Université d'Ottawa
Faculté de génie

École d'ingénierie et de
technologie de l'information

uOttawa

L'Université canadienne
Canada's university

University of Ottawa
Faculty of Engineering

School of Information
Technology and Engineering

ELG 2538 **Théorie de circuits I** **Automne xxxx**

EXAMEN FINAL (3 Heures)

Question 1 i_1 = -1.25 A i_2 = 0.125 A i_3 = +1.125 A

Question 2

a) $i(t) = 2 - \ e^{-0.35\ t}$ A $t > 0$

b) $i(0-) = i(0+) = \frac{24}{R_1 + R_2 + 3}$

c) $R_1 = 12\ \ \Omega \quad R_2 = 9\ \ \Omega$

d) $L = 34.28\ $ H

Question 3

a) $\boldsymbol{V}_{\text{oc}} = 3.71\angle - 16°$ V

b) $\boldsymbol{I}_{\text{sc}} = 0.015\angle 0°$ A

c) $\boldsymbol{V}_{\text{oc}} = 3.71\angle - 16°$ V $\boldsymbol{Z}_T = 247\angle - 16° \ \ \Omega$

Question 4

a) $\boldsymbol{I}_1 = -0.39 - j0.5$ A $\boldsymbol{I}_2 = 6.39 + j.5\ $ A

b) $\boldsymbol{S}_{5\angle 0°} = -16.0 + j1.25$ VA $\boldsymbol{S}_{6\angle 0°} = \ 18.0 - j38.3$ VA

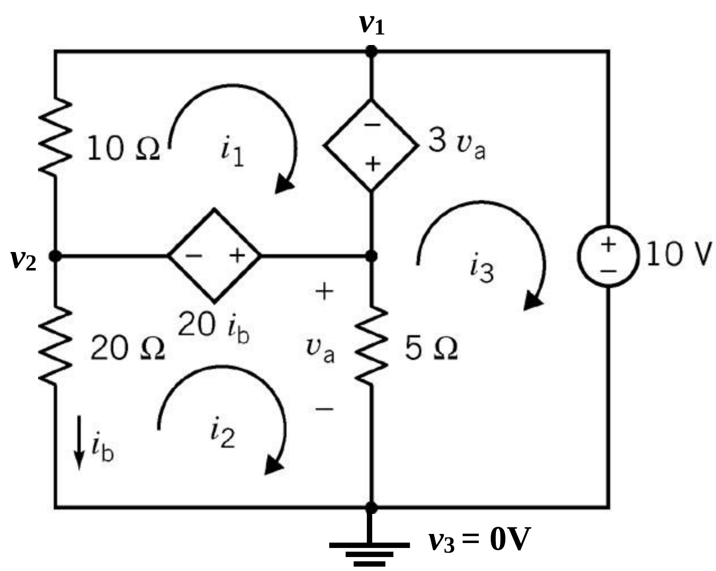
c) $\boldsymbol{S}_{10\Omega} = 2.0$ VA $\boldsymbol{S}_{\text{j}20\Omega} = j4.0$ VA $\boldsymbol{S}_{-\text{j}2\Omega} = -j41.1$ VA

d) $\mathbf{S}_{\text{total absorbée}}$ = 2.0 - j 37.1 VA ≈ $\mathbf{S}_{\text{total délivrée}}$ = 2.0 - j 37.2 VA

Question 5 C = 0.1 μF

QUESTION 1

Toutes les étapes doivent être justifiées



En utilisant la ***méthode des courants de maille***, déterminer les valeurs des courants i_1, i_2 et i_3.

Solution :

Sources contrôlées : $v_a = 5(i_2 - i_3)$ et $i_b = -i_2$ $\rightarrow$ $20\ i_b = -20\ i_2$ et $3\ v_a = 15(i_2 - i_3)$

Loi des mailles : $-15(i_2 - i_3) + (-20\ i_2) + 10\ i_1 = 0$

$-(-20\ i_2) + 5(i_2 - i_3) + 20\ i_2 = 0$

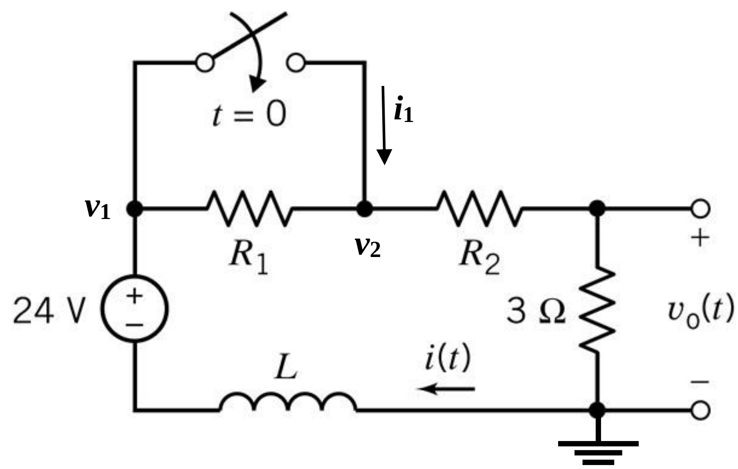
$10 - 5(i_2 - i_3) + 15\ (i_2 - i_3) = 0$

$$\rightarrow \quad \begin{bmatrix} 10 & -35 & 15 \\ 0 & 45 & -5 \\ 0 & 10 & -10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -10 \end{bmatrix}$$

i_1 = -1.25 A i_2 = 0.125 A i_3 = +1.125 A

QUESTION 2

Toutes les étapes doivent être justifiées



Le circuit est en état permanent avant que l'interrupteur ne soit fermé au temps $t = 0$. L'entrée du circuit est la tension de la source de tension, 24V. La sortie du circuit, la tension aux bornes de la résistance 3Ω, est donnée par

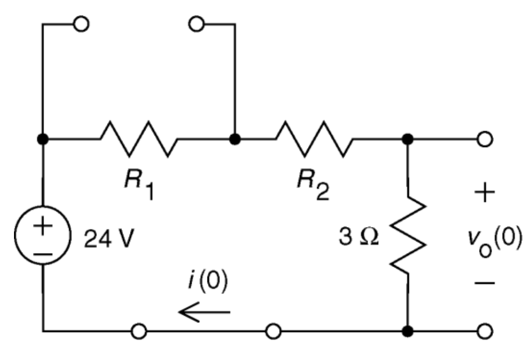
$$v_o(t) = \left[6 - 3e^{-0.35t}\right] \text{ V} \qquad \text{quand} \qquad t > 0$$

a) Déterminer la valeur du courant $i(t)$ à $t > 0$.
b) En déduire la valeur de $i(0^+)$, la valeur du courant juste après la fermeture de l'interrupteur.
c) Déterminer la valeur des deux résistances R_1 et R_2.
d) Déterminer la valeur de l'inductance L.

Solution :

a) Le courant dans l'inductance est égal à celui dans la résistance de 3 Ω

$$i(t) = \frac{v_o(t)}{3} = \frac{6 - 3e^{-0.35\,t}}{3} = 2 - e^{-0.35\,t} \text{ A} \quad t > 0$$



b) $i(0^-) = i(0^+) = i(0)$

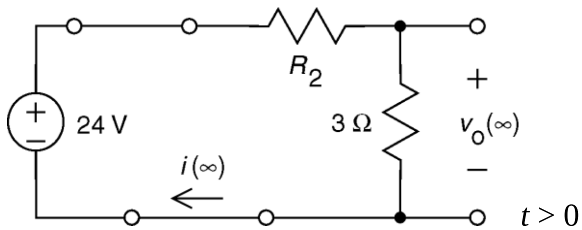
Dans l'état permanent, l'inductance est équivalente à un court circuit. Donc :

$$R_1\ i(0) + R_2\ i(0) + 3\ i(0) - 24 = 0 \qquad \Rightarrow \qquad i(0) = \frac{24}{R_1 + R_2 + 3}$$

c) La valeur de $i(0)$ peut être aussi obtenue en mettant $t = 0$ dans l'équation de $i(t)$:

$$i(0) = 2 - e^0 = 1 \text{ A}$$

$$\rightarrow 1 = \frac{24}{R_1 + R_2 + 3} \quad \Rightarrow \quad R_1 + R_2 = 21$$

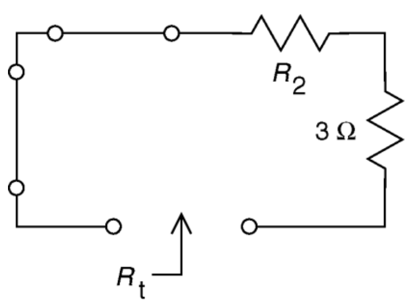


Le courant en régime permanent est $i(\infty)$.

$$R_2\, i(\infty) + 3\, i(\infty) - 24 = 0 \quad \Rightarrow \quad i(\infty) = \frac{24}{R_2 + 3}$$

Or la valeur de $i(\infty)$ peut être aussi obtenue en mettant $t = \infty$ dans l'équation de $i(t)$:

$$i(\infty) = 2 - e^{-\infty} = 2 \text{ A}$$



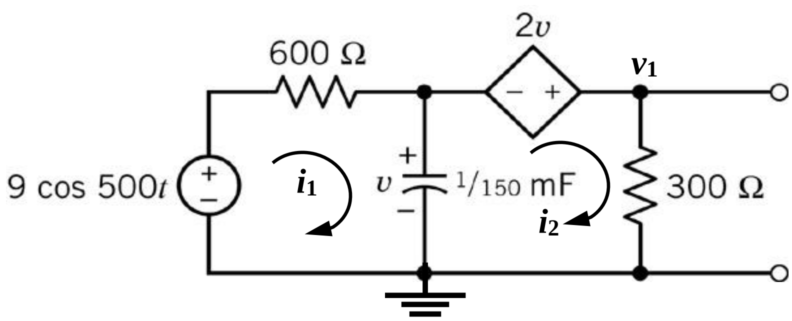
$$\rightarrow \quad 2 = \frac{24}{R_2 + 3} \quad \Rightarrow \quad R_2 = 9 \;\; \Omega \qquad \rightarrow \quad R_1 = 12 \;\; \Omega$$

d) $i(t)$ est de la forme $e^{-t/\tau}$ $\rightarrow$ $-0.35\, t = -\dfrac{t}{\tau} \quad \Rightarrow \quad \tau = 2.857$ s

$$R_t = R_2 + 3 = 9 + 3 = 12 \;\; \Omega \qquad \tau = \frac{L}{R_t} \rightarrow \quad 2.857 = \frac{L}{12} \quad \Rightarrow \quad L = 34.28 \;\; \text{H}$$

QUESTION 3

Toutes les étapes doivent être justifiées



a) En utilisant la notation en phaseurs et la **méthode des courants de maille**, déterminer le phaseur $\mathbf{V}_{OC}$ de la tension équivalente de **Thévenin en circuit ouvert** du circuit.
b) En utilisant la notation en phaseurs et la **méthode des courants de maille**, déterminer le phaseur $\mathbf{I}_{SC}$ du courant équivalent de **Norton en court circuit** du circuit.
c) Déduire des parties a) et b) le schéma équivalent complet de **Thévenin** du circuit.

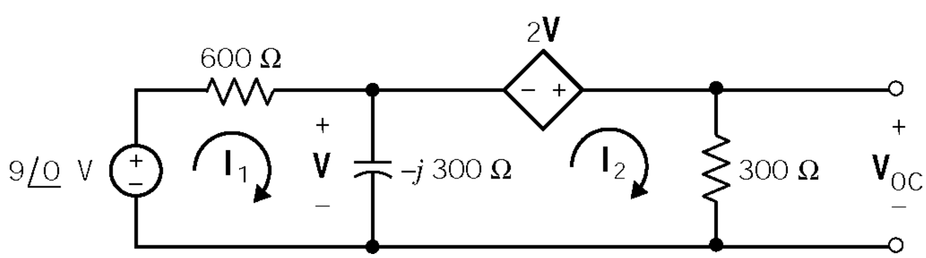
Solution :

a) Les équations de maille donnent :

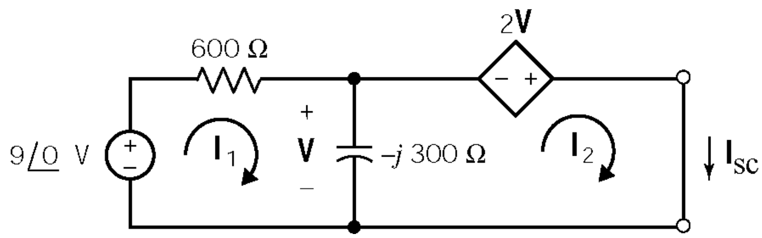
$$600\mathbf{I}_1 - j300(\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2) = 9 \quad \Rightarrow \quad (600 - j300)\mathbf{I}_1 + j300\mathbf{I}_2 = 9\angle 0°$$

$$-2\mathbf{V} + 300\mathbf{I}_2 - j300(\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2) = 0 \quad \text{et} \quad \mathbf{V} = -j300(\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2) \quad \Rightarrow \quad j3\mathbf{I}_1 + (1 - j3)\mathbf{I}_2 = 0$$

$$\rightarrow \quad \mathbf{I}_2 = 0.0124\angle -16° \text{ A} \qquad \rightarrow \quad \mathbf{V}_{oc} = 300\mathbf{I}_2 = 3.71\angle -16° \text{ V}$$

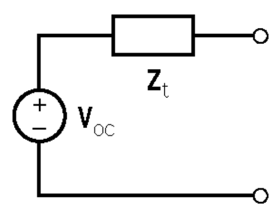


b) $-2\mathbf{V} - \mathbf{V} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V} = 0 \qquad \Rightarrow \quad \mathbf{I}_{sc} = \dfrac{9\angle 0°}{600} = 0.015\angle 0° \text{ A}$



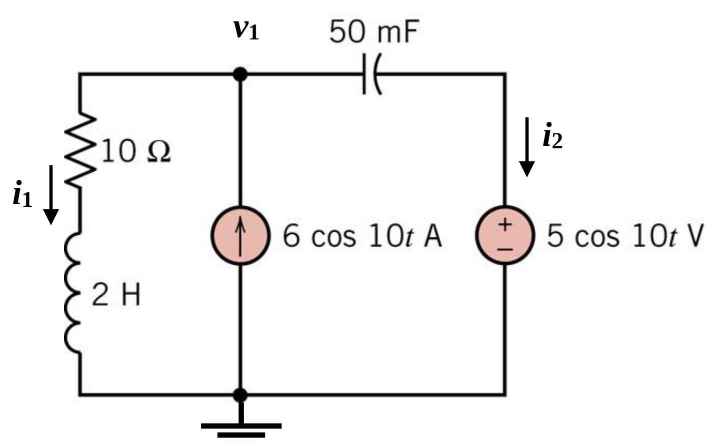
c) Impédance de Thévenin $\mathbf{Z}_T = \dfrac{\mathbf{V}_{oc}}{\mathbf{I}_{sc}} = \dfrac{3.545\angle{-16^\circ}}{0.015\angle 0^\circ} = 247\angle{-16^\circ}\ \Omega$

$$\mathbf{V}_{oc} = 300\,\mathbf{I}_2 = 3.71\angle{-16^\circ}\ \text{V}$$



QUESTION 4

All steps should be justified – Toutes les étapes doivent être justifiées



a) Déterminer les phaseurs des deux courants i_1(t) et i_2(t).
b) Déterminer les puissances complexes délivrées par les deux sources indépendantes.
c) Déterminer les puissances complexes absorbées par les trois éléments passifs.
d) Justifier le théorème de conservation d'énergie.

Solution :

a) $(10+j20)\mathbf{I}_1 = 5\angle 0^\circ - j2\mathbf{I}_2$ et $\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 = 6\angle 0^\circ$

$\Rightarrow \quad (10+j20)\mathbf{I}_1 + j2\mathbf{I}_2 = 5\angle 0^\circ$

$$\rightarrow \qquad \Delta = \begin{vmatrix} 10+j20 & j2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 10+j18$$

$$\rightarrow \qquad \mathbf{I}_1 = \frac{1}{\Delta}\begin{vmatrix} 5 & j2 \\ 6 & 1 \end{vmatrix} = \frac{5-j12}{10+j18} = 0.63\angle 232^\circ \text{ A} = -0.39 - j0.5 \text{ A}$$

$$\rightarrow \qquad \mathbf{I}_2 = 6 - \mathbf{I}_1 = 6 + 0.39 + j.5 = 6.39 + j.5 = 6.41\angle 4.47^\circ \text{ A}$$

b)

$$\mathbf{S}_{5\angle 0^\circ} = \frac{1}{2}\left(5\angle 0^\circ\right)\left(-\mathbf{I}_2^*\right) = 2.5\left(6.41\angle(180-4.47)\right) = -16.0 + j1.25 \text{ VA}$$

$$\mathbf{S}_{6\angle 0^\circ} = \frac{1}{2}\left[5 - j2\,\mathbf{I}_2\right]\left(6\angle 0^\circ\right) = \left[5 - j2\left(6.39 + j.5\right)\right]3 = 18.0 - j38.3 \text{ VA}$$

c)

$$\mathbf{S}_{10\Omega} = \frac{1}{2}10\left|\mathbf{I}_1\right|^2 = \frac{10}{2}\left(.63\right)^2 = 2.0 \text{ VA}$$

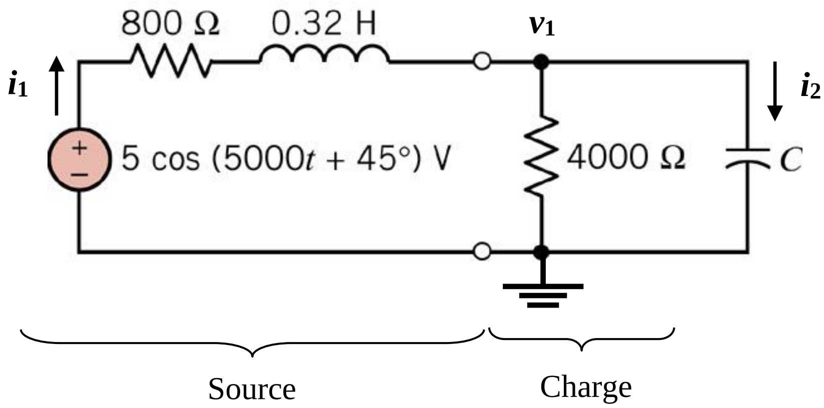
$$\mathbf{S}_{j20\Omega} = \frac{j20}{2}\left|\mathbf{I}_1\right|^2 = j4.0 \text{ VA}$$

$$\mathbf{S}_{-j2\Omega} = \frac{1}{2}\left(-j2\right)\left|\mathbf{I}_2\right|^2 = -j\ \left(6.41\right)^2 = -j41.1 \text{ VA}$$

d) $\mathbf{S}_{\text{total absorbée}} = 2.0 - j\ 37.1$ VA $\approx$ $\mathbf{S}_{\text{total délivrée}} = 2.0 - j\ 37.2$ VA

QUESTION 5

Toutes les étapes doivent être justifiées



Le condensateur a été ajouté à la charge pour maximiser la puissance absorbée par la charge de 4000 Ω. Quelle valeur ce condensateur doit-il avoir pour atteindre cet objectif ?

Solution :

$$\mathbf{Z}_\mathrm{t} = 800 + j1600\ \Omega \quad \text{and} \quad \mathbf{Z}_\mathrm{L} = \frac{R\left(\dfrac{-j}{\omega C}\right)}{R - \dfrac{j}{\omega C}} = \frac{R - j\omega R^2 C}{1 + (\omega RC)^2}$$

$$\mathbf{Z}_\mathrm{L} = \mathbf{Z}_\mathrm{t}^* \quad \Rightarrow \quad \frac{R\left(\dfrac{-j}{\omega C}\right)}{R - \dfrac{j}{\omega C}} = \frac{R - j\omega R^2 C}{1 + (\omega RC)^2} = 800 - j1600\ \Omega$$

En égalant les parties réelles :

$$\Rightarrow \quad 800 = \frac{R}{1 + (\omega RC)^2} = \frac{4000}{1 + [(5000)(4000)C]^2} \quad \Rightarrow \quad C = 0.1\ \mu\text{F}$$