DEVOIR 7 - ELG 3555

GBEGBE DECAHO
300094197
Uottawa - W24

Question 1 :

Soit une équation caractéristique suivante :

$$D(s) = 3s^5 + 2s^4 + 3s^3 + 6s^2 + 5s + 3$$

a) Déterminez la stabilité du système en utilisant le tableau de Routh, TR.
b) En utilisant le critère de Routh-Herwitz trouver le numéro des pôles que sont place sur RHS, and LHS sur la plan-s.

a) Stabilité du système en utilisant TR.

s^5	3	3	5
s^4	2	6	3
s^3	$\frac{(3)(2)-(3)(6)}{2} = -6$	$\frac{(5)(2)-(3)(3)}{2} = \frac{1}{2}$	0
s^2	$\frac{(6)(-6)-(2)(\frac{1}{2})}{-6} = 37/6$	$\frac{(3)(-6)-(2)(0)}{-6} = 3$	0
s^1	$\frac{(\frac{1}{2})(\frac{37}{6})-(3)(-6)}{37/6} = \frac{253}{74}$	0	0
s^0	$\frac{(\frac{253}{74})(3)-(\frac{37}{6})(0)}{253/74} = 3$	0	0

Le système est instable car il y a 2 changements de signe dans la 1ère colonne.

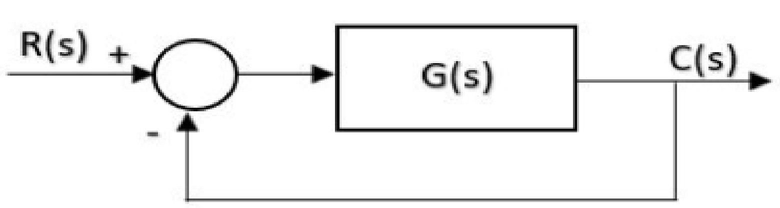
b) Trouvons le numéro de pôles

Le polynôme étant de dégré 5, ça signifie qu'il y a 5 pôles :

- Il y a 2 pôles $\longrightarrow$ RHS (plan imaginaire)
- Donc il y a 3 pôles $\longrightarrow$ LHS pour la stabilité du système.

Question 2 :

Considérez le système décrire sous-dessous :



Si le système a une fonction de transfert de type :

$$G(s) = \frac{K(s+20)}{s(s+2)(s+3)}$$

a) Trouvez les valeurs de K pour rendre le système stable. Justifiez votre réponse.
b) Trouvez les valeurs de K pour rendre le système non-stable. Justifiez votre réponse.

a) Trouvons les valeurs de K pour que le système soit stable.

L'équation caractéristique est donné par: $s(s+2)(s+3) = (s^2+2s)(s+3) = s^3+3s^2+2s^2+6s$
$= s^3+5s^2+6s$.

Les pôles du système sont : $s=0$
$s=-2$ et $s=-3$

Le tableau de Routh, TR.

s^3	1	$6+K$
s^2	5	$20K$
s^1	$\frac{30-15K}{5}$	0
s^0	$20K$	

$\frac{30-15K}{5} \Rightarrow K<2$

$\Rightarrow K>0$

Pour que le système soit stable il faut que la valeur de K soit : $\boxed{0<K<2}$

b) Trouvons les valeurs de K pour que le système soit instable

Pour que le système devienne instable, il faut qu'au moins 1 des pôles se trouve dans le démi plan droit du plan complexe. Cependant, les pôles du système sont déjà tous dans le démi-plan gauche. En supposant que K ne modifie pas l'emplacement des pôles mais seulement l'amplitude de la réponse du système.

Considérons la fonction de transfert en boucle fermée H(s) avec retour unitaire:

$1+G(s)H(s)=0$

$\Rightarrow 1+\frac{K(s+20)}{s(s+2)(s+3)}=0$

$\Rightarrow s(s+2)(s+3)+K(s+20)=0$

$\Rightarrow s^3+5s^2+(6+K)s+20K=0$

En utilisant le même tableau que celui de la question a). Selon le critère de Routh-Hurwitz, en résolvant pour K lorsque le 1er élément de la 3e rangée du TR est nul ou négatif. Ces valeurs sont: $\rightarrow -\frac{\sqrt{37}}{2}-3$; $\rightarrow -3+\frac{\sqrt{37}}{2}$

- Pour $K<-\frac{\sqrt{37}}{2}-3$, le système est relativement stable.
- Pour $-\frac{\sqrt{37}}{2}-3<K<-3+\frac{\sqrt{37}}{2}$, un changement se produit (un ou plusieurs des pôles sont passé dans le demi-plan droit)
- Pour $K>-3+\frac{\sqrt{37}}{2}$, système toujours instable mais peut devenir stable si les pôles retournent dans le demi-plan gauche.