31-34 Exprimez l'intégrale $\iiint_E f(x, y, z)\ dV$, où E est le solide borné par les surfaces données, sous la forme d'une intégrale itérée de six façons différentes.

31. $y = 4 - x^2 - 4z^2,\ y = 0$

32. $y^2 + z^2 = 9,\ x = -2,\ x = 2$

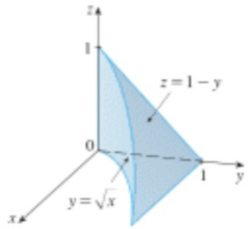
33. $y = x^2,\ z = 0,\ y + 2z = 4$

34. $x = 2,\ y = 2,\ z = 0,\ x + y - 2z = 2$

35. La figure montre le domaine d'intégration de l'intégrale

$$\int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^1 \int_0^{1-y} f(x, y, z)\ dz\ dy\ dx.$$

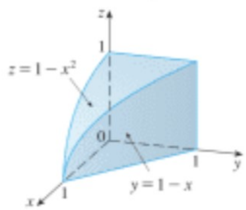
Réécrivez cette intégrale sous la forme d'une intégrale itérée équivalente selon les cinq autres ordres d'intégration.



36. La figure montre le domaine d'intégration de l'intégrale

$$\int_0^1 \int_0^{1-x^2} \int_0^{1-x} f(x, y, z)\ dy\ dz\ dx.$$

Réécrivez cette intégrale sous la forme d'une intégrale itérée équivalente selon les cinq autres ordres d'intégration.



37-38 Écrivez les cinq autres intégrales itérées équivalentes à l'intégrale donnée.

37. $\int_0^1 \int_y^1 \int_0^y f(x, y, z)\ dz\ dx\ dy$

38. $\int_0^1 \int_y^1 \int_0^z f(x,y,z)\ dx\ dz\ dy$

39-40 Évaluez l'intégrale triple en utilisant seulement l'interprétation géométrique et la symétrie.

39. $\iiint_C (4 + 5x^2yz^2)\, dV$, où C est la région cylindrique $x^2 + y^2 \le 4, -2 \le z \le 2$.

40. $\iiint_B (z^3 + \sin y + 3)\, dV$, où B est la boule unité $x^2 + y^2 + z^2 \le 1$.

41-44 Trouvez la masse et le centre de masse du solide E dont la fonction de densité ρ est donnée.

41. E est au-dessus du plan des xy et sous le paraboloïde $z = 1 - x^2 - y^2$; $\rho(x, y, z) = 3$.

42. E est borné par le cylindre parabolique $z = 1 - y^2$ et les plans $x + z = 1$, $x = 0$ et $z = 0$; $\rho(x, y, z) = 4$.

43. E est le cube défini par $0 \le x \le a,\ 0 \le y \le a,\ 0 \le z \le a$; $\rho(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$.

44. E est le tétraèdre borné par les plans $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x + y + z = 1$; $\rho(x, y, z) = y$.

45. Soit T, le tétraèdre borné par les trois plans de coordonnées et le plan $2x + y + z = 4$. Si la densité de T est donnée par $\rho(x, y, z) = x + y + az$, pour quelles valeurs de la constante a le centre de masse de T est-il situé au-dessus du plan $z = 1$?

46. Soit E, le solide borné par les plans $z = cy + 1$, $z = 0$, $x = -1$, $x = 1$ et $y = 1$. Pour quelles valeurs de la constante $c > 0$ le centroïde de E est-il situé sur l'axe des z ?

47-50 Supposez que le solide a une densité constante k.

47. Calculez les moments d'inertie d'un cube dont l'arête mesure L unités si l'un des sommets est situé à l'origine et si trois de ses arêtes sont sur les axes de coordonnées.

48. Calculez les moments d'inertie d'une brique rectangulaire de dimensions a, b et c, et de masse M, si le centre de la brique est à l'origine et si les arêtes sont parallèles aux axes de coordonnées.

49. Calculez le moment d'inertie par rapport à l'axe des z du cylindre solide $x^2 + y^2 \le a^2$, $0 \le z \le h$.

50. Calculez le moment d'inertie par rapport à l'axe des z du cône solide $\sqrt{x^2 + y^2} \le z \le h$.

51-52 Écrivez, sans les calculer, les intégrales donnant a) la masse, b) le centre de masse et c) le moment d'inertie par rapport à l'axe des z.

51. Du solide de l'exercice 21 ; $\rho(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2}$.

52. De l'hémisphère $x^2 + y^2 + z^2 \le 1$, $z \ge 0$; $\rho(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

LCS **53.** Soit E le solide dans le premier octant borné par le cylindre $x^2 + y^2 = 1$ et les plans $y = z$, $x = 0$ et $z = 0$, et de fonction de densité $\rho(x, y, z) = 1 + x + y + z$. Utilisez un logiciel de calcul symbolique pour calculer les valeurs exactes des quantités suivantes pour E :

a) la masse ;

b) le centre de masse ;

c) le moment d'inertie par rapport à l'axe des z.