Solutions des exercices pratiques (Volet 2)

Exercice 1 :

(a) A et B ne sont pas disjoints (mutuellement exclusifs).
car $P(A \cap B) \neq 0$ donc $A \cap B \neq \emptyset$

(b) A et B ne sont pas indépendants car
$P(A \cap B) \neq P(A)\,P(B)$.

(c) $P(A' \cup B') = P\left((A \cap B)'\right) = 1 - P(A \cap B) = 0{,}8$

Exercice 2

(a) $\binom{15}{5\,;\,4\,;\,3\,;\,3} = \dfrac{15!}{5!\,4!\,3!\,3!} = 12612600 = N(S)$.

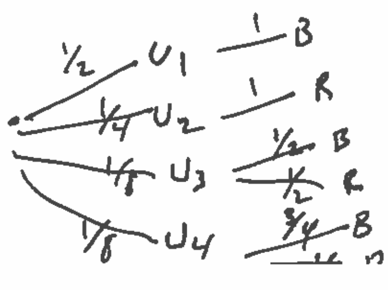
(b) on a $N(A) = 5!\,4!\,3!\,3!\,4! = 2488320$

donc $P(A) = \dfrac{N(A)}{N(S)} = 0{,}1973$

Exercice 3

2B	2R	2B 2R	3B 1R
U_1	U_2	U_3	U_4

$P(U_1) = \frac{1}{2}$; $P(U_2) = \frac{1}{4}$; $P(U_3) = \frac{1}{8}$ et $P(U_4) = \frac{1}{8}$



(a) $P(B) = P(B|U_1)P(U_1) + P(B|U_2)P(U_2) + P(B|U_3)P(U_3) + P(B|U_4)P(U_4)$

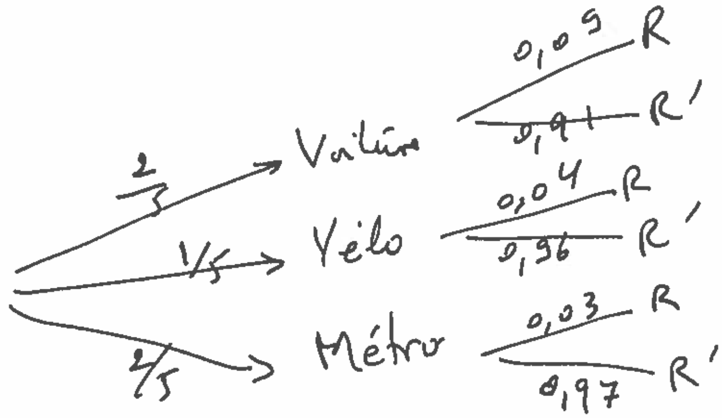
$= 0{,}65625$

(b) $P(U_3|B) = \dfrac{P(U_3 \cap B)}{P(B)} = \dfrac{(\frac{1}{2})(\frac{1}{8})}{0{,}65625}$

…0952

Exercice 4

$R =$ arrivée en retard



(a) $P(R) = \left(\frac{2}{5}\right)(0{,}09) + \left(\frac{1}{5}\right)(0{,}04) + \left(\frac{2}{5}\right)(0{,}03) = 0{,}056$

(b) $P(\text{Voiture} \mid R) = \dfrac{P(\text{Voiture} \cap R)}{P(R)} = \dfrac{\left(\frac{2}{5}\right)(0{,}09)}{0{,}056} = 0{,}64$

Exercice 5 :

(a) $2^{20} = 1048576 = N(S)$

(b) $\binom{20}{10} = 184756 = N(A)$

(c) $P(A) = \dfrac{N(A)}{N(S)} \equiv 0{,}1762.$

(d) La probabilité de choisir un garçon ou une fille lorsqu'on choisit une seule naissance est de $1/2$. Mais si on choisit plus qu'une naissance ; la probabilité d'avoir le même nombre de garçons et de filles change beaucoup !!!

Exercice 6 : Soit M = Présence de marijuana.

	M	M'	total
T^+	119	24	143
T^-	3	154	157
Total	122	178	300

(a) $P(T^+|M') = \dfrac{24}{178} = 0{,}1348$

(b) $P(T^-|M) = \dfrac{3}{122} = 0{,}02459$

(c) $P(T^+|M) = \dfrac{119}{122} = 0{,}9754$

(d) $P(T^-|M') = \dfrac{154}{178} = 0{,}8652$

Exercice 7 : On doit d'abord changer les probabilités de tomber en panne des composants ; par les probabilités qu'elles fonctionnent et après

$$P(A \longrightarrow B) = P(C_1) + P(C_2) - P(C_1 \cap C_2) = P(C_1) + P(C_2) - P(C_1)\,P(C_2)$$

où $C_1 =$ chemin 1 ; $C_2 =$ chemin 2.

ce qui donne

$$P(\cancel{A \to B}) = (0{,}99)(0{,}98)(0{,}99)(0{,}97) = 0{,}9316830\,6$$

$$P(C_2) = (0{,}96)(0{,}975)(0{,}98)(0{,}985) = 0{,}9035208$$

donc

$$P(A \longrightarrow B) = \underline{0{,}9934}$$

Exercice 8 : $(a+b)^6 = \sum_{k=0}^{6} \binom{6}{k} a^{6-k} b^k$

si on remplace $a = 4x^3$ et $b = 3y$. ; on obtient

$$(4x^3 + 3y)^6 = \sum_{k=0}^{6} \binom{6}{k} (4x^3)^{6-k} (3y)^k$$

$$= \sum_{k=0}^{6} \binom{6}{k} (4)^{6-k} x^{18-3k} 3^k y^k$$

le coefficient de x^{12} s'obtient lorsque $18 - 3k = 12 \Rightarrow k = 2.$

$$\Rightarrow \binom{6}{2} 4^4 3^2 y^2$$

Exercice 9

1er dé \ 2nd dé	1	2	3	4	5	6
1					x	
2				x		
3			x			
4		x				
5	x					
6						

x = les cas où on a B

B = " la somme est égale à 6 "

A = " aucun ne donne 3 "

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{N(A \cap B)}{N(B)} = \frac{4}{5}$$

Exercice 10

(a) $9!$

(b) $3!\,8!$

(c) $6!\,5!$