Devoir 4

Question 1

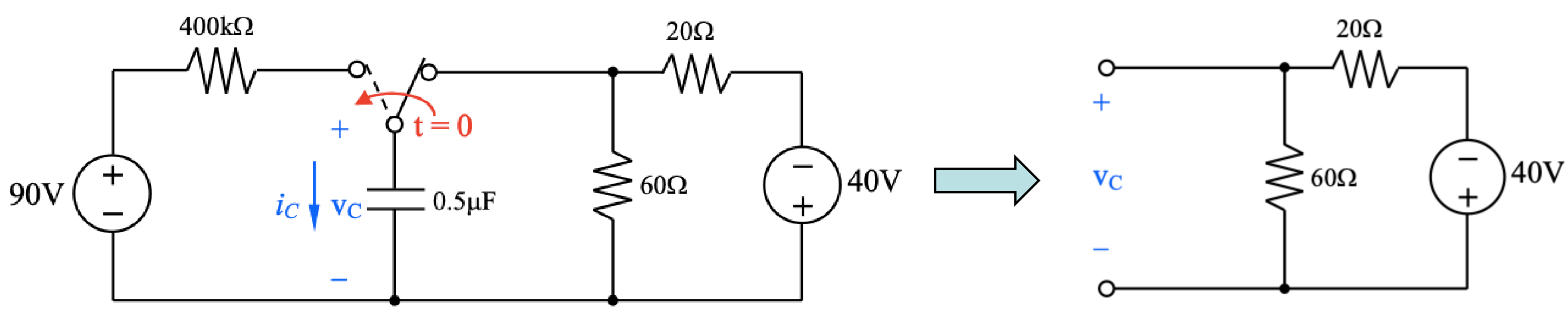
Pour le circuit ci-dessous, l'interrupteur est supposé être dans sa position initiale depuis longtemps. A t = 0, il change d'état.

a) Calculer la valeur de la tension v_C juste avant et juste après le changement d'état.

Pour t < 0, la capacité se comporte comme un circuit ouvert.

La tension à ses bornes est donc la même que celle aux bornes de la résistance de 60 Ω :

$$v_C(0^-) = \frac{60}{20+60}(-40) = -30\ \mathrm{V} = v_C(0^+)$$



b) Calculer la constante de temps du circuit, lorsque l'interrupteur est commuté.

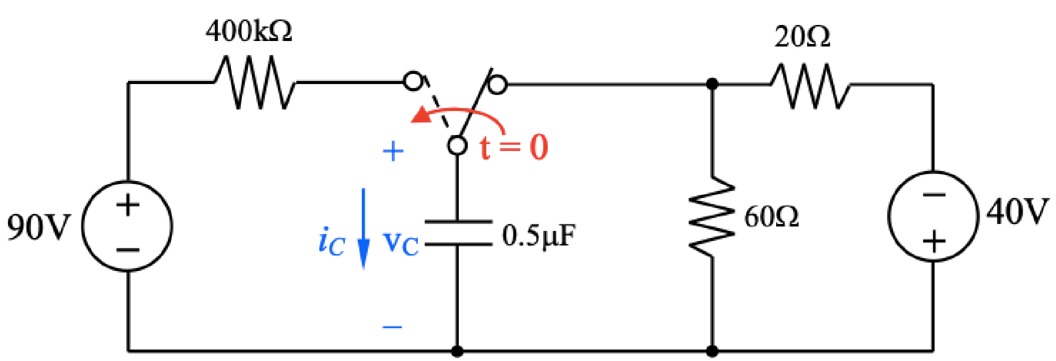
$$\tau = R_t * C = 400\ 10^3 * 0.5\ 10^{-6} = 0.2\ \text{s}$$

c) Donner l'expression de $v_C\,(t)$ pour $t \geq 0$.

$$v_C(t) = v_{OC} + (v(0^+) - v_{OC})e^{-t/\tau}$$

$$v_C(t) = 90 + (-30 - 90)\ e^{-t/0.2}$$

$$v_C\,(t) = 90 - 120\ e^{-5t}\ \ \text{V}, \qquad t \geq 0$$



d) Donner l'expression de i_C (t) pour $t \geq 0$.

On remplace la capacité par une source de tension de valeur v_C (t) :

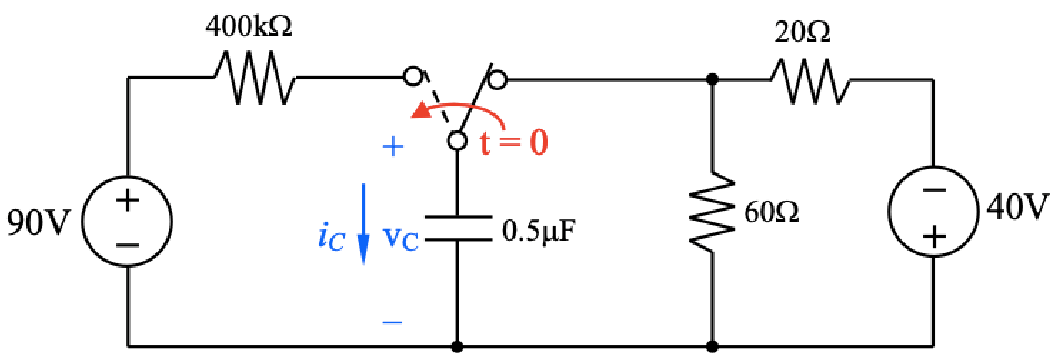
$$R * iC(t) = 90\ - 90 + 120\ e^{-5t} = 120\ e^{-5t}\ \rightarrow\ i_C(t) = 0.3\ e^{-5t}\ \text{ mA}$$

OU

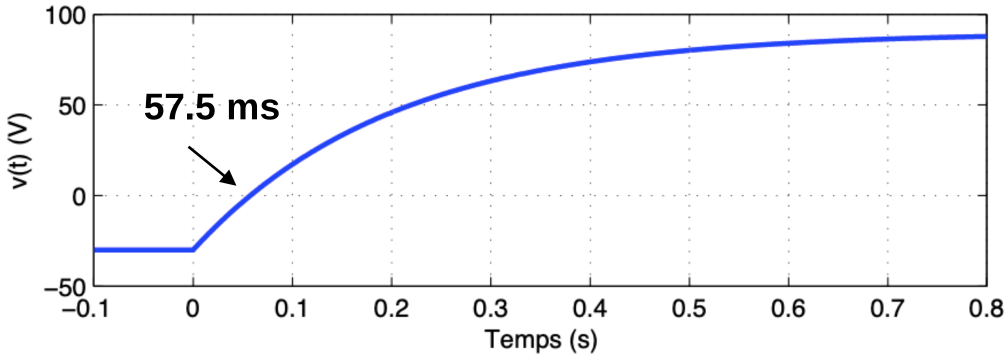
$$i_C(t) = C\,\frac{dv_C(t)}{dt} = 0.5\ 10^{-6}\ * 600\ e^{-5t} = 0.3\ e^{-5t}\ \ \text{mA}$$

e) A quel temps la tension v_C (t) devient-elle nulle ?

$v_C(t) = 90 - 120\ e^{-5t} = 0$ $\rightarrow$ à t = 57.5 ms

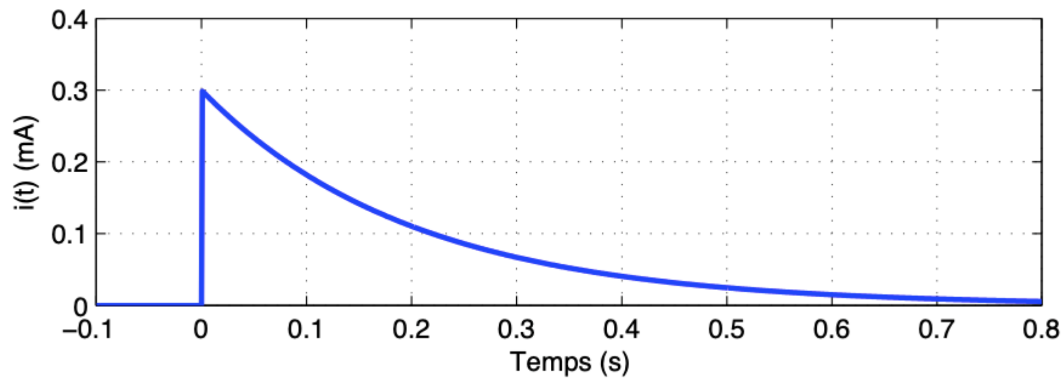


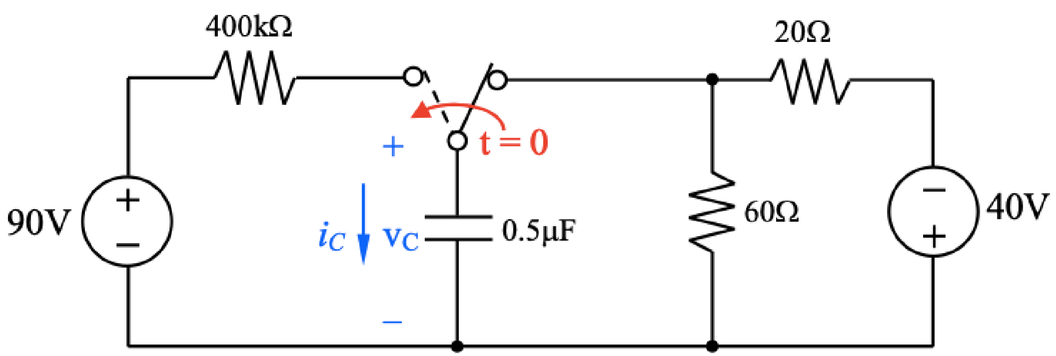
f) Tracer le graphe de $v_C\,(t)$ et $i_C\,(t)$



$$v_C(t) = 90 - 120\,e^{-5t} \quad \mathrm{V}$$

$$i_C(t) = 0.3\,e^{-5t} \quad \mathrm{mA}$$





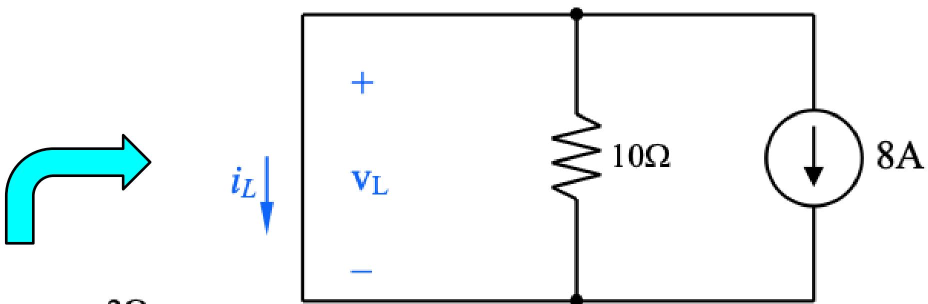
Question 2

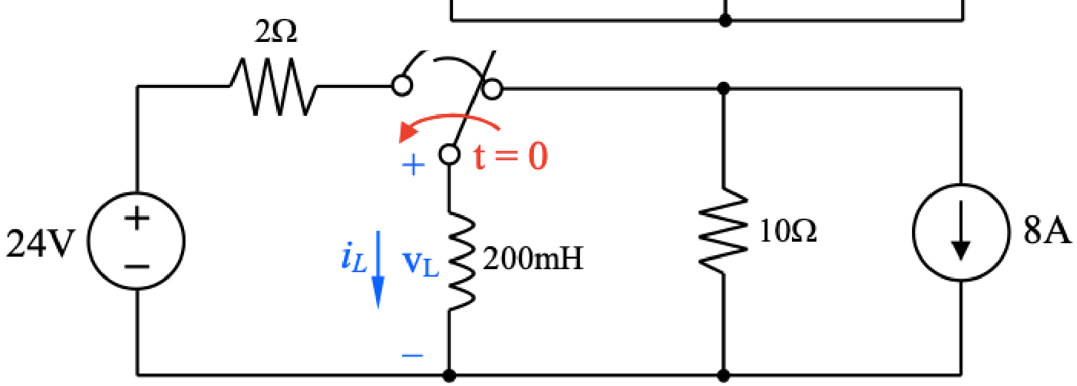
Pour le circuit ci-dessous, l’interrupteur est supposé être dans sa position initiale depuis longtemps. A t = 0, il change d’état.

a) Calculer i_L (t) pour $t \geq 0$.

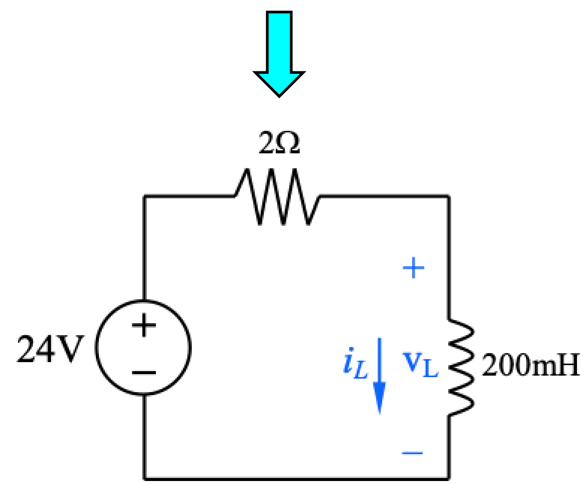
D’abord, pour $t < 0$, l’inductance se comporte comme un court-circuit.

donc $i_L(0^-) = -8\ \text{A} = i_L(0^+)$





Pour $t \geq 0$, le circuit devient :



La constante de temps est :

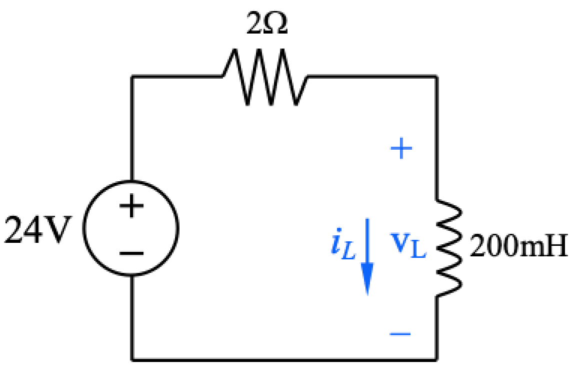
$$\tau = \frac{L}{R_t} = \frac{L}{R} = \frac{0.2}{2} = 0.1\ s$$

On convertit le circuit “ 24 V et 2 Ω ” en circuit de Norton pour déterminer le courant :

$$i_L(t) = \frac{V_S}{R} + \left(i_L(0^+) - \frac{V_S}{R}\right) e^{-t/\tau}$$

$$= 12 + (-8 - 12)\, e^{-10t}$$

$$i_L(t) = 12 - 20\, e^{-10t}\ \text{A} \qquad t \geq 0$$

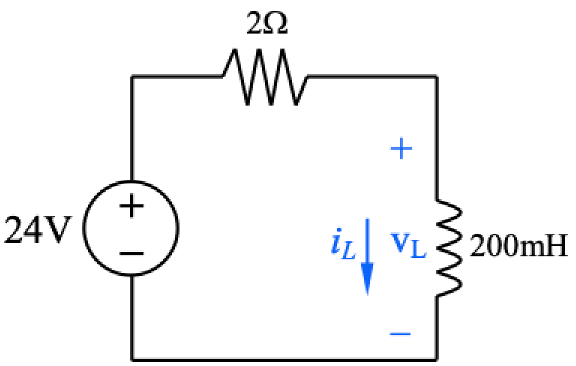


b) Calculer $v_L(t)$ pour $t \geq 0$.

$$v_L(t) = L\,\frac{di_L(t)}{dt} = 40\,e^{-10t}\ \text{V} \qquad t \geq 0.$$

c) A quel temps la tension de l'inductance sera-t-elle égale à la tension de la source (24 V) ?

$$40\,e^{-10t} = 24 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{1}{10}\ln\left(\frac{40}{24}\right) = 51.08\ \text{ms}$$



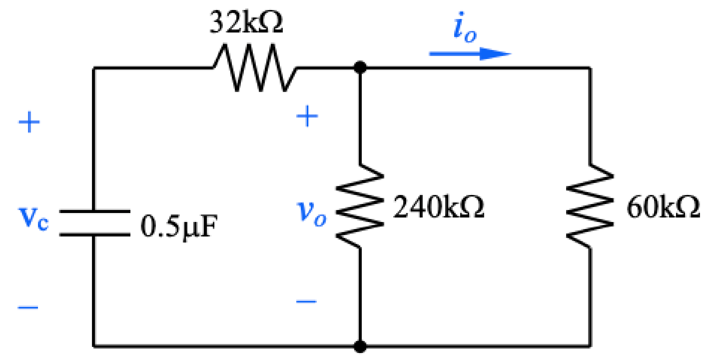
Question 3

Le circuit ci-dessous est supposé être en état stable avant que l'interrupteur ne commute.

A t = 0, il change d'état.

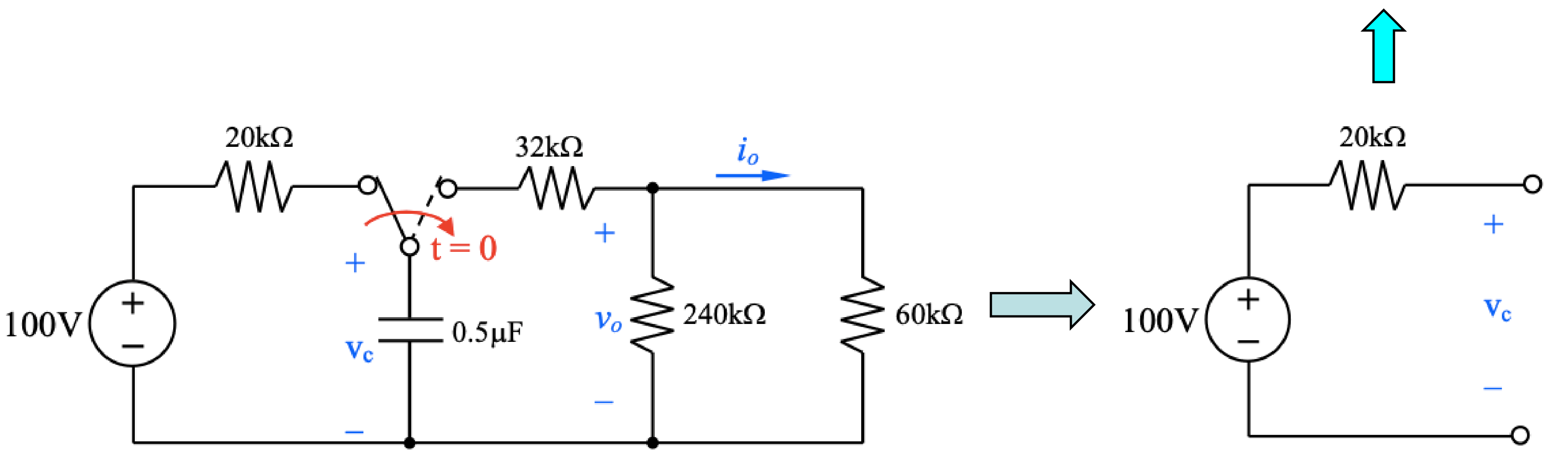
a) Calculer v_C (t) pour $t \geq 0$.

On calcule en premier les valeurs pour t < 0 :



$$v_C(0^-) = 100\text{ V} = vC(0^+)$$

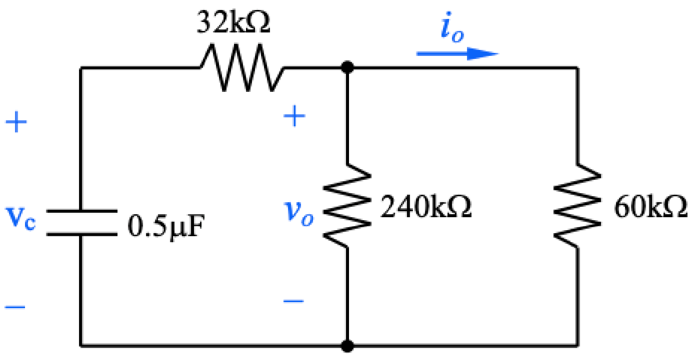
Puis on passe à t > 0 :



il faut trouver la résistance équivalente de Thevenin à $t \geq 0$:

$$R_t = 32 + (240 \parallel 60) = 80 \text{ k}\Omega$$

La constante de temps est :



$$\tau = R_t C = (80\,.\,10^3)(0.5\,.\,10^{-6}) = 0.04\ s$$

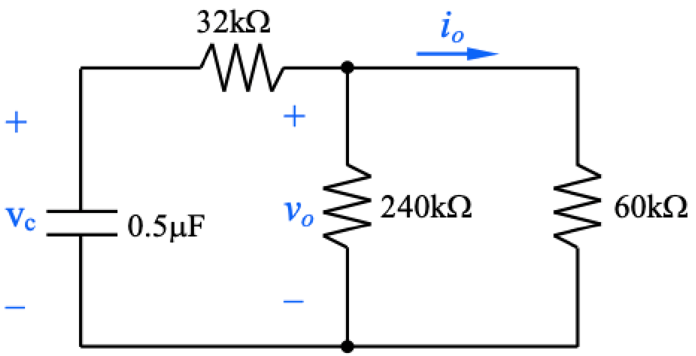
L'équation de la tension est donc :

$$v_C(t) = 100\, e^{-25t} \quad \text{V} \qquad\qquad t \geq 0.$$

b) Calculer $v_o(t)$ pour $t \geq 0$.

$$v_o(t) = \frac{240||60}{32+240||60}\, v_C(t) = 60\, e^{-25t} \text{ V}, \qquad t \geq 0$$

c) Calculer $i_o(t)$ pour $t \geq 0$.



$$i_0(t) = \frac{v_0(t)}{60\,.10^3} = e^{-25t} \text{ mA}, \quad t \geq 0$$

d) Calculer l'énergie dissipée dans la résistance de 60 kΩ.

$$p(t) = R\, i_o^2 = (60\,.\,10^3)(e^{-25t})^2 = 60e^{-50t} \text{ mW}, \qquad t \geq 0$$

Correct ?

$$w = \int_0^{+\infty} p(t)\, dt = 1.2 \text{ mJ}$$

Question 4

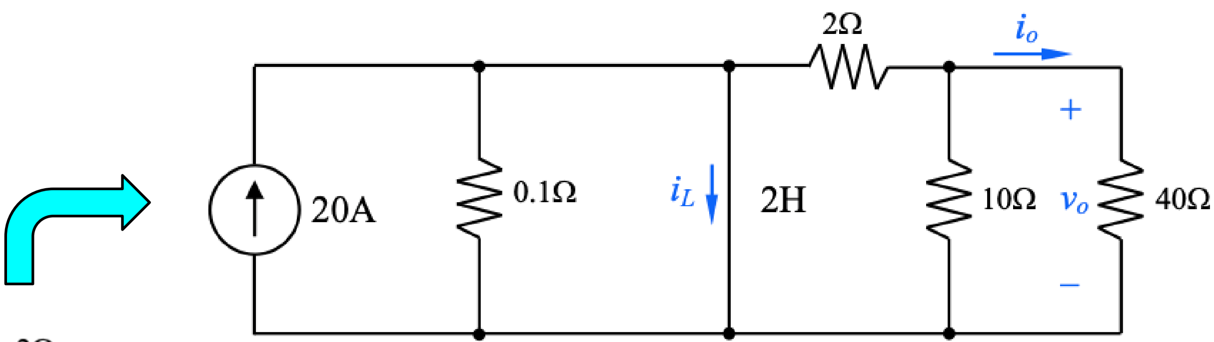
Le circuit ci-dessous est supposé être en état permanent avant que l'interrupteur ne commute.

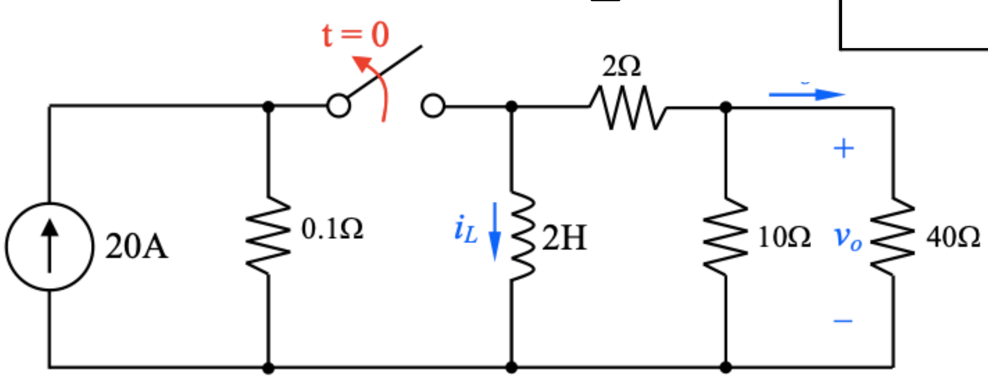
A t = 0, il change d'état.

a) Calculer $i_L(t)$ pour $t \geq 0$.

Considérons d'abord le circuit à t < 0

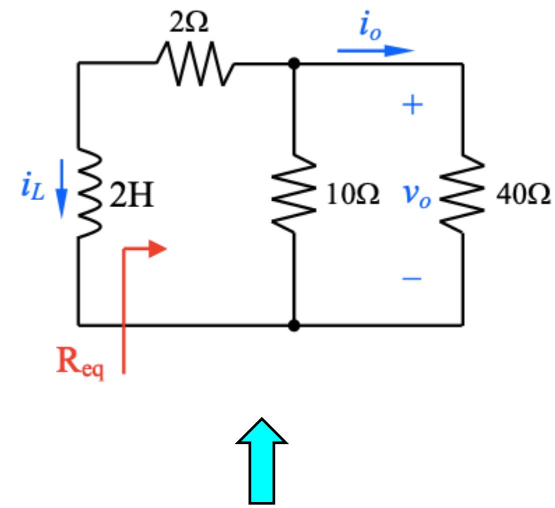
$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 20$ A





Passons à $t > 0$,

La résistance équivalente de Thevenin est :

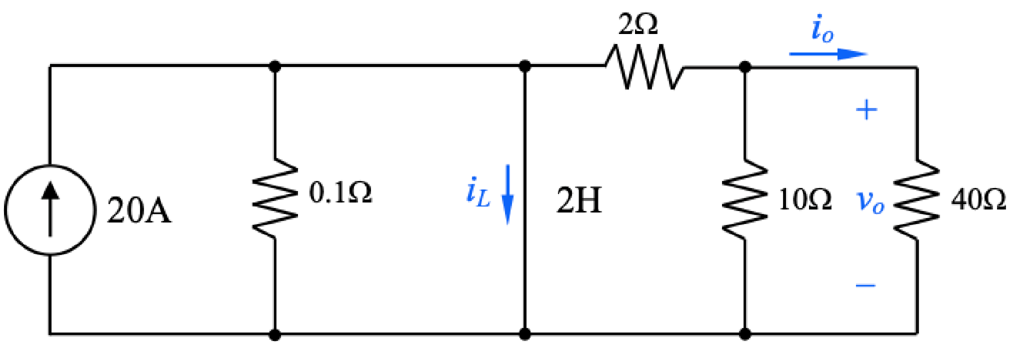


$$R_{eq} = 2 + (40||10) = 10\ \Omega$$

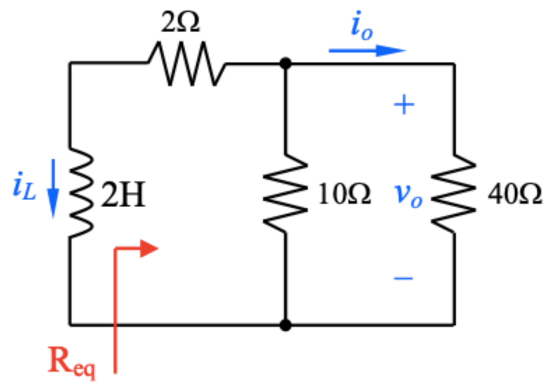
La constante de temps est :

$$\tau = \frac{L}{R_{eq}} = 0.2\ \text{s}$$

$$i_L(t) = 20\, e^{-5t}\ \text{A}, \quad t \geq 0$$



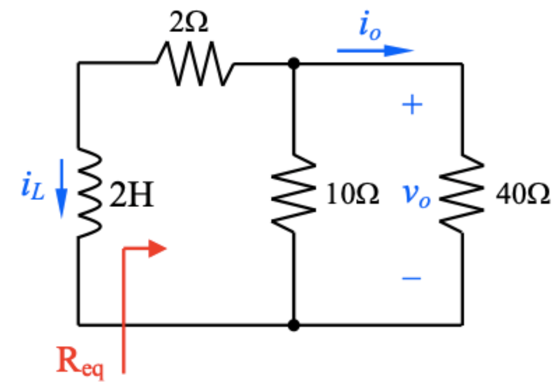
c) Calculer $v_o\,(t)$ pour $t \geq 0$.



$$i_0(t) = -\frac{10}{10+40}\, iL(t) = -4e^{-5t}\ \text{A}, \quad t \geq 0$$

$$v_0 = 40\, i_0 = -160e^{-5t}\ \text{V}, \qquad t \geq 0$$

d) Calculer le pourcentage de l'énergie totale emmagasinée dans la résistance de 10 Ω.



$$p(t) = \frac{v_o^2}{10} = 2560\, e^{-10t} \;\; \text{(W)} \qquad\qquad t \geq 0$$

Donc l'énergie totale dissipée dans la résistance est :

$$w = \int_0^{\infty} 2560\, e^{-10t}\, dt = 256 \text{ J}$$

L'énergie initiale dans l'inductance étant de :

$$w_L(0) = \frac{1}{2}\, L\, i_L^2(0) = \frac{1}{2}\, 2\,.\,20^2 = 400 \text{ J}$$

Le rapport est donc : $\frac{256}{400} = 0.64 \;\; \text{ou} \;\; 64\ \%$

Merci de votre attention

Fin de la correction du devoir 4