

MAT 2784A – Équations Différentielles et Méthodes Numériques
Examen Partiel 1 – Automne 2021

Nom de famille _____

Prénom _____

d'étudiant _____

- Cet examen est un examen à **livres fermés** à l'exception suivante.
- Vous avez droit à une page **RECTO SEULEMENT** de formules. **TOUTE AUTRE RESSOURCE EST INTERDITE.**
- Seules les calculatrices de base sont permises. Les calculatrices Graphique et/ou programmable sont **interdites**.
- L'examen comporte **4 questions** valant un total de 22 points.
- Vous avez **90 minutes pour le soumettre via brightspace**. Ceci **inclu le temps pour la soumission de votre examen**.
N.B.: le 90 minutes est conçu pour avoir 80 minutes pour compléter l'examen et 10 minutes pour le scanner et le soumettre. Donc de 11h20 à 11h30 c'est un temps pour soumettre et scanner votre examen.
- Les soumissions tardives ne seront pas acceptées.
- Vous devez justifier vos réponses. Une réponse correcte est une réponse complète, claire et bien écrite.
- **Seul le fichier PDF de votre dernière soumission sera corrigé** (les détails sur comment soumettre votre examen sont disponibles sur brightspace).

Question 1. [6 points] Résoudre le problème à valeur initiale suivant:

$$(-3y^2 \cos x - 4xy)dx + (2 - 9y \sin x - 4x^2)dy = 0, \quad y(0) = 1.$$

Question 2. [5 points] Résoudre le problème à valeur initiale suivant:

$$y' + \frac{3}{x}y = x^4y^2, \quad x > 0, \quad y(1) = \frac{1}{2}$$

Question 3. [6 points] Trouvez la solution générales des ÉDO suivantes:

(a) $x^2y'' - 3xy' + 4y = 0, \quad x > 0.$

(b) $y'' - 8y' + 16y = 0.$

(c) $y'' - 4y' + 5y = 0.$

Question 4. [5 points] Considérez la fonction $f(x) = x^5 + 6x - 5$.

- (a) ([2 point]) Utilisez le théorème des valeurs intermédiaires pour montrer que $f(x)$ admet une racine dans l'intervalle $[0, 1]$.
- (b) ([2 points]) Réécrivez l'équation $f(x) = 0$ sous la forme $g(x) = x$ pour une certaine fonction $g(x)$ qui satisfait aux conditions de convergence de la suite d'itération de la méthode du point fixe $x_{n+1} = g(x_n)$. Vous **devez** montrer que ces conditions sont satisfaites.
- (c) ([1 point]) Utilisez la **méthode du point fixe** pour approcher la racine de la fonction $f(x)$ dans l'intervalle $[0, 1]$ à 4 décimales près. Prenez $x_0 = 0.78$.