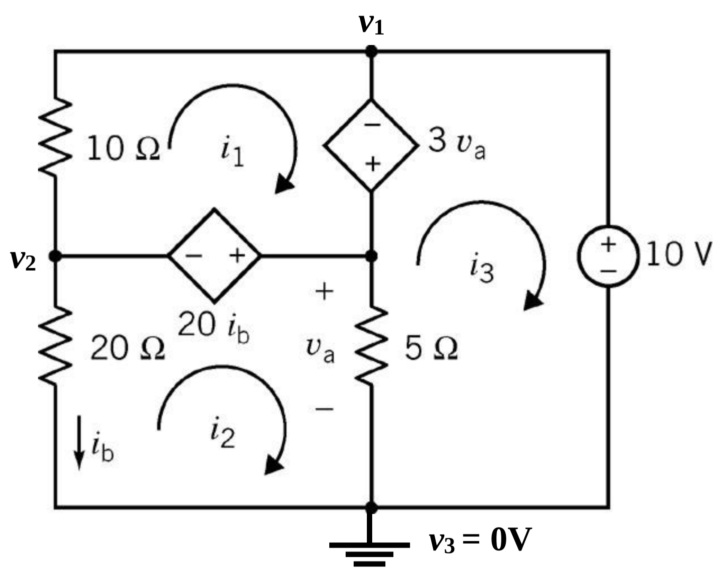
QUESTION 1

Toutes les étapes doivent être justifiées



En utilisant la ***méthode des courants de maille***, déterminer les valeurs des courants i_1, i_2 et i_3.

Solution :

Sources contrôlées : $v_a = 5(i_2 - i_3)$ et $i_b = -i_2 \quad \rightarrow \quad 20\ i_b = -20\ i_2$ et $3\ v_a = 15(i_2 - i_3)$

Loi des mailles : $-15(i_2 - i_3) + (-20\ i_2) + 10\ i_1 = 0$

$$-(-20\ i_2) + 5(i_2 - i_3) + 20\ i_2 = 0$$

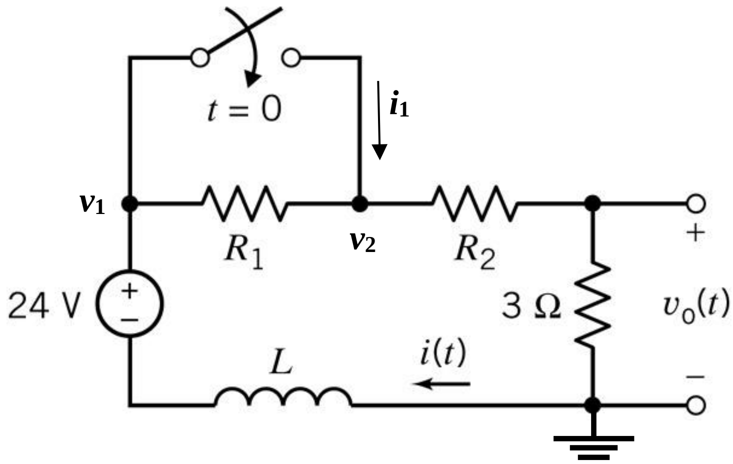
$$10 - 5(i_2 - i_3) + 15\ (i_2 - i_3) = 0$$

$$\rightarrow \quad \begin{bmatrix} 10 & -35 & 15 \\ 0 & 45 & -5 \\ 0 & 10 & -10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -10 \end{bmatrix}$$

i_1 = -1.25 A $\qquad$ i_2 = 0.125 A $\qquad$ i_3 = +1.125 A

QUESTION 2

Toutes les étapes doivent être justifiées



Le circuit est en état permanent avant que l'interrupteur ne soit fermé au temps $t = 0$. L'entrée du circuit est la tension de la source de tension, 24V. La sortie du circuit, la tension aux bornes de la résistance 3Ω, est donnée par

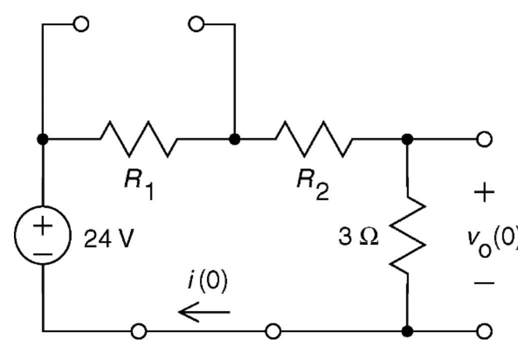
$$v_o(t) = \left[6 - 3e^{-0.35t}\right] \text{ V} \qquad t > 0$$

a) Déterminer la valeur du courant $i(t)$ à $t > 0$.
b) En déduire la valeur de $i(0^+)$, la valeur du courant juste après la fermeture de l'interrupteur.
c) Déterminer la valeur des deux résistances R_1 et R_2.
d) Déterminer la valeur de l'inductance L.

Solution :

a) Le courant dans l'inductance est égal à celui dans la résistance de 3 Ω

$$i(t) = \frac{v_o(t)}{3} = \frac{6 - 3e^{-0.35t}}{3} = 2 - e^{-0.35t} \text{ A} \quad t > 0$$



b) $i(0^-) = i(0^+) = i(0)$

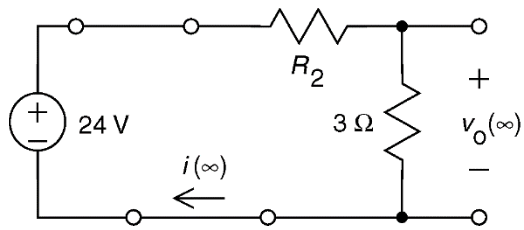
Dans l'état permanent, l'inductance est équivalente à un court circuit. Donc :

$$R_1\ i(0) + R_2\ i(0) + 3\ i(0) - 24 = 0 \qquad \Rightarrow \qquad i(0) = \frac{24}{R_1 + R_2 + 3}$$

c) La valeur de $i(0)$ peut être aussi obtenue en mettant $t = 0$ dans l'équation de $i(t)$:

$$i(0) = 2 - e^{0} = 1 \text{ A}$$

$$\rightarrow 1 = \frac{24}{R_1 + R_2 + 3} \quad \Rightarrow \quad R_1 + R_2 = 21$$



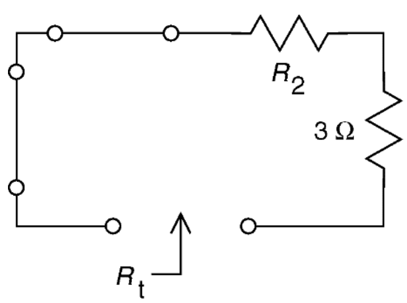
$t > 0$

Le courant en régime permanent est $i(\infty)$.

$$R_2\, i(\infty) + 3\, i(\infty) - 24 = 0 \quad \Rightarrow \quad i(\infty) = \frac{24}{R_2 + 3}$$

Or la valeur de $i(\infty)$ peut être aussi obtenue en mettant $t = \infty$ dans l'équation de $i(t)$:

$$i(\infty) = 2 - e^{-\infty} = 2 \text{ A}$$



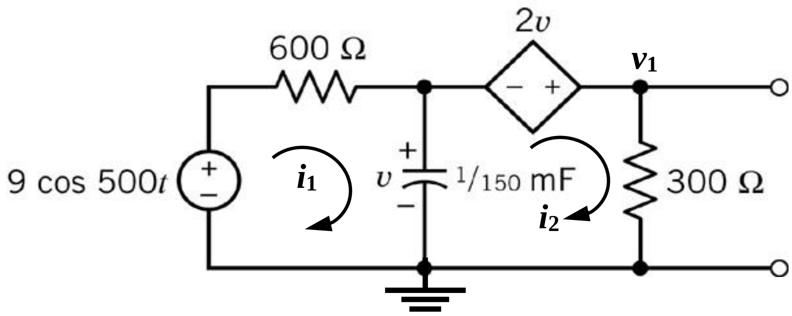
$$\rightarrow \qquad 2 = \frac{24}{R_2 + 3} \quad \Rightarrow \quad R_2 = 9 \;\; \Omega \qquad\qquad \rightarrow \qquad R_1 = 12 \;\; \Omega$$

d) $i(t)$ est de la forme $e^{-t/\tau}$ $\quad \rightarrow \qquad -0.35\, t = -\frac{t}{\tau} \quad \Rightarrow \quad \tau = 2.857 \text{ s}$

$$R_t = R_2 + 3 = 9 + 3 = 12 \;\; \Omega \qquad \tau = \frac{L}{R_t} \;\rightarrow\; 2.857 = \frac{L}{12} \quad \Rightarrow \quad L = 34.28 \;\; \text{H}$$

QUESTION 3

Toutes les étapes doivent être justifiées



a) En utilisant la notation en phaseurs et la **méthode des courants de maille**, déterminer le phaseur $\mathbf{V}_{OC}$ de la tension équivalente de **Thévenin en circuit ouvert** du circuit.
b) En utilisant la notation en phaseurs et la **méthode des courants de maille**, déterminer le phaseur $\mathbf{I}_{SC}$ du courant équivalent de **Norton en court circuit** du circuit.
c) Déduire des parties a) et b) le schéma équivalent complet de **Thévenin** du circuit.

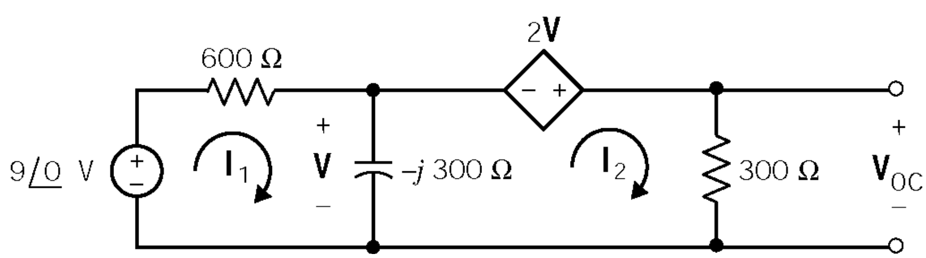
Solution :

a) Les équations de maille donnent :

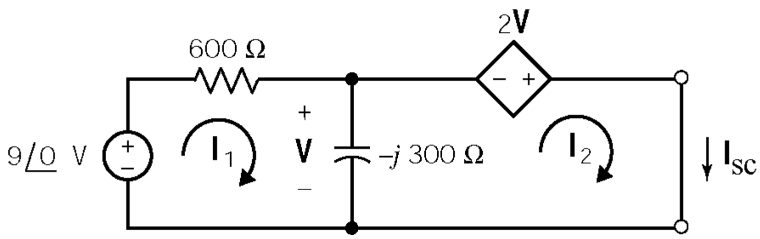
$$600\,\mathbf{I}_1 - j300\,(\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2) = 9 \quad \Rightarrow \quad (600 - j300)\,\mathbf{I}_1 + j300\,\mathbf{I}_2 = 9\angle 0°$$

$$-2\,\mathbf{V} + 300\,\mathbf{I}_2 - j300\,(\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2) = 0 \quad \text{et} \quad \mathbf{V} = -j300\,(\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2) \quad \Rightarrow \quad j3\,\mathbf{I}_1 + (1 - j3)\,\mathbf{I}_2 = 0$$

$$\rightarrow \quad \mathbf{I}_2 = 0.0124\angle{-16°}\ \text{A} \qquad \rightarrow \quad \mathbf{V}_{oc} = 300\,\mathbf{I}_2 = 3.71\angle{-16°}\ \text{V}$$

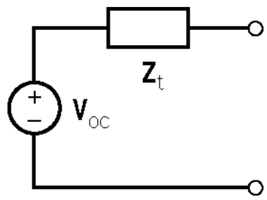


b) $-2\,\mathbf{V} - \mathbf{V} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V} = 0 \qquad \Rightarrow \quad \mathbf{I}_{sc} = \dfrac{9\angle 0°}{600} = 0.015\angle 0°\ \text{A}$



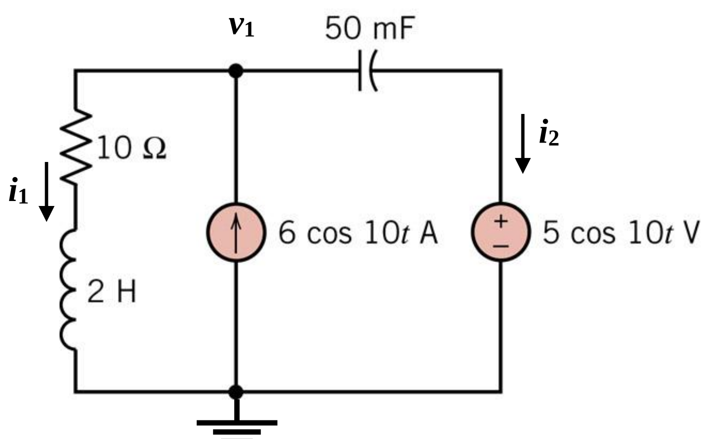
c) Impédance de Thévenin $$\mathbf{Z}_T = \frac{\mathbf{V}_{oc}}{\mathbf{I}_{sc}} = \frac{3.545\angle{-16^\circ}}{0.015\angle 0^\circ} = 247\angle -16^\circ\ \ \Omega$$

$$\mathbf{V}_{oc} = 300\,\mathbf{I}_2 = 3.71\angle -16^\circ \text{ V}$$



<u>QUESTION 4</u>

All steps should be justified – Toutes les étapes doivent être justifiées



a) Déterminer les phaseurs des deux courants i_1(t) et i_2(t).
b) Déterminer les puissances complexes délivrées par les deux sources indépendantes.
c) Déterminer les puissances complexes absorbées par les trois éléments passifs.
d) Justifier le théorème de conservation d'énergie.

Solution :

a) $(10+j20)\mathbf{I}_1 = 5\angle 0^\circ - j2\mathbf{I}_2$ et $\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 = 6\angle 0^\circ$

$\Rightarrow\ \ (10+j20)\mathbf{I}_1 + j2\mathbf{I}_2 = 5\angle 0^\circ$

$$\rightarrow \qquad \Delta = \begin{vmatrix} 10+j20 & j2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 10+j18$$

$$\rightarrow \qquad \mathbf{I}_1 = \frac{1}{\Delta}\begin{vmatrix} 5 & j2 \\ 6 & 1 \end{vmatrix} = \frac{5-j12}{10+j18} = 0.63\angle 232°\ \text{A} = -0.39-j0.5\ \text{A}$$

$$\rightarrow \qquad \mathbf{I}_2 = 6-\mathbf{I}_1 = 6+0.39+j.5 = 6.39+j.5 = 6.41\angle 4.47°\ \text{A}$$

b) $$\mathbf{S}_{5\angle 0°} = \frac{1}{2}\left(5\angle 0^{\circ}\right)\left(-\mathbf{I}_2^{\ *}\right) = 2.5\left(6.41\angle(180-4.47)\right) = -16.0+j1.25\ \text{VA}$$

$$\mathbf{S}_{6\angle 0°} = \frac{1}{2}\left[5-j2\,\mathbf{I}_2\right]\left(6\angle 0^{\circ}\right) = \left[5-j2\left(6.39+j.5\right)\right]3 = 18.0-j38.3\ \text{VA}$$

c) $$\mathbf{S}_{10\Omega} = \frac{1}{2}10\left|\mathbf{I}_1\right|^2 = \frac{10}{2}\left(.63\right)^2 = 2.0\ \text{VA}$$

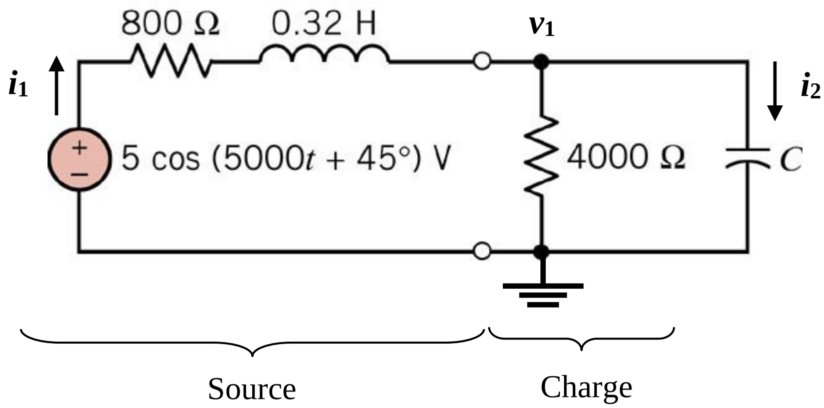
$$\mathbf{S}_{\text{j}20\Omega} = \frac{j20}{2}\left|\mathbf{I}_1\right|^2 = j4.0\ \text{VA}$$

$$\mathbf{S}_{-\text{j}2\Omega} = \frac{1}{2}\left(-j2\right)\left|\mathbf{I}_2\right|^2 = -j\ \left(6.41\right)^2 = -j41.1\ \text{VA}$$

d) $\mathbf{S}_{\text{total absorbée}} = 2.0 - j\ 37.1$ VA $\quad\approx\quad$ $\mathbf{S}_{\text{total délivrée}} = 2.0 - j\ 37.2$ VA

QUESTION 5

Toutes les étapes doivent être justifiées



Le condensateur a été ajouté à la charge pour maximiser la puissance absorbée par la charge de 4000 Ω. Quelle valeur ce condensateur doit-il avoir pour atteindre cet objectif ?

Solution :

$$\mathbf{Z}_{\mathrm{t}} = 800 + j1600\ \Omega \quad \text{and} \quad \mathbf{Z}_{\mathrm{L}} = \frac{R\left(\dfrac{-j}{\omega C}\right)}{R - \dfrac{j}{\omega C}} = \frac{R - j\omega R^2 C}{1 + (\omega RC)^2}$$

$$\mathbf{Z}_{\mathrm{L}} = \mathbf{Z}_{\mathrm{t}}^{*} \quad \Rightarrow \quad \frac{R\left(\dfrac{-j}{\omega C}\right)}{R - \dfrac{j}{\omega C}} = \frac{R - j\omega R^2 C}{1 + (\omega RC)^2} = 800 - j1600\ \Omega$$

En égalant les parties réelles :

$$\Rightarrow \quad 800 = \frac{R}{1 + (\omega RC)^2} = \frac{4000}{1 + [(5000)(4000)C]^2} \quad \Rightarrow \quad C = 0.1\ \mu\mathrm{F}$$