Chapitre 5

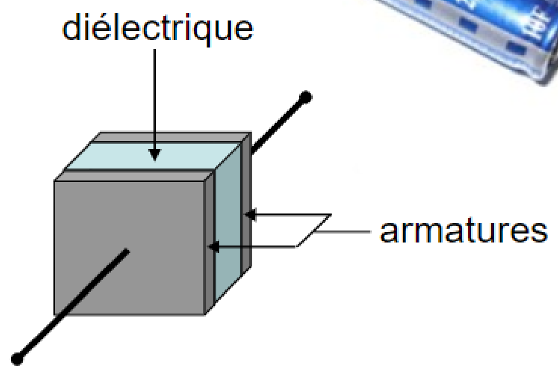
Éléments de stockage d'énergie

Éléments de stockage d'énergie :

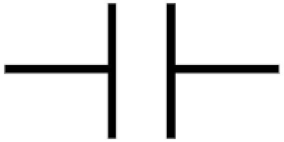
Condensateurs et inductances

Condensateurs

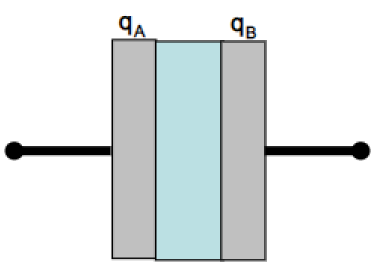
Description d'un condensateur

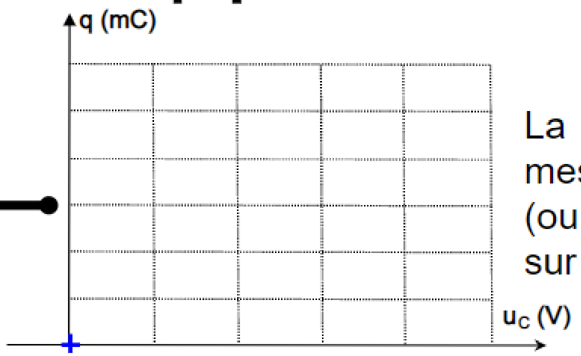


Un condensateur est constitué de deux plaques conductrices en regard appelées armatures, séparées par un isolant électrique nommé diélectrique.

Son symbole est : 

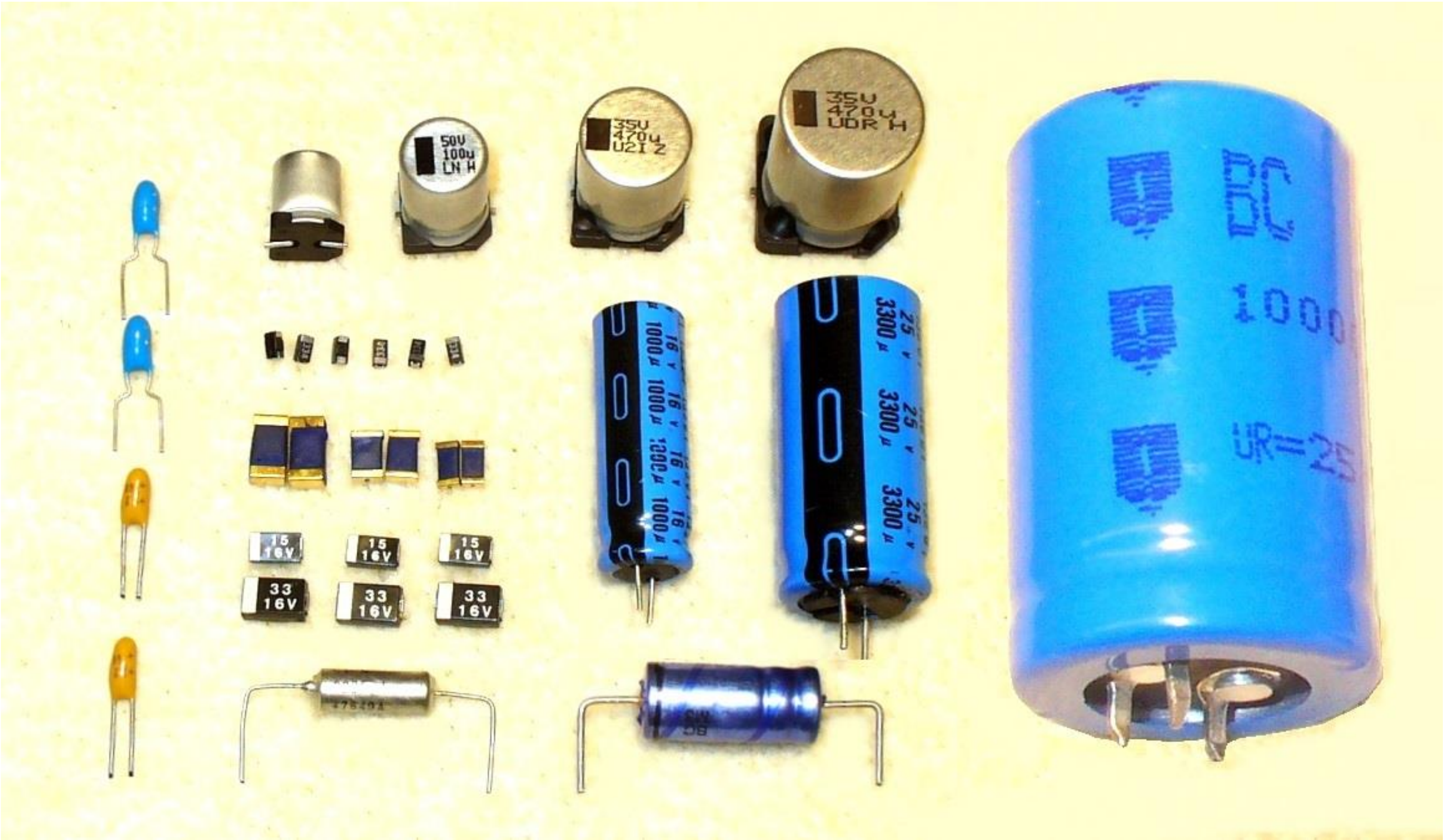
Un condensateur est caractérisé par sa capacité C exprimée en farads (F).





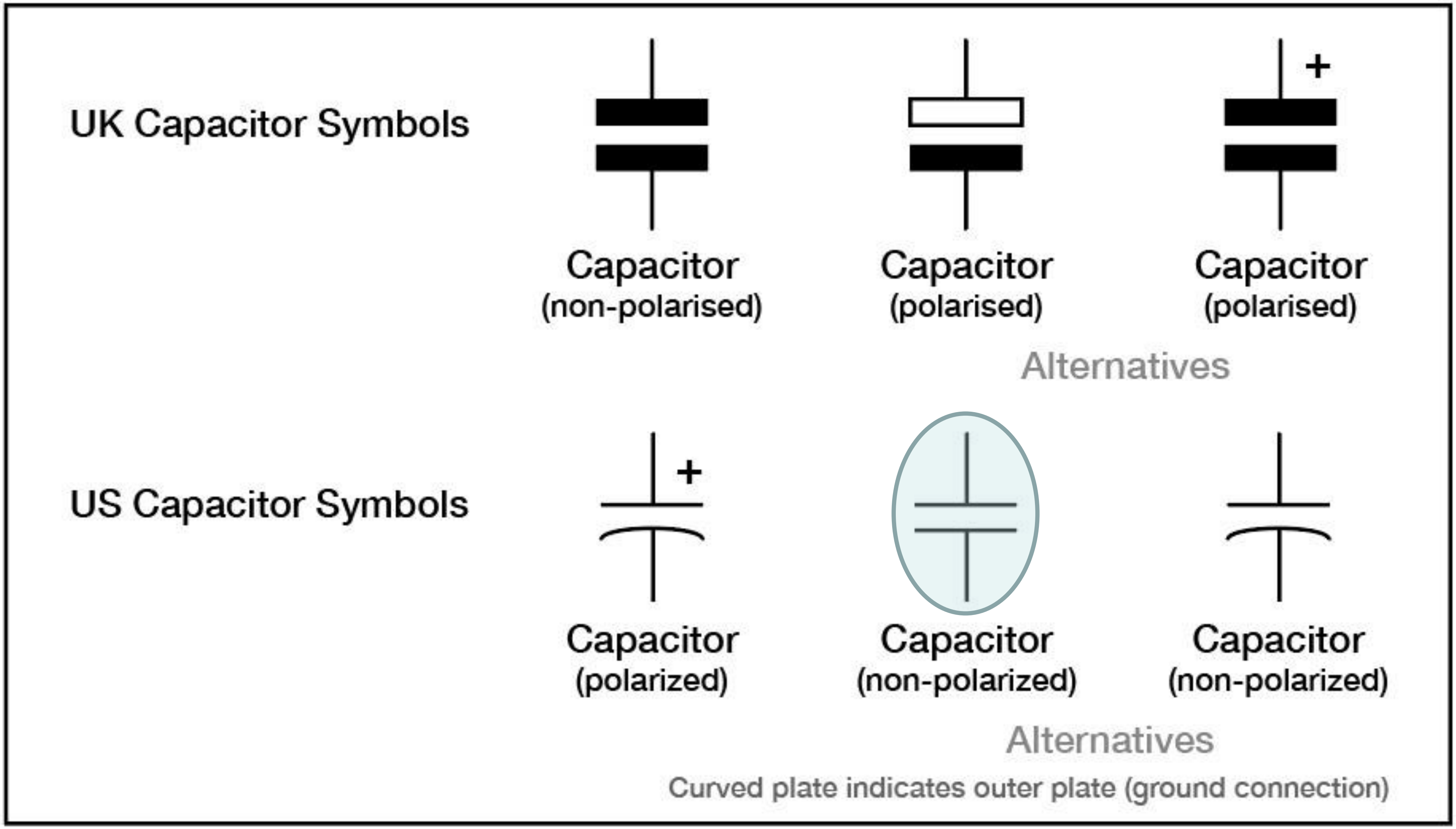
La capacité C d'un condensateur mesure son aptitude à emmagasiner (ou stocker) des charges électriques sur ses armatures.

Condensateurs



https://en.wikipedia.org/wiki/Electrolytic_capacitor#/media/File:Electrolytic_capacitors-P1090328.JPG

Condensateurs

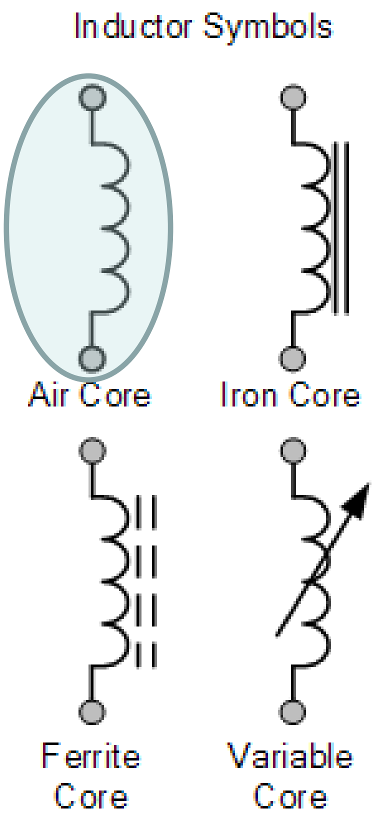


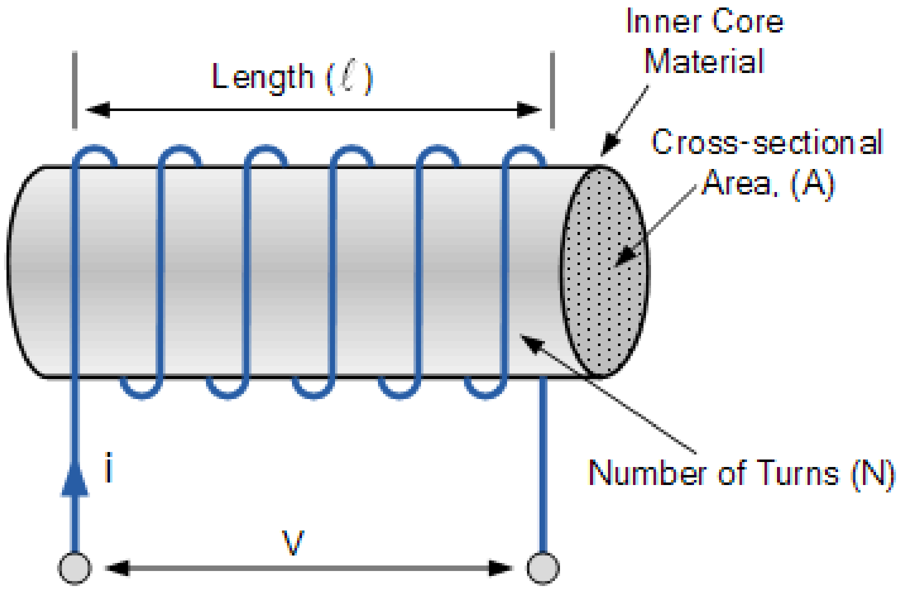
https://canada.newark.com/capacitor-types-and-performance

Inductances

https://en.wikipedia.org/wiki/Inductor

Inductances





https://www.electronics-tutorials.ws/inductor/inductor.html

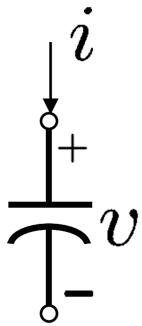
Éléments de stockage d'énergie :

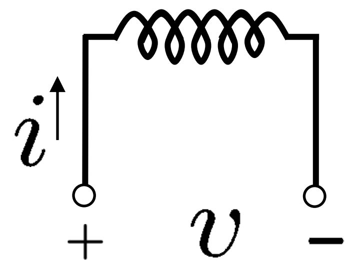
Capacités - Inductances

$$q = Cv$$

$$N\phi = Li$$

$$i = \frac{dq}{dt}$$





$$v = N\frac{d\phi}{dt}$$

$$i = C\frac{dv}{dt}$$

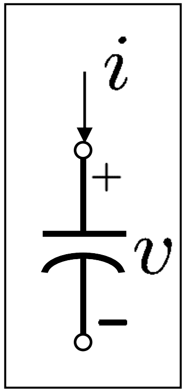
$$v = L\frac{di}{dt}$$

- UNITÉS : FARAD
- Relation dépendante du temps !!

- UNITÉS : HENRY
- Relation dépendante du temps !!

Capacités : éléments de stockage d’énergie

$$i = C\frac{dv}{dt}$$



$$v(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(\tau)d\tau$$

$$v(t) = \underbrace{\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t_0} i(\tau)d\tau}_{} + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(\tau)d\tau$$

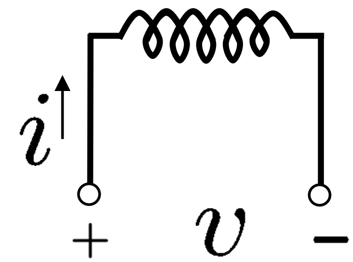
$$t = t_0$$

$$v(t_0)$$

Capacité : Valeur initiale de la **tension**

Inductances : éléments de stockage d'énergie

$$v = L\frac{di}{dt}$$



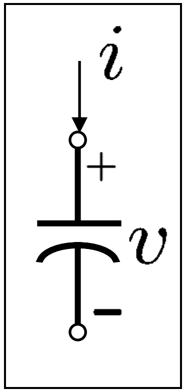
$$i(t) = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} v(\tau)d\tau$$

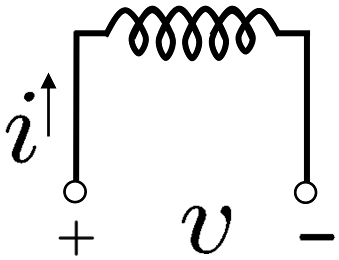
$$i(t) = \underbrace{\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t_0} v(\tau)d\tau}_{i(t_0)} + \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} v(\tau)d\tau$$

Inductance : Valeur initiale du **courant**

Éléments de stockage d'énergie : Capacités et Inductances

$$v(t) = v(t_0) + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(\tau)d\tau$$





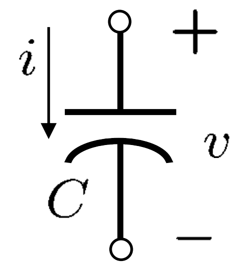
$$i(t) = i(t_0) + \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} v(\tau)d\tau$$

Relations similaires !!

Puissance emmagasinée dans les condensateurs et inductances

Capacités - stockage d'énergie : *Calcul de l'énergie emmagasinée*

Puissance = énergie par unité de temps



$$\boxed{p = vi}$$

Delà, pour un temps donné t

$$w_C(t) = \int_{-\infty}^{t} p\,dt = \int_{-\infty}^{t} (vi)\,d\tau$$

Capacités - stockage d'énergie : *Calcul de l'énergie emmagasinée*

$$w_c(t) = \int_{-\infty}^{t} p dt = \int_{-\infty}^{t} (vi) d\tau$$

Comme $i = C\frac{dv}{dt}$

Alors $w_c(t) = \int_{-\infty}^{t} (vC\frac{dv}{d\tau}) d\tau$

$$w_c(t) = \int_{v(-\infty)}^{v(t)} vCdv$$

$$w_c(t) = \frac{1}{2}Cv^2\Big|_{v(-\infty)}^{v(t)}$$

Capacités - stockage d'énergie : *Calcul de l'énergie emmagasinée*

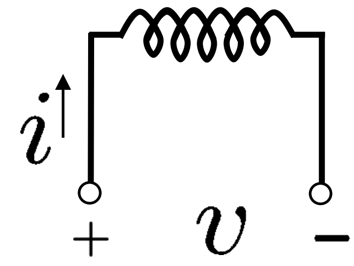
En assumant que $v(-\infty) = 0$

$$w_C(t) = \frac{1}{2} C v(t)^2 \qquad \text{Joules (J)}$$

Inductances - stockage d'énergie : *Calcul de l'énergie emmagasinée*

Puissance = énergie par unité de temps

$$\boxed{p = vi}$$

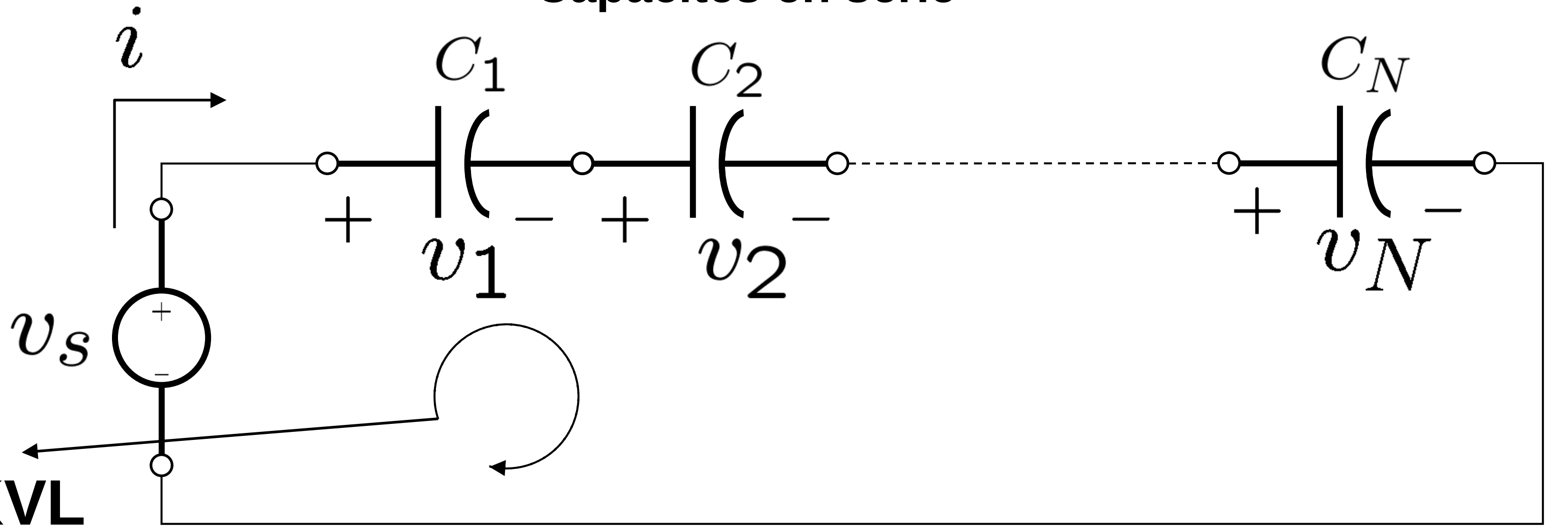


Delà, pour un temps donné $\boldsymbol{t}$

$$w_L(t) = \frac{1}{2}Li(t)^2$$

Combinaison de condensateurs

Capacités en série



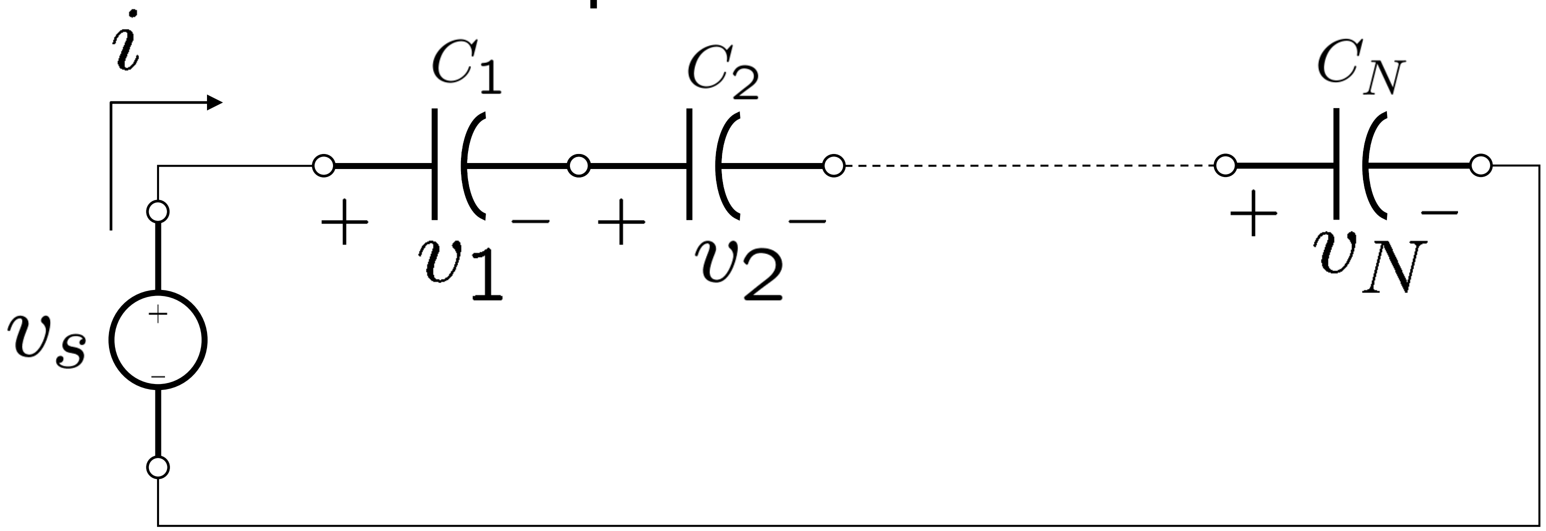
KVL

$$v_s = v_1 + v_2 + \cdots + v_N$$

$$\left.\begin{aligned} v_1 &= \frac{1}{C_1}\int_{-\infty}^{t} i(\tau)d\tau \\ v_2 &= \frac{1}{C_2}\int_{-\infty}^{t} i(\tau)d\tau \\ &\vdots \\ v_N &= \frac{1}{C_N}\int_{-\infty}^{t} i(\tau)d\tau \end{aligned}\right\}$$

$$v_s = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_N}\right)\int_{-\infty}^{t} i(\tau)d\tau$$

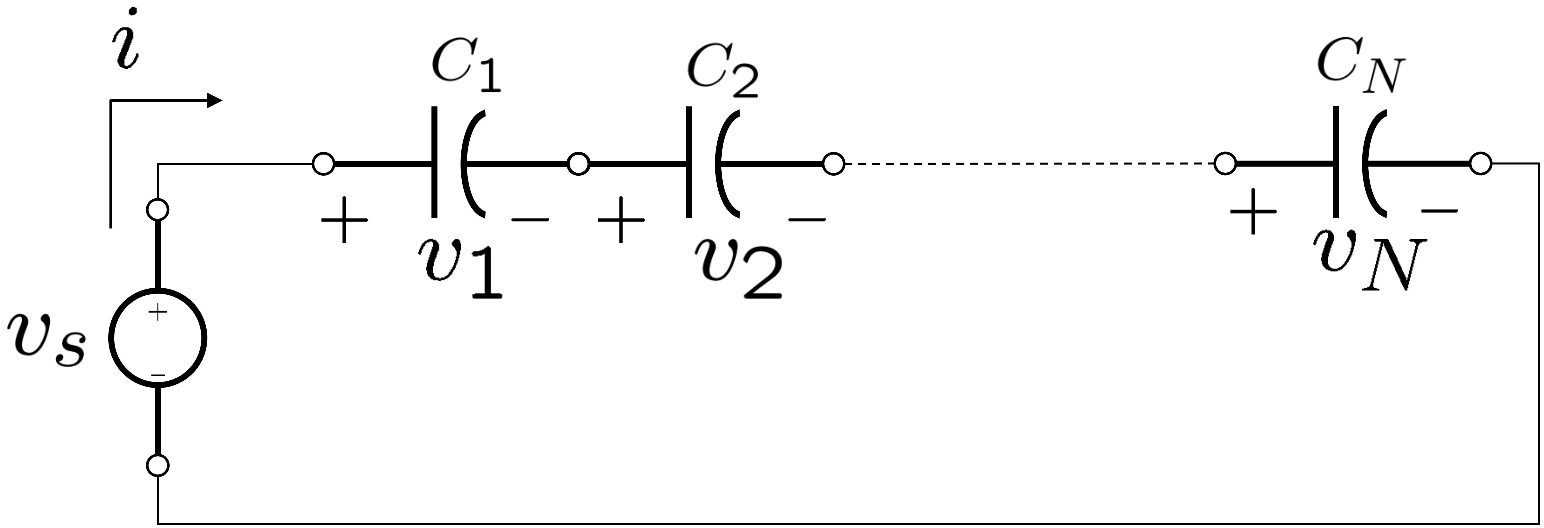
Capacités en série



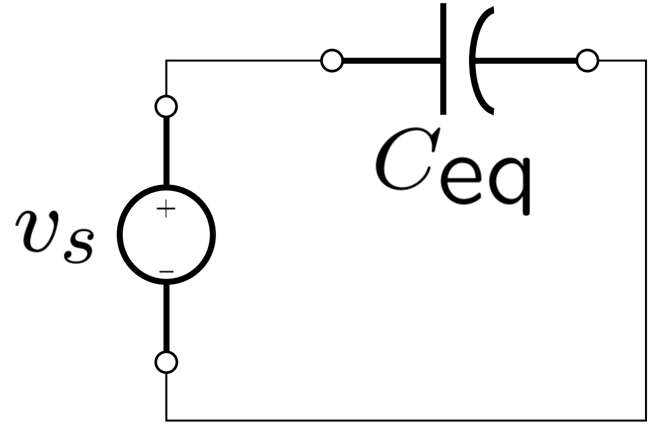
$$v_s = \underbrace{\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_N}\right)}_{\frac{1}{C_{\text{eq}}}} \int_{-\infty}^{t} i(\tau)\,d\tau$$

$$\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_N}\right)$$

Capacités en série

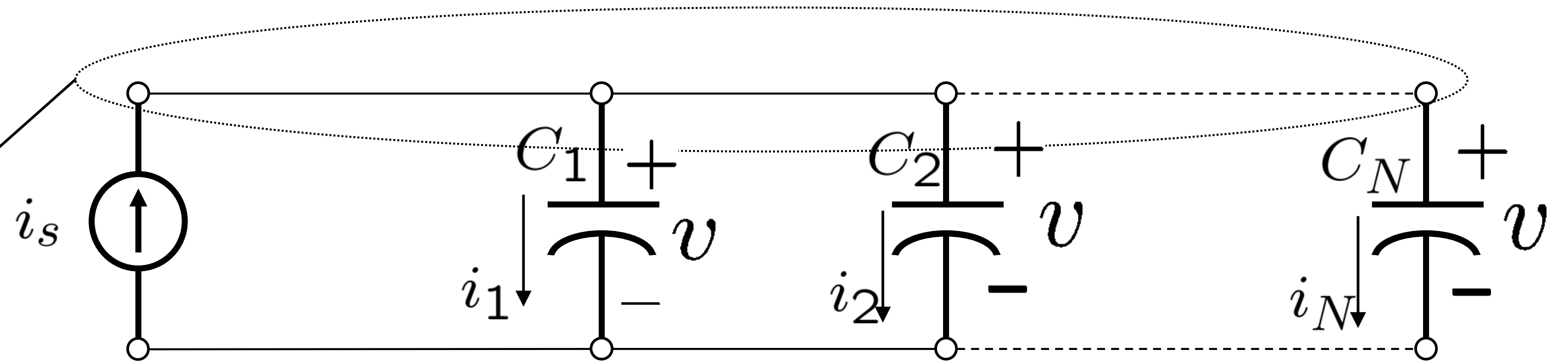


$$\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_N}\right)$$



Les **capacités en série** se comportent comme des **résistances en parallèle**

Capacités en parallèle



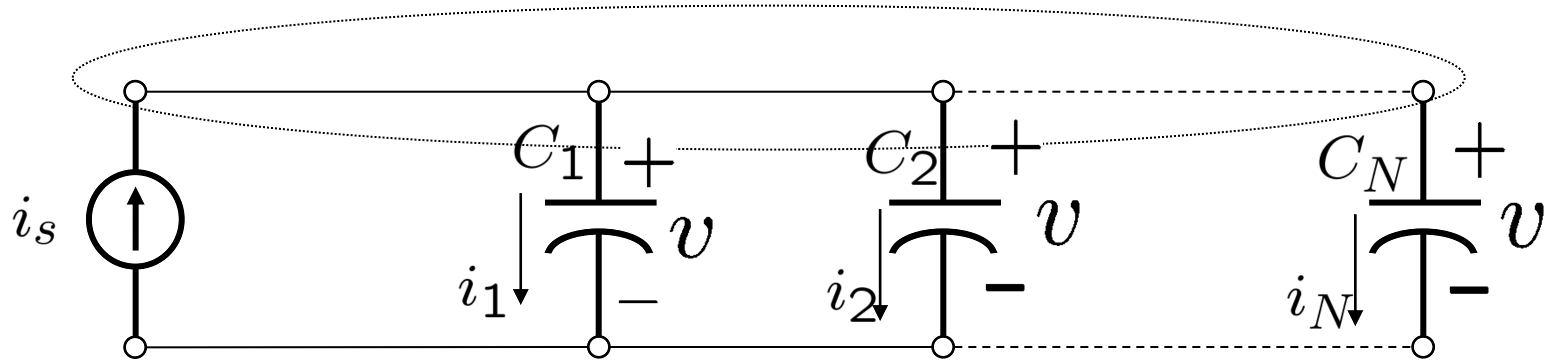
LKC

$$i_s = i_1 + i_2 + \cdots + i_N$$

$$\left.\begin{aligned} i_1 &= C_1 \frac{dv}{dt} \\ i_2 &= C_2 \frac{dv}{dt} \\ i_N &= C_N \frac{dv}{dt} \end{aligned}\right\}$$

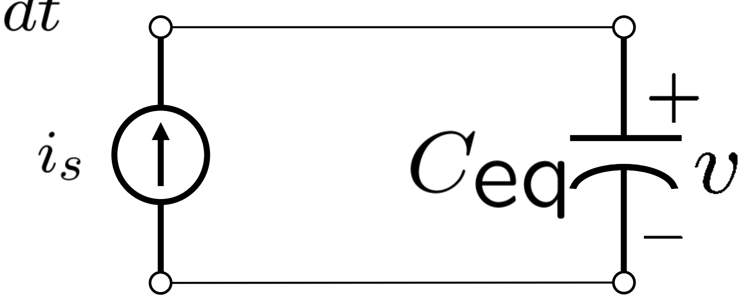
$$i_s = (C_1 + C_2 + \cdots + C_N)\,\frac{dv}{dt}$$

Capacités en parallèle

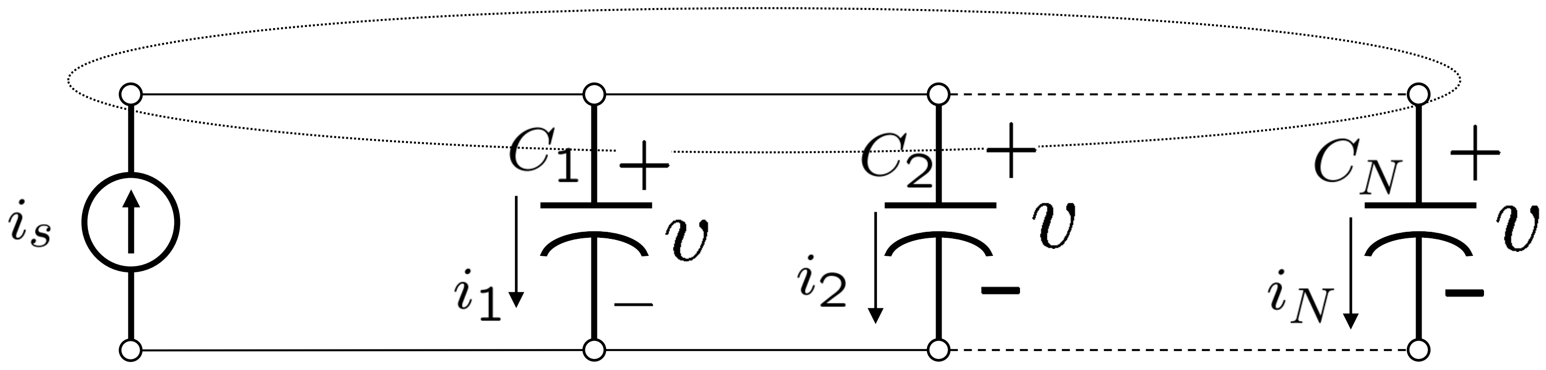


$$i_s = \underbrace{(C_1 + C_2 + \cdots + C_N)}_{C_{\text{eq}}} \frac{dv}{dt}$$

$$i_s = C_{\text{eq}} \frac{dv}{dt}$$



Capacités en parallèle



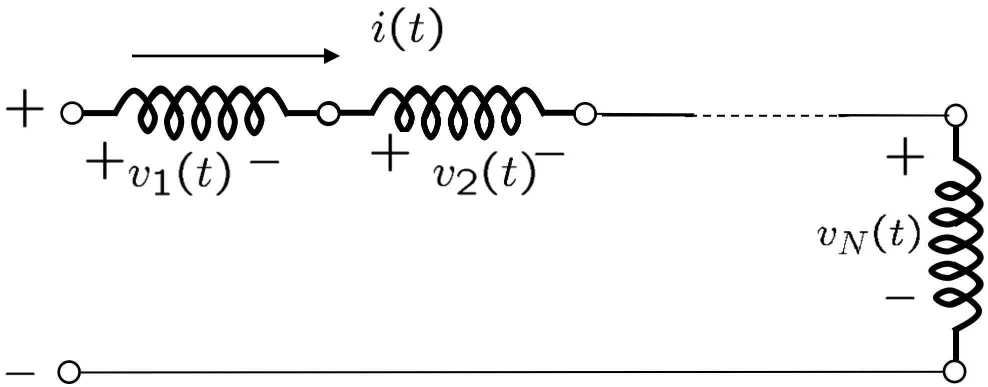
Capacités en parallèle :

On les additionne !!

Les **capacités en parallèle** se comportent comme des **résistances en série**

Combinaison d’inductances

Inductances en série

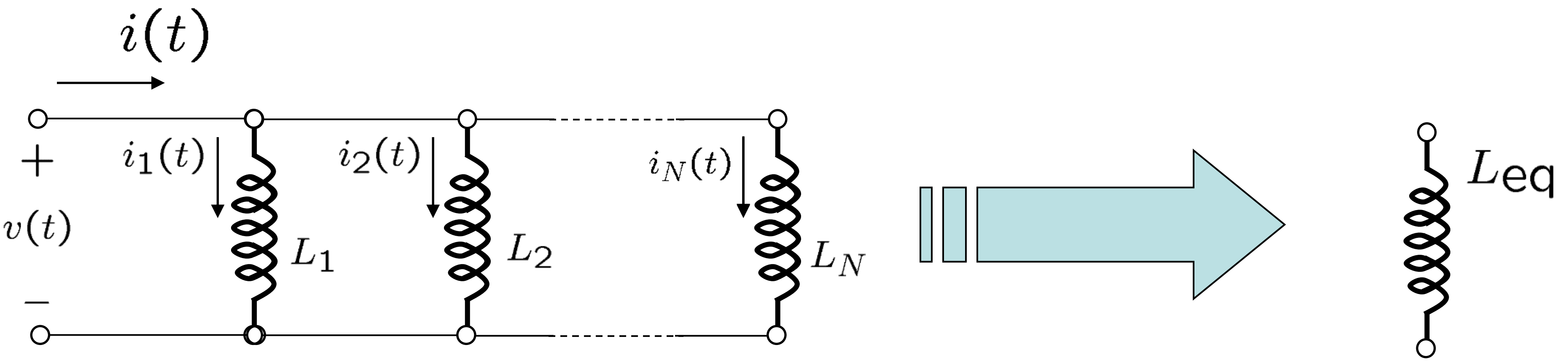


$$
\begin{aligned}
v(t) &= v_1(t) + v_2(t) + \cdots + v_N(t) \\
&= L_1 \frac{di(t)}{dt} + L_2 \frac{di(t)}{dt} \cdots + L_N \frac{di(t)}{dt} \\
&= (L_1 + L_2 + \cdots + L_N) \frac{di(t)}{dt} \\
&= L_{\text{eq}} \frac{di(t)}{dt}
\end{aligned}
\Rightarrow \quad L_{\text{eq}} = (L_1 + L_2 + \cdots + L_N)
$$

Les **inductances en série** se comportent comme des

résistances en série

Inductances en parallèle



$$
\begin{aligned}
i(t) &= i_1(t) + i_2(t) + \cdots + i_N(t) \\
&= \frac{1}{L_1}\int_{-\infty}^{t} v(\tau)d\tau + \frac{1}{L_2}\int_{-\infty}^{t} v(\tau)d\tau \cdots + \frac{1}{L_N}\int_{-\infty}^{t} v(\tau)d\tau \\
&= \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + + \cdots + \frac{1}{L_N}\right)\int_{-\infty}^{t} v(\tau)d\tau \\
&= \frac{1}{\mathrm{Leq}}\int_{-\infty}^{t} v(\tau)d\tau
\end{aligned}
\quad \Rightarrow \quad \mathrm{Leq} = \frac{1}{\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \cdots + \frac{1}{L_N}}
$$

Les **capacités en parallèle** se comportent comme des **résistances en parallèle**

Éléments de stockage d’énergie :

Circuits de commutation

Conditions Initiales dans les circuits de commutation

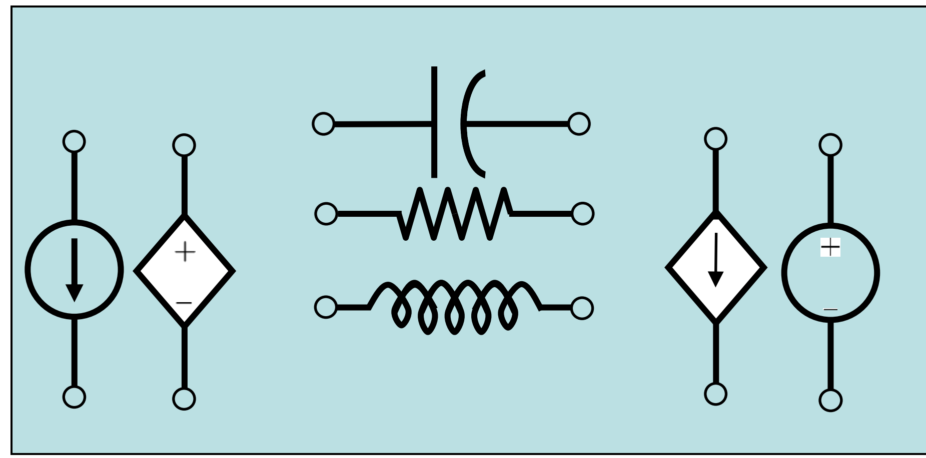
Ce type de circuits contient *au moins un* élément de stockage :

capacité ou inductance

Qu’est-ce qu’un circuit de commutation ?

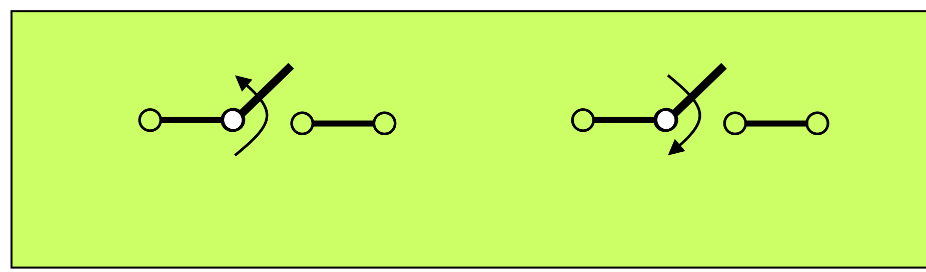
Conditions Initiales dans les circuits de commutation

Un circuit de commutation est un circuit contenant les éléments déjà discutés



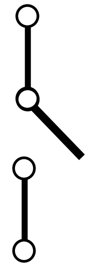
+

Un élément commutateur



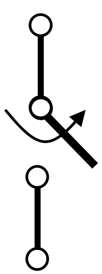
Conditions Initiales dans les circuits de commutation

$$t = t_0$$



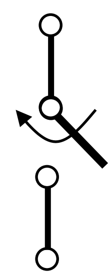
S’ouvre

$$t = t_0$$



Se ferme

$$t = t_0$$



Objectif :

Analyser le circuit en fonction du temps e.g.,

Calculer les tensions, courants, puissances … en fonction de *t*.

On doit alors connaitre (déterminer) les conditions du circuit

Juste AVANT

que l’interrupteur soit *Fermé* ou *ouvert*

ET

Juste APRÈS

que l’interrupteur soit *Fermé* ou *ouvert*

Pourquoi ?

Nous avons à faire à des circuits dépendants du temps !

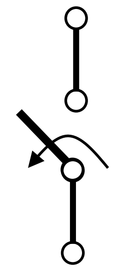
$$i = C\frac{dv}{dt} \qquad\qquad v = L\frac{di}{dt}$$

Les équations entre tensions et courants sont donc des équations

… intégro-différentielles !

Il faut donc connaitre les conditions initiales !!!!

Conditions Initiales dans les circuits de commutation : *Ouverture*



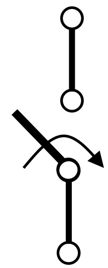
$t = t_0$

AVANT $t = t_0^-$	APRÈS $t = t_0^+$
$t \leq t_0$	$t > t_0$

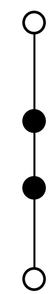
Était un
COURT-CIRCUIT
ON

Devient un
CIRCUIT OUVERT
OFF

Conditions Initiales dans les circuits de commutation : *Fermeture*



$t = t_0$

AVANT $t = t_0^-$	**APRÈS** $t = t_0^+$
	
$t \leq t_0$	$t > t_0$
Était un **CIRCUIT OUVERT** ***<u>OFF</u>***	**Devient un** **COURT-CIRCUIT** ***<u>ON</u>***

QUESTION :

Quelle est la valeur

de la tension ou du courant

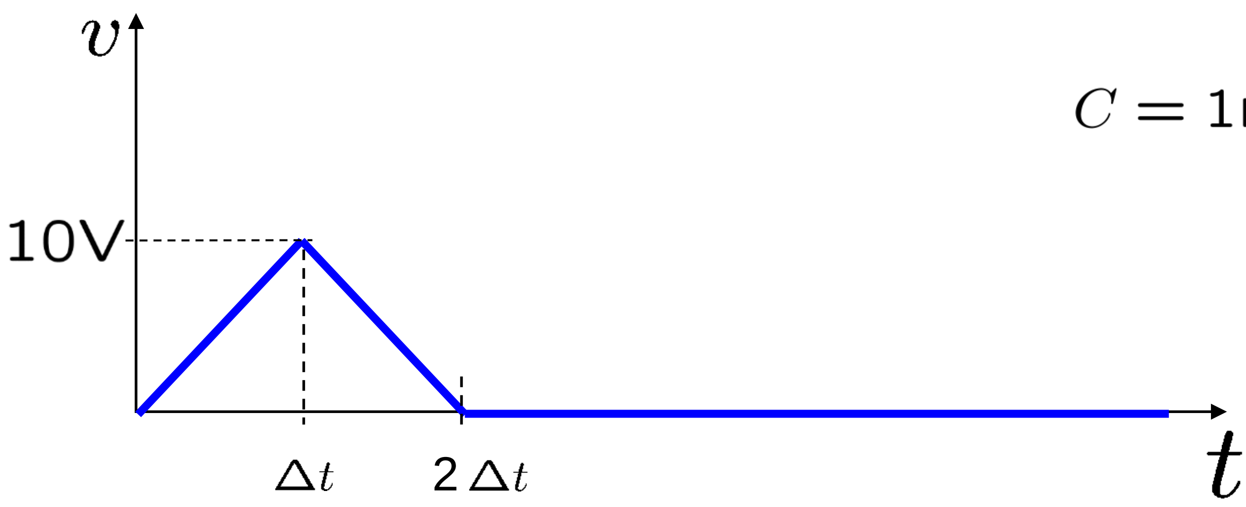
dans un circuit de commutation

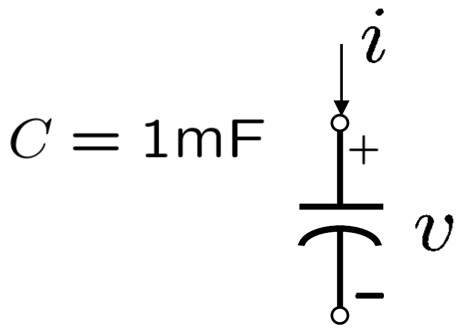
juste **avant** ou juste **après**

l'ouverture ou la **fermeture**

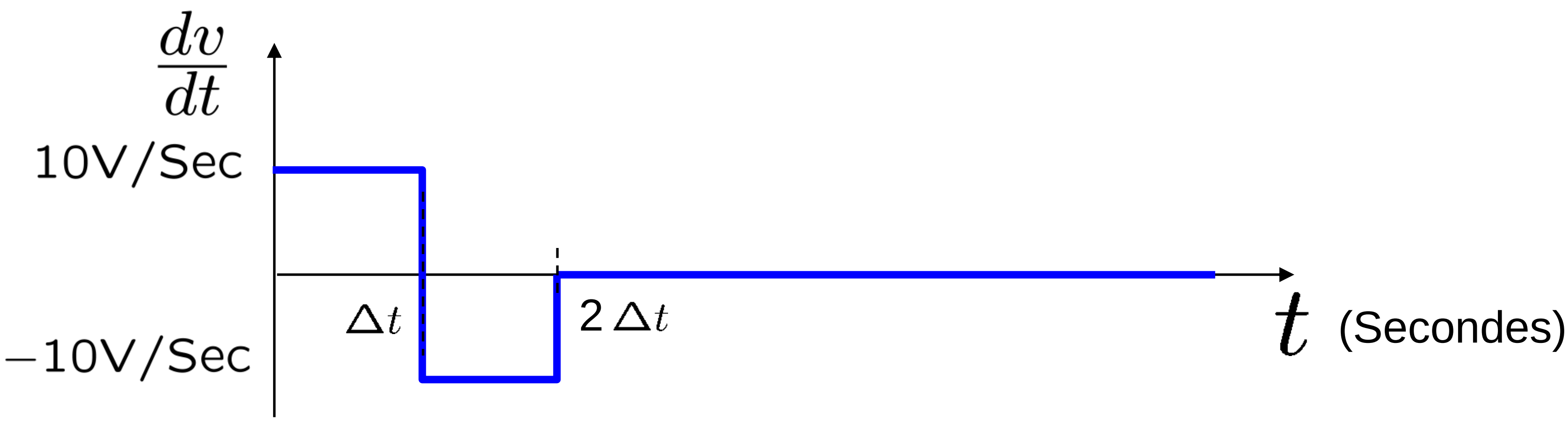
d'un interrupteur ?

Exemple (Capacité) :

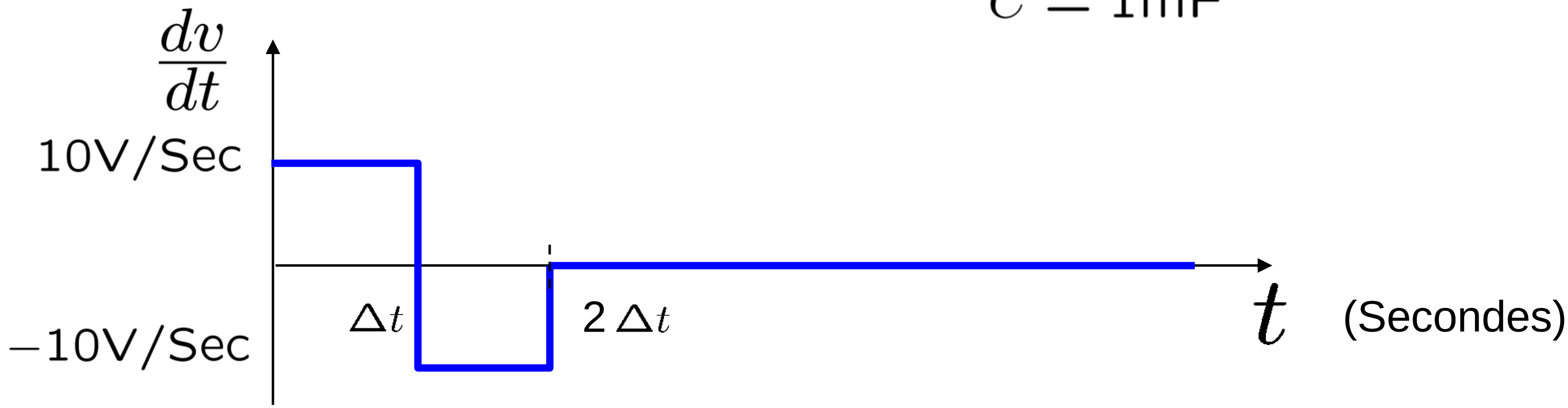




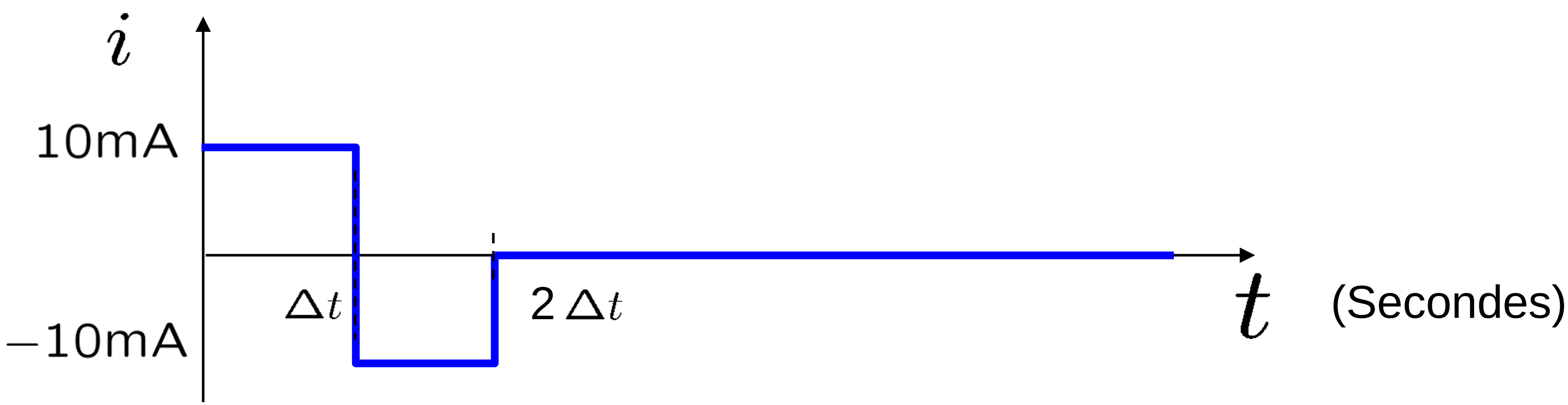
Dérivons par rapport au temps :



$C = 1\text{mF}$



Delà, on obtient le courant :



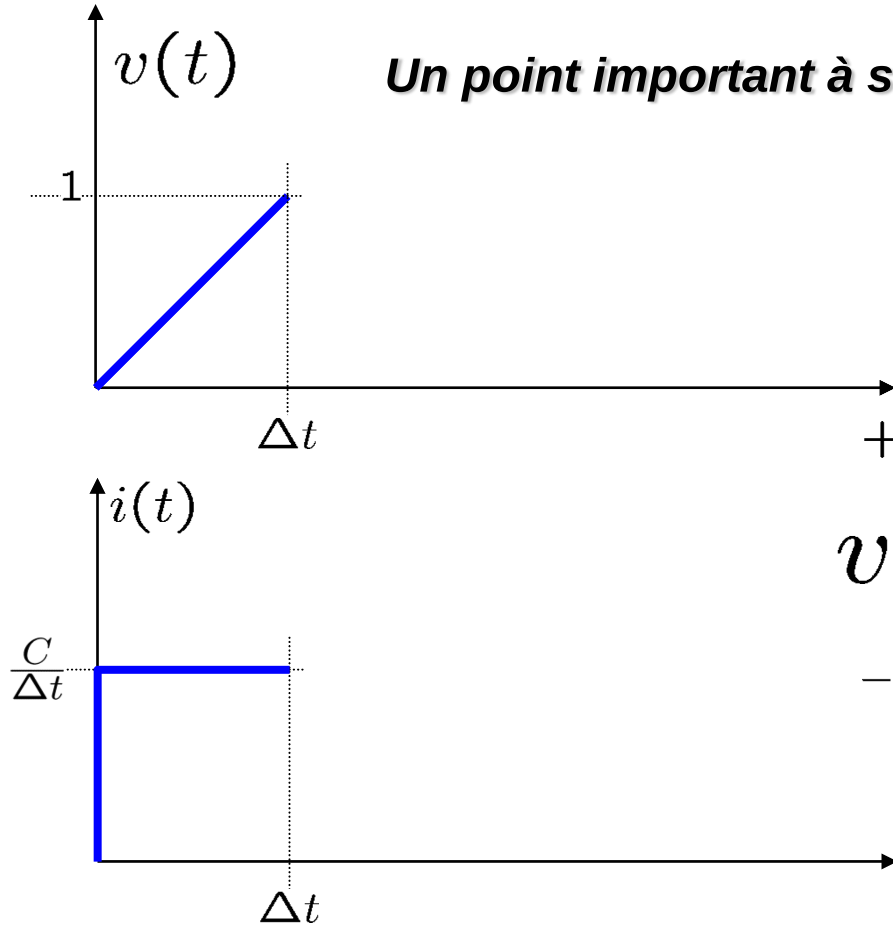
Un point important à souligner :

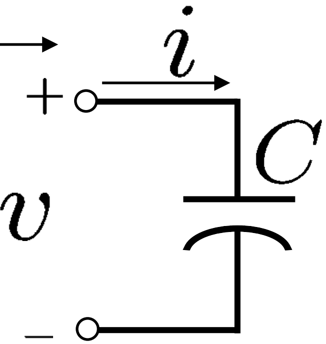
<u>SI</u>

$$\Delta t \rightarrow 0$$

<u>ALORS</u>

$$i(t) \rightarrow \infty$$





<u>Physiquement IMPOSSIBLE</u>

POUR UNE CAPACITÉ

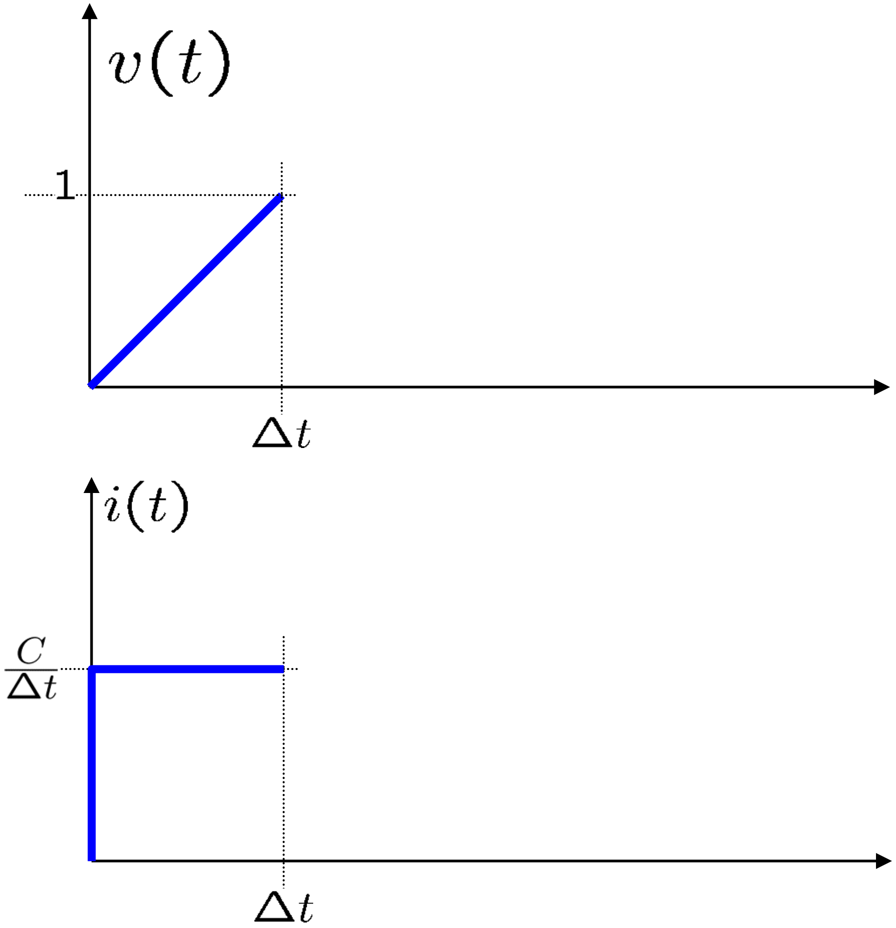
Cela signifie que

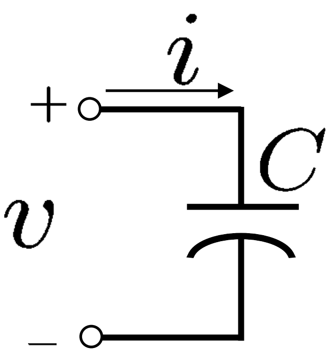
$$\Delta t$$

Ne peut JAMAIS être égal a

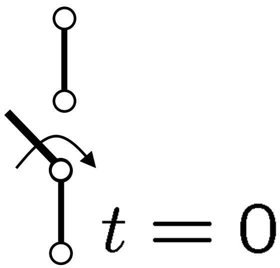
$$0$$

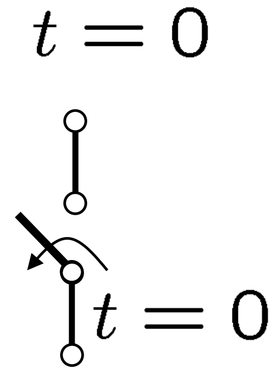
i.e., la tension aux bornes d'une capacité ne <u>PEUT PAS</u> changer instantanément.

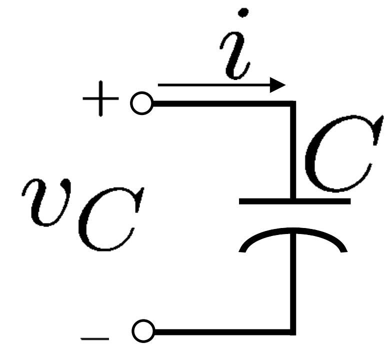




DONC :







alors

v_C ***Juste avant*** $=$ v_C ***Juste après***

$$v_C\big|_{(t=0^-)} = v_C\big|_{(t=0^+)}$$

POUR UNE INDUCTANCE

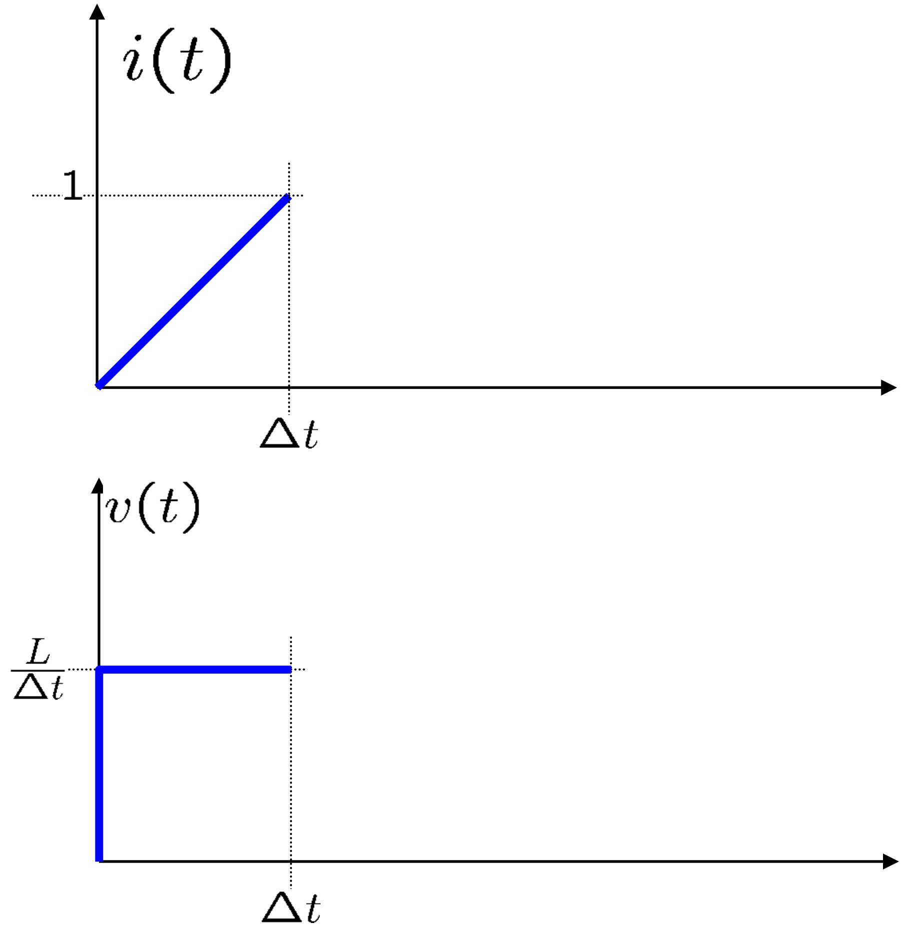
Cela signifie que

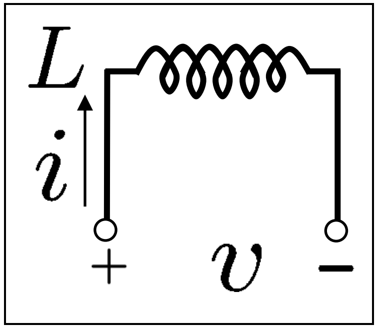
$$\Delta t$$

Ne peut JAMAIS être égal a

$$0$$

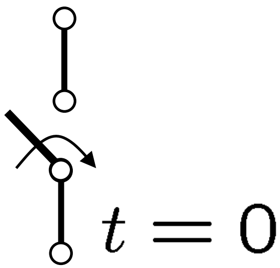
i.e., le courant parcourant une inductance ne <u>PEUT PAS</u> changer instantanément.

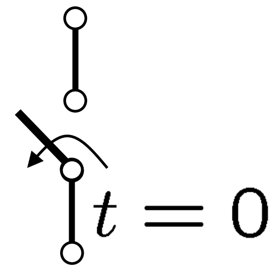


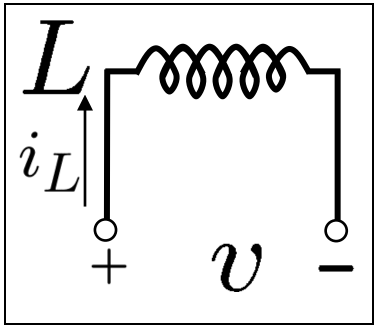


DONC :

$t = 0$







alors

i_L ***Juste avant*** $=$ i_L ***Juste après***

$$i_L\big|_{(t=0^-)} = i_L\big|_{(t=0^+)}$$

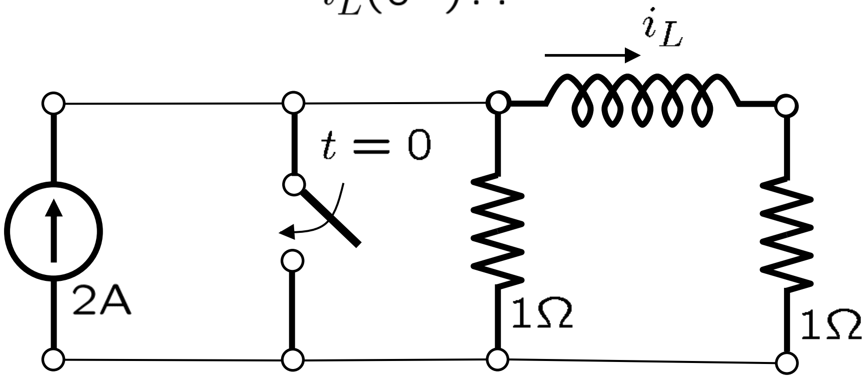
Conditions Initiales dans les circuits de commutation

Comportement des capacités et inductances dans des circuits ayant des sources continues (dc)

<u>Voici deux exemples :</u>

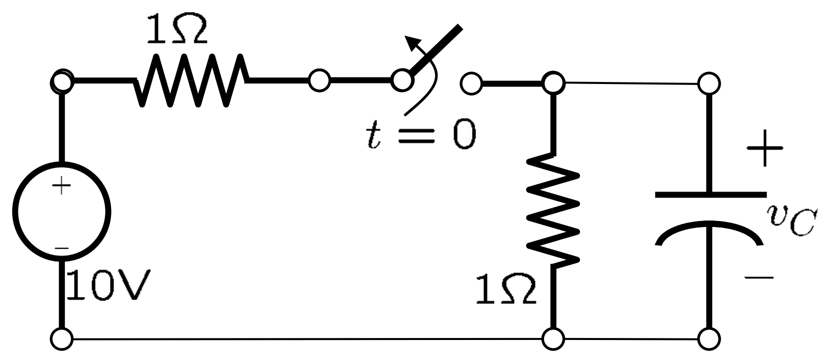
Calculer i_L **Juste avant que l'interrupteur ne tourne ON**

$i_L(0^-)$??



Calculer v_C **Juste avant que l'interrupteur ne tourne OFF**

$v_C(0^-)$??

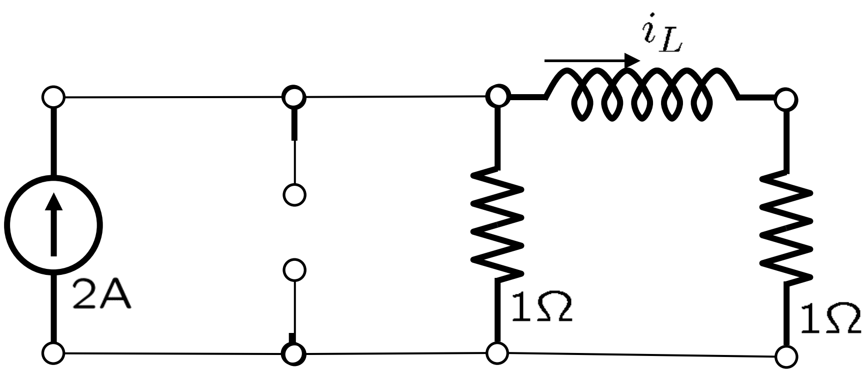


Conditions Initiales dans les circuits de commutation

Comportement des capacités et inductances dans des circuits ayant des sources continues (dc)

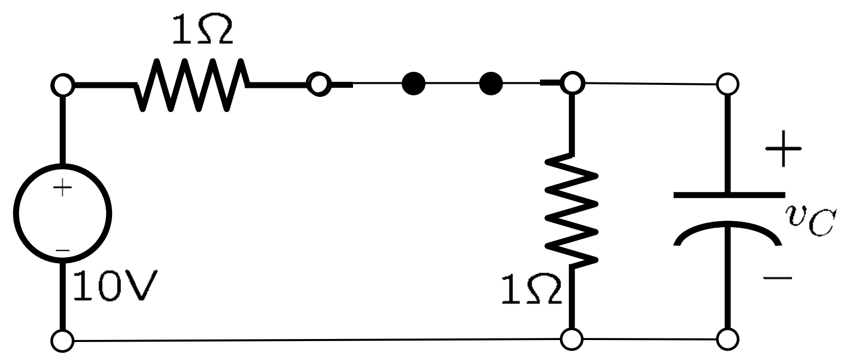
A $t = 0^-$

➡ **Interrupteur = circuit ouvert**



A $t = 0^-$

➡ **Interrupteur = court-circuit**



Avant de commencer l'analyse, nous devons voir comment se comportent les éléments de stockage sous ces conditions.

Comportement des capacités et inductances dans des circuits ayant des sources continues (dc)

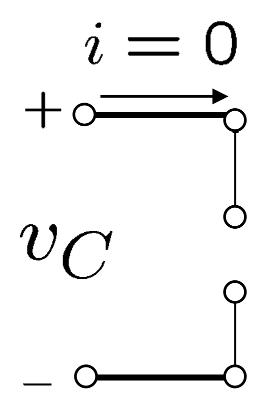
<u>Capacités</u>

s'il n'y a PAS de sources dépendantes du temps, la tension aux bornes de la capacité restera constante :

v_C → ***<u>Indépendante du temps</u>*** → **Delà,** $$\frac{dv_C}{dt} = 0$$

$$i = C\frac{dv_C}{dt} = 0$$

<u>En continu (dc), la capacité est équivalente à un CIRCUIT OUVERT</u>



Comportement des capacités et inductances dans des circuits ayant des sources continues (dc)

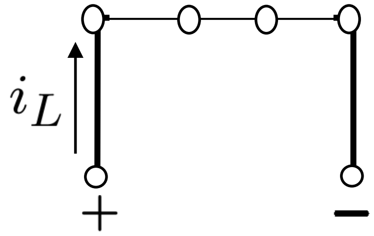
Inductances

s'il n'y a PAS de sources dépendantes du temps, le courant qui parcourt l'inductance restera constante

i_L → ***Indépendant du temps*** → **Delà** $\dfrac{di_L}{dt} = 0$

$$v = L\frac{di_L}{dt} = 0$$

En continu (dc), l'inductance est équivalente à un COURT-CIRCUIT

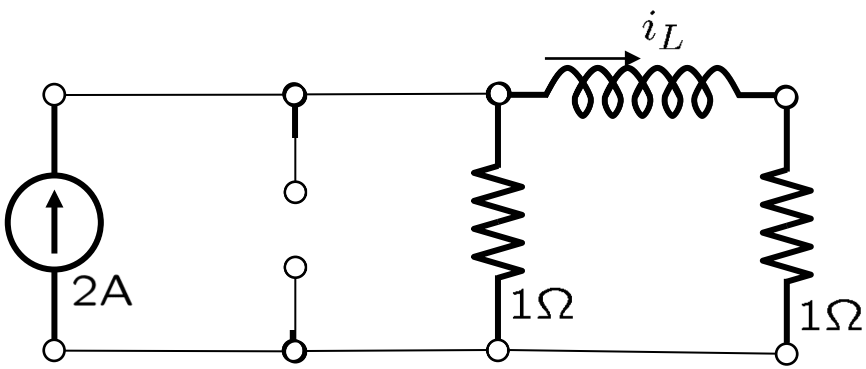


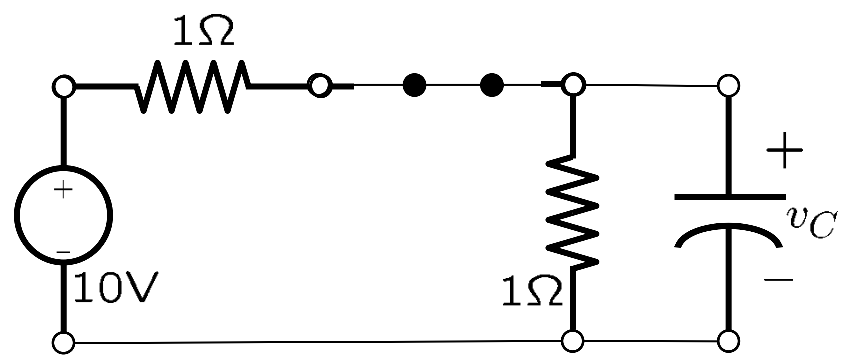
$v = 0$

Dr. M.C.E. Yagoub

Comportement des capacités et inductances dans des circuits ayant des sources continues (dc)

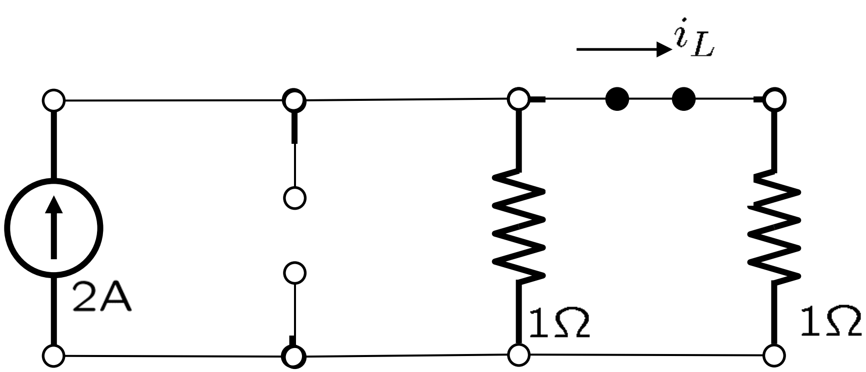
Revenons aux deux exemples :





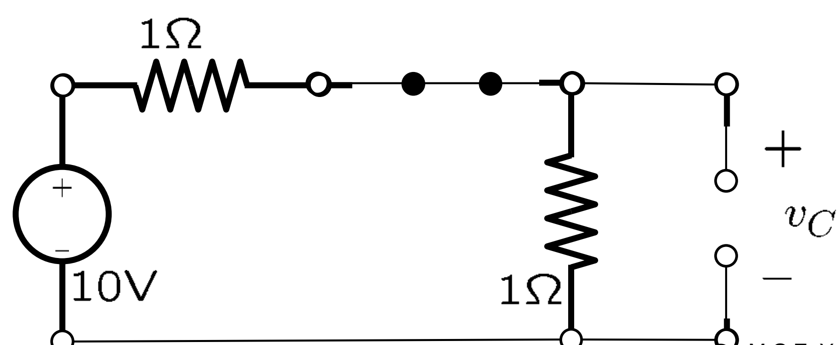
A $t = 0^{-}$

Inductance = court-circuit



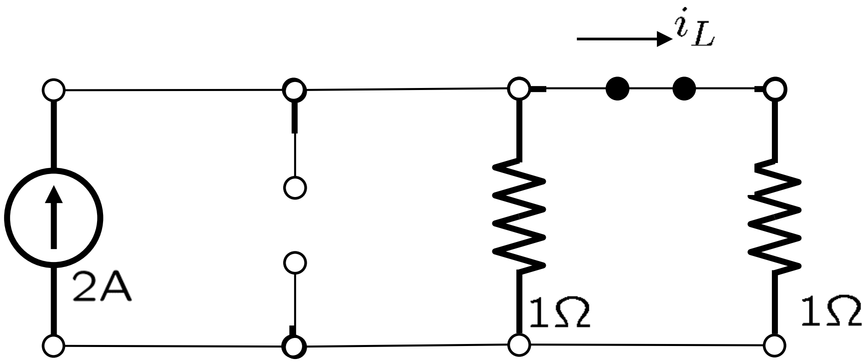
A $t = 0^{-}$

Capacité = circuit ouvert



Comportement des capacités et inductances dans des circuits ayant des sources continues (dc)

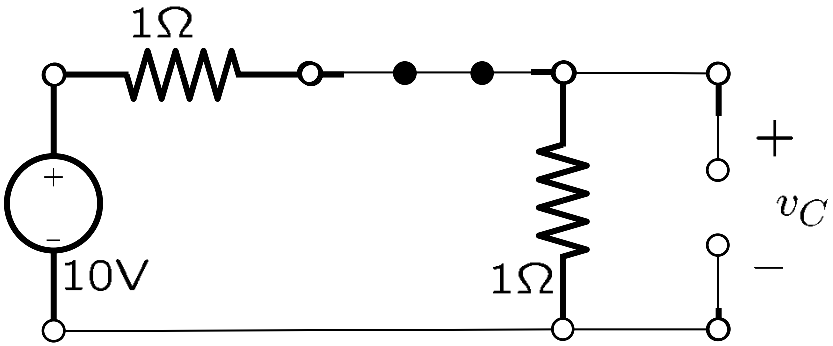
A $t = 0^-$



Diviseur de courant

$$i_L(0^-) = 2 \times \frac{1}{1+1} = 1\text{A}$$

A $t = 0^-$

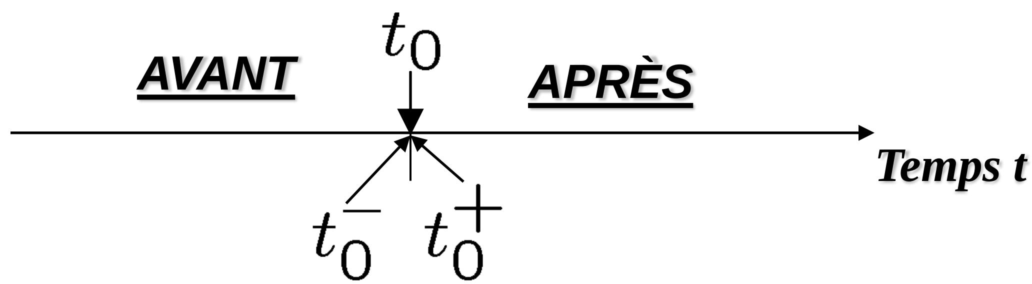


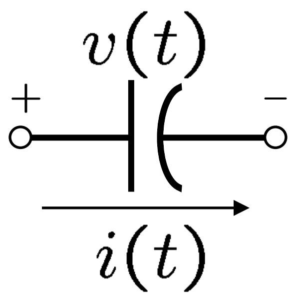
Diviseur de tension

$$v_C(0^-) = 10 \times \frac{1}{1+1} = 5\text{V}$$

Conditions Initiales dans les circuits de commutation

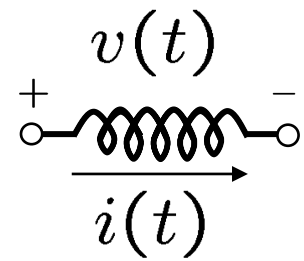
Ce qui **ne peut pas** changer instantanément





$$v(t_0^-) = v(t_0^+)$$

Tension ne peut pas changer instantanément

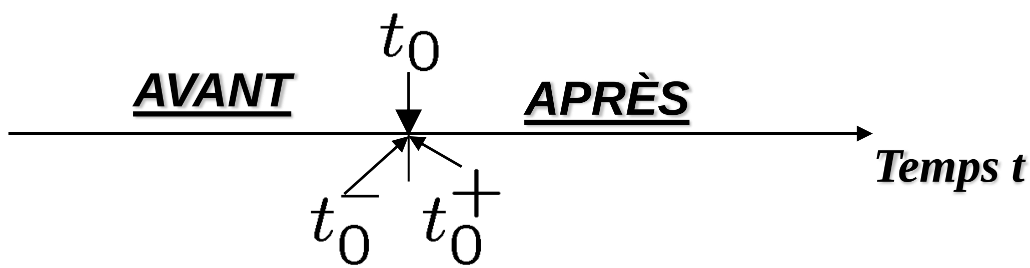


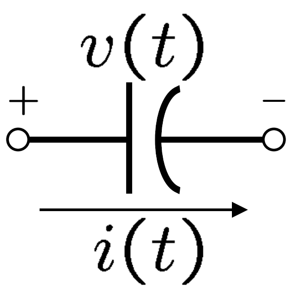
$$i(t_0^-) = i(t_0^+)$$

Courant ne peut pas changer instantanément

Conditions Initiales dans les circuits de commutation

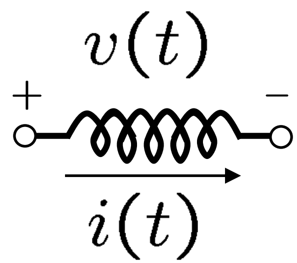
Ce qui **peut** changer instantanément





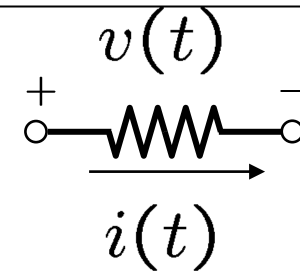
$$i(t_0^-) \neq i(t_0^+)$$

Courant peut changer instantanément



$$v(t_0^-) \neq v(t_0^+)$$

Tension peut changer instantanément

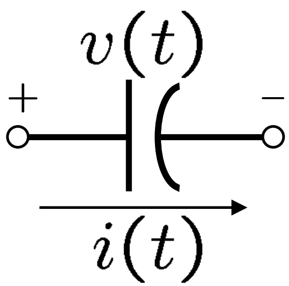


$$i(t_0^-) \neq i(t_0^+)$$
$$v(t_0^-) \neq v(t_0^+)$$

Courant ET tension peuvent changer instantanément

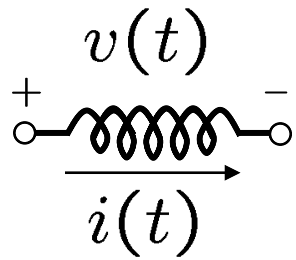
Conditions Initiales dans les circuits de commutation

Représentation avec des sources ***DC***



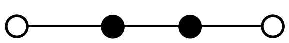
$$i(t) = 0$$

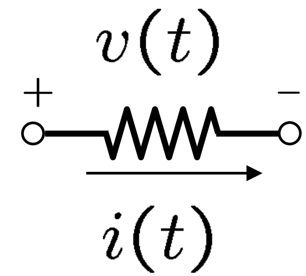
CIRCUIT OUVERT



$$v(t) = 0$$

COURT-CIRCUIT





RESTE LA MÊME

Exemple

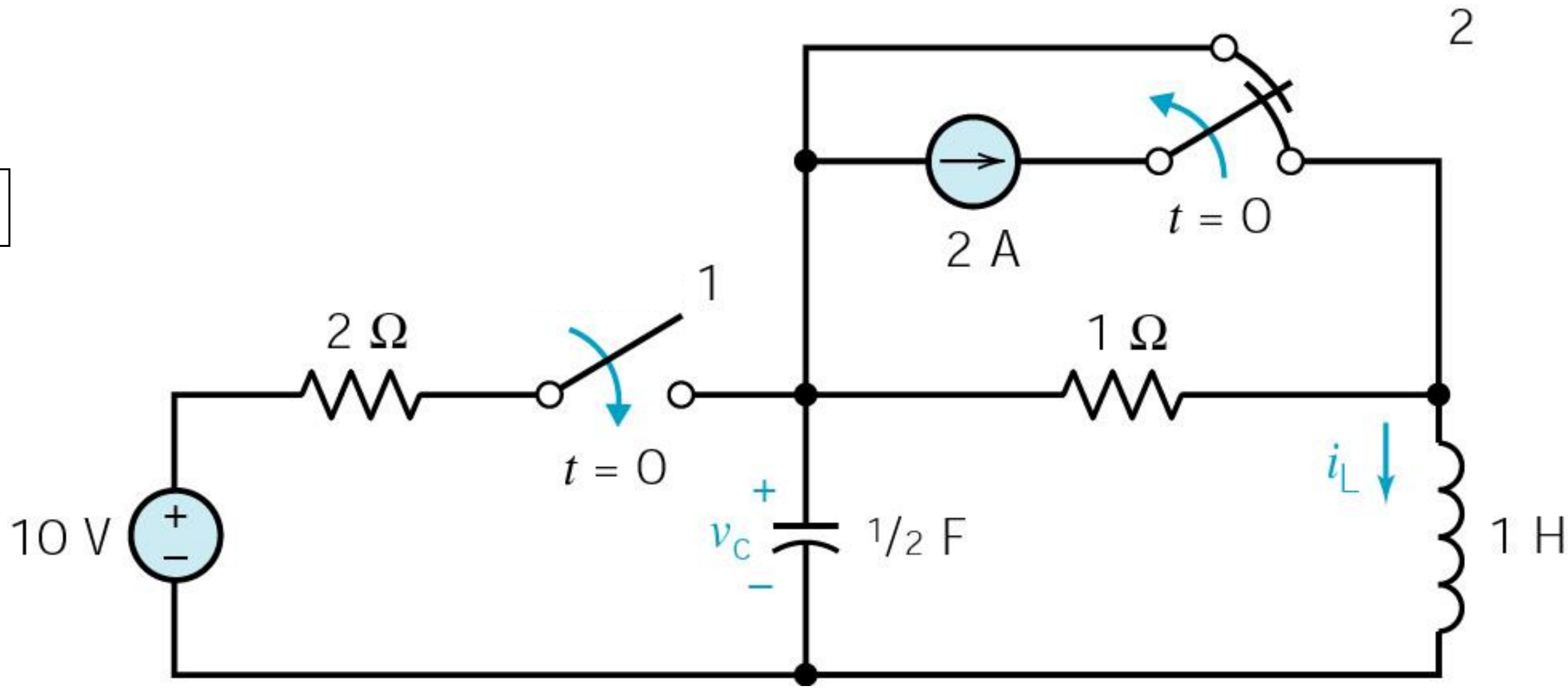
Trouver :

$i_L(0^+)$

$v_C(0^+)$

$\frac{dv_C(0^+)}{dt}$

$\frac{di_L(0^+)}{dt}$



$\boxed{t < 0}$

Interrupteur 1→ Ouvert

Interrupteur 2 →Fermé

Exemple

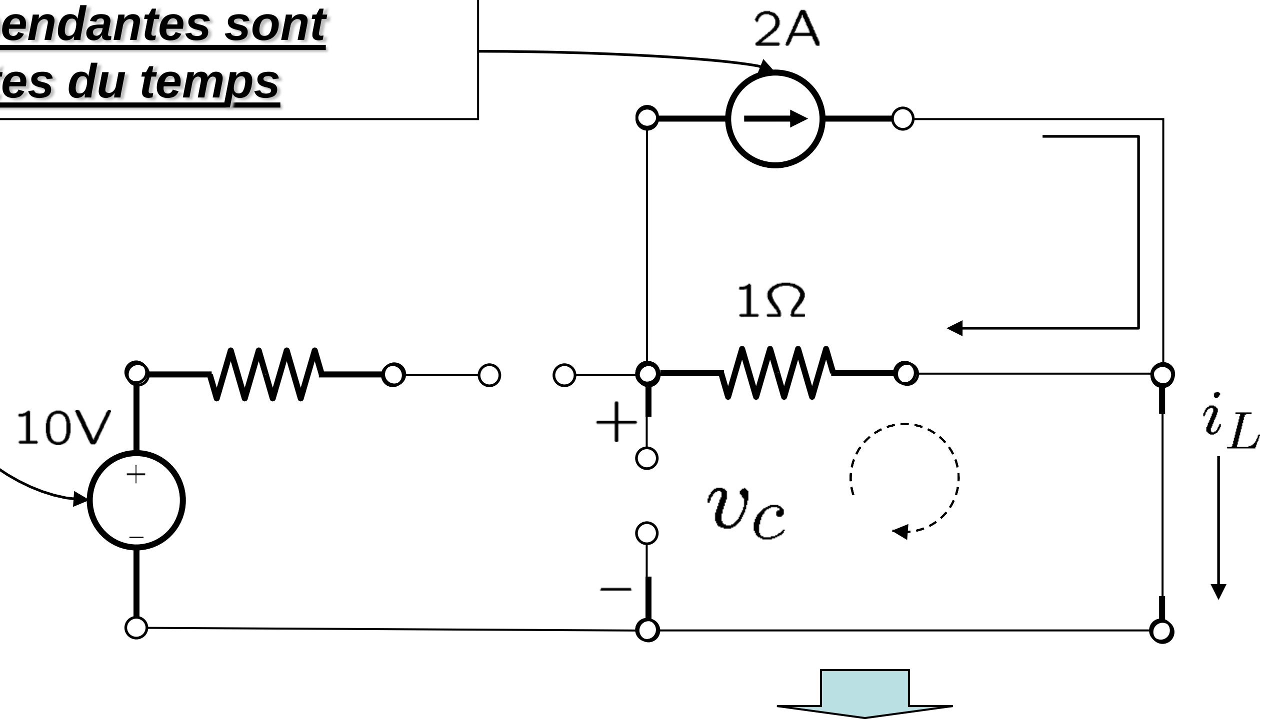
Interrupteur 1→ Ouvert

$\boxed{t < 0}$

Interrupteur 2 →Fermé

Sources indépendantes sont indépendantes du temps

$i_L(0^-) = 0$



$$-v_C - 2 \times 1 = 0\text{V}$$

$$v_C(0^-) = -2\text{V}$$

Exemple

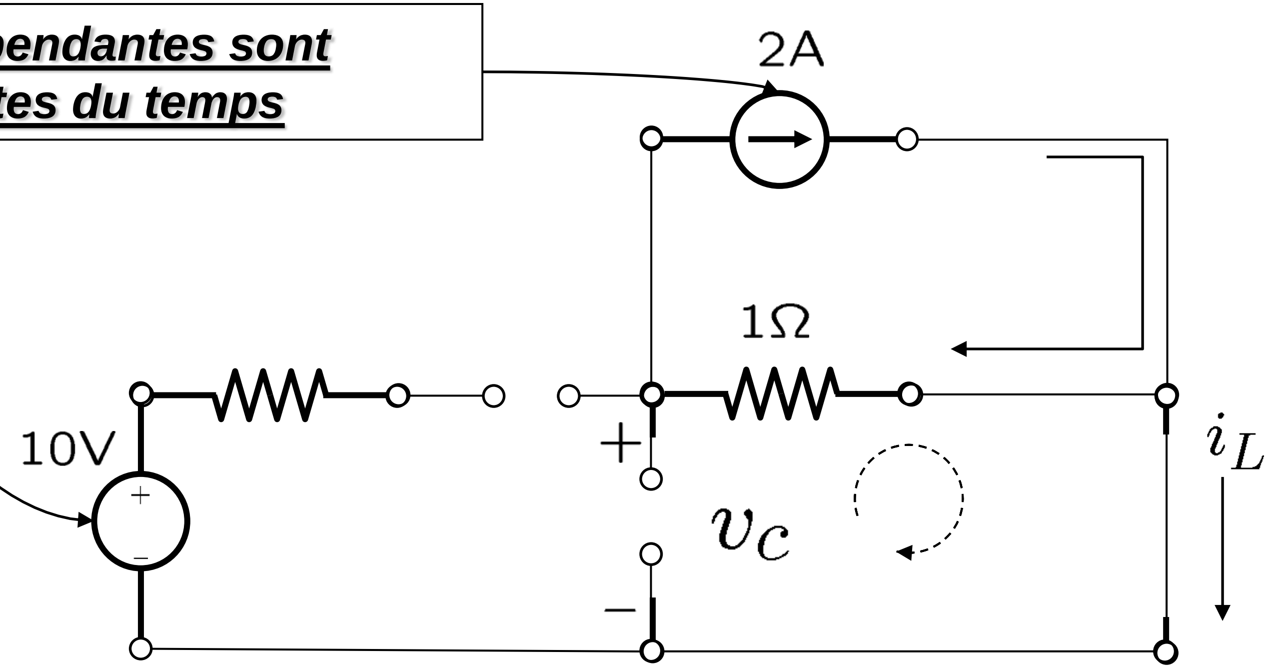
Interrupteur 1→ Ouvert

$$t < 0$$

Interrupteur 2 →Fermé

Sources indépendantes sont indépendantes du temps

$$i_L(0^-) = 0$$



$$-v_C - 2 \times 1 = 0\text{V}$$

$$v_C(0^-) = -2\text{V}$$

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0$$

$$v_C(0^+) = v_C(0^-) = -2\text{V}$$

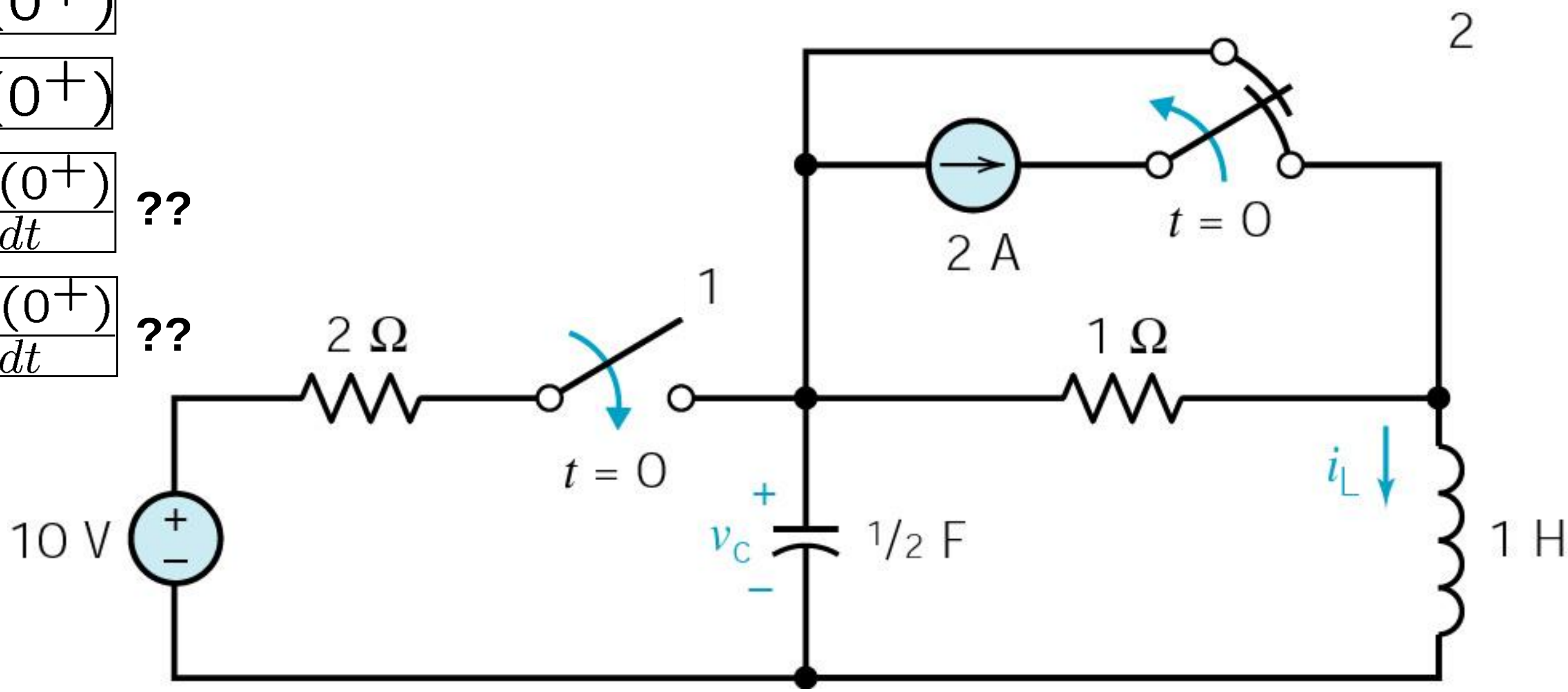
Exemple

$\boxed{i_L(0^+)}$

$\boxed{v_C(0^+)}$

$\boxed{\frac{dv_C(0^+)}{dt}}$??

$\boxed{\frac{di_L(0^+)}{dt}}$??



$$i_C = C\frac{dv_C}{dt} \Rightarrow \frac{i_C(0^+)}{C} = \frac{dv_C(0^+)}{dt} \Rightarrow i_C(0^+)$$

$$v_L = L\frac{di_L}{dt} \Rightarrow \frac{v_L(0^+)}{L} = \frac{di_L(0^+)}{dt} \Rightarrow v_L(0^+)$$

Exemple

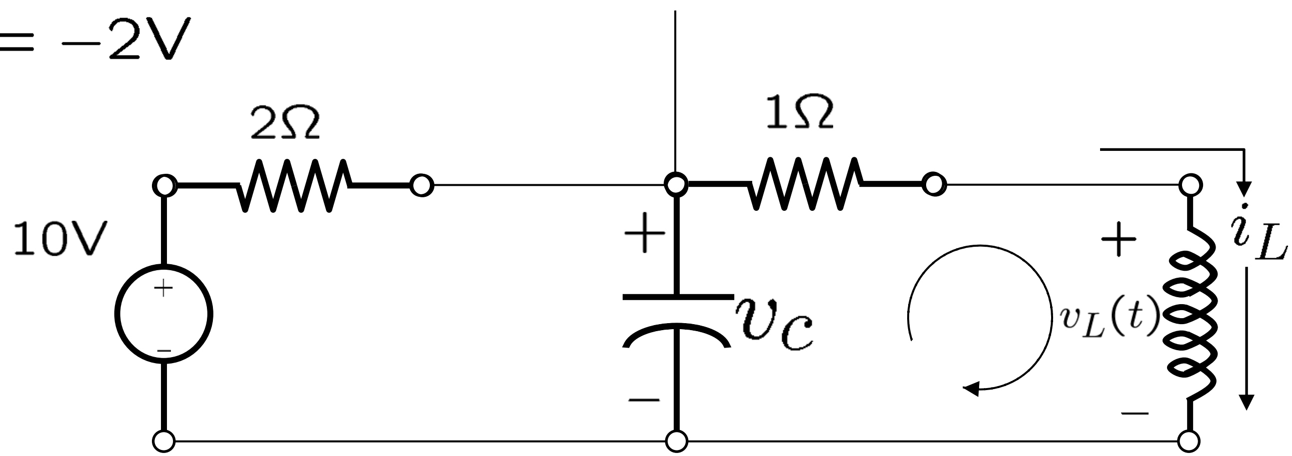
$t > 0$

Interrupteur 1→ Fermé

Interrupteur 2 → Ouvert

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0$$

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = -2\text{V}$$



$$-v_c(t) + i_L(t) \times 1 + v_L(t) = 0$$

$$-v_c(0^+) + i_L(0^+) \times 1 + v_L(0^+) = 0$$

?

$$v_L(0^+) = -2\text{V}$$

Exemple

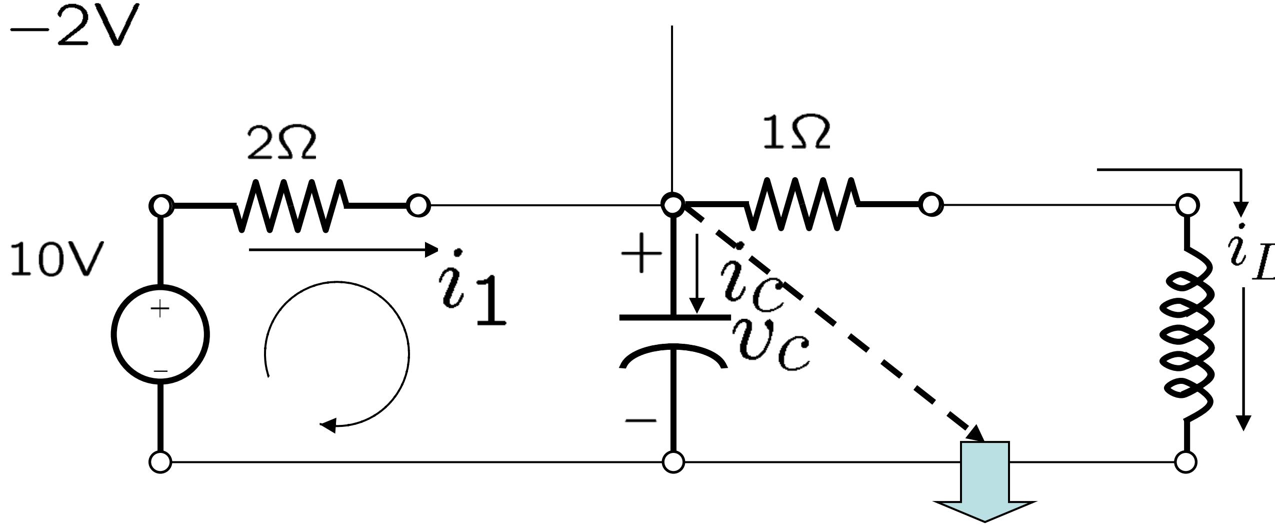
$i_c(0^+)$

$v_L(0^+)$

$$t > 0$$

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0$$

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = -2\text{V}$$



$$i_1(t) = i_c(t) + i_L(t)$$

$$i_1(0^+) = i_c(0^+) + i_L(0^+)$$

$$i_c(0^+) = 6\text{A} \quad \Leftarrow \quad \frac{10 - v_c(0^+)}{2} = i_c(0^+) + i_L(0^+)$$

Merci de votre attention

Fin du chapitre 5