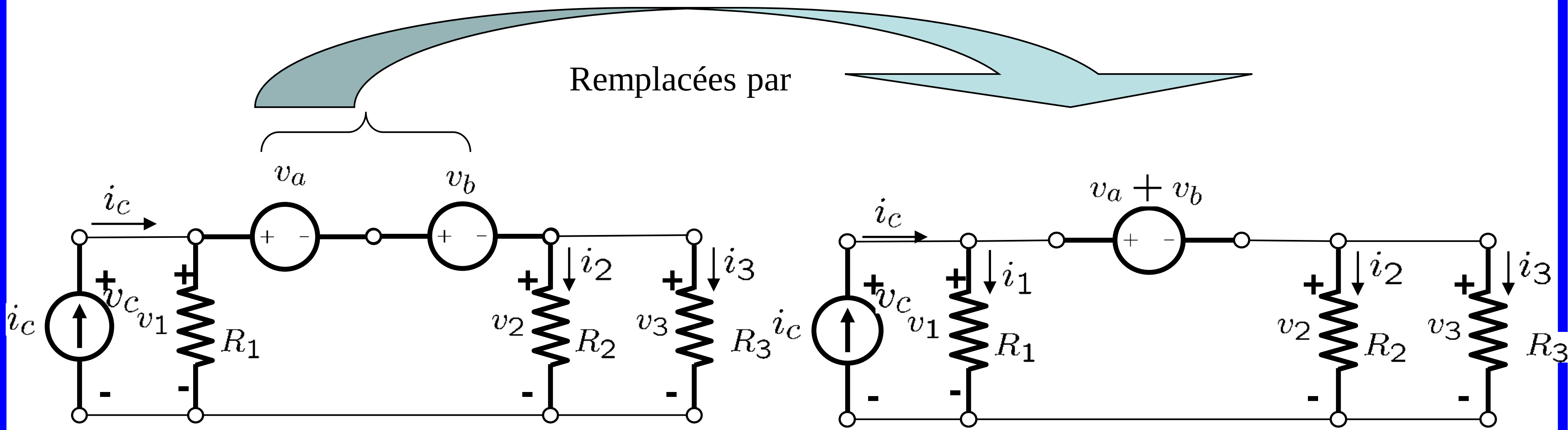


v_T = ???



v_T = ???

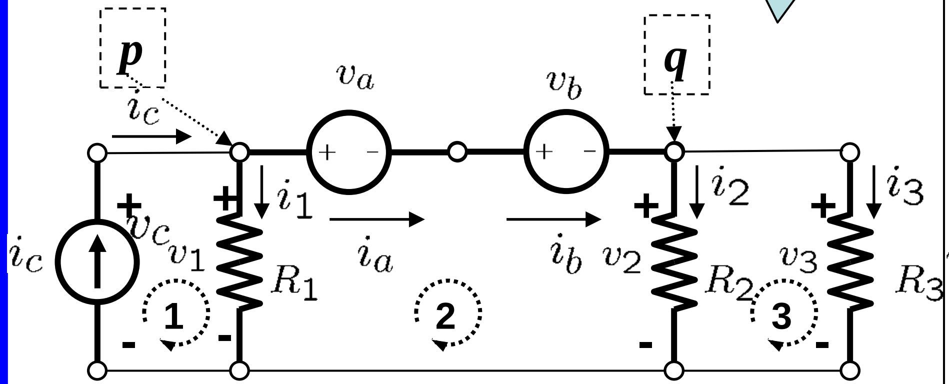
COMBINAISON DE SOURCES DE TENSION INDÉPENDANTES

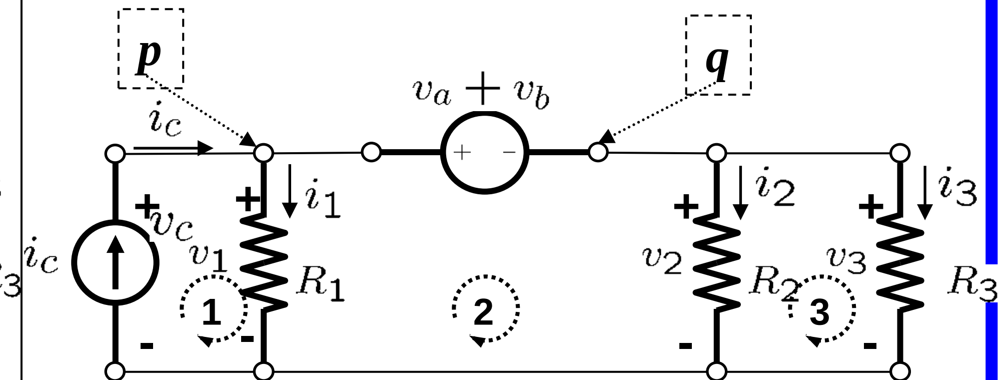


Les deux circuits sont **identiques**

COMBINAISON DE SOURCES DE TENSION INDÉPENDANTES

Les deux circuits sont **identiques ?**





$$i_a = i_b$$

LKC au nœud *p*

$$i_c = i_1 + i_a$$

$$i_c = \frac{v_1}{R_1} + i_a$$

LKC au nœud *q*

$$i_b = i_2 + i_3$$

$$i_b = \frac{v_2}{R_2} + \frac{v_3}{R_3}$$

LKT à la boucle 1 $\quad -v_c + v_1 = 0$

LKT à la boucle 2 $\quad -v_1 + v_a + v_b + v_2 = 0$

LKT à la boucle 3 $\quad -v_2 + v_3 = 0$

KCL au nœud *p*

$$i_c = i_1 + i_a$$

$$i_c = \frac{v_1}{R_1} + i_a$$

KCL au nœud *q*

$$i_b = i_2 + i_3$$

$$i_b = \frac{v_2}{R_2} + \frac{v_3}{R_3}$$

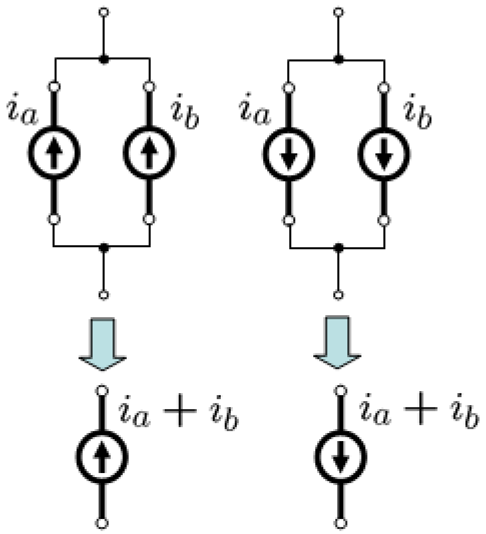
KVL à la boucle 1 $\quad -v_c + v_1 = 0$

KVL à la boucle 2 $\quad -v_1 + v_a + v_b + v_2 = 0$

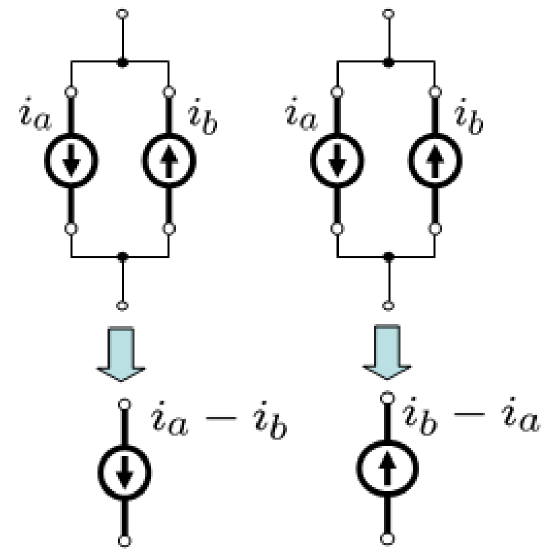
KVL à la boucle 3 $\quad -v_2 + v_3 = 0$

COMBINAISON DE SOURCES DE COURANT INDÉPENDANTES

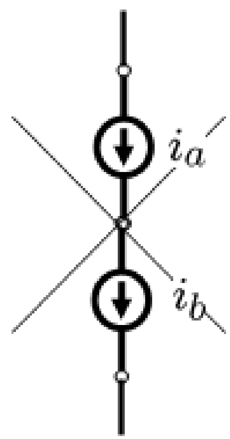
Courants avec la **même** direction



Courants avec des directions **différentes**



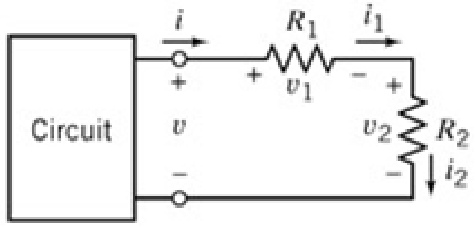
Pas de sources de courant en série

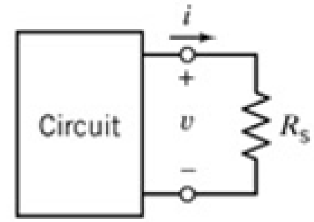


i_T = ???

Combinaison de composants : résumé

Résistances en série

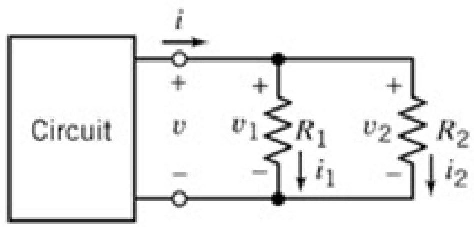


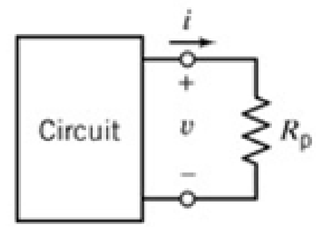


$$i = i_1 = i_2,\ v_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2}\, v, \quad \text{and} \quad v_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_s = R_1 + R_2 \quad \text{and} \quad v = R_s i$$

Résistances en parallèle

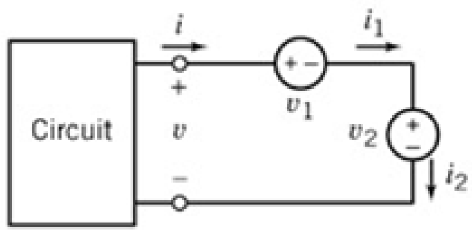


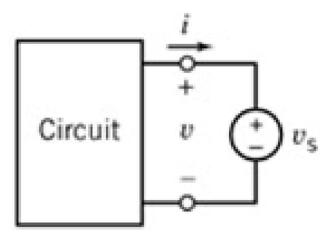


$$v = v_1 = v_2,\ i_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2}\, i, \quad \text{and} \quad i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{and} \quad v = R_p i$$

Sources de tension série

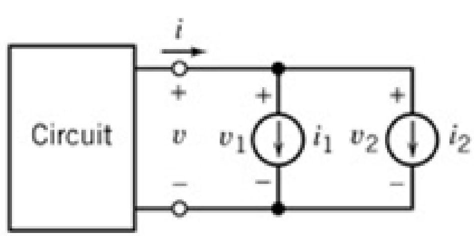


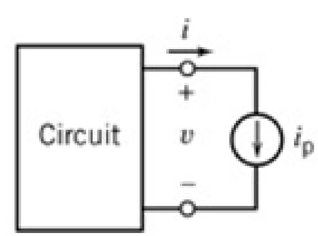


$$i = i_1 = i_2 \quad \text{and} \quad v = v_1 + v_2$$

$$v_s = v_1 + v_2$$

Sources de courant parallèle





$$v = v_1 = v_2 \quad \text{and} \quad i = i_1 + i_2$$

$$i_p = i_1 + i_2$$

Merci de votre attention

Fin du chapitre 2