

Exercices 6.2

1-6 Calculez l'intégrale itérée.

1. $\int_1^5 \int_0^x (8x - 2y) dy dx$
2. $\int_0^2 \int_0^{y^2} x^2 y dx dy$
3. $\int_0^1 \int_0^y x e^{y^3} dx dy$
4. $\int_0^1 \int_0^{e^y} x \sin y dy dx$
5. $\int_0^1 \int_0^{s^2} \cos(s^3) dt ds$
6. $\int_0^1 \int_0^{e^t} \sqrt{1+e^t} dv dt$

7-18 Calculez l'intégrale double.

7. $\iint_D \frac{y}{x^2+1} dA$, $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq \sqrt{x}\}$
8. $\iint_D (2x + y) dA$, $D = \{(x, y) | 1 \leq y \leq 2, y - 1 \leq x \leq 1\}$
9. $\iint_D e^{-y^3} dA$, $D = \{(x, y) | 0 \leq y \leq 3, 0 \leq x \leq y\}$
10. $\iint_D y \sqrt{x^2 - y^2} dA$, $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq x\}$
11. $\iint_D x dA$, D est borné par $y = x$, $y = 0$, $x = 1$
12. $\iint_D xy dA$, D est borné par $y = x^2$, $y = 3x$
13. $\iint_D x \cos y dA$, D est bornée par $y = 0$, $y = x^2$, $x = 1$.
14. $\iint_D (x^3 + 2y) dA$, D est bornée par $y = x$, $y = x^3$, $x \geq 0$.
15. $\iint_D y^3 dA$, D est la région triangulaire de sommets $(0, 1)$, $(1, 2)$, $(4, 1)$.
16. $\iint_D xy dA$, D est délimitée par le quart de cercle $y = \sqrt{1 - x^2}$, $x \geq 0$, et les axes.
17. $\iint_D (2x - y) dA$, D est bornée par le cercle de rayon 2 centré à l'origine.
18. $\iint_D y dA$, D est le triangle de sommets $(0, 0)$, $(1, 1)$ et $(4, 0)$.

19-28 Calculez le volume du solide donné.

19. Sous le plan $3x + 2y - z = 0$ et au-dessus de la région bornée par les paraboles $y = x^2$ et $x = y^2$
20. Sous la surface $z = 1 + x^2 y^2$ et au-dessus de la région bornée par $x = y^2$ et $x = 4$
21. Sous la surface $z = xy$ et au-dessus du triangle de sommets $(1, 1)$, $(4, 1)$ et $(1, 2)$
22. Borné par le paraboloïde $z = x^2 + y^2 + 1$ et les plans $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ et $x + y = 2$
23. Le tétraèdre borné par des plans de coordonnées et le plan $2x + y + z = 4$

24. Borné par les plans $z = x$, $y = x$, $x + y = 2$ et $z = 0$ 25. Borné par les cylindres $z = x^2$, $y = x^2$ et les plans $z = 0$, $y = 4$ 26. Borné par le cylindre $y^2 + z^2 = 4$ et les plans $x = 2y$, $x = 0$, $z = 0$ dans le premier octant27. Borné par le cylindre $x^2 + y^2 = 1$ et les plans $y = z$, $x = 0$, $z = 0$ dans le premier octant28. Borné par les cylindres $x^2 + y^2 = a^2$ et $y^2 + z^2 = a^2$

29. À l'aide d'une calculatrice ou d'un ordinateur, estimez les abscisses x des points d'intersection des courbes $y = x^4$ et $y = 3x - x^2$. Si D est la région bornée par ces courbes, estimez $\iint_D x dA$.

30. Calculez approximativement le volume du solide dans le premier octant qui est borné par les plans $y = x$, $z = 0$ et $z = x$, et le cylindre $y = \cos x$. Estimez les points d'intersection à l'aide d'un outil graphique.

31-34 Calculez par différence le volume du solide.

31. Le solide borné par les cylindres paraboliques $y = 1 - x^2$, $y = x^2 - 1$ et les plans $x + y + z = 2$, $2x + 2y - z + 10 = 0$ 32. Le solide borné par le cylindre parabolique $y = x^2$ et les plans $z = 3y$, $z = 2 + y$ 33. Le solide situé sous le plan $z = 3$, au-dessus du plan $z = y$ et compris entre les cylindres paraboliques $y = x^2$ et $y = 1 - x^2$.34. Le solide situé dans le premier octant sous le plan $z = x + y$, au-dessus de la surface $z = xy$, et borné par les surfaces $x = 0$, $y = 0$ et $x^2 + y^2 = 4$

35-36 Dessinez le solide dont le volume est donné par l'intégrale itérée.

$$35. \int_0^1 \int_0^{1-x} (1-x-y) dy dx \quad 36. \int_0^1 \int_0^{1-x^2} (1-x) dy dx$$

LCS 37-40 À l'aide d'un logiciel de calcul symbolique, calculez le volume exact du solide.

37. Sous la surface $z = x^3 y^4 + xy^2$ et au-dessus de la région bornée par les courbes $y = x^3 - x$ et $y = x^2 + x$ pour $x \geq 0$ 38. Entre les paraboloides $z = 2x^2 + y^2$ et $z = 8 - x^2 - 2y^2$, et à l'intérieur du cylindre $x^2 + y^2 = 1$ 39. Borné par $z = 1 - x^2 - y^2$ et $z = 0$ 40. Borné par $z = x^2 + y^2$ et $z = 2y$

41-46 Dessinez le domaine d'intégration et changez l'ordre d'intégration.

$$41. \int_0^1 \int_0^y f(x, y) dx dy \quad 42. \int_0^1 \int_0^4 f(x, y) dy dx$$

$$43. \int_0^{e^{1/2}} \int_0^{\cos s} f(x, y) dy dx \quad 44. \int_{-2}^2 \int_0^{\sqrt{4-y^2}} f(x, y) dx dy$$