

MAT 2784A - Automne 2019 - Devoir #2
Dû le 04 Octobre à 10:00 AM

Nom _____

Prénom _____

Numéro d'étudiant _____

- **SVP utilisez le format suivant pour soumettre votre devoir.**
- Vous pouvez utiliser l'endos des page si celle-ci ne vous suffisent pas.

Question 1. [8 points] Résoudre les P.V.I. suivants.

(a) $(4y^3 \cos x + 4e^x y - 3y^2) dx + (8e^x - 9xy + 16y^2 \sin x + 3y) dy = 0, \quad y(0) = -1.$

(b) $(20xy^3 - 12x^3 e^y + 12 \cos y) dx + (15x^2 y^2 - 2x^4 e^y - 4x \sin y) dy = 0, \quad y(1) = 0.$

Question 2. [9 points] Résoudre les P.V.I. suivants.

1. $y' + \frac{\cos x}{\sin x}y = 3 \cos x, \quad 0 < x < \pi, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$
2. $y' + y \tan x = y^2, \quad -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}, \quad y(0) = \frac{1}{2}$
3. $y' + \frac{2x}{1+x^2}y = x\sqrt{y}, \quad y(0) = 1$

Question 3. [8 points] Résoudre les P.V.I. suivants.

1. $y'' + 3y = 0; \quad y(0) = 5; y'(0) = \sqrt{3}.$
2. $y'' - y' - 12y = 0; \quad y(0) = 0; y'(0) = -7.$
3. $y'' - 6y' + 13y = 0; \quad y(0) = -2; y'(0) = 0.$
4. $y'' + 10y' + 25y = 0; \quad y(0) = 3; y'(0) = -1.$

Question 4. [5 points] Considérez les points suivants (x_i, f_i) , $i = 0, 1, 2, 3$, où $f_i = f(x_i)$ pour une certaine fonction f inconnue:

$$(0.5, 0.1237), (0.7, 0.3294), (0.9, 0.6519), (1.3, 1.2908).$$

- (a) Trouvez le polynôme de Lagrange $p_3(x)$ avec coéfficients estimés à 4 décimales près.
- (b) Interpolez la valeur $f(1.0)$.
- (c) Étant donné que $3.7656 \leq |f^{(4)}(x)| \leq 77.5226$ pour tout x dans $[0.5, 1.3]$, donnez les erreurs maximale et minimale lors de l'interpolation de $f(1.0)$ dans (b).