

# Chapitre 3

## Analyse des Circuits résistifs

## Pourquoi une analyse de circuit ?

L'analyse de circuits fournit aux ingénieurs les “outils adéquats” nécessaires pour analyser des problèmes. Afin de solutionner ces problèmes, un ingénieur doit acquérir plusieurs compétences, dont la connaissance de l'analyse de circuit. Le thème fondamental de l'analyse de circuit est le suivant :

- Si les sources de tension et de courant ainsi que la configuration du circuit sont connues, il est possible de déterminer chaque tension et courant à l'intérieur de ce circuit.

Au premier chapitre, nous avons introduit les notions de courant, de tension et de puissance, ainsi que les résistances et les sources de tension et de courant.

Dans le chapitre suivant, nous avons introduit les lois fondamentales des circuits que sont la Loi de Kirchhoff des courants (LKC) et la Loi de Kirchhoff des tensions (LKT).

Dans ce chapitre, nous allons poursuivre avec l'analyse de circuit.

# Analyse de circuits :

*Topologie du circuit*

*Paramètres du circuit*

*Ce Chapitre*

*Mailles*

*Courants de mailles*

*LKT*

*Chap. 2*

*Courants*



*Tensions*

*Loi d'Ohm ?*

*Chap. 2*

*LKC*

*Nœuds*

*Tensions de nœuds*

*Ce Chapitre*

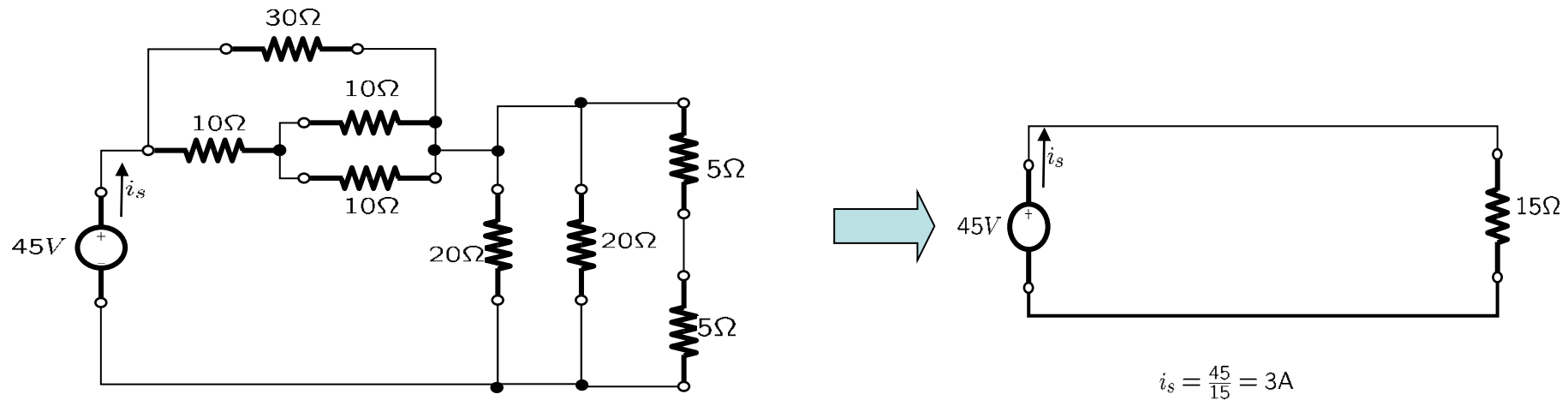
## Quelles méthodes utiliser ?

Nous allons nous servir des Lois de Kirchhoff et de la Loi d'Ohm pour énoncer deux méthodes d'analyse :

- Méthode des tensions de nœuds ou *méthode des nœuds*
- Méthode des courants de boucles ou de mailles ou *méthode des mailles*

## Pourquoi ces méthodes ?

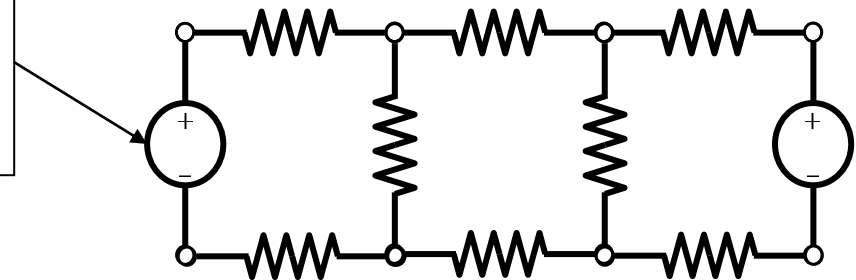
Dans un exemple précédent, nous avons pu simplifier un circuit



MAIS tous les circuits ne peuvent pas se simplifier aussi facilement :

Dans ce circuit, il n'y a pas de résistances en série ou en parallèle.

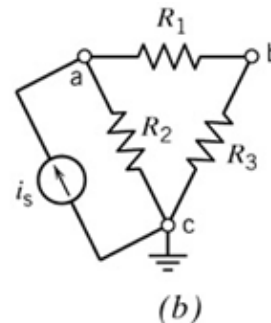
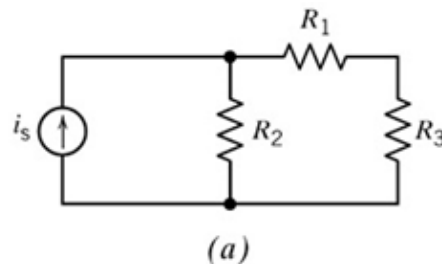
Donc **pas** de simplification possible !!



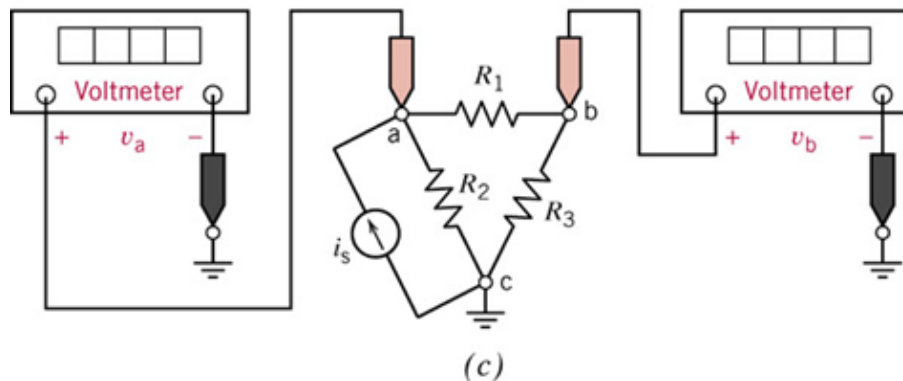
## MÉTHODE DES TENSIONS DE NŒUDS

Pour illustrer la méthode des tensions de nœuds, considérons le circuit suivant avec 3 nœuds  $a$ ,  $b$  et  $c$ . Il faut se rappeler que dans cette méthode :

- La tension au niveau d'un nœud est appelée *tension de nœud* :  
c'est **la tension entre le nœud considéré et le nœud de référence (la masse) !**
- $n$  nœuds requièrent  $\{ n-1 \}$  équations de la LKC (exclure le nœud de référence).



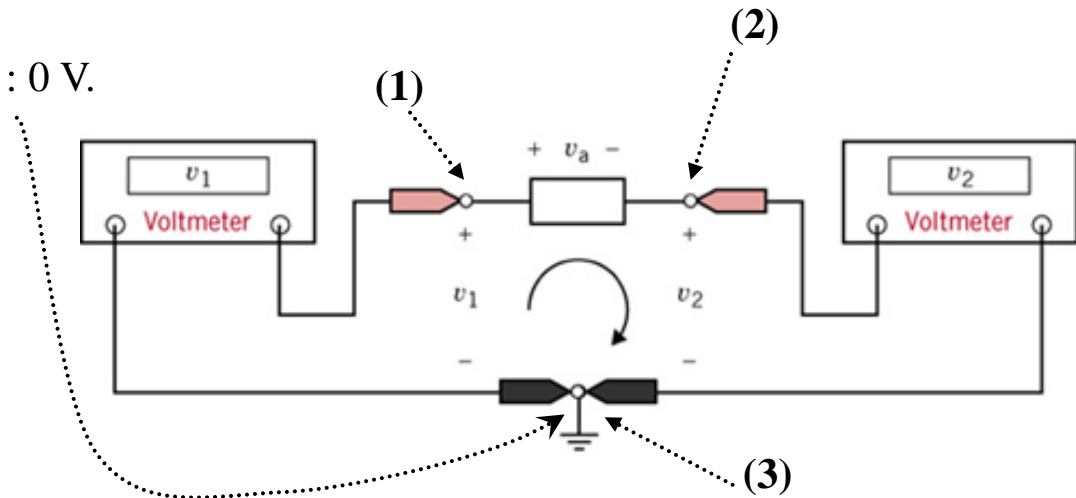
Ici  $v_a$  et  $v_b$  sont des tensions de nœud !



## Rappel : nœud de référence !!

La différence de potentiel, ou différence de tension entre deux nœuds, donne la différence de tension entre le nœud « + » et le nœud « - ».

Le nœud de masse sert comme référence : 0 V.



$$v_a = (v_1 - 0) - (v_2 - 0) = v_1 - v_2 = v_{12}$$

**Pourquoi {  $n-1$  } équations ?** Dans cet exemple, il y a trois nœuds,

donc deux équations ( $V_3 = 0$  V).

Pour les écrire, il faut déterminer la tension au niveau de chaque nœud (**donc calculer  $V_1$  et  $V_2$** ).

## MÉTHODE DES TENSIONS DE NŒUDS

Étape 1

Identifier le nombre de nœuds  
dans le circuit

Étape 2

Designer un nœud comme  
nœud de référence

Étape 3

Exprimer les courants inconnus  
en fonction des tensions des nœuds

Étape 4

Appliquer la LKC pour chaque nœud  
(sauf le nœud de référence)

Étape 5

Résoudre les équations  
pour obtenir les tensions de nœuds

Étape 6

Utiliser les tensions de nœuds  
pour déterminer les courants

Nous allons illustrer cela  
avec un exemple



## MÉTHODE DES TENSIONS DE NŒUDS

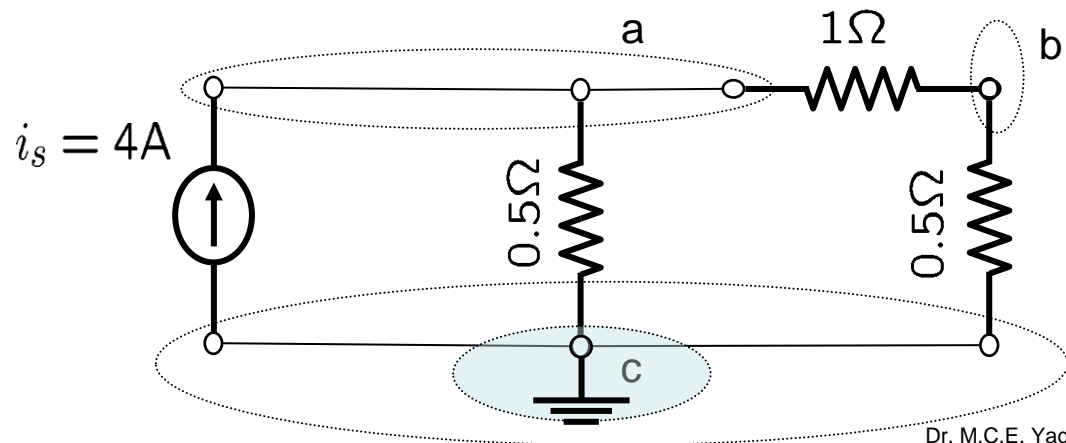
Étape 1

Identifier le nombre de nœuds  
dans le circuit

Étape 2

Designer un nœud comme  
nœud de référence

$n = 3 : a, b, c$



## Étape 3

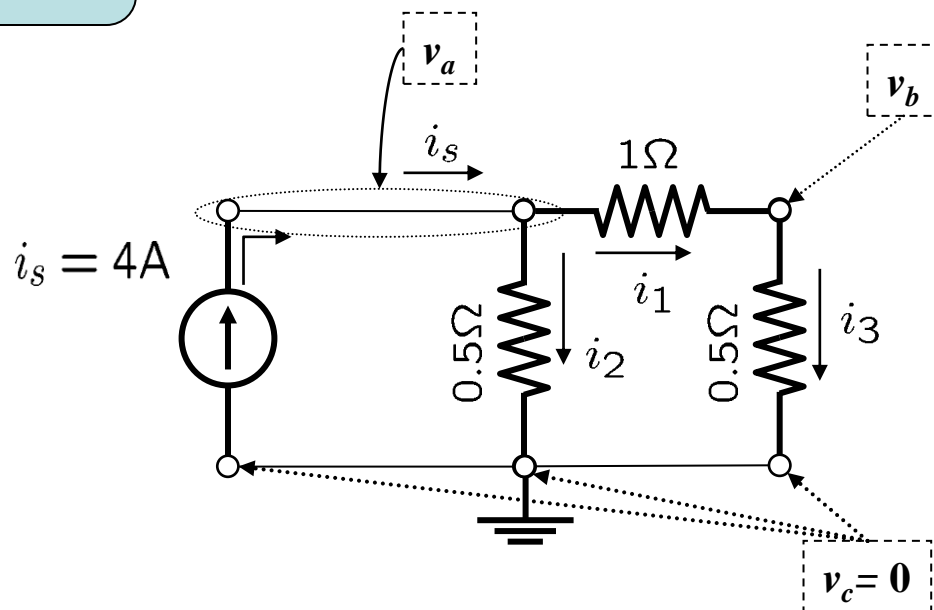
Exprimer les courants inconnus  
en fonction des tensions des nœuds

Courants inconnus :

$i_1$   $i_2$   $i_3$

Tensions de nœuds :

$v_a$   $v_b$   $v_c$



$$i_1 = \frac{v_a - v_b}{1}$$

$$i_2 = \frac{v_a - v_c}{0.5} = \frac{v_a}{0.5}$$

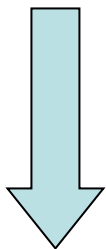
$$i_3 = \frac{v_b - v_c}{0.5} = \frac{v_b}{0.5}$$

## Étape 4

Appliquer la LKC pour chaque nœud  
(sauf le nœud de référence)

Nœud *a*

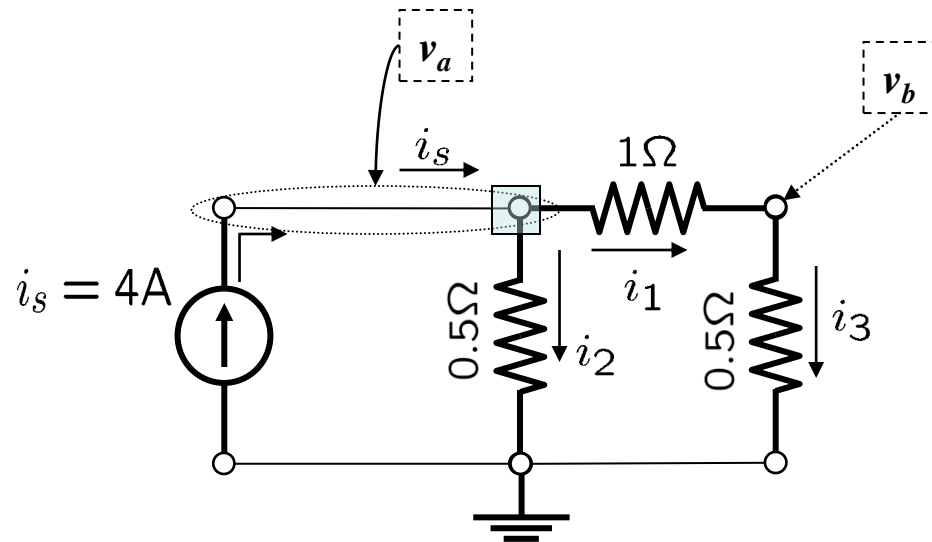
$\Sigma$  Courants entrants en (*a*) =



$\Sigma$  Courants sortants en (*a*)



$$i_s = i_1 + i_2$$

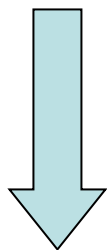


## Étape 4

Appliquer la LKC pour chaque nœud  
(sauf le nœud de référence)

Nœud *b*

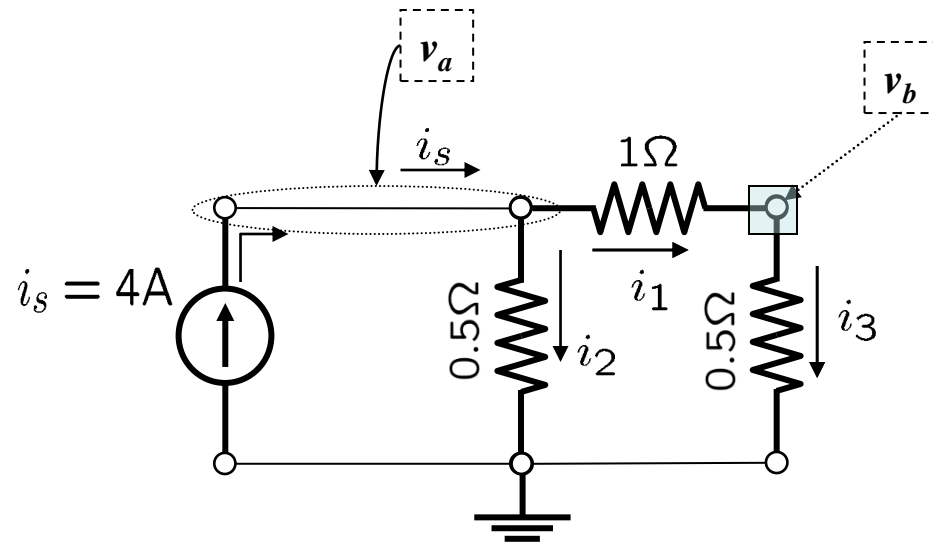
$\Sigma$  Courants entrants en (*b*) =



$\Sigma$  Courants sortants en (*b*)



$$i_1 = i_3$$



## Étape 5

Résoudre les équations  
pour obtenir les tensions de nœuds

$$i_s = i_1 + i_2$$

$$i_1 = i_3$$

$$4 = \frac{v_a - v_b}{1} + \frac{v_a}{0.5}$$

$$\frac{v_a - v_b}{1} = \frac{v_b}{0.5}$$

$$4 = 3v_a - v_b$$

$$v_a = 3v_b$$

$$i_1 = \frac{v_a - v_b}{1}$$

$$i_2 = \frac{v_a - v_c}{0.5} = \frac{v_a}{0.5}$$

$$i_3 = \frac{v_b - v_c}{0.5} = \frac{v_b}{0.5}$$

$$i_s = 4A$$

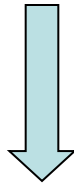
Étape 5

Résoudre les équations  
pour obtenir les tensions de nœuds

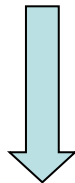


$$4 = 3v_a - v_b$$

$$v_a = 3v_b$$



$$4 = 3 \times 3v_b - v_b$$



$$v_b = \frac{1}{2} \text{ V}$$

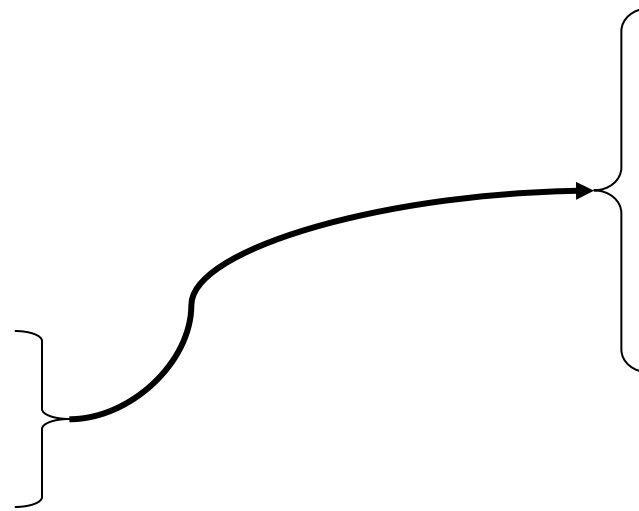


$$v_a = \frac{3}{2} \text{ V}$$

Étape 6

Utiliser les tensions de nœuds  
pour déterminer les courants

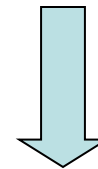
$$v_a = \frac{3}{2} \text{V}$$
$$v_b = \frac{1}{2} \text{V}$$



$$i_1 = \frac{v_a - v_b}{1}$$

$$i_2 = \frac{v_a - v_c}{0.5} = \frac{v_a}{0.5}$$

$$i_3 = \frac{v_b - v_c}{0.5} = \frac{v_b}{0.5}$$



$$i_1 = 1 \text{A}$$

$$i_2 = 3 \text{A}$$

$$i_3 = 1 \text{A}$$

Vous pouvez aussi

**VÉRIFIER**

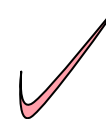
votre solution !!!

Comment ??



La solution doit satisfaire :

LKC a chaque nœud



LKT pour chaque boucle

$$v_a = \frac{3}{2} \text{ V}$$

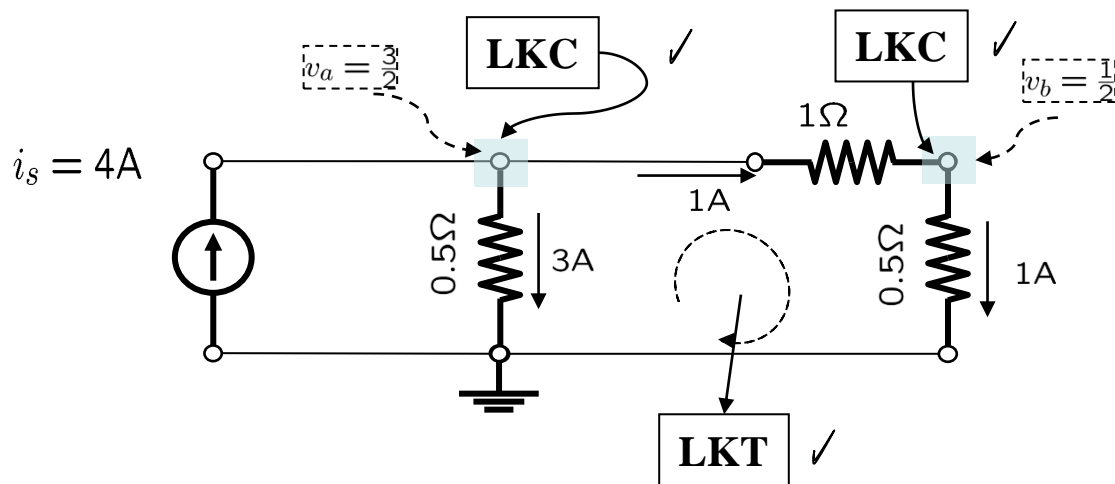
$$v_b = \frac{1}{2} \text{ V}$$

$$i_1 = 1 \text{ A}$$

$$i_2 = 3 \text{ A}$$

$$i_3 = 1 \text{ A}$$

Solution trouvée





## MÉTHODE DES TENSIONS DE NŒUDS

Étape 1

Identifier le nombre de nœuds  
dans le circuit

Étape 2

Designer un nœud comme  
nœud de référence

Étape 3

Exprimer les courants inconnus  
en fonction des tensions des nœuds

Étape 4

Appliquer la LKC pour chaque nœud  
(sauf le nœud de référence)

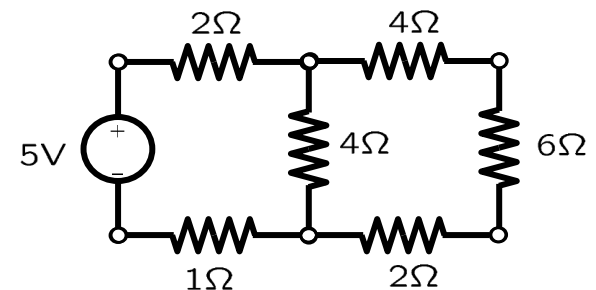
Étape 5

Résoudre les équations  
pour obtenir les tensions de nœuds

Étape 6

Utiliser les tensions de nœuds  
pour déterminer les courants

Nous allons illustrer cela  
avec un **autre** exemple



## MÉTHODE DES TENSIONS DE NŒUDS

Étape 1

Identifier le nombre de nœuds  
dans le circuit



Étape 2

Designer un nœud comme  
nœud de référence

Étape 3

Exprimer les courants inconnus  
en fonction des tensions des nœuds

Étape 4

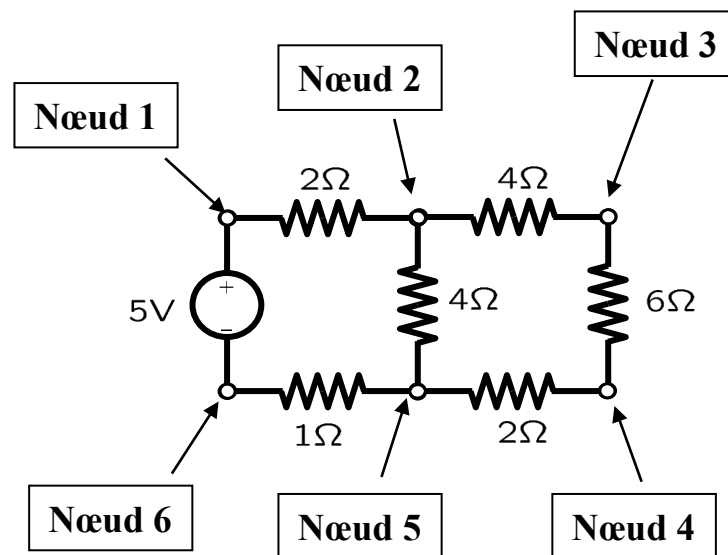
Appliquer la LKC pour chaque nœud  
(sauf le nœud de référence)

Étape 5

Résoudre les équations  
pour obtenir les tensions de nœuds

Étape 6

Utiliser les tensions de nœuds  
pour déterminer les courants



## MÉTHODE DES TENSIONS DE NŒUDS

Étape 1

Identifier le nombre de nœuds  
dans le circuit

Étape 2

Designer un nœud comme  
nœud de référence



Étape 3

Exprimer les courants inconnus  
en fonction des tensions des nœuds

Étape 4

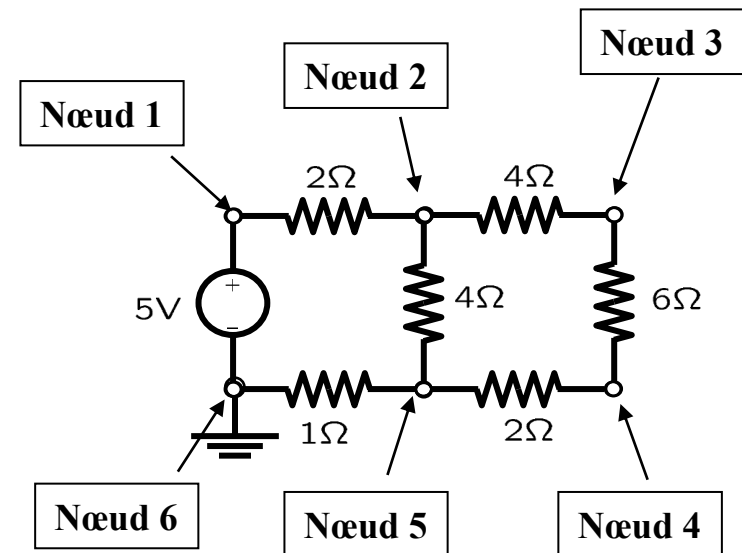
Appliquer la LKC pour chaque nœud  
(sauf le nœud de référence)

Étape 5

Résoudre les équations  
pour obtenir les tensions de nœuds

Étape 6

Utiliser les tensions de nœuds  
pour déterminer les courants



## MÉTHODE DES TENSIONS DE NŒUDS

Étape 1

Identifier le nombre de nœuds  
dans le circuit

Étape 2

Designer un nœud comme  
nœud de référence

Étape 3

Exprimer les courants inconnus  
en fonction des tensions des nœuds



Étape 4

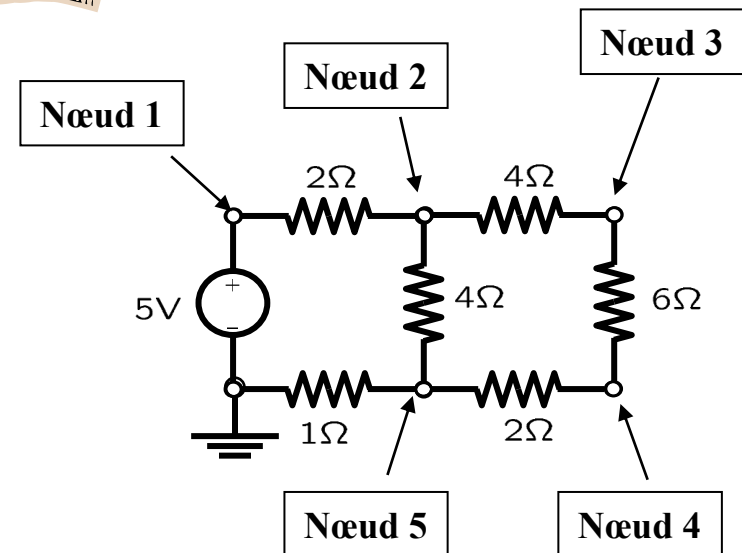
Appliquer la LKC pour chaque nœud  
(sauf le nœud de référence)

Étape 5

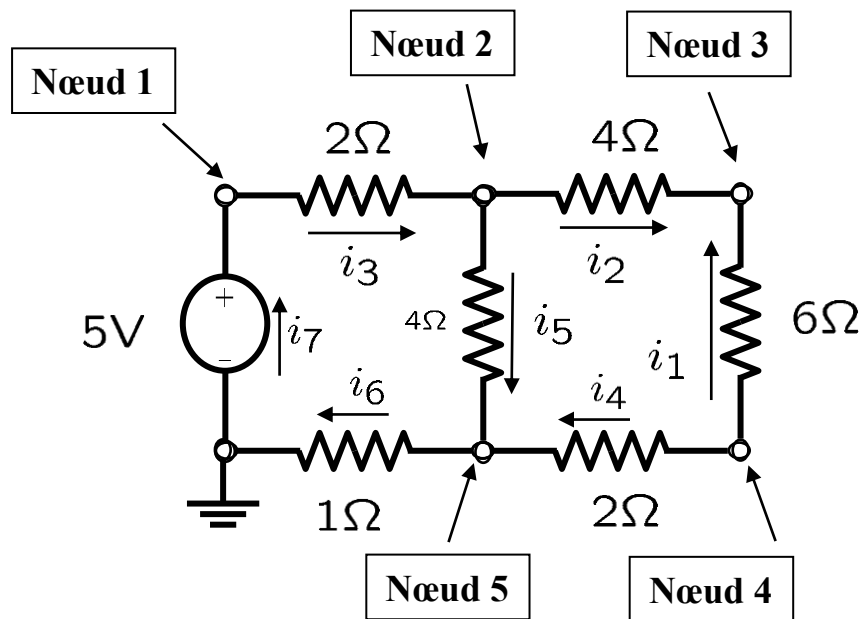
Résoudre les équations  
pour obtenir les tensions de nœuds

Étape 6

Utiliser les tensions de nœuds  
pour déterminer les courants



## MÉTHODE DES TENSIONS DE NŒUDS



$$i_1 = \frac{v_4 - v_3}{6}$$

$$i_2 = \frac{v_2 - v_3}{4}$$

$$i_3 = \frac{v_1 - v_2}{2}$$

$$i_4 = \frac{v_4 - v_5}{2}$$

$$i_5 = \frac{v_2 - v_5}{4}$$

$$i_6 = \frac{v_5 - 0}{1}$$

$$i_7 = ???$$

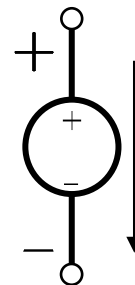
Ce courant ne peut pas s'exprimer en fonction des tensions de nœuds !

**Revenir au chapitre 1 !**

Une source indépendante de tension

Fournit une valeur de tension  $E$  constante et connue

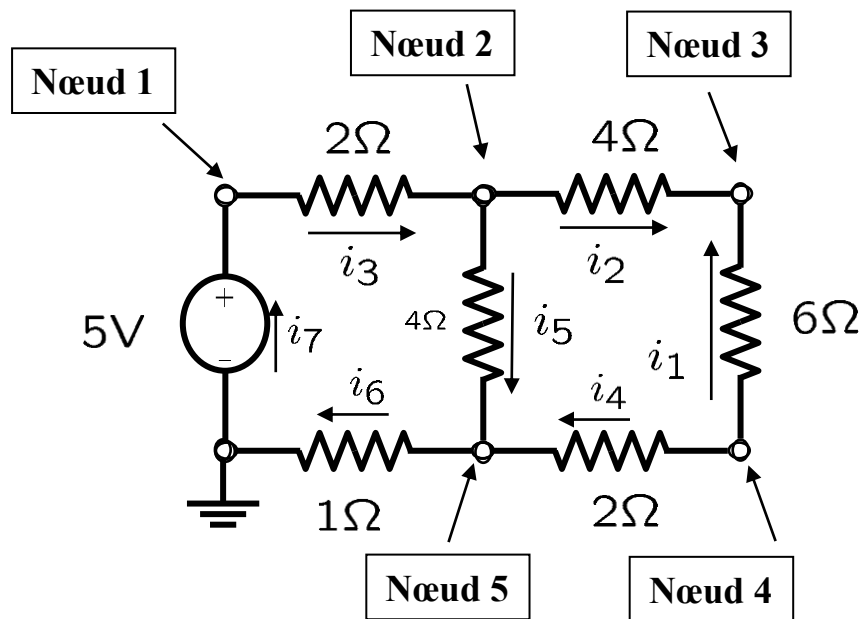
$$v = E$$



$I???$

Cependant, le courant qui la parcourt est **INCONNU**. Il dépend du circuit auquel la source est connectée

## MÉTHODE DES TENSIONS DE NŒUDS



$$i_1 = \frac{v_4 - v_3}{6}$$

$$i_2 = \frac{v_2 - v_3}{4}$$

$$i_3 = \frac{v_1 - v_2}{2}$$

$$i_4 = \frac{v_4 - v_5}{2}$$

$$i_5 = \frac{v_2 - v_5}{4}$$

$$i_6 = \frac{v_5 - 0}{1}$$

$$i_7 = ???$$

Il faut donc trouver une approche alternative pour cette méthode !

# MÉTHODE DES TENSIONS DE NŒUDS

Étape 1

Identifier le nombre de nœuds dans le circuit

Étape 2

Designer un nœud comme nœud de référence

Étape 3

Exprimer les courants inconnus en fonction des tensions des nœuds

Étape 4

Appliquer la LKC pour chaque nœud (sauf le nœud de référence)

Étape 5

Résoudre les équations pour obtenir les tensions de nœuds

Étape 6

Utiliser les tensions de nœuds pour déterminer les courants

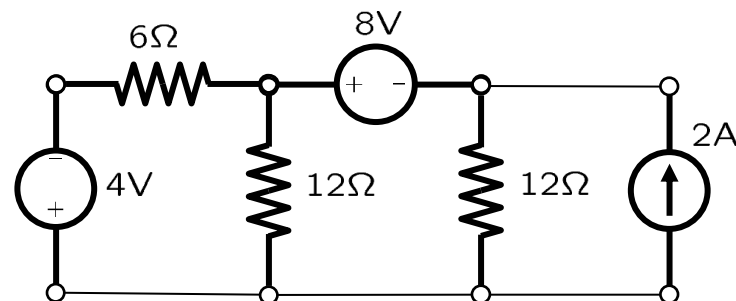
Nous allons illustrer cela avec un exemple

Étape 3-b

Source de tension indépendante connectée entre deux nœuds (aucun n'étant le nœud de référence) ?

Étape 3-c

Utiliser la notion de « super-nœud »





## MÉTHODE DES TENSIONS DE NŒUDS

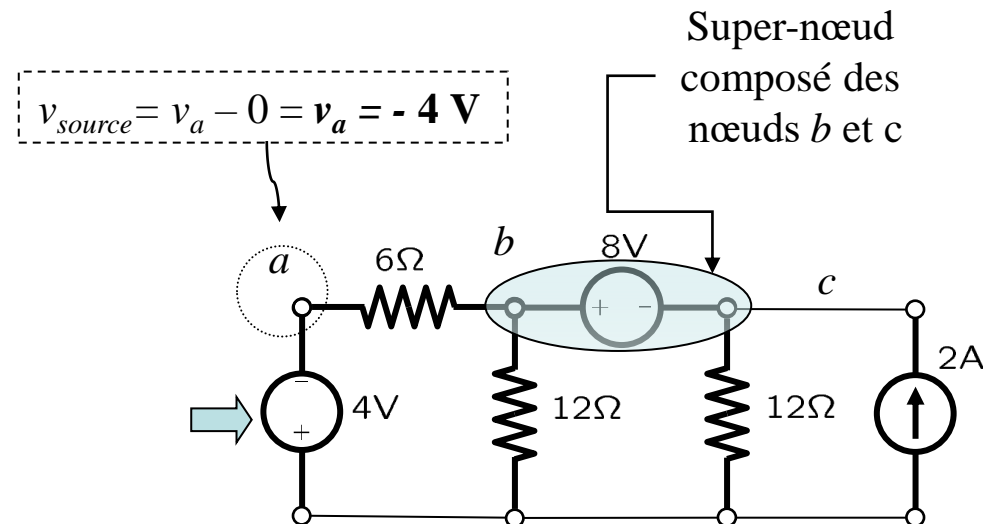
Source de tension indépendante  
connectée entre deux nœuds  
(aucun n'étant le nœud de référence) ?

Étape 3-c



Utiliser la notion de « super-nœud »

- Exprimer d'abord les tensions de nœuds en fonction des tensions de sources (celles qui sont reliées au nœud de référence, si elles existent) :

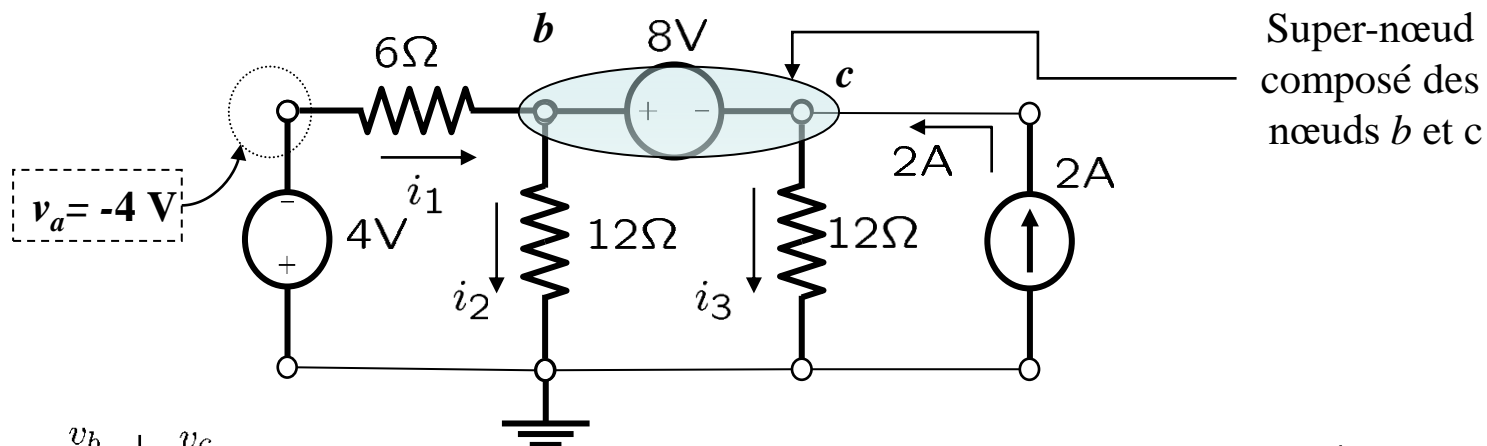


## MÉTHODE DES TENSIONS DE NŒUDS

- Écrire la LKC pour le super-nœud :

Étape 4

Appliquer la LKC pour chaque nœud  
(sauf le nœud de référence)



Super-nœud  
composé des  
nœuds  $b$  et  $c$

$$\frac{v_a - v_b}{6} + 2 = \frac{v_b}{12} + \frac{v_c}{12}$$

$$\frac{-4 - v_b}{6} + 2 = \frac{v_b}{12} + \frac{v_c}{12}$$

$$16 = 3v_b + v_c$$

$$i_1 + 2 = i_2 + i_3$$

Une équation à deux inconnues : il faut une autre équation :  
**super nœud (tenir compte des signes '+' et '-' de la source) !!!**

$$v_b - v_c = 8\text{ V}$$

Étape 5

Résoudre les équations  
pour obtenir les tensions de nœuds

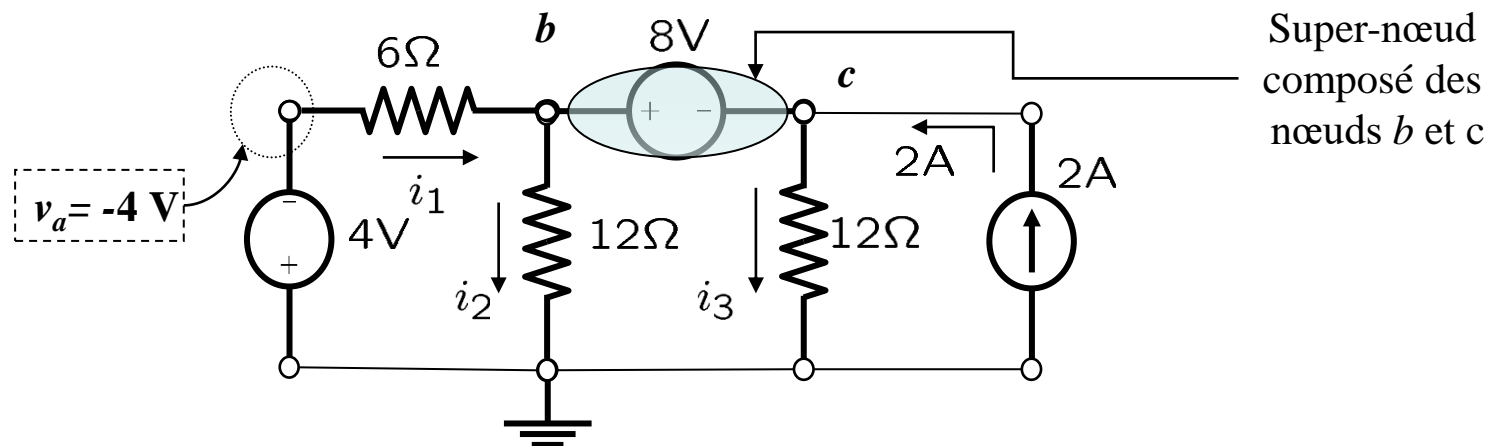
$$v_b = 6\text{ V}$$

$$v_c = -2\text{ V}$$

# MÉTHODE DES TENSIONS DE NŒUDS

Étape 6

Utiliser les tensions de nœuds pour déterminer les courants



$$v_b = 6V$$

$$v_c = -2V$$

$$i_1 = \frac{v_a - v_b}{6} = -\frac{10}{6}A$$

$$i_2 = \frac{v_b}{12} = \frac{1}{2}A$$

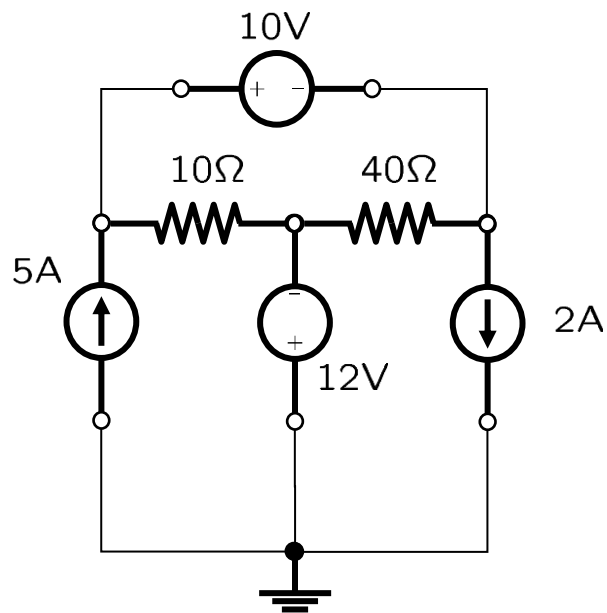
$$i_3 = \frac{v_c}{12} = -\frac{2}{12} = -\frac{1}{6}A$$

Courants négatifs ?

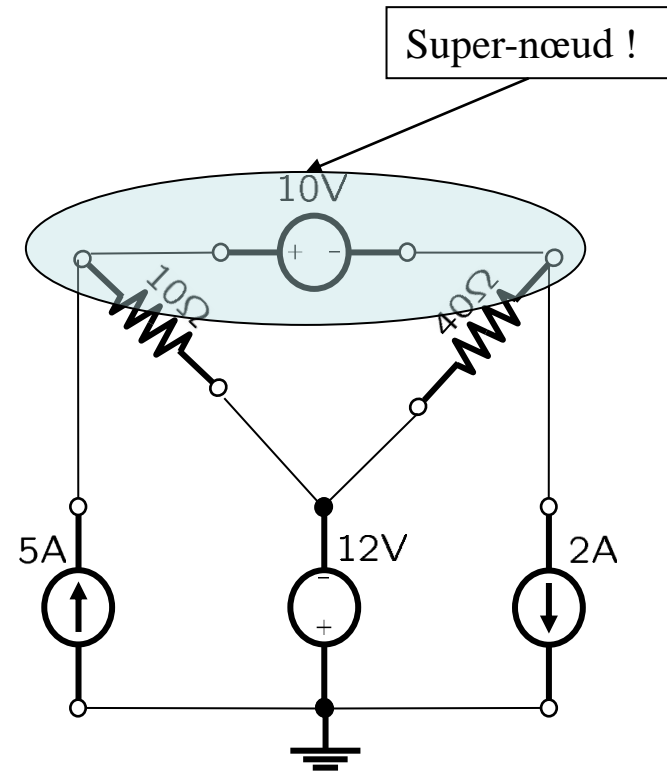
La direction du courant est l'opposée de celle initialement supposée  
Nous aurions dû prendre l'inverse : **MAIS NE PAS REFAIRE LA QUESTION !!**

# MÉTHODE DES TENSIONS DE NŒUDS

Autre exemple :



Équivalents



## MÉTHODE DES TENSIONS DE NŒUDS

Super-nœud :

$$5 = i_1 + i_2 + 2$$



$$5 = \frac{v_a - v_b}{10} + \frac{v_c - v_b}{40} + 2$$



$$5 = \frac{v_a - (-12)}{10} + \frac{v_c - (-12)}{40} + 2$$



Il faut une autre équation : super-nœud !

$$v_a - v_c = 10V$$

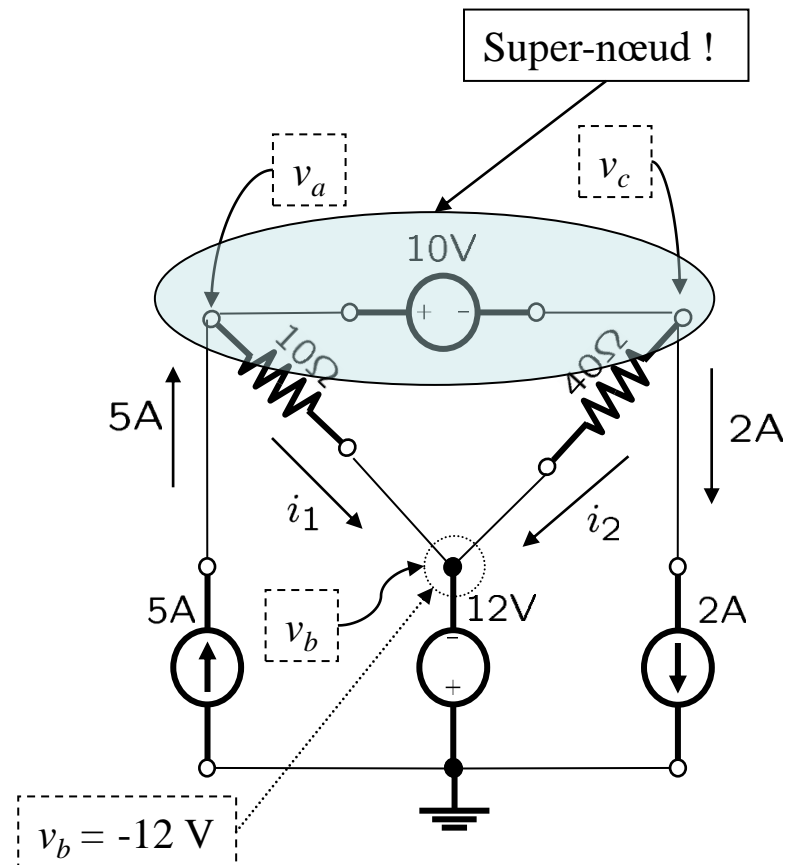
$$v_a = 14V$$

$$v_c = 4V$$

$$i_1 = \frac{v_a - v_b}{10} = \frac{14 + 12}{10} = 2.6A$$

$$i_2 = \frac{v_c - v_b}{10} = \frac{4 + 12}{40} = 0.4A$$

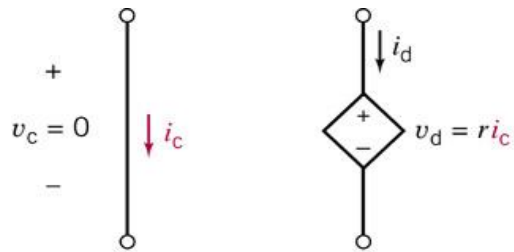
En déduire les courants :



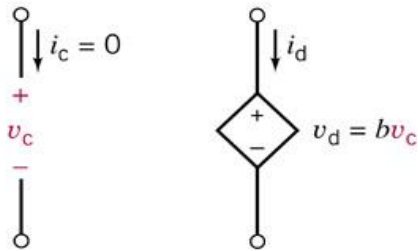
## MÉTHODE DES TENSIONS DE NŒUDS

Nous venons de résoudre la méthode des tensions de nœuds avec des  
**sources indépendantes**,  
mais au chapitre 1  
nous avons aussi parlé de **sources dépendantes** !

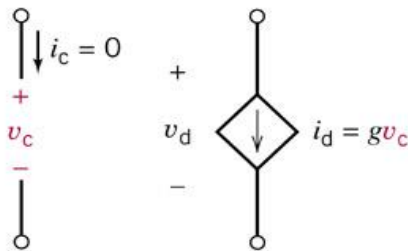
Il existe **quatre** types différents de sources dépendantes



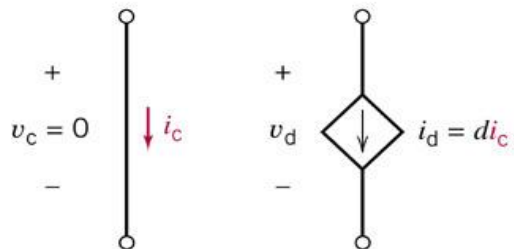
(a) Source de Tension Contrôlée par un Courant ou STCC (*Current-Controlled Voltage Source*),  $r$  est le gain de la STCC et son unité est le volts/ampère. Il équivaut à une résistance.



(b) Source de Tension Contrôlée par une Tension ou STCT (*Voltage-Controlled Voltage Source*),  $b$  est le gain de la STCT et son unité est le volts/volt. Il équivaut à un gain en tension.

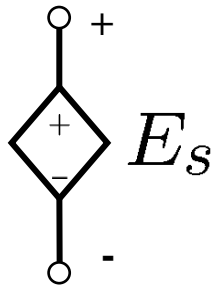


(c) Source de Courant Contrôlée par une Tension ou SCCT (*Voltage-Controlled Current Source*),  $g$  est le gain de la SCCT et son unité est le ampères/volt. Il équivaut à une conductance.



(d) Source de Courant Contrôlée par un Courant ou SCCC (*Current-Controlled Current Source*),  $d$  est le gain de la SCCC et son unité est le ampères/ampère. Il équivaut à un gain en courant.

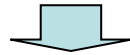
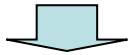
### Source de tension dépendante



SI

$E_s$  est fonction  
d'une tension qui est  
dans le circuit

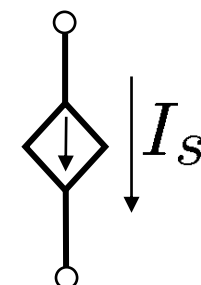
$E_s$  est fonction  
d'un courant qui est  
dans le circuit



Source de Tension  
Contrôlée par  
une Tension

Source de Tension  
Contrôlée par  
un Courant

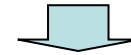
### Source de courant dépendante



SI

$I_s$  est fonction  
d'une tension qui est  
dans le circuit

$I_s$  est fonction  
d'un courant qui est  
dans le circuit



Source de Courant  
Contrôlée par  
une Tension

Source de Courant  
Contrôlée par  
un Courant

**Rappel** : Une source indépendante est symbolisée par un **cercle** tandis qu'une source dépendante est symbolisée par un **losange**.

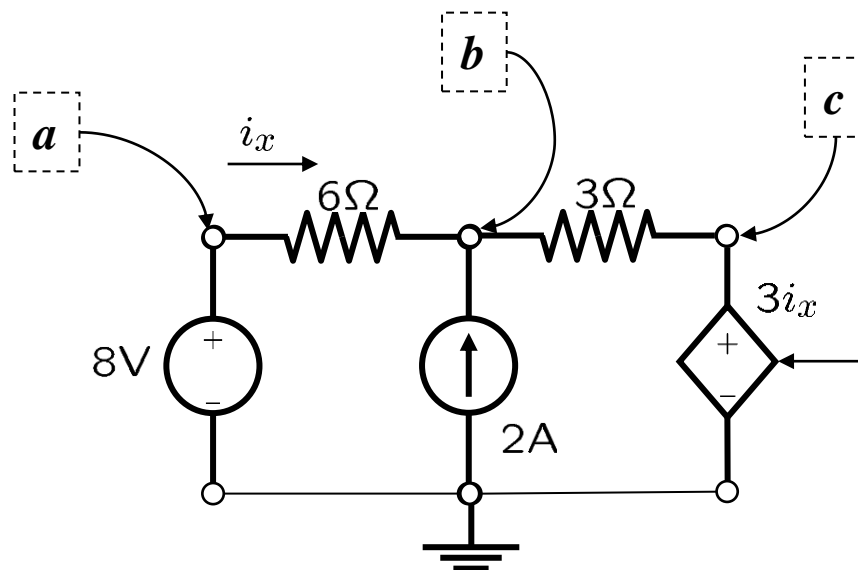


# MÉTHODE DES TENSIONS DE NŒUDS

Étape 1

Identifier le nombre de nœuds dans le circuit

Exemple :

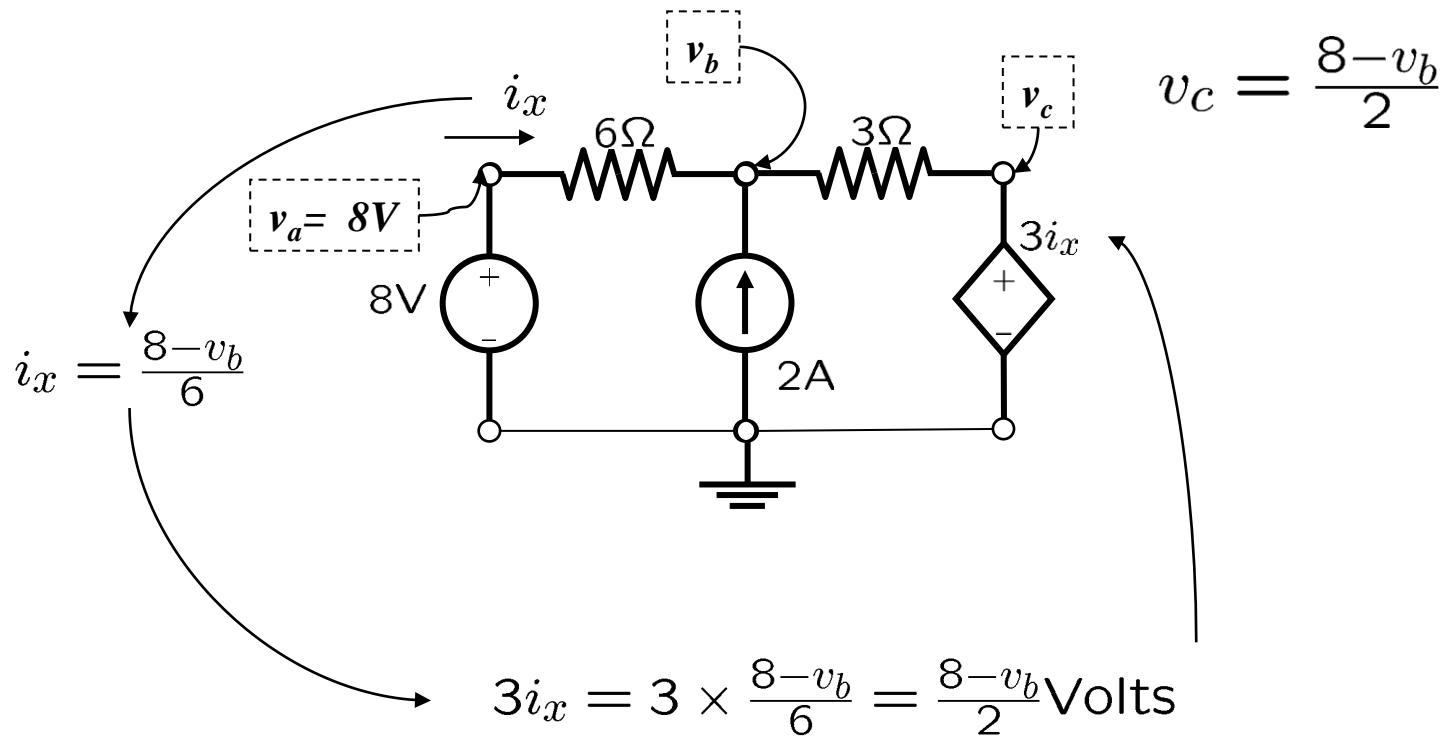


La valeur de la tension de la source dépendante (entre le nœud *c* et le nœud de *référence*)  
vaut **3** fois celle du courant qui passe entre les nœuds *a* et *b* !!

Comment l'intégrer dans les calculs ?

Exprimer sa valeur en fonction des inconnues (**tensions de nœuds**) !

# MÉTHODE DES TENSIONS DE NŒUDS



# MÉTHODE DES TENSIONS DE NŒUDS

$$i_1 + i_x + 2 = 0$$

$$\frac{v_c - v_b}{3} + \frac{v_a - v_b}{6} + 2 = 0$$

$$2v_c + v_a - 3v_b + 12 = 0$$

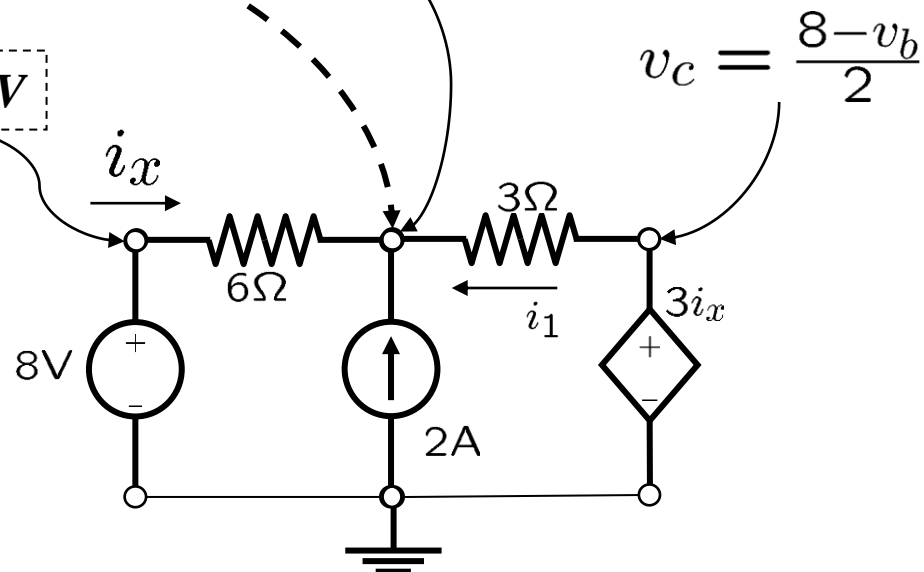
$$8 - v_b + 8 - 3v_b + 12 = 0$$

$$v_b = 7V$$

$$v_c = 4 - \frac{v_b}{2} = \frac{1}{2}V$$

LKC  
à ce nœud

$$v_a = 8V$$



$$i_1 = -\frac{6.5}{3}A$$

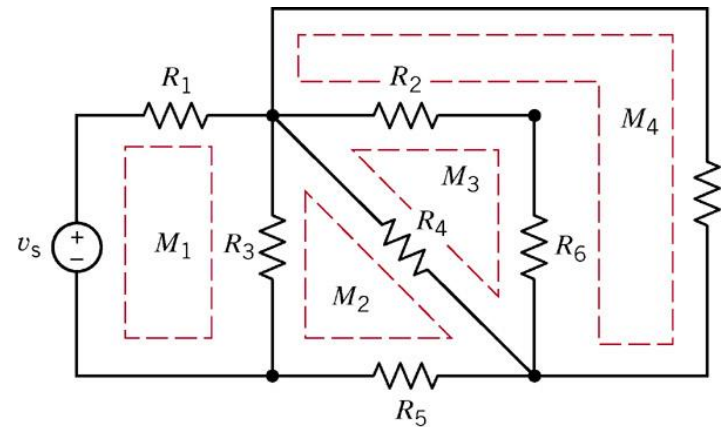
## Quelles méthodes utiliser ?

Nous allons nous servir des Lois de Kirchhoff et de la Loi d'Ohm pour énoncer deux méthodes d'analyse :

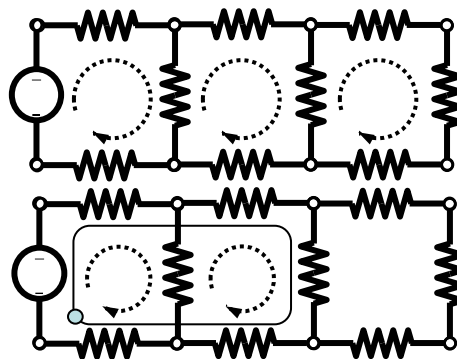
- Méthode des tensions de nœuds ou *méthode des nœuds*
- Méthode des courants de mailles ou *méthode des mailles*

## MÉTHODE DES COURANTS DE MAILLES

Une **maille** est une **boucle** dans un circuit **qui ne contient pas d'autres boucles**



- Il est possible de déterminer si une boucle est une maille lorsque nous partons d'un nœud et que nous revenons au même nœud sans croiser d'autres nœuds.



Ces boucles sont des mailles



Cette boucle n'est pas une maille car elle renferme d'autres mailles

## MÉTHODE DES COURANTS DE MAILLES

Étape 1

Identifier le nombre de mailles  
dans le circuit

Étape 2

Attribuer un courant par maille

Étape 3

A partir des courants de maille,  
déterminer les courants parcourant  
chaque élément du circuit

Étape 4

Appliquer la LKT pour chaque maille

Étape 5

Résoudre les équations  
pour obtenir les courants de maille

Étape 6

Utiliser les courants de maille  
pour déterminer les tensions

Nous allons illustrer cela  
avec un exemple

## MÉTHODE DES COURANTS DE MAILLES

Étape 1

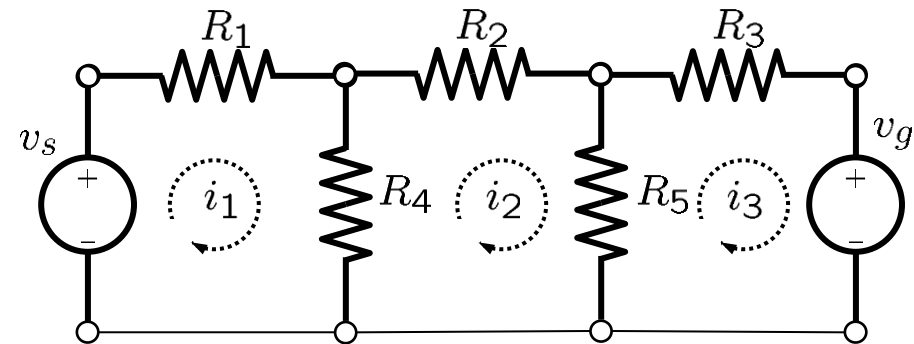
Identifier le nombre de mailles dans le circuit

Étape 2

Attribuer un courant par maille

Étape 3

A partir des courants de maille, déterminer les courants parcourant chaque élément du circuit



# MÉTHODE DES COURANTS DE MAILLES

Étape 3

A partir des courants de maille, déterminer les courants parcourant chaque élément du circuit

Courants parcourant les composants doivent être obtenus à partir des courants de mailles :

**SI** un élément

**N'EST PAS PARTAGÉ**  
entre deux mailles

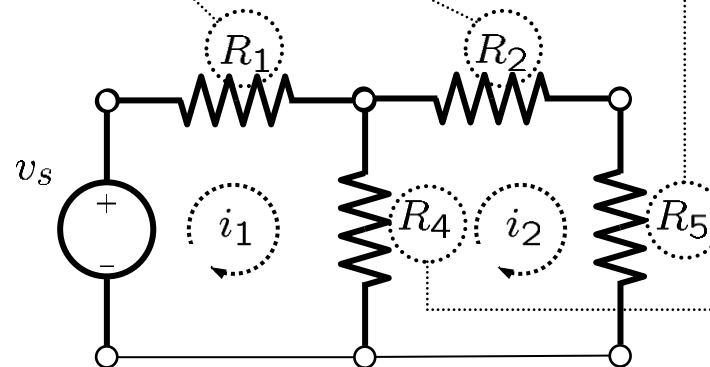
**EST PARTAGÉ**  
entre deux mailles

**Alors**

Le courant de l'élément  
est égal au courant de la  
maille à laquelle  
l'élément appartient

**Alors**

Le courant de l'élément est  
égal à la différence entre les  
courants des mailles ( $i_1$ ) et ( $i_2$ )  
qui partagent cet élément

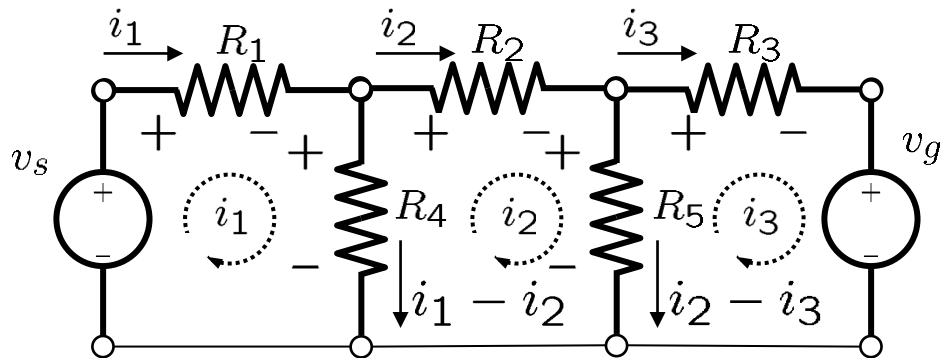




## MÉTHODE DES COURANTS DE MAILLES

Étape 3

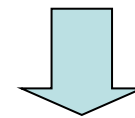
A partir des courants de maille, déterminer les courants parcourant chaque élément du circuit



$$-v_s + R_1 i_1 + R_4 (i_1 - i_2) = 0$$

$$R_2 i_2 + R_5 (i_2 - i_3) - R_4 (i_1 - i_2) = 0$$

$$-R_5 (i_2 - i_3) + R_3 i_3 + v_g = 0$$



$$(R_1 + R_4) i_1 - R_4 i_2 = v_s$$

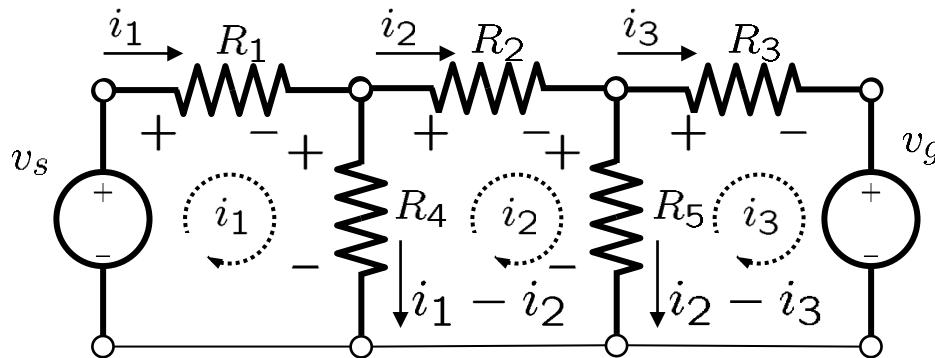
$$-R_4 i_1 + (R_2 + R_4 + R_5) i_2 - R_5 i_3 = 0$$

$$-R_4 i_2 + (R_3 + R_5) i_3 = -v_g$$

## MÉTHODE DES COURANTS DE MAILLES

Étape 3

A partir des courants de maille, déterminer les courants parcourant chaque élément du circuit

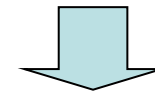


$$(R_1 + R_4)i_1 - R_4i_2 = v_s$$

$$-R_4i_1 + (R_2 + R_4 + R_5)i_2 - R_5i_3 = 0$$

$$-R_4i_2 + (R_3 + R_5)i_3 = -v_g$$

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_4 & -R_4 & 0 \\ -R_4 & R_2 + R_4 + R_5 & -R_5 \\ 0 & -R_4 & R_3 + R_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_s \\ 0 \\ -v_g \end{bmatrix}$$



A résoudre par la méthode de Cramer ou par substitution

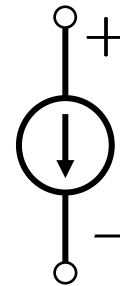


## Revenir au chapitre 1 !

Une source indépendante de courant

Fournit une valeur de courant  $J$  constante et connue

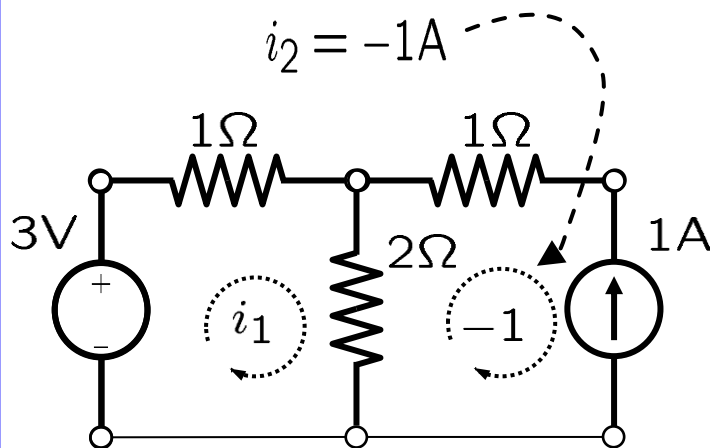
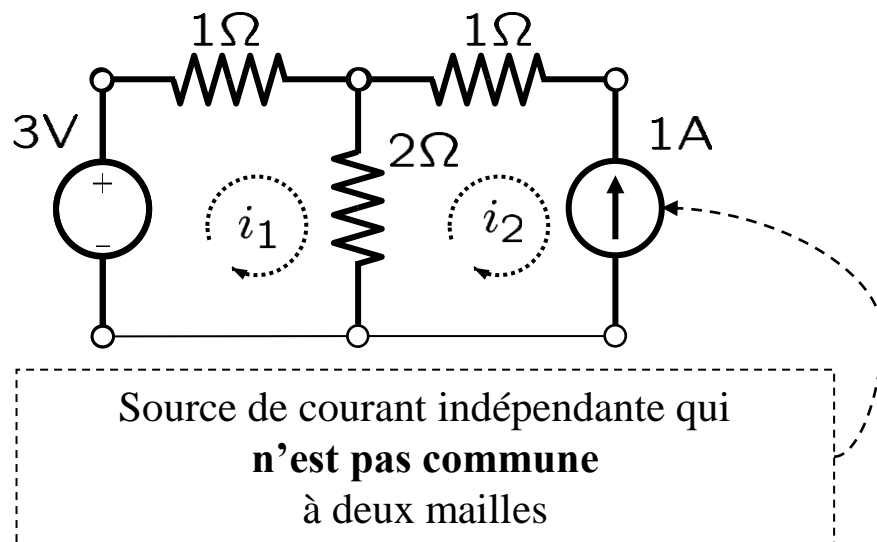
$$i = J$$



$v???$

Cependant, la tension à ses bornes est **INCONNUE**. Elle dépend du circuit auquel la source est connectée

## MÉTHODE DES COURANTS DE MAILLES



## MÉTHODE DES COURANTS DE MAILLES

Étape 1

Identifier le nombre de mailles dans le circuit

Étape 2

Attribuer un courant par maille

Étape 3

A partir des courants de maille, déterminer les courants parcourant chaque élément du circuit

Étape 4

Appliquer la LKT pour chaque maille

Étape 5

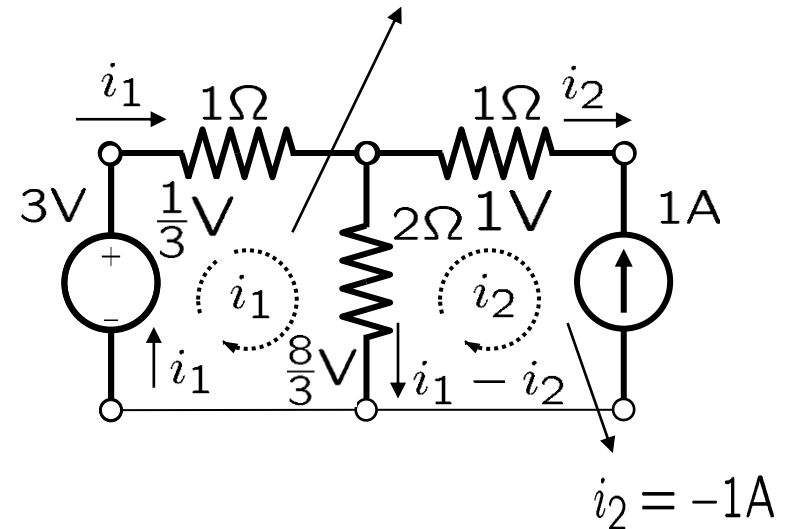
Résoudre les équations pour obtenir les courants de maille

Étape 6

Utiliser les courants de maille pour déterminer les tensions

Exemple :

$$-3 + i_1 \times 1 + (i_1 - i_2) \times 2 = 0$$



$$-3 + i_1 \times 1 + (i_1 - (-1)) \times 2 = 0$$

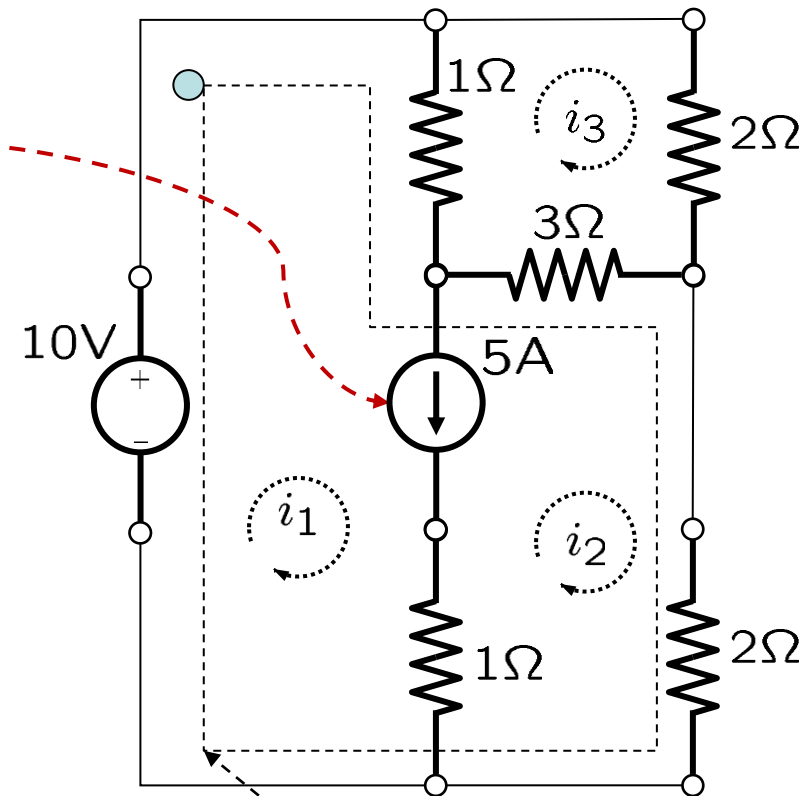
$$i_1 = \frac{1}{3}A$$

Loi d'Ohm !

# MÉTHODE DES COURANTS DE MAILLES

Source de courant indépendante qui  
**est commune**  
à deux mailles

**Super maille !!**



La **super maille** dans le circuit

## MÉTHODE DES COURANTS DE MAILLES

Étape 1

Identifier le nombre de mailles  
dans le circuit

Étape 2

Attribuer un courant par maille

Étape 3

A partir des courants de maille,  
déterminer les courants parcourant  
chaque élément du circuit

Étape 4

Appliquer la LKT pour chaque maille

Étape 5

Résoudre les équations  
pour obtenir les courants de maille

Étape 6

Utiliser les courants de maille  
pour déterminer les tensions

Nous allons illustrer cela  
avec un exemple

Étape 3-b

Source de courant indépendante  
Commune à deux mailles ?

Étape 3-c

Utiliser la notion de « super-maille »



## MÉTHODE DES COURANTS DE MAILLES

LKT supermaille :

$$-10 + 1(i_1 - i_3) + 3(i_2 - i_3) + 2i_2 = 0$$

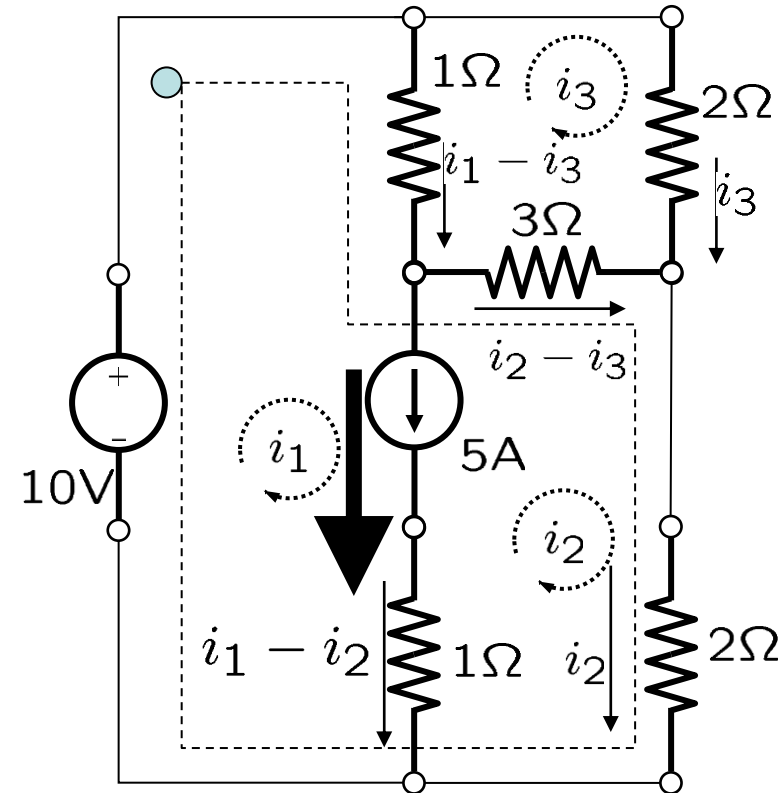
LKT maille 3 :

$$-1(i_1 - i_3) + 2i_3 - 3(i_2 - i_3) = 0$$

3 inconnues, 2 équations : il faut une de plus !

De la source commune à deux mailles : **Super-maille** :

$$i_1 - i_2 = 5$$



Étape 5

Résoudre les équations  
pour obtenir les courants de maille

Pour les résoudre :

substitution

OU

Matrices

# MÉTHODE DES COURANTS DE MAILLES

## Matrices

$$\begin{aligned} i_1 + 5i_2 - 4i_3 &= 10 \\ -i_1 - 3i_2 + 6i_3 &= 0 \\ i_1 - i_2 &= 5 \end{aligned}$$



$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & -4 \\ -1 & -3 & 6 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Étape 6

Utiliser les courants de maille pour déterminer les tensions

## substitution

$$\begin{aligned} i_1 + 5i_2 - 4i_3 &= 10 \\ -i_1 - 3i_2 + 6i_3 &= 0 \\ i_1 - i_2 &= 5 \end{aligned}$$


---


$$i_1 = 5 + i_2$$

$$-5 - 4i_2 + 6i_3 = 0$$

$$i_2 = \frac{6i_3 - 5}{4}$$

$$5 + i_2 + 5i_2 - 4i_3 = 10$$

$$5 + 6i_2 - 4i_3 = 10$$

$$5 + 6\frac{6i_3 - 5}{4} - 4i_3 = 10$$

$$i_3 = 2.5A$$

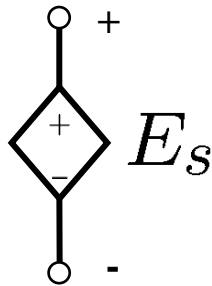
$$i_2 = 2.5A$$

$$i_1 = 7.5A$$

## MÉTHODE DES COURANTS DE MAILLES

Nous venons de résoudre la méthode des courants de mailles avec des  
**sources indépendantes**,  
mais au chapitre 1  
nous avons aussi parlé de **sources dépendantes** !

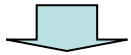
### Source de tension dépendante



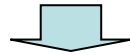
SI

$E_s$  est fonction  
d'une tension qui est  
dans le circuit

$E_s$  est fonction  
d'un courant qui est  
dans le circuit

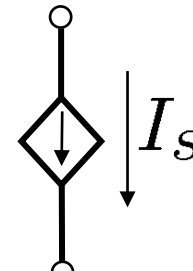


Source de Tension  
Contrôlée par  
une Tension



Source de Tension  
Contrôlée par  
un Courant

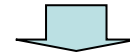
### Source de courant dépendante



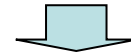
SI

$I_s$  est fonction  
d'une tension qui est  
dans le circuit

$I_s$  est fonction  
d'un courant qui est  
dans le circuit



Source de Courant  
Contrôlée par  
une Tension



Source de Courant  
Contrôlée par  
un Courant

**Note :** Une source indépendante est symbolisée par un **cercle** tandis qu'une source dépendante est symbolisée par un **losange**.

## MÉTHODE DES COURANTS DE MAILLES

Prenons un exemple :

Étape 1

Identifier le nombre de mailles dans le circuit

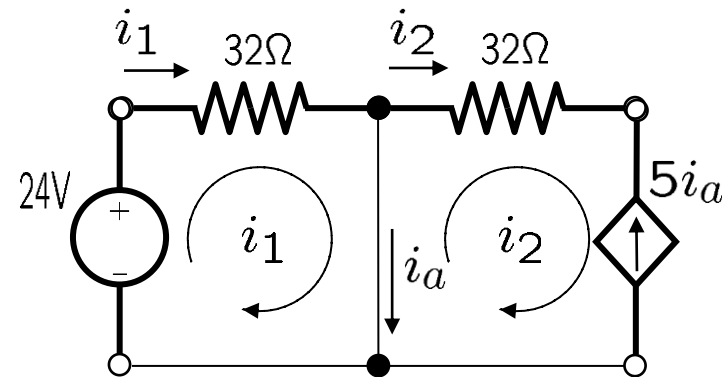
Étape 2

Attribuer un courant par maille

Étape 3

A partir des courants de maille, déterminer les courants parcourant chaque élément du circuit

Source dépendante :  
exprimer la commande en fonction des inconnues (courants de mailles)



**Attention** : Source dépendante !

## MÉTHODE DES COURANTS DE MAILLES

Prenons un exemple :

Étape 1

Identifier le nombre de mailles dans le circuit

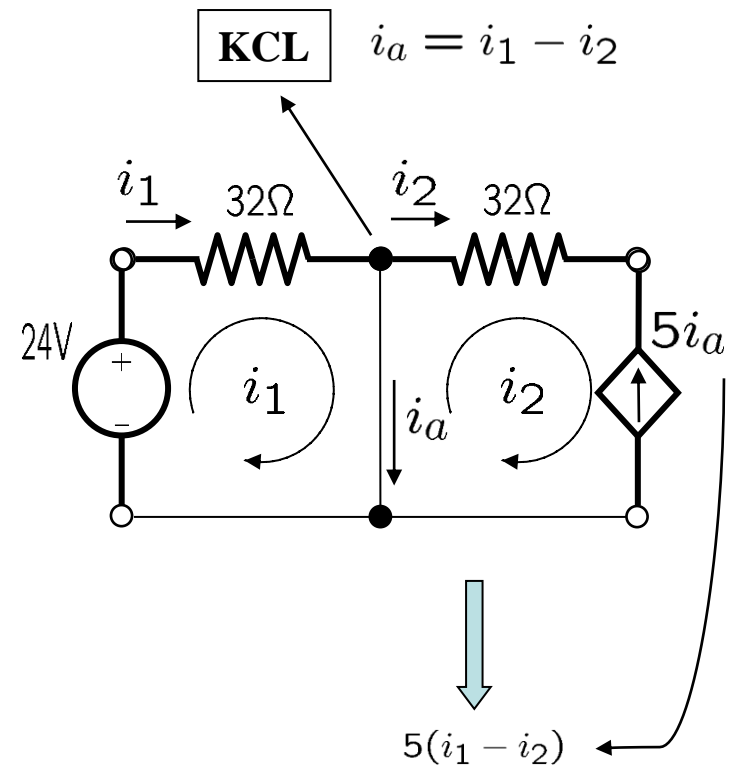
Étape 2

Attribuer un courant par maille

Étape 3

A partir des courants de maille, déterminer les courants parcourant chaque élément du circuit

Source dépendante :  
exprimer la commande en fonction  
des inconnues (courants de mailles)



# MÉTHODE DES COURANTS DE MAILLES

Prenons un exemple :

$$-24 + i_1 \times 32 = 0$$

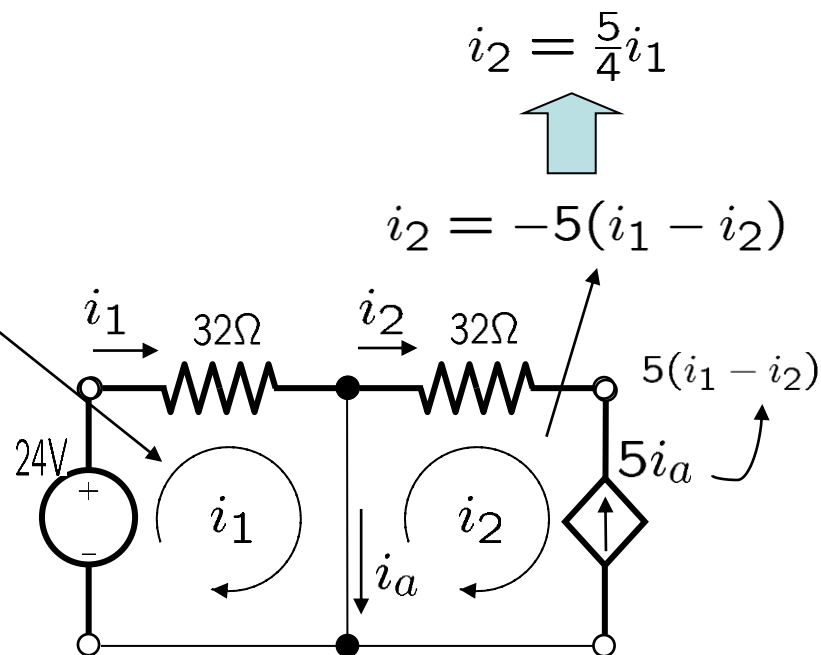


$$i_1 = \frac{3}{4} \text{ A}$$



$$i_2 = \frac{5}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{16} \text{ A}$$

LKT



Étape 4

Appliquer la LKT pour chaque maille

Étape 5

Résoudre les équations  
pour obtenir les courants de maille

Étape 6

Utiliser les courants de maille  
pour déterminer les tensions

**Travail : à résoudre individuellement !**

## Quelle méthode utiliser ?

Nous avons passé en revue les deux méthodes d'analyse :

- Méthode des tensions de nœuds ou *méthode des nœuds*
- Méthode des courants de mailles ou *méthode des mailles*

*Mais ...*

*Quelle est la meilleure ?*



## MÉTHODE DES TENSIONS DE NŒUDS

Étape 1

Identifier le nombre de nœuds  
dans le circuit

Étape 2

Designer un nœud comme  
nœud de référence

Étape 3

Exprimer les courants inconnus  
en fonction des tensions des nœuds

Étape 4

Appliquer la LKC pour chaque nœud  
(sauf le nœud de référence)

Étape 5

Résoudre les équations  
pour obtenir les tensions de nœuds

Étape 6

Utiliser les tensions de nœuds  
pour déterminer les courants

Super-nœud  
Super maille

## MÉTHODE DES COURANTS DE MAILLES

Identifier le nombre de mailles  
dans le circuit

Attribuer un courant par maille

A partir des courants de maille,  
déterminer les courants parcourant  
chaque élément du circuit

Appliquer la LKT pour chaque maille

Résoudre les équations  
pour obtenir les courants de maille

Utiliser les courants de maille  
pour déterminer les tensions

## MÉTHODE DES TENSIONS DE NŒUDS

## MÉTHODE DES COURANTS DE MAILLES

Étape 1

Identifier le nombre de nœuds  
dans le circuit

Identifier le nombre de mailles  
dans le circuit

**Combien d'inconnues restent** après avoir  
utilisé les super-nœuds, super-mailles ... ?

**Combien d'équations à résoudre ?**

Étape 5

Résoudre les équations  
pour obtenir les tensions de nœuds

Résoudre les équations  
pour obtenir les courants de maille

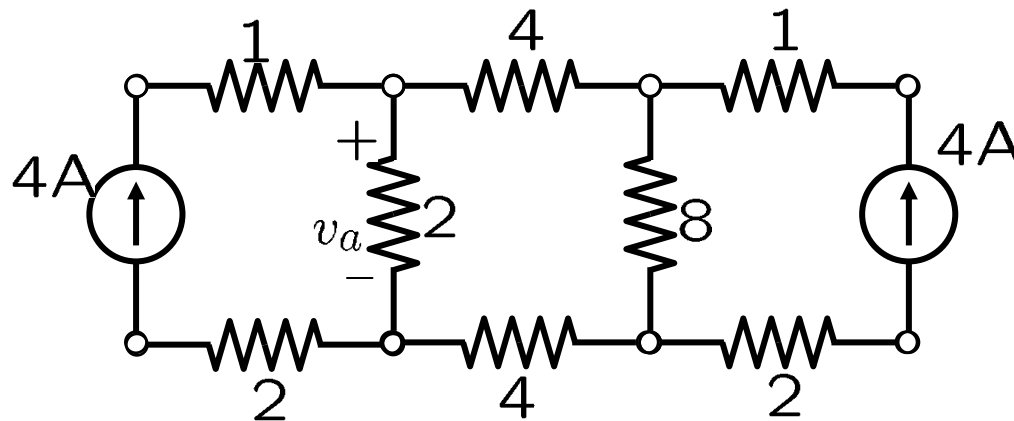
**Quelle méthode de résolution  
est la meilleure ?**

Du point de vue efficacité et simplicité, il est clair que la méthode à utiliser est celle qui exige le moins d'équations à résoudre :

- Pour un circuit avec uniquement des sources de tensions (ou contenant majoritairement des sources de tensions), il vaut mieux utiliser l'analyse par les tensions de nœuds.
- Pour un circuit avec uniquement des sources de courants (ou contenant majoritairement des sources de courants), il vaut mieux utiliser l'analyse par les courants de mailles.

Prenons un exemple :

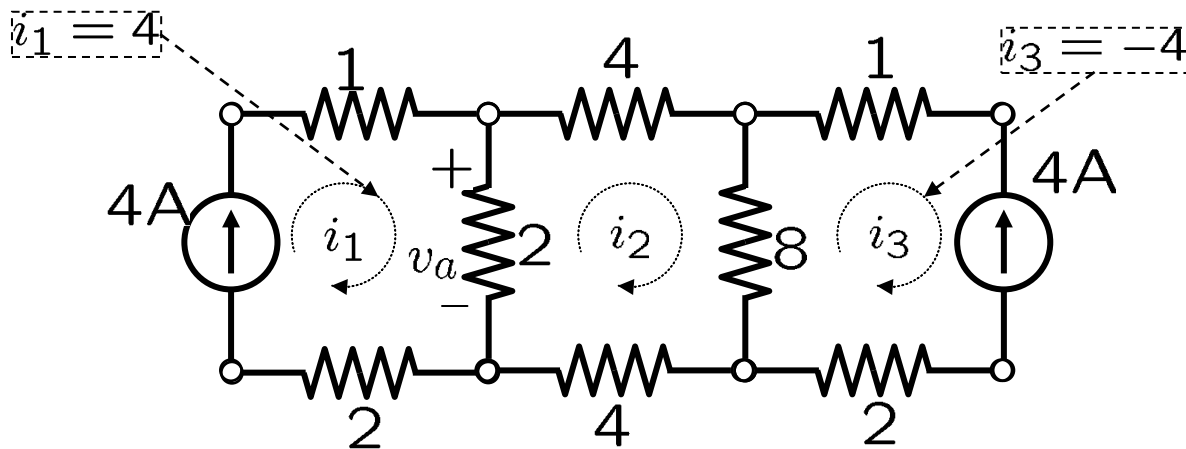
Supposons que le but est de calculer la tension  $v_a$  !



Même si  $v_a$  est une tension,

il est plus facile de calculer  $v_a$  avec la méthode des courants de mailles, car il y a des sources de courants !

Une seule inconnue :  $i_2$  !!

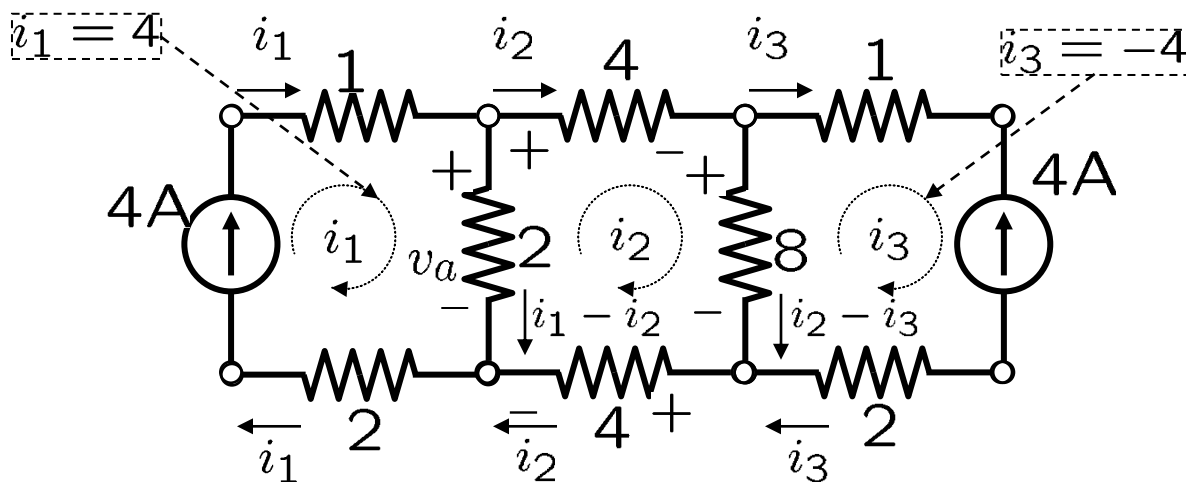


Maille # 2 :

$$-2(i_1 - i_2) + 4i_2 + 8(i_2 - i_3) + 4i_2 = 0$$

$$\Rightarrow i_2 = 3/2\text{A}$$

$$\Rightarrow v_a = 2(i_1 - i_2) = 2(4 - \frac{3}{2}) = 5\text{V}$$



Note : les deux méthodes :

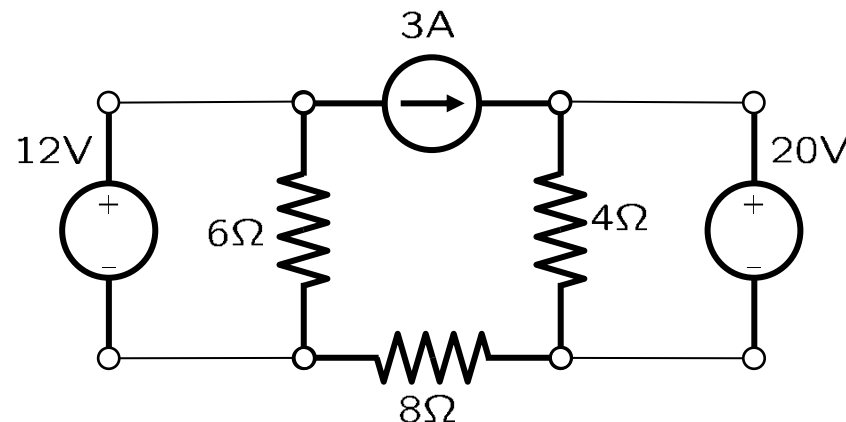
- Méthode des tensions de nœuds ou *méthode des nœuds*
- Méthode des courants de mailles ou *méthode des mailles*

*permettent de résoudre les problèmes de calcul de tensions et de courants dans les circuits.*

*MAIS ...*

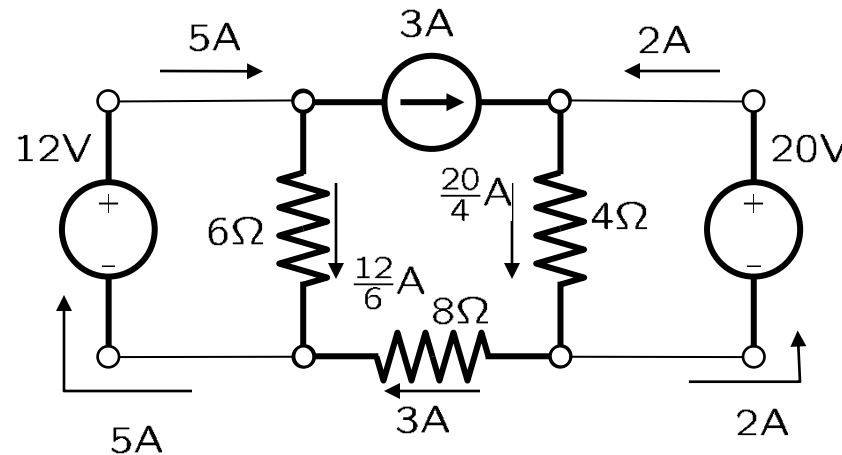
*il ne faut pas oublier que pour certains circuits, il reste la méthode directe :*

*Par exemple :*



La schématisation ci-dessous montre la séquence de calcul avec les lois de Kirchhoff et d'Ohm :

**directe et ... évidemment ... plus simple !**



**Merci de votre attention**

**Fin du chapitre 3**