

Правительство Российской Федерации
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»

Факультет компьютерных наук
Образовательная программа бакалавриата 01.03.02 «Прикладная математика и
информатика»

Отчет по учебной практике

в

НИУ ВШЭ

(название организации, предприятия)

Выполнил студент группы БПМИ198

Мкртчян О. С.

(инициалы, фамилия)

(подпись)

Руководитель практики

МЛ алгебраической топологии и ее приложений, завлаб

(подразделение ФКН, должность)

Айзенберг Антон Андреевич

(ФИО руководителя практики)

Дата 5.09.2021

(оценка)

(подпись)

Москва 2021

Содержание

1	Введение	3
2	Календарный план-график	4
3	Основная часть	5
3.1	Основные определения	5
3.2	Реализация	5
3.3	Описание полученных результатов	5
4	Заключение	6
5	Список источников	7

1 Введение

Математическая нейронаука это активно развивающаяся область, занимающаяся разработкой и эксплуатацией математических и вычислительных подходов для решения вопросов сетевой нейробиологии. Она изучает нейронное кодирование и нейронные сети используя новейшие методы алгебры, топологии и геометрии. Мотивацией нашей работы является исследование Владимира Ицкова, формирующее гипотезу об гомотопической эквивалентности конструкции, строящей по облаку точек симплициальное частично упорядоченное множество, букету сфер. Мы хотели посредством вычислительного эксперимента проверить гипотезу в частном случае.

Задачи практики:

- Разобрать конструкцию Ицкова
- Подготовить код, вычисляющий гомологии симплициального чума
- Повычислять гомологии чумов Ицкова

2 Календарный план-график

№ п/п	Сроки проведения	Выполненные работы
1	1.07.21	Инструктаж по ознакомлению с требованиями охраны труда, техники безопасности, пожарной безопасности, а так же правилами внутреннего трудового распорядка
2	02.07 – 07.07.21	Повторное ознакомление с методичкой по гомологиям
3	03.07.2021	Изучение популярных реализаций вычислений гомологий симплициальных комплексов.
4	04 – 10.07.2021	Подготовка кода для вычисления гомологий.
5	10 – 14.07.2021	Попытки разобраться с чумами Ицкова и их реализацией.
6	15.07.2021	Подготовка отчета по практике

3 Основная часть

3.1 Основные определения

Определение 1. *Симплициальным комплексом* на конечном множестве вершин M называется совокупность $K \subset 2^M$ подмножеств множества M , удовлетворяющая следующим двум условиям:

1. если $I \in K$ и $J \subset I$, то $J \in K$;
2. $\emptyset \in K$.

Определение 2. *Симплексом* называются элементы симплициального комплекса K .

Определение 3. V это конечное множество вершин

- Последовательность в V это симплекс с линейным порядком
- Множество всех последовательностей это частично упорядоченное множество (чум далее)

Определение 4. *Направленный Комплекс* это чум последовательностей в V , закрытых на включении.

Определение 5. *Гипотеза.* Пусть $x \subset \mathbb{R}^d$ будет множеством точек в общем положении. Положим, что либо $d \leq 3$ и $n \geq d + 2$ или $d \geq 4$ и $n \geq 2d - 1$. Тогда гомология направленного комплекса $D_{lin}(X)$ удовлетворяет $H_*(D_{lin}(X)) = H_*(V^{n-1} S^d)$

3.2 Реализация

Для начала, мы решили попробовать написать собственную программу для вычисления гомологий симплициальных комплексов, используя нормальную форму Смита, язык Python и пакет sympy. После чего приступили к изучению работы популярных пакетов по работе с симплициальными множествами, таких как Simplicial из репозитория Nebneuron лаборатории института математической нейробиологии, работающий с такими реализациями как Persistent Homology Algorithm Toolbox (PHAT) и The Perseus Software Project for Rapid Computation of Persistent Homology. (Perseus). Все реализации являются крайне интересными, однако только Simplicial использует язык Julia наиболее подходящий для объемных вычислений, в свою очередь я бы хотел продолжить работать с Антоном Андреевичем над данным проектом и попробовать реализовать аналогичный пакет на Scala.

3.3 Описание полученных результатов

Результаты практики:

- Были изучены материалы связанные с вычислительной топологией
- Мы ознакомились с работой Владимира Ицкова
- Была реализована программа считывающая гомологии симплициального комплекса посредством нормальной формы Смита
- Мы изучили пакеты реализующие вычисления гомологий симплициальных чумов
- Мы попрактиковались в вычислительной топологии и поверхностно ознакомились с математической нейробиологией

4 Заключение

В рамках выполнения данной работы студент получил знания по вычислительной топологии и симплициальным гомологиям, изучил современные пакеты работы с симплициальными множествами, реализовал программу для расчёта гомологий симплициального комплекса.

5 Список источников

1. [А. А. Айзенберг, пример вычисления устойчивых гомологий в Python.](#)
2. А. А. Айзенберг, Комбинаторика, топология и алгебра симплициальных комплексов, конспект курса НОЦ Миан.
3. [А. А. Айзенберг, Методичка по симплициальным комплексам и гомологиям.](#)
4. [Vladimir Itskov: Directed complexes, sequence dimension and inverting a neural network](#)
5. [Calculating Homology of a Simplicial Complex Using Smith Normal Form](#)
6. [Package Simplicial](#)
7. H.Edelsbrunner, J.Harer: Computational Topology, An Introduction. American Mathematical Society, 2010, ISBN 0-8218-4925-5