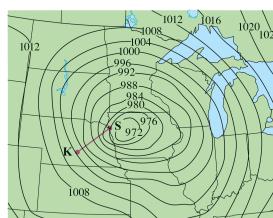
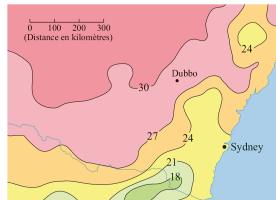


Exercices 4.4

1. La figure ci-dessous montre les courbes de niveau de la pression atmosphérique de l'Iowa, en millibars (mb) à 6 h le 10 novembre 1998. Une dépression de 972 mb se déplace sur le nord-est. La distance le long du segment de droite en rouge de K (Kearney, au Nebraska) à S (Sioux City, en Iowa) est de 300 km. Estimez la valeur de la dérivée de la fonction de pression à Kearney dans la direction de Sioux City. Quelles sont les unités de la dérivée dans cette direction?



2. Le diagramme de courbes de niveau montre la température maximale moyenne durant le mois de novembre 2004 (en degrés Celsius). Estimez la valeur de la dérivée de cette fonction de température à Dubbo, dans l'État de la Nouvelle-Galles du Sud, dans la direction de Sydney. Quelles sont les unités de cette dérivée?



3. Un tableau de valeurs de l'indice de refroidissement éolien $E = f(T, v)$ est donné à la question 3 des exercices 4.1 (p. 156). Utilisez ce tableau pour estimer la valeur de $f_v(-20, 30)$, où $\vec{u} = (\vec{i} + \vec{j})/\sqrt{2}$.

- 4-6 Trouvez la dérivée de f au point indiqué dans la direction donnée par l'angle θ .

4. $f(x, y) = x^3y^3 - y^4$, $(2, 1)$, $\theta = \pi/4$
5. $f(x, y) = ye^{-x}$, $(0, 4)$, $\theta = 2\pi/3$
6. $f(x, y) = x \sin(xy)$, $(2, 0)$, $\theta = \pi/3$

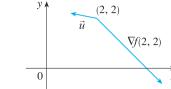
7-10

- a) Trouvez le gradient de f .
 - b) Évaluez le gradient au point P .
 - c) Trouvez le taux de variation de f en P dans la direction du vecteur \vec{u} .
7. $f(x, y) = \sin(2x + 3y)$, $P(-6, 4)$, $\vec{u} = \frac{1}{5}(\sqrt{3}\vec{i} - \vec{j})$
 8. $f(x, y) = y^2/x$, $P(1, 2)$, $\vec{u} = \frac{1}{3}(2\vec{i} + \sqrt{5}\vec{j})$
 9. $f(x, y, z) = xe^{yz}$, $P(3, 0, 2)$, $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - \frac{1}{2}\vec{j} + \frac{1}{2}\vec{k}$
 10. $f(x, y, z) = \sqrt{x + yz}$, $P(1, 3, 1)$, $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j} + \frac{1}{2}\vec{k}$

- 11-17 Trouvez la dérivée de la fonction au point donné dans la direction du vecteur \vec{v} .

11. $f(x, y) = 1 + 2x\sqrt{y}$, $(3, 4)$, $\vec{v} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$
12. $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$, $(2, 1)$, $\vec{v} = -\vec{i} + 2\vec{j}$
13. $g(p, q) = p^2 - p^2q^2$, $(2, 1)$, $\vec{v} = \vec{i} + 3\vec{j}$
14. $g(r, s) = \arctan(rs)$, $(1, 2)$, $\vec{v} = 5\vec{i} + 10\vec{j}$
15. $f(x, y, z) = xe^y + ye^x + ze^y$, $(0, 0, 0)$, $\vec{v} = 5\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$
16. $f(x, y, z) = \sqrt{xyz}$, $(3, 2, 6)$, $\vec{v} = -\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$
17. $g(x, y, z) = (x + 2y + 3z)^{3/2}$, $(1, 1, 2)$, $\vec{v} = 2\vec{j} - \vec{k}$

18. Utilisez la figure pour estimer $f_x(2, 2)$.



19. Trouvez la dérivée de $f(x, y) = \sqrt{xy}$ en $P(2, 8)$ dans la direction de $Q(5, 4)$.

20. Trouvez la dérivée de $f(x, y, z) = xy + yz + zx$ en $P(1, -1, 3)$ dans la direction de $Q(2, 4, 5)$.

- 21-28 Trouvez le taux de variation maximal de f au point donné, puis indiquez dans quelle direction le taux de variation est maximal.

21. $f(x, y) = y^2/ix$, $(2, 4)$
22. $f(p, q) = qa^{-p} + pe^{-q}$, $(0, 0)$
23. $f(x, y) = \sin(xy)$, $(1, 0)$
24. $f(x, y, z) = (x + y)z$, $(1, 1, -1)$
25. $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, $(3, 6, -2)$
26. $f(x, y, z) = \tan(x + 2y + 3z)$, $(-5, 1, 1)$

27. a) Montrez qu'en un point \vec{x} , une fonction différentiable décroît le plus rapidement dans le sens opposé au vecteur gradient; c'est-à-dire dans la direction de $-\nabla f(\vec{x})$.

- b) Utilisez le résultat dans laquelle la f plus rapidement a

28. Montrez que $f_u(\vec{x}) =$

29. Montrez que si $f_i(\vec{x})$

30. Trouvez les direct $f(x, y) = ye^{-xy}$ au po

31. Trouvez tous les poi maximale de la fo $i + j$.

32. Près d'une bouée, coordonnées (x, y) e et z sont exprimées pêcheur part du poi située en $(0, 0)$. L'profondeur ou moins Expliquez votre répo

33. La température T à inversement proportion pour origine, de la b est de 120°C .

- a) Trouvez le taux

- b) Montrez qu'en t l'accroissement n par un vecteur qu

34. La température T u où la température T c sont en mètres

- a) Trouvez le taux d $P(2, -1, 2)$ dans la

- b) Dans quelle dire rapidement en P ?

- c) Calculez le taux d en P ?

35. Soit $V(x, y, z) = 5x^2$ électrique V dans un

- a) Trouvez le taux c dans la direction c

- b) Dans quelle dire en P ?

- c) Calculez le taux d

36. Supposez que vous ; donnée par l'équation et z sont exprimées c coordonnées $(60, 40$ l'est, et celui des y p

- a) Si vous marchez par monter ou des

